

Christoph Schiller

MOTION MOUNTAIN

La Montaña del Movimiento

LA AVENTURA DE LA FÍSICA - VOLUMEN II

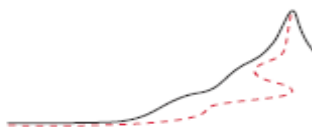
RELATIVIDAD Y COSMOLOGÍA (PARTE II)



Christoph Schiller
Traducción de Jerónimo Hurtado Pérez

Motion Mountain

La Montaña del Movimiento



La Aventura de la Física
Volumen II (Parte II)

Relatividad y Cosmología

Edición 29, disponible libre como pdf en
www.motionmountain.net

Editio trigesima.
Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller
tercio anno Olympiadis trigesimae primae.
Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quae
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.
Thirtieth edition.
Copyright © 1990-2018 by Christoph Schiller,
from the third year of the 24th Olympiad
to the third year of the 31st Olympiad.

This pdf file is licensed under the Creative Commons
Attribution-Noncommercial-No DerivativeWorks 3.0 Germany
Licence, whose full text can be found on the website
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de,
with the additional restriction that reproduction, distribution and use,
in whole or in part, in *any* product or service, be it
commercial or not, is not allowed without the written consent of
the copyright owner. The pdf file was and remains free for everybody
to read, store and print for personal use, and to distribute
electronically, but only in unmodified form and at no charge.

To Britta, Esther and Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαίμονι

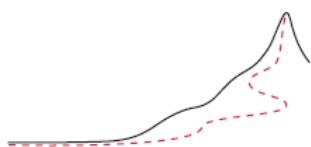
Die Menschen stärken, die Sachen klären.
Fortalecer a las personas, aclarar las cosas

Christoph Schiller

Mountain Motion

La Montaña del Movimiento

La aventura de la Física



PREFACIO

Primum movere, deinde docere. * Antigüedad
Primero mover, luego enseñar

Esta serie de libros está escrito para cualquiera que tenga curiosidad acerca del movimiento en la

naturaleza. ¿Cómo se mueven las cosas, las personas, los animales, las imágenes y el espacio vacío? La respuesta lleva a muchas aventuras. Este volumen presenta los mejores sobre movimientos extremadamente rápidos, potentes y distantes. En la exploración del movimiento, la física, la relatividad especial y la general conforman dos etapas importantes, como se muestra en la [Figura 1](#).

La relatividad *especial* es la exploración del límite de velocidad de la naturaleza c . La relatividad *general* es la exploración del límite de fuerza $c^4/4G$. El texto muestra que en ambos dominios, todos los resultados se siguen de estos dos valores límite. En particular, la *cosmología* es la exploración del movimiento cerca del límite de distancia de la naturaleza $1/\sqrt{\Lambda}$. Esta forma simple, intuitiva e inusual de aprender la relatividad debería recompensar la curiosidad de cada lector, ya sea estudiante o profesional.

El presente volumen es el segundo de una descripción general en seis volúmenes sobre una visión general de la física que surgió de un triple objetivo que he perseguido desde 1990: presentar la emoción de una manera sencilla, actualizada y cautivadora.

Con el fin de ser *sencillo*, el texto se centra en conceptos, mientras mantiene el uso de las matemáticas en el mínimo necesario. La comprensión de los conceptos de la física tiene prioridad sobre el uso de fórmulas en los cálculos. Todo el texto se encuentra dentro del alcance de un estudiante del primer nivel universitario.

Con el fin de estar *actualizado*, el texto se enriquece con muchas joyas - tanto teóricas como empíricas - que se encuentran dispersas a lo largo de la literatura científica.

Con el fin de ser *cautivador*, es decir para *motivar*, el texto intenta sorprender al lector tanto como sea posible. La lectura de un libro de física general debe ser como ir a un espectáculo de magia. Miramos, nos sorprendemos, no creemos a nuestros ojos, pensamos, y finalmente entendemos el truco.

Cuando nos fijamos en la naturaleza, a menudo tenemos la misma sensación. De hecho, cada página presenta por lo menos una sorpresa o una provocación para que el lector piense sobre ello.

El lema del texto, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, una frase famosa de Hartmut von Hentig en pedagogía, se traduce como: "Para fortalecer los hombres, aclarar las cosas". Aclarar las cosas -y adherirse sólo a la verdad - requiere coraje, ya que el cambio de los hábitos de pensamiento produce miedo, a menudo oculto tras la ira. Pero mediante la superación de los miedos, nos hacemos más fuertes. Y experimentamos entonces emociones intensas y hermosas. Todas las grandes aventuras de la vida permiten esto, y la exploración de movimiento es una de ellas. Que lo disfruten!

Christoph Schiller

*En las lenguas modernas, la cualidad de mover (el corazón) se llama la motivación; ambas palabras se derivan del mismo origen latino.

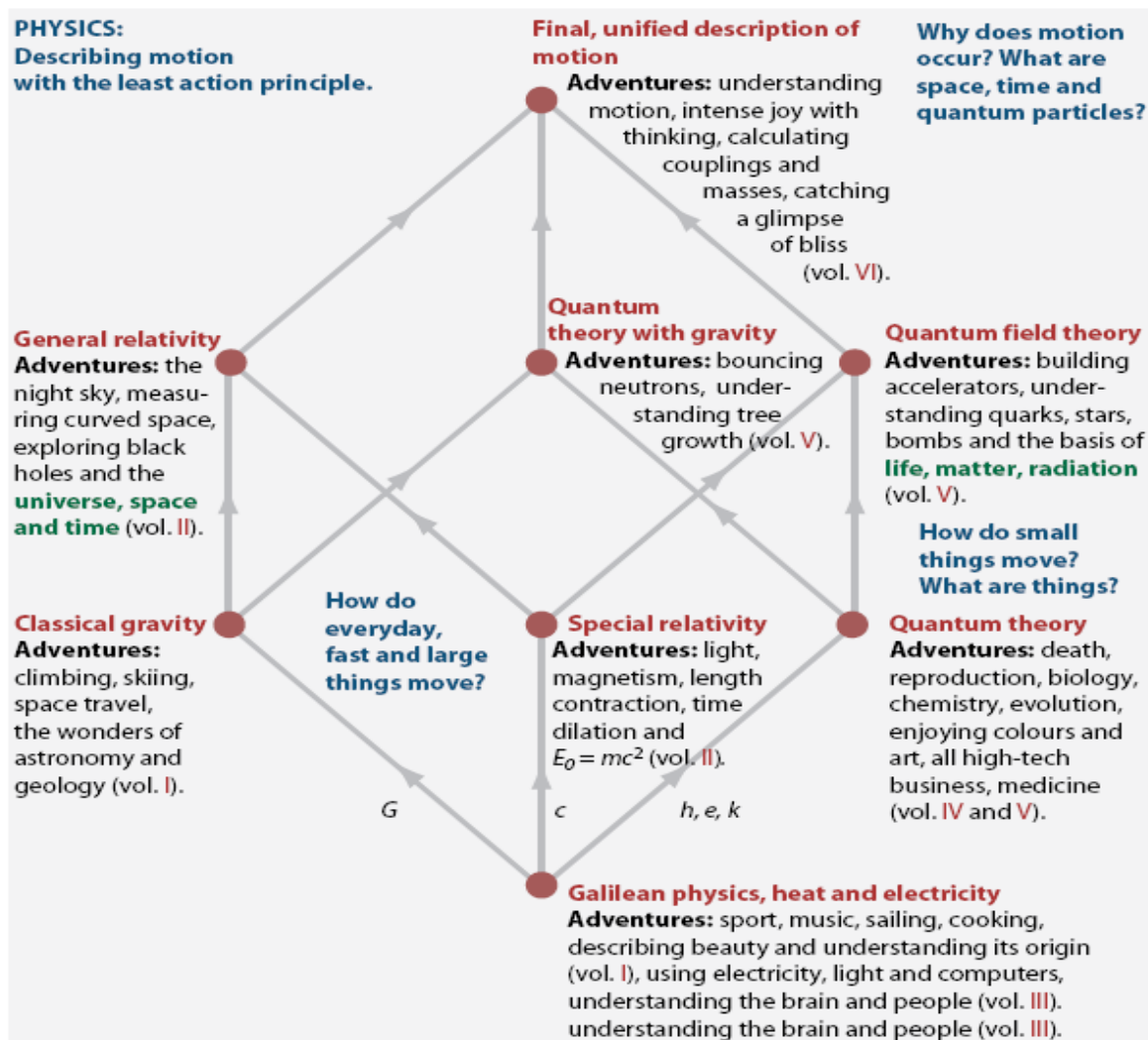


FIGURA 1 Un mapa completo de la física: las conexiones están definidas por la velocidad de la luz c , la constante gravitacional G , la constante h de Planck, la constante k de Boltzmann y la carga elemental e .

USO DE ESTE LIBRO

Las notas marginales se refieren a referencias bibliográficas, a otras páginas o a soluciones de desafío.

En la edición en color, las notas marginales, los punteros a las notas al pie y los enlaces a los sitios web se compilan en verde. Con el tiempo, los enlaces en internet tienden a desaparecer. La mayoría de los enlaces se pueden recuperar a través de www.archive.org, que guarda una copia de las páginas de Internet antiguas. En la edición libre en pdf de este libro, disponible en www.motionmountain.net, se puede hacer clic en todos los indicadores verdes y enlaces. La edición en pdf también contiene todas las películas; se pueden ver directamente en Adobe Reader.

Las soluciones y sugerencias para los desafíos se dan en el apéndice. Los desafíos se clasifican en fácil (e), nivel de estudiante estándar (s), dificultad (d) y nivel de investigación (r). Los desafíos para los cuales no se ha incluido ninguna solución en el libro están marcados (ny).

CONSEJOS PARA LOS ALUMNOS

El aprendizaje nos permite descubrir qué tipo de persona podemos ser. El aprendizaje amplía el conocimiento, mejora la inteligencia y proporciona un sentido de éxito. Por lo tanto, aprender de un libro, especialmente uno sobre la naturaleza, debe ser eficiente y agradable. ¡Evite los malos métodos de aprendizaje como la peste! No use un marcador o un lápiz para resaltar o subrayar el texto en papel. Es una pérdida de tiempo, proporciona una comodidad falsa y hace que el texto sea ilegible. Y no aprendes de una

pantalla. En particular, nunca, nunca, aprenda de Internet, de videos, de juegos o de un teléfono inteligente. La mayoría de internet, casi todos los videos y todos los juegos son venenos y drogas para el cerebro. Los teléfonos inteligentes son dispensadores de drogas que vuelven adictas a las personas y evitan el aprendizaje. Nadie que pone marcas en un papel o mira una pantalla está aprendiendo de manera eficiente o está disfrutando haciéndolo.

En mi experiencia como estudiante y profesor, encontré un método de aprendizaje que nunca fallaba para transformar alumnos sin éxito en los más exitosos: si usted lee un libro para estudiar, resume cada sección a medida que lee, con *sus propias palabras e imágenes, en voz alta*. Si usted es incapaz de hacerlo, lea la sección de nuevo. Repita esto hasta que pueda resumir con claridad lo que lee con sus propias palabras e imágenes, en voz alta. Usted puede hacer esto solo o con amigos, en una habitación o mientras camina. Si hace esto con todo lo que lee, usted reducirá el tiempo de aprendizaje y de lectura de manera significativa, disfrutará aprendiendo de buenos textos mucho más y odiará los malos textos mucho menos. Los expertos del método pueden utilizarlo incluso mientras escuchan una conferencia, en voz baja, evitando así tener que tomar siempre notas.

CONSEJOS PARA PROFESORES

A un profesor le gustan sus alumnos y le gusta guiarlos en la exploración del campo de conocimiento que han elegido. Su entusiasmo por el trabajo es la clave para la satisfacción en el trabajo. Si usted es un docente, antes del inicio de una lección, imagine, sienta y dígame a sí mismo cómo es su forma de disfrutar el tema de la lección; a continuación, imagine, sienta y dígame a sí mismo cómo va a llevar cada uno de sus alumnos a deleitarse con ese tema tanto como lo hace usted. Haga este ejercicio de forma consciente, cada vez. Va a minimizar problemas en su clase y maximizar su éxito en la enseñanza.

Este libro no está escrito con los exámenes en mente; está escrito para que los profesores y estudiantes *entiendan y disfruten* de la física, la ciencia del movimiento.

REALIMENTACIÓN

La última edición en pdf de este texto es y seguirá siendo gratuita para su descarga desde Internet.

Me encantaría recibir un correo electrónico de usted en fb@motionmountain.net, especialmente sobre los siguientes asuntos:

- ¿Qué no estaba claro y debería mejorarse?
- ¿Qué historia, tema, adivinanza, imagen o película echó de menos?

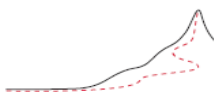
También es bienvenida cualquier ayuda con los puntos específicos que figuran en la página web www.motionmountain.net/help.html. Todos los comentarios se utilizarán para mejorar la próxima edición. Le invitamos a enviar comentarios por correo o mediante el envío de un PDF con notas amarillas adicionales, para proporcionar ilustraciones o fotografías, o para contribuir a la wiki de erratas en el sitio web. Si desea traducir un capítulo del libro en su idioma, hágamelo saber.

En nombre de todos los lectores, gracias de antemano por su aporte. Para una contribución particularmente útil, se lo mencionará, si lo desea, en los reconocimientos, recibirá una recompensa o ambas cosas.

APOYO

Su donación a la organización sin fines de lucro caritativa, exenta de impuestos que produce, traduce y publica esta serie de libros es bienvenida. Para más detalles, consulte la página web www.motionmountain.net/donation.html. La oficina de impuestos alemana verifica el uso correcto de su donación. Si lo desea, su nombre se incluirá en la lista de patrocinadores. Gracias por su ayuda, en nombre de todos los lectores de todo el mundo.

La edición en papel de este libro está disponible, en color o en blanco y negro, en www.amazon.com o www.createspace.com. Y ahora, disfruta la lectura.



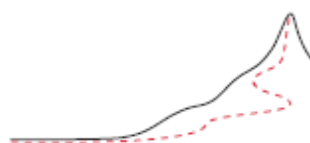
Christoph Schiller

La Montaña del movimiento

La Aventura de la Física

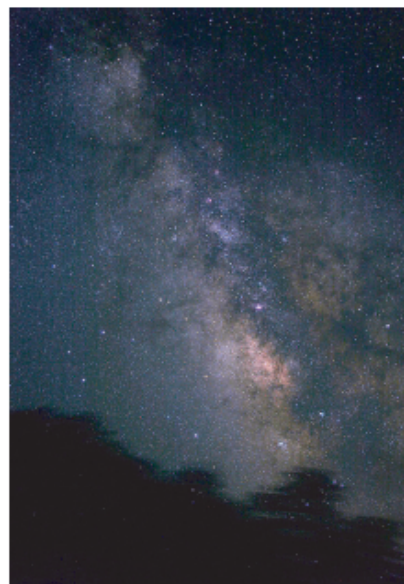
Volumen II

Relatividad



En nuestro afán por aprender cómo se mueven las cosas, la experiencia de caminar y ver nos lleva a descubrir que hay una velocidad de energía máxima en la naturaleza, que dos eventos que ocurren simultáneamente para un observador podrían no serlo para otro, y que la aceleración limita la distancia de observación por un horizonte.

Descubrimos que el espacio vacío se puede doblar, oscilar y moverse, experimentamos la fascinación de los agujeros negros, nos encontramos con que hay una fuerza máxima en la naturaleza, y percibimos por qué podemos ver las estrellas y comprendemos por qué el cielo es oscuro por la noche.



ÍNDICE

Parte I

Capítulo 1: MÁXIMA VELOCIDAD, OBSERVADORES EN REPOSO, Y MOVIMIENTO DE LA LUZ

Capítulo 2: MECÁNICA RELATIVISTA

Capítulo 3: RELATIVIDAD ESPECIAL EN CUATRO FRASES

Parte II

Capítulo 4: RELATIVIDAD GENERAL SIMPLE:

GRAVITACION, VELOCIDAD MÁXIMA Y MÁXIMA FUERZA

9

Máxima fuerza - la relatividad general en una frase ♦ El significado de fuerza y potencia límite ♦ La evidencia experimental ♦ Deduciendo la relatividad general ♦ Gravedad, curvatura del espacio-tiempo, horizontes y fuerza máxima ♦ Condiciones de validez de fuerza y potencia límite ♦ Experimentos Gedanken (pensados) y paradojas sobre la fuerza límite ♦ Experimentos mentales (Gedanken) con los límites de flujo de potencia y de masa ♦ ¿Por qué la fuerza máxima ha permanecido desconocida durante tanto tiempo? ♦ Una comprensión intuitiva de la relatividad general ♦ Una comprensión intuitiva de la cosmología ♦ Desafíos experimentales para el tercer milenio ♦ Una síntesis de la relatividad general – y mínima fuerza.

Capítulo 5: CÓMO LA VELOCIDAD MÁXIMA CAMBIA EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA GRAVEDAD 31

Reposo y caída libre ♦ ¿Qué nos dicen los relojes acerca de la gravedad? ♦ ¿Qué nos dicen las mareas sobre la gravedad? ♦ Espacio curvo y colchones ♦ Espacio-tiempo curvado ♦ La velocidad de la luz y la constante gravitacional ♦ ¿Por qué una piedra lanzada al aire cae de nuevo sobre la Tierra? – Geodésicas ♦ ¿Puede caer la luz?

◆ Curiosidades y divertidos desafíos sobre gravitación ◆ ¿Qué es el peso? ◆ ¿Por qué caen las manzanas? ◆ Un resumen: las implicaciones de la invariancia de la velocidad de la luz sobre la gravitación

Capítulo 6: **ÓRBITAS ABIERTAS, LUZ CURVADA Y BAMBOLEO DEL VACÍO** 48

Campos débiles ◆ La curvatura de la luz y las ondas de radio ◆ El retraso ◆ Efectos relativistas sobre las órbitas ◆ El efecto geodésico ◆ Los efectos de Thirring ◆ Gravitomagnetismo ◆ Ondas gravitacionales ◆ Producción y detección de ondas gravitacionales ◆ Curiosidades y divertidos desafíos acerca de campos débiles ◆ Resumen sobre órbitas y ondas

Capítulo 7: **DE LA CURVATURA AL MOVIMIENTO** 67

Cómo medir la curvatura en dos dimensiones ◆ Tres dimensiones:: curvatura del espacio ◆ La curvatura del espacio-tiempo ◆ La curvatura media y movimiento en la relatividad general ◆ La gravitación universal ◆ La métrica de Schwarzschild ◆ Curiosidades y divertidos desafíos acerca de la curvatura ◆ Curvatura tridimensional: el tensor de Ricci ◆ Curvatura media: el escalar de Ricci ◆ El tensor de Einstein ◆ La descripción de la cantidad de movimiento, masa y energía ◆ Ecuaciones de campo de Einstein ◆ Gravitación universal – de nuevo ◆ Comprendiendo las ecuaciones de campo ◆ La acción de Hilbert– ¿cómo caen las cosas? ◆ La simetría de la relatividad general ◆ La masa en la relatividad general ◆ La fuerza límite y la constante cosmológica ◆ La gravedad, ¿es una interacción? ◆ Cómo calcular la forma de las geodésicas ◆ Gimnasia de Riemann ◆ Curiosidades y divertidos desafíos acerca de la relatividad general ◆ Un resumen de las ecuaciones de campo

Capítulo 8: **¿POR QUÉ PODEMOS VER LAS ESTRELLAS? – MOVIMIENTO EN EL UNIVERSO** 86

¿Qué estrellas vemos? ◆ ¿Cómo hacemos para mirar las estrellas? ◆ ¿Qué vemos por la noche? ◆ ¿Qué es el universo? ◆ El color y el movimiento de las estrellas ◆ ¿Brillan las estrellas cada noche? ◆ Una breve historia del universo ◆ La historia del espacio-tiempo ◆ ¿Por qué el cielo es oscuro de noche? ◆ Las variaciones de color del cielo nocturno ◆ ¿El universo es abierto, cerrado o marginal? ◆ ¿Por qué el universo es transparente? ◆ El big bang y sus consecuencias ◆ ¿El big bang fue un big bang? ◆ ¿El big bang fue un evento? ◆ ¿El big bang fue un inicio? ◆ ¿El big bang implica la creación? ◆ ¿Por qué podemos ver el Sol? ◆ ¿Por qué los colores de las estrellas difieren de unas a otras? ◆ ¿Qué son las estrellas oscuras? ◆ ¿Son todas las estrellas diferentes? – Las lentes gravitacionales ◆ ¿Cuál es la forma del universo? ◆ ¿Qué hay tras el horizonte? ◆ ¿Por qué hay estrellas en todas partes? – La inflación ◆ ¿Por qué hay tan pocas estrellas? – El contenido de energía y de entropía del universo ◆ ¿Por qué la materia es agregada? ◆ ¿Por qué las estrellas son tan pequeñas respecto del universo? ◆ ¿Están las estrellas y galaxias separándose o está el universo en expansión? ◆ ¿Hay más de un universo? ◆ ¿Por qué las estrellas están fijas? – Brazos, estrellas y el principio de Mach ◆ ¿En reposo en el universo? ◆ ¿Atrae la luz a la luz? ◆ ¿Se descompone la luz? ◆ Resumen sobre cosmología

Capítulo 9: **AGUJEROS NEGROS – CAYENDO SIEMPRE** 126

¿Por qué explorar los agujeros negros? ◆ Concentración de masa y horizontes ◆ Los horizontes del agujero negro como superficie límite ◆ Las órbitas en torno a los agujeros negros ◆ Los agujeros negros no tienen cabellos ◆ Los agujeros negros como fuente de energía ◆ Formación e investigación de los agujeros negros ◆ Singularidad ◆ Curiosidades y divertidos desafíos sobre los agujeros negros ◆ Resumen de los agujeros negros ◆ Un concurso – ¿el universo es un agujero negro?

Capítulo 10: **¿ES EL ESPACIO DIFERENTE DEL TIEMPO?** 139

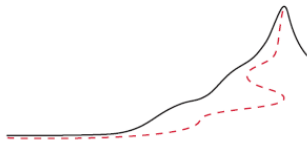
Spazio e tempo possono essere misurati? ◆ ¿Son necesarios el espacio y el tiempo? ◆ ¿Existen las curvas cerradas tipo-tiempo? ◆ ¿La relatividad general es local? – El argumento del agujero ◆ ¿La tierra es hueca? ◆ Un resumen: espacio, tiempo y masa, ¿son independientes?

Capítulo 11: **RELATIVIDAD GENERAL EN UNA CÁSCARA DE NUEZ – UN RESUMEN PARA EL LEGO** 144

La precisión de la descripción ◆ La investigación en relatividad general y en cosmología ◆ ¿Podría ser distinta la relatividad general? ◆ Los límites de la relatividad general

Apéndice A 150

Soluciones a los desafíos: 167



Capítulo 4

RELATIVIDAD GENERAL FÁCIL: GRAVITACION, VELOCIDAD MÁXIMA Y FUERZA MÁXIMA

La relatividad general es *fácil*. Hoy en día, puede hacerse tan intuitiva como la gravitación universal

y su ley de la inversa del cuadrado, de modo que las principales ideas de la relatividad general, como las de la relatividad especial, son accesibles a las estudiantes de escuelas secundarias. En particular, los agujeros negros, las ondas gravitacionales, la curvatura del espacio-tiempo y los límites del universo pueden entenderse entonces tan fácilmente como la paradoja de los gemelos.

En las siguientes páginas descubriremos que, así como la relatividad especial se basa en y se deriva de una *velocidad máxima* c ,

▷ La relatividad general se basa y se deriva de un *cambio de cantidad de movimiento máximo*, o una *fuerza máxima* $c^4/4G$ – o, equivalentemente, de una *potencia máxima* $c^5/4G$.

Primero demostramos que todos los datos experimentales conocidos son consistentes con estos límites. Luego nos encontraremos con que la fuerza máxima y la potencia máxima se alcanzan sólo en superficies límite insuperables.

▷ Las superficies que realizan la fuerza máxima - o el máximo flujo de cantidad de movimiento- y la potencia máxima – o flujo máximo de energía - se denominan *horizontes*.

Los Horizontes son simples generalizaciones de los horizontes que nos encontramos en la relatividad especial. Pronto sabremos por qué los valores máximos están relacionados con ellos. Los Horizontes juegan en la relatividad general el papel que juegan los haces de luz en la relatividad especial: son los sistemas que *realizan* el límite. Un horizonte es la razón por la que el cielo es oscuro por la noche y que el universo es de tamaño finito. Los Horizontes nos dicen que, en general, el espacio-tiempo es curvo. Y los horizontes nos permitirán deducir las ecuaciones de campo de la relatividad general.

También discutiremos los principales argumentos en contra y las paradojas que surgen de los límites de fuerza y de potencia. Las resoluciones de las paradojas aclaran por qué los límites han permanecido latentes durante tanto tiempo, tanto en experimentos como en la enseñanza.

Después de esta introducción, estudiaremos los efectos de la gravedad relativista en detalle. Exploraremos las consecuencias de la curvatura del espacio-tiempo para los movimientos de los cuerpos y de la luz en nuestro entorno cotidiano. Por ejemplo, se modificará la ley de la inversa del cuadrado.



FIGURA 59 Efectos de la gravedad: una estalactita goteando (© Richard Cindric) y los anillos de Saturno, fotografiado cuando el Sol se oculta detrás del planeta (cortesía CICLOPS, JPL, ESA, NASA).

Desafío 166 s (¿Puede explicar por qué esto es necesario en vista de lo que hemos aprendido hasta ahora?)
Lo más fascinante de todo, vamos a descubrir cómo mover y doblar el vacío. A continuación estudiaremos el universo en general. Por último, exploraremos la forma más extrema de la gravedad: los agujeros negros.

MÁXIMA FUERZA – RELATIVIDAD GENERAL EN UNA FRASE

One of the principal objects of theoretical research in any department of knowledge is to find the point of view from which the subject appears in its greatest simplicity. ^{ref.108}

Willard Gibbs

Uno de los principales objetivos de la investigación teórica en cualquier departamento del conocimiento es encontrar el punto de vista desde el cual el asunto aparece en su mayor simplicidad.

Acabamos de ver que la teoría de la relatividad *especial* aparece cuando reconocemos el límite de velocidad c en la naturaleza y tomamos este límite como un principio básico. Al comienzo del siglo XXI, se demostró que la relatividad general se puede abordar mediante el uso de un principio básico parecido: ^{ref.109}

• *Existe en la naturaleza una fuerza máxima, o una variación temporal de la cantidad de movimiento máxima:*

$$F \leq \frac{c^4}{4G} = 3,0258(4) \cdot 10^{43} \text{ N} \quad (104)$$

En la naturaleza, no hay fuerza en cualquier músculo, máquina o sistema que pueda superar este valor. Para los curiosos, el valor de la fuerza límite es la energía de un agujero negro (de Schwarzschild) dividido por dos veces su radio. El límite de la fuerza se puede entender intuitivamente observando que los agujeros negros (de Schwarzschild) son los cuerpos más densos posibles para una masa dada. Dado que existe un límite respecto a cuánto puede comprimirse un cuerpo, las fuerzas - ya sean gravitatorias, eléctricas, centrípetas o de cualquier otro tipo - no puede ser arbitrariamente grandes.

Alternativamente, es posible utilizar otra enunciación equivalente como principio básico:

▷ *Hay una potencia máxima, o cambio de energía por unidad de tiempo máximo, en la naturaleza:*

$$P \leq \frac{c^5}{4G} = 9,071(1) \cdot 10^{51} \text{ W} \quad (105)$$

No hay potencia de cualquier lámpara, motor o explosión que pueda exceder de este valor. Es equivalente a $1,2 \cdot 10^{49}$ C.V. Una forma de visualizar el valor es la siguiente: la potencia máxima corresponde a convertir 50 masas solares en radiación sin masa en un milisegundo. La potencia máxima tiene lugar cuando un agujero negro (de Schwarzschild) radia durante el tiempo que la luz tarda en viajar a lo largo de una longitud que corresponde a su diámetro. Veremos a continuación precisamente lo que son los agujeros negros y por qué están conectados a estos límites.

TABLA 3 Cómo convencerse a sí mismo y a los demás de que hay una fuerza máxima $c^4 / 4G$ o una potencia máxima $c^5 / 4G$ en la naturaleza. Compare esta tabla con la tabla sobre velocidad máxima, en la página 24 anterior, y con la tabla sobre una acción más pequeña, en el volumen IV.

Asunto	Método
El valor de fuerza $c^4 / 4G$ es invariante respecto del observador	Comprobar todas las observaciones
Los valores de fuerza $> c^4 / 4G$ no se han observado	Comprobar todas las observaciones
Los valores de fuerza $> c^4 / 4G$ no son locales o no se deben al transporte de energía	Comprobar todas las observaciones
No se pueden producir valores de fuerza $> c^4 / 4G$	Comprobar todos los intentos
No se pueden imaginar valores de fuerza $> c^4 / 4G$	Resolver todas las paradojas
Un valor de fuerza máximo $c^4 / 4G$ es un principio de la naturaleza	1 - deducir de ella la teoría de la relatividad general y comprobarla 2 - mostrar que todas las consecuencias, por extrañas que sean, son confirmadas por la observación

Aún aparece otro límite equivalente cuando la potencia máxima se divide por c^2 .

▷ *Hay un ritmo de cambio en masa máximo en la naturaleza:*

$$\frac{dm}{dt} \leq \frac{c^3}{4G} = 1,00093(1) \cdot 10^{35} \text{ kg/s} \quad (106)$$

Este límite en el flujo de masa impone un límite a las bombas, motores a reacción y comedores rápidos. En efecto, la velocidad del flujo de agua o de cualquier otro material a través de los tuberías es limitada. El límite de flujo de masa es obviamente equivalente al límite de fuerza o de potencia.

La existencia de una fuerza, potencia o flujo de masa máxima implica toda la teoría de la relatividad general. Con el fin de demostrar la corrección y la utilidad de este enfoque, se requiere una secuencia de argumentos. Dicha secuencia de argumentos, listada en la [Tabla 3](#), es la misma que la que se utilizó para el establecimiento de la velocidad límite en la relatividad especial. El fundamento es reconocer que el valor de la fuerza máxima es *invariante*. Esto se deduce de la invariancia de c y G . Para el primer argumento, necesitamos reunir toda la *evidencia observacional* para el límite reivindicado y demostrar que es válido en todos los casos. En segundo lugar, tenemos que demostrar que el límite se aplica en todas las situaciones *posibles e imaginables*; las paradojas aparentes tendrán que ser resueltas. Por último, a fin de establecer el límite como un principio de la naturaleza, deberemos mostrar que la *relatividad general se deduce* de él.

Estos tres pasos estructuran esta introducción a la relatividad general. Comenzamos la historia explicando el origen de la idea de un valor límite.

EL SIGNIFICADO DE LOS LÍMITES DE FUERZA Y POTENCIA

En los siglos XIX y XX muchos físicos se esforzaron en evitar el concepto de fuerza. Heinrich Hertz hizo que fuera un principio rector de su trabajo, y escribió un libro de texto influyente en la mecánica clásica sin tener que utilizar el concepto. Los padres de la teoría cuántica, que conocían este texto, abandonaron por completo el término "fuerza" del vocabulario de la física microscópica. Mientras tanto, el concepto de "fuerza gravitacional" fue eliminado de la relatividad general al reducirlo a una "pseudo-fuerza". La Fuerza había pasado de moda.

Sin embargo, el principio de fuerza máxima tiene sentido, siempre que lo visualicemos por medio de la definición de la fuerza:

▷ *Fuerza es el flujo de cantidad de movimiento por unidad de tiempo.*

En la naturaleza, la cantidad de movimiento no puede ser creada ni destruida. Utilizamos el término "flujo" para recordarnos que la cantidad de movimiento, siendo una cantidad que se conserva, sólo se puede cambiar mediante entrada o salida de flujo^{ref. 110}. En otras palabras,

▷ *El cambio de cantidad de movimiento, y por lo tanto la fuerza, siempre tiene lugar a través de alguna superficie frontera.*

Este hecho es de importancia capital. Siempre que pensamos en fuerza en un punto, lo que *realmente* queremos decir es que la cantidad de movimiento 'fluye' a través de una superficie en ese punto. Y que la cantidad está limitada.

▷ *Fuerza es un concepto relativo*

Cualquier medida de fuerza es relativa a una superficie. Cualquier medición de flujo de la cantidad de movimiento es relativa. En relatividad especial, la velocidad es relativa; sin embargo, la velocidad está limitada. En relatividad general, la fuerza es relativa; sin embargo, la fuerza está limitada. Esa es la fascinación del límite de la fuerza.

La relatividad general explica esta idea habitualmente de la siguiente manera: Las fuerzas mantienen a los cuerpos siguiendo las geodésicas. (Una *geodésica* es una trayectoria seguida por una partícula en caída libre) El mecanismo subyacente a una fuerza medida no es importante; con el fin de tener un ejemplo concreto para guiar la discusión puede ser útil imaginar la fuerza como de origen electromagnético. Sin embargo, cualquier tipo de fuerza o flujo de cantidad de movimiento está limitado, relativo a cualquier superficie. No es importante si la superficie, es decir, el observador o el cuerpo no siguen geodésicas.

El principio de fuerza máxima se reduce a la siguiente proposición: si imaginamos cualquier superficie física (y se cubre con observadores), la integral de flujo de momento a través de la superficie (medida por todos esos observadores) nunca sobrepasa el valor límite $c^4 / 4G$. No importa cómo se elija la superficie, siempre que sea física:

▷ *Una superficie es física siempre que podamos fijar observadores sobre ella.*

Hacemos hincapié en que los observadores en relatividad general, como en la relatividad especial, son sistemas físicos masivos que son lo suficientemente pequeños para que su influencia en el sistema bajo observación sea insignificante.

El principio de la fuerza máxima impone un límite en los músculos, en el efecto de martillos, en el flujo de material, en la aceleración de los cuerpos masivos, y mucho más. Ningún sistema puede crear, medir o experimentar una fuerza por encima del límite. Ninguna partícula, ningún bulldozer y ninguna galaxia pueden excederlo.

La existencia de una fuerza límite tiene una consecuencia atractiva. En la naturaleza, las fuerzas pueden ser medidas. Cada medición es una comparación con un patrón estándar.

▷ La fuerza límite proporciona una *unidad natural* de fuerza: la *fuerza de Planck*.

La unidad de fuerza encaja dentro del sistema de unidades naturales que Max Planck derivó de c , G y h (hoy en día se prefiere $\hbar = h/2\pi$). Por lo tanto la fuerza máxima proporciona un *estándar de medida* de la fuerza que válido en cada lugar y en cada instante de tiempo.

El valor límite de la fuerza máxima $c^4 / 4G$ difiere de la unidad originalmente propuesta de Planck de dos maneras. En primer lugar, el factor numérico es diferente (Planck tuvo en cuenta el valor c^4 / G). En segundo lugar, la fuerza unidad es un valor *límite*. A este respecto, la fuerza máxima juega el mismo papel que la velocidad máxima.^{ref. 111} Como veremos más adelante, esta propiedad límite es válida para todas las demás unidades de Planck, una vez que los factores numéricos se han corregido adecuadamente. El factor 1/4 no tiene un significado más profundo: es sólo el valor que conduce a la forma correcta de las ecuaciones de campo de la relatividad general. El factor 1/4 en el límite también se requiere para recuperar, en situaciones cotidianas, la ley de la inversa del cuadrado de la gravitación universal. Cuando el factor se toma en cuenta adecuadamente, la fuerza máxima (o potencia) viene dada simplemente por la energía de Planck (corregida) dividido por la longitud de Planck (corregida) o tiempo de Planck.

La expresión $c^4/4G$ para la fuerza máxima implica la velocidad de la luz c y la constante gravitacional G ; por lo tanto, la califica como una proposición sobre la *gravitación relativista*. El principio fundamental de la relatividad especial obedece $v \leq c$ para todos los observadores. Análogamente, el principio básico de la relatividad general afirma que en todos los casos la fuerza F y la potencia P obedecen a $F \leq c^4/4G$ y $P \leq c^5/4G$. No importa si el observador mide la fuerza o la potencia mientras se mueve a alta velocidad con respecto al sistema bajo observación, durante la caída libre, o mientras se está acelerando fuertemente. Sin embargo, veremos que es esencial que el observador registre los valores medidos en su *propia ubicación* y que el observador sea *realista*, es decir, hecho de materia y no separado del sistema por un horizonte. Estas condiciones son las mismas que deben ser obedecidas por los observadores que miden la velocidad en la relatividad especial.

El límite de fuerza se refiere a 3-fuerza (el 3 hace referencia al número de coordenadas), o lo que llamamos "fuerza" en la vida cotidiana, y que el límite de potencia se refiere a lo que llamamos "potencia" en la vida cotidiana. En otras palabras, en la naturaleza, tanto la 3-velocidad como la 3-fuerza son limitadas.

Puesto que la potencia física es la fuerza multiplicada por la velocidad, y dado que la naturaleza proporciona un límite de velocidad, la fuerza límite y la potencia límite son equivalentes. Ya hemos visto que la fuerza y la potencia aparecen juntos en la definición de la 4-fuerza. La afirmación de una 3-fuerza máxima es válida para cada componente de la 3-fuerza, así como para su magnitud. (Como veremos más adelante, un impulso a un observador con alto valor de γ no puede ser usado para superar los límites de fuerza o potencia). El límite de potencia limita la producción de motores de automóviles y motocicletas, lámparas, láseres, estrellas, fuentes de radiación gravitatoria y galaxias. El principio de potencia máxima afirma que no hay manera de mover la energía o deshacerse de ella más rápidamente que eso.

El límite de potencia se puede entender intuitivamente haciendo notar que cada motor produce *escapes*, es decir, que un poco de materia o energía se quedan atrás. Para una lámpara, una estrella o un agujero negro que se evapora, los escapes son la radiación emitida; para un coche o motor a reacción son gases calientes; para una turbina de agua el escape es el agua que se mueve lentamente cuando abandona la turbina; para un cohete es la materia expulsada en su extremo posterior; para un cohete de fotones o un motor eléctrico es la energía electromagnética. Siempre que la potencia de un motor se acerca al valor límite, los escapes aumentan dramáticamente en masa-energía. Para masas de escape extremadamente altas, la atracción

*Cuando Planck descubrió el cuanto de acción, se dio cuenta de la posibilidad de definir unidades naturales para todas las magnitudes observables. De hecho, en un paseo con su hijo de siete años, Erwin, en un bosque de los alrededores de Berlín, le dijo que había hecho un descubrimiento tan importante como el descubrimiento de la gravedad universal.

gravitatoria de estos escapes - incluso si son sólo de radiación - impide una mayor aceleración del motor con respecto a ellos.

▷ El principio de la máxima potencia expresa de este modo que hay un mecanismo de *frenado* integrado en la naturaleza; este mecanismo de frenado es la gravedad.

La afirmación de una fuerza, potencia o de cambio masa máximos en la naturaleza parece casi demasiado fantástico para ser verdad. Por lo tanto, nuestra primera tarea es comprobarlo empíricamente tan a fondo como sea posible.

LA EVIDENCIA EXPERIMENTAL

Al igual que el principio de máxima velocidad, el principio de fuerza máxima debe ser comprobado experimentalmente en primer lugar. Recordemos que Michelson pasó gran parte de su vida de investigador en busca de posibles variaciones en el valor de la velocidad de la luz. Sin embargo, nadie ha dedicado mucho esfuerzo a probar la fuerza o potencia máxima. Sin embargo, es sencillo confirmar que ningún experimento, ya sea microscópico, macroscópico o astronómico, ha medido nunca valores de fuerza mayores que el límite indicado. Muchas personas han afirmado haber producido velocidades mayores que la de la luz. Hasta el momento, nadie ha reivindicado que jamás haya producido u observado una fuerza superior al valor límite.

Desafío 167 s

Las grandes aceleraciones que las partículas sufren en las colisiones en el interior del Sol, en los aceleradores más potentes o en las reacciones debidas a los rayos cósmicos corresponden a los valores de fuerza mucho menores que la fuerza límite. Lo mismo es cierto para los neutrones en las estrellas de neutrones, para quarks dentro de los protones, y para toda la materia que se ha observado cayendo hacia los agujeros negros. Por otra parte, la búsqueda de singularidades espacio-temporales, que permitiría a las fuerzas alcanzar o exceder el límite de la fuerza, ha sido infructuosa.

En el dominio astronómico, todas las fuerzas entre las estrellas o galaxias están por debajo del valor límite, como lo están las fuerzas en su interior. Ni siquiera las interacciones entre las dos mitades del universo exceden el límite, cualquiera que sea la división física razonable entre las dos mitades. (Se definirá el significado de "división física razonable" a continuación; para las divisiones que *no* son razonables, se *pueden* construir excepciones a la afirmación de fuerza máxima. *Desafío 168 s* Usted puede disfrutar de la búsqueda de tal excepción.)

Los astrónomos también han fracasado en detectar cualquier región del espacio-tiempo cuya curvatura (un concepto que se introduce a continuación) sea lo suficientemente grande como para permitir que las fuerzas excedan la fuerza límite. De hecho, ninguna de las numerosas observaciones recientes de los agujeros negros ha sacado a la luz fuerzas más grandes que el valor límite u objetos más pequeños que el correspondiente radio del agujero negro.

El límite de potencia también se puede comprobar experimentalmente. Resulta que la potencia - o la luminosidad - de estrellas, cuásares, púlsares binarios, estallidos de rayos gamma, galaxias o cúmulos de galaxias efectivamente puede ser una fracción considerable de la potencia límite. Sin embargo, nunca se ha observado ninguna violación del límite.^{ref. 113} De hecho, la suma de toda la salida de luz de todas las estrellas en el universo no excede del límite. Del mismo modo, incluso las más brillantes fuentes de ondas gravitacionales, la fusión de agujeros negros, no exceden el límite de potencia. Por ejemplo, la fusión de agujeros negros publicada en 2016,^{ref. 112} posiblemente el evento más poderoso observado hasta el momento, transformó aproximadamente 3 masas solares en radiación en 0.2 s. Por lo tanto, su potencia era aproximadamente tres mil veces menor que el límite de potencia $c^5 / 4G$, la potencia máxima posiblemente era alrededor de trescientas veces menor que el límite. Sólo el brillo de la evaporación de agujeros negros en su fase final podría ser igual a la potencia límite. Pero hasta ahora, nunca se ha observado ninguna. (Dado que varias fuentes localizadas cercanas pueden aproximarse al límite de potencia, surge la llamada *paradoja de la potencia*, que será discutida más adelante).

Del mismo modo, todas las tasas de flujo de masa observadas están órdenes de magnitud por debajo del límite correspondiente. También los sistemas físicos que son análogos matemáticos de los agujeros negros^{ref. 114} - por ejemplo, los agujeros negros acústicos silenciosos o agujeros negros ópticos - no invalidan los límites de fuerza y de potencia que se mantienen en los sistemas correspondientes.

En resumen, la situación experimental es algo decepcionante. Los experimentos no contradicen los valores límite. Pero tampoco los datos hacen mucho por confirmarlos. La razón es la falta de horizontes en la vida cotidiana y en los sistemas experimentalmente accesibles.

La velocidad máxima en la base de la relatividad especial se encuentra en casi todas partes; la fuerza máxima y la potencia máxima no se encuentran casi en ninguna parte. A continuación vamos a proponer algunas pruebas destinadas a los límites que podrían realizarse en el futuro.

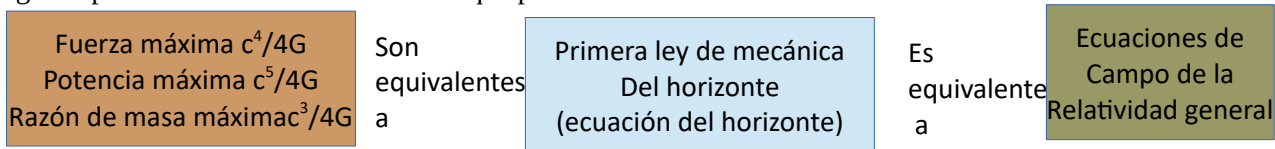


FIGURA 60 Mostrando la equivalencia de la fuerza o potencia máxima con las ecuaciones de campo de la relatividad general.

DEDUCIENDO LA RELATIVIDAD GENERAL**

A fin de establecer los límites de la fuerza y la potencia máximas como principios físicos fundamentales, no es suficiente mostrar que son consistentes con lo que observamos en la naturaleza. Es necesario demostrar que implican la teoría completa de la relatividad general. (Esta sección es solamente para lectores que ya conozcan las ecuaciones de campo de la relatividad general. Otros lectores pueden saltar a la próxima sección).

Con el fin de derivar la teoría de la relatividad necesitamos estudiar aquellos sistemas que *cumplan* el límite bajo escrutinio. En el caso de la teoría especial de la relatividad, el principal sistema que cumple el límite de velocidad es la luz. Por esta razón, la luz es central para la exploración de la relatividad especial. En el caso de relatividad general, los sistemas que cumplen el límite son menos evidentes. Advierta primero que una fuerza máxima (o potencia) no puede ser realizadas a través de un *volumen* del espacio. Si fuera posible, un simple “*boost*”**, podría transformar la fuerza (o potencia) en un valor más elevado. Por lo tanto, la naturaleza puede dar cuenta de fuerza y potencia máxima únicamente sobre superficies, no sobre volúmenes. Además, esas superficies deben ser inalcanzables. Estas superficies inalcanzables son básica en la relatividad general; se llaman *horizontes*.^{ref.109, ref. 111}

▷ La fuerza y la potencia máxima sólo aparecen en los horizontes.

Nos hemos encontrado con horizontes en la relatividad especial, en el que se definieron como las superficies que imponen límites a la observación. (Note el contraste con la vida cotidiana, donde un horizonte es sólo una línea, no una superficie.) La presente definición de un horizonte como una superficie de fuerza máxima (o potencia) es equivalente a la definición de como una superficie más allá del cual no puede recibirse ninguna señal. En ambos casos, un horizonte es una superficie más allá de la cual cualquier interacción es imposible.

La conexión entre los horizontes y la fuerza máxima es un punto central de la gravedad relativista. Es tan importante como la conexión entre la luz y la velocidad máxima en la relatividad especial. En la relatividad especial, hemos demostrado que el hecho de que la velocidad de la luz sea la velocidad máxima en la naturaleza implica las transformaciones de Lorentz. En la relatividad general, ahora vamos a demostrar que la fuerza máxima en la naturaleza, que podemos llamar la *fuerza del horizonte*, implica las ecuaciones de campo de la relatividad general. Para lograr este objetivo, se comienza con la comprensión de que todos los horizontes tienen un flujo de energía a través de ellos. El flujo depende de la curvatura del horizonte, como veremos más adelante. Esta conexión implica que los horizontes no pueden ser planos, ya que un plano infinitamente extenso implicaría un flujo de energía infinito.

La deducción de las ecuaciones de la relatividad general tiene sólo dos pasos, como se muestra en la **Figura 60**. En el primer paso, se muestra que el principio de fuerza o potencia máxima implica la primera “ley” de la mecánica horizonte. En el segundo paso, se muestra que la primera “ley” implica las ecuaciones de campo de la relatividad general.

El horizonte finito más simple es una esfera estática, lo que corresponde a un agujero negro de Schwarzschild. Un horizonte esférico se caracteriza por su radio de curvatura R , o equivalentemente, por su gravedad superficial a ; las dos cantidades están relacionadas por $2aR = c^2$. Ahora, la energía fluyente a través de cualquier horizonte es siempre finita en extensión, cuando se mide a lo largo de la dirección de propagación. Así, podemos hablar más específicamente de un pulso de energía. Cualquier pulso de energía a través de un horizonte está de este modo caracterizado por una energía E y una longitud propia L . Cuando el

*Esta sección puede omitirse en primera lectura. (Las pruebas mencionadas datan de diciembre 2003.)

** Un *boost* se definió en la relatividad especial como un cambio de punto de vista a un segundo observador que se *mueve* en relación con el primero. Es una transformación en el eje-x, conocida como un *boost* (empuje) en la dirección del *eje-x*:

pulso de energía fluye perpendicularmente a través de un horizonte, la relación del cambio de la cantidad de movimiento, o fuerza, para un observador en el horizonte es

$$F = \frac{E}{L} \quad (107)$$

Nuestra meta es mostrar que la existencia de una fuerza máxima implica la relatividad general. Ahora, la fuerza máxima se realiza en horizontes. Por lo tanto necesitamos insertar los valores máximos posibles en ambos lados de la ecuación (107) y demostrar que surge la relatividad general.

Usando el valor máximo de la fuerza y el área $4\pi R^2$ para un horizonte esférico tenemos

$$\frac{c^4}{4G} = \frac{E}{LA} 4\pi R^2 \quad (108)$$

La fracción E/A es la energía por área que fluye a través de cualquier área A que es parte de un horizonte. La inserción de valores máximos está completa cuando notamos que la longitud L del pulso de energía está limitada por el radio R . El límite $L \leq R$ se sigue de consideraciones geométricas: visto desde el lado cóncavo del horizonte, el pulso debe ser más corto que el radio de curvatura. Un argumento independiente es el siguiente. La longitud L de un objeto acelerado por a está limitada, por la relatividad especial, por $L \leq c^2/2a$.^{ref. 115} La relatividad especial ya muestra que este límite está relacionado con la aparición de un horizonte. Junto con la relación (108), la afirmación de que los horizontes son superficies de fuerza máxima conduce a la siguiente relación importante para horizontes esféricos estáticos:

$$E = \frac{c^2}{8\pi G} a A \quad (109)$$

Esta *ecuación del horizonte* establece el flujo de energía E a través de un área A de un horizonte esférico con gravedad superficial a . Establece que la energía que fluye a través de un horizonte está limitada, que esta energía es proporcional al área del horizonte, y que el flujo de energía es proporcional a la gravedad de la superficie. (La ecuación del horizonte se llama también la *primera ley de la mecánica del agujero negro* o la *primera ley de la mecánica del horizonte*.)^{ref. 116}

La derivación anterior también produce el resultado intermedio

$$E \leq \frac{c^4}{16\pi G} \frac{A}{L} \quad (110)$$

Esta forma de ecuación del horizonte expresa más claramente que ninguna otra superficie distinta de un horizonte puede lograr el flujo de energía máximo, cuando se dan el área y longitud de pulso (o gravedad de la superficie). *La gravitación limita el flujo de energía*. Ningún otro dominio de la física hace aseveraciones comparables: son intrínsecos a la teoría de la gravitación.

Una derivación alternativa de la ecuación horizonte comienza con el énfasis en la potencia en lugar de en la fuerza, usando $P = E/T$ como ecuación inicial.

Es importante hacer hincapié en que las ecuaciones de horizonte (109) y (110) se derivan de sólo dos supuestos: primero, hay una velocidad máxima en la naturaleza, y en segundo lugar, hay una fuerza máxima (o potencia) en la naturaleza. No se asume ninguna teoría específica de gravitación. La ecuación del horizonte incluso podría ser comprobable experimentalmente, como se argumenta más adelante.

A continuación, tenemos que generalizar la ecuación del horizonte desde horizontes estáticos y esféricos a horizontes generales. Puesto que la fuerza máxima se supone que es válida para *todos* los observadores, ya sea por inercia o aceleración, la generalización es sencilla. Para un horizonte que se curva de forma irregular o variable en el tiempo la ecuación del horizonte se convierte en

$$\delta E = \frac{c^2}{8\pi G} a \delta A \quad (111)$$

Esta relación diferencial -puede llamarse la *ecuación general del horizonte*- es válida para cualquier horizonte. Se puede aplicar por separado para cada trozo δA de un horizonte dinámico o espacialmente variable. Se ha sabido que la ecuación de horizonte general (110) es equivalente a la relatividad general al menos desde 1995, cuando esta equivalencia fue (implícitamente) demostrada por Jacobson.^{ref. 117} Mostraremos que la ecuación diferencial del horizonte desempeña el mismo papel para la relatividad general que la ecuación $dx = c dt$ tiene para la relatividad especial. De ahora en adelante, cuando hablamos de la ecuación del horizonte, nos referimos a la forma diferencial general (111) de la relación.

Resulta instructivo replantear el comportamiento de pulsos de energía de longitud L de manera que se mantenga para cualquier superficie, incluso una que no sea un horizonte. Repitiendo la derivación anterior, obtenemos

$$\frac{\delta E}{\delta A} \leq \frac{c^4}{16\pi G L} \quad (112)$$

La igualdad sólo se tiene lugar cuando la superficie A es un horizonte. En otras palabras, cada vez que el valor $\delta E / \delta A$ en un sistema físico se aproxima al lado derecho, comienza a formarse un horizonte. Esta conexión será esencial en nuestra discusión de aparentes contraejemplos a los principios límite.

Si tenemos en cuenta que en un horizonte la longitud L del pulso obedece a $L \leq c^2 / 2a$, queda claro que la ecuación general del horizonte es una consecuencia de la fuerza máxima $c^4 / 4G$ o de la potencia máxima $c^5 / 4G$. Además, la ecuación del horizonte también tiene en cuenta la velocidad máxima, que está en el origen de la relación $L \leq c^2 / 2a$. Por lo tanto la ecuación del horizonte se sigue únicamente a partir de estos dos límites de la naturaleza. Observemos también que la ecuación del horizonte – o, equivalentemente, la fuerza o potencia límite– implica una razón de cambio de masa máxima en la naturaleza dada por $dm/dt \leq c^3 / 4G$.

Lo restante, segunda etapa del argumento, es la derivación de la relatividad general de la ecuación general del horizonte.^{ref. 117} Esta derivación fue proporcionada por Jacobson, y se dan los puntos esenciales en los siguientes párrafos.

Para ver la conexión entre la ecuación general horizonte (111) y las ecuaciones de campo, sólo necesitamos generalizar la ecuación general del horizonte a los sistemas de coordenadas generales y a las direcciones generales del flujo de energía-cantidad de movimiento. Esto se logra mediante la introducción de la notación tensorial que está adaptada para el espacio-tiempo curvo.

Para generalizar la ecuación general del horizonte, se introduce el elemento de superficie general $d\Sigma$ y el campo vectorial local “boost” de Killing k que genera el horizonte (con la norma adecuada). Jacobson utiliza estas dos cantidades para volver a escribir la parte izquierda de la ecuación general del horizonte (110) como

$$\delta E = \int T_{ab} k^a d\Sigma^b \quad (113)$$

donde T_{ab} es el tensor energía-cantidad de movimiento*. Esta expresión obviamente da la energía en el horizonte para sistemas de coordenadas arbitrarias y direcciones de flujo de energía arbitrarias.

El principal resultado de Jacobson es que el factor $a \delta A$ en el lado derecho de la ecuación general del horizonte (111) puede ser reescrita, haciendo uso de la ecuación (puramente geométrica) de Raychaudhuri, como

$$a \delta A = c^2 \int R_{ab} k^a d\Sigma^b \quad (113)$$

donde R_{ab} es el tensor de Ricci que describe la curvatura del espacio-tiempo. Esta relación describe cómo las propiedades locales del horizonte dependen de la curvatura local.

Combinando estos dos pasos, la ecuación de horizonte general (111) se convierte en

$$\int T_{ab} k^a d\Sigma^b = \frac{c^4}{8\pi G} \int R_{ab} k^a d\Sigma^b \quad (114)$$

Jacobson muestra que esta ecuación, junto con la conservación de la energía local (es decir, la anulación de la divergencia del tensor energía-cantidad de movimiento) sólo puede satisfacerse si

$$T_{ab} = \frac{c^4}{8\pi G} \left(R_{ab} - \left(\frac{R}{2} + \Lambda \right) g_{ab} \right) \quad (115)$$

Donde R es el escalar de Ricci y Λ es una constante de integración cuyo valor no está determinado por el problema. Las ecuaciones anteriores son las ecuaciones de campo completo de la relatividad general, incluyendo la constante cosmológica Λ . Las ecuaciones de campo se derivan de la ecuación del horizonte. Por lo tanto, se demuestra que son válidas en los horizontes.

Dado que es posible, al elegir una transformación de coordenadas adecuada, posicionar un horizonte en cualquier punto espacio-tiempo deseado, las ecuaciones de campo deben ser válidas sobre todo el espacio-tiempo. Esta observación completa el argumento de Jacobson. Puesto que las ecuaciones de campo se siguen, a través de la ecuación del horizonte, del principio de fuerza máxima, también hemos demostrado que en

*Nota del traductor: En la literatura es más frecuente verlo escrito como tensor energía-impulso o incluso tensor energía-momento sin especificar que se trata del momento lineal. Aunque es un nombre más largo, preferimos cantidad de movimiento que es lo que cuantifica la masa en movimiento.

cada punto espacio-tiempo en la naturaleza se aplica la misma fuerza máxima: el valor de la fuerza máxima es una invariante y una constante de la naturaleza.

En otras palabras, las ecuaciones de campo de la relatividad general son una consecuencia directa del límite del flujo de energía en los horizontes, que a su vez se debe a la existencia de una fuerza máxima (o potencia). En realidad, la derivación de Jacobson demuestra que el argumento funciona en ambas direcciones. *En resumen, la fuerza máxima (o potencia), la ecuación del horizonte y la relatividad general son equivalentes.*

Observamos que la deducción de las ecuaciones de campo de la relatividad general a partir de la máxima potencia o fuerza es correcta sólo bajo el supuesto de que la gravedad es puramente geométrica. Esta es la afirmación esencial de la relatividad general. Si el mecanismo de la gravedad estuviera basado en otros campos, tales como partículas hasta ahora desconocidas, no se daría la equivalencia entre la gravedad y la fuerza máxima.

Desde el momento que la derivación de la relatividad general a partir del principio de fuerza máxima o del principio de potencia máxima está ahora establecida, podemos llamar correctamente a estos límites la *fuerza del horizonte y la potencia del horizonte*. Cada confirmación experimental o teórica de las ecuaciones de campo confirma indirectamente su existencia.

GRAVITACIÓN, CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO, HORIZONTES Y FUERZA MÁXIMA

Permítanos repetir los resultados de la sección anterior en términos simples. Imagínese dos observadores que comienzan a moverse libremente y paralelos entre sí. Ambos continúan hacia adelante en línea recta. Si después de un tiempo descubren que ya no se mueven paralelos entre sí, entonces pueden deducir que se han movido sobre una superficie curva (*Desafío 169 s* ¡inténtelo para creerlo!) o en un espacio curvo. Tales desviaciones del movimiento libre paralelo se observan cerca de masas y otras energías localizadas. Concluimos que el espacio-tiempo se curva cerca de las masas. O, simplemente: la gravitación curva el espacio.

La gravedad conduce a la aceleración. Y la aceleración lleva a un horizonte a la distancia c^2/a . Ningún horizonte existe en la vida cotidiana, porque las distancias resultantes no son perceptibles; pero los horizontes existen alrededor de cuerpos cuya masa se concentra en una esfera de radio $r=2Gm/c^2$. Tales cuerpos se llaman *agujeros negros* (Schwarzschild). La curvatura espacial alrededor de un agujero negro de masa m es la curvatura máxima posible alrededor de un cuerpo de esa masa.

Los agujeros negros se pueden ver como materia en caída libre permanente. Estudiaremos los agujeros negros en detalle a continuación. En el caso de un agujero negro, como en cualquier horizonte, es imposible detectar lo que está 'tras' el límite.*

Los agujeros negros se caracterizan por una gravedad superficial a y un flujo de energía E .

▷ El principio de fuerza máxima es una manera simple de indicar que, en los horizontes, el flujo de energía es proporcional al área y a la gravedad de la superficie.

Esta conexión permite deducir la teoría completa de la relatividad general. En particular, un valor máximo de la fuerza es suficiente para contar el espacio-tiempo cómo curvarse. Exploraremos los detalles de esta relación en breve.

Si no existiera un límite de fuerza en la naturaleza, sería posible "bombear" cualquier cantidad de energía deseada a través de una superficie determinada, incluido cualquier horizonte. En este caso, el flujo de energía no sería proporcional al área, los horizontes no tendrían las propiedades que tienen, y la relatividad general no se sostendría. Así tenemos una idea de cómo el flujo máximo de energía, el flujo máximo de cantidad de movimiento y el flujo máximo de masa están todos conectados a horizontes. La conexión es más obvia para agujeros negros, donde la energía, cantidad de movimiento o masa son aquellos que caen en el agujero negro.

La analogía entre la relatividad especial y la relatividad general puede así llevarse más allá. En relatividad especial, la velocidad máxima implica $dx = c dt$, y que el tiempo depende del observador. En la relatividad general, la fuerza máxima (o potencia) implica la ecuación del horizonte

$$\delta E = \frac{c^2}{8\pi G} a \delta A \quad \text{y la observación de que el espacio-tiempo está curvado.}$$

La ecuación del horizonte implica las ecuaciones de campo de la relatividad general. Dicho brevemente:

*Análogamente, en la relatividad especial es imposible detectar qué se mueve más rápido que la barrera de luz.

▷ La existencia de una fuerza máxima implica que el espacio-tiempo está curvado en las cercanías de las masas e implica *cómo* se curva.

La fuerza máxima (o potencia) tiene así el mismo doble papel en la relatividad general que la velocidad máxima tiene en la relatividad especial. En relatividad especial, la velocidad de la luz es la velocidad máxima; es también la constante de proporcionalidad que conecta espacio y tiempo, como la ecuación $dx = c dt$ hace evidente. En la relatividad general, la fuerza del horizonte es la fuerza máxima; también aparece (con un factor 2π) en las ecuaciones de campo como la constante de proporcionalidad que conecta la energía y la curvatura. La fuerza máxima describe así la elasticidad del espacio-tiempo y - si utilizamos la imagen simple del espacio- tiempo como un medio- la tensión máxima a la que puede estar sometido el espacio-tiempo.^{ref. 109} Este doble papel de una constante material como factor de proporcionalidad y como valor límite es bien conocido en la ciencia de los materiales.

¿Por qué la fuerza máxima es también el factor de proporcionalidad entre la curvatura y la energía?

Imagine el espacio como un material elástico.* La elasticidad de un material es descrita por una constante material numérica. La definición más simple de esta constante material es la relación entre la tensión (fuerza por área) y la deformación (el cambio proporcional de la longitud). Una definición exacta tiene que tener en cuenta la geometría de la situación. Por ejemplo, el *módulo de cizalladura* G (o μ) describe lo difícil que es mover dos superficies paralelas de un material entre sí. Si F es la fuerza necesaria para mover dos superficies paralelas de área A y longitud l una contra otra una distancia Δl , definimos el *módulo de cizalladura o del esfuerzo cortante* G por

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta l}{l} \quad (117)$$

El módulo de cizalladura para metales y aleaciones oscila entre 25 y 80 GPa. La teoría del continuo de sólidos muestra que para cualquier sólido cristalino sin ningún defecto (un sólido "perfecto") existe una llamada tensión de cizalladura teórica: cuando se aplican tensiones superiores a este valor, el material se rompe. La tensión de cizalladura teórica, es decir, la tensión máxima en un material, está dada por

$$G_{tss} = \frac{G}{2\pi} \quad (118)$$

La tensión máxima está, pues, esencialmente dada por el módulo de cizalladura. Esta conexión es similar a la que encontramos para el vacío. En realidad, imaginar el vacío como un material que puede doblarse es una manera útil de entender la relatividad general.^{ref. 118} Lo usaremos regularmente en lo que sigue.

¿Qué sucede cuando el vacío es presionado con la fuerza máxima? ¿También se desgarran como un sólido? Casi: de hecho, cuando el vacío se desgarran, aparecen partículas. Más adelante veremos más sobre esta conexión: puesto que las partículas son entidades cuánticas, necesitamos estudiar primero la teoría cuántica, antes de poder describir el efecto en la última parte de nuestro ascenso a la Montaña.

CONDICIONES DE VALIDEZ DE LA FUERZA Y POTENCIA LÍMITES

El valor de la fuerza máxima sólo es válido bajo ciertas condiciones. Para aclarar este punto, podemos comparar la situación con la velocidad máxima. Hay tres condiciones para la validez de la velocidad máxima.

En primer lugar, la velocidad de la luz (en el vacío) es un límite superior para el movimiento de los sistemas con *cantidad de momento o energía* solamente. Sin embargo, puede ser excedido para movimientos de puntos no materiales. En efecto, el punto de corte de un par de tijeras, un punto de luz láser en la Luna, las sombras o la velocidad de grupo o velocidad de fase de los grupos de ondas pueden exceder la velocidad de la luz. La velocidad límite es válida para *movimientos de energía* solamente.

En segundo lugar, la velocidad de la luz es un límite sólo si se mide *cerca* de la masa o la energía móvil: la Luna se mueve más rápido que la luz si uno gira alrededor de su propio eje en un segundo; puntos distantes en un universo de Friedmann se separan unos de otros con velocidades mayores que la velocidad de la luz. La velocidad límite es solamente un límite *local*.

En tercer lugar, el observador que mide las velocidades debe ser un observador *físico*: debe estar hecho de materia y energía, por lo tanto debe moverse más lentamente que la luz, y debe ser capaz de observar el

* ¿Esta analogía le hace pensar en éter? No se preocupe: la física no tiene necesidad del concepto de éter, porque es indistinguible del vacío. La relatividad general describe el vacío como una clase de material que se puede deformar y mover - pero no necesita ni introduce el éter.

sistema.^{ref. 119} Ningún sistema que se mueva a la velocidad de la luz o por encima de ella puede ser un observador. La velocidad límite es solamente para observadores *físicos*.

Las mismas tres condiciones se aplican en la relatividad general para la validez de la fuerza y la potencia máxima. El tercer punto es especialmente importante. En particular, la gravedad relativista prohíbe observadores *puntuales* y masas de prueba *puntuales*: no son físicas. Las superficies que se mueven más rápido que la luz tampoco son físicas. En tales casos, se pueden encontrar contraejemplos para la reivindicación del límite máximo de la fuerza. *Desafío 170 s* Trate de encontrar uno – hay muchos que son posibles, y todos son fascinantes. Ahora exploramos algunos de los más importantes.

EXPERIMENTOS PENSADOS (GEDANKEN) Y PARADOJAS ACERCA DE LA FUERZA LÍMITE

Wenn eine Idee am Horizonte eben aufgeht, ist gewöhnlich die Temperatur der Seele dabei sehr kalt. Erst allmählich entwickelt die Idee ihre Wärme, und am heissesten ist diese (das heisst sie tut ihre grössten Wirkungen), wenn der Glaube an die Idee schon wieder im Sinken ist.
Friedrich Nietzsche**

"Cuando una idea se está levantando en el horizonte, la temperatura del alma con respecto a ella es generalmente muy fría. Sólo poco a poco la idea desarrolla su calidez, y es más caliente (es decir, ejerciendo su mayor influencia) cuando la creencia en la idea ya está de nuevo en declive".

El último paso, pero central, en nuestra discusión de la fuerza límite es el mismo que en la discusión de la velocidad límite. Dijimos que no hay experimentos reales que siempre conduzcan a un valor de fuerza más grande que la fuerza límite. Pero también necesitamos demostrar que no puede haber experimentos *imaginados* que sobrepasen la fuerza límite. Siguiendo una tradición que data de los comienzos del siglo XX tales experimentos imaginados se llaman experimentos *Gedanken*, del alemán Gedankenexperiment, que significa ‘experimento pensado’.

Un límite a la velocidad es sorprendente al principio, porque la velocidad es relativa, y por lo tanto debería ser posible dejar que la velocidad tome cualquier valor imaginable. La situación para la fuerza es similar: la fuerza es relativa, y por lo tanto debería ser posible dejar que la fuerza tomara cualquier valor imaginable.

Con el fin de descartar todos los intentos imaginables para superar la velocidad máxima, era suficiente estudiar las propiedades de la suma de velocidades y la divergencia de la energía cinética cerca de la velocidad de la luz. En el caso de la fuerza máxima, la tarea es más complicada. De hecho, indicando una fuerza máxima, una potencia máxima y una variación máxima del cambio de masa provoca fácilmente numerosos intentos para contradecirlos.

* *

El intento de la fuerza bruta. La tentativa más simple para exceder la fuerza límite es tratar de acelerar un objeto con una fuerza más grande que el valor máximo. Ahora bien, la aceleración implica la transferencia de energía. Esta transferencia está limitada por la ecuación de horizonte (111) o el límite (112). Para cualquier intento de superar la fuerza límite, el flujo de energía lleva a la aparición de un horizonte. Pero un horizonte evita que la fuerza exceda el límite, porque impone un límite a la interacción.

Podemos explorar la interacción límite. En la relatividad especial, se encontró que la aceleración de un objeto está limitada por su longitud. En efecto, a una distancia dada por $c^2/2a$ en la dirección opuesta a la aceleración a , aparece un *horizonte*. En otras palabras, un cuerpo acelerado se rompe, a más tardar, en ese punto. La fuerza F sobre un cuerpo de masa M y radio R está limitada por

$$F \leq \frac{M}{2R} c^2 \quad (119)$$

Es sencillo añadir los (generalmente pequeños) efectos de la gravedad. Para ser observable, un cuerpo acelerado debe seguir siendo *más grande* que un agujero negro; insertando el radio correspondiente $R = 2GM/c^2$ obtenemos el límite de la fuerza (104). Las tentativas *dinámicas* de exceder el límite de la fuerza, por lo tanto fallan.

* *

La tentativa de la cuerda. También podemos probar a generar una fuerza superior en una situación *estática*, por ejemplo tirando de los dos extremos de una cuerda en direcciones opuestas. Asumimos por sencillez que existe una cuerda irrompible. Cualquier cuerda funciona porque la energía potencial entre sus átomos puede producir grandes fuerzas entre ellos. Para producir fuerza en una cuerda que exceda el valor

** Friedrich Nietzsche (1844–1900), Filósofo y erudito alemán. Este es el aforismo 207 – *Sonnenbahn der Idee* – de su texto *Menschliches Allzumenschliches – Der Wanderer und sein Schatten*.

límite, necesitamos almacenar gran cantidad de energía (elástica) en la cuerda. Esta energía debe entrar desde los extremos. Cuando se aumenta la tensión en la cuerda con valores más y más altos, más y más energía (elástica) se debe almacenar en distancias cada vez más pequeñas. Para superar la fuerza límite, tendríamos que agregar más energía por distancia y área de la que está permitida por la ecuación del horizonte. Un horizonte aparece así, inevitablemente. Pero no hay manera de estirar una cuerda a través de un horizonte, incluso si es irrompible. Un horizonte conduce o bien a la rotura de la cuerda o a su separación del sistema de arrastre.

▷ Por lo tanto los horizontes hacen que sea imposible generar fuerzas mayores que el límite de la fuerza.

En realidad, la suposición de la resistencia infinita de la cuerda es innecesaria: el límite de la fuerza no se puede superar incluso si la fuerza del hilo sólo es finita.

Observamos que no es importante si una fuerza aplicada *tira* - como para las cuerdas o cables - o *empuja*. En el caso de *empujar* dos objetos uno contra el otro, un intento de aumentar el valor de la fuerza sin fin conducirá igualmente a la formación de un horizonte, debido al límite proporcionado por la ecuación del horizonte. Por definición, esto sucede precisamente en el límite de la fuerza. Como no hay manera de utilizar un horizonte para empujar (o tirar de) algo, el intento de obtener una fuerza superior termina una vez que se forma un horizonte. Dicho brevemente, las fuerzas *estáticas* no pueden superar el valor límite.

* *

El intento de la frenada. Un límite de la fuerza proporciona un cambio máximo de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo. Podemos así investigar una manera para *detener* un sistema físico en movimiento tan abruptamente que la fuerza máxima pudiera ser sobrepasada. La no existencia de cuerpos rígidos en la naturaleza, ya sabido de la relatividad especial, hace imposible una detención repentina completa; pero la relatividad especial en sí misma no ofrece ningún límite inferior para el tiempo de parada. Sin embargo, la inclusión de la gravedad lo hace. Detener un sistema de movimiento implica una transferencia de energía. El flujo de energía por unidad de superficie no puede exceder el valor dado por la ecuación del horizonte. Por lo tanto no podemos superar la fuerza límite al detener un objeto.

Del mismo modo, si un sistema rápido se *refleja* en lugar de pararse, una cierta cantidad de energía necesita ser transferida y almacenada por un breve período de tiempo. Por ejemplo, cuando una pelota de tenis se refleja desde una pared grande cambia su cantidad de movimiento y se aplica una fuerza. Si muchas de estas bolas se reflejan al mismo tiempo, ¿se puede realizar una fuerza seguramente mayor que la límite?

Resulta que esto es imposible. Si lo intentamos, el flujo de cantidad de movimiento en la pared alcanzaría el límite dado por la ecuación horizonte y así crearía un horizonte. En ese caso, ya no es posible ninguna reflexión. Por lo que el límite no puede sobrepasarse a través de reflexión.

* *

La prueba clásica de la radiación. En lugar de sistemas que tiran, empujan, detienen o reflejan *materia*, podemos explorar sistemas donde esté involucrada la *radiación*. Sin embargo, los argumentos rigen exactamente de la misma manera, si los fotones, gravitones u otras partículas están involucrados. En particular, los espejos, como las paredes, están limitados en sus capacidades: es imposible utilizar la luz y los espejos para producir un cambio de cantidad de movimiento mayor que $c^4/4G$.

También es imposible crear una fuerza mayor que la fuerza máxima mediante la concentración de una gran cantidad de luz sobre una superficie. Se presenta la misma situación que para pelotas de tenis: cuando se alcanza el valor límite de E/A dada por la ecuación horizonte (112), aparece un horizonte que evita que el límite se rompa.

* *

El intento de ladrillo. Los límites de fuerza y de potencia también se pueden probar con experimentos Gedanken más concretos. Podemos tratar de superar el límite de la fuerza mediante el apilamiento de peso. Pero incluso la construcción de una torre de ladrillo infinitamente alta, no genera una fuerza lo suficientemente fuerte sobre sus cimientos: al integrar el peso, teniendo en cuenta su disminución con la altura, se obtiene un valor finito que *no puede llegar* a la fuerza límite. Si continuamente se aumenta la densidad de la masa de los ladrillos, tenemos que tener en cuenta que la torre y la Tierra van a cambiar en un agujero negro. Y los agujeros negros, como se mencionó anteriormente, no permiten que se sobrepase el límite de la fuerza.

* *

La tentativa del *boost**. Se puede elegir aparentemente un boost de tal manera que un valor de 3-fuerza** F en un sistema se transforma en cualquier valor deseado de F' en otro sistema.^{ref. 120} Esto resulta ser incorrecto. En la relatividad, 3-fuerza no se puede aumentar más allá de todos los límites utilizando boost.

En todos los sistemas de referencia, la 3-fuerza medida nunca puede superar la fuerza adecuada, es decir, el valor 3-fuerza medida en el sistema en movimiento. (La situación se puede comparar con 3-velocidad, donde un boost no se puede usar para superar el valor de c , cualquiera que sea el boost que podamos elegir, sin embargo, no hay equivalencia estricta, ya que el comportamiento de transformación de 3-fuerza y de 3-velocidad difieren notablemente.)

**

El intento de divergencia. La fuerza sobre una masa de prueba m a una distancia radial d de un agujero negro de Schwarzschild (para $\Lambda = 0$) está dada por^{ref. 113}

$$F = \frac{GMm}{d^2 \sqrt{1 - \frac{2GM}{dc^2}}} \quad (120)$$

Del mismo modo, la ley del cuadrado inverso de la gravitación universal establece que la fuerza entre dos masas m y M es

$$F = \frac{GMm}{d^2} \quad (121)$$

Ambas expresiones pueden tomar cualquier valor; esto sugiere que no existe un límite máximo de la fuerza.

Sin embargo, la fuerza máxima implica una distancia mínima de aproximación a una masa m propuesta por

$$d_{min} = \frac{2Gm}{c^2} \quad (122)$$

La distancia de mínima aproximación es la del correspondiente radio de un agujero negro. La formación de un agujero negro hace que sea imposible lograr una distancia cero entre dos masas. La formación de un agujero negro hace que también sea imposible lograr masas puntuales. Las masas puntuales no son físicas. Como resultado, en la naturaleza hay una distancia de aproximación mínima (real), proporcional a la masa. Si esta distancia mínima de aproximación se introduce en las ecuaciones (121) y (122), obtenemos

$$F = \frac{c^4}{4G} \frac{Mm}{(m+M)^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M}{M+m}}} \leq \frac{c^4}{4G} \quad (123)$$

La aproximación de gravitación universales produce

$$F = \frac{c^4}{4G} \frac{Mm}{(m+M)^2} \leq \frac{c^4}{4G} \quad (124)$$

En ambos casos, el valor de la fuerza máxima nunca ha sido superado, siempre y cuando se tenga en cuenta el tamaño de las masas de los observadores.

**

El problema de la consistencia. Si los observadores no pueden ser puntuales, podemos preguntarnos si todavía es correcto aplicar la definición original de cambio de momento o cambio de energía como la integral de los valores medidos por los observadores ligados a una superficie dada. En la relatividad general, los observadores no pueden ser puntuales, pero pueden ser tan pequeños como se desee. Así pues, la definición original sigue siendo aplicable cuando se toma como un procedimiento límite para el tamaño siempre decreciente del observador. Obviamente, si se tiene en cuenta la teoría cuántica, este procedimiento límite llega a su fin en la longitud de Planck. Esto no es un problema para la relatividad general, siempre que las dimensiones típicas de la situación sean mucho más grandes que este valor.

**

El problema cuántico. Si se desprecian los efectos cuánticos, es posible construir superficies con ángulos agudos o incluso formas fractales que superen la fuerza límite. [Desafío 171 e](#). Sin embargo, dichas

*N. del T.: Un boost también se llama a veces rotaciones espacio-temporales o transformaciones de Lorentz propiamente dichas.

** N. del T.: 3-fuerza es un modo abreviado de referirse a la fuerza tridimensional; del mismo modo que 4-fuerza es una forma de escribir abreviadamente la cuadrifuerza o cuadvector fuerza con tres componentes espaciales y una componente temporal.

superficies no son físicas, ya que suponen que se pueden hacer o medir longitudes más pequeñas que la longitud de Planck. La condición de que sea una superficie física implica que debe tener una indeterminación intrínseca dada por la longitud de Planck.^{ref. 109, ref. 111} Un estudio detallado pone de manifiesto que los efectos cuánticos no permiten que se exceda la fuerza del horizonte.

* *

El intento del observador relativista extremo. Cualquier observador extremo, ya sea en un sistema inercial rápido o en movimiento acelerado, no tiene ninguna posibilidad de superar el límite. En la física clásica estamos acostumbrados a pensar que la interacción necesaria para una medición puede hacerse tan pequeña como se desee. Esta afirmación, sin embargo, no es válida para todos los observadores; en particular, los observadores extremos no pueden cumplirlo. Para ellos, la interacción de medición es grande. Como resultado, se forma un horizonte que impide que el límite se sobrepase.

* *

La tentativa microscópica. Podemos intentar sobrepasar la fuerza límite mediante la aceleración de una pequeña partícula tan fuertemente como sea posible o mediante colisiones con otras partículas. En efecto, aparecen fuerzas elevadas cuando dos partículas son estrelladas una contra otra. Sin embargo, si la energía combinada de las dos partículas se vuelven lo suficientemente alto como para desafiar la fuerza límite, aparecería un horizonte antes de que pudieran llegar a estar lo suficientemente cerca.

De hecho, la teoría cuántica da exactamente el mismo resultado. La teoría cuántica ya de por sí ofrece un límite a la aceleración.^{ref. 121} Para una partícula de masa m está dado por

$$a \leq \frac{2mc^3}{\hbar} \quad (125)$$

Aquí, $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34}$ Js es el *cuanto de acción*, una constante fundamental de la naturaleza. En particular, este límite de aceleración se cumple en los aceleradores de partículas, en las colisiones de partículas y en la creación de pares. Por ejemplo, la generación espontánea de pares electrón-positrón en campos electromagnéticos intensos o cerca de los horizontes de los agujeros negros hace respetar el límite (125). Con la inserción de la masa máxima posible para una partícula elemental, a saber, la masa de Planck (corregida), nos encontramos con que la ecuación (125), entonces establece que la fuerza del horizonte es el límite superior para las partículas elementales.

* *

El intento de compactación. ¿Son los agujeros negros realmente la forma más densa de materia o energía?

El estudio de la termodinámica de agujeros negros muestra que las concentraciones de masa con densidad más alta que los agujeros negros estaría en contradicción con los principios de la termodinámica.^{ref. 113} En la termodinámica de los agujeros negros, la superficie y la entropía están relacionadas: procesos reversibles que reducen la entropía podrían llevarse a cabo si los sistemas físicos pudieran ser comprimidos a valores menores que el radio del agujero negro. Como resultado, el tamaño de un agujero negro es el tamaño límite para una masa en la naturaleza. De manera equivalente, el límite de la fuerza no puede ser superado en la naturaleza.

* *

La tentativa de adición fuerza. En la relatividad especial, la composición de velocidades mediante una simple suma de vectores no es posible. Del mismo modo, en el caso de fuerzas una tal suma ingenua es incorrecta; cualquier intento de añadir fuerzas de esta manera generaría un horizonte. Si los libros de texto sobre la relatividad hubieran explorado el comportamiento de los vectores de fuerza bajo la adición con el mismo cuidado con el que exploraron la de los vectores de velocidad, la fuerza límite habría aparecido mucho antes en la literatura. (Obviamente, se requiere la relatividad general para un tratamiento adecuado.) En la naturaleza, las grandes fuerzas no se suman de forma simple.

* *

En la relatividad especial, un cuerpo que se mueve más lentamente que la luz en un marco de referencia lo hace en todos los marcos. [Desafío 172 s](#) ¿Puede demostrar que una fuerza menor que el límite invariante $c^4 / 4G$ en un sistema de referencia es también más pequeña en cualquier otro sistema?

* *

También podríamos tratar de usar la constante cosmológica para producir fuerzas que excedan la fuerza máxima. Pero también este método no tiene éxito, como lo discutieron John Barrow y Gary Gibbons.^{ref. 122}

**

[Desafío 173 r C](#) ¿Puede proponer y luego resolver una prueba adicional para sobrepasar el límite de fuerza o potencia?

GEDANKEN EXPERIMENTS (EXPERIMENTOS MENTALES) CON LA POTENCIA LÍMITE Y EL FLUJO DE MASA LÍMITE

Como la fuerza límite, la potencia límite debe ser válida para todos los sistemas *imaginables*. Aquí hay algunos intentos de refutarlo.

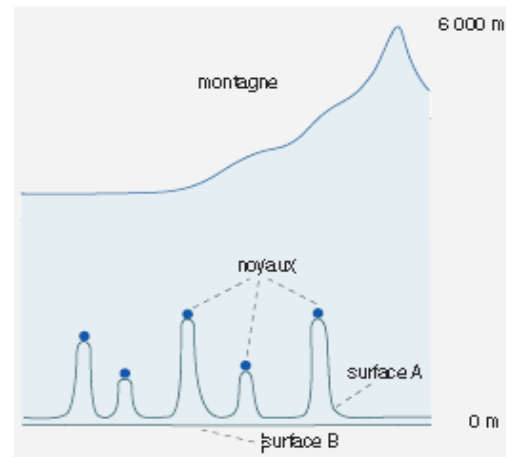
* *

El intento del funicular. Imagine un dispositivo que acelere una masa con un cable irrompible y sin masa (asumiendo que tal cable pudiera existir). Tan pronto como el dispositivo alcanzara la potencia terminal, bien el dispositivo o bien su escape alcanzarían la ecuación del horizonte.

Cuando aparece un horizonte, el dispositivo no puede continuar jalando del cable, puesto que un cable, incluso uno infinitamente fuerte, no puede atravesar un horizonte. La potencia límite es así respetada aunque el dispositivo esté instalado en el interior del cuerpo que es acelerado o en el exterior, en el extremo de cable que lo jala.

* *

FIGURA 61 La tentativa de la montaña para exceder el máximo valor del flujo de masa.



La tentativa de la montaña. Es posible definir una superficie que fuera tan extrañamente curvada que pasara *justo por debajo* de cada núcleo de cada átomo de una montaña, como la superficie A indicada en la **Figura 61**. Todos los átomos de la montaña por encima del nivel del mar están entonces *justo por encima* de la superficie, tocándola apenas. Además, imagine que esta superficie se desplace *hacia arriba* con una velocidad próxima a la de la luz. No es difícil mostrar que el flujo de masa a través de esta superficie es mayor que el flujo límite de masa. De hecho, el flujo límite de masa $c^3/4G$ tiene un valor de alrededor de 10^{35} kg/s. En un tiempo de 10^{-22} s, el diámetro de un núcleo dividido por la velocidad de la luz, solamente necesita 10^{13} kg que fluyan a través de la superficie para alcanzar el límite: esta es la masa de una montaña.

Esta superficie parece proporcionar un contraejemplo al límite. No obstante, un estudio cuidadoso muestra que este no es el caso. El problema es la expresión 'justo por debajo'. Los núcleos son partículas cuánticas y tienen una indeterminación en su posición; esta indeterminación es esencialmente la distancia núcleo-núcleo. En consecuencia, con el fin de estar seguros que la superficie que nos interesa tenga todos los átomos por encima de ella, la forma no puede ser la de la superficie A en la **Figura 61**. Ella debe ser más bien una superficie plana que permanezca por debajo de la montaña entera, como la superficie B de la figura. Sin embargo, una superficie plana situada bajo una montaña no permite sobrepasar la variación límite de masa.

* *

El intento con múltiples átomos. Podemos imaginar un número de átomos igual al número de átomos de una montaña de tal modo que todos se mantengan (aproximadamente) en una superficie plana y largamente espaciados unos de otros. De nuevo, el plano se está moviendo hacia arriba con la velocidad de la luz. Pero también en este caso la indeterminación en las posiciones atómicas hace imposible decir que el límite del flujo de masa ha sido sobrepasado.

* *

La prueba del agujero negro múltiple. Los agujeros negros son típicamente grandes y la indeterminación en sus posiciones es así despreciable. El límite de masa es $c^3/4G$, o el límite de la potencia $c^5/4G$, corresponde al flujo de un único agujero negro moviéndose a través de un plano a la velocidad de la luz. Varios agujeros negros que cruzan un plano juntos a un poco menos de la velocidad de la luz parecería que esto podría vencer el límite. Sin embargo, la superficie tiene que ser física: en cada uno de sus puntos debe estar disponible un observador. Pero ningún observador puede atravesar un agujero negro. Así, un agujero negro perfora con eficacia la superficie plana. Nunca se puede decir que un agujero negro cruza una superficie plana; menos aún una multiplicidad de agujeros negros. El límite sigue siendo válido.

* *

El intento de múltiples estrellas de neutrones. El límite de masa parece estar al alcance cuando varias estrellas de neutrones (que son un poco menos densas que un agujero negro de la misma masa) atraviesan una superficie plana, al mismo tiempo, a alta velocidad. Sin embargo, cuando la velocidad se aproxima a la velocidad de la luz, el tiempo de cruce de puntos alejados de las estrellas de neutrones y para los que realmente cruzan las estrellas difieren en grandes cantidades. Las estrellas de neutrones que son casi agujeros negros no pueden ser cruzados en un breve periodo de tiempo en unidades de un reloj de coordenadas que se encuentra lejos de las estrellas. Una vez más, no se supera el límite.

* *

El intento de luminosidad. La existencia de un límite de luminosidad máximo ha sido discutido por los astrofísicos.^{ref. 113} En su completa generalidad, el máximo límite de potencia, es decir, la energía por unidad de tiempo, es válido para cualquier flujo de energía *a través de cualquier superficie física*. La superficie física puede incluso correr a través de todo el universo. Sin embargo, ni siquiera reuniendo todas las lámparas, todas las estrellas y todas las galaxias del universo se obtiene una superficie que tiene una potencia de salida mayor que el límite propuesto.

La superficie debe ser *física*.** Una superficie es *física* si un observador puede colocarse en cada uno de sus puntos. En particular, una superficie física no puede cruzar un horizonte, o tener un detalle local más fino que una cierta longitud mínima. *Desafío 174 s* Esta longitud mínima será presentada más adelante; viene dada por la longitud de Planck corregida. Si la superficie no es física, puede proporcionar un contraejemplo a los límites de potencia o fuerza. Sin embargo, estos contraejemplos no-físicos no hacen afirmaciones acerca de la naturaleza. (*Ex falso quodlibet*.**)

* *

La tentativa de muchas lámparas, o la *paradoja de potencia*. Un límite de potencia absoluto impone un límite a la velocidad de transporte de energía a través de cualquier superficie física imaginable. A primera vista, puede parecer que la potencia combinada emitida por dos fuentes de radiación que emiten cada una 3/4 del valor máximo debe emitir 3/2 veces el valor máximo, y por lo tanto nos permitirá superar el límite de potencia. Sin embargo, dos de estas lámparas serían tan masivas que formarían un horizonte alrededor suyo - se formaría un agujero negro *Desafío 175 e*. Nuevamente, dado que se alcanza el límite de horizonte (113), el horizonte ascendente absorbe parte de la radiación y evita que se exceda el límite de fuerza o potencia. Explorar una simulación numérica de esta situación sería instructivo. *Desafío 176 r* ¿Puede proporcionar uno? En resumen, podemos decir que los grandes valores de potencia *no se suman* en la naturaleza.

* *

El intento de concentración de luz. Otro enfoque es hacer brillar un destello de luz de gran alcance, corto y esférico sobre una masa esférica. A primera vista parece que los límites de fuerza y de potencia se pueden superar, porque la energía de la luz se puede concentrar en pequeños volúmenes. Sin embargo, una alta concentración de energía de la luz forma un agujero negro o induce a la masa a formar uno. No hay manera de bombear energía en una masa a un ritmo más rápido que el dictado por el límite de potencia. De hecho, es imposible agrupar fuentes de luz de tal manera que su producción total sea mayor que el límite de potencia. Cada vez que se acercaba al límite de fuerza, aparece un horizonte que impide que se supere el límite.

* *

La tentativa del agujero negro. Un sistema posible en la naturaleza que en realidad *alcanza* el límite de potencia es la etapa final de la evaporación de un agujero negro. Sin embargo, incluso en este caso no se supera el límite de potencia, sino sólo es igualado.

* *

El intento de saturación. Si el universo ya satura el límite de potencia, una nueva fuente podría romperlo, o al menos implicar que otra en otro lugar debe cerrarse. *Desafío 177 s* ¿Puede encontrar la falacia en este argumento?

* *

La tentativa del flujo de agua. Podríamos tratar de bombear el agua lo más rápidamente posible a través de un gran tubo de sección transversal *A*. Sin embargo, cuando un tubo de longitud *L* lleno de agua que fluye a una velocidad *v* se acerca al límite de flujo de masa, la gravedad del agua *que espera* para ser bombeada a través de la superficie *A* ralentizará el agua que está siendo bombeada a través del área. Se alcanza de nuevo el límite cuando la sección transversal *A* se convierte en un horizonte.

**

* También puede ser llamado *físicamente razonable*.

** 'Cualquier cosa puede deducirse de una falsedad.'

La comprobación de que ningún sistema- desde microscópicos a astrofísicos - nunca excede la potencia máxima o el flujo máximo de masa es una prueba adicional de la relatividad general. Puede parecer fácil encontrar un contraejemplo, ya que la superficie puede correr a través de todo el universo o envolver cualquier número de reacciones entre partículas elementales. Sin embargo, ninguno de tales intentos tiene éxito.

**

En resumen, en todas las situaciones que se recurra contra la limitación de fuerza, de energía o de flujo de masa, cada vez que el flujo de energía llega a la densidad de masa-energía del agujero negro en el espacio o el correspondiente flujo de momento en el tiempo, aparece un horizonte de sucesos; este horizonte hace que sea imposible sobrepasar los límites. Los tres límites se confirman tanto en la observación como en la teoría. Valores superiores a los límites no pueden ser ni generados ni medidos. Los experimentos Gedanken también muestran que los tres límites son lo más ajustados posibles. Obviamente, los tres límites están abiertos a futuras pruebas y a otros experimentos Gedanken. (*Desafío 178 r* Si usted puede pensar en una buena, hágaselo saber al autor.)

¿POR QUÉ LA FUERZA MÁXIMA HA PERMANECIDO SIN DESCUBRIR DURANTE TANTO TIEMPO?

La *primera razón* por la que el principio de fuerza máxima ha permanecido sin descubrir durante tanto tiempo es la ausencia de horizontes en la vida diaria. Debido a esta carencia, no se han hecho experimentos en la vida cotidiana que pongan de manifiesto los límites de la fuerza o la potencia.

Llevó muchas décadas antes de que los físicos se dieran cuenta de que el oscuro cielo nocturno no es algo único, sino solo un ejemplo de observación que es común en la naturaleza: la naturaleza está llena de horizontes. Pero en la vida cotidiana los horizontes no desempeñan un papel importante – afortunadamente – porque el más próximo está localizado en el centro de la Vía Láctea.

La *segunda razón* por la que el principio de fuerza máxima ha permanecido oculto es la creencia errónea de que existen partículas puntuales. Este es un prejuicio teórico debido a la idealización común usada en la Física Galileana. Para una completa comprensión de la relatividad general es esencial recordar regularmente que las partículas puntuales, las masas puntuales y los observadores puntuales no existen. Son aproximaciones que son solamente aplicables en la física Galileana, en la relatividad especial o en la teoría cuántica. En relatividad general, los horizontes impide la existencia de sistemas puntuales. El hábito incorrecto de creer que el tamaño de un sistema puede ser tan pequeño como se desee conservando su masa constante impide revelar la existencia de la fuerza o potencia límite.

La *tercera razón* por la que el principio de fuerza máxima ha permanecido oculta son los prejuicios contra el concepto de fuerza. En relatividad general, la fuerza gravitacional es difícil de definir. Incluso en la física galileana raramente se subraya que la fuerza es el flujo de la cantidad de movimiento a través de una superficie. La enseñanza del concepto de fuerza es incompleta desde hace siglos – con raras excepciones notables^{ref. 123} – y así el concepto es evitado a menudo.

En resumen, el principio de fuerza máxima – o de potencia máxima – ha permanecido de este modo sin descubrir durante largo tiempo debido a una conspiración de la naturaleza y de los hábitos de pensamiento de la mayoría de físicos experimentales y teóricos.

UNA COMPRENSIÓN INTUITIVA DE LA RELATIVIDAD GENERAL

Wir leben zwar alle unter dem gleichen Himmel, aber wir haben nicht alle den gleichen

Horizont.* Konrad Adenauer (1876–1967), Canciller de Alemania Occidental.

* ‘Vivimos todos bajo el mismo cielo, pero no todos tenemos el mismo horizonte’.

Los conceptos de fuerza del horizonte y potencia del horizonte pueden ser utilizados como fundamentos para una aproximación directa e intuitiva a la relatividad general.

* *

¿Qué es la gravitación? De la muchas posibles respuestas que encontraremos, tenemos ahora la primera:

La gravitación es la “sombra” de la fuerza máxima. Cada vez que experimentamos débilmente la gravitación, podemos recordar que otro observador situado en el mismo lugar y en el mismo instante experimentaría la fuerza máxima. Investigar las propiedades precisas de este observador es un buen ejercicio. Otra manera de decirlo es: si no hubiera fuerza máxima, la gravitación no existiría.

* *

La fuerza máxima implica la gravitación universal. Para ver esto, estudiaremos un sistema planetario simple, es decir, uno con velocidades pequeñas y fuerzas pequeñas. Un sistema planetario sencillo de tamaño L consta de un satélite (pequeño) circundando una masa central M a una distancia radial $R = L/2$.

Sea a la aceleración del objeto. Una velocidad pequeña implica la condición $aL \ll c^2$

deducida de la relatividad especial; una fuerza pequeña implica $\sqrt{4GMa} \ll c^2$, deducida a partir de la fuerza límite. Estas condiciones son válidas para los sistemas como un todo y para todos sus componentes.

Ambas expresiones tienen las dimensiones de la velocidad al cuadrado. Dado que el sistema tiene solamente una velocidad característica, las dos expresiones $aL = 2aR$ y $\sqrt{4GMa}$ deberían ser proporcionales, dando lugar a

$$a = f \frac{GM}{R^2} \quad (126)$$

donde el factor numérico f queda por determinar. Para determinarlo, estudiamos la velocidad de escape necesaria para dejar el cuerpo central. La velocidad de escape debería ser más pequeña que la velocidad de la luz para cualquier cuerpo más grande que un agujero negro. La velocidad de escape, derivada de la expresión (126), de un cuerpo de masa M y radio R está dado por $v_{\text{escape}}^2 = 2fGM/R$.

El radio mínimo R de objetos, dado por $R = 2GM/c^2$, entonces implica que $f = 1$. Por tanto, para bajas velocidades y bajas fuerzas, la ley de la inversa del cuadrado describe la órbita de un satélite alrededor de una masa central.

* *

Si el espacio-tiempo vacío es elástico, como una pieza de metal, debe también ser capaz de oscilar. Cualquier sistema físico puede mostrar oscilaciones cuando una deformación provoca una fuerza restauradora. Dijimos antes que hay una tal fuerza tal en el vacío: se llama gravitación. En otras palabras, el vacío debe ser capaz de oscilar y, dado que es extenso, debe ser también capaz de sostener ondas. En efecto, las ondas gravitacionales son predichas por la relatividad general, como veremos más abajo.

* *

Si la curvatura y la energía están ligadas, la velocidad máxima también debe estarlo con la energía gravitacional. En realidad, encontraremos que la gravitación tiene una velocidad finita de propagación. La ley del cuadrado inverso de la vida cotidiana no puede ser correcta, puesto que es inconsistente con cualquier límite de velocidad.

Ulteriores informaciones acerca sobre correcciones inducidas por la velocidad máxima serán aclaradas pronto. Además, dado que las ondas gravitacionales son ondas de energía sin masa, esperaríamos que la velocidad máxima fuera su velocidad de propagación. Este es de hecho el caso como veremos.

* *

Un cuerpo no puede ser más denso que un agujero negro (no en rotación) de la misma masa. Los límites de fuerza y potencia máxima que se aplican a los horizontes hace imposible comprimir la masa dentro de los más pequeños horizontes. El límite de fuerza máxima puede por lo tanto reescribirse como un límite para el tamaño L de sistemas físicos de masa m :

$$L \geq \frac{4Gm}{c^2} \quad (127)$$

Si llamamos al doble del radio de un agujero negro su “tamaño”, podemos afirmar que ningún sistema físico de masa m es menor que este valor. * El tamaño límite desempeña un papel importante en relatividad general. La desigualdad opuesta, $m \geq \sqrt{A/(16\pi)} \cdot c^2/G$, la cual describe el “tamaño” máximo de los agujeros negros, se llama la *desigualdad de Penrose* y ha sido probada para numerosas situaciones físicamente realistas. ^{ref. 124, ref.125} La desigualdad de Penrose puede verse que implica el límite de fuerza máxima y viceversa. El principio de fuerza máxima, o el equivalente tamaño mínimo de sistemas materia-energía, así previenen la formación de singularidades desnudas. (Los físicos llaman a la ausencia de singularidades desnudas la conjetura de la *censura cósmica*).

* *

Hay un límite de potencia para todas las fuentes de energía. En particular, el valor $c^5/4G$ limita la luminosidad de todas las fuentes gravitacionales. De hecho, todas las fórmulas para emisión de ondas gravitacionales implica este valor como un límite superior. ^{ref. 113} Además, las simulaciones numéricas

* El valor máximo de la masa para el tamaño límite es obviamente equivalente al máximo cambio de masa indicado con anterioridad.

relativistas nunca lo exceden: por ejemplo, la potencia emitida durante la fusión simulada de dos agujeros negro está por debajo de este límite.

* *

Las ondas perfectamente planas no existen en la naturaleza. Las ondas planas tienen extensión infinita. Pero ni las ondas electrodinámicas ni las gravitacionales pueden ser infinitas, dado que tales ondas podrían transportar más cantidad de movimiento por unidad de tiempo a través de una superficie plana de la que consiente la fuerza límite. La no existencia de ondas gravitacionales planas también excluye la producción de singularidades cuando dos de tales ondas colisionan.

* *

En la naturaleza, no hay fuerzas infinitas. Así pues, no hay singularidades desnudas en la naturaleza. Los horizontes previenen la aparición de singularidades. En particular, el big bang *no fue* una singularidad. Los teoremas matemáticos de Penrose y Hawking que parecen implicar la existencia de singularidades tácitamente asumen la existencia de masas puntuales – a menudo en forma de “polvo” – en contraste con lo que supone la relatividad general. Una re-evaluación cuidadosa de cada una de tales pruebas es necesaria.

* *

La fuerza límite significa que el espacio-tiempo tiene una estabilidad limitada. El límite sugiere que el espacio-tiempo puede ser reducido a piezas. En efecto, este es el caso. Sin embargo, el modo en que esto ocurre no es descrito por la relatividad general. Lo estudiaremos en la última parte de este texto.

* *

La fuerza máxima es el estándar de la fuerza. Esto implica que la constante gravitacional G es constante en el espacio y en el tiempo – o al menos, que sus variaciones a través del espacio y el tiempo no pueden ser detectadas.^{ref. 126} Los datos actuales apoyan esta afirmación con un alto grado de precisión.

* *

El principio de fuerza máxima implica que la energía gravitacional – mientras pueda ser definida – *cae* en campos gravitacionales de la misma manera que otro tipo de energía. Como resultado, el principio de fuerza máxima predice que el efecto Nordtvedt desaparece.^{ref. 113} El efecto Nordtvedt es un hipotético cambio periódico en la órbita de la Luna que aparecería si la energía gravitacional del sistema Tierra-Luna no cayera, como otra masa-energía, en el campo gravitatorio del Sol. Los rangos de medida lunares han confirmado la ausencia de este efecto.

* *

Si los horizontes son superficies, podemos preguntarnos cuál es su color. Esta pregunta será explorada más tarde.

* *

Más tarde encontraremos que los efectos cuánticos no pueden usarse para exceder el límite de fuerza o potencia. *Desafío 179 e* (¿Puede adivinar por qué?).

La teoría cuántica también proporciona un límite al movimiento, es decir, un límite más bajo para la acción; sin embargo, este límite es independiente del límite de fuerza o potencia. (Un análisis dimensional muestra esto: no hay manera de definir una acción por combinación de c y G). Por lo tanto, incluso la combinación de la teoría cuántica y la relatividad general no ayuda a sobrepasar la fuerza o potencia límite.

* *

Puesto que la velocidad c y el valor de la fuerza $c^4/4G$ son valores límites, ¿qué puede decirse acerca de G misma? La constante gravitacional G describe la fuerza de la interacción gravitacional. De hecho, G caracteriza la fortaleza de la interacción *más débil posible*. En otras palabras, dado un cuerpo central de masa M , y dada la aceleración a de un cuerpo de prueba a una distancia r debido a cualquier interacción sea lo que sea con el cuerpo central, entonces la razón ar^2/M es *al menos igual a G* . (*Desafío 180 e* ¿Puede mostrar que los satélites geostacionarios o átomos en los cristales no son contraejemplos?) En resumen, también la constante gravitacional G es un valor límite en la naturaleza.

UNA COMPRENSIÓN INTUITIVA DE LA COSMOLOGÍA

Una potencia máxima es la explicación más sencilla de la paradoja de Olbers. Potencia y luminosidad son dos nombres para el mismo observable. La suma de todos los valores de luminosidad en el universo es finita; la luz y cualquier otra energía emitida por todas las estrellas juntas, es finita.

Si asumimos que el universo es homogéneo e isotrópico, la potencia límite $P \leq c^5/4G$ debe ser válida en cualquier plano que divide el universo en dos mitades. La parte de la luminosidad del universo que llega a la Tierra es entonces tan pequeña que el cielo es oscuro por la noche. En efecto, la luminosidad medida

realmente es todavía más pequeña que este cálculo, puesto que una gran parte de la potencia no es visible para el ojo humano (ya que la mayor parte de la potencia emitida es materia de todos modos.) En otras palabras, *la noche es oscura debido al límite de la potencia en la naturaleza*. Esta explicación no está en contraste con la habitual, que utiliza el tiempo de vida finito de estrellas, su densidad finita, su tamaño finito, y la edad finita y la expansión del universo. De hecho, la combinación de todos estos argumentos habituales implica y simplemente repite en palabras más complejas que el límite de potencia no puede ser excedido. Sin embargo, esta explicación más sencilla parece estar ausente en la literatura.

La existencia de una fuerza máxima en la naturaleza, junto con la homogeneidad e isotropía, implica que el universo visible es de *tamaño finito*. El caso contrario sería un universo infinitamente grande, homogéneo e isótropo de densidad ρ_0 . Pero en ese caso, cualquiera de las dos mitades del universo se atraerían entre sí con una fuerza por encima del límite (siempre que el universo fuera lo suficientemente viejo). Este resultado puede hacerse cuantitativo imaginando una esfera de radio R_0 cuyo centro se encuentra en la Tierra, que abarcara todo el universo, y cuyo radio disminuye con el tiempo (casi) tan rápido como la velocidad de la luz. El flujo de masa que atraviesa la $dm/dt = \rho_0 A_0 c$ se espera que alcance el flujo de masa límite $c^3/4G$; así tenemos

$$\rho_0 \cdot 4\pi R_0^2 \cdot c \leq \frac{c^3}{4G} \quad (128)$$

Podemos comparar esto con los modelos de Friedmann, que predicen, en un límite adecuado, que *un tercio* del lado izquierdo satura el límite de flujo de masa^{ref. 127}. Las medidas de precisión de la radiación cósmica de fondo por el satélite WMAP confirman que la actual densidad de energía total ρ_0 (incluyendo la materia oscura y la energía oscura) y el radio del horizonte R_0 apenas alcanzan el valor de Friedmann. El argumento anterior que usa la fuerza o flujo de masa máximos aún necesita una ligera corrección.

En resumen, el límite máximo de fuerza predice, dentro de un factor de 6, la relación observada entre el tamaño y la densidad del universo. En particular, el principio de fuerza máxima predice que el universo es de tamaño finito. Por cierto, un límite finito para la potencia también sugiere que se puede deducir una edad finita para el universo.

Desafío 181 s ¿Puede encontrar un argumento?

DESAFÍOS EXPERIMENTALES PARA EL TERCER MILENIO

La falta de pruebas directas de la fuerza de horizonte, de potencia o de flujo de masa se debe obviamente a la falta de horizontes en el entorno de todos los experimentos realizados hasta ahora. A pesar de las dificultades para llegar a los límites, sus valores son observables y falseables.

De hecho, la fuerza límite puede ser comprobada con mediciones de alta precisión de los púlsares binarios o agujeros negros binarios. Tales sistemas permiten la determinación precisa de las posiciones de las dos estrellas. El principio de fuerza máxima implica una relación entre el error de posición Δx y el error de la energía ΔE .^{ref. 109, ref. 111} Para todos los sistemas tenemos

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} \leq \frac{c^4}{4G} \quad (129)$$

Por ejemplo, un error en la posición de 1mm da un error de masa por debajo de $3 \cdot 10^{23}$ kg. En la vida cotidiana, todas las medidas cumplen con esta relación. En efecto, el lado izquierdo es mucho más pequeño que el lado derecho de modo que esta relación rara vez se menciona. Para una verificación directa, sólo los sistemas que permitan conseguir la igualdad directa son interesantes. Los agujeros negros duales o púlsares dobles son tales sistemas. Los experimentos Pulsar y los detectores de ondas gravitacionales, por lo tanto, pueden probar el límite de potencia en los próximos años.

La potencia límite implica que las luminosidades más altas sólo se alcanzan cuando los sistemas emiten energía a la velocidad de la luz. En realidad, la potencia máxima emitida sólo se alcanza cuando todo el material es radiado lo más rápidamente posible: la potencia emitida $P = c^2 M/(R/v)$ no puede alcanzar el valor máximo si el radio del cuerpo R es mayor que el de un agujero negro (el cuerpo más denso para una masa dada) o la velocidad de emisión v es menor que la de la luz. Las fuentes con mayor luminosidad deben ser de densidad máxima y emitir entidades sin masa en reposo, tales como las ondas gravitacionales, las ondas electromagnéticas o (quizá) los gluones. Los candidatos para detectar el límite son los agujeros negros en formación, en fase de evaporación o en fusión. Por lo tanto, los detectores de ondas gravitacionales pueden probar el límite de potencia en los próximos años.

Una superficie candidata que alcanza el límite es el cielo nocturno. El cielo nocturno es un horizonte.

Siempre que se sumen los flujos de luz, neutrinos, partículas y ondas gravitatorias, se prevé que se alcance el límite $c^5/4G$. Si la potencia medida es menor que el límite (como parece ser en la actualidad), esto podría incluso dar una pista sobre las nuevas partículas que aún no se han descubierto. Si el límite fuera excedido o no alcanzado, la relatividad general se mostraría incorrecta. Esta podría ser una interesante prueba experimental futura.

El límite de potencia implica que una onda cuya intensidad integrada se aproxima a la fuerza límite no puede ser plana. El límite de potencia implica, por lo tanto, un límite en el producto de intensidad I (dado como energía por unidad de tiempo y unidad de área) y el tamaño (radio de curvatura) R del frente de una onda que se mueve con la velocidad de la luz c :

$$4\pi R^2 I \leq \frac{c^5}{4G} \quad (130)$$

Obviamente, esta afirmación es difícil de verificar experimentalmente, cualquiera que sea la frecuencia y el tipo de onda, porque el valor que aparece en el lado derecho es extremadamente grande. Posiblemente, los futuros experimentos con detectores de ondas gravitacionales, detectores de rayos X, detectores de rayos gamma, receptores de radio o detectores de partículas podrían permitirnos probar la relación (130) con precisión.

Es muy posible que la cantidad de materia que cae en algún agujero negro, como el que está en el centro de la Vía Láctea, pueda medirse algún día. El límite $dm/dt \leq c^3/4G$ podría entonces probarse directamente.

En resumen, las pruebas directas de los límites son posibles, pero no fáciles([Desafío 182 e](#) Es posible que desee predecir cuál de estos experimentos confirmará el límite primero.)

La falta de pruebas experimentales directas de los límites de fuerza, potencia y flujo de masa implica que las *pruebas indirectas* se vuelven particularmente importantes. Todas estas pruebas estudian el movimiento de la materia o de la energía y lo comparan con una famosa consecuencia de los límites: las ecuaciones de campo de la relatividad general. Este será nuestro próximo tema.

UN RESUMEN DE RELATIVIDAD GENERAL – Y LA FUERZA MÍNIMA

Non statim pusillum est si quid maximo minus est.
Lucius Annaeus Seneca (c. 4 AdC– 65 DdC) Epistolae 16, 100.
Nada es insignificante solo porque es más pequeño que el máximo

Hay una sencilla formulación axiomática de la relatividad general: la fuerza del horizonte $c^4/4G$ y la potencia del horizonte $c^5/4G$ son los más altos posibles valores de fuerza y de potencia. No se conocen observaciones contradictorias. No se ha imaginado ningún contraejemplo. La relatividad general se sigue de estos límites. Por otra parte, los límites implican la oscuridad de la noche y la finitud del tamaño del universo.

El principio de la fuerza máxima tiene aplicaciones obvias para la enseñanza de la relatividad general. El principio de la relatividad general puede exponerse a los estudiantes al nivel de primer año de la universidad, y posiblemente a los de escuela secundaria bien preparados: sólo son necesarios los conceptos de fuerza máxima y el horizonte. La curvatura del espacio-tiempo es una consecuencia de la curvatura del horizonte.

El concepto de fuerza máxima apunta a un aspecto adicional de la gravitación. La constante cosmológica Λ no está fijada por el principio de fuerza máxima. (Sin embargo, el principio fija su signo para que sea positivo.) Las mediciones presentes dan el resultado $\Lambda \approx 10^{-52}/\text{m}^2$. [Desafío 183 e](#)

Una constante cosmológica positiva implica la existencia de una densidad de volumen de energía negativa $-\Lambda c^4/G$. Este valor corresponde a una presión negativa, ya que la presión y la densidad de energía tienen las mismas dimensiones. La multiplicación por el área de Planck (corregida numéricamente) $2G\hbar/c^3$, la más pequeña área en la naturaleza, da un valor para la fuerza

$$F = 2\Lambda\hbar c = 0,60 \cdot 10^{-77} \text{ N} \quad (131)$$

Esta es también la fuerza gravitacional entre dos masas de Planck (numéricamente corregidas)

$$\sqrt{\hbar c/8G} \text{ ubicadas a la distancia cosmológica } 1/4 \sqrt{\Lambda}$$

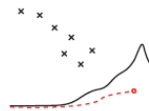
Suponemos que la expresión (130) es la fuerza posible *más pequeña* en la naturaleza. La demostración de la conjetura de fuerza mínima es más complicado que para el caso de la fuerza máxima. Hasta el momento, sólo algunas sugerencias son posibles. Como la fuerza máxima, la fuerza mínima debe ser compatible con la gravitación, no debe ser contradicha por ningún experimento, y debe soportar cualquier experimento Gedanken (pensado). Una comprobación rápida muestra que la fuerza mínima nos permite deducir la

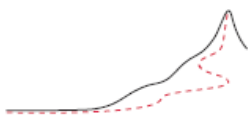
constante cosmológica de la gravedad; la fuerza mínima es invariante y no es contradicha por ningún experimento. También hay indicios de que puede no haber forma de generar o medir un valor menor. Por ejemplo, la fuerza gravitatoria entre dos partículas neutras a distancia cosmológica, como entre dos átomos o dos neutrinos, es mucho más pequeña que la fuerza mínima; sin embargo, parece imposible detectar experimentalmente si dos de tales partículas interactúan en absoluto: la aceleración es demasiado pequeña para ser medida. *Desafío 184 e* Como otro ejemplo, la fuerza mínima correspondiente a la energía por longitud contenida por un fotón con una longitud de onda del tamaño del universo. Es difícil, pero tal vez no imposible, imaginar la medición de una fuerza todavía más pequeña. (*Desafío 185 d* ¿Puede hacerlo?)

Si llegamos a la conclusión, no completamente probada, de que la expresión (131) es la fuerza más pequeña posible en la naturaleza (los factores numéricos aún no están verificados), obtenemos la fascinante conjetura de que la teoría completa de la relatividad general, incluida la constante cosmológica, se puede definir por la combinación de una fuerza máxima y mínima en la naturaleza.

Hemos visto que tanto el principio de fuerza máxima como la relatividad general no consiguen fijar el valor de la constante cosmológica. Sólo una teoría unificada puede hacerlo. Por lo tanto, tenemos dos requisitos para esta teoría. Primero, cualquier teoría unificada debe predecir el mismo límite superior para la fuerza. En segundo lugar, una teoría unificada debe fijar la constante cosmológica. La aparición de \hbar en la conjetura de la expresión de la fuerza mínima sugiere que la fuerza mínima está determinada por una combinación de relatividad general y teoría cuántica. La prueba de esta sugerencia y la medición directa de la fuerza mínima son dos desafíos importantes para nuestro ascenso más allá de la relatividad general. Volveremos al tema en la última parte de nuestra aventura.

Ahora estamos listos para explorar las consecuencias de la relatividad general y sus ecuaciones de campo con más detalle. Comenzamos por enfocarnos en el concepto de curvatura espacio-temporal en la vida cotidiana y, en particular, en sus consecuencias para la observación del movimiento.





Capítulo 5

CÓMO LA VELOCIDAD MÁXIMA CAMBIA EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA GRAVEDAD

Sapere aude. ** Horacio *Epistulae*, 1, 2, 40.
* 'Atrévete a saber.'

Las observaciones muestran que las influencias gravitacionales transportan energía. ** Nuestra

descripción de la gravedad debe incluir por tanto el límite de velocidad. Sólo una descripción que tenga en cuenta que la velocidad límite para el transporte de energía puede ser una descripción precisa de la gravedad. Ya en fecha tan temprana como 1905, Henri Poincaré estableció este requisito para una descripción precisa de la gravitación. Pero la gravedad universal, con su relación $a = GM/r^2$, permite velocidades superiores a la de la luz. Por ejemplo, en la gravitación universal, la velocidad de una masa en órbita no está limitada. En la gravedad universal tampoco está claro cómo los valores de a y r dependen del observador. En resumen, la gravedad universal *no puede ser* correcta. Para llegar a la descripción correcta, llamada *relatividad general* por Albert Einstein, tenemos que arrojar por la borda bastantes preconcepciones. ref. 126, ref. 129

Los resultados de combinar la velocidad máxima con la gravedad son fascinantes: encontraremos que el espacio vacío puede doblarse y moverse, que el universo tiene una edad finita y que los objetos pueden estar en caída libre permanente. Descubriremos que, aunque el espacio vacío pueda doblarse, es mucho más rígido que el acero. A pesar de la extrañeza de estas y otras consecuencias, todas han sido confirmadas por todos los experimentos realizados hasta ahora.

REPOSO Y CAÍDA LIBRE

Lo opuesto al movimiento en la vida cotidiana es un cuerpo en reposo, como un niño durmiendo o una roca desafiando las olas. Un cuerpo está en reposo cuando no es perturbado por otros cuerpos. En la descripción cotidiana del mundo, el reposo es la *ausencia de velocidad*. Con la relatividad galileana y la relatividad especial, el reposo se convirtió en *movimiento inercial*, ya que ningún observador que se mueva inercialmente puede distinguir su propio movimiento del reposo: nada lo perturba. Tanto la roca en las olas como los protones rápidos que cruzan la galaxia como rayos cósmicos están en reposo. Con la inclusión de la gravedad, somos transportados a una definición aún más general del reposo.

▷ *Todo observador y todo el mundo en caída libre puede decir con razón que está en reposo.*

Desafío 186 e Si cualquier cuerpo que se mueve inercialmente debe ser considerado en reposo, entonces cualquier cuerpo en caída libre también lo debe ser. Nadie lo sabe mejor que Joseph Kittinger, el hombre que en agosto de 1960 salió de una cápsula de globo a la altura récord de 31,3 km. ref. 130 A esa altura, el aire es tan sutil que durante el primer minuto de su caída libre se sentía completamente en reposo, como si estuviera flotando. Aunque era un paracaidista experimentado, se sorprendió tanto que tuvo que girar hacia arriba para convencerse de que ¡se estaba alejando de su globo! A pesar de su falta de sensación de movimiento, se estaba cayendo a 274 m/s o 988 km/h con respecto a la superficie de la Tierra. Sólo empezó a sentir algo cuando se encontró con las primeras capas de aire. Fue entonces cuando su caída libre empezó a ser perturbada. Más tarde, después de cuatro minutos y medio de caída, su paracaídas especial se abrió; Y nueve minutos después aterrizó en Nuevo México. Kittinger y todos los otros observadores en caída libre, tales como los cosmonautas orbitando la Tierra o los pasajeros en vuelos parabólicos de aeroplanos, ** hicieron la misma observación: es imposible distinguir cualquier suceso en caída libre de lo que ocurriría en reposo. Esta imposibilidad se llama *principio de equivalencia*; es uno de los puntos de partida de la relatividad general. Conduce a la más precisa – y final – definición de reposo que encontraremos en nuestra aventura:

▷ *reposo es caída libre.*

*Horacio es Quintus Horatius Flaccus, (65-8 aC), el gran poeta romano.

** Los detalles de esta afirmación están lejos de ser simples. Se discutirán más adelante (capítulo 6 y capítulo 7)

*** Hoy en día es posible reservar estos vuelos en agencias de viajes especializadas.

Reposo, como la caída libre, es carencia de perturbación.

El conjunto de todos los observadores en caída libre en un punto del espacio-tiempo generaliza la noción de la relatividad especial del conjunto de observadores inerciales en un punto. Esto significa que debemos describir el movimiento de tal manera que no solamente todos los observadores inerciales sino también todos los que están en caída libre puedan discutir unos con otros. Además, una completa descripción del movimiento debe ser capaz de describir la gravitación y el movimiento que produce y debe ser capaz de describir el movimiento para cualquier observador imaginable. La relatividad general realiza este objetivo.

Como primer paso, ponemos el resultado en palabras sencillas:

▷ el verdadero movimiento es lo opuesto de la caída libre.

Esta afirmación inmediatamente suscita un número de cuestiones: La mayoría de los árboles y las montañas no están en caída libre, así pues no están en reposo.

Desafío 187 s . ¿Qué movimiento experimentan ellos? Y si la caída libre es el reposo, ¿qué es el peso? ¿Y qué es la gravedad entonces? Comencemos con la última cuestión.

QUÉ NOS DICEN LOS RELOJES ACERCA DE LA GRAVEDAD

Anteriormente, describimos la gravedad como la sombra de la fuerza máxima. Pero hay una segunda manera de describirla, más estrechamente relacionada con la vida cotidiana. Como le gusta explicar a William Unruh,^{ref. 131} la constancia de la velocidad de la luz para todos los observadores implica una simple conclusión:

▷ La Gravedad es el desigual transcurso de los relojes en diferentes lugares.*

Desafío 189 e Por supuesto, esta aparentemente absurda definición necesita ser comprobada. La definición no habla de una sola situación vista por diferentes observadores, como lo hicimos a menudo en la relatividad especial. La definición depende de la observación de que los relojes vecinos, idénticos, fijados unos contra otros, funcionan de manera diferente en presencia de un campo gravitacional cuando son observados por el mismo observador; además, esta diferencia está directamente relacionada con lo que solemos llamar gravedad. Hay dos maneras de comprobar esta conexión: por el experimento y por el razonamiento.

Comencemos con el último método, ya que es más barato, más rápido y más divertido.

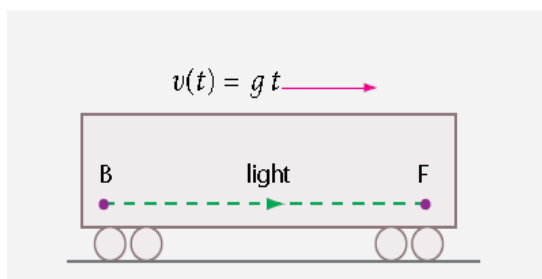


FIGURA 62 Dentro de un tren o autobús acelerando.

Un observador no siente diferencia entre la gravedad o aceleración constante. Así podemos estudiar la aceleración constante y usar un modo de razonamiento que encontraremos por todas partes en el capítulo sobre relatividad especial. Asumimos que la luz es emitida desde el extremo trasero del un tren de longitud Δh que está acelerando hacia delante con aceleración g , como se muestra en la **Figura 62**. La luz llega a la parte delantera del tren después de un tiempo $t = \Delta h/c$. Sin embargo, durante este tiempo el tren que va acelerando ha adquirido cierta velocidad adicional, es decir, $\Delta v = gt = g\Delta h/c$. Como resultado, debido al efecto Doppler que encontramos en nuestra discusión de la relatividad especial, la frecuencia f de la luz que llega al frente ha cambiado. **Desafío 190 e** Utilizando la expresión del efecto Doppler, obtenemos**

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{g \Delta h}{c^2} \quad (132)$$

* La gravedad es también la longitud irregular de las barras de los medidores en diferentes lugares, como veremos a continuación. Ambos efectos son necesarios para describirlo completamente; Pero para la vida cotidiana en la Tierra, el efecto de reloj es suficiente, ya que es mucho mayor que el efecto de longitud, que por lo general puede ser despreciado. **Desafío 188 s** ¿Puede ver por qué?

** La expresión $v = gt$ Es válida sólo para velocidades no relativistas; Sin embargo, la conclusión de esta sección no se ve afectada por esta aproximación. **Desafío 191 e**

El signo del cambio de frecuencia depende de si el movimiento de la luz y la aceleración del tren están en la misma dirección o en direcciones opuestas. Para los trenes o autobuses reales, el cambio de frecuencia es bastante pequeño; sin embargo, es mensurable (*Desafío 192 s*)

▷ La aceleración induce cambios de frecuencia en la luz.

Comparemos este primer efecto de la aceleración con los efectos de la gravedad.

Para medir el tiempo y el espacio, usamos la luz. ¿Qué sucede con la luz cuando la gravedad está involucrada?^{ref. 132} El experimento más simple es dejar que la luz caiga o suba. A fin de deducir lo que debe suceder, agregamos algunos detalles. Imagínese una cinta transportadora que transporta masas alrededor de dos ruedas, una baja y una alta, como se muestra en la *Figura 63*. Las masas grises descendentes son ligeramente más grandes. Siempre que una de tales masas más grande se aproxima al fondo, algún mecanismo -no mostrado en la figura- convierte el excedente de masa en luz, de acuerdo con la ecuación $E = c^2m$, y envía la luz hacia arriba. ** En la parte superior, una de las masas blancas más ligeras al pasar absorbe luz y, debido a su peso añadido, la cinta transportadora gira hasta que llega al fondo. Entonces el proceso se repite. **

Como las masas grises en el lado descendente son siempre más pesadas, el cinturón giraría para siempre y este sistema podría *generar* energía continuamente. Sin embargo, puesto que la conservación de la energía está en la base de nuestra definición del tiempo, como vimos en el comienzo de nuestro caminar, todo el proceso debe ser imposible. Tenemos que concluir que la luz cambia su energía al subir.

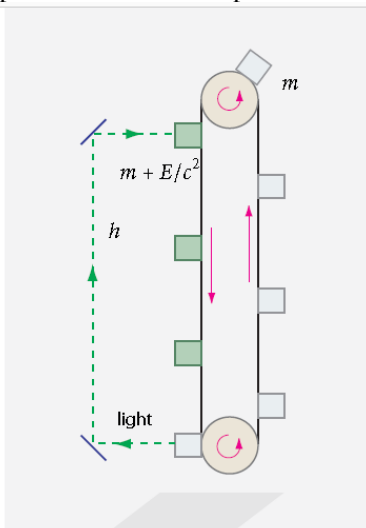


FIGURA 63 La necesidad del desplazamiento de la luz al azul y al rojo: por qué los árboles son más verdes en la parte inferior.

La única posibilidad es que la luz llegue a la parte superior con una frecuencia *diferente* de la que se emite desde la parte inferior. ****

En resumen, resulta que

▷ La luz que se eleva es gravitacionalmente desplazada hacia el rojo.

Del mismo modo, la luz que desciende de la parte superior de un árbol hasta un observador se desplaza hacia el *azul*; esto da un color más oscuro en

la parte superior en comparación con la parte inferior del árbol. La combinación de la invariancia de la velocidad de la luz y la gravitación implica así que los árboles tienen diferentes tonos de verde a lo largo de su altura. **** *Desafío 195 e* ¿Cómo de grande es el efecto? El resultado deducido del dibujo es de nuevo el de fórmula (131). Eso es lo que esperaríamos, ya que la luz que se mueve en un tren que acelera y la luz que se mueve en la gravedad son situaciones equivalentes, como es posible que desee comprobar usted mismo. *Desafío 196 s*.

La fórmula da un cambio relativo de frecuencia de sólo $1,1 \cdot 10^{-16} / \text{m}$ cerca de la superficie de la Tierra. En el caso de los árboles, este denominado *desplazamiento gravitatorio al rojo* o *efecto Doppler gravitacional* es demasiado pequeño para ser observable, al menos usando luz normal.

En 1911, Einstein propuso un experimento para comprobar el cambio de la frecuencia con la altura midiendo el desplazamiento al rojo de la luz emitida por el sol, usando las famosas líneas de Fraunhofer como marcadores de color.^{ref. 133} Los resultados de los primeros experimentos, por Schwarzschild y otros, no estaban claros o incluso eran negativos, debido a una serie de otros efectos que inducen cambios de color a altas temperaturas. Pero en 1920 y 1921, Leonhard Grebe y Albert Bachem, e independientemente Alfred Perot,^{ref. 134} confirmaron el desplazamiento gravitacional al rojo con experimentos cuidadosos.

* Como en la relatividad especial, aquí y en el resto de nuestro ascenso en la montaña, el término "masa" siempre se refiere a la masa en reposo.

** *Desafío 193 s* *** ¿Puede este proceso ser realizado con un 100% de eficiencia?

*** La relación precisa entre la energía y la frecuencia de la luz se describe y se explica en la discusión sobre la teoría cuántica. Pero ya sabemos a partir de la electrodinámica clásica que la energía de la luz depende de su intensidad y de su frecuencia.

**** *Desafío 194 ny* ¿Cómo cambia este argumento si se incluye la iluminación por el Sol?

En los últimos años, los avances tecnológicos hicieron las mediciones mucho más fáciles, hasta que fue posible incluso medir el efecto sobre la Tierra. En 1960, en un experimento clásico utilizando el efecto Mössbauer, Pound y Rebka confirmaron el corrimiento al rojo gravitacional en su torre de la Universidad utilizando radiación γ .^{ref. 135}

Pero nuestros dos experimentos mentales nos dicen mucho más. Vamos a usar el mismo argumento que en el caso de la relatividad especial: un cambio de color implica que los relojes funcionan de manera diferente a diferentes alturas, al igual que funcionan de manera diferente en la parte delantera y en la parte posterior de un tren. Se predice que la diferencia de tiempo $\Delta\tau$ depende de la diferencia de altura Δh y de la aceleración de la gravedad g según

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2} \quad (133)$$

Por lo tanto, en palabras sencillas

en gravitación, *el tiempo es dependiente de la altura.*

En otras palabras, *la altura nos aumenta la edad.* [Desafío 197 e](#) . ¿Puede confirmar esta conclusión?

En 1972, haciendo volar cuatro precisos relojes en un aeroplano, manteniendo mientras uno idéntico sobre el suelo, Hafele and Keating^{ref. 55} encontraron que los relojes realmente marchaban de modo diverso a diferentes altitudes de acuerdo con la expresión (133). Subsecuentemente, en 1976, el equipo de Vessot^{ref. 136} lanzó hacia arriba sobre un misil un reloj de precisión basado en un máser – un generador y oscilador preciso de microondas –. El equipo comparó el máser dentro del misil con un máser idéntico en el suelo y de nuevo confirmaron la anterior expresión. En 1977, Briatore y Leschiutta^{ref. 137} mostraron que un reloj en Turín realmente hacía tic-tac más lentamente que uno sobre la cima de Monte Rosa. Ellos confirmaron la predicción de que en la Tierra, por cada 100 m de altura ganada, el tiempo para la gente transcurría más rápidamente en cerca de 1 ns por día [Desafío 198 e](#) . Este efecto ha sido confirmado por todos los sistemas para los cuales se han realizado experimentos, tales como algunos planetas, el Sol y numerosas otras estrellas.

[Desafío 199 e](#) ¿Estos experimentos muestran que el tiempo cambia o son debidos simplemente a que los relojes funcionan mal? Tome algún tiempo y pruebe saldar esta cuestión. Daremos un argumento solamente: la gravedad cambia el color de la luz y, así, realmente cambia el tiempo. La precisión de los relojes no está en cuestión aquí.

En resumen, la gravedad es de hecho el funcionamiento irregular de los relojes a diferentes alturas. Tenga en cuenta que un observador situado en la posición más baja y otro observador en la posición más alta *están de acuerdo* sobre el resultado: ambos encuentran que el reloj superior va más rápido. En otras palabras, cuando la gravedad está presente, el espacio-tiempo *no* es descrito por la geometría de Minkowski de la relatividad especial, sino por alguna geometría más general. Para decirlo matemáticamente, cuando la gravedad está presente, la tetradistancia ds^2 entre eventos es diferente de la expresión sin gravedad:

$$ds^2 \neq c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (134)$$

Daremos la expresión correcta en breve.

¿Es esta visión de la gravedad como un tiempo dependiente de la altura realmente razonable? No. ¡Resulta que todavía no es bastante extraño! Dado que la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores, podemos decir más. Si el tiempo cambia con la altura, la longitud también debe hacerlo! Más precisamente, si los relojes funcionan de forma diferente a diferentes alturas, la longitud de las barras de medida también debe cambiar con la altura.

[Desafío 200 s](#) ¿Puede confirmar esto para el caso de barras horizontales a diferentes alturas?

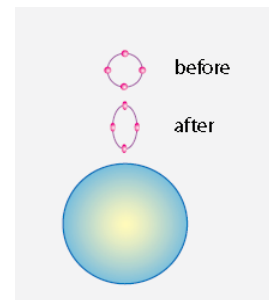


FIGURA 64 Efectos de marea: el único efecto que los cuerpos sienten al caer.

Si la longitud cambia con la altura, la circunferencia de un círculo alrededor de la Tierra *no puede ser dada* por $2\pi r$. Una discrepancia análoga también se encuentra midiendo el radio y la circunferencia de un círculo trazado en la superficie de una pelota de baloncesto. Realmente, la gravedad implica que los seres humanos

están en una situación análoga a la de las hormigas en una pelota de baloncesto, la única diferencia es que las circunstancias se traducen de dos a tres dimensiones. Concluimos que dondequiera que la gravedad juega un papel, el espacio es *curvado*.

QUÉ NOS DICEN LAS MAREAS ACERCA DE LA GRAVITACIÓN

Durante su caída libre, Kittinger fue capaz de especificar un sistema de referencia por sí mismo. En efecto, se sintió completamente en reposo. ¿Significa esto que es imposible distinguir aceleración de gravitación? No: la distinción es posible. Solamente hemos de comparar *dos* (o más) observadores cayendo.

Kittinger no habría podido establecer un sistema que también fuera inercial para un colega cayendo en el lado opuesto de la Tierra. *Desafío 201 e*. Tal sistema común no existe. En general, es imposible hallar un *único* sistema de referencia inercial descrito por diferentes observadores cayendo libremente en las proximidades de una masa. En realidad es imposible encontrar un sistema inercial común incluso para observadores *cercanos* en un campo gravitacional. Dos observadores próximos notan que durante su caída, su distancia relativa cambia. *Desafío 202 s*. (¿Por qué?) Lo mismo sucede a observadores orbitando.

En una habitación cerrada en órbita alrededor de la Tierra, una persona o una masa en el centro de la habitación no sentiría ninguna fuerza, y en particular no sentiría la gravedad. Pero si varias partículas son colocadas en la habitación, ellas se comportarán diferentemente dependiendo de su posición exacta en la habitación. Sólo si dos partículas estuvieran en exactamente la misma órbita mantendrían la misma posición relativa. Si una partícula está en una órbita más baja o más alta que la otra, se apartarán una de la otra con el tiempo. Aún más interesante, si una partícula en órbita es desplazada lateralmente, oscilará alrededor de la posición central. (*Desafío 203 e* ¿Puede confirmar esto?)

La gravitación conduce a cambios de distancia relativa. Estos cambios evidencian otro efecto, como se muestra en la *Figura 64*: Un cuerpo extenso en caída libre es ligeramente *comprimido*. Este efecto también nos dice que es una característica esencial de la gravedad que la caída libre es *diferente* de punto a punto. Eso hace sonar una campana. La compresión de un cuerpo es el mismo efecto que el que causa las mareas. De hecho, los abultados océanos pueden verse como la Tierra apretada en su caída hacia la Luna.^{ref. 138} Usando este resultado de la gravedad universal podemos afirmar ahora: la esencia de la gravedad es la observación de los efectos de marea.

En otras palabras, la gravedad es simple sólo *localmente*. Sólo localmente se ve como aceleración. Sólo localmente un observador que cae como Kittinger se siente en reposo. De hecho, ¡sólo un observador puntual lo hace! Tan pronto como tomamos en cuenta la extensión espacial, encontramos efectos de marea.

▷ *La gravedad es la presencia de efectos de marea.*

La ausencia de efectos de marea implica la ausencia de gravedad. Los efectos de marea son la consecuencia cotidiana del tiempo dependiente de la altura. ¿No es ésta una conclusión hermosa de la invariancia de la velocidad de la luz?

En principio, Kittinger podía *sentir* la gravitación durante su caída libre, incluso con los ojos cerrados, si hubiera prestado atención a sí mismo. Si hubiera medido el cambio de distancia entre sus dos manos, habría encontrado una pequeña disminución que podría haberle dicho que estaba cayendo. Esta pequeña disminución habría forzado a Kittinger a una extraña conclusión. Dos manos que se mueven inercialmente deben moverse a lo largo de dos líneas paralelas, manteniendo siempre la misma distancia. Dado que la distancia cambia, debe concluir que en el espacio que le rodea las líneas que comienzan en paralelo no lo siguen siendo. Kittinger habría concluido que el espacio que le rodeaba era similar a la superficie de la Tierra, donde dos líneas que parten hacia el norte, paralelas entre sí, también cambian de distancia, hasta que se encuentran en el Polo Norte. En otras palabras, Kittinger habría concluido que estaba en un *espacio curvo*.

Al estudiar el cambio en la distancia entre sus manos, Kittinger podría incluso haber llegado a la conclusión de que la curvatura del espacio cambia con la altura. El espacio físico difiere de una esfera que tiene una curvatura constante. El espacio físico es más complicado. El efecto es extremadamente pequeño, y no puede ser sentido por los sentidos humanos. Kittinger no tuvo la oportunidad de detectar nada. Sin embargo, la conclusión permanece válida. El espacio-tiempo *no* es descrito por la geometría de Minkowski cuando la gravedad está presente. El efecto de marea implica la curvatura del espacio-tiempo.

▷ *La Gravitación es la curvatura del espacio-tiempo.*

Esta es la principal y última lección que se sigue de la invariancia de la velocidad de la luz.

Wenn ein Käfer über die Oberfläche einer Kugel krabbelt, merkt er wahrscheinlich nicht, daß der Weg, den er zurücklegt, gekrümmt ist. Ich dagegen hatte das Glück, es zu merken.*

Respuesta de Albert Einstein a la pregunta de su hijo Eduard acerca del motivo por el que era tan famoso.

* Cuando un insecto camina sobre la superficie de una esfera es probable que no se da cuenta de que el camino que recorre es curvo.

Yo, por el contrario, tuve la suerte de notarlo.

El 7 de Noviembre de 1919, Albert Einstein se hizo mundialmente famoso. Ese día un artículo en el periódico *Times* de Londres anunció los resultados de una doble expedición a SudAmérica bajo el titular 'Revolución en ciencia / nueva teoría del universo / Ideas newtonianas derrocadas ". La expedición había mostrado inequívocamente -aunque no por primera vez- que la teoría de la gravedad universal, dada esencialmente por $a = GM/r^2$, estaba equivocada, y que en cambio el espacio era *curvo*. Comenzó una manía mundial. Einstein fue presentado como el más grande de todos los genios. 'El espacio deformado' fue el título más común. Los artículos de Einstein sobre la relatividad general fueron reimpresos en su totalidad en revistas populares. La gente podía leer las ecuaciones de campo de la relatividad general, en forma tensorial y con índices griegos, en la revista *Time*. Nada como esto le ha sucedido a ningún otro físico antes o después. ¿Cuál fue la razón de esta excitación?

La expedición al hemisferio sur había realizado un experimento propuesto por Einstein mismo^{ref. 139}. Aparte de tratar de verificar el cambio de tiempo con la altura, Einstein también había pensado en una serie de experimentos para detectar la curvatura del espacio. En el que finalmente lo hizo famoso, Einstein propuso tomar una foto de las estrellas próximas al Sol, como es posible hacerlo durante un eclipse solar, y compararla con una imagen de las mismas estrellas en la noche, cuando el Sol está lejos. Einstein predijo un cambio de posición de 1,75" (1,75 segundos de arco) para las imágenes estelares en el borde del Sol, un valor *dos* veces mayor que el predicho por la gravitación universal. La predicción fue confirmada por primera vez en 1919, y por lo tanto la gravitación universal fue descartada.^{ref. 140}

¿Este resultado implica que el espacio es curvo? No por sí mismo. De hecho, podrían darse otras explicaciones para el resultado del experimento eclipse, tal como un potencial que difiera de la forma del cuadrado inversa. Sin embargo, los resultados del eclipse no son los únicos datos. Ya sabemos acerca del cambio del tiempo con altura. Los experimentos muestran que dos observadores a diferentes alturas miden el mismo valor para la velocidad de la luz c cerca de sí mismos. Pero estos experimentos también muestran que si un observador mide la velocidad de la luz en la posición del *otro* observador, obtiene un valor que difiere de c , ya que su reloj funciona de manera diferente.

Sólo hay una solución posible a este dilema: los metros rígidos o de barra de los medidores, al igual que los relojes, también cambian con la altura, y de tal manera que producen la misma velocidad de la luz en todas partes.

Desafío 204 e Si la velocidad de la luz es constante, pero los relojes y los metros de barras de los medidores cambian con la altura, la conclusión debe ser que el *espacio está curvado en las proximidades de las masas*. Muchos físicos en el siglo XX comprobaron si los metros rígidos de barra se comportan de manera diferente en lugares donde la gravedad está presente. Y en efecto, se ha detectado la curvatura alrededor de varios planetas, alrededor de todos los cientos de estrellas donde se podía medir, y alrededor de decenas de galaxias. También se han observado muchos efectos indirectos de la curvatura alrededor de las masas, que se describirán en detalle a continuación. Todos los resultados confirman la curvatura del espacio y el espacio-tiempo alrededor de las masas y, además, confirman los valores de curvatura predichos por la relatividad general. En otras palabras, los metros de barras cerca de las masas sí cambian su tamaño de un lugar a otro, e incluso de orientación a orientación. La **Figura 65** da una impresión de la situación.

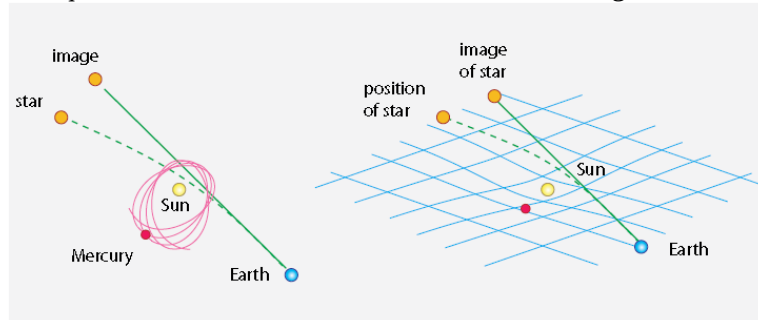
Pero cuidado: la figura de la derecha, aunque se encuentra en muchos libros de texto, puede ser engañosa.^{ref. 141} Se puede confundir fácilmente con una reproducción de un potencial alrededor de un cuerpo. De hecho, es imposible trazar un gráfico que muestre curvatura y potencial separadamente. (¿Por qué?)

Desafío 205 s

Veremos que para las curvaturas pequeñas, incluso es posible explicar el cambio en la longitud del metro de barra usando sólo un potencial. Por lo tanto, la figura no engaña, al menos en el caso de la gravedad débil. Pero para los valores grandes y cambiantes de la gravedad, no puede ser definido un potencial, y por lo tanto no hay manera de evitar usar el espacio curvo para describir la gravedad. En resumen, si imaginamos el

espacio como una especie de colchón generalizado en el que las masas producen deformaciones, tenemos un modelo razonable de espacio-tiempo. A medida que las masas se mueven, la deformación las sigue.

FIGURA 65 El modelo del colchón para el espacio: la trayectoria de un haz de luz y de un satélite cerca de una masa esférica.



La aceleración de una partícula de prueba sólo depende de la curvatura del colchón. No depende de la masa de la partícula de prueba. Así que el modelo de colchón explica por qué todos los cuerpos caen de la misma manera. (En los viejos tiempos, esto se llamaba también igualdad de la masa inercial y gravitacional.)

El espacio se comporta así como un colchón sin fricción que lo impregna todo. Vivimos dentro del colchón, pero no lo sentimos en la vida cotidiana. Los objetos masivos tiran de la espuma del colchón hacia ellos, deformando así la forma del colchón. Más fuerza, más energía o más masa implican una deformación más grande. (¿El colchón le recuerda el éter? No se preocupe: la física eliminó el concepto de éter porque es indistinguible del vacío.)

Si la gravedad significa espacio curvado, entonces cualquier observador acelerado, como un hombre en un automóvil que sale, también debe observar que el espacio es curvo. Sin embargo, en la vida cotidiana no notamos tal efecto, porque para las aceleraciones y tamaños de la vida cotidiana los valores de la curvatura son demasiado pequeños para ser notados. *Desafío 206 s* ¿Podría idear un experimento sensible para comprobar la predicción?

Usted podría preguntarse (*Desafío 207 ny*): si el espacio plano que contiene un cuerpo macroscópico está doblado por un campo gravitacional, ¿qué le sucede al cuerpo que contiene? (Por simplicidad, podemos imaginar que el cuerpo está suspendido y se mantiene en su lugar mediante cuerdas sin masa.) El campo gravitacional también afectará al cuerpo, pero su curvatura no está relacionada de una manera sencilla con la flexión del espacio subyacente. Por ejemplo, los cuerpos tienen mayor inercia que el espacio vacío. Y en situaciones estáticas, la flexión del cuerpo depende de sus propias propiedades elásticas, que difieren notablemente de las del espacio vacío, que es mucho más rígido.

ESPACIOTIEMPO CURVO

La **Figura 65** muestra la curvatura del espacio solamente, pero en realidad, es curvo el espacio-tiempo. En breve descubriremos cómo describir tanto la forma del espacio como la forma del espacio-tiempo, y cómo medir su curvatura.

Tengamos un primer intento de describir la naturaleza con la idea de espacio-tiempo curvado. En el caso de la **Figura 65**, la mejor descripción de los eventos es con el uso del tiempo t mostrado por un reloj situado en el infinito espacial; que evita problemas con el funcionamiento desigual de los relojes a diferentes distancias de la masa central. Para la coordenada radial r , la opción más práctica para evitar problemas con la curvatura del espacio es usar la circunferencia de un círculo alrededor del cuerpo central, dividido por 2π . La forma curvada del espacio-tiempo está descrita mejor por el comportamiento de la distancia espacio-tiempo ds , o por el tiempo de reloj de muñeca $d\tau = ds/c$, entre dos puntos contiguos con coordenadas (t, r) and $(t + dt, r + dr)$.

Como hemos visto anteriormente, la gravedad significa que en coordenadas esféricas tenemos dos puntos contiguos con coordenadas

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} \neq dt^2 - \frac{dr^2}{c^2} - \frac{r^2 d\phi^2}{c^2} \quad (135)$$

La desigualdad expresa el hecho de que el espacio-tiempo es *curvo*. De hecho, los experimentos sobre cambio de tiempo con altura confirman que el intervalo espacio-tiempo alrededor de una masa esférica viene dado por

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - r^2 c^2 d\varphi^2 \quad (136)$$

Esta expresión se llama *métrica de Schwarzschild* por uno de sus descubridores.** La métrica (136) describe la forma curvada de espacio-tiempo alrededor de una masa esférica no giratoria. Está bien aproximada para la Tierra o el Sol. (¿Por qué se puede despreciar su rotación?) [Desafío 208 s](#)

La expresión (136) también muestra que la fuerza de la gravedad alrededor de un cuerpo de masa M y radio R se mide por un número adimensional h definido como

$$h = \frac{2GM}{c^2 R} \quad h = 2G \quad (137)$$

Esta relación expresa la tensión gravitacional con la cual las longitudes y el vacío se deforman de la situación plana de relatividad especial, y por lo tanto también determina cuánto enlentecen los relojes cuando la gravedad está presente. (La relación también revela lo lejos que se encuentra uno de cualquier posible horizonte.) En la superficie de la Tierra, la relación h tiene el pequeño valor de $1,4 \cdot 10^{-9}$; sobre la superficie del Sol tiene un valor algo mayor de $4,2 \cdot 10^{-6}$. La precisión de los relojes modernos permite detectar con facilidad tales efectos pequeños. Las diversas consecuencias y usos de la deformación del espacio-tiempo serán discutidos en breve.

Observemos que si una masa está altamente concentrada, en particular cuando su radio se convierte en igual a su *denominado radio de Schwarzschild*

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (138)$$

La métrica de Schwarzschild se comporta extrañamente: en ese lugar, el *tiempo desaparece* (note que t es el tiempo en el infinito). En el radio de Schwarzschild, el reloj de pulsera (como se muestra por un reloj en el infinito) se detiene - y aparece un *horizonte*. Lo que sucede precisamente se explorará a continuación. Esta situación no es común: el radio de Schwarzschild para una masa como la Tierra es de 8,8 mm, y para el Sol es de 3,0 km; es posible que desee comprobar que el tamaño del objeto para cada sistema en la vida cotidiana es mayor que su radio Schwarzschild. [Desafío 209 e](#). Los sistemas físicos que alcanzan este límite se llaman *agujeros negros*;^{ref. 143} los estudiaremos en detalle en breve. De hecho, la relatividad general afirma que *ningún* sistema en la naturaleza es más pequeño que su tamaño de Schwarzschild, es decir que la relación h definida por la expresión (137) nunca está por encima de la unidad.

En resumen, los resultados mencionados hasta ahora demuestran que la *masa genera curvatura*.

La equivalencia masa-energía que conocemos por la relatividad especial nos dice entonces que, como consecuencia, el espacio también debe estar curvado por la presencia de cualquier tipo de energía-cantidad de movimiento. Cada tipo de energía curva el espacio-tiempo. Por ejemplo, la luz también debe curvar el espacio-tiempo. Sin embargo, incluso los haces de mayor energía que podemos crear corresponden a masas extremadamente pequeñas, y por lo tanto a curvaturas incalculablemente pequeñas. Incluso el calor curva el espacio-tiempo; pero en la mayoría de los sistemas, el calor es solamente aproximadamente una fracción de 10^{-12} de la masa total; su efecto de curvatura es, por tanto, no mensurable y despreciable. Sin embargo, todavía es posible demostrar experimentalmente que la energía curva el espacio. En casi todos los átomos una fracción considerable de la masa se debe a la energía electrostática entre los protones cargados positivamente. En 1968 Kreuzer confirmó que la energía curva el espacio con un inteligente experimento usando una masa flotante.^{ref. 144} [Desafío 210 e](#) Es fácil deducir que el equivalente temporal de la curvatura espacial es el funcionamiento desigual del reloj. Tomando las dos curvaturas juntas, concluimos que cuando la gravedad está presente, el *espacio-tiempo* es curvo.

Resumamos nuestra cadena de pensamientos. La energía es equivalente a la masa; la masa produce la gravedad; la gravedad es equivalente a la aceleración; la aceleración es posicióndependiente del tiempo.

Dado que la velocidad de la luz es constante, deducimos que la *energía-cantidad de movimiento indica al espacio-tiempo cómo curvarse*. Esta afirmación es la primera mitad de la relatividad general.

**Karl Schwarzschild (1873–1916), Importante astrónomo alemán; Fue uno de los primeros en entender la relatividad general. Publicó su fórmula en diciembre de 1915, pocos meses después de que Einstein publicara sus ecuaciones de campo. Murió prematuramente, a la edad de 42 años, con gran pesar de Einstein. Deduciremos la forma de la métrica más adelante, directamente a partir de las ecuaciones de campo de la relatividad general.^{ref. 142} El otro descubridor de la métrica, desconocido para Einstein, fue el físico holandés J. Droste, un estudiante de Lorentz.

Pronto descubriremos cómo medir la curvatura, cómo calcularla a partir de la energía-cantidad de movimiento y lo que se encuentra cuando se comparan la medición y el cálculo. También descubriremos que diferentes observadores miden diferentes valores de curvatura. El conjunto de transformaciones que relacionan un punto de vista con otro en relatividad general, la *simetría del difeomorfismo*, nos dirá cómo relacionar las mediciones de diferentes observadores.

Puesto que la materia se mueve, podemos decir aún más. No sólo el espacio-tiempo se curva cerca de las masas, sino que también se curva cuando una masa ha pasado. En otras palabras, la relatividad general afirma que el espacio, así como el espacio-tiempo, es elástico. Sin embargo, es bastante rígido: mucho más rígido que el acero.^{ref. 145} *Desafío 211 ny* Para curvar una pieza del espacio en un 1% se requiere una densidad de energía enormemente más grande que para curvar un simple raíl del tren un 1%. Esta y otras consecuencias interesantes de la elasticidad del espacio-tiempo nos ocuparán por un tiempo.

LA VELOCIDAD DE LA LUZ Y LA CONSTANTE GRAVITACIONAL

Si morior, moror.* Antiquity

* 'Si reposo, muero.' Esta es la divisa del ave del paraíso.

Seguimos en el camino hacia la precisión en nuestra comprensión de la gravitación. Todos nuestros conocimientos teóricos y empíricos sobre la gravedad puede resumirse en sólo dos afirmaciones generales. El primer principio:

▷ *La velocidad v de un sistema físico está limitada superiormente por: $v \leq c$ (139) para todos los observadores, donde c es la velocidad de la luz.*

La teoría que se sigue de este primer principio, la relatividad *especial*, se extiende a la relatividad general mediante la adición de un segundo principio, que caracteriza la gravitación. Hay varias formas equivalentes de exponer este principio. Aquí hay una.

▷ *Para todos los observadores, la fuerza F en un sistema está limitada por*
$$F \leq \frac{c^4}{4G} \quad (140)$$

donde G es la constante universal de gravitación.

Dicho brevemente, hay una fuerza máxima en la naturaleza. La Gravitación conduce a la atracción de las masas. Sin embargo, esta fuerza de atracción está limitada. *Desafío 212 e* Una proposición equivalente es:

▷ *Para todos los observadores, el tamaño L de un sistema de masa M está limitado por*

$$\frac{L}{M} \leq \frac{4G}{c^2} \quad (141)$$

En otras palabras, un sistema masivo no puede ser más concentrado que un agujero negro no giratorio de la misma masa. Otra manera de expresar el principio de gravitación es el siguiente:

▷ *Para todos los sistemas, la potencia emitida P está limitada por*

$$P \leq \frac{c^5}{4G} \quad (142)$$

Dicho brevemente; en la naturaleza hay una potencia máxima.

Los tres límites arriba indicados son equivalentes entre sí; y no se conocen ni son posibles excepciones. Los límites incluyen la gravitación universal en el caso no relativista. Nos dicen *qué* es la gravedad, es decir, la curvatura, y *cómo* se comporta exactamente. Los límites nos permiten determinar la curvatura en todas las situaciones, para todos los eventos del espacio-tiempo. Como hemos visto anteriormente, el límite de velocidad junto con uno cualquiera de los tres últimos principios implica toda la relatividad general.**

Desafío 213 ny Por ejemplo, ¿puede demostrar que la fórmula que describe el corrimiento al rojo gravitacional cumple con el límite general (141) sobre las ratios entre longitud y masa?

Notemos que cualquier fórmula que contiene la velocidad de la luz c se basa en la relatividad especial, y si contiene la constante de gravitación G , se relaciona con la gravitación universal. Si una fórmula contiene *tanto c como G* , es una afirmación de la relatividad general. El presente capítulo subraya frecuentemente esta conexión.

*Este enfoque didáctico no es convencional. Es posible que el presente autor haya sido pionero en él, aunque varios investigadores desarrollaron ideas similares antes, entre ellos Venzo de Sabbata y C. Sivaram.^{ref. 109} El físico británico Gary Gibbons también desarrolló ideas similares de forma independiente.

Nuestro ascenso hasta la montaña nos ha enseñado que una descripción precisa del movimiento requiere la especificación de todos los puntos de vista permitidos, sus características, sus diferencias y las transformaciones entre ellos. De ahora en adelante, *todos* los puntos de vista están permitidos, sin excepción: cualquier persona debe poder hablar con cualquier otra persona. No importa si un observador siente la gravedad, está en caída libre, se acelera o está en movimiento inercial. Además, las personas que intercambian izquierda y derecha, las personas que intercambian hacia arriba y hacia abajo o las personas que dicen que el Sol gira alrededor de la Tierra deben ser capaces de hablar entre sí y con nosotros. Esto da un conjunto mucho mayor de transformaciones de puntos de vista que en el caso de la relatividad especial; hace que la relatividad general sea difícil pero también fascinante. Y puesto que todos los puntos de vista están permitidos, la descripción resultante del movimiento es *completa*.*

¿POR QUÉ UNA PIEDRA LANZADA EN EL AIRE CAE A LA TIERRA? - GEODÉSICAS

Un genio es alguien que comete todos los errores posibles en el menor tiempo posible. Anónimo

En nuestra discusión de la relatividad especial, vimos que el movimiento inercial o libremente flotante es el movimiento que conecta dos eventos que requieren el *mayor tiempo propio*. En ausencia de gravedad, el movimiento que cumple este requisito es movimiento *recto* (rectilíneo). Por otro lado, también estamos acostumbrados a pensar en los rayos de luz como rectilíneos. De hecho, todos estamos acostumbrados a comprobar la rectitud de una arista mirando a lo largo de ella. Siempre que dibujamos los ejes de un sistema de coordenadas físicas, imaginamos trazar trayectorias de rayos de luz o dibujamos el movimiento de cuerpos que se mueven libremente.

En ausencia de gravedad, las trayectorias de los objetos y las trayectorias de la luz coinciden. Sin embargo, en presencia de la gravedad, los objetos no se mueven a lo largo de caminos como los de la luz, como muestra cada piedra arrojada. La luz ya no define la rectitud espacial. En presencia de la gravedad, tanto la luz como la materia están dobladas, aunque en cantidades *diferentes*. Pero la afirmación original sigue siendo válida: incluso cuando la gravedad está presente, los cuerpos siguen caminos en los que el tiempo propio es el mayor posible.

Para la materia, tales caminos se llaman *geodésicas tipo tiempo o temporales*. Para la luz, tales caminos se llaman *geodésicas tipo luz o geodésicas nulas*. Observamos que en el espacio-tiempo, las geodésicas son las curvas con *longitud máxima*. Esto contrasta con el caso del espacio puro, como la superficie de una esfera, donde las geodésicas son las curvas de longitud *mínima*.

En palabras sencillas, las *pedras caen porque siguen las geodésicas*. Hagamos algunas verificaciones de esta afirmación. Puesto que las piedras se mueven maximizando el tiempo propio para los observadores inerciales, también deben hacerlo para observadores que caen libremente, como Kittinger. En realidad, deben hacerlo para todos los observadores. La equivalencia de las trayectorias descendentes y geodésicas es al menos coherente.

Si la caída se ve como una consecuencia de la aproximación de la superficie de la Tierra -como discutiremos más adelante- podemos deducir directamente que caer implica un tiempo propio que sea lo más grande posible. [Desafío 214 e](#) La caída libre en realidad es el movimiento a lo largo de las geodésicas.

Vimos anteriormente que la gravitación se deriva de la existencia de una fuerza máxima. El resultado se puede visualizar de otra manera. Si la atracción gravitacional entre un cuerpo central y un satélite fuera *más fuerte* de lo que es, los agujeros negros serían menores de lo que son; en ese caso, el límite máximo de la fuerza y la velocidad máxima se superarían acercándose a un tal agujero negro. Si, por otro lado, la gravitación fuera más débil de lo que es, habría observadores para los que los dos cuerpos no interactuarían, por lo que no formarían un sistema físico. En resumen, una fuerza máxima de $c^4 / 4G$ implica la gravitación universal. No hay diferencia entre afirmar que todos los cuerpos se atraen por gravitación y afirmar que hay una fuerza máxima con el valor $c^4 / 4G$. Pero al mismo tiempo, el principio de fuerza máxima implica que los objetos se mueven en geodésicas. ¿Puede demostrar esto? [Desafío 215 ny](#)

Pasemos a un control experimental. Si la caída es una consecuencia de la curvatura, entonces los recorridos de *todas* las piedras arrojadas o cayendo cerca de la Tierra deben tener la *misma curvatura* en el espacio-tiempo.

Tome una piedra lanzada horizontalmente, una piedra lanzada verticalmente, una piedra lanzada rápidamente, o una piedra lanzada lentamente: solo se necesitan dos líneas de argumentación para demostrar

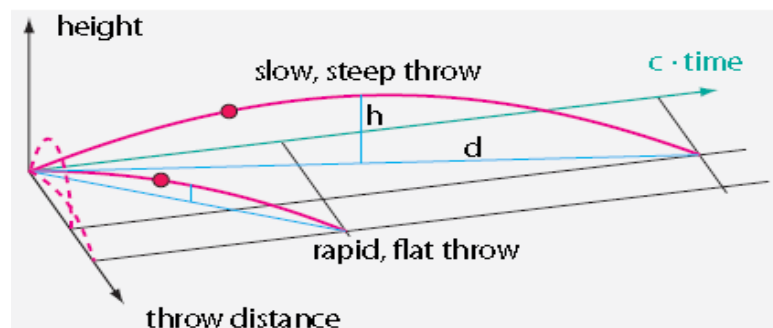
** *O lo sería, si no fuera por una pequeña desviación llamada teoría cuántica.

que en el espacio-tiempo todos sus caminos se pueden aproximar con alta precisión por segmentos de un círculo, como se muestra en la [Figura 66](#). [Desafío 216 ny](#) Todas las trayectorias tienen el *mismo* radio de curvatura r , dado por

$$r = \frac{c^2}{g} \approx 9,2 \cdot 10^{15} \text{ m} \quad (143)$$

El gran valor del radio, que corresponde a una curvatura baja, explica por qué no lo notamos en la vida cotidiana. La forma parabólica típica de la trayectoria de una piedra en la vida cotidiana es justamente la proyección del camino más fundamental en el espacio-tiempo tetradimensional al espacio tridimensional.

FIGURA 66 Todos los caminos de las piedras voladoras, independientemente de su velocidad y ángulo, tienen la misma curvatura en el espacio-tiempo (fotografía © Marco Fulle).



El punto importante es que el valor de la curvatura *no* depende de los detalles del lanzamiento. De hecho, este simple resultado podría haber sugerido las ideas de la relatividad general a las personas un siglo antes de Einstein; lo que faltaba era el reconocimiento de la importancia de la velocidad de la luz como velocidad límite. En cualquier caso, este simple cálculo confirma que la caída y la curvatura están conectadas. Como era de esperar, y como se mencionó anteriormente, la curvatura disminuye a mayores alturas, hasta que se desvanece a una distancia infinita de la Tierra. Ahora bien, dado que la curvatura de todos los caminos para la caída libre es la misma, y dado que todos estos caminos son caminos de acción mínima, es fácil de entender que también son geodésicas.

Si describimos la caída como consecuencia de la curvatura del espacio-tiempo, debemos demostrar que la descripción con geodésicas reproduce todas sus características. En particular, debemos ser capaces de explicar que las piedras arrojadas con poca velocidad vuelven a caer, y las piedras arrojadas a alta velocidad escapan. [Desafío 217 ny](#) ¿Puede deducir esto de la curvatura del espacio?

En resumen, el movimiento de cualquier partícula que cae libremente «en un campo gravitacional» se describe por el mismo principio variacional que el movimiento de una partícula libre en la relatividad especial:

La trayectoria maximiza el tiempo propio $\int dt$. Reformulamos esto diciendo que cualquier partícula en caída libre desde el punto A al punto B minimiza la acción S dada por

$$S = -c^2 m \int_A^B d\tau \quad (144)$$

Eso es todo lo que necesitamos saber sobre la caída libre de los objetos. Como consecuencia, *cualquier desviación de la caída libre le mantiene joven*. Cuanto mayor sea la desviación, más joven permanecerá.

Como veremos más adelante, la descripción de la acción mínima de caída libre ha sido comprobada de forma extremadamente precisa, y nunca se ha observado ninguna diferencia del experimento.^{ref. 146} También vamos a descubrir que para la caída libre, las predicciones de la relatividad general y de la gravitación universal difieren sustancialmente tanto para partículas cerca de la velocidad de la luz como para los cuerpos centrales de alta densidad. Hasta ahora, todos los experimentos han demostrado que cuando las dos predicciones difieren, la relatividad general es correcta, y la gravedad universal y otras descripciones alternativas son incorrectas.

Todos los cuerpos caen a lo largo de geodésicas. Esto nos dice algo importante. La caída de los cuerpos no depende de su masa. Las geodésicas son como “raíles” en el espacio-tiempo que les dicen a los cuerpos cómo caer. En otras palabras, el espacio-tiempo puede, en efecto, ser imaginado como una entidad singular, gigante y deformada. El espacio-tiempo no es ‘nada’; es una entidad de nuestro pensamiento. La configuración de esta entidad les dice a los objetos cómo moverse. El espacio-tiempo es de este modo realmente como un intangible colchón; este deformado colchón guía a los objetos que caen a lo largo de su malla de geodésicas.

Por añadidura, la energía de ligadura (enlace) cae del mismo modo que la masa, como se prueba comparando la caída de objetos hechos de diferentes materiales. Ellos poseen diferentes porcentajes de energía de ligadura. *Desafío 218 s* (¿Por qué?) Por ejemplo, en la Luna, donde no hay aire, los cosmonautas dejaron caer bolas de acero y plumas y encontraron que caen juntos, unas al lado de otras. La independencia de la composición material para la caída ha sido verificada y confirmada una y otra vez.^{ref. 147}

¿PUEDE CAER LA LUZ?

¿Cómo cae la radiación? La luz, como cualquier radiación, es energía sin masa en reposo. Se mueve como un flujo de entidades luminosas extremadamente rápidas. Por lo tanto las desviaciones de la gravitación universales vienen a ser más evidentes en el caso de la luz. ¿Cómo cae la luz? La luz no puede cambiar su velocidad. Cuando la luz cae verticalmente, solamente cambia de color, como hemos visto anteriormente. Pero la luz puede también cambiar de dirección. Mucho antes de que las ideas de la relatividad fueran populares, en 1801, el astrónomo prusiano Johann Soldner comprendió que la gravitación universal implica que la luz es *desviada* cuando pasa cerca de una masa.^{ref. 148} Calculó igualmente en qué medida el ángulo de desviación depende de la masa del cuerpo y de la distancia a la que pasa. Sin embargo, nadie en el siglo XIX fue capaz de probar experimentalmente este resultado.

Obviamente, la luz tiene energía, y la energía tiene un peso; la desviación de la luz por ella misma *no* constituye una prueba de la curvatura del espacio. La relatividad general también predice un ángulo para la desviación de la luz que pasa cerca de las masas, pero de *doble* valor que el valor clásico de Soldner porque la curvatura del espacio alrededor de grandes masas se añade al efecto de la gravitación universal. La desviación de la luz pues, únicamente confirma la curvatura del espacio si los *valores* experimentales están de acuerdo con lo predicho por la relatividad general. Efectivamente, este es el caso: las observaciones coinciden con las predicciones. Más detalles se darán en breve.

Dicho sencillamente, la masa no es necesaria para sentir la gravedad; la energía es suficiente. Este resultado de la equivalencia masa-energía debe convertirse en una segunda naturaleza en el estudio de la relatividad general. En particular, la luz no es ligera, sino pesante. ¿Puede usted argumentar que la curvatura de la luz cerca de la Tierra debe ser la misma que la de las piedras, dada por la expresión (142)? *Desafío 219 ny*

En resumen, todos los experimentos demuestran que no sólo la masa, sino también la energía cae a lo largo de una geodésica, cualquiera que sea su tipo (ligada o libre), y cualquiera que sea la interacción (sea electromagnética o nuclear). Además, el movimiento de la radiación confirma que el espacio-tiempo es curvo.

Dado que los experimentos demuestran que todas las partículas caen de la misma manera, independientemente de su masa, carga o cualquier otra propiedad, podemos concluir que el sistema de todas las trayectorias posibles forma una estructura independiente. Esta estructura es lo que llamamos el *espacio-tiempo*.

Así encontramos que el *espacio-tiempo dice a la materia, la energía y la radiación cómo caer*. Esta afirmación es la segunda mitad de la relatividad general. Complementa la primera mitad, que establece que

la energía le dice al espacio-tiempo cómo curvarse. Para completar la descripción del movimiento macroscópico, sólo necesitamos agregar números a estas declaraciones, para que se vuelvan verificables.

Como de costumbre, podemos proceder de dos maneras: podemos deducir las ecuaciones del movimiento directamente, o podemos deducir primero el lagrangiano y luego deducir las ecuaciones de movimiento de él. Pero antes de hacer eso, vamos a tener un poco de diversión.

CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS ACERCA DE LA GRAVITACIÓN

Wenn Sie die Antwort nicht gar zu ernst nehmen und sie nur als eine Art Spaß ansehen, so kann ich Ihnen das so erklären: Früher hat man geglaubt, wenn alle Dinge aus der Welt verschwinden, so bleiben noch Raum und Zeit übrig. Nach der Relativitätstheorie verschwinden aber auch Zeit und Raum mit den Dingen.

Albert Einstein en 1921 en New York

** "Si no tomas la respuesta demasiado en serio y la consideras sólo como entretenimiento, te lo explicaré de la siguiente manera: en el pasado se pensaba que si todas las cosas desaparecían del mundo, el espacio y el tiempo seguirían siendo. Pero siguiendo la teoría de la relatividad, el espacio y el tiempo desaparecerían junto con las cosas".*

Tome una botella de plástico y haga algunos agujeros próximos al fondo. Llene la botella con agua, cerrando previamente los agujeros con sus dedos. Si deja caer la botella, el agua no saldrá de la botella mientras dure la caída. **Desafío 220 s** ¿Puede explicar cómo este experimento confirma la equivalencia entre reposo y caída libre?

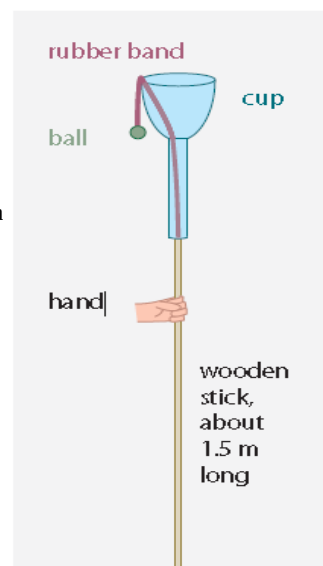


FIGURA 67 Un rompecabezas: ¿cuál es la forma más sencilla de conseguir que la bola adherida a la banda de goma entre dentro de la taza?

* *

En su setenta y seis cumpleaños, Einstein recibió un regalo de cumpleaños especialmente hecho para él, mostrado en la **Figura 67**. Una copa bastante profunda se monta en la parte superior de un palo de escoba.

La copa contiene una pieza débil de goma elástica unida a su fondo, a la que se une una bola en el otro extremo. En la posición inicial, la bola cuelga fuera de la copa. La goma es demasiado débil para tirar de la bola e introducirla en la copa contra la gravedad. **Desafío 221 s** ¿Cuál es la manera más elegante de introducir la bola en la copa?

* *

La gravedad tiene las mismas propiedades en todo el universo, excepto en la oficina de patentes de los Estados Unidos. En 2005, concedió una patente, Nr. 6960975, para un dispositivo antigraavedad que funciona distorsionando el espacio-tiempo de tal manera que la gravedad es "compensada" (véase patft.uspto.gov). **Desafío 222 s** ¿Conoce un dispositivo más simple?

* *

Desafío 223 e El radio de curvatura del espacio-tiempo en la superficie de la Tierra es $9,2 \cdot 10^{15}$ m. ¿Puede confirmar este valor?

* *

Desafío 224 s Un trozo de madera flota sobre el agua. ¿Se hundirá más o menos en un ascensor que acelera hacia arriba?

* *

Desafío 225 s Vimos en la relatividad especial que si dos gemelos son idénticamente acelerados en la misma dirección, con un gemelo una cierta distancia delante del otro, entonces el gemelo de delante envejece más que el gemelo de detrás. ¿Sucede esto en un campo gravitacional también? ¿Y qué sucede cuando el campo varía con la altura, como en la Tierra?

* *

Desafío 226 s Una fuerza máxima y una potencia máxima implican un flujo máximo de masa. ¿Puede mostrar que el flujo de masa no puede exceder de $1,1 \cdot 10^{35}$ kg/s?

* *

Desafío 227 s Los experimentos de las Figuras 62 y 63 difieren en un punto: uno acaece en el espacio plano, el otro en el espacio curvado. Uno parece estar relacionado con la conservación de la energía, el otro no. ¿Invalidan esas diferencias la equivalencia de las observaciones?

* *

Desafío 228 s ¿Cómo pueden pesarse los astronautas ellos mismos para comprobar si están comiendo lo suficiente?

* *

¿Está un cosmonauta en órbita realmente flotando libremente? No. Resulta que las estaciones espaciales y satélites son acelerados por varios efectos pequeños. Las más importantes son la presión de la luz del Sol, la fricción del aire, y los efectos del viento solar. (los Micrometeoritos por lo general se pueden despreciar.) Estos tres efectos conducen a las aceleraciones del orden de 10^{-6} m/s² a 10^{-8} m/s², dependiendo de la altura de la órbita.

Desafío 229 s ¿Puede estimar cuánto tiempo tardaría una manzana flotando en el espacio en golpear la pared de una estación espacial, partiendo desde el medio? Por cierto, ¿cuál es la magnitud de las aceleraciones de marea en esta situación?

* *

No hay masa negativa en la naturaleza, como se discutió en el comienzo de nuestra caminata (incluso la antimateria tiene masa *positiva*). Esto significa que la gravitación no puede ser apantallada, en contraste con las interacciones electromagnéticas. Puesto que la gravitación no puede ser apantallada, no hay manera de hacer un sistema perfectamente aislado. ¡Pero tales sistemas forman la base de la termodinámica!

Estudiaremos las fascinantes implicaciones de esto más adelante: por ejemplo, descubriremos un *límite superior para la entropía* de los sistemas físicos.

* *

¿Se puede utilizar el espacio curvo para viajar más rápido que la luz? Imagínese un espacio-tiempo en el cual dos puntos pudieran ser conectados ya sea por un camino que conduce a través de una porción plana, o por un segundo camino que conduce a través de una parte parcialmente curvada. ¿Podría utilizarse esa parte curvada para viajar entre los puntos más rápidamente que a través de la plana? Matemáticamente, esto es posible; sin embargo, tal espacio curvado necesitaría tener una densidad de energía *negativa*.

Tal situación es incompatible con la definición de energía y con la inexistencia de masa negativa.^{ref. 149} La afirmación de que esto no sucede en la naturaleza también se llama la *condición de energía débil*. **Desafío 230 ny** ¿Está implícito en el límite de las relaciones entre longitud y masa?

* *

La afirmación de un límite a la razón longitud-masa $L/M \geq 4G/c^2$ invita a realizar experimentos para tratar de superarlo. **Desafío 231 ny** ¿Puede usted explicar qué sucede cuando un observador se mueve tan rápidamente en las proximidades de una masa que la contracción de longitud del cuerpo alcanza el límite?

* *

Hay una propiedad matemática importante del espacio tridimensional \mathbb{R}^3 que lo diferencia de todas las demás dimensiones. Una curva cerrada (unidimensional) puede formar nudos *sólo* en \mathbb{R}^3 : en cualquier dimensión más alta siempre se puede desanudar. (La existencia de nudos también explica por qué tres es la dimensión más pequeña que permite el movimiento caótico de partículas). Sin embargo, la relatividad general no dice *por qué* el espacio-tiempo tiene tres más una dimensiones. Esto simplemente se basa en el hecho. Esta pregunta profunda y difícil será resuelta sólo en la última parte de nuestro ascenso en la montaña.

* *

Henri Poincare, que murió en 1912, poco antes de que terminara la teoría general de la relatividad, pensó durante un tiempo que el espacio curvado no era una necesidad, sino sólo una posibilidad. Imaginó que se podría seguir utilizando el espacio euclídeo siempre que se permitiera a la luz seguir caminos curvos.

Desafío 232 s ¿Puede explicar por qué es imposible tal teoría?

* *

Desafío 233 s ¿Pueden dos átomos de hidrógeno dar vueltas entre sí, en su campo gravitacional mutuo? ¿Cuál sería el tamaño de esta "molécula"?

* *

Desafío 224 s ¿Pueden dos pulsos de luz girar uno respecto del otro, en su campo gravitacional mutuo?

* *

Los diversos movimientos de la Tierra mencionados en la sección sobre la física galileana, tales como su rotación alrededor de su eje o alrededor del Sol, conducen a varios tipos de tiempo en física y astronomía. El tiempo definido por los mejores relojes atómicos se denomina *tiempo dinámico terrestre*. Mediante la inserción de un salto de segundos de vez en cuando para compensar la mala definición del segundo (una rotación de Tierra no toma 86 400, sino 86 400.002 segundos) y, en menor medida, por la desaceleración de la rotación de la Tierra, se obtiene el *tiempo universal Coordinado* o UTC. Entonces está el tiempo derivado de éste teniendo en cuenta todos los saltos de segundos. Se tiene entonces el tiempo - diferente - que sería mostrado por un reloj no giratorio en el centro de la Tierra. Por último, hay un *tiempo dinámico baricéntrico*, que es el tiempo mostrado por un reloj en el centro de masa del sistema solar.^{ref. 150} Solamente usando este último tiempo los satélites pueden ser dirigidos de manera fiable a través del sistema solar. En resumen, la relatividad dice adiós a Greenwich Mean Time (hora media de Greenwich), como lo hace la ley británica, en uno de los raros casos en que la ley sigue a la ciencia. (Sólo la BBC continúa usándolo.)

* *

Las agencias espaciales *tienen* que utilizar la relatividad general si desean enviar satélites artificiales a Marte, a Venus o a cometas. Sin su uso, las órbitas no serían calculadas correctamente, y los satélites perderían sus objetivos y usualmente incluso el planeta entero. De hecho, las agencias espaciales van a lo seguro: usan una generalización de la relatividad general, es decir, el *formalismo post-newtoniano parametrizado*, el llamado PPN, que incluye una comprobación continua de si la relatividad general es correcta. Dentro de los errores de medición no se ha encontrado ninguna desviación hasta ahora.^{**}

* *

La relatividad general también es utilizada por las agencias espaciales en todo el mundo para calcular la posición exacta de los satélites y para sintonizar radios a la frecuencia de los emisores de radio sobre ellos.^{ref. 151.} Además, la relatividad general es esencial para el llamado *sistema de posicionamiento global*, o GPS. Esta moderna herramienta de navegación ^{**} consta de 24 satélites equipados con relojes que vuelan por todo el mundo. ¿Por qué el sistema necesita la relatividad general para operar? Puesto que todos los satélites, así como cualquier persona en la superficie de la Tierra, viajan en círculos, tenemos $dr = 0$, y podemos reescribir la métrica de Schwarzschild (135) como

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 = 1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{r^2}{c^2} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = 1 - \frac{2GM}{rc^2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \quad (146)$$

Para la relación entre el tiempo satélite y el tiempo terrestre, dt **Desafío 235 e**

$$\left(\frac{dt_{sat}}{dt_{Tierra}}\right)^2 = \frac{1 - \frac{2GM}{r_{sat}c^2} \cdot \frac{v_{sat}^2}{c^2}}{1 - \frac{2GM}{r_{Tierra}c^2} \cdot \frac{v_{Tierra}^2}{c^2}} \quad (147)$$

Desafío 236 s ¿Puede deducir cuántos microsegundos gana un reloj satelital cada día, dado que los satélites GPS orbitan la Tierra una vez cada doce horas? Dado que sólo tres microsegundos darían un error de posición de un kilómetro después de un solo día, los relojes en los satélites deben ajustarse para que se

^{**} Para dar una idea de lo que esto significa, el formalismo post-newtoniano *no parametrizado*, basado en la relatividad general, escribe la ecuación de movimiento de un cuerpo de masa m cerca de una gran masa M como una desviación de la expresión inversa del cuadrado para la aceleración a :

$$a = \frac{GM}{r^2} + f_2 \frac{2GM}{rc^2} \cdot \frac{v^2}{c^2} + f_4 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \cdot \frac{v^4}{c^4} + f_6 \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \cdot \frac{v^6}{c^6} + \dots \quad (145)$$

Aquí los factores numéricos f_n se calculan a partir de la relatividad general y son de orden uno. Los primeros dos términos impares faltan debido a la reversibilidad (aproximada) del movimiento relativista general: la emisión de la onda de gravedad, que es irreversible, explica el término pequeño f_5 ; Tenga en cuenta que contiene la pequeña masa m en lugar de la masa M . Se han calculado todos los factores f_n hasta f_7 . Sin embargo, en el sistema solar, sólo se ha detectado el término f_2 . Esta situación puede cambiar con los futuros experimentos satelitales de alta precisión.

Los efectos de orden superior, hasta f_5 , se han medido en los pulsares binarios, como se analiza más adelante.

En un formalismo post-newtoniano parametrizado, todos los factores f_n , incluyendo los desiguales, se ajustan a los datos que entran; hasta ahora todos estos ajustes están de acuerdo con los valores predichos por la relatividad general.

^{**} Para obtener más información, consulte el sitio www.gpsworld.com website.

desaceleren por la cantidad calculada.^{ref. 152} Los ajustes necesarios son monitoreados, y hasta ahora han confirmado la relatividad general cada día, dentro de los errores experimentales, desde que el sistema comenzó a funcionar.

* *

La relatividad general es la base del deporte del *geocaching*, la caza del tesoro mundial con la ayuda de receptores GPS. Vea el www.terracaching.com y www.geocaching.com websites para más detalles.

* *

Desafío 237 d La constante gravitacional G no parece cambiar con el tiempo.^{ref. 153} El límite de los más recientes experimentos muestran que la razón de cambio es menor que una parte en 10^{12} por año. ¿Puede imaginar cómo puede ser comprobado?

* *

Desafío 238 s ¿Podría nuestra experiencia de que vivimos en solo tres dimensiones espaciales ser debida a una limitación de nuestros sentidos? ¿Cómo?

* *

Desafío 239 s ¿Puede estimar el efecto de las mareas en el color de la luz emitida por un átomo?

* *

El campo gravitacional más fuerte posible es el de un pequeño agujero negro. El campo gravitacional más fuerte jamás observado es algo menos sin embargo.^{ref. 154} En 1998, Zhang y Lamb utilizando los datos de rayos X de una pareja de estrellas para determinar que el espacio-tiempo cerca de los 10 km estrella de neutrones del tamaño se curva hasta un 30% del valor máximo posible. **Desafío 240 ny** ¿Cuál es la correspondiente aceleración de la gravedad, en el supuesto de que la estrella de neutrones tuviera la misma masa que el Sol?

* *

Desafío 241 e La desviación de la luz cambia el tamaño angular δ de una masa M con radio r cuando se observa a una distancia d .^{ref. 155} El efecto conduce a la preciosa expresión

$$\delta = \arcsen \left(\frac{r \sqrt{1 - \frac{R_S}{d}}}{d \sqrt{1 - \frac{R_S}{r}}} \right) \quad \text{donde} \quad R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (148)$$

Desafío 242 ny ¿Qué porcentaje de la superficie del Sol puede ver un observador en el infinito? Examinaremos este asunto con más detalle en breve.

¿QUÉ ES EL PESO?

No hay manera para un observador *individual* (y puntual) de distinguir los efectos de la gravedad de los de la aceleración. Esta propiedad de la naturaleza permite hacer una extraña afirmación:

las cosas *caen* porque la superficie de la Tierra acelera hacia ellas. Por lo tanto, el *peso* de un objeto resulta de que la superficie de la Tierra está acelerando hacia arriba y empujando contra el objeto. Ese es el principio de equivalencia que se aplica a la vida cotidiana.

Por la misma razón, los objetos en caída libre no tienen peso.

Comprobemos los números. Obviamente, una superficie de la Tierra acelerando produce un peso para cada cuerpo descansando sobre la misma. Este peso es proporcional a la masa inercial. En otras palabras, la masa inercial de un cuerpo es idéntica a la masa gravitacional.^{ref. 156} Esto se observa en efecto en los experimentos, y con la más alta precisión alcanzable. Roland von Eötvös* realizó muchos de esos experimentos de alta precisión a lo largo de su vida, sin encontrar ninguna discrepancia. En estos experimentos utilizó el hecho de que la masa inercial determina los efectos centrífugos y la masa gravitacional determina la caída libre.

(**Desafío 243 ny** ¿Puede imaginar cómo probó la igualdad?) Experimentos recientes demostraron que las dos masas están de acuerdo en una parte en 10^{-12} .^{ref. 156}

Sin embargo, la igualdad de masas no es una sorpresa. Recordando la definición de relación de masa como una relación negativa inversa de aceleración, independientemente del origen de la aceleración, se recuerda que las mediciones de masa no pueden utilizarse para distinguir entre masa inercial y masa gravitacional.

* Roland von Eötvös (b. 1848 Budapest, d. 1919 Budapest), físico húngaro. Realizó muchos experimentos de gravedad de alta precisión; entre otros descubrimientos, descubrió el efecto nombrado por él. La universidad de Budapest lleva su nombre.

Como hemos visto, las dos masas son iguales por definición en la física galileana, y toda la discusión es una falacia lógica, una pista falsa (en inglés, red *red herring*, arenque rojo). El peso es un efecto intrínseco de la masa.

La igualdad entre aceleración y gravedad nos permite imaginar lo siguiente. Imagine montar en un ascensor para bajar algunos pisos. Usted pulsa el botón. El ascensor es empujado hacia arriba por la superficie acelerada de la Tierra, pero algo menos que el edificio; El edificio supera el ascensor, que por lo tanto se queda atrás. Además, debido al empuje más débil, al principio todo el interior del ascensor se siente un poco más ligero. Cuando se restablece el contacto con el edificio, el ascensor se acelera para alcanzar la superficie en aceleración de la Tierra. Por lo tanto, todos nos sentimos como si estuviéramos en un coche fuertemente acelerado, empujado en la dirección opuesta a la aceleración: por un corto tiempo, nos sentimos más pesados, hasta que el ascensor llega a su destino.

¿POR QUÉ CAEN LAS MANZANAS?

Vires acquirit eundo. Virgilio*
Las fuerzas se adquieren caminando.

Un coche acelerado pronto alcanzará un objeto lanzado por delante de él. Por la misma razón, la superficie de la Tierra pronto alcanza una piedra arrojada hacia arriba, porque está continuamente acelerando hacia arriba. Si disfruta de esta manera de ver las cosas, imagina una manzana cayendo de un árbol. En el momento en que se desprende, deja de ser acelerada hacia arriba por la rama. La manzana ahora puede disfrutar de la tranquilidad de un verdadero reposo.

Debido a nuestra limitada percepción humana, llamamos caída libre a este estado de reposo. Desafortunadamente, la superficie acelerada de la Tierra se acerca sin piedad y, dependiendo del tiempo durante el cual la manzana permaneció en reposo, la Tierra la golpea con una velocidad mayor o menor, provocando una alteración de forma más o menos severa.

Las manzanas que caen también nos enseñan a no ser perturbados más por la afirmación de que la gravedad es el funcionamiento desigual de los relojes con la altura. En realidad, esta afirmación *equivale* a decir que la superficie de la Tierra está acelerando hacia arriba, como muestra la discusión anterior.

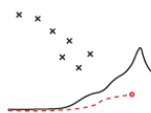
Desafío 234 ny ¿Puede este razonamiento continuar indefinidamente? Podemos continuar durante bastante tiempo. Es divertido mostrar cómo la Tierra puede ser de radio constante aunque su superficie esté acelerando hacia arriba en todas partes. Podemos jugar así con la equivalencia de aceleración y gravedad. Sin embargo, esta equivalencia sólo es útil en situaciones que involucran sólo un cuerpo que acelera. La equivalencia entre la aceleración y la gravedad termina tan pronto como se estudian *dos* objetos que caen. Cualquier estudio de varios cuerpos lleva inevitablemente a la conclusión de que la gravedad no es la aceleración; *gravitación es el espacio-tiempo curvado*.

Muchos aspectos de la gravitación y la la curvatura pueden ser comprendidas con ninguna o solo unas pocas matemáticas. La siguiente sección resaltará algunas de las diferencias entre la gravedad universal y la relatividad general, mostrando que sólo la última descripción coincide con los experimentos.

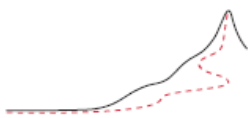
Después de esto, se introducen y aplican algunos conceptos relacionados con la medición de la curvatura aplicados al movimiento de los objetos y del espacio-tiempo. Si el razonamiento se vuelve demasiado complicado para una primera lectura, salte adelante. En cualquier caso, la sección sobre las estrellas, la cosmología y los agujeros negros de nuevo utiliza poca matemática.

UN RESUMEN: LAS IMPLICACIONES DE LA INVARIANCIA DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ EN GRAVITACIÓN

En situaciones con gravedad, el tiempo depende de la altura. La invariancia de la velocidad de la luz implica que el espacio-tiempo está *curvado* en todas las regiones donde la gravedad desempeña un papel. La curvatura del espacio se puede visualizar enhebrando el espacio con líneas de igual distancia o imaginando el espacio como un colchón. En situaciones con gravedad, estas líneas son curvas. Las masas así curvan el espacio, especialmente las grandes. El espacio curvo influye y determina el movimiento de las masas de prueba y de la luz.



*Publius Vergilius Maro (b. 70 bce Andes, d. 19 bce Brundisium), de la Eneida 4, 175



Capítulo 6

ÓRBITAS ABIERTAS, LUZ CURVADA Y BAMBOLEO DEL VACÍO

Einstein me explicaba su teoría todos los días, y a mi llegada estaba plenamente convencido de que la entendía. Chaim Weizmann, primer presidente de Israel^{ref. 157}

Antes de que entremos en los detalles de la relatividad general, exploremos las diferencias entre el movimiento de objetos en relatividad general y en gravitación universal, porque las dos descripciones conducen a diferencias medibles. Dado que la invariancia de la velocidad de la luz implica que el espacio está curvado en las proximidades de las masas, antes que nada hemos de comprobar cómo la curvatura débil influye en el movimiento.

La gravitación es fuerte cerca de los horizontes. Esto sucede cuando la masa M y la amplitud de distancia R obedecen

$$\frac{2GM}{Rc^2} \approx 1 \quad (149)$$

Por lo tanto, la gravedad es fuerte principalmente en tres situaciones: cerca de los agujeros negros, cerca del horizonte del universo, y en partículas con energías extremadamente altas. Los dos primeros casos se analizan a continuación, mientras que el último se estudiará en la parte final del ascenso a nuestra montaña. Por el contrario, en la mayoría de regiones del universo, incluyendo nuestro planeta y nuestro sistema solar, *no* hay horizontes cercanos; en estos casos, la gravedad tiene un efecto *débil*. Este es el tema del presente capítulo.

CAMPO DÉBIL

A pesar de la violencia de las avalanchas o la caída de asteroides, en la vida cotidiana, las fuerzas debidas a la gravedad son mucho más débiles que la fuerza máxima. Sobre la Tierra la proporción que acabamos de mencionar es sólo de 10^{-9} . Por lo tanto, en todos los casos de la vida cotidiana, la gravitación todavía puede ser aproximada por un campo, es decir, con un potencial en el espacio-tiempo plano, a pesar de lo dicho anteriormente sobre la curvatura del espacio.

Estas situaciones de campo débil son interesantes porque son fáciles de entender y de describir; requieren principalmente para su explicación el funcionamiento diferente de los relojes a diferentes alturas. Las situaciones de campo débil nos permiten mencionar la curvatura espacio-temporal sólo de pasada, y nos permiten seguir pensando en la gravedad como fuente de aceleración. Sin embargo, el cambio de tiempo con altura ya induce muchos efectos nuevos e interesantes que no ocurren en gravitación universal. Para explorar esos interesantes efectos, lo único que se necesita es un tratamiento relativista consistente.

CURVATURA DE LA LUZ Y ONDAS DE RADIO

La gravedad influye en el movimiento de la luz. En particular, *la gravedad curva los haces de luz*. La detección de la curvatura de los rayos de luz por el Sol es lo que hizo famoso a Einstein. Esto sucedió porque el ángulo de flexión medido difería del que predice la gravitación universal y confirmó el de la relatividad general que tiene en cuenta la curvatura del espacio.

La curvatura de la luz por una masa es fácil de calcular. Se observa la curvatura de la luz, porque cualquier observador *distante* mide un valor que cambia la velocidad de la luz *efectiva* v cerca de una masa. (Medida en las *inmediaciones*, la velocidad de la luz es, por supuesto, siempre c .) Resulta que un observador distante mide una velocidad *más baja*, por lo que, para él, la gravedad tiene los mismos efectos que un medio óptico denso. Sólo se necesita un poco de imaginación para ver que este efecto *aumentará* de este modo la curvatura de la luz cerca de las masas ya deducidas en 1801 por Soldner a partir de la gravitación universal. En resumen, la curvatura de la luz relativista se diferencia de curvatura de la luz no relativista.

Calculemos el ángulo de flexión. Como de costumbre, utilizamos el sistema de coordenadas del espacio-tiempo plano en el infinito espacial, que se muestra en la **Figura 68**. La idea es hacer todos los cálculos hasta el primer orden, ya que el valor de la flexión es muy pequeño.^{ref. 158} El ángulo de desviación α , es simple

$$\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial v}{\partial x} dy \quad (150)$$

Donde v es la velocidad de la luz medida por un observador lejano. (**Desafío 245 e** ¿Puede confirmar esto?) El siguiente paso es utilizar la métrica de Schwarzschild alrededor de una masa esférica

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - \frac{r^2}{c^2} d\varphi^2 \quad (151)$$

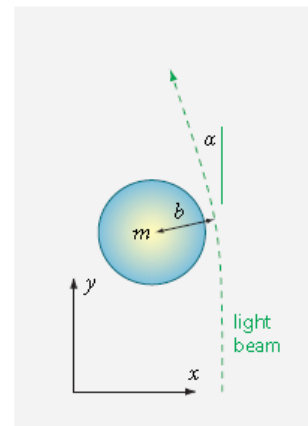
y transformarlo en coordenadas (x, y) hasta el primer orden. **Desafío 246 ny** Esto da

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - \frac{r^2}{c^2} (dx^2 + dy^2) \quad (152)$$

Que de nuevo conduce a primer orden para

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c \quad (153)$$

FIGURA 68 Cálculo de la flexión de la luz por una masa.



Esto confirma lo que ya sabemos, a saber, que los observadores distantes ven que la luz *se ralentizó* al pasar cerca de una masa. Así también podemos hablar de un índice de refracción dependiente de la altura.

En otras palabras, la velocidad constante de la luz local conduce a una desaceleración *global*.

Desafío 247 ny Insertando el último resultado en la expresión (169) y usando una sustitución ingeniosa, obtenemos un ángulo de desviación α dado por

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{b} \quad (154)$$

Donde la distancia b es el llamado *parámetro de impacto* del haz de luz que se aproxima.

▷ El ángulo de desviación resultante α es el *doble* del resultado que para la gravitación universal.

Para un haz justo rasante sobre la superficie del Sol, el resultado es el valor famoso de $1,75'' = 8,5 \mu\text{rad}$. Este pequeño valor fue espectacularmente confirmado por la medida de la expedición de 1919. (¿Cómo midieron el ángulo de la desviación? **Desafío 248 s**) El resultado mostró que la *gravitación universal es incorrecta*. Desde entonces, el experimento ha sido repetido cientos de veces, incluso por astrónomos aficionados.

En realidad, Einstein tuvo suerte. Dos expediciones anteriores organizadas para medir el valor habían fracasado. En 1912, fue imposible tomar datos debido a la lluvia, y en 1914 en Crimea, los científicos fueron arrestados (por error) como espías, porque la guerra mundial acababa de comenzar.^{ref. 159} Pero en 1911, Einstein ya había publicado un cálculo incorrecto, dando sólo el valor de Soldner con la mitad del tamaño correcto; sólo en 1915, cuando completó la relatividad general, encontró el resultado correcto. Por lo tanto Einstein se hizo famoso sólo por el hecho de que las dos expediciones fracasaran antes de que publicara su cálculo correcto.

Para los experimentos de alta precisión alrededor del Sol, es más eficaz medir la curvatura de las *ondas de radio*, ya que encuentran menos problemas cuando se propagan a través de la corona solar. Hasta el momento, más de una docena de experimentos independientes lo han hecho, usando fuentes de radio en el

cielo que se encuentran en la trayectoria del Sol.^{ref. 151, ref. 128} Ellos han confirmado la predicción de la relatividad general dentro de un pequeño tanto por ciento.^{ref. 129}

La curvatura de la radiación también se ha observado cerca de Júpiter, cerca de ciertas estrellas, cerca de varias galaxias y cerca de racimos de galaxias (clusters). Para la Tierra misma, el ángulo es como máximo 3 nrad, demasiado pequeño para ser medido aún, aunque esto puede ser factible en un futuro próximo. Hay una posibilidad de detectar este valor si, como propone Andrew Gould, los datos del satélite Hipparcos, que estaba tomando imágenes de precisión del cielo nocturno durante muchos años, se analizan correctamente en el futuro.

Por supuesto, la flexión de la luz también confirma que en un triángulo, la suma de los ángulos no suma π (dos ángulos rectos), como se predice para el espacio curvo. (¿Cuál es el signo de la curvatura? [Desafío 249 ny](#))

TIEMPO DE RETARDO

El cálculo de la curvatura de la luz cerca de masas muestra que para un observador distante, la luz es más lenta en las proximidades de una masa. La velocidad constante de la luz *local* conduce a una desaceleración *global* de la velocidad de la luz. Si la luz no se ralentizara cerca de una masa, tendría que ir más rápido que c para un observador cerca de ella.*

▷ *Las masas conducen a un retraso de tiempo del paso de ondas electromagnéticas.*

En 1964, Irwin Shapiro tuvo la idea de medir este efecto.^{ref. 160} Propuso dos métodos. El primero era enviar pulsos de radar a Venus, y medir el tiempo que tardaba la reflexión en volver a la Tierra. Si las señales pasan cerca del Sol, se demorarán. La segunda fue usar un satélite artificial comunicándose con la Tierra.

La primera medición se publicó en 1968 y confirmó directamente la predicción de la relatividad general dentro de los errores experimentales.^{ref. 161} Todos los ensayos posteriores del mismo tipo, como el mostrado en la [Figura 69](#), Han confirmado también la predicción dentro de errores experimentales, que hoy en día son del orden de una parte en mil. El retardo también se ha medido en los pulsares binarios, ya que hay algunos de tales sistemas en el cielo para los que la línea de visión se encuentra casi con precisión en el plano orbital.^{ref. 162}

En resumen, la gravitación relativista también se confirma mediante el retardo de tiempo de las mediciones; en contraste, la gravitación universal no predice tales efectos. [Desafío 251 ny](#) Los cálculos sencillos aquí presentados sugieren un desafío: ¿Es también posible describir la relatividad general *completa* -en consecuencia la gravitación en campos *fuertes*- como un cambio de la velocidad de la luz con la posición y el tiempo inducidos por la masa y la energía?

LOS EFECTOS RELATIVISTAS EN LAS ÓRBITAS

La Astronomía permite las mediciones más precisas de los movimientos conocidos. Esto es especialmente válido para el movimiento planetario. Así, en primer lugar Einstein trató de aplicar sus resultados de la gravitación relativista al movimiento de los planetas. Miró las desviaciones de sus movimientos de las predicciones de la gravitación universal. Einstein encontró tal desviación: *la precesión del perihelio de Mercurio*. El efecto se muestra en la [Figura 70](#). Einstein dijo más tarde que el momento en que descubrió que su cálculo de la precesión de Mercurio se corresponde con las observaciones fue uno de los momentos más felices de su vida.

El cálculo no es difícil. En la gravitación universal, las órbitas se calculan estableciendo

$a_{\text{grav}} = a_{\text{centri}}$, en otras palabras, haciendo $GM / r^2 = \omega^2 r$ y fijando la energía y el momento angular. La masa del satélite en órbita no aparece explícitamente. En la relatividad general, la masa del satélite en órbita se hace desaparecer por el reescalado de la energía y del momento angular como $e = E/c^2 m$ y $j = J/m$.^{ref. 128, ref. 129} A continuación, debe incluirse la curvatura del espacio. [Desafío 252 e](#) Utilizamos la métrica de Schwarzschild (170) mencionada anteriormente para deducir que la condición inicial de la energía e , junto con su conservación, lleva a una relación entre el tiempo propio τ y el tiempo t en el infinito:

*Un buen ejercicio es mostrar que la curvatura de una partícula lenta da el valor de Soldier, mientras que al aumentar la velocidad, el valor de la flexión se acerca al doble de ese valor. [Desafío 250 e](#) En todas estas consideraciones, la rotación de la masa ha sido despreciada. Como muestra el efecto del arrastre de los marcos de referencia, la rotación también cambia el ángulo de desviación; sin embargo, en todos los casos estudiados hasta ahora, la influencia está por debajo del umbral de detección.

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{e}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} \quad (155)$$

Donde como la condición inicial en el momento angular j y su conservación implican que

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \frac{j}{r^2} \quad (156)$$

Estas relaciones son válidas para cualquier partícula, cualquiera que sea su masa m . Al insertar todo esto en la métrica de Schwarzschild, encontramos que el movimiento de una partícula sigue

$$\left(\frac{dr}{cd\tau}\right)^2 + V^2(j, r) = e^2 \quad (157)$$

donde el potencial efectivo V está dado por

$$V^2(j, r) = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \left(1 + \frac{j^2}{r^2 c^2}\right) \quad (158)$$

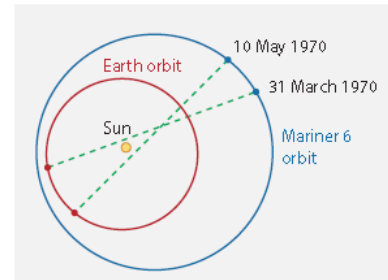


FIGURA 69 Demora de tiempo en las señales de radio - uno de los experimentos de Irwin Shapiro.

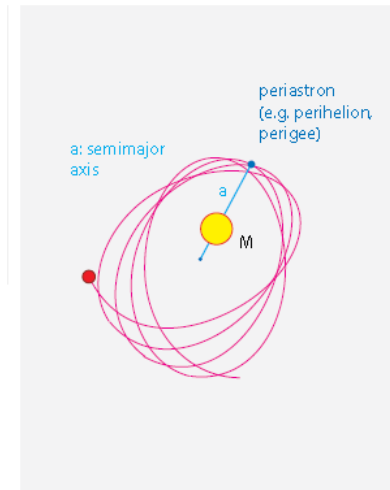
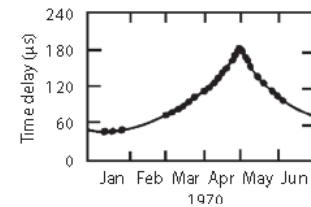


FIGURA 70 La órbita alrededor de un cuerpo central en relatividad general.

Desafío 253 e La expresión difiere ligeramente de la de gravedad universal, como es posible que desee comprobar. **Desafío 254 e** Ahora necesitamos resolver para $r(\phi)$. Para las órbitas *circulares* tenemos dos posibilidades

$$r_{\pm} = \frac{6GM/c^2}{1 \pm \sqrt{1 - 12\left(\frac{GM}{cj}\right)^2}} \quad (159)$$

Donde el signo menos da una órbita estable y el signo más una órbita inestable. Si $cj/GM < 2\sqrt{3}$, no existe órbita estable; el objeto impactará en la superficie o, para un agujero negro, será engullido.

Existe una órbita circular estable *sólo* si el momento angular j es mayor que $2\sqrt{3} GM/c$.

Por lo tanto, encontramos que en la relatividad general, en contraste con la gravedad universal, hay una órbita circular estable *más pequeña (mínima)*. El radio de esta pequeña órbita circular estable es $6GM/c^2 = 3R_s$.

¿Cuál es la situación de las órbitas elípticas? Al establecer $u = 1/r$ en (176) y diferenciándose, la ecuación para $u(\varphi)$ se convierte en

$$u' + u = \frac{GM}{j^2} + \frac{3GM}{c^2} u^2 \quad (160)$$

Desafío 255 e Sin la corrección no lineal debida a la relatividad general en la parte de la derecha, las soluciones son las famosas *secciones cónicas*

$$u_0(\varphi) = \frac{GM}{j^2} (1 + \varepsilon \cos \varphi) \quad (161)$$

Es decir, elipses, parábolas o hipérbolas. El tipo de sección cónica depende del valor del parámetro ε , la llamada *excentricidad*. Conocemos las formas de estas curvas de la gravitación universal. Ahora, la relatividad general introduce el término no lineal en el lado derecho de la ecuación (160). Así, las soluciones ya no son secciones cónicas; sin embargo, como la corrección es pequeña, una buena aproximación está dada por **Desafío 256 e**

$$u_0(\varphi) = \frac{GM}{j^2} \left(1 + \varepsilon \cos \left(\varphi - \frac{3GM^2}{j^2 c^2} \varphi \right) \right) \quad (162)$$

Las hipérbolas y las parábolas de la gravitación universal están así ligeramente deformadas.

▷ En lugar de órbitas elípticas se obtiene la famosa trayectoria de rosetas ilustrada en la **Figura 70**.

Tal trayectoria se caracteriza sobre todo por un desplazamiento del periastro. El *periastro*, o *perihelio* en el caso del Sol, es el punto más cercano al cuerpo central alcanzado por un cuerpo en órbita. **Desafío 257 e** El periastro gira alrededor del cuerpo central por un ángulo

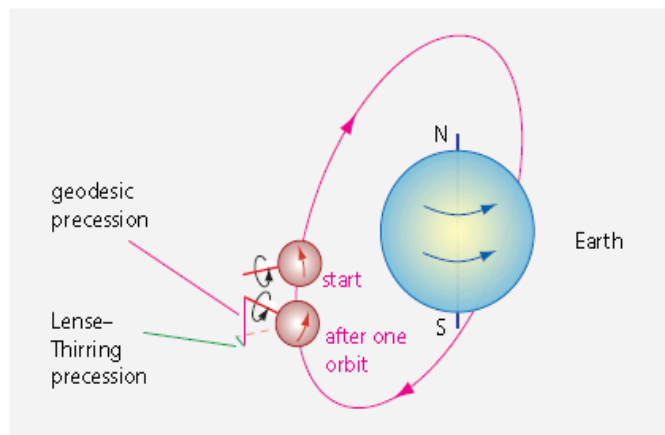
$$\alpha \approx 6\pi \frac{GM}{a(1-\varepsilon^2)c^2} \quad (163)$$

Para cada órbita, donde a es el *semieje mayor*. Para Mercurio, el valor es $43'' = 0,21$ mrad por siglo.

Alrededor de 1900, este fue el único efecto conocido que quedaba inexplicado por la gravitación universal; cuando el cálculo de Einstein lo llevó a exactamente ese valor, estuvo rebosante de alegría durante muchos días.

Para asegurarse de la igualdad entre el cálculo y el experimento, todos los demás efectos que conducen a trayectorias en forma de rosetas deben ser eliminados. Durante algún tiempo, se pensó que el momento cuadrupolar del Sol podría ser una fuente alternativa de este efecto; mediciones posteriores descartaron esta posibilidad.

FIGURA 71 El efecto geodésico.



En el siglo pasado, el desplazamiento del perihelio se ha medido también para las órbitas de Ícaro, Venus y Marte alrededor del Sol, así como para varios sistemas estelares binarios. En los pulsares binarios, el desplazamiento de periastro puede ser tan grande como varios grados por año.^{ref. 162} En todos los casos, la expresión (182) describe el movimiento dentro de los errores experimentales.

Notemos que incluso la órbita en forma de roseta en sí no es realmente estable, debido a la emisión de ondas gravitacionales. Pero en el sistema solar, la potencia perdida de esta manera es completamente despreciable incluso durante miles de millones de años, como vimos anteriormente, de modo que la trayectoria roseta sigue siendo una buena descripción de las observaciones.

EL EFECTO GEODÉSICO

La gravitación relativista tiene un efecto adicional sobre los cuerpos en órbita predicho en 1916 por Willem de Sitter.* Cuando un cuerpo puntiagudo orbita una masa central m a la distancia r , la *dirección* de la punta *cambiará* después de una órbita completa. Este efecto, mostrado en la [Figura 71](#), sólo existe en relatividad general. El ángulo α que describe el cambio de dirección después de una órbita viene dado por

$$\alpha = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{3Gm}{rc^2}} \right) \approx \frac{3\pi GM}{rc^2} \quad (164)$$

Este cambio de ángulo se denomina *efecto geodésico* - "geodético" en otros idiomas. Es una consecuencia adicional de la división en campos gravitoelectrónicos y gravitomagnéticos, como es posible que desee demostrar [Desafío 258 e](#). Obviamente, no existe en gravitación universal.

En los casos en que la punta del cuerpo en órbita está hecha mediante una rotación intrínseca, tal como un satélite giratorio, el efecto geodésico produce una precesión del eje. Así, el efecto es comparable al acoplamiento espín-órbita en la teoría atómica. (El efecto Thirring-Lense mencionado más adelante es análogo al acoplamiento espín-espín).

Cuando Willem de Sitter predijo el efecto geodésico, o precesión geodésica, propuso detectar que el sistema Tierra-Luna cambiaría su dirección apuntando en su caída alrededor del Sol. El efecto es diminuto; para el eje de la Luna el ángulo de precesión es de aproximadamente 0,019 segundos de arco por año.^{ref. 163} El efecto fue detectado por primera vez en 1987 por un equipo italiano para el sistema Tierra-Luna, a través de una combinación de radiointerferometría y oscilación lunar, usando los ojos de gato, mostrados en la [Figura 72](#), depositados por Lunokhod y Apollo en la Luna. En 2005, el efecto geodésico fue confirmado con alta precisión con la ayuda de un satélite artificial alrededor de la tierra que contenía un número de giroscopios de alta precisión.^{ref. 168}

A primera vista, la precesión geodésica es similar a la precesión de Thomas encontrada en la relatividad especial. En ambos casos, un transporte a lo largo de una línea cerrada da lugar a la pérdida de la dirección original. Sin embargo, una cuidadosa investigación demuestra que la precesión de Thomas se puede *añadir* a la precesión geodésica mediante la aplicación de alguna interacción adicional, no gravitacional, por lo que la analogía es poco sólida.

LOS EFECTOS THIRRING

En 1918, el físico austríaco Hans Thirring publicó dos simples y bellas predicciones de movimientos, uno de ellos con su colaborador Josef Lense. Ninguno de los movimientos aparece en la gravitación universal, pero ambos aparecen en la relatividad general. La [Figura 73](#) ilustra estas predicciones.^{ref. 164, ref. 165}

El primer ejemplo, hoy en día llamado el *efecto Thirring*, predice aceleraciones centrífugas y de Coriolis para masas en el interior de una cáscara de masa en rotación.

Thirring mostró que si una cáscara de masa gira, las masas en su interior son atraídas hacia la cáscara circundante. El efecto es muy pequeño; sin embargo, esta predicción está en marcado contraste con la de la gravedad universal, donde una concha de masa esférica, giratoria o no, no tiene ningún efecto en las masas de su interior.

[Desafío 259 e](#) ¿Puede explicar este efecto usando la figura y la analogía del colchón?

El segundo efecto, el *efecto Thirring-Lense*,** es más famoso. La relatividad general predice que un péndulo oscilante de Foucault, o un satélite que gira alrededor de la Tierra en una órbita polar, no permanece precisamente en un plano fijo con respecto al resto del universo, sino que la rotación de la Tierra arrastra con ella el plano un poquito. Este *marco de arrastre*, como también se llama el efecto, aparece porque la Tierra en el vacío se comporta como una bola giratoria en un colchón de espuma. Cuando una bola o una cáscara gira dentro de la espuma, en parte arrastra la espuma junto con ella. Del mismo modo, la Tierra arrastra un poco de vacío con él, y así gira el plano del péndulo. Por la misma razón, la rotación de la Tierra gira el plano de un satélite en órbita.

* *

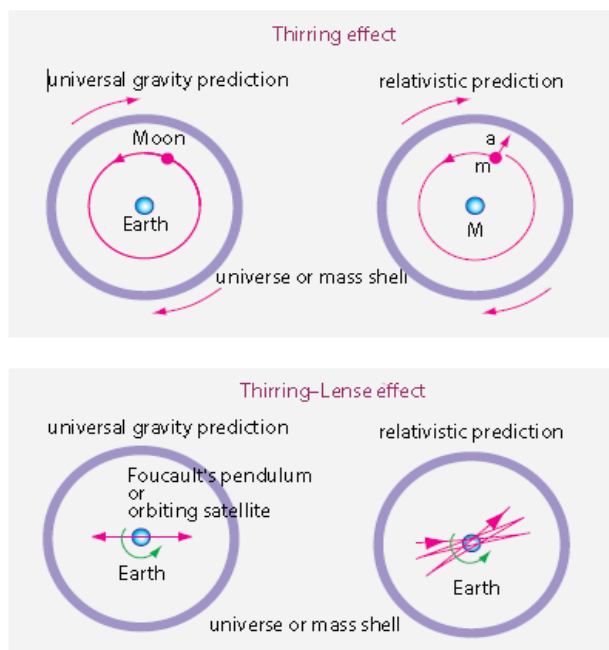
El efecto Thirring-Lense o de marco de arrastre es extremadamente pequeño. Puede ser que fuera medido por primera vez en 1998 por un grupo italiano dirigido por Ignazio Ciufolini, y luego por el mismo grupo en

* Willem de Sitter (b. 1872 Sneek, d. 1934 Leiden) matemático holandés, físico y astrónomo.

* Aunque el orden de los autores es Lense y Thirring, es habitual (pero no universal) enfatizar la idea de Hans Thirring colocándolo primero.

los siguientes años hasta 2004. El grupo siguió el movimiento de dos satélites artificiales especiales – mostrados en la [Figura 74](#) – consistente sólo en un cuerpo de acero y algunos reflectores tipo ojos de gato. El grupo midió el movimiento del satélite alrededor de la Tierra con una precisión extremadamente alta, haciendo uso de pulsos láser reflejados.^{ref. 166} Este método permitió que este experimento fuera comparativamente barato y rápido. Desafortunadamente, el tamaño de los efectos sistemáticos y otras razones implican que no se puede confiar en los resultados publicados.^{ref. 167}

FIGURA 73 Los efectos Thirring y Thirring–Lense.



Hasta ahora, solo otro grupo intentó el experimento alrededor de la Tierra. El satélite para el llamado experimento Gravity Probe B se puso en órbita en 2005, después de más de 30 años de planificación.^{ref. 168} Estos satélites eran extremadamente complicados y llevaban esferas superconductoras que giraban rápidamente. A pesar de varios sistemas rotos, en 2009 el experimento confirmó la existencia de marco de arrastre alrededor de la Tierra. La evaluación confirmó las predicciones de la relatividad general en un 25% aproximadamente.

Mientras tanto, los efectos de marco de arrastre también se han medido en varios otros sistemas astronómicos. Las mejores confirmaciones provienen de los púlsares. Los púlsares envían pulsos de radio regulares, por ejemplo cada milisegundo, con una precisión extremadamente alta. Al medir los tiempos exactos en que los pulsos llegan a la Tierra, se pueden deducir los detalles del movimiento de estas estrellas y confirmar que tales efectos sutiles como el marco de arrastre efectivamente tienen lugar.^{Ref. 169}

GRAVITOMAGNETISMO**

El marco de arrastre y el efecto Thirring pueden verse como casos especiales de *gravitomagnetismo*. (Vamos a mostrar la conexión más adelante.) Esta aproximación a la gravedad ya fue estudiada en el siglo XIX por Holzmüller y por Tisserand, mucho antes de la relatividad general fuera descubierta.^{ref. 170} El enfoque se ha vuelto una vez más popular en los últimos años debido a que es fácil de entender. Como se mencionó anteriormente, hablar de un *campo* gravitatorio es siempre una aproximación. En el caso de la gravedad débil, como ocurre en la vida cotidiana, la aproximación es muy buena. Muchos efectos relativistas se pueden describir en términos del campo gravitatorio, sin utilizar el concepto de curvatura espacial o del tensor métrico. En lugar de describir el colchón espacio-tiempo completo, el modelo de campo gravitatorio sólo describe la desviación del colchón del estado plano, pretendiendo que la desviación es una entidad separada, llamada campo gravitatorio. Pero ¿cuál es la manera relativista y correcta de describir el campo gravitatorio?

** Esta sección se puede omitir en primera lectura.

FIGURA 72 Los retroreflectores lunares depositados por Apollo 11 (arriba a la derecha), los dos Lunokhods (derecha), Apollo 14 (abajo a la derecha) y Apollo 15 (abajo a la izquierda), sus ubicaciones en la Luna (arriba a la izquierda) y un telescopio realizando una medición de distancia láser (© NASA, Observatoire de la Côte d'Azur).

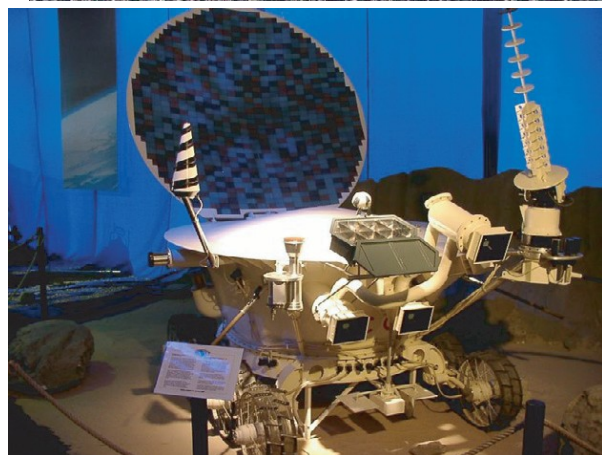
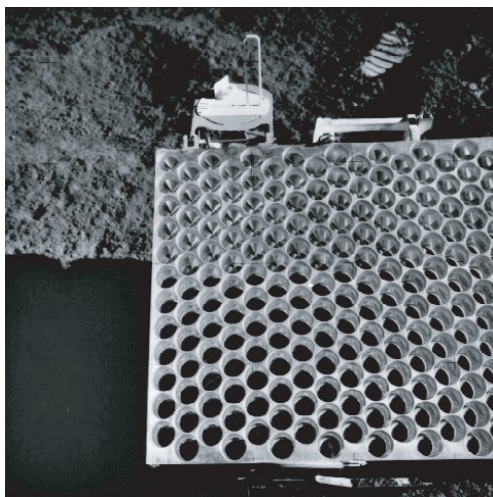
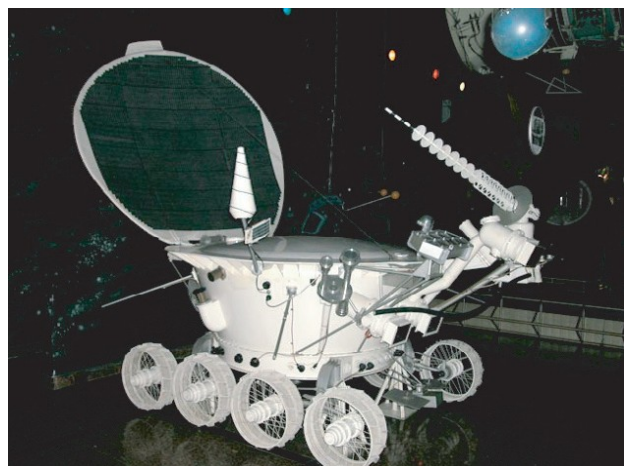
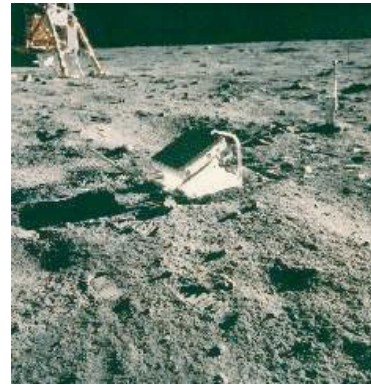


FIGURA 74 El satélite LAGEOS: esfera metálica con un diámetro de 60 cm, una masa de 407 kg, y cubierta con 426 retroreflectores (NASA).



Podemos comparar la situación con el electromagnetismo. En una descripción relativista de la electrodinámica, el campo electromagnético tiene una componente eléctrica y una componente magnética. El campo eléctrico es responsable de la fuerza Coulomb de la inversa del cuadrado. Del mismo modo, en una descripción relativista de la gravedad (débil)** el campo gravitatorio tiene una componente gravitoelectrónica y una componente gravitomagnética. El campo gravitoelectrónico es responsable de la aceleración de la gravedad de la inversa del cuadrado; lo que llamamos el campo gravitatorio en la vida cotidiana es simplemente la parte gravitoelectrónica del campo gravitatorio relativista (débil) completo.^{ref. 171, ref. 172}

¿Qué es el campo gravitomagnético? En electrodinámica, la carga eléctrica produce un campo eléctrico, y una carga móvil, es decir, una corriente, produce un campo magnético. De manera similar, en la gravitación relativista de campo débil, la masa-energía produce el campo gravitoelectrónico y la masa-energía móvil produce el campo gravitomagnético. En otras palabras, el marco de arrastre es debido a las *corrientes* de masa.

En el caso del electromagnetismo, la distinción entre campo magnético y campo eléctrico depende del observador; cada uno de los dos puede (en parte) transformarse en el otro. Lo mismo sucede en el caso de la gravitación.^{ref. 171} El electromagnetismo proporciona una buena indicación de cómo se comportan los dos tipos de campos gravitatorios; esta intuición puede ser transferida directamente a la gravedad. En la electrodinámica, el movimiento $\mathbf{x}(t)$ de una partícula cargada está descrito por la ecuación de Lorentz

$$m\ddot{\mathbf{x}} = q\mathbf{E} + q\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}. \quad (165)$$

En otras palabras, el cambio de *velocidad* se debe al campo eléctrico \mathbf{E} , mientras que el campo magnético \mathbf{B} produce un cambio de la *dirección* de la velocidad dependiente de la velocidad, sin cambiar el módulo de la velocidad misma. Ambos cambios dependen del valor de la carga eléctrica q . En el caso de la gravedad esta expresión se convierte en

$$m\ddot{\mathbf{x}} = m\mathbf{G} + m\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{H}. \quad (166)$$

El papel de carga lo toma la masa. La función del campo eléctrico lo desempeña el campo gravitoelectrónico \mathbf{G} - que llamamos simplemente *campo gravitatorio* en la vida cotidiana - y el papel del campo magnético es tomado por el campo gravitomagnético \mathbf{H} . En esta expresión para el movimiento ya conocemos el campo gravitoelectrónico \mathbf{G} ; está dado por

$$\vec{\mathbf{G}} = \nabla\phi = \nabla\frac{GM}{r} = \frac{-GM\vec{\mathbf{x}}}{r^3} \quad (167)$$

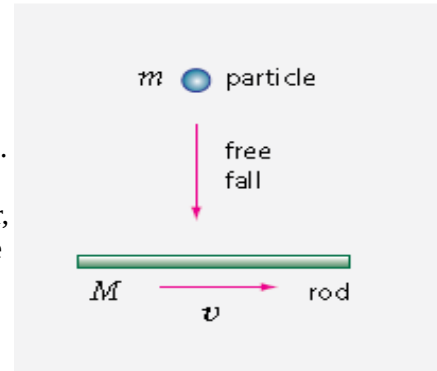
Como de costumbre, la cantidad ϕ es el potencial (escalar). El campo \mathbf{G} es el campo gravitacional usual de la gravitación universal, producido por cada masa, y tiene la dimensión de una aceleración.

Las masas son las fuentes del campo gravitoelectrónico. El campo gravitoelectrónico obedece $\nabla\mathbf{G} = -4\pi G\rho$, donde ρ es la densidad de masa. Un campo *estático* \mathbf{G} no tiene vórtices; obedece a $\nabla \times \mathbf{G} = 0$.

* La aproximación requiere velocidades bajas, campos débiles y distribuciones de energía de masa localizadas y estacionarias.

No es difícil demostrar que si existen campos *gravitoelectricos*, también deben existir campos *gravitomagnéticos*; estos últimos aparecen cuando cambiamos de un observador en ^{ref. 173} reposo a uno en movimiento. (Usaremos el mismo argumento en electrodinámica.)

FIGURA 75 La realidad del gravitomagnetismo.



Una partícula que cae perpendicularmente hacia una barra infinitamente larga ilustra la cuestión, como se muestra en la [Figura 75](#). Un observador en reposo con respecto a la varilla puede describir toda la situación con fuerzas gravitoelectricas solas. Un segundo observador, moviéndose a lo largo de la barra con velocidad constante, observa que la cantidad de movimiento de la partícula *a lo largo de la varilla* también aumenta. Este observador no sólo medirá un campo gravitoelectrico; también mide un campo gravitomagnético. De hecho, una masa moviéndose con velocidad v produce una (3-)aceleración gravitomagnética en una masa de prueba m dada por

$$m\mathbf{a} = m \mathbf{v} \times \mathbf{H} \quad (168)$$

Desafío 260 ny Donde, casi como en la electrodinámica, el *campo gravitomagnético* estático \mathbf{H} obedece

$$\mathbf{H} = 16\pi N\rho\mathbf{v} \quad (169)$$

donde ρ es la densidad de masa de la fuente del campo y N es una constante de proporcionalidad.

En la naturaleza, no hay fuentes para el campo gravitomagnético; obediendo así $\nabla\cdot\mathbf{H} = 0$. El campo gravitomagnético tiene dimensión de la inversa tiempo, como una velocidad angular.

Desafío 261 ny Cuando se evalúa la situación en la [Figura 75](#), encontramos que la constante de proporcionalidad N está dada por

$$N = G / c^2 = 7,4 \cdot 10^{-28} \text{ m/kg} \quad (170)$$

Un valor extremadamente pequeño. De este modo encontramos que como en el caso electrodinámico, el campo gravitomagnético es más débil que el campo gravitoelectrico por un factor de c^2 . Por lo tanto, es difícil de observar. Además, un segundo aspecto hace que la observación del gravitomagnetismo sea aún más difícil. En contraste con el electromagnetismo, en el caso de la gravedad no hay forma de observar campos gravitomagnéticos *puros* (*Desafío 262 s* ¿por qué?); siempre están mezclados con los habituales, los gravitoelectricos. Por estas razones, los efectos gravitomagnéticos se midieron por primera vez sólo en los años noventa. En otras palabras, la gravedad universal es la aproximación de campo débil de la relatividad general que surge cuando todos los efectos gravitomagnéticos son despreciados.

En resumen, si *una masa se mueve, también produce un campo gravitomagnético*. ¿Cómo podemos imaginar el gravitomagnetismo? Echemos un vistazo a sus efectos. El experimento de la [Figura 75](#) mostró que una varilla móvil tiene el efecto de acelerar ligeramente una masa de prueba en la misma dirección de su movimiento. En nuestra metáfora del vacío como un colchón, parece como si una barra móvil arrastrara el vacío junto con ella, así como cualquier masa de prueba que esté en esa región. El gravitomagnetismo puede ser visto como arrastre del vacío. Debido a una reticencia generalizada a pensar en el vacío como un colchón, se utiliza en su lugar la expresión *marco de arrastre*.

En esta descripción, *todos los efectos de marco de arrastre son efectos gravitomagnéticos*. En particular, un campo gravitomagnético también aparece cuando una masa grande gira, como en el efecto Thirring-Lense de la [Figure 66](#). Para un momento angular \mathbf{J} , el campo gravitomagnético \mathbf{H} es un campo dipolar; está dado por

$$\vec{H} = \nabla \times \left(-2 \frac{\vec{J} \times \vec{x}}{r^3} \right) \quad (171)$$

exactamente igual que en el caso electrodinámico. El campo gravitomagnético alrededor de una masa giratoria tiene tres efectos principales.

En primer lugar, como en el electromagnetismo, una partícula de prueba giratoria con momento angular \mathbf{S} siente un par de fuerzas (un momento de fuerza) si está cerca de una masa giratoria grande con momento angular \mathbf{J} . Este par \mathbf{T} está dado por

$$\vec{T} = \frac{d\vec{S}}{dt} = \frac{1}{2} \vec{S} \times \vec{H} \quad (172)$$

El par conduce a la *precesión de los giroscopios o precesión geodésica*. Para la Tierra, este efecto es extremadamente pequeño: en el Polo Norte, la precesión tiene un ángulo cónico de 0,6 milisegundos de arco y una tasa de rotación del orden de 10^{-10} veces la de la Tierra.

Un segundo efecto del gravitomagnetismo es el siguiente. Puesto que para un par tenemos $\vec{T} = \vec{\Omega} \times \vec{S}$, el campo dipolar de una masa rotatoria grande con momento angular \vec{J} produce un segundo efecto. Una masa en órbita experimentará la *precesión de su plano orbital*. [Desafío 263 ny](#) Visto desde el infinito se obtiene, para una órbita de semieje mayor a y excentricidad e ,

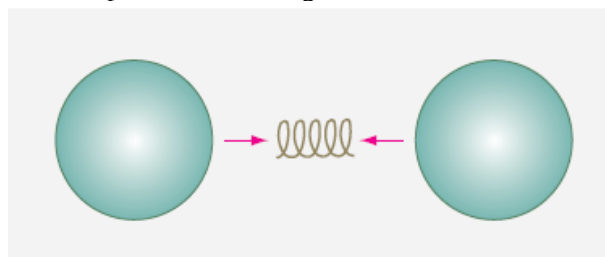
$$\dot{\vec{\Omega}} = \frac{-\vec{H}}{2} = \frac{-G}{c^2} \frac{\vec{J}}{|\vec{x}|^3} + \frac{G}{c^2} \frac{3(\vec{J}\vec{x})\vec{x}}{|\vec{x}|^5} = \frac{G}{c^2} \frac{2\vec{J}}{a^3(1-e^2)^{3/2}} \quad (173)$$

que es la predicción de Lense y Thirring.* El efecto es extremadamente pequeño, dando un cambio de ángulo de sólo 8" por órbita para un satélite cerca de la superficie de la Tierra. Esto explica las dificultades y controversias alrededor de tales experimentos ligados a la Tierra. Como se mencionó antes, el efecto es mucho mayor en los sistemas púlsares.

Como tercer efecto del gravitomagnetismo, una masa giratoria conduce a la *precesión del periastro*. Este es un efecto similar al producido por la curvatura del espacio en las masas en órbita incluso si el cuerpo central no gira. La rotación sólo reduce la precesión debido a la curvatura espacio-temporal. Este efecto se ha confirmado por completo para el famoso pulsar binario PSR 1913 + 16, descubierto en 1974, así como para el Pulsar doble "real" PSR J0737-3039, descubierto en 2003. Este último sistema muestra una precesión del periastro de $16,9^\circ / A$, el mayor valor observado hasta ahora.^{ref. 174}

La división en efectos gravitoelectrónicos y gravitomagnéticos es, por lo tanto, una aproximación útil a la descripción de la gravedad. La división también ayuda a responder a preguntas tales como: [Desafío 265 s](#) ¿Cómo puede la gravedad mantener la Tierra en órbita alrededor del Sol, si la gravedad necesita 8 minutos para llegar desde el Sol a nosotros? Por encima de todo, la división del campo gravitatorio en componentes gravitoelectrónicos y gravitomagnéticos permite una descripción simple de las ondas gravitacionales.

FIGURA 76 Un experimento Gedanken (pensado) mostrando la necesidad de ondas gravitacionales



ONDAS GRAVITACIONALES

Una de la más fantásticas predicciones de la Física es la existencia de ondas gravitacionales.

Las ondas gravitacionales*** prueban que el propio espacio vacío tiene la facultad de moverse y vibrar. La idea básica es sencilla. Puesto que el espacio es elástico, como un gran colchón en el que vivimos, el espacio debería ser capaz de oscilar en forma de ondas de propagación, como un colchón o cualquier otro medio elástico.

Poincaré predijo las ondas gravitacionales en 1905.*** Las ondas se dedujeron de una aproximación de la relatividad general de Einstein en 1916. Durante un cierto período de tiempo, Einstein y muchos otros creyeron que su cálculo era erróneo^{ref. 175}. Estaba convencido de la existencia de ondas gravitacionales solo en 1937, cuando varias personas le señalaron errores en su borrador del artículo escrito con Nathan Rosen sobre cómo deducir las ondas de la relatividad general sin ninguna aproximación. Luego revisó el manuscrito. Por lo tanto, solo el artículo publicado en 1937 demostró inequívocamente, por primera vez, que las ondas

** [Desafío 264 ny](#) Una esfera homogénea que gira tiene un momento angular dado por $J = 25 M\omega R^2$.

* Para ser estricto, el término "onda de gravedad" tiene un significado especial: las ondas de gravedad son las ondas superficiales del mar, donde la gravedad es la fuerza restauradora. Sin embargo, en la relatividad general, el término se usa indistintamente con "onda gravitacional".

*** De hecho, la cuestión de la velocidad de la gravedad fue discutida mucho antes que él, por Laplace, por ejemplo. Sin embargo, estas discusiones no se prevé la existencia de las ondas.

gravitacionales existen en la relatividad general. Se tuvieron que aclarar varias cuestiones secundarias incluso después de este documento; en la década de 1950 el problema se resolvió definitivamente.^{ref. 176}

A partir de la existencia de una velocidad de energía máxima, Jorgen Kalckar y Ole Ulfbeck^{ref. 177} han dado un argumento simple para la necesidad de ondas gravitacionales. Estudiaron dos masas iguales cayendo una hacia la otra bajo el efecto de la atracción gravitatoria, e imaginaron un resorte entre ellas. La situación se ilustra en la [Figura 76](#). Tal muelle hará que las masas reboten una hacia la otra una y otra vez. El muelle central almacena la energía cinética de las masas que caen. El valor de la energía se puede medir mediante la determinación de la longitud en la que se comprime el muelle. Cuando el muelle se expande de nuevo y lanza las masas de vuelta al espacio, la atracción gravitatoria disminuirá gradualmente la velocidad de las masas, hasta que vuelven a caer una hacia la otra, comenzando así el mismo ciclo de nuevo.

Sin embargo, la energía almacenada en el muelle debe hacerse *más pequeña* con cada ciclo. Cada vez que una esfera se separa del muelle, se frena por la atracción gravitatoria de la otra esfera. Ahora, el valor de esta desaceleración depende de la distancia a la otra masa; pero puesto que hay una velocidad máxima de propagación, la deceleración efectiva está dada por la distancia que la otra masa *tenía* cuando comenzó su efecto de la gravedad hacia la segunda masa. Para dos masas que se alejan una de la otra, la distancia efectiva es por tanto algo menor que la distancia real. En resumen, mientras están alejándose, la deceleración real es *mayor* que la calculada sin tener en cuenta el tiempo de retardo.

TABLA 4 El espectro previsto de las ondas gravitacionales.

FRECUENCIA	LONGITUD DE ONDA	NOMBRE	ASPECTO ESPERADO
$< 10^{-4}$ Hz	$> 3\text{Tm}$	Frecuencias extremadamente bajas	Sistemas lentos de estrellas binarias, Agujeros negros supermasivos
10^{-4} Hz– 10^{-1} Hz	3Tm – 3Gm	Frecuencias muy bajas	Sistemas binarios de estrellas rápidas, Agujeros negros masivos, vibraciones enanas blancas
10^{-1} Hz– 10^2 Hz	3Gm – 3Mm	Frecuencias bajas	Pulsares binarios, agujeros negros medios y ligeros
10^2 Hz– 10^5 Hz	3Mm – 3 km	Frecuencias medias	supernovas, vibraciones pulsares
10^5 Hz– 10^8 Hz	3 km – 3m	Frecuencias altas	Desconocidas. Quizás futuras fuentes humanas
$> 10^8$ Hz	$< 3\text{m}$		Tal vez fuentes cosmológicas desconocidas

Del mismo modo, cuando una masa cae de nuevo hacia la otra, ella es acelerada por la otra masa de acuerdo con la distancia que tenía cuando el efecto de la gravedad comenzó a moverse hacia ella.

Por lo tanto, mientras se aproxima, la aceleración es *menor* que la calculada sin retardo de tiempo. Por lo tanto, las masas llegan con una energía menor que aquella con la que partieron. En cada rebote, el resorte se comprime un poco menos. La diferencia entre estas dos energías se pierde por cada masa: es tomada por el espacio-tiempo, en otras palabras, se irradia como radiación gravitacional. Lo mismo ocurre con los colchones. Recuerde que una masa deforma el espacio a su alrededor como una bola de metal sobre un colchón deforma la superficie alrededor de ella. (Sin embargo, en contraste con los colchones reales, no hay fricción entre la bola y el colchón.) Si dos bolas de metal golpean repetidamente una contra otra y luego salen otra vez, hasta que vuelvan a juntarse, enviarán ondas superficiales sobre el colchón. Con el tiempo, este efecto reduce la distancia con que las dos bolas salen alejándose una de otra después de cada golpe. Como veremos más adelante, un efecto similar ya se ha medido; las dos masas, en lugar de ser repelidas por un muelle, estaban orbitando entre sí.

Una simple descripción matemática de las ondas de gravedad proviene de la división en efectos gravitomagnéticos y gravitoelectrónicos.^{ref. 178} No hace falta mucho esfuerzo para extender la gravitomagnetostática y la gravitoelectrostática a *gravitodinámica*.

Así como la electrodinámica puede deducirse de la atracción de Coulomb extendiéndola a todos los posibles observadores inerciales, la gravitodinámica puede deducirse de la gravedad universal al extenderla a otros observadores. [Desafío 266 ny](#). Se obtienen las cuatro ecuaciones

$$\begin{aligned}\nabla \vec{G} &= -4\pi G \rho \quad , \quad \nabla \times \vec{G} = \frac{-1}{4} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \nabla \vec{H} &= 0 \quad , \quad \nabla \times \vec{H} = -16\pi N \rho v + 4 \frac{N}{G} \frac{\partial \vec{G}}{\partial t}\end{aligned}\quad (174)$$

Ya hemos encontrado dos de estas ecuaciones. Las otras dos ecuaciones son versiones ampliadas de lo que hemos encontrado, teniendo en cuenta la dependencia del tiempo. Excepto por los diversos factores de 4, las ecuaciones para la gravitodinámica son las mismas que las ecuaciones de Maxwell para la electrodinámica. Los factores adicionales de 4 aparecen porque la relación entre el momento angular L y la energía E de las ondas de gravedad es diferente de la de las ondas electromagnéticas. La relación determina el *espín* de una onda.

Para las ondas gravitacionales
$$L = \frac{2}{\omega} E \quad (175)$$

mientras que para las ondas electromagnéticas el factor es $1 / \omega$.

Vale la pena recordar que el espín de la radiación es una propiedad *clásica*. El *espín de una onda* se define como la relación $E / L\omega$, donde E es la energía, L el momento angular, y ω es la frecuencia angular. Para las ondas electromagnéticas el espín es igual a 1; para las ondas de gravedad el espín es 2.

El espín es, por supuesto, también una propiedad de la hasta ahora no detectada partícula cuántica que compone las ondas gravitacionales.

Curiosamente, dado que la gravitación es universal, solo puede existir un *único* tipo de partícula de radiación de espín 2 en la naturaleza. Esto está en fuerte contraste con el caso del espín 1, del cual hay varios ejemplos en la naturaleza: fotones, bosones débiles y gluones.

Las ecuaciones de la gravitodinámica deben complementarse con la definición de los campos mediante la aceleración que producen:

$$m \ddot{\mathbf{x}} = m\mathbf{G} + m \dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{H}. \quad (176)$$

Las definiciones con diferentes factores numéricos son también comunes y luego llevan a diferentes factores numéricos en las ecuaciones de la gravitodinámica.

Las ecuaciones de la gravitodinámica tienen una propiedad simple: en el vacío, podemos deducir de ellas una *ecuación de onda* para los campos gravitoelectrónico y gravitomagnético \mathbf{G} y \mathbf{H} . [Desafío 267 ny](#) (No es difícil: ¡pruebe!) En otras palabras, *la gravitación puede comportarse como una onda: la gravitación puede irradiar*. Todo esto se deriva de la expresión de la gravitación universal cuando se aplica a los observadores en movimiento, con la exigencia de que ni los observadores ni la energía puedan moverse más rápido que c . Tanto el argumento anterior del muelle como el presente argumento matemático usan los mismos supuestos y llegan a la misma conclusión.

[Desafío 268 e](#) Algunas manipulaciones muestran que la velocidad de las ondas gravitacionales está dada por
$$c = \sqrt{\frac{G}{N}} \quad (177)$$

Este resultado corresponde a la expresión electromagnética

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (178)$$

La misma letra se ha utilizado para las dos velocidades, ya que son idénticas. Ambas influencias viajan con la velocidad común a toda energía con masa en reposo nula. Observamos que esto es, estrictamente hablando, una predicción: el valor de la velocidad de las ondas gravitacionales ha sido confirmado directamente, a pesar de reclamaciones en sentido contrario, solamente en 2016. [ref. 179](#)

¿Cómo podemos imaginar las ondas gravitacionales?

Por desgracia hemos dicho anteriormente que una onda gravitacional corresponde a una onda superficial de un colchón; ahora tenemos que hacerlo mejor e imaginar que vivimos *dentro* del colchón. [ref. 180](#) Por lo tanto, las ondas gravitacionales son deformaciones del colchón, es decir, del espacio moviéndose y oscilando. Al igual que (ciertas) ondas de colchón, resulta que las ondas de gravedad son *transversales*. Por lo tanto, pueden ser polarizadas. De hecho, las ondas gravitacionales pueden ser polarizadas de dos maneras. Los efectos de una onda gravitacional se muestran en la [Figura 77](#), tanto para la polarización lineal como

circular.* Observamos que las ondas son invariantes bajo una rotación de π y que las dos polarizaciones lineales difieren por un ángulo $\pi/4$; esto demuestra que las partículas correspondientes a las ondas, los gravitones, son de espín 2. (En general, el campo de radiación clásico para una partícula S de espín es invariante bajo una rotación de $2\pi / S$. Además, las dos polarizaciones lineales ortogonales de una partícula de espín S forma un ángulo $\pi/2S$. Para el fotón, por ejemplo, el espín es 1; en efecto, su ángulo de rotación invariante es 2π y el ángulo formado por las dos polarizaciones es $\pi/2$.)

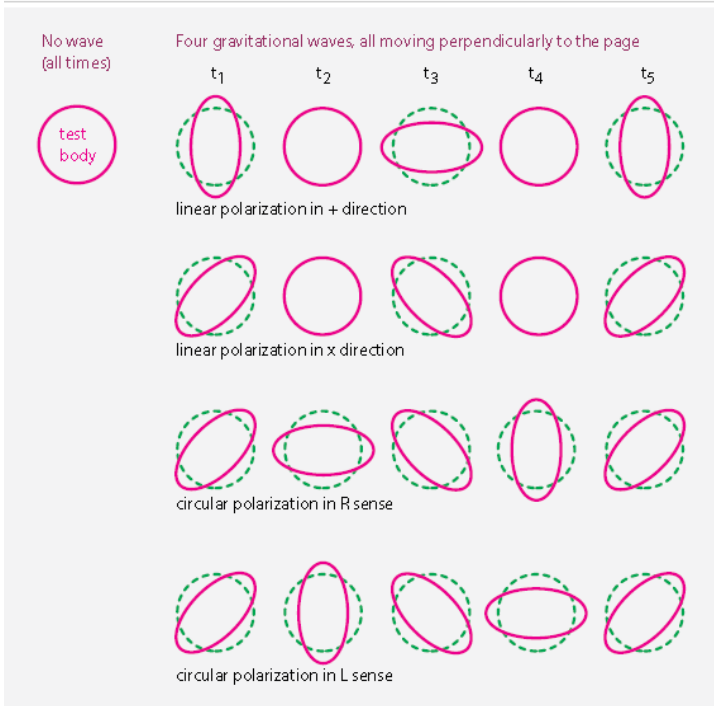


FIGURA 77 Efectos sobre un cuerpo circular o esférico debido a una onda gravitacional plana que se mueve en una dirección perpendicular a la página.

Si nos imaginamos el espacio vacío como un colchón que *llena* el espacio, las ondas gravitacionales son deformaciones oscilantes o bamboleantes del colchón. Más precisamente, la [Figura 77](#) muestra que una onda de polarización circular tiene las mismas propiedades que un sacacorchos que avanza a través del colchón. Más adelante descubriremos por qué la analogía entre un sacacorchos y una onda de gravedad con polarización circular funciona tan bien. De hecho, en la última parte de nuestra aventura encontraremos un modelo específico del colchón del espacio-tiempo que incorpora automáticamente las ondas sacacorchos (en vez de las ondas de espín 1 mostradas por los colchones comunes del látex).

PRODUCCIÓN Y DETECCIÓN DE ONDAS GRAVITACIONALES

¿Cómo se producen ondas gravitacionales? Obviamente, las masas pueden ser aceleradas.

Pero, ¿cómo exactamente? La conservación de la energía prohíbe monopolos de masa que varíen en

* Una onda de gravedad plana (de pequeña amplitud) que se desplaza en la dirección z se describe mediante una métrica g dada por

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1+h_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & h_{xy} & -1+h_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (179)$$

Donde sus dos componentes, cuya relación de amplitud determinan la polarización, están dados por

$$h_{ab} = B_{ab} \sin(kz - \omega t + \varphi_{ab}) \quad (180)$$

Como en todas las ondas armónicas planas. Las amplitudes B_{ab} , la frecuencia ω y la fase φ están determinadas por el sistema físico específico. La relación de dispersión general para el número de onda k resultante de la ecuación de onda es

$$\frac{\omega}{k} = c \quad (181) \quad \text{y muestra que las ondas se mueven a la velocidad de la luz.}$$

En otro gauge (indicador), una onda plana puede escribirse como

$$g = \begin{pmatrix} c^2(1+2\varphi) & A_1 & A_2 & A_3 \\ A_1 & -1+2\varphi & h_{xy} & 0 \\ A_2 & h_{xy} & -1+h_{xx} & 0 \\ A_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (182)$$

donde φ y \mathbf{A} son los potenciales tales que $\mathbf{G} = \nabla\varphi - \partial_{Ac}\partial_t \mathbf{y}$ y $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$.

fuerza. También sabemos por la gravedad universal que una masa esférica cuyo radio oscile no emitirá ondas gravitacionales. Además, la conservación del momento prohíbe dipolos de masas que cambien.

Desafío 269 ny

Como resultado, solamente los *cuadripolos que cambien* pueden emitir ondas gravitacionales.** Por ejemplo, dos masas en órbita una alrededor de la otra emiten ondas gravitacionales. Además, cualquier objeto en rotación que no sea cilíndricamente simétrico alrededor de su eje de rotación también lo hará. Como resultado, la rotación de un brazo conduce a la emisión de ondas gravitacionales. La mayoría de estas indicaciones son válidas también para las masas en los colchones. *Desafío 270 ny* ¿Puede señalar las diferencias?

Einstein encontró que la amplitud h de las ondas a una distancia r desde una fuente está dada, en una buena aproximación, por la segunda derivada del momento cuadrupolar retardado Q^{ret} .^{ref. 181}:

$$h_{ab} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} d_{tt} Q_{ab}^{ret} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} d_{tt} Q_{ab} \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (183)$$

Esta expresión muestra que la amplitud de las ondas gravitacionales *disminuye solo con $1/r$* , en contraste con la expectativas ingenuas. Sin embargo, esta característica es la misma que para las ondas electromagnéticas. Además, el pequeño valor del prefactor, $1,6 \cdot 10^{-44}$ Wm/s, muestra que se necesitan sistemas verdaderamente gigantescos para producir cambios de momentos cuadrupolares que produzcan variaciones de longitud detectables en los cuerpos. *Desafío 271 ny* Para convencerse, basta con insertar un par de números, teniendo en cuenta que los mejores detectores actuales son capaces de medir cambios de longitud de hasta $h = \delta l/l = 10^{-19}$. La producción por el ser humano de ondas gravitacionales detectables es probablemente imposible.

Las ondas gravitacionales, como todas las otras ondas, transportan energía.* Si aplicamos la fórmula general para la potencia P emitida para el caso de dos masas m_1 y m_2 en órbitas circulares alrededor de la otra a una distancia l y obtenemos^{ref. 129}

$$P = - \frac{dE}{dt} = \frac{G}{45c^5} Q_{ab}^{ret} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) l^4 \omega^6 \quad (184)$$

la cual, usando la relación de Kepler $4\pi^2 r^3/T^2 = G(m_1 + m_2)$, se convierte en

$$P = \frac{32}{5} \frac{G^4}{c^5} \frac{(m_1 m_2)^2 (m_1 + m_2)}{l^5} \quad (185)$$

Para las órbitas elípticas, la relación aumenta con la elipticidad, como se explica en el texto de Goenner.^{ref. 129} Introduciendo los valores para el caso de la Tierra y el Sol, obtenemos una potencia de unos 200 W y un valor de 400 W para el sistema Júpiter-Sol. Estos valores son tan pequeños que su efecto no puede ser detectado en absoluto.

Para todos los sistemas en órbita, la frecuencia de las ondas es el doble de la frecuencia orbital, como es posible que desee comprobar. *Desafío 272 ny*. Estas bajas frecuencias hacen aún más difícil detectarlas.

Como resultado, la única observación de los efectos de las ondas gravitatorias hasta la fecha está en los pulsares binarios. Los pulsares son estrellas pequeñas pero extremadamente densas; incluso con una masa igual a la del Sol, su diámetro es sólo de unos 10 km. Por lo tanto, pueden orbitar entre sí a pequeñas distancias y altas velocidades. De hecho, en el sistema pulsar binario más famoso, PSR 1913 + 16, las dos estrellas se orbitan una a otra en 7,8 h, aunque su eje semimayor es de 700 Mm, apenas menos del doble de la distancia Tierra-Luna. Dado que su velocidad orbital es de hasta 400 km/s, el sistema es notablemente relativista.

Los pulsares tienen una propiedad útil: debido a su rotación, emiten pulsos de radio extremadamente regulares (de ahí su nombre), a menudo en períodos de milisegundos. Por lo tanto, es fácil seguir su órbita midiendo el cambio de tiempo de llegada del pulso. En un famoso experimento, un equipo de astrofísicos dirigido por Joseph Taylor* * midió la disminución de la velocidad del sistema pulsar binario que acabamos de mencionar.^{ref. 182}. Eliminando todos los demás efectos y recolectando datos durante 20 años, encontraron

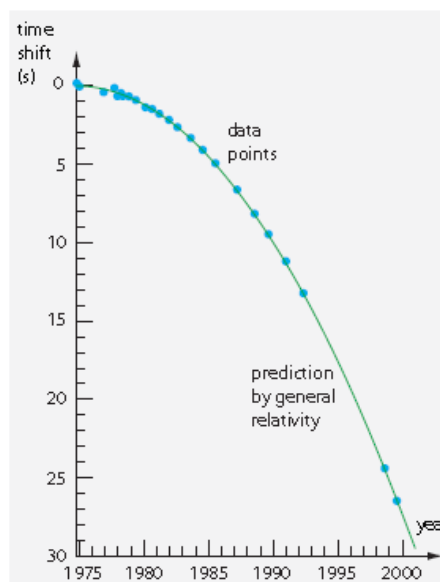
* Un *cuadripolo* es una disposición simétrica, en los cuatro lados de un cuadrado, de cuatro polos alternos. En la gravitación, un monopolo es una masa puntual o dos esféricas, y, puesto que las masas no pueden ser negativas, un cuadrupolo está formado por *dos* monopolos. Una esfera aplastada, como la Tierra, puede ser aproximada por la suma de un monopolo y un cuadrupolo. Lo mismo es válido para una esfera alargada.

* El gravitomagnetismo y la gravitoelectricidad permiten definir un vector gravitacional de Poynting. Es tan fácil de definir y utilizar como en el caso de la electrodinámica.^{ref. 173}

* En 1993 compartió el Premio Nobel de Física por el trabajo de su vida.

una disminución en la frecuencia orbital, mostrada en la [Figura 78](#)^{ref. 183}. La desaceleración se debe a la emisión de ondas de gravedad. Los resultados se ajustan exactamente a la predicción efectuada por la relatividad general, *sin ningún parámetro ajustable*. ([Desafío 273 ny](#)) Es posible que desee comprobar que el efecto debe ser cuadrático en el tiempo). Este es el único caso hasta ahora en el que la relatividad general ha sido probada hasta una precisión $(v/c)^5$. Para tener una idea de la precisión, considere que este experimento detectó una reducción del diámetro orbital de ¡3,1 mm por orbita, o 3,5 m por año!^{ref. 182} Las mediciones fueron posibles sólo porque las dos estrellas en este sistema son estrellas de neutrones con tamaño pequeño, grandes velocidades y las interacciones puramente gravitacionales. El período de rotación del pulsar alrededor de su eje, de unos 59 ms, se conoce con once dígitos de precisión, el tiempo orbital de 7,8 h es conocido hasta diez dígitos y la excentricidad de la órbita a seis dígitos^{ref. 129}. La radioastronomía puede ser espectacular.

FIGURA 78 Comparación entre Tiempo medido para el periastron del pulsar binario PSR 1913 + 16 y la predicción debida a la pérdida de energía por radiación gravitacional.



La detección *directa* de las ondas gravitatorias es uno de los objetivos de la relatividad general experimental. La carrera ha estado en marcha desde los años noventa. La idea básica es sencilla, como se muestra en la [Figura 79](#): se toman cuatro cuerpos, usualmente cuatro espejos, para los cuales la línea que conecta un par es perpendicular a la línea que conecta al otro par. A continuación, se miden los cambios de distancia de cada par. Si una onda gravitacional viene, un par aumentará en distancia y el otro disminuirá, al *mismo* tiempo.

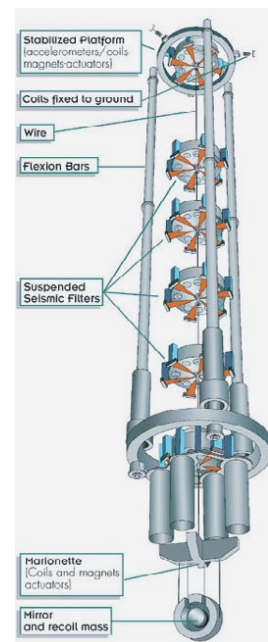
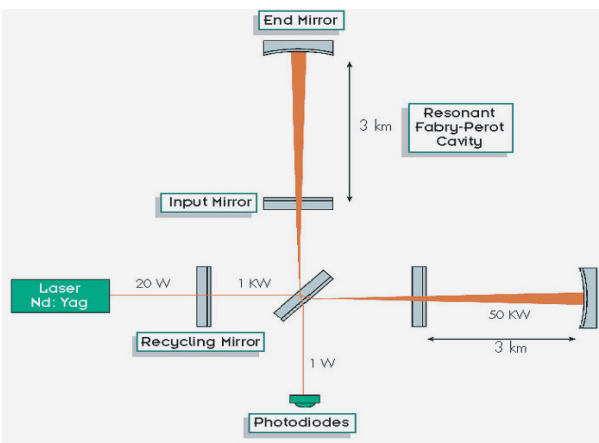
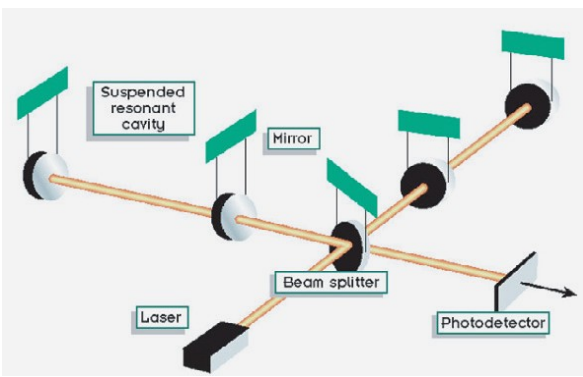
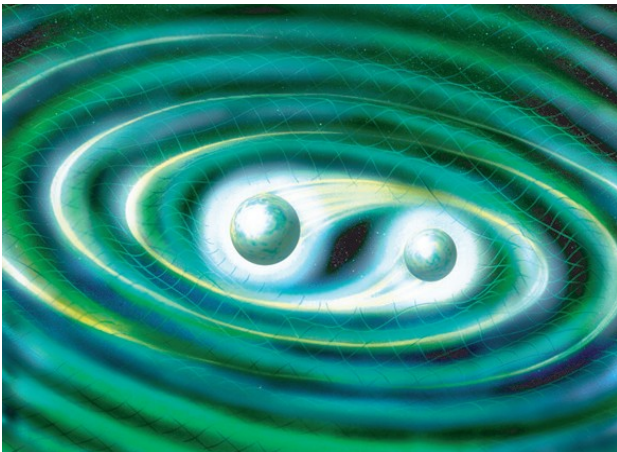
Dado que las ondas gravitacionales detectables no pueden ser producidas por los seres humanos, la detección de ondas en primer lugar requiere la paciencia de esperar a que una onda bastante fuerte pueda llegar. Resulta que incluso para un cuerpo alrededor de un agujero negro, sólo alrededor del 6% de la masa restante puede ser irradiada lejos como ondas gravitacionales; además, la mayor parte de la energía se irradia durante la caída final en el agujero negro, de modo que sólo los procesos bastante violentos, como las colisiones de estrellas de neutrones o fusiones de agujeros negros, son buenos candidatos para fuentes de ondas de gravedad detectables. La ondas producidas por la fusión de dos agujeros negros se muestra en la [Figura 79](#).

Además, se necesita un sistema capaz de detectar cambios de longitud del orden de 10^{-22} o más, es decir, mucho dinero. Para espejos espaciados a 4 km de distancia, el cambio de distancia detectable debe ser menor que una milésima parte del diámetro de un protón.

Esencial para una detección exitosa son las técnicas para eliminar el ruido en la señal de detección. Esencial para una detección exitosa son las técnicas para eliminar el ruido en la señal de detección. Los mejores expertos en reducción de ruido del mundo están trabajando en detectores de ondas gravitatorias. Desde hace décadas, los mejores expertos en reducción de ruido del mundo trabajan con detectores de ondas gravitacionales. Comprender los mecanismos de ruido se ha convertido en una investigación en sí misma.

Hasta 2015, las ondas gravitacionales no se habían detectado. La sensibilidad de los detectores no era suficiente. De hecho, la carrera para aumentar la sensibilidad todavía está en curso en todo el mundo.^{ref. 112} Después de más de veinte años de mejoras constantes, finalmente, en 2016, se publicó una señal con una duración de 0,2 s, que se muestra en la [Figura 80](#): corresponde precisamente a la señal esperada de la fusión de dos agujeros negros de 29 y 36 masas solares. El resultado de la fusión es un agujero negro de 62 masas solares, y las 3 masas solares perdidas se irradiaron, en gran parte como ondas gravitacionales.

FIGURA 79 Detección de ondas gravitacionales: una ilustración de la fusión de dos agujeros negros que emiten tales ondas (arriba a la izquierda). Las otras imágenes muestran el detector VIRGO en Cascina, Italia, con una de sus enormes suspensiones de espejos, los detalles de la suspensión del espejo y dos dibujos del interferómetro láser (© INFN).



Esto sucedió entre 600 y 1800 millones de años luz de distancia. La claridad de la señal, medida en dos lugares diferentes, convenció a todos de la corrección de la interpretación. La increíblemente pequeña variación de longitud de pico $\Delta l / l$ de 10^{-21} sigue siendo una hazaña experimental fascinante, incluso cuando se tiene en cuenta el gran presupuesto financiero. Varios eventos de fusión adicionales se han medido después del primero.

Las ondas gravitacionales son un área fascinante de estudio. Todavía proporcionan muchos temas para explorar. Por ejemplo: [Desafío 274 r](#) ¿Puede encontrar un método para medir su velocidad? Algunos experimentos astrofísicos habían deducido límites en la masa del gravitón anteriormente, y habían confirmado la velocidad de la gravedad de una manera indirecta. La primera medición directa fue el descubrimiento de 2016; el resultado es la velocidad de la luz, dentro de la precisión de medición.^{ref. 112} La observación de un flash de luz candidato que acompañó a la fusión del agujero negro, si se confirma en esta o en una observación futura, muestra que las ondas gravitacionales viajan con la misma velocidad que las ondas de luz. dentro de una parte en 10^{16} .

Otra cuestión sobre ondas gravitacionales permanece abierta en este punto: Si todo cambio se debe al movimiento de las partículas, como los griegos mantuvieron, ¿cómo encajan las ondas de gravedad en el cuadro? La teoría cuántica requiere que las ondas gravitacionales estén hechas de partículas. (Estas partículas hipotéticas se llaman gravitones.) Ahora bien, no existe una diferencia real entre el espacio vacío en reposo y el espacio vacío bamboleante. Si las ondas gravitacionales estuvieran hechas de partículas, el espacio-tiempo también tendría que estarlo. Tenemos que esperar hasta el comienzo de la parte final de nuestro ascenso para decir más.

CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS SOBRE CAMPOS DÉBILES

[Desafío 275 s](#) ¿Hay un campo gravitatorio estático que oscila en el espacio?

**

Si exploramos las opciones para la velocidad de las ondas gravitacionales, aparece una conexión interesante. Si la velocidad de las ondas gravitatorias fuera *menor* que la velocidad de la luz, los cuerpos móviles que se mueven casi tan rápidamente como la velocidad de la luz, como partículas de rayos cósmicos, serían frenados emitiendo la *radiación de Vavilov-Čerenkov*, hasta que alcancen la velocidad más baja. Esto no ha sido observado.

Si, por otro lado, la velocidad de las ondas gravitacionales fuera mayor que la de la luz, las ondas no obedecerían a la causalidad ni al segundo principio de la termodinámica. En resumen, las ondas gravitacionales, si existen, deben propagarse con la velocidad de la luz. (Una velocidad muy cercana a la velocidad de la luz también podría ser posible.)

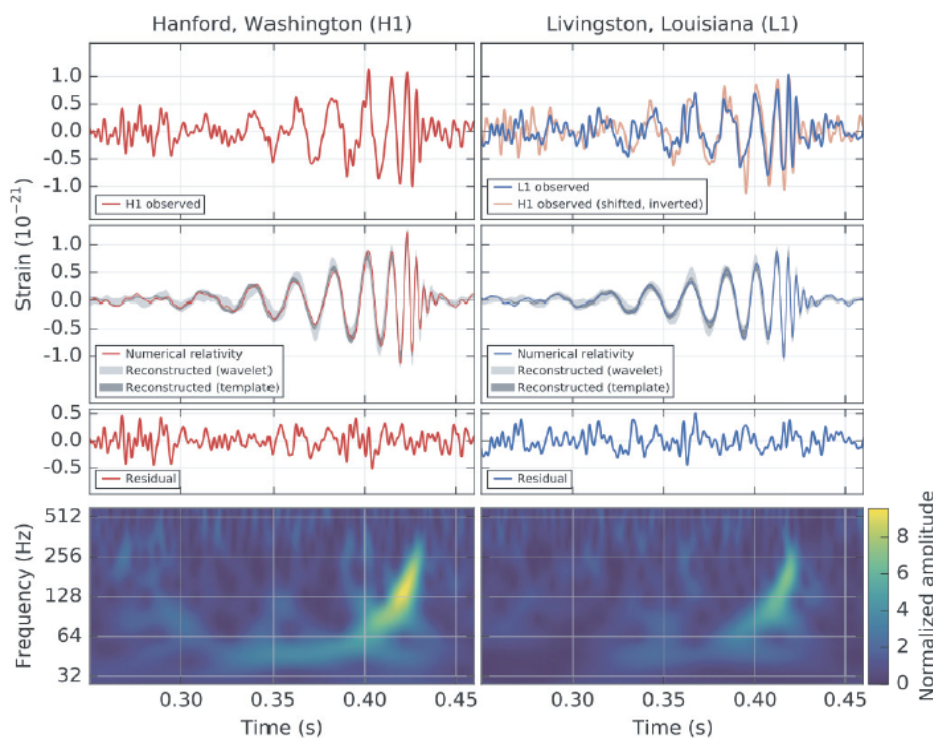


FIGURA 80 La primera detección directa de ondas gravitacionales a través de la deformación del espacio, con una tensión del orden de 10^{-21} , mediante dos detectores espaciados a tres mil kilómetros de distancia

**

Un efecto que perturba los detectores de ondas gravitacionales son las mareas. En el detector GEO600 de Hannover, las mareas cambian la distancia de los espejos (alrededor de 600 m) en $2 \mu\text{m}$.

* *

Desafío 276 ny ¿Son posibles haces estrechos de ondas gravitatorias, análogas a los rayos de luz? ¿Se atraerían dos haces paralelos de ondas gravitatorias?

**

Como se predijo en ediciones anteriores de este libro, el descubrimiento de las ondas gravitatorias se anunció en televisión y radio. ¿El descubrimiento ayuda a mejorar la calidad de vida en todo el planeta? Excepto para una determinada cantidad de científicos, otros humanos seguramente no se beneficiarán en absoluto. Esta situación está en marcado contraste con los descubrimientos científicos realizados en el siglo XX. **Desafío 277 e** ¿Cuál es la razón de este contraste?

**

El tema de las ondas de gravedad está lleno de líneas laterales interesantes. Por ejemplo, **Desafío 278 e** ¿Se pueden usar ondas de gravedad para alimentar un cohete? Sí, sostienen Bonnor y Piper.^{ref. 184} Usted puede reflexionar sobre la posibilidad por sí mismo.

**

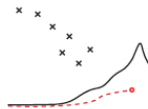
Electromagnetismo y gravitación difieren en un aspecto: Dos cargas iguales se repelen, dos masas iguales se atraen. En términos más elaborados: para el intercambio de partículas de espín 2 (gravitones), el efecto de la masa se puede representar con el modelo de colchón. Esto es posible porque el signo del efecto en el colchón es independiente de otras masas. Por el contrario, para el electromagnetismo, el signo del potencial depende de las otras cargas eléctricas.

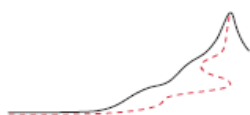
UN RESUMEN SOBRE ÓRBITAS Y ONDAS

En resumen, la curvatura del espacio y espacio-tiempo implica:

- en contraste con la gravitación universal, las masas desvía la luz más fuertemente;
- en contraste con la gravitación universal, la luz se ralentiza realmente cerca de masas;
- en contraste con la gravitación universal, las órbitas elípticas no están cerradas;
- en contraste con la gravitación universal, los objetos que orbitan alrededor cambian su orientación en el espacio;
- en contraste con la gravitación universal, el vacío puede propagar ondas gravitacionales que viajan con la velocidad de la luz.

Todos los experimentos realizados hasta ahora confirman estas conclusiones y verifican las predicciones numéricas dentro de la precisión de las medidas. Tanto los numerosos experimentos en campos gravitacionales débiles como los experimentos menos comunes en campos fuertes confirman completamente la relatividad general. Todos los experimentos también confirman los límites de fuerza y potencia.





DE LA CURVATURA AL MOVIMIENTO

En la descripción precisa de la gravedad, el movimiento depende de la curvatura del espacio-tiempo.

Con vistas a cuantificar esta idea, antes que nada necesitamos describir cuidadosamente la curvatura misma. Para clarificar este término, comenzaremos la discusión en dos dimensiones y luego la trasladaremos a tres y cuatro dimensiones. Entonces seremos capaces de explorar la relación precisa entre curvatura y movimiento.

¿CÓMO MEDIR LA CURVATURA EN DOS DIMENSIONES?

Obviamente una hoja plana de papel no tiene curvatura. Si la enrollamos en un cono o en un cilindro, tiene lo que se llama *curvatura extrínseca*; sin embargo, la hoja de papel todavía se ve plana para cualquier animal que viva en dos dimensiones en ella - como la aproximación que realiza una hormiga caminando sobre ella.

En otras palabras, la *curvatura intrínseca* de la hoja de papel es cero incluso si la hoja como un todo es extrínsecamente curvada.

La curvatura intrínseca es, por lo tanto, el concepto más fuerte al medir la curvatura, la cual puede ser observada incluso por una hormiga. Observamos que todas las superficies curvadas intrínsecamente también son curvadas extrínsecamente. La superficie de la Tierra, la superficie de una isla o las laderas de una montaña* son intrínsecamente curvadas. Siempre que hablamos de curvatura en relatividad general, siempre queremos decir curvatura intrínseca, ya que cualquier observador en la naturaleza está por definición en la misma situación que una hormiga sobre una superficie: su experiencia, sus acciones y planes siempre se refieren únicamente a su vecindad más cercana en el espacio y tiempo.

Pero, ¿cómo puede una hormiga determinar si vive sobre una superficie intrínsecamente curvada? **

Una forma se muestra en la **Figura 81**. La hormiga puede comprobar si la circunferencia de un círculo tiene una relación euclidiana con el radio medido. Incluso puede usar la diferencia entre los valores medidos y los euclidianos como una medida para la curvatura intrínseca local, si toma el límite para los círculos pequeños que desaparecen y si normaliza los valores correctamente. En otras palabras, la hormiga puede imaginarse cortar un pequeño disco alrededor del punto en el que se encuentra, plancharla hasta hacerla plana y comprobar si el disco se rompería o produciría pliegues. Cualquier superficie bidimensional está intrínsecamente curvada cuando el planchado no es capaz de hacer un plano callejero aplanado fuera de él. La "densidad" de pliegues o rasgones está relacionada con la curvatura. Los pliegues implican curvatura intrínseca negativa, las rasgaduras, curvatura positiva.

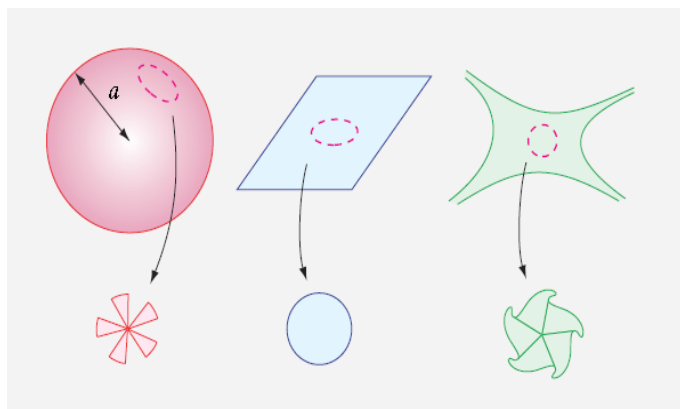


FIGURA 81
Curvatura Positiva, nula y negativa en dos dimensiones.

Desafío 280 s Compruebe su comprensión:
¿Puede un espacio unidimensional tener curvatura intrínseca? ¿Es un toro intrínsecamente curvo?

* A menos que la montaña tenga la forma de un cono perfecto. **Desafío 279 e** ¿Puede confirmar esto?

** Tenga en cuenta que la respuesta a esta pregunta también nos dice cómo distinguir la curvatura real de los sistemas de coordenadas curvas en un espacio plano. Esta pregunta es a menudo formulada por aquellos que se acercan a la relatividad general por primera vez.

Alternativamente, podemos reconocer la curvatura intrínseca también verificando si dos líneas paralelas permanecen paralelas, se acercan o se separan entre sí. En un cilindro de papel, las líneas paralelas permanecen paralelas; en este caso, se dice que la superficie tiene curvatura intrínseca *nula*. Una superficie con paralelas que *se acercan*, como la Tierra, se dice que tiene la curvatura intrínseca *positiva*, y una superficie con paralelas *divergentes*, tales como una silla de montar, se dice que tiene la curvatura intrínseca *negativa*. Hablando sencillamente, curvatura positiva significa que estamos más restringidos en nuestros movimientos, negativos que estamos menos restringidos. Una curvatura *constante* incluso implica estar encerrado en un espacio finito. Es posible que desee comprobar esto con la [Figura 81](#) y la [Figura 83](#).

Una tercera forma de medir la curvatura intrínseca de las superficies utiliza triángulos. En superficies curvas la suma de los ángulos en un triángulo es mayor que π (dos ángulos rectos) para la curvatura positiva, y menor que π para la curvatura negativa.

Veamos cómo podemos *cuantificar* y medir la curvatura de las superficies.^{ref. 185} En primer lugar una cuestión de vocabulario: una esfera con radio a se dice, por definición, que tiene una curvatura intrínseca $K = 1/a^2$. Por lo tanto un plano tiene curvatura cero. [Desafío 281 e](#) Es posible comprobar que para un círculo en una esfera, r el radio medido, la circunferencia C , y el área A están relacionados por

$$C = 2\pi r \left(1 - \frac{K}{6} r^2 + \dots\right) \quad \text{y} \quad A = \pi r^2 \left(1 - \frac{K}{12} r^2 + \dots\right) \quad (186)$$

donde los puntos implican términos de orden superior. Esto nos permite definir la curvatura intrínseca K , también llamada curvatura *Gaussiana*, para un punto de vista general en una superficie de dos dimensiones en cualquiera de las dos maneras siguientes equivalentes:

$$k = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{C}{2\pi r}\right) \frac{1}{r^2} \quad \text{o} \quad K = 12 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{C}{\pi r^2}\right) \frac{1}{r^2} \quad (187)$$

Estas expresiones permiten a una hormiga medir la curvatura intrínseca en cada punto para cualquier superficie lisa.*

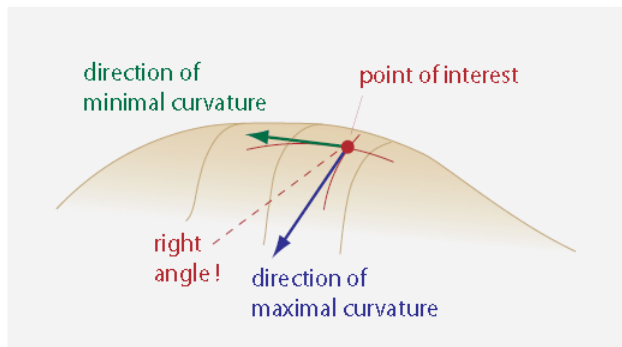


FIGURA 82 La curvatura máxima y mínima de una superficie están siempre en ángulo recto entre sí.

A partir de ahora en este texto, la curvatura siempre significará curvatura intrínseca. Como una hormiga en una superficie, también los observadores en el espacio sólo pueden detectar la curvatura intrínseca. Por lo tanto, sólo la curvatura intrínseca es de interés en la descripción de la naturaleza.

Tenga en cuenta que la curvatura puede ser diferente de un lugar a otro, y que puede ser positiva, como para un huevo, o negativa, como para la parte de un toroide más cercana al agujero. Una silla de montar es otro ejemplo de este último caso, pero, a diferencia del toroide, su curvatura cambia a lo largo de todas las direcciones. De hecho, no es posible en absoluto ajustar una superficie bidimensional de curvatura negativa *constante* dentro del espacio tridimensional; se necesita al menos cuatro dimensiones, como se puede averiguar si se trata de imaginar la situación. [Desafío 283 e](#)

Para cualquier superficie, en *cada punto*, la dirección de la curvatura máxima y la dirección de la curvatura mínima son *perpendiculares* entre sí. Esta relación, mostrada en la [Figura 82](#), Fue descubierta por Leonhard Euler en el siglo XVIII. [Desafío 284 e](#) Es posible que desee comprobar esto con una taza de té,

** Si el volumen n -dimensional de una esfera se escribe como $V_n = C_n r^n$ y su 'superficie' $(n - 1)$ -dimensional como $O_n = nC_n r^{n-1}$, podemos generalizar la expresión para la curvatura a^{ref. 186}

$$K = 3(n+2) \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{V_n}{C_n r^n}\right) \frac{1}{r^2} \quad \text{o} \quad K = 3n \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{O_n}{nC_n r^{n-1}}\right) \frac{1}{r^2} \quad (188)$$

Como lo demuestra Vermeil. Un enigma famoso es determinar el número C_n . [Desafío 282 ny](#)

con una escultura de Henry Moore, o con cualquier otro objeto curvado de su entorno, como un Volkswagen escarabajo. La curvatura gaussiana K definida en (187) es de hecho el producto de los dos radios de curvatura inversa correspondientes. Así, aunque la curvatura *lineal* no es una propiedad intrínseca, la curvatura gaussiana lo es.

La curvatura gaussiana es una medida de la curvatura *intrínseca* de una superficie en cada punto. Esto significa, como se acaba de explicar, que doblar la superficie no cambia su valor en cada punto. Por ejemplo, una hoja de papel plana, un papel enrollado en un cilindro y un papel doblado tienen curvatura intrínseca cero. Debido a que la curvatura gaussiana intrínseca de una hoja plana es cero, por cada hoja doblada, en cada punto, siempre hay una línea con curvatura cero. Las hojas dobladas se componen de líneas rectas. Esta propiedad se desprende de la independencia de forma de la curvatura de Gauss. La propiedad hace que las hojas dobladas, pero no las planas, sean rígidas contra los intentos de doblado que intentan doblar la línea recta. Esta propiedad es que los tubos rectos, conos y papel doblado son estructuras particularmente rígidas y livianas. Por la misma razón, la mejor manera de sostener una porción de pizza es doblarla a lo largo del radio central. En este caso, la curvatura intrínseca impide que la punta se doble hacia abajo.

También los techos en forma de hiperboloide circular o de paraboloides hiperbólicos son rígidos y tienen dos líneas rectas a través de cada punto de su superficie. [Desafío 285 s](#) ¿Están estas superficies hechas de una hoja plana doblada?

En resumen, la curvatura gaussiana es una medida de la curvatura intrínseca de las superficies bidimensionales. Tal medida intrínseca de curvatura es necesaria si nos vemos obligados a permanecer y movernos dentro de la superficie o dentro del espacio que estamos explorando. Debido a que esto se aplica a todos los humanos, los físicos están particularmente interesados en la curvatura intrínseca, aunque en más de dos dimensiones.

TRES DIMENSIONES: CURVATURA DEL ESPACIO

Para un espacio *tridimensional*, el describir la curvatura intrínseca es una pizca más complicado. Antes que nada, tenemos dificultades para imaginar la situación porque usualmente asociamos la curvatura con la curvatura extrínseca. De hecho, la única manera de explorar la curvatura tridimensional del espacio es pensar como la hormiga sobre una superficie y concentrarse en la curvatura intrínseca. Por lo tanto, describiremos la curvatura tridimensional con ayuda de la curvatura bidimensional.

En el espacio tridimensional curvo, la curvatura Gaussiana de un disco bidimensional arbitrario y pequeño alrededor de un punto general dependerá de la orientación del disco. Miremos primero un caso simple. Si la curvatura Gaussiana en un punto es la misma para todas las orientaciones del disco, el punto se llama *isotrópico*. Podemos imaginar una pequeña esfera alrededor de este punto. En este caso especial, en tres dimensiones, la relación entre el radio medido r y el área medida de la superficie A y el volumen V de la esfera conduce a

$$\text{Desafío 286 ny} \quad A = 4\pi r^2 \left(1 - \frac{K}{3} r^2 + \dots\right) \quad \text{y} \quad V = 4\pi r^3 \left(1 - \frac{K}{5} r^2 + \dots\right) \quad (189)$$

donde K es la curvatura para un punto isotrópico. Esto conduce a

$$K = 3 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{A}{4\pi r^2}\right) \frac{1}{r^2} = 6 \frac{\lim_{r \rightarrow 0} r - \sqrt{A/4\pi}}{r^3} = 6 \frac{\lim_{r \rightarrow 0} r_{\text{exceso}}}{r^3} \quad (190)$$

donde definimos el *radio en exceso* como $r_{\text{exceso}} = r - \sqrt{A/4\pi}$. Encontramos así que

- para un espacio tridimensional, *la curvatura promedio de una pequeña esfera es seis veces el radio en exceso dividida por el cubo del radio.*

Una curvatura positiva es equivalente a un radio en exceso positivo, y similarmente para casos nulos o casos negativos. Si empleamos la definición de curvatura con una pequeña esfera en un punto arbitrario no isotrópico, solamente tenemos una curvatura *promedio* en este punto.

Para un punto no isotrópico en un espacio tridimensional, el valor de curvatura gaussiana determinado con un disco bidimensional dependerá de la *orientación* del disco. De hecho, existe una relación entre todas las posibles curvaturas del disco en un punto dado; tomadas en conjunto, deben formar un tensor. ([Desafío 287 ny](#) ¿Por qué?) En otras palabras, los valores de curvatura definen un elipsoide en cada punto. Para una descripción completa de la curvatura, tenemos que especificar, como para cualquier tensor en tres

dimensiones, los principales valores de curvatura en tres direcciones ortogonales, correspondientes a los ejes principales del elipsoide.*

¿Cuáles son los valores de curvatura para el espacio que nos rodea? Ya en 1827, el matemático y físico Carl-Friedrich Gauss **dijo haber verificado si los tres ángulos formados por tres picos de montaña cerca de su lugar de residencia sumaban más de π . Hoy en día sabemos que la desviación δ del ángulo π sobre la superficie de un cuerpo de masa M y radio r viene dada por

$$\delta = \pi - (\alpha + \beta + \gamma) \approx -A_{\text{triángulo}} K = A_{\text{triángulo}} \frac{GM}{r^3 c^2} \quad (191)$$

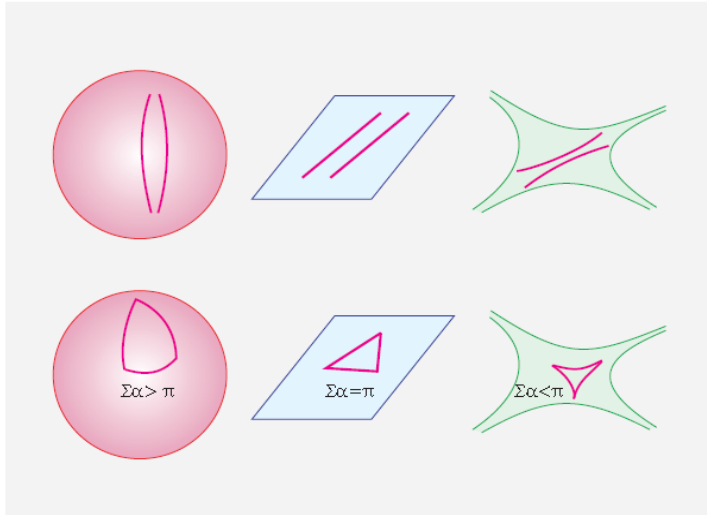


FIGURA 83
Curvatura positiva, nula y negativa (en dos dimensiones) ilustrada con el correspondiente comportamiento geodésico.

Esta expresión es típica para geometrías hiperbólicas. Para el caso de curvatura matemática negativa K , la primera igualdad fue deducida por Johann Lambert.*** La última ecuación se produjo sólo un siglo y

medio más tarde, y se debe a Einstein, quien dejó claro que la curvatura negativa K del espacio que nos rodea está relacionado con la masa y la gravedad de un cuerpo. Para el caso de la Tierra y las distancias típicas entre montañas, el ángulo δ es del orden de 10^{-14} rad. Gauss no tenía ninguna posibilidad de detectar cualquier desviación, y de hecho no se detectó ninguna.

Incluso hoy en día, los estudios con rayos láser y aparatos de alta precisión no han detectado ninguna desviación - todavía - en la Tierra. El factor de proporcionalidad que determina la curvatura del espacio-tiempo en la superficie de la Tierra, es simplemente demasiado pequeño. Pero Gauss no sabía, como lo sabemos hoy, que la gravedad y la curvatura van de la mano.

CURVATURA EN EL ESPACIO-TIEMPO

Notre tête est ronde pour permettre à la pensée de changer de direction.* Francis Picabia
Nuestra cabeza es redonda para permitir al pensamiento cambiar de dirección.

En la naturaleza, con un espacio-tiempo de *cuatro* dimensiones, el especificar la curvatura requiere una aproximación más complicada. En primer lugar, el uso de coordenadas espacio-temporales automáticamente

*Estos tres valores de disco no son independientes sin embargo, ya que juntos, deben dar la recién mencionada curvatura de volumen promedio K . En total, hay por lo tanto *tres* escalares independientes que describen la curvatura en tres dimensiones (en cada punto). Usando el tensor métrico g_{ab} y el tensor de Ricci R_{ab} que se introducirá más adelante, una posibilidad es tomar para los tres números independientes los valores $R = -2K$, $R_{ab}R^{ab}$ y $\det R / \det g$.

** Carl-Friedrich Gauß (escrito Gauss en otros idiomas, nacido en 1777, Braunschweig, fallecido en 1855, Göttingen), Matemático alemán. Junto con Leonhard Euler, fue el matemático más importante de todos los tiempos. Un famoso niño prodigio, cuando tenía 19 años, construyó el heptadecágono regular con regla y compás. Estaba tan orgulloso de este resultado que puso un dibujo de la figura en su tumba. (vea www.mathworld.wolfram.com/Heptadecagon.html). Gauss produjo muchos resultados en teoría numérica, topología, estadística, álgebra, números complejos y geometría diferencial que son parte de la matemática moderna y llevan su nombre. Entre sus muchos logros, produjo una teoría de la curvatura y desarrolló la geometría no euclidiana. También trabajó en electromagnetismo y astronomía.

Gauss era un personaje difícil, trabajaba siempre para sí mismo, y no fundó una escuela. Publicó poco, como su mote: *pauca sed matura*. Como consecuencia, cuando otro matemático publicaba un nuevo resultado, él regularmente sacaba un cuaderno en el que había notado el mismo resultado ya años antes. Sus cuadernos ya están disponibles en línea en www.sub.uni-goettingen.de.

* Johann Lambert (1728–1777), matemático, físico y filósofo suizo. Entre muchos logros, demostró la irracionalidad de π ; también varias leyes de la óptica se denominan como él.

* Francis Picabia (b. 1879 Paris, d. 1953 Paris) dadaísta francés y pintor surrealista.

introduce la velocidad de la luz c como velocidad límite. Además, siendo cuatro el número de dimensiones, esperamos varios tipos de curvatura: Esperamos un valor para una curvatura media en un punto, que se define mediante la comparación del tetravolumen de una tetraesfera en el espacio-tiempo con la deducida a partir del radio medido; luego esperamos un conjunto de curvaturas "casi promedio" definidas por volúmenes de esferas (en tres dimensiones) en varias orientaciones, más un conjunto de curvaturas de "bajo nivel" definidas por las 2 áreas habituales de los 2 discos habituales en incluso más orientaciones. Obviamente, necesitamos poner un poco de orden para sostener este conjunto.

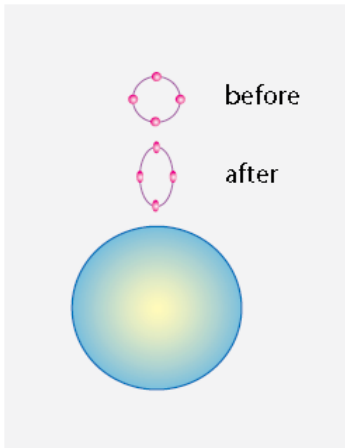


FIGURA 84 Los efectos de marea miden la curvatura del espacio-tiempo.

Afortunadamente, la física puede ayudar a hacer más fácil la matemática. Comenzamos definiendo lo que entendemos por la curvatura en el espacio-tiempo. Para lograr esto, utilizamos la definición de curvatura de la Figura 83. Como se muestra en la figura, la curvatura K también describe cómo *diverge* o *converge* una geodésica.

Las geodésicas son las trayectorias más rectas en una superficie, es decir, las trayectorias que un coche o un triciclo minúsculo seguiría si conduciendo en la superficie se mantuviera el volante derecho. Localmente, las geodésicas cercanas son líneas paralelas. Si dos geodésicas cercanas están en un espacio curvo, su separación s cambiará a lo largo de las geodésicas. [Desafío 288 e](#) Esto sucede como

$$\frac{d^2s}{dl^2} = -Ks + \text{órdenes superiores} \quad (192)$$

donde l mide la longitud a lo largo de la línea geodésica. Aquí, K es la curvatura local, en otras palabras, la inversa del radio de curvatura al cuadrado. En el caso del espacio-tiempo, esta relación se extiende mediante la sustitución del τ tiempo propio (veces la velocidad de la luz) por la longitud propia. Por lo tanto la separación y la curvatura están relacionados por

$$\frac{d^2s}{d\tau^2} = -Kc^2s + \text{órdenes superiores} \quad (193)$$

¡Pero esto es la definición de una aceleración! En el espacio-tiempo, las geodésicas son las trayectorias seguidas por partículas en caída libre. En otras palabras, lo que en el caso puramente espacial se describe por la curvatura, en el caso del espacio-tiempo se convierte en la *aceleración relativa* de dos partículas próximas, cayendo libremente. De hecho, nos hemos encontrado con estas aceleraciones ya: ellas describen los efectos de marea. En resumen, la curvatura del espacio-tiempo y los efectos de marea son precisamente lo mismo.

Obviamente, la magnitud de los efectos de mareas, y por lo tanto de la curvatura, dependerá de la orientación - más precisamente en la orientación del plano de espacio-tiempo formado por las velocidades de las dos partículas. La Figura 84 muestra que el signo de los efectos de mareas, y por lo tanto el signo de la curvatura, depende de la orientación: las partículas unas por encima de otras divergen, las partículas una al lado de otra convergen.

La definición de curvatura también implica que K es un tensor, de modo que más adelante tendremos que añadir índices a él. ([Desafío 289 ny](#) ¿Cuántos?) Lo divertido es que podemos evitar los índices por un tiempo mirando una combinación especial de curvaturas espaciales.^{ref. 187} Si tomamos tres planos en el espacio, todos ortogonales entre sí y que se intersecan en un punto dado, la *suma* de estas tres curvaturas denominadas *seccionales* no depende del observador. (Esto corresponde a la traza del tensor.) [Desafío 290 ny](#) ¿Puede confirmar esto, utilizando la definición de la curvatura que acabamos de dar?

La suma de las tres curvaturas seccionales definidas para planos mutuamente ortogonales $K_{(12)}$, $K_{(23)}$ y $K_{(31)}$, está relacionada con el radio en exceso definido anteriormente. [Desafío 291 ny](#) ¿Puede averiguar cómo?

Si una superficie tiene una curvatura *constante*, es decir, la misma curvatura en todas las posiciones, los objetos geométricos se pueden mover sin deformarlos. [Desafío 292 e](#) ¿Puede imaginar esto?

En resumen, la curvatura espacio-temporal es un concepto intuitivo que describe cómo se deforma el espacio-tiempo. La curvatura local del espacio-tiempo se determina siguiendo el movimiento de las partículas cercanas que caen libremente.^{ref. 188} Si imaginamos el espacio (tiempo) como un colchón, una gran gota de caucho dentro de la cual vivimos, la curvatura en un punto describe cómo este colchón está comprimido en ese punto. Puesto que vivimos en el interior del colchón, tenemos que utilizar métodos 'internos', tales como las curvaturas de los radios en exceso y las curvaturas seccionales, para describir la deformación.

La relatividad general a menudo parece difícil de aprender porque a la gente no le gusta pensar en el vacío como un colchón, y menos aún explicarlo de esta manera. Recordamos que durante cien años ha sido un artículo de fe para todos los físicos que decir que el vacío está vacío. Esto sigue siendo cierto. Sin embargo, imaginar el vacío como un colchón, o como una sustancia, ayuda en muchas formas de entender la relatividad general.

CURVATURA PROMEDIO Y MOVIMIENTO EN RELATIVIDAD GENERAL

Una mitad de la relatividad general es la afirmación de que cualquier objeto se mueve siguiendo una geodésica, es decir, a lo largo de trayectorias de tiempo propio *máximo*. La otra mitad se contiene en una a single expression: para *cada* observador, la suma de las tres curvaturas *espaciales* seccionales *propias* en un punto, la curvatura media, está dada por

$$K_{(12)} + K_{(23)} + K_{(31)} = \frac{8\pi G}{c^4} W^{(0)} \quad (194)$$

Donde $W^{(0)}$ es la densidad de energía *propia* en el punto. Los índices inferiores indican las curvaturas mixtas definidas por las tres direcciones ortogonales 1, 2 y 3. Esta es toda la relatividad general en un párrafo.

Sabemos que el espacio-tiempo se curva alrededor de la masa y la energía. La expresión (192) especifica *cuánta* masa y energía curva el espacio. Observamos que el factor en el lado derecho es 2π dividido por la fuerza máxima.

Desafío 293 e Una descripción equivalente se encuentra fácilmente usando el radio en exceso definido anteriormente, mediante la introducción de la masa $M = VW^{(0)}/c^2$. Para la superficie de área A del volumen esférico V que contiene la masa, tenemos

$$r_{\text{exceso}} = r - \sqrt{A/4\pi} = \frac{G}{3c^2} M. \quad (195)$$

En resumen, la relatividad general afirma que para cada observador, *el exceso de radio de una pequeña esfera está dado por la masa en el interior de la esfera.* **

Obsérvese que ambas descripciones implican que la curvatura media del espacio en un punto del espacio vacío *se anula*. Como veremos en breve, esto significa que cerca de una masa esférica el negativo de la curvatura *hacia* la masa es igual al doble de la curvatura *alrededor* de la masa; la suma total es, por tanto, cero. La curvatura difiere de punto a punto. En particular, las dos descripciones implican que si la energía se mueve, la curvatura se moverá con ella. En resumen, tanto la curvatura del espacio y, como veremos más adelante, la curvatura espacio-temporal cambia en el espacio y en el tiempo.

Observamos de pasada que la curvatura tiene un efecto molesto: la velocidad relativa de los observadores *lejanos* no está definida. **Desafío 294 ny** ¿Puede proporcionar un argumento? En el espacio curvado, la velocidad relativa se define sólo para objetos cercanos, de hecho sólo para objetos a ninguna distancia en absoluto. Las velocidades relativas de los objetos distantes están bien definidas sólo en el espacio plano.

Las cantidades que aparecen en la expresión (194) son *independientes* del observador. Pero a menudo la gente quiere usar cantidades dependientes del observador. La relación entonces se vuelve más complicada; la sencilla ecuación (194) debe ser expandida a diez ecuaciones, llamadas *ecuaciones de campo de Einstein*. Serán introducidas a continuación. Pero antes de hacer eso, vamos a comprobar que la relatividad general tiene sentido. Vamos a omitir la comprobación de que contiene la relatividad especial como un caso límite, e ir directamente a la prueba principal.

** Otra formulación equivalente es que para los radios pequeños el área A está dada por ^{ref. 189}

$$A = 4\pi r^2 \left(1 + \frac{1}{9} r^2 R \right) \quad (196)$$

donde R es el escalar de Ricci, que se introducirá más adelante.

Para velocidades pequeñas y bajos valores de curvatura, las curvaturas *temporales* $K_{(0j)}$ resulta que tienen una propiedad especial. En este caso, pueden ser definidas como las segundas derivadas espaciales de una única función escalar φ . En otras palabras, en situaciones cotidianas podemos escribir

$$\text{Desafío 295 e} \quad K_{(0j)} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (x^j)^2} \quad (197)$$

En situaciones ordinarias del día a día, esta aproximación es excelente, y la función φ resulta ser el potencial gravitacional. De hecho, las bajas velocidades y baja curvatura implican que podamos establecer $W^{(0)} = \rho c^2$ y $c \rightarrow \infty$, de modo que se obtiene

$$K_{(ij)} = 0, \quad \text{y} \quad K_{(01)} + K_{(02)} + K_{(03)} = \Delta\varphi = 4\pi G\rho. \quad (198)$$

En otras palabras, para pequeñas velocidades, el espacio es plano y el potencial φ obedece la ecuación de Poisson. La gravitación Universal es así, en efecto, el límite de la relatividad general a velocidad baja y baja curvatura.

Desafío 296 ny ¿Puede demostrar que la relación (194) entre la curvatura y la densidad de energía de hecho implica, en una aproximación más precisa, que el tiempo cerca de una masa depende de la altura, como se ha mencionado antes?

LA MÉTRICA DE SCHWARZSCHILD

¿Cuál es la curvatura exacta del espacio-tiempo cerca de una masa esférica? La respuesta fue dada en 1915 por Karl Schwarzschild, quien calculó el resultado durante su servicio militar en la primera guerra mundial. Einstein llamó entonces a la solución con su nombre. Ref. 187

En coordenadas esféricas el elemento de línea es

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - r^2 d\varphi^2 \quad (199)$$

Desafío 297ny La curvatura de la métrica de Schwarzschild está dada entonces por

$$K_{r\varphi} = K_{r\theta} = -\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \quad \text{y} \quad K_{\theta\varphi} = 2\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3}$$

$$K_{r\varphi} = K_{r\theta} = -\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \quad \text{y} \quad K_{\theta\varphi} = 2\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \quad (200)$$

en todos lados. ref. 187 La dependencia de $1/r^3$ se deriva de la dependencia general de todos los efectos de marea; ya los hemos calculado en el capítulo sobre la gravitación universal. *Desafío 298 ny* Los factores G/c^2 se deben a la fuerza máxima de la gravedad. Sólo los prefactores numéricos deben ser calculados a partir de la relatividad general. La curvatura media, obviamente, desaparece, como lo hace para todos los puntos en el vacío. Como era de esperar, los valores de las curvaturas en las cercanías de la superficie de la Tierra son extremadamente pequeños.

CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS ACERCA DE LA CURVATURA

Il faut suivre sa pente, surtout si elle monte.* André Gide
 Es preciso seguir su pendiente, sobre todo si sube

Desafío 299 e Una mosca ha aterrizado en el exterior de un vaso cilíndrico, 1 cm por debajo de su borde. Una gota de miel se encuentra a medio camino alrededor del vaso, también en el exterior, 2 cm por debajo del borde. ¿Cuál es la distancia más corta desde la mosca a la gota? ¿Cuál es la distancia más corta si la gota está en el *interior* del vaso?

* *

Desafío 300 e ¿Dónde están los puntos de mayor y menor curvatura de Gauss en un huevo?

CURVATURA TRIDIMENSIONAL: EL TENSOR DE RICCI**

Jeder Straßenge in unserem mathematischen Göttingen versteht mehr von vierdimensionaler Geometrie als Einstein. Aber trotzdem hat Einstein die Sache gemacht, und nicht die großen Mathematiker. David Hilbert**
"Cada pilluelo de la calle en nuestro Göttingen matemático sabe más sobre la geometría cuatridimensional que Einstein. Sin embargo, fue Einstein quien hizo el trabajo, no los grandes matemáticos.

Ahora que tenemos una idea de curvatura, vamos a describirla de una manera que permita a cualquier observador hablar con cualquier otro observador. Desafortunadamente, esto significa el uso de fórmulas con *tensores*. Al principio, estas fórmulas parecen desalentadoras. El desafío es ver en cada una de las expresiones el punto esencial (por ejemplo, olvidando todos los índices por un tiempo) y no distraerse con esas letras pequeñas salpicadas alrededor de todas ellas.

Anteriormente mencionamos que un espaciotiempo tetradimensional se describe por 2-curvatura (curvatura bidimensional), 3-curvatura (curvatura tridimensional) y 4-curvatura (curvatura tetradimensional). Muchas introducciones a la relatividad general comienzan con la 3-curvatura. La 3-curvatura describe la distinción entre el 3-volumen calculado de un radio y el actual 3-volumen. Los detalles son descritos por el *tensor de Ricci*.**

Explorando la desviación geodésica, resulta que el tensor de Ricci describe cómo la forma de una nube esférica de partículas en caída libre - una nube de café - se deforma a lo largo de su trayectoria. Más precisamente, el tensor de Ricci R_{ab} es (la formulación precisa de) la segunda derivada en el tiempo (propio) del volumen de la nube dividido por el volumen de la nube. En el vacío, el volumen de tal nube de café cayendo se mantiene siempre constante, y esto a pesar de la deformación debida a las fuerzas de marea.^{ref. 190} La **Figura 84** ilustra que la gravitación no cambia el volumen de la nube de café.

En pocas palabras, el tensor de Ricci es la versión en relatividad general del laplaciano del potencial $\Delta\phi$, o mejor, del análogo tetradimensional $\square\phi$.

CURVATURA MEDIA: EL ESCALAR DE RICCI

La más global, pero menos detallada, definición de curvatura es la que describe la distinción entre el tetravolumen calculado a partir de un radio medido y el tetravolumen real. Esta es la *curvatura media* en un punto del espacio-tiempo y se representa por el denominado *escalar de Ricci* R , definido como

$$R = -2K = -\frac{2}{r_{\text{curvatura}}^2} \quad (201)$$

Resulta que el escalar Ricci se puede derivar a partir del tensor Ricci por una denominada *contracción*, que es un procedimiento de promedio preciso. Para los tensores de segundo orden, la contracción es lo mismo que tomar la traza:

$$R = R^\lambda_\lambda = g^{\lambda\mu} R_{\lambda\mu} \quad (202)$$

El escalar de Ricci describe la curvatura de media sobre el espacio y el tiempo. En la imagen de una nube esférica cayendo, el escalar Ricci describe la variación de volumen de la nube. El escalar de Ricci siempre se anula en el vacío. Este resultado nos permite relacionar la curvatura espacial para el cambio de tiempo con la altura sobre la superficie de la Tierra. **Desafío 301 ny**

EL TENSOR DE EINSTEIN

Después de dos años de duro trabajo, Einstein descubrió que la mejor cantidad para la descripción de curvatura en la naturaleza no es el tensor de Ricci R_{ab} , sino un tensor construido a partir de él.

Este denominado *tensor de Einstein* G_{ab} se define matemáticamente (para constante cosmológica nula) como

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R. \quad (203)$$

* El resto de este capítulo puede omitirse en primera lectura.

**Gregorio Ricci-Cubastro (b. 1853 Lugo, d. 1925 Bologna), Matemático italiano Es el padre del cálculo diferencial absoluto, también llamado "cálculo Ricci". Tullio Levi-Civita era su discípulo.

No es difícil entender su significado. El valor G_{00} es la suma de curvaturas seccionales en los planos *ortogonales* a la dirección 0 y por tanto la suma de todas las curvaturas seccionales espaciales:

$$G_{00} = K_{(12)} + K_{(23)} + K_{(31)}. \quad (204)$$

Similarmente, para cada dimensión i el elemento diagonal G_{ii} es la suma (tomando en consideración el signo menos de la métrica) de las curvaturas seccionales en los planos *ortogonales* a la dirección i . Por ejemplo, tenemos

$$G_{11} = K_{(02)} + K_{(03)} - K_{(23)}. \quad (205)$$

La distinción entre el tensor de Ricci y tensor de Einstein de este modo estriba en la forma en que se combinan las curvaturas seccionales: Discos que *contienen* la coordenada en cuestión para el tensor de Ricci, y discos *ortogonales* a la coordenada para el tensor de Einstein. Ambos describen la curvatura del espacio-tiempo igual de bien, y fijar uno significa fijar el otro

Desafío 302 d (¿Cuáles son la traza y el determinante del tensor de Einstein?)

El tensor de Einstein es simétrico, lo que significa que tiene *diez* componentes independientes. Aún más importante, su divergencia se anula; por lo tanto, describe una cantidad conservada. Esta fue la propiedad esencial que permitió a Einstein relacionarlo con la masa y la energía en lenguaje matemático.

LA DESCRIPCIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO, MASA Y ENERGÍA

Obviamente, para una descripción completa de la gravedad, el movimiento de la cantidad de movimiento y la energía necesita ser cuantificado de manera tal que cualquier observador puede comunicarlo a cualquier otro. Hemos visto que la cantidad de movimiento y la energía siempre aparecen juntos en las descripciones relativistas; el siguiente paso es, pues, averiguar cómo sus movimientos pueden ser cuantificados para observadores generales.

En primer lugar, la cantidad que describe la energía, que llamaremos T , se deben definir con el vector energía-cantidad de movimiento $\vec{p} = m\vec{u} = (\gamma mc, \gamma m\vec{v})$ de la relatividad especial. Además, T no describe una partícula individual, sino la manera en que la energía-cantidad de movimiento se distribuye en el espacio y el tiempo. Como consecuencia, es más práctico utilizar T para describir una *densidad* de energía y cantidad de movimiento. T será, pues, un campo, y dependerá del tiempo y el espacio, un hecho que por lo general se indica por la notación $T = T(t, x)$.

Puesto que la densidad de energía-cantidad de movimiento T describe una densidad en el espacio y tiempo, se determina, en cada punto del espacio-tiempo y para cada superficie infinitesimal $d\vec{A}$ alrededor de ese punto, el flujo de energía-cantidad de movimiento $d\vec{p}$ a través de esta superficie. En otras palabras, T se define por la relación

$$d\vec{p} = T d\vec{A} \quad (206)$$

Se supone que la superficie se caracteriza por su vector normal $d\vec{A}$. Dado que la densidad de energía-cantidad de movimiento es un factor de proporcionalidad entre dos vectores, T es un *tensor*.

Por supuesto, estamos hablando de tetraflujos y tetrasuperficies aquí. Por lo tanto, el tensor de densidad de energía-momento puede dividirse de la siguiente manera:

$$T = \begin{pmatrix} \omega & S_1 & S_2 & S_3 \\ S_1 & t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ S_2 & t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ S_3 & t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{densidad de} & \text{densidad de flujo de energía} \\ \text{energía} & \text{o cantidad de movimiento} \\ \text{densidad de flujo de energía} & \text{densidad de flujo} \\ \text{o cantidad de movimiento} & \text{de cantidad de movimiento} \end{pmatrix} \quad (207)$$

Donde $\omega = T_{00}$ es un 3-escalar, S un 3-vector y t un 3-tensor. La cantidad total T se llama *tensor de (densidad) energía-impulso*. Tiene dos propiedades esenciales: es simétrica y su divergencia se anula.

La anulación de la divergencia del tensor T , a menudo escrita como

$$\partial_a T^{ab} = 0, \text{ o abreviada } T_{,a}^{ab} = 0 \quad (208)$$

implica que el tensor describe una cantidad conservada. En cada volumen, la energía sólo puede cambiar por flujo a través de su superficie límite.

Desafío 303 ny ¿Puede confirmar que la descripción de la energía-cantidad de movimiento con este tensor satisface el requisito de que cualquiera de los dos observadores, que difieren en la posición, orientación, velocidad y aceleración, pueden comunicar sus resultados el uno al otro?

El tensor de densidad de energía-impulso da una descripción completa de la distribución de energía, cantidad de movimiento y masa en el espacio y el tiempo. A modo de ejemplo, vamos a determinar la densidad de energía- cantidad de movimiento para un líquido en movimiento. Para un líquido de densidad ρ , una presión p y una tetravelocidad u , tenemos

$$T^{ab} = (\rho_0 + p) u^a u^b - p g^{ab} \quad (209)$$

donde ρ_0 es la densidad medida en el marco comóvil, la denominada densidad *propia*.**

Obviamente, ρ , ρ_0 y p dependen del espacio y del tiempo.

Por supuesto, para un fluido material en particular, necesitamos saber cómo están relacionadas la presión p y la densidad ρ . por tanto, una caracterización completa del material requiere el conocimiento de la relación $p = p(\rho)$. (209)

Esta relación es una propiedad del material y por lo tanto *no se puede* determinar a partir de la relatividad. Tiene que ser derivada de los constituyentes de la materia o la radiación y sus interacciones. El caso más simple posible es el *polvo*, es decir, materia hecha de partículas puntuales** que no interaccionan en absoluto. Su tensor energía-impulso está dado por

$$T^{ab} = \rho_0 u^a u^b \quad (211)$$

Desafío 304 ny ¿Puede explicar la diferencia con el caso líquido?

La divergencia del tensor energía-impulso se anula para todos los tiempos y posiciones, como puede desear comprobar **Desafío 305 ny**. Esta propiedad es la misma que para el tensor de Einstein presentado anteriormente. Pero antes de que profundicemos este tema, una breve observación. No hemos tomado en cuenta la *energía gravitacional*. Resulta que la energía gravitacional no puede definirse en general.

En general, la gravedad *no* tiene una energía asociada. En ciertas circunstancias especiales, tales como campos débiles, movimiento lento, o un espacio-tiempo asintóticamente plano, *podemos* definir la integral de la componente G^{00} del tensor de Einstein como la energía gravitatoria negativa. La energía gravitacional se define por tanto, sólo *aproximadamente*, y sólo para nuestro entorno cotidiano.**

ECUACIONES DE CAMPO DE EINSTEIN

[Einstein's general theory of relativity] cloaked the ghastly appearance of atheism.

A witch hunter from Boston, around 1935.

Do you believe in god? Prepaid reply 50 words.

Subsequent telegram by another witch hunter to his hero Albert Einstein

I believe in Spinoza's god, who reveals himself in the orderly harmony of what exists, not in a god who concerns himself with fates and actions of human beings.

Albert Einstein's answer

[La Teoría general de la relatividad de Einstein] envolvía la aparición espectral del ateísmo.

Un cazador de brujas de Boston, hacia 1935

¿Cree en Dios? Respuesta con prepago de 50 palabras.

Telegrama posterior por otro cazador de brujas a su héroe Albert Einstein

Respuesta de Albert Einstein: Creo en el Dios de Spinoza, que se revela en la armonía

ordenada de lo que existe, no en un Dios que se preocupa de destinos y acciones de los seres humanos.

Las famosas ecuaciones de campo de Einstein fueron la base de muchas preocupaciones religiosas. Contienen la descripción completa de la relatividad general. Las ecuaciones se pueden deducir de muchas maneras. La forma más sencilla para deducirlas es comenzar con el principio de la fuerza máxima. Otra forma es deducir la ecuación de la acción de Hilbert, como se hace a continuación. Una tercera forma es la que estamos haciendo en la actualidad, a saber, generalizar la relación entre la curvatura y la energía para los observadores generales.

Las ecuaciones de campo de Einstein están dadas por

*En el sistema comóvil tenemos también

$$T^{ab} = \begin{pmatrix} \rho_0 c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \quad (210)$$

* A pesar de que la relatividad general prohíbe expresamente la existencia de partículas puntuales, la aproximación es útil en los casos en que las distancias de las partículas son grandes en comparación con su propio tamaño.

** Esta aproximación conduce a la famosa especulación de que la energía total del universo es cero. **Desafío 305 s** ¿Está de acuerdo?

$$G_{ab} = -\kappa T^{ab} \text{ o más detalladamente } R_{ab} = \frac{1}{2} g_{ab} R - \Lambda g_{ab} = -\kappa T^{ab} \quad (213)$$

La constante κ , denominada *constante de acoplamiento gravitacional*, ha sido medida resultando ser

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2.1 \cdot 10^{-43} / N \quad (214)$$

y su pequeño valor – el valor 2π dividido por la fuerza máxima $c^4/4G$ – refleja la debilidad de la gravedad en la vida cotidiana, o mejor, la dificultad de curvar el espacio-tiempo. La constante Λ , denominada *constante cosmológica*, corresponde a una densidad de volumen de energía de vacío, o presión Λ/κ . Su bajo valor es muy difícil de medir. El valor actualmente más favorable es

$$\Lambda \approx 10^{-52} / m^2, \text{ o } \Lambda/\kappa \approx 0,5 \text{ nJ/m}^3 = 0,5 \text{ nPa}. \quad (215)$$

Las mediciones y simulaciones actuales sugieren que este parámetro, a pesar de que sea numéricamente cercano al inverso del cuadrado del radio actual del universo, es una constante de la naturaleza que no varía con el tiempo. ^{ref. 191}

En resumen, las ecuaciones de campo indican que la curvatura en un punto es igual al flujo de energía-cantidad de movimiento a través de ese punto, teniendo en cuenta la densidad de energía del vacío.

En otras palabras: *La Energía-cantidad de movimiento le dice al espacio-tiempo cómo curvarse, usando la fuerza máxima como factor de proporcionalidad.* **

DE NUEVO LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Las ecuaciones de campo de la relatividad general pueden ser simplificadas para el caso en el que las velocidades sean pequeñas. En este caso $T_{00} = c^2\rho$ y todas las demás componentes de T son nulas. Usando la definición de la constante κ y poniendo $\varphi = (c^2/2)h_{00}$ en $g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab}$, encontramos

$$\text{Desafío 307 ny } \nabla^2\varphi = 4\pi\rho, \text{ y } d^2x/dt^2 = -\nabla\varphi \quad (216)$$

que, como bien sabemos, puede ser reexpresado de la siguiente manera: un cuerpo de masa m en las proximidades de un cuerpo de masa M es acelerado en

$$a = G \frac{M}{r^2} \quad (217)$$

un valor que es independiente de la masa m del cuerpo que cae. Y, en efecto, como se indicó ya por Galileo, todos los cuerpos caen con la misma aceleración, independientemente de su tamaño, su masa, su color, etc. En la relatividad general también, la gravitación es completamente democrática. **

* Einstein llegó a sus ecuaciones de campo utilizando una serie de directrices intelectuales que se llaman *principios* en la literatura. Hoy en día, muchos de ellos ya no se consideran centrales. Sin embargo, damos un breve resumen.

- *Principio de la relatividad general*: todos los observadores son equivalentes; Este principio, aunque a menudo se menciona, está probablemente vacío de cualquier contenido físico.

- *Principio de covarianza general*: las ecuaciones de la física deben expresarse en forma tensorial; Aunque se sabe hoy que todas las ecuaciones pueden ser escritas con tensores, incluso la gravedad universal, en muchos casos requieren elementos "absolutos" no físicos, es decir, cantidades que afectan a otros pero no se afectan a sí mismas. ^{ref. 192}

Esta idea no-física está en contraste con la idea de *interacción*, como se explica más adelante.

- *Principio del acoplamiento mínimo*: las ecuaciones de campo de la gravedad se encuentran de las de relatividad especial tomando la generalización más simple posible. Por supuesto, ahora que las ecuaciones son conocidas y probadas experimentalmente, este principio es sólo de interés histórico.

- *Principio de equivalencia*: la aceleración es localmente indistinguible de la gravitación; Lo usamos para argumentar que el espacio-tiempo es semi-riemanniano, y que la gravedad es su curvatura.

- *Principio de Mach*: la inercia se debe a la interacción con el resto del universo; este principio es correcto, aunque a menudo se sostiene que no se cumple en la relatividad general. En cualquier caso, no es la esencia de la relatividad general.

- *Identidad de masa gravitacional e inercial*: se incluye en la definición de masa desde el principio, pero se reafirma ad nauseam en textos de relatividad general; se utiliza implícitamente en la definición del tensor de Riemann.

- *Principio de correspondencia*: una teoría nueva, más general, como la relatividad general, debe reducirse a teorías anteriores, en este caso la gravitación universal o la relatividad especial, cuando se restringe a los dominios en los que éstas son válidas.

* Aquí hay otra manera de demostrar que la relatividad general encaja con la gravitación universal. De la definición del tensor de Riemann sabemos que la aceleración relativa b_a y la velocidad de las partículas cercanas están relacionadas por

$$\nabla_e b_a = R_{ceda} v^c v^d. \quad (218)$$

De las simetrías de R sabemos que hay un φ tal que $b_a = -\nabla_a \varphi$. Eso significa que

$$\nabla_e b^a = \nabla_e \nabla^a \varphi = R_{aced} v^c v^d \quad (219)$$

Lo que implica que

$$\Delta\varphi = \nabla_a \nabla^a \varphi = R_{accd} v^c v^d = R_{cd} v^c v^d = \kappa \cdot (T_{cd} v^c v^d - T/2) \quad (220)$$

La independencia en la caída libre de la masa del cuerpo que cae se desprende de la descripción del espacio-tiempo como un colchón curvado. Los objetos en movimiento en un colchón también se mueven de la misma manera, independientemente del valor de sus masas.

COMPRIENDIENDO LAS ECUACIONES DE CAMPO

Para hacerse una idea de las ecuaciones de campo completo, vamos a dar un breve paseo a través de sus principales propiedades. En primer lugar, todo el movimiento debido a la curvatura del espacio-tiempo es *reversible*, *diferenciable* y por lo tanto *determinista*. [Desafío 308 e](#) Tenga en cuenta que sólo el movimiento completo, del espacio-tiempo y la materia y la energía, tiene estas propiedades. Porque sólo para el movimiento de las partículas, el movimiento es de hecho *irreversible*, ya que generalmente se emite algo de radiación gravitacional.

Mediante la contracción las ecuaciones de campo encontramos, para una constante cosmológica nula, la siguiente expresión para el escalar de Ricci:

$$R = -\kappa T. \quad (222)$$

Este resultado implica también la relación entre el exceso de radio y la masa dentro de una esfera. [Desafío 309 ny](#)

Las ecuaciones de campo son *no lineales* en la métrica g , lo que significa que las sumas de soluciones generalmente *no* son soluciones. Eso hace que la búsqueda de soluciones sea bastante difícil. Para una solución completa de las ecuaciones de campo, las condiciones iniciales y de contorno deben ser especificadas.^{ref. 193} Las maneras de hacer esto forman una parte especializada de la física matemática; no se exploran aquí.

Albert Einstein solía decir que la relatividad general sólo proporciona la comprensión de uno de los lados de las ecuaciones de campo (213), pero no de la otra.

[Desafío 310 ny](#) ¿Puede usted ver a qué lado se refería?

¿Qué podemos hacer de interés con estas ecuaciones? De hecho, para ser honesto, no hay mucho que no hayamos hecho ya. Muy pocos procesos requieren el uso de las ecuaciones completas. Muchos libros de texto sobre la relatividad, incluso se detienen ¡después de escribirlas! Sin embargo, su estudio vale la pena. Por ejemplo, se puede mostrar que la solución de Schwarzschild es la *única* solución esféricamente simétrica. Del mismo modo, en 1923, Birkhoff demostró que todas las soluciones con simetría de rotación del vacío es estática. Este es el caso incluso si las masas mismas se mueven, como por ejemplo durante el colapso de una estrella.

Tal vez las más bellas aplicaciones de las ecuaciones de campo son las diversas *películas* de procesos relativistas. La World Wide Web alberga varias de éstas, que permiten a uno ver lo que sucede cuando dos agujeros negros chocan entre sí, lo que ocurre cuando un observador cae en un agujero negro, etc. Para generar estas películas, las ecuaciones de campo en general tienen que ser resueltos directamente, sin aproximaciones.**

Otra área de aplicación se refiere a las *ondas gravitacionales*. Las ecuaciones de campo completas demuestran que las ondas de gravedad no son armónicas, sino no-lineales. sólo existen aproximadamente ondas sinusoidales, para pequeñas amplitudes. Aún más interesante, si dos ondas chocan, en muchos casos se prevé que aparecerá *singularidades* de curvatura, es decir, puntos de curvatura infinita. Todo este asunto es todavía un tema de investigación y podría proporcionar nuevas perspectivas para la cuantificación de la relatividad general en los próximos años.

Terminamos esta sección con una nota al margen. Por lo general, las ecuaciones de campo se leen en un solo sentido, ya que indica que la energía-impulso produce curvatura. También se puede leer en el otro sentido, el cálculo de la energía-cantidad de movimiento necesario para producir una curvatura determinada.

Cuando uno hace esto, se descubre que no todos los espacio-tiempos curvos son posibles, ya que algunos podrían llevar a densidades de energía (o masa) *negativa*. Tales soluciones estaría en contradicción con el límite mencionado en las proporciones longitud-masa de los sistemas físicos.

Introduciendo $T_{ab} = \rho v_a v_b$ obtenemos

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho \quad (219)$$

Como queríamos mostrar.

* Vea por ejemplo el sitio web www.photon.at/~werner/black-earth.

LA ACCIÓN DE HILBERT— ¿CÓMO SE CURVA EL ESPACIO?

Cuando Einstein discutió su investigación con David Hilbert, Hilbert encontró una manera de hacer en unas semanas lo que le había llevado años a Einstein. Hilbert demostró que la relatividad general en el *espacio vacío* puede ser descrita con el *principio de mínima acción*.

Hilbert sabía que todo movimiento minimiza la acción, es decir, todo movimiento minimiza el cambio. Hilbert propuso encontrar la función de Lagrange, es decir, la medida del cambio, para el *movimiento del espacio-tiempo*, más precisamente para la *curvatura del espacio-tiempo*. Obviamente, la medida debe ser invariante del observador; en particular, debe ser invariante bajo *todos* los posibles cambios de puntos de vista.

El movimiento debido a la gravedad se determina por la curvatura. Cualquier curvatura medida independiente del observador debe ser una combinación del escalar de Ricci R y la constante cosmológica Λ . De esta manera se respetan tanto el principio de equivalencia como la covarianza general. Por lo tanto, tiene sentido esperar que el cambio de espacio-tiempo se describe mediante una acción S dada por

$$S = \frac{c^4}{16\pi G} \int (R + 2\Lambda) dV \quad (223)$$

El elemento de volumen dV se debe especificar para utilizar esta expresión en los cálculos. La constante cosmológica Λ (añadida algunos años después del trabajo de Hilbert) aparece como una posibilidad matemática para describir la acción más general que es invariante para difeomorfismo. Más adelante veremos que su valor en la naturaleza, aunque pequeño, parece ser diferente de cero.

También podemos agregar materia a la acción de Hilbert; un cálculo muy largo confirma que la acción de Hilbert permite deducir las ecuaciones de campo de Einstein y viceversa. Ambas formulaciones son completamente *equivalentes*. La acción de Hilbert de un trozo de espacio-tiempo es, pues, la integral del escalar de Ricci más el doble de la constante cosmológica sobre ese trozo. El principio de mínima acción establece que el espacio-tiempo se mueve de tal manera que estos cambios integrales sean lo mínimo posible.

Notamos que la fuerza máxima, con su gran valor, aparece como un prefactor en la acción (223). Una pequeña desviación en la curvatura implica una gran acción o cambio observable. Esto refleja la extrema rigidez del espacio-tiempo. [Desafío 311 ny](#) ¿Puede demostrar que la acción de Hilbert se sigue de la fuerza máxima?

Además de la acción de Hilbert, para obtener una descripción completa de movimiento necesitamos las condiciones iniciales.^{ref. 128} Las diversas maneras de hacer esto define un campo de investigación específico. Este tema, sin embargo, lleva demasiado lejos de nuestro camino. Lo mismo es válido para otras expresiones, pero equivalentes, de la acción en la relatividad general

En resumen, la pregunta “¿cómo se mueve el espacio las cosas?” es contestada por el principio de mínima acción de la siguiente manera: *el espacio evoluciona para minimizar la curvatura escalar*. La pregunta “¿cómo se mueven las cosas?” es contestada por la relatividad general de la misma forma que en la relatividad especial: *las cosas siguen el camino del envejecimiento máximo*.

LAS SIMETRÍAS DE LA RELATIVIDAD GENERAL

La simetría principal de la función de Lagrange de la relatividad general se llama *invariancia bajo difeomorfismo* o *covarianza general*. Físicamente hablando, la simetría afirma que el movimiento es independiente del sistema de coordenadas utilizado. Más precisamente, el movimiento de la materia, la radiación y el espacio-tiempo no cambia bajo transformaciones arbitrarias de coordenadas diferenciables, o *difeomorfismos*. La invariancia por difeomorfismo es la simetría esencial de la acción de Hilbert: el movimiento es independiente de los sistemas de coordenadas.

Las ecuaciones de campo de espacio-tiempo vacío también muestran *simetría de escala*. Esta es la invariancia de las ecuaciones después de multiplicar todas las coordenadas por un factor numérico común. En 1993, Torre y Anderson demostraron que la simetría por difeomorfismo y la simetría de escala trivial son las *únicas* simetrías de las ecuaciones de campo del vacío.^{ref. 194}

Aparte de simetría por difeomorfismo, la relatividad general completa, incluyendo la masa-energía, tiene una simetría adicional que no está dilucidada todavía completamente. Esta simetría conecta con varias condiciones iniciales posibles de las ecuaciones de campo; la simetría es extremadamente compleja y sigue siendo un tema de investigación. Estas fascinantes investigaciones deben dar nuevos conocimientos sobre la descripción clásica del big bang.

En resumen, las simetrías de la relatividad general implican también que el movimiento más rápido, el más distante y el más poderoso en la naturaleza es relativo, continuo, reversible e invariante especular. Las simetrías también confirman que el movimiento más violento conserva la energía-cantidad de movimiento y el momento angular. Finalmente, la acción de Hilbert confirma que incluso el movimiento más salvaje en la naturaleza es perezoso, es decir, descrito por el principio de la mínima acción.

En resumen, a pesar de agregar movimiento de vacío y horizontes, la relatividad general no cambia nuestro concepto cotidiano de movimiento. La relatividad es una descripción *clásica* del movimiento.

MASA EN RELATIVIDAD GENERAL

La invariancia por difeomorfismo de la relatividad general hace que la vida sea bastante interesante. Veremos que nos permite decir que vivimos en el *interior* de una esfera hueca. Hemos visto que la relatividad general no nos permite decir dónde está localizada la energía. Si la energía no puede localizarse, ¿qué pasa con la masa? La exploración del problema demuestra que la masa, como la energía, *sólo* puede localizarse si se sabe que el espacio-tiempo distante es plano. Entonces es posible definir un valor de masa localizada haciendo una idea precisa e intuitiva: la masa de un cuerpo desconocido se mide por el tiempo que una sonda toma para orbitar el cuerpo desconocido. ^{**}

Desafío 312 ny La definición intuitiva de masa *requiere* espacio-tiempo plano en el infinito; eso no puede extenderse a otras situaciones. En resumen, la masa sólo puede localizarse si se puede definir la masa total. Y la *masa total* se define sólo para el espacio-tiempo asintóticamente plano. La única otra noción de masa que es precisa en la relatividad general es la *densidad de masa local* en un punto. En cambio, no se entiende bien cómo definir la masa contenida en una región mayor que un punto, pero menor que la totalidad del espacio-tiempo (en el caso de que no sea asintóticamente plano).

EL LÍMITE DE FUERZA Y LA CONSTANTE COSMOLÓGICA

Cuando la constante cosmológica se toma en el cuadro, el principio de la fuerza máxima requiere una segunda mirada. En el caso de una constante cosmológica no nula, el límite de fuerza sólo tiene sentido si la constante Λ es positiva; ^{ref. 198} este es el caso del valor actualmente medido, que es $\Lambda \approx 10^{-52} / \text{m}^2$. ^{ref. 128, ref. 129} De hecho, la relación radio-masa de los agujeros negros

$$2GM = Rc^2 \left(1 - \frac{\Lambda}{3} R^2 \right) \quad (226)$$

Implica que una fuerza máxima *independiente* del radio es válida sólo para una constante cosmológica positiva o cero. Para una constante cosmológica negativa, el límite de fuerza sólo sería válido para agujeros negros infinitamente pequeños. En lo que sigue, tomamos un enfoque pragmático y observamos que un límite máximo de fuerza puede considerarse que implica una constante cosmológica nula o positiva. Obviamente, el límite de fuerza no especifica el *valor* de la constante; Para lograrlo, es necesario añadir un segundo principio. Una formulación sencilla, utilizando el principio adicional de una fuerza mínima en la naturaleza, fue propuesta anteriormente.

Uno podría preguntarse también si los agujeros negros rotatorios o cargados cambian el argumento que conduce de la fuerza máxima a la derivación de la relatividad general. Sin embargo, la derivación utilizando la ecuación de Raychaudhuri no cambia. En realidad, el único cambio del argumento aparece con la inclusión de la *torsión*, que cambia la ecuación de Raychaudhuri misma. Mientras la torsión no desempeñe ningún papel, la derivación dada anteriormente sigue siendo válida. La inclusión de la torsión sigue siendo un problema de investigación abierta.

^{**}Esta definición fue formalizada por Arnowitt, Deser y Misner, y desde entonces se ha llamado a menudo la masa ADM. ^{Ref. 196} La idea es usar la métrica g_{ij} y tomar la integral

$$m = \frac{c^2}{32\pi G} \int_{S_R} (g_{ij,i} v_j - g_{ii,j} v_j) dA \quad (224)$$

Donde S_R es la esfera de coordenadas de radio R , v es el vector unitario normal a la esfera y dA es el elemento de área en la esfera. El límite existe para grandes R si el espacio-tiempo es asintóticamente plano y si la distribución de masa está suficientemente concentrada. ^{ref. 197} Los físicos matemáticos también han demostrado que para cualquier variedad cuya métrica cambia en el infinito como

$$g_{ij} = (1 + f/r + O(1/r^2)) \delta_{ij} \quad (225)$$

la masa total está dada por $M = f c^2 / G$.

¿ES LA GRAVITACIÓN UNA INTERACCIÓN?

Tendemos a responder a esta cuestión afirmativamente, puesto que en física galileana la gravitación ha sido vista como una influencia sobre el movimiento de los cuerpos. En física galileana describimos la gravitación mediante un potencial, porque la gravitación cambia el movimiento. De hecho, una fuerza o una interacción es lo que cambia el movimiento de los objetos. Sin embargo, acabamos de ver que cuando dos cuerpos se atraen uno a otro a través de la gravitación, ambos permanecen siempre en caída libre. Por ejemplo, la Luna circunda la Tierra porque está continuamente cayendo sobre ella. Dado que cualquier observador en caída libre se mantiene continuamente en reposo, la afirmación de que la gravedad cambia el movimiento de los cuerpos no es correcta para todos los observadores. En efecto, dado que las geodésicas son el camino de la máxima rectitud, también podemos afirmar que la Luna y la Tierra ambas siguen "trayectorias rectas", y para todos los observadores. Pero los objetos que siguen trayectorias rectas no están bajo la influencia de las interacciones, ¿verdad?

Vamos a explorar este problema de otra manera.

La definición más fundamental de "interacción" es como la diferencia entre el todo y la suma de sus partes. En el caso de la gravedad, un observador en caída libre podría afirmar que de hecho nada especial que está pasando, independientemente de que el otro cuerpo esté presente o no, y podría afirmar que la gravedad no es una interacción.

Sin embargo, una interacción también transporta energía entre sistemas. Ahora bien, hemos visto que la gravedad puede decirse que transporta energía sólo aproximadamente. Las propiedades de la energía gravitacional confirman este argumento. [Desafío 313 s](#) Incluso en su aspecto energético, la gravitación es una interacción sólo aproximadamente.

[Desafío 314 ny](#) Una forma matemática de ver estos problemas es la siguiente. Tome un satélite orbitando Júpiter con energía-momento $\vec{p}=m\vec{u}$. Si calculamos el cambio de energía-cantidad de movimiento a lo largo de su recorrido s , obtenemos

$$\frac{d\vec{p}}{ds} = m \frac{d\vec{u}}{ds} = m \left(\vec{e}_a \frac{d\vec{u}^a}{ds} + \frac{d\vec{e}_a}{ds} \vec{u}^a \right) = m \vec{e}_a \left(\frac{d\vec{u}^a}{ds} + \Gamma_{bd}^a \vec{u}^b \vec{u}^c \right) = 0 \quad (227)$$

Donde \vec{e} describe el vector unitario a lo largo de un eje de coordenadas y Γ_{bd}^a es la *conexión métrica*; se explica a continuación. El cambio de energía-cantidad de movimiento se anula a lo largo de cualquier geodésica, como puede comprobar. [Desafío 315 ny](#). Por lo tanto, la energía-cantidad de movimiento de este movimiento se conserva. En otras palabras, no hay *ninguna* fuerza que actúe sobre el satélite. Podríamos responder que en la ecuación (227) el segundo término por sí solo es la fuerza gravitacional real.^{ref. 199} [Desafío 316 ny](#) Pero este término se puede hacer desaparecer a lo largo de la totalidad de cualquier línea del mundo dada.

En resumen, también las matemáticas confirman que nada cambia entre dos cuerpos en caída libre unos de otros: la gravedad podría decirse que no es una interacción.

Veamos el comportamiento de la luz. En el vacío, la luz siempre se mueve libremente. En cierto sentido, podemos decir que la radiación siempre está en caída libre. Extrañamente, puesto que llamamos a la caída libre lo mismo que al reposo, debemos concluir que las radiaciones están siempre en reposo. Esto no está mal. Ya hemos visto que la luz no puede ser acelerada.** También hemos visto que la curvatura gravitacional no es una aceleración, ya que la luz sigue trayectorias rectas en el espacio-tiempo, en este caso también. A pesar de que la luz parece ir más despacio cerca de las masas para los observadores distantes, siempre se mueve a la velocidad de la luz a nivel local. En resumen, incluso la gravitación no logra mover la luz.

En resumen, si nos gusta este tipo de juegos intelectuales, podemos argumentar que la gravitación no es una interacción, a pesar de que pone los objetos en órbitas y desvía la luz. Para todos los efectos prácticos, la gravedad sigue siendo una interacción.

*La refracción, la desaceleración de la luz dentro de la materia, no es un contraejemplo. Estrictamente hablando, la luz dentro de la materia está constantemente siendo absorbida y re-emitida. Entre estos procesos, la luz todavía se propaga con la velocidad de la luz en el vacío. Todo el proceso sólo parece una desaceleración en el límite macroscópico. Lo mismo se aplica a la difracción ya la reflexión. Una lista completa de maneras de doblar la luz se puede encontrar en otra parte.

**Esta es una sección corta para los más curiosos; se puede omitir en primera lectura.

***Recordamos que en el espacio en la vida cotidiana, las geodésicas son los caminos más cortos posibles; Sin embargo, en el espacio-tiempo en la relatividad general, las geodésicas son los caminos más largos posibles. En ambos casos, son las trayectorias "más directas" posibles.

¿CÓMO CALCULAR LA FORMA DE LAS GEODÉSICAS

Una mitad de la relatividad general establece que todos los cuerpos caen siguiendo geodésicas. Todas las órbitas son geodésicas, o sea curvas con el mayor tiempo propio. Lo que es útil para ser capaces de calcular esas trayectorias.** Para comenzar, se necesita conocer la *forma del espacio-tiempo*, la noción de "forma" se generaliza a partir de su familiar significado bidimensional. Para un ser vivo en la superficie, por lo general es descrito por la métrica g_{ab} , que define las distancias entre puntos vecinos a través

$$ds^2 = dx_a dx^a = g_{ab}(x) dx^a dx^b. \quad (228)$$

Desafío 317 ny Es un famoso ejercicio de cálculo demostrar a partir de esta expresión que una curva $x^a(s)$ dependiente de un parámetro (afín) que se comporta bien, s , es una *geodésica* (métrica) tipo tiempo o tipo espacio, es decir, el camino más largo posible entre los dos eventos***, sólo si

$$\frac{d}{ds} \left(g_{ad} \frac{dx^d}{ds} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^a} \frac{dx^b}{ds} \frac{dx^c}{ds} \quad (229)$$

Siempre y cuando ds sea diferente de cero a lo largo del camino.* Todos los cuerpos en caída libre siguen estas geodésicas. Demostramos más arriba que la propiedad geodésica implica que una piedra lanzada en el aire vuelve a caer, a menos que se lance con una velocidad mayor que la velocidad de escape. La expresión (227) reemplaza así la expresión $d^2x/dt^2 = -\nabla\phi$ válida para cuerpos que caen y la expresión $d^2x/dt^2 = 0$ válida para cuerpos que flotan libremente en relatividad especial.

El camino no depende de la masa o del material del cuerpo. Por lo tanto, la *antimateria* también cae a lo largo de las geodésicas.ref. 200 En otras palabras, la antimateria y la materia no se repelen; también se atraen. Curiosamente, incluso los experimentos realizados con materia normal pueden mostrar esto, si se evalúan cuidadosamente. **Desafío 318 ny** ¿Puede averiguar cómo?

Para completar, mencionamos que la luz sigue una geodésica *tipo luz o nula*. En otras palabras, hay un parámetro afín u tal que las geodésicas siguen

$$\frac{d^2 x^a}{du^2} + \Gamma_{bc}^a \frac{dx^b}{du} \frac{dx^c}{du} = 0 \quad (233)$$

con la condición diferente

$$g_{ab} \frac{dx^a}{du} \frac{dx^b}{du} = 0 \quad (234)$$

Desafío 319 ny Dadas todas estas definiciones de diversos tipos de geodésicas, ¿cuáles son las líneas dibujadas en la **Figura 65**?

GIMNASIA DE RIEMANN**

La mayoría de los libros presentan a la curvatura de la manera difícil, a saber, históricamente, mediante el tensor de curvatura de Riemann. Este es un breve resumen, para que pueda entender qué es lo viejo cuando se cruce con él.

Vimos anteriormente que la curvatura se describe mejor por un tensor. En 4 dimensiones, este tensor de curvatura, usualmente llamado R , debe ser una cantidad que nos permita calcular, entre otras cosas, el área para cualquier orientación de un 2-disco (disco bidimensional) en el espacio-tiempo. Ahora, en 4 dimensiones, las orientaciones de un disco se definen en términos de *dos* tetravectores; llamémoslos p y q . Y

* Esto se escribe a menudo como

$$\frac{d^2 x^a}{ds^2} + \Gamma_{bc}^a \frac{dx^b}{ds} \frac{dx^c}{ds} = 0 \quad (230)$$

donde la condición $g_{ab} \frac{dx^a}{ds} \frac{dx^b}{ds} = 1$ (231)

debe cumplirse, requiriendo simplemente que todos los vectores tangentes sean vectores *unitarios*, y que $ds \neq 0$ a lo largo de la trayectoria. Los símbolos Γ que aparecen arriba están dados por

$$\Gamma_{bc}^a = \begin{Bmatrix} a \\ bc \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} g^{ad} (\partial_b g_{dc} + \partial_c g_{db} - \partial_d g_{bc}) \quad (232)$$

Y se llaman *símbolos de Christoffel de segundo tipo* o simplemente la *conexión métrica*.

*Esta es una sección breve para los más curiosos; se puede omitir en primera lectura.

**Bernhard Riemann (nacido en 1826 Breselenz, d. 1866 Selasca), importante matemático alemán. Uno de sus numerosos logros importantes es el fundamento de la geometría no euclidiana.

en lugar de un disco, tomamos el paralelogramo barrido por \mathbf{p} y \mathbf{q} . [Desafío 320 e](#) Hay varias definiciones posibles.

El *tensor de curvatura de Riemann-Christoffel* R se define entonces como una cantidad que nos permite calcular la curvatura $K(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ para la superficie extendida por \mathbf{p} y \mathbf{q} , con el área A , a través de

$$K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{R \mathbf{p} \mathbf{q} \mathbf{p} \mathbf{q}}{A^2(\mathbf{p}, \mathbf{q})} = \frac{R_{abcd} p^a q^b p^c q^d}{(g_{\alpha\delta} g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta}) p^\alpha q^\beta p^\gamma q^\delta} \quad (235)$$

Donde, como de costumbre, los índices latinos a, b, c, d , etc. van de 0 a 3, al igual que los índices griegos aquí, y una suma está implícita cuando un nombre de índice aparece dos veces. Obviamente R es un tensor, de rango 4. Este tensor describe así sólo la curvatura *intrínseca* de un espacio-tiempo. Por el contrario, la métrica g describe la forma completa de la superficie, no sólo la curvatura. La curvatura es, por lo tanto, la cantidad física de relevancia localmente, y las descripciones físicas por lo tanto usan solamente el *tensor Riemann* o cantidades derivadas de él.*

Pero podemos olvidar la definición de curvatura que acabamos de mencionar. Hay una segunda manera más física de mirar el tensor de Riemann. Sabemos que la curvatura significa gravitación. [Desafío 321 e](#) Como hemos dicho anteriormente, la gravitación significa que cuando dos partículas cercanas se mueven libremente con la misma velocidad y la misma dirección, la distancia entre ellas cambia. En otras palabras, el efecto local de la gravedad es la *aceleración relativa* de las partículas cercanas.

Resulta que el tensor R describe con precisión esta aceleración relativa, es decir, lo que llamamos *efectos de marea* en lo precedente. Obviamente, la aceleración relativa \mathbf{b} aumenta con la separación \mathbf{d} y el cuadrado de la velocidad \mathbf{u} de las dos partículas. ([Desafío 322 ny](#) ¿Por qué?). Por lo tanto, también podemos definir R como un factor de proporcionalidad (generalizado) entre estas cantidades:

$$\mathbf{b} = R \mathbf{u} \mathbf{u} \mathbf{d}, \text{ más claramente, } b^a = R^a{}_{bcd} u^b u^c d^d. \quad (238)$$

Los componentes del tensor de curvatura de Riemann tienen las dimensiones del cuadrado inverso de la longitud. Dado que contiene toda la información sobre la curvatura intrínseca, concluimos que si R se anula en una región, el espacio-tiempo en esa región es plano. Esta conexión se deduce fácilmente de esta segunda definición. [Desafío 323 ny](#) **

Una última manera de definir el tensor R es la siguiente. Para un observador de *caída libre*, la métrica g_{ab} está dada por la métrica η_{ab} de la relatividad especial. En su entorno, tenemos

$$g_{ab} = \eta_{ab} + \frac{1}{3} R_{abcd} x^c x^d + O(x^3) = \frac{1}{2} (\partial_c \partial_d g_{ab}) x^c x^d + O(x^3). \quad (238)$$

donde O denota términos de orden superior. El término de curvatura describe así la desviación de la métrica espacio-tiempo de la del espacio-tiempo plano. El tensor de curvatura R es una bestia grande; Tiene

* Bernhard Riemann (nacido en 1826 Breselenz, fallecido en 1866 Selasca), importante matemático. Uno de sus numerosos logros importantes es la fundación de la geometría no euclidiana.

Hemos demostrado anteriormente que el espacio-tiempo es curvo al notar cambios en los ritmos de marcha de relojes, en longitudes de metros rígidos y en la propagación de la luz. Tales experimentos son la manera más fácil de determinar la métrica g . Sabemos que el espacio-tiempo es descrito por una variedad \mathbf{M} de 4 dimensiones con una métrica g_{ab} que localmente, en cada punto del espacio-tiempo, es una métrica de Minkowski. Tal variedad se llama una *variedad riemanniana*. Sólo tal métrica nos permite definir un sistema inercial local, es decir, un espacio-tiempo local de Minkowski en cada punto del espacio-tiempo. En particular, tenemos

$$g_{ab} = 1/g_{ab} \text{ y } g_a^b = g_b^a = \delta_b^a \quad (236)$$

¿Cómo están relacionadas la curvatura y la métrica? La solución a esta pregunta por lo general ocupa un gran número de páginas en los libros de relatividad; sólo para información, la relación es

$$R_{bcd}^a = \frac{\partial \Gamma_{bd}^a}{\partial x_c} - \frac{\partial \Gamma_{bc}^a}{\partial x_d} + \Gamma_{ec}^a \Gamma_{bd}^e - \Gamma_{fd}^a \Gamma_{bc}^f \quad (237)$$

El tensor de curvatura se construye a partir de la segunda derivada de la métrica. Por otro lado, también podemos determinar la métrica si la curvatura es conocida. A continuación se presenta una relación aproximada.

**Esta segunda definición también se llama definición a través de la *desviación geodésica*. Por supuesto, no es evidente que coincida con la primera. Para una prueba explícita, vea la literatura.^{ref. 201} Hay también una tercera forma de imaginar el tensor R , una más matemática, es decir, el modo original en que Riemann lo introdujo. Si se transporta paralelamente un vector \mathbf{w} alrededor de un paralelogramo formado por dos vectores \mathbf{u} y \mathbf{v} cada uno de longitud ϵ , el vector \mathbf{w} cambia a $\mathbf{w} + \delta \mathbf{w}$. Se tiene entonces

$$\delta \mathbf{w} = - \epsilon^2 R \mathbf{u} \mathbf{v} \mathbf{w} + \text{términos de orden superior.} \quad (239)$$

Se puede aprender más acerca de la desviación geodésica estudiando el comportamiento del famoso carro con orientación sur que ya nos hemos encontrado antes. Este dispositivo, común en China antes de que se descubriera la brújula, sólo funciona si el mundo es plano. Ciertamente, sobre una superficie curvada, después de seguir una gran trayectoria cerrada, mostrará una dirección diferente a la del inicio del viaje. [Desafío 324 ny](#) ¿Puede explicar por qué?

$4^4 = 256$ componentes en cada punto de espacio-tiempo; Sin embargo, sus propiedades de simetría las reducen a 20 números independientes.* El número efectivo de importancia en los problemas físicos es aún menor, es decir, sólo 10. Estos son los componentes del tensor de Ricci, que se pueden definir con la ayuda del tensor de Riemann por contracción, esto es, imponiendo

$$R_{bc} = R^a{}_{bac}. \quad (243)$$

Sus componentes, como los del tensor de Riemann, son longitudes cuadradas inversas. Los valores del tensor R_{bc} , o los de $R^a{}_{bcd}$, son independientes de la convención de signos utilizada en la métrica de Minkowski [Desafío 326 e](#), al contrario que R_{abcd} .

[Desafío 327 ny](#) ¿Puede confirmar la relación $R_{abcd}R^{abcd} = 48m^2/r^6$ para la solución de Schwarzschild?*

CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍO ACERCA DE LA RELATIVIDAD GENERAL

Durante largo tiempo, la gente había especulado acerca de por qué los satélites artificiales Pioneer 10 y 11, que se encuentran ahora a unas 70 unidades astronómicas lejos del Sol, están sometidos a una deceleración constante de $8 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$ (hacia el Sol) desde que pasaron la órbita de Saturno.

Este efecto es llamado la *anomalía Pioneer*. Durante un tiempo, el origen no estuvo claro y fue un intenso asunto de estudio. Pero varias investigaciones han mostrado que la razón *no* es una desviación de la dependencia inversa del cuadrado de la gravitación, como se propuso a veces.^{ref. 202} En otras palabras, el efecto es electromagnético.

Había muchos indicios que apuntaban a una asimetría en la emisión de radiación de calor de los satélites. Los generadores de a bordo producen 2,5 kW de calor que se irradia por el satélite. Una asimetría de delante a atrás de tan sólo 80 W es suficiente para explicar la anomalía medida.^{ref. 203} La investigación reciente ha demostrado que tal asimetría existe en efecto, por lo que el problema está resuelto ahora.

* *

La potencia o fuerza máxima que aparece en los horizontes es la base de la relatividad general. ¿Hay sistemas físicos aparte del espacio-tiempo que también se pueden describir de esta manera? Para la relatividad especial, se encontró que todos sus principales efectos - tales como una velocidad límite, la contracción de Lorentz o la equivalencia masa-energía - se han encontrado incluso en dislocaciones en los sólidos.

¿Existen sistemas análogos a la relatividad general? Hasta ahora, los intentos de encontrar estos sistemas sólo han tenido un éxito parcial.

Varias ecuaciones e ideas de la relatividad general son aplicables a las deformaciones de los sólidos, ya que la relatividad general describe la deformación del colchón de espacio-tiempo.^{ref. 118} Kroner ha estudiado esta analogía con gran detalle.

Otros sistemas físicos con 'horizontes', y por tanto, con observables análogos a la curvatura, se han encontrado en ciertos líquidos - donde los vórtices desempeñan el papel de los agujeros negros - y en ciertos fluidos cuánticos para la propagación de la luz.^{ref. 204} La exploración de tales sistemas se ha convertido en tema de investigación por derecho propio.

Una analogía completa de la relatividad general en un sistema macroscópico fue descubierta hace tan solo unos pocos años. Esta analogía se presentará en la parte final de nuestra aventura.

* *

¿Puede usarse el principio de fuerza máxima para eliminar teorías que compitan con la gravitación? Las competidoras de la relatividad general más frecuentemente discutidas son teorías escalar-tensoriales de la gravedad, tales como, por ejemplo, las propuestas por Brans y Dicke y sus generalizaciones.

Si una teoría escalar-tensorial particular, obedece a la ecuación horizonte general (111), entonces también debe implicar una fuerza máxima. La ecuación general del horizonte debe ser obedecida tanto para horizontes *estáticos* como *dinámicos*. Si ese fuera el caso, la teoría escalar-tensorial específica sería equivalente a la relatividad general, ya que nos permitiría, con el argumento de Jacobson, deducir las

** [Desafío 325 ny](#) La definición de caída libre muestra que el tensor de Riemann es simétrico en ciertos índices y antisimétrico en otros:

$$R_{abcd} = R_{cdab}, R_{abcd} = -R_{bacd} = -R_{abdc}. \quad (239)$$

Estas relaciones también implican que muchos componentes desaparecen. También es importante la relación

$$R_{abcd} + R_{adbc} + R_{acdb} = 0. \quad (240)$$

Obsérvese que el orden de los índices no está estandarizado en la literatura. La lista de invariantes que se pueden construir a partir de R es larga. Mencionamos que $1/2 \epsilon^{abcd} R_{cd}{}^{ef} R_{abef}$, es decir el producto $* R R$ del tensor de Riemann con su dual, es el invariante que caracteriza el efecto Thirring-Lense.

ecuaciones de campo habituales. Este caso puede aparecer si el campo escalar se comporta como la materia, es decir, si tiene masa-energía como la materia y curva el espacio-tiempo como la materia.

Por otro lado, si en la teoría escalar-tensorial particular, la ecuación general del horizonte no se cumple para *todos* los horizontes en *movimiento* - que es el caso general, ya que las teorías escalar-tensoriales tienen más constantes definidas que la relatividad general - entonces la fuerza máxima no aparece y la teoría no es equivalente a la relatividad general. Esta conexión también muestra que una prueba experimental de la ecuación del horizonte para horizontes *estáticos* solamente no es suficiente para confirmar la relatividad general; tales pruebas excluyen sólo algunas, pero no todas, las teorías escalares-tensoriales.

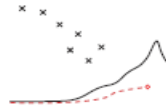
Desafío 328-b s ¿Puede resumir los principales riesgos técnicos involucrados en un proyecto de este tipo? ¿Puede encontrar formas de reducirlos?

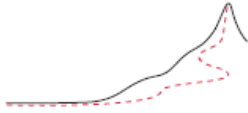
UN RESUMEN ACERCA DE LAS ECUACIONES DE CAMPO

Las ecuaciones de campo de la relatividad general describen el movimiento de espacio, materia y energía. Ellas nos dicen que

- (1) la curvatura local del espacio está dada por la densidad local de energía dividida por la fuerza máxima,
- y
- (2) que los objetos se mueven a lo largo de geodésicas definidas por esta curvatura local

Esta descripción está confirmada con total precisión por todos los experimentos llevados a cabo hasta ahora.





Capítulo 8

¿POR QUÉ PODEMOS VER LAS ESTRELLAS? – MOVIMIENTO EN EL UNIVERSO

Zwei Dinge erfüllen das Gemüt mit immer neuer und zunehmender Bewunderung und Ehrfurcht, je öfter und anhaltender sich das Nachdenken damit beschäftigt der bestimmte Himmel über mir und das moralische Gesetz in mir. ^{ref. 205}

* Immanuel Kant*

"Dos cosas llenan la mente con renovada y creciente admiración y asombro, cuanto más a menudo y persistentemente el pensamiento las considere: El cielo estrellado sobre mí y la ley moral dentro de mí"

En las noches claras, entre dos y cinco mil estrellas son visibles al ojo desnudo. Entre todas ellas, varios cientos tienen nombres. ¿Por qué? Porque en todas las partes del mundo, las estrellas y las constelaciones que forman están asociadas a mitos. ^{ref. 206} En todas las civilizaciones, los mitos son historias contadas para hacer lo incomprensible más comprensible. Pero el simple hecho de que podamos ver las estrellas es la base de una historia mucho más fantástica que todos los mitos. Esta toca casi todos los aspectos de la física moderna y se basa en la historia completa del universo.

¿CUÁLES ESTRELLAS VEMOS?

Demócrito dice [sobre la Vía Láctea] que es una región de la luz que emana de numerosas estrellas pequeñas y cercanas entre sí, cuya agrupación produce el brillo de la totalidad. ^{ref. 207}

Aetius, *Opiniones*.

Las estrellas que vemos en una noche clara son principalmente las más brillantes de nuestras vecinas más cercanas en la región circundante de la Vía Láctea. Se encuentran a distancias entre cuatro y unos pocos miles de años luz de nosotros. En términos generales, en nuestro entorno hay una estrella más o menos cada 400 años luz cúbicos. Nuestro Sol es sólo una de las cien mil millones de estrellas de la Vía Láctea.

Por la noche, casi todas las estrellas visibles a simple vista son de nuestra propia galaxia. El único objeto extragaláctico *constantemente* visible a simple vista en el hemisferio norte es la llamada nebulosa de Andrómeda, se muestra ampliada en la [Figura 89](#). Es toda una galaxia como la nuestra, como Emmanuel Kant ya había conjeturado en 1755. Varios objetos extragalácticos son visibles a simple vista en el hemisferio sur: la nebulosa Tarántula, así como la gran y la pequeña nube de Magallanes. Las nubes de Magallanes son galaxias vecinas a la nuestra. Otros objetos extragalácticos, *temporalmente* visibles son las raras *novas*, explosiones de estrellas que se pueden ver si aparecen en las galaxias cercanas, o las aún más raras *supernovas*, que a menudo puede ser visto incluso en galaxias lejanas.

En realidad, las estrellas visibles son especiales en otros aspectos también. Por ejemplo, los telescopios muestran que aproximadamente la mitad de ellas son en realidad dobles: consisten en dos estrellas que giran una alrededor de la otra, como en el caso de Sirio. La medición de las órbitas que siguen una alrededor de la otra permite determinar sus masas. [Desafío 329 ny](#) ¿Puede explicar cómo?

Muchos más objetos extragalácticos son visibles con telescopios. Hoy en día, esta es una de las principales razones para construirlos, y para fabricarlos tan grandes como sea técnicamente posible.

¿Es el universo diferente de nuestra Vía Láctea? Sí lo es. Hay varios argumentos para demostrar esto. En primer lugar, nuestra galaxia - la palabra galaxia es simplemente el término griego original de 'Vía Láctea' - es *aplanada*, debido a su rotación. Si la galaxia gira, tiene que haber otras masas que determinan el fondo con respecto a la cual esta rotación se lleva a cabo. De hecho, hay un gran número de otras galaxias - alrededor de 10^{11} - en el universo, un descubrimiento que data solo del siglo XX. Algunos ejemplos se

* Immanuel Kant (1724-1804) fue el filósofo más importante de la Ilustración, el movimiento que conduce a la ciencia moderna y estándar occidental de la riqueza y de la vida empujando a un lado las falsas ideas propagadas por los gobiernos basados en la religión.

muestran en la [Figura 89](#), [Figura 90](#) y la [Figura 91](#). La última figura muestra cómo suelen morir las galaxias: al chocar con otras galaxias .



FIGURA 85 Una fotografía moderna del cielo nocturno, mostrando unos pocos miles de estrellas y la Vía Láctea. La imagen es una composición digital de muchas fotografías de cielos nocturnos despejados tomadas por toda la Tierra. La Vía Láctea se coloca horizontalmente (© Axel Mellinger, from [Ref. 208](#)).

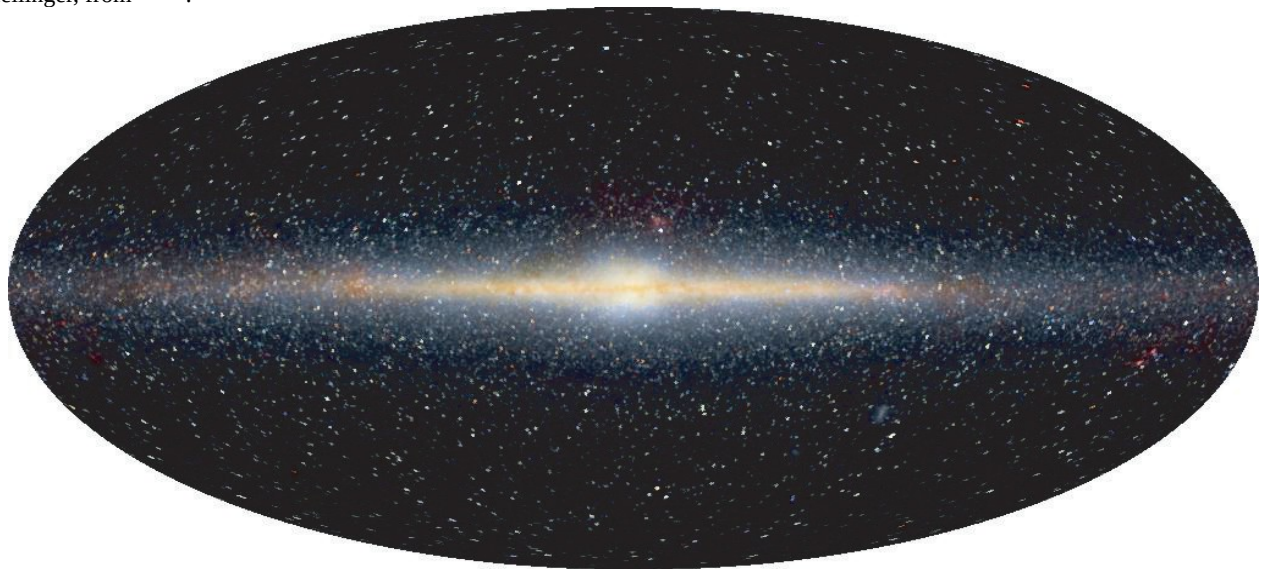


FIGURA 86 Cómo se ve el cielo nocturno, y nuestra galaxia en particular, en el infrarrojo cercano (NASA false colour image).

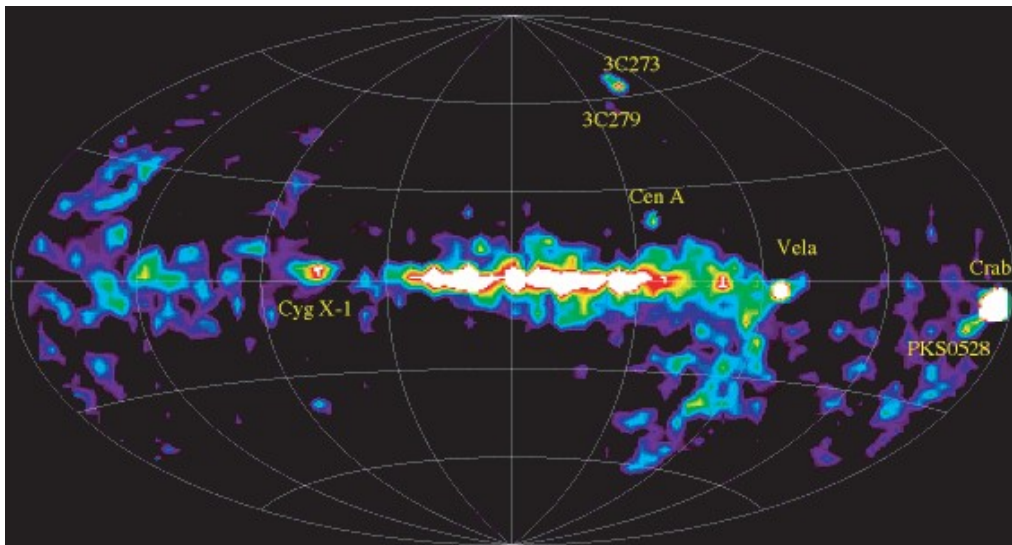


FIGURA 87 Los rayos X observados en el cielo nocturno, para energías entre 1 y 30MeV (NASA).

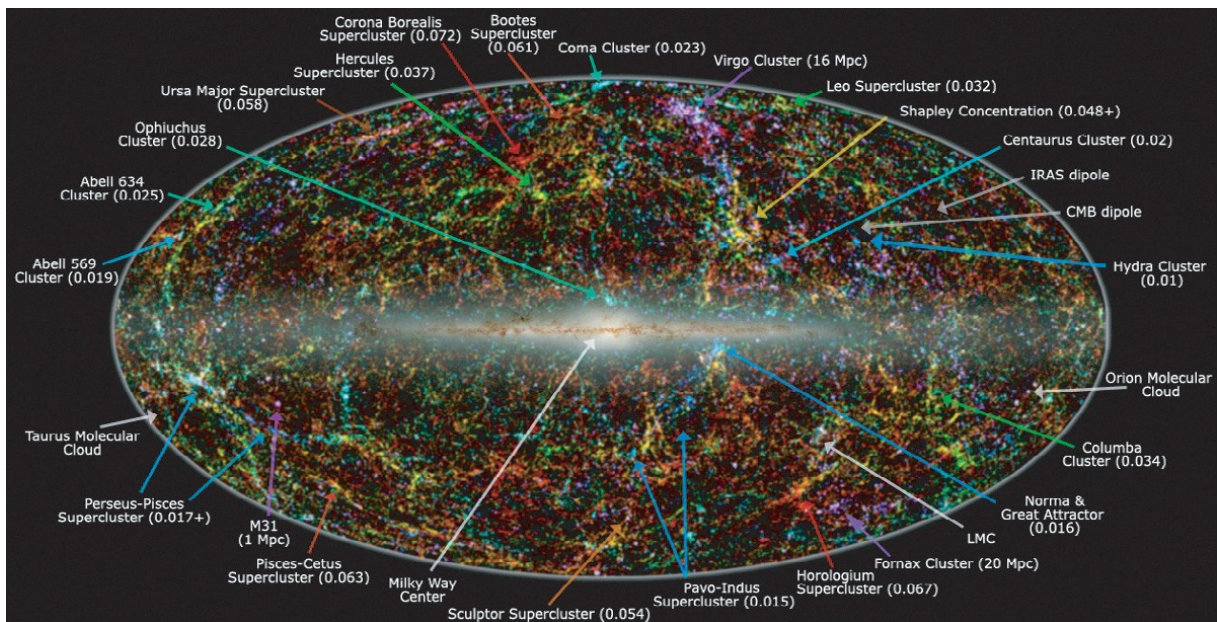


FIGURA 88 Una imagen en falso color compuesta de datos infrarrojos, mostrando la estructura a gran escala del universo que nos rodea; El color de cada galaxia representa su distancia y los números entre paréntesis especifican el desplazamiento al rojo; se superpone una imagen infrarroja de la Vía Láctea (cortesía de Thomas Jarret IPAC/Caltech).



FIGURA 89 La nebulosa de Andrómeda M31, una de nuestras galaxias vecinas (y el miembro 31 de la lista de objetos Messier) (NASA).

¿Por qué nuestra comprensión del lugar de nuestra galaxia en el universo ocurrió tan tarde? Bueno, la gente tenía la misma dificultad que tenían cuando trataban de determinar la forma de la Tierra. Ellos tenían que entender que la galaxia no es sólo una franja lechosa vista en las noches claras, sino un sistema físico real, hecha de alrededor de 10^{11} estrellas que gravitan unas alrededor de otras. * Al igual que la Tierra, se encontró que la Vía Láctea tenía una forma tridimensional: Como se muestra en la fotografía de la **Figura 86**, nuestra galaxia es una estructura plana y circular, con una protuberancia esférica en su centro. El diámetro es de 100 000 años luz. Que gira sobre sí misma una vez cada 200 a 250 millones de años. (**Desafío 330 ny** ¿Puede adivinar cómo se midió?) La rotación es bastante lenta: desde que se formó el Sol, ha dado solamente cerca de 20 a 25 vueltas completas alrededor del centro.

Incluso es posible medir la *masa* de nuestra galaxia. El truco es usar un pulsar binario en sus alrededores. Si se observa durante muchos años, se puede deducir su aceleración alrededor del centro galáctico, ya que el pulsar reacciona con un desplazamiento de frecuencia que se puede medir desde la Tierra. Se necesitan muchas décadas de observación y muchos efectos espurios han de ser eliminados.^{ref. 209} Sin embargo, tales mediciones están en curso. Las estimaciones actuales estiman la masa de nuestra galaxia en 10^{42} kg o $5 \cdot 10^{11}$ masas solares.

** La Vía Láctea, o galaxia en griego, se dice que se originó cuando Zeus, el principal dios griego, trató de dejar que su hijo Hércules se alimentara en el pecho de Hera para hacerle inmortal; el joven Heracles, en un signo que mostraba su fuerza futura, chupó tan fuertemente que la leche salpicó todo el cielo.

¿CÓMO OBSERVAMOS LAS ESTRELLAS?

Las mejores imágenes del cielo nocturno son producidas por los telescopios más sensibles. En la Tierra, los telescopios más sensibles son los más grandes, como los que se muestran en la [Figura 94](#), ubicada en Paranal en Chile. La historia y las capacidades de estos telescopios son fascinantes.^{ref. 210} Para muchas longitudes de onda que son absorbidas por la atmósfera, los telescopios más sensibles están vinculados al satélite, como los que se muestran en la [Figura 95](#). Para cada dominio de longitud de onda, tales sistemas modernos producen imágenes fascinantes del cielo nocturno. Las [Figura 85](#) hasta [Figura 88](#) da algunos ejemplos. Un hermoso sitio web dedicado a mostrar cómo el cielo nocturno mira diferentes longitudes de onda es www.chromoscope.net. El sitio web le permite deslizarse de una longitud de onda a otra simplemente moviendo un cursor; mirarlo y explorar la belleza del universo lo vale.

¿QUÉ VEMOS EN LA NOCHE?

La astrofísica nos aboca a una extraña conclusión acerca de la materia absolutamente diferente de como estamos acostumbrados a pensar en física clásica: *la materia observada en el cielo se encuentra en nubes*.

Las *nubes* son sistemas en los cuales la densidad de materia disminuye con la distancia al centro, sin fronteras nítidas y sin tamaño definido. El objeto mostrado en la [Figura 90](#) es una nube molecular. Pero este no es el único caso. La mayoría de objetos astrofísicos incluyendo planetas y estrellas son nubes.

La Tierra es también una nube, si tomamos su atmósfera, su magnetosfera y el anillo de polvo alrededor de ella como parte suya. El Sol es una nube. Se trata de una bola de gas, para empezar, pero es aún más una nube si tomamos en consideración sus protuberancias, su heliosfera, el viento solar que genera y su magnetosfera. El sistema solar es una nube si tenemos en cuenta su nube de cometas, su cinturón de asteroides y su nube de gas interestelar local. La galaxia es una nube si tenemos en cuenta su distribución de la materia y la nube de radiación cósmica de que está rodeada. De hecho, incluso las personas pueden verse como nubes, ya que cada persona está rodeada por gases, pequeñas partículas de polvo de la piel, vapor, etc.

En el universo, casi todas las nubes son nubes de plasma.^{ref. 211} Un *plasma* es un gas ionizado tal como como el fuego, los rayos, el interior de los tubos de neón, o el Sol. Al menos el 99,9% de toda la *materia en el universo está en forma de nubes de plasma*. Sólo existe un porcentaje muy pequeño en forma sólida o líquida, tal como tostadoras, palillos de dientes o sus usuarios.



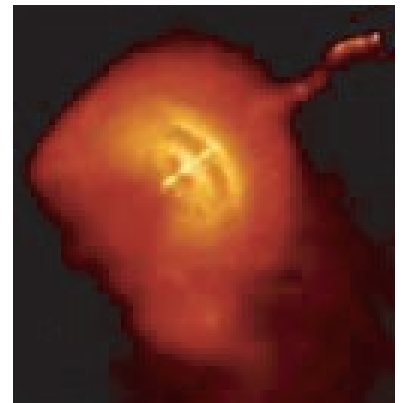
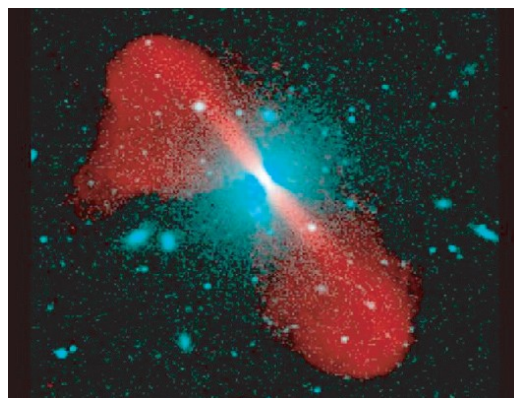
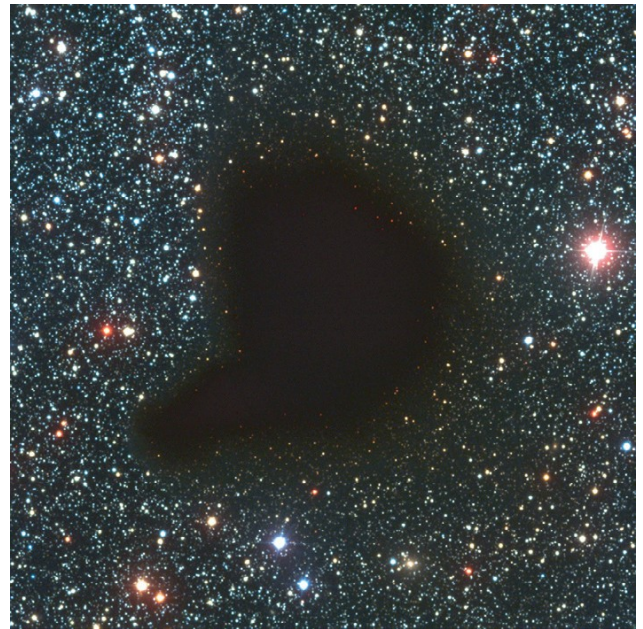
FIGURA 90 La galaxia elíptica NGC 205 (el 205º miembro del Nuevo Catálogo Galáctico) (NASA).

FIGURA 91 Las galaxias colisionantes M51 y M51B, 65 000 al across, 31Mal away, muestran cómo mueren las galaxias (NASA).



FIGURA 92 El universo está lleno de galaxias - esta fotografía muestra el grupo de Perseo (NASA).

FIGURA 93 El universo contiene muchas nebulosas; Un ejemplo es esta nube molecular en Ophiuchus (© ESO).



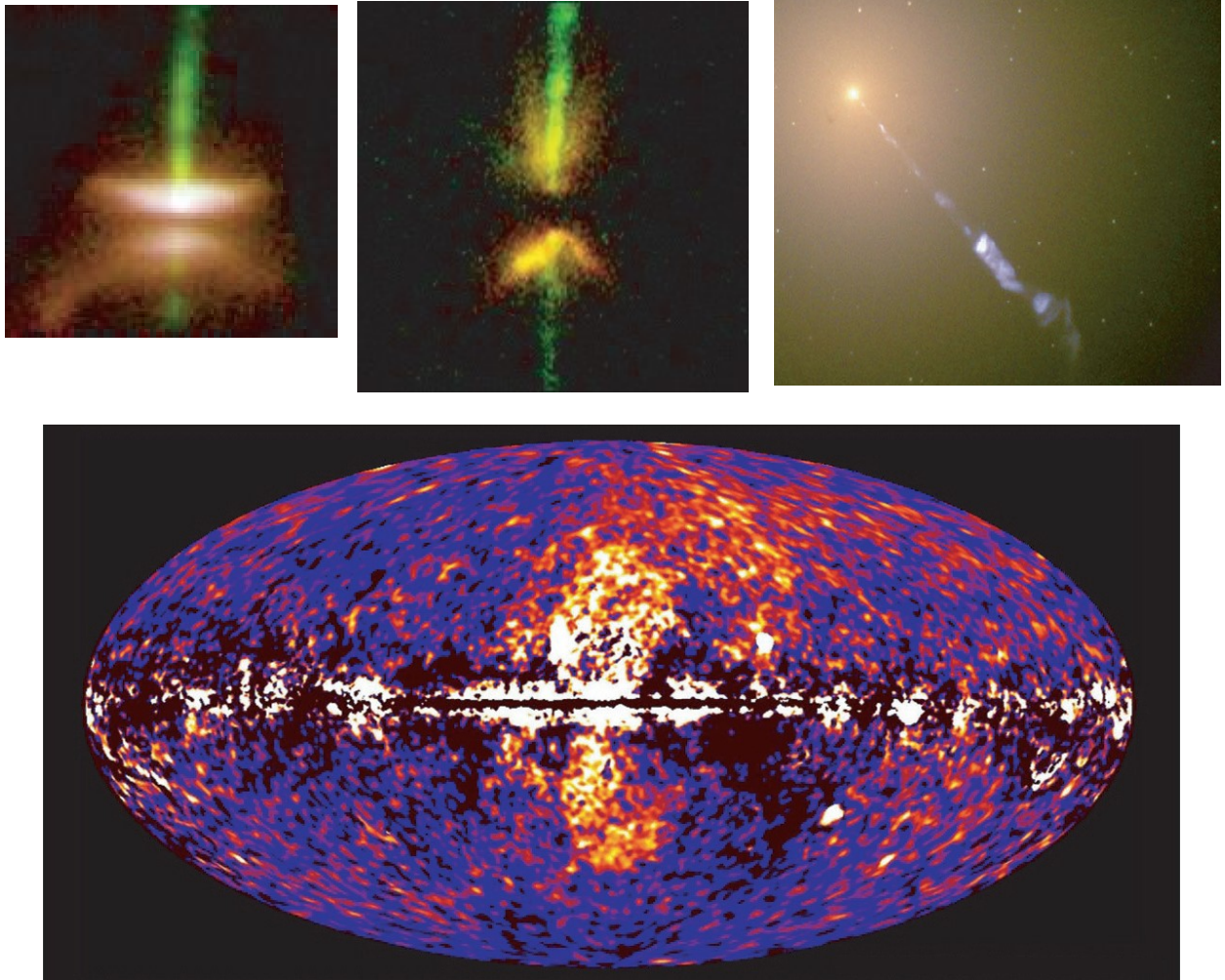


FIGURE 96 Nubes giratorias que emiten chorros a lo largo de su eje; Fila superior: una imagen compuesta (visible e infrarroja) de la galaxia 0313-192, la galaxia 3C296 y el pulsar de Vela; Fila del medio: la estrella en la formación HH30, la estrella en la formación DG Tauri B, y un agujero negro de la galaxia M87; fila inferior: El descubrimiento de chorros en nuestra propia galaxia (todos NASA).

Todas las nubes en el universo comparten una serie de propiedades comunes. En primer lugar, todas las nubes vistas en el universo - cuando no son perturbadas por colisiones u otras interacciones con los objetos vecinos - están *girando*. Por lo tanto, la mayoría de las nubes se *aplanan*: presentan forma de discos. En segundo lugar, en muchas nubes giratorias, la materia está cayendo hacia el centro: la mayoría de las nubes son *discos de acreción*. Por último, los discos de acreción no perturbados por lo general emiten algo a lo largo del eje de rotación: poseen *chorros*. Esta estructura básica de nube se ha observado para las estrellas jóvenes, para los pulsares, galaxias, quásares y para muchos otros sistemas. La [Figura 91](#) muestra algunos ejemplos. Por último, en 2010, se han encontrado chorros en nuestra propia galaxia, la Vía Láctea... .

(¿El sol tiene chorros? [Desafío 331 r](#) Hasta ahora, no se ha detectado ninguno.)

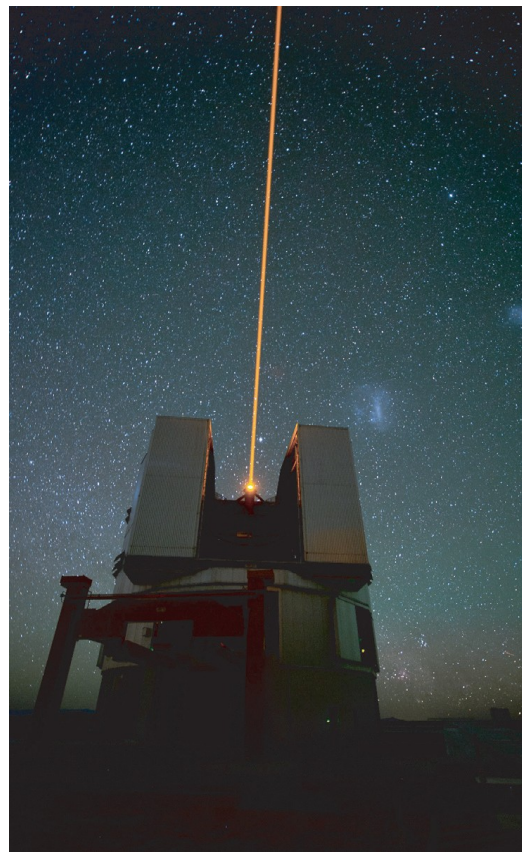


FIGURA 94 Uno de los cuatro Very Large Telescopes (VLT) del Observatorio Europeo del Sur (ESO) en Paranal en Chile, los más potentes telescopios del mundo, cada uno con un diámetro de 8m (© ESO).



XMM-Newton mirrors during integration

Image courtesy of Dornier Satellitensysteme GmbH

European Space Agency

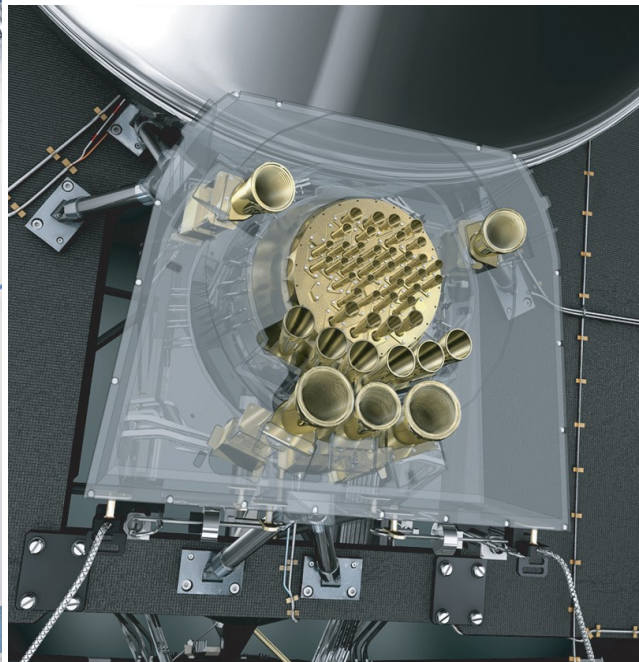


FIGURA 95 Arriba: el satélite XMM-Newton y sus espejos como cebolla (capas) de alta precisión que producen un mapa de rayos X del cielo nocturno. Abajo: el satélite Planck y sus antenas de microondas chapadas en oro que produjeron un mapa de alta resolución de la radiación cósmica de fondo (© ESA).

En resumen, en la noche vemos sobre todo nubes en rotación, nubes de plasma aplanado que emiten chorros a lo largo de sus ejes. Pero el cielo nocturno tiene muchos otros fenómenos. Una gran parte de la astronomía y la astrofísica recoge la información acerca de ellos.^{ref. 212} Una visión general acerca de las observaciones se da en la [Tabla 5](#).

TABLA 5 Algunas observaciones acerca del universo.

ASPECTO	PRINCIPALES PROPIEDADES	VALOR
Fenómenos		
Formación de galaxias	observado por Hubble evento disparador	Varias veces desconocido
Colisiones galácticas	Cantidad de movimiento	10^{45} a 10^{47} kg·m/s
Formación de estrellas	colapso de nube frecuencia	forma estrellas entre 0,04 y 200 masas solares entre 0 y 1000 masas solares por año y por galaxia; alrededor de 1 masa solar por año en la Vía Láctea
Novas	nuevas estrellas luminosas, eyectando burbujas	$L < 10^{31}$ W $R \approx t \cdot c/100$
Supernovas	nuevas estrellas brillantes, proporción	$L < 10^{36}$ W de 1 a 5 por galaxia cada 1000 años
Hipernovas	explosiones ópticas	$L > 10^{37}$ W
Explosiones de rayos gamma	Luminosidad energía duración n.º observado	hasta 10^{45} W aproximadamente el 1% de la luminosidad de todo el universo visible unos 10^{46} J de 0,015 a 1000 s unos 2 por día
Fuentes de radio	emisiones de radio	10^{33} a 10^{38} W
Fuentes de rayos X	emisiones de rayos X	10^{23} a 10^{34} W
Rayos cósmicos	energía	de 1 eV hasta 10^{22} eV
Lente gravitatoria	Curvatura de la luz	por debajo de 10^{-4} ''
Cometas	retorno, evaporación	período típico 50 años, visibilidad típica 2ka, vida media 100 ka
Meteoritos	edad	hasta $4,57 \cdot 10^9$ a
Componentes		
Espacio intergaláctico	densidad de masa	aprox. 10^{-26} kg/m ³
cuásares	desplazamiento hacia el rojo luminosidad	hasta $z = 6$ $L = 10^{40}$ W aprox. La misma que una galaxia
Superclusters de galaxias	número de galaxias	c. 10^8 dentro del horizonte
Nuestro supercluster local	número de galaxias	Cerca de 4000
Grupo de galaxias	Tamaño número de galaxias	100 Zm entre una docena y 1000
Nuestro grupo local	número de galaxias	
Galaxias	Tamaño número que contiene que contiene que contiene	0.5 a 2 Zm c. 10^{11} dentro del horizonte 10 a 400 superclusters globulares típicamente 10^{11} estrellas cada una típicamente un agujero negro supermasivo y varios s de masa intermedia
La Vía Láctea, nuestra galaxia	Diámetro	1.0(0.1)Zm

	masa velocidad que contiene que contiene	10^{42} kg o $5 \cdot 10^{11}$ masas solares ^{ref. 209} 600 km/s hacia Hydra-Centaurus cerca de 30 000 púlsares ^{ref. 213} 100 clusters globulares cada uno con 1 millón de estrellas
Cluster globular (p. e. M15)	Que contiene edad	Miles de estrellas, un agujero negro de masa intermedia hasta 12 Ga (el más viejo objeto conocido)
Nebulosas, nubes Nuestra nube estelar local	Composición dimensión	Polvo, oxígeno, hidrógeno 20 años luz
Sistemas de estrellas	Tipos	Estrellas dobles orbitantes, otras 70 estrellas orbitadas por enanas marrones, diversos sistemas planetarios
Nuestro sistema estelar	Tamaño velocidad	2 años luz (nube de Oort) 368 km/s desde Acuario hacia Leo
Estrellas	masa	Hasta 130 masas solares (excepto cuando las estrellas se unen) ^{ref. 214}
Gigante y supergigantes	grandes dimensiones	Hasta 1 Tm
Secuencia principal de estrellas		
Enanas marrones	Baja masa baja temperatura	Por debajo de 0,072 masas solares Por debajo de 2800 K ^{ref. 215}
Enanas L	baja temperatura	1200 a 2800 K
Enanas T	baja temperatura	900 a 1100 K
Enanas blancas	Pequeño radio alta temperatura	$r \approx 5000$ km frías de 100 000 a 5000 K
Estrella de neutrones	Densidad de masa nuclear pequeño tamaño	$\rho \approx 10^{17}$ kg/m ³ $r \approx 10$ km
Emisores de explosiones de rayos X	Emisión de rayos X	
Púlsares	Emisiones periódicas de radio masa	Hasta cerca de 25 masas solares
magnetares	elevados campos magnéticos algunos son repetidores gamma, otros son púlsares anómalos de rayos X. masa	hasta 10^{11} T y más elevados ^{ref. 216} sobre 25 masas solares ^{ref. 217}
Agujeros negros	Radio de horizonte	$r = 2GM/c^2$, intervalo de masa observada de 3 a 10^{11} masas solares
Propiedades generales		
Horizonte cósmico	distancia	$c \cdot 10^{26}$ m = 100 Ym
Constante	Expansión de Hubble	71(4)km s ⁻¹ Mpc ⁻¹ o $2.3(2) \cdot 10^{-18}$ s ⁻¹
Edad del Universo		13.8(1) Ga
Vacío	Densidad de energía	0,5 nJ/m ³ o $\Omega\Lambda = 0,73$ para $k = 0$
Forma a gran escala	Curvatura del espacio Topología	$k \approx \Omega_k = 0$ simple a todas las escalas de medida
Dimensiones	número	3 para el espacio, 1 para el tiempo a todas las energías y escalas de medida
Materia	densidad	2 a $11 \cdot 10^{-27}$ kg/m ³ o 1 6 átomos de

		hidrógeno por metro cúbico $\Omega_M = 0,25$
Bariones	densidad	$\Omega_b = 0,04$, un sexto del precedente (incluida en Ω_M)
Materia oscura	densidad	$\Omega_{DM} = 0,21$ (incluida en Ω_M), desconocida
Energía oscura	densidad	$\Omega_{DM} = 0,75$, desconocida
Fotones	Número densidad densidad de energía	4 a $5 \cdot 10^8 / m^3 = 1,7$ a $2,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}/m^3$ $\Omega_R = 4,6 \cdot 10^{-5}$
Neutrinos	Densidad de energía	Ω_i desconocida
Temperatura media	Fotones neutrinos	2,725(2)K no medido, el valor previsto es 2K
Perturbaciones	Fotones anisótropos amplitud de densidad índice espectral relación tensor a escalar	$\Delta T/T = 1 \cdot 10^{-5}$ $A = 0,8$ (1) $n = 0,97$ (3) $r < 0,53$ con 95 % de confianza
Profundidad óptica de ionización		$\tau = 0,15$ (7)
Desacoplamiento		$z = 1100$

Pero mientras hablamos de lo que vemos en el cielo, necesitamos aclarar un tema general.

¿QUÉ ES EL UNIVERSO?

I'm astounded by people who want to 'know' the universe when it's hard enough to find your way around Chinatown. Woody Allen
Estoy sorprendido por la gente que quiere "conocer" el universo cuando le resulta bastante difícil encontrar su camino en el barrio chino.

El término 'universo' implica rotar. El universo es lo que gira a nuestro alrededor en la noche. Para un físico, hay al menos tres posibles definiciones para el término 'universo':

— El *universo (observable o visible)* es la totalidad de toda la masa y energía observables. Esto incluye todo lo que está dentro del horizonte cosmológico. Dado que el horizonte se aleja de nosotros, la cantidad de masa y energía está aumentando continuamente. De este modo el contenido del término 'universo observable' no está fijado en el tiempo. (¿Cuál es el origen de este aumento? Regresaremos a esta cuestión en la última etapa de nuestra aventura.)

— El *universo (conjeturado)* es la totalidad de toda la masa y energía, *incluyendo* la que no es observable. Numerosos libros sobre relatividad general afirman que definitivamente existe materia o energía más allá de los límites de observación. Vamos a explicar el origen de esta creencia a continuación. (¿Está de acuerdo con eso? [Desafío 332 e](#))

— El *universo (completo)* es la suma de materia y energía, así como el propio espacio-tiempo.

Estas definiciones se mezclan a menudo en las discusiones físicas y filosóficas. *No hay consenso* generalmente aceptado en los términos, por lo que uno tiene que tener cuidado. En este texto, cuando utilizamos el término "universo", implicamos sólo la última definición. Vamos a descubrir en repetidas ocasiones que sin una clara distinción entre las definiciones la ascensión completa a la montaña del movimiento se hace imposible. (Por ejemplo: ¿Es la cantidad de materia y energía en el universo completo la misma que en el universo observable? [Desafío 333 s](#))

Tenga en cuenta que el "tamaño" del universo visible, o mejor, la distancia hasta el horizonte, es una cantidad que se *puede* imaginar. El valor de 10^{26} m, o diez mil millones de años luz, no está más allá de la imaginación.

Si se tomara todo el hierro del núcleo de la Tierra y se hiciera un cable que llegara hasta el borde del universo observable, ¿cuál sería su grosor? [Desafío 334 s](#). La respuesta puede sorprenderle.

Asimismo, el contenido del universo es claramente finito. Hay casi tantas galaxias visibles en el universo como granos hay en un metro cúbico de arena. Para ampliar la comparación, se puede deducir la cantidad de

espacio que se necesita para contener toda la harina que se obtendría si cada pequeña mota de harina, con un tamaño típico de 150 micras, representara una estrella? [Desafío 335 s](#)

FIGURA 97 La belleza de la astronomía: la burbuja del Cygnus, descubierta en 2008, una nebulosa expulsada de una estrella central (falsa imagen de color cortesía de T.A. Rector, H. Schweiker).



EL COLOR Y EL MOVIMIENTO DE LAS ESTRELLAS

Ἡ τοι μὲν πρόπιστα Ἐἶος γένετ' ... ** Hesiod, *Teogonía*.
“En verdad, en un primer momento el caos llegó a ser ...”

Obviamente, el universo está lleno de movimiento. Para llegar a conocer el universo un poco, es útil medir la velocidad y la posición de la mayor cantidad de objetos en él que sea posible. En el siglo XX, se obtuvieron un gran número de tales observaciones de estrellas y galaxias.

[Desafío 336 s](#) (¿Puede usted imaginar cómo se determinan la distancia y la velocidad?) Esta gran cantidad de datos se puede resumir en dos puntos.

En primer lugar, a grandes escalas, es decir, aproximadamente quinientos millones de años luz como media, la densidad de materia en el universo es *homogénea e isotrópica*. Obviamente, a escalas más pequeñas existen faltas de homogeneidad, tales como galaxias o los pasteles de queso. Nuestra galaxia, por ejemplo,

** Teogonía, atribuida al probablemente mítico Hesiodo, se finalizó alrededor de 700 aC. Se puede leer en inglés y griego en el sitio web www.perseus.tufts.edu. La famosa cita aquí mencionada es del versículo 117.

no es ni isotrópica ni homogénea. ^{ref. 218} Sin embargo, a escalas grandes las diferencias promedio desaparecen. Esta homogeneidad a gran escala de distribución de la materia a menudo se llama el *principio cosmológico*.

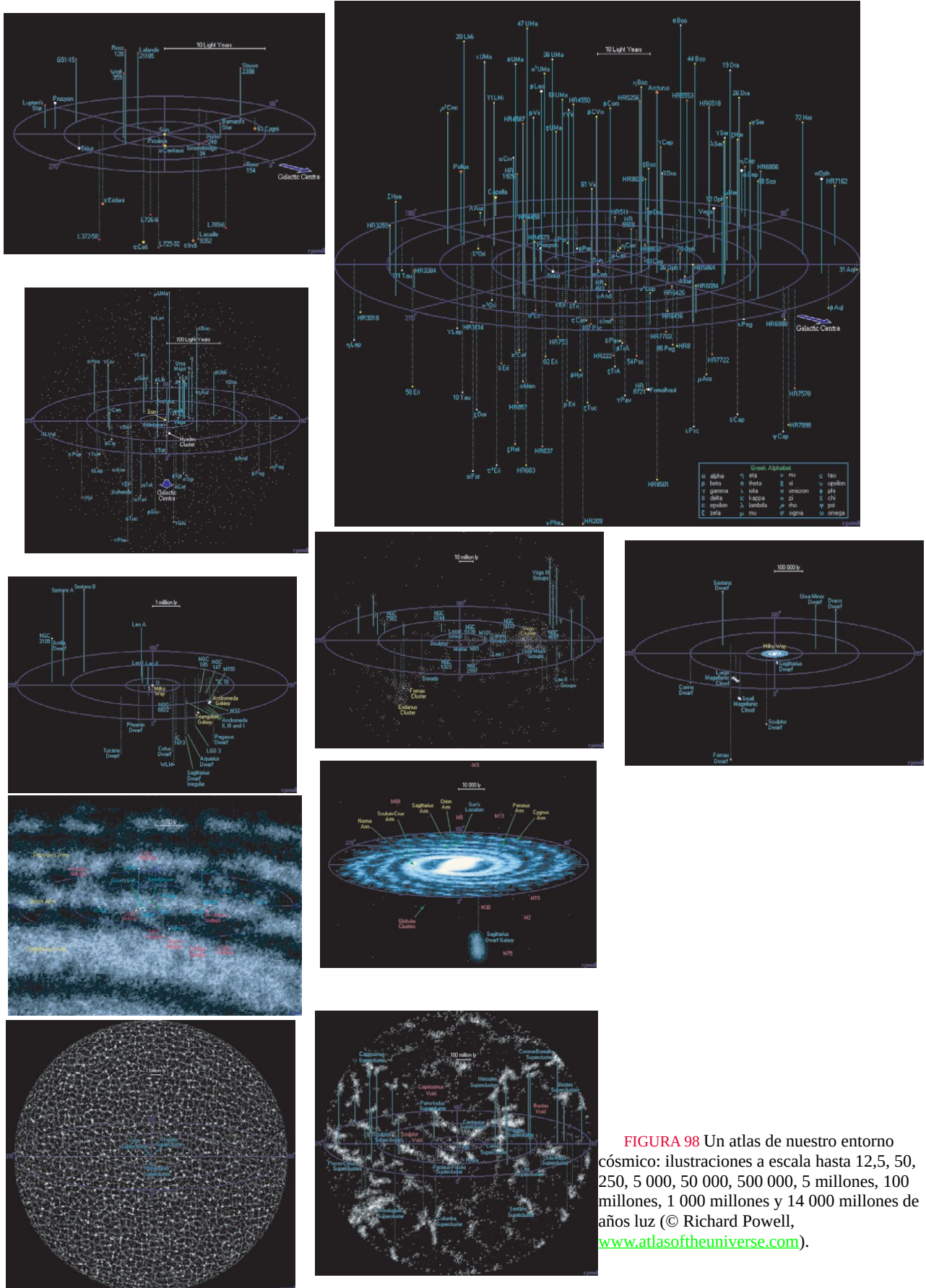


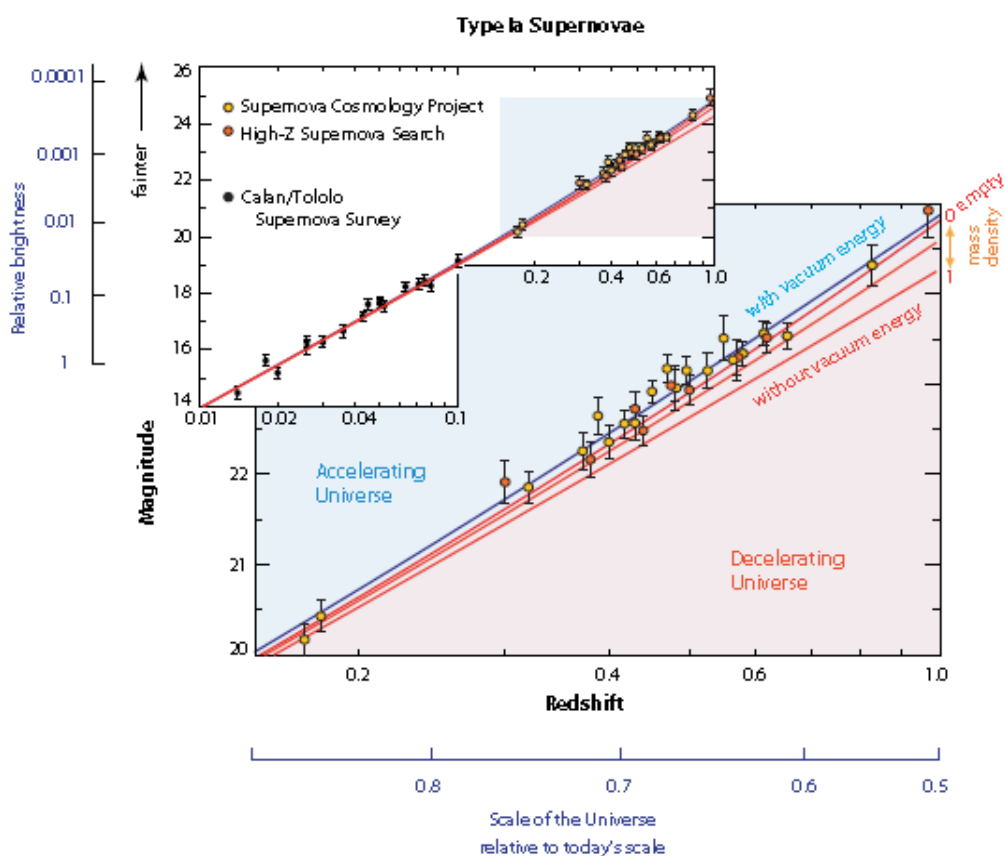
FIGURA 98 Un atlas de nuestro entorno cósmico: ilustraciones a escala hasta 12,5, 50, 250, 5 000, 50 000, 500 000, 5 millones, 100 millones, 1 000 millones y 14 000 millones de años luz (© Richard Powell, www.atlasoftheuniverse.com).

El segundo punto acerca del universo es aún más importante. En la década de 1920, de forma independiente, Carl Wirtz, Knut Lundmark y Gustaf Stromberg mostraron que, en general, todas las galaxias *se alejan de la Tierra*, y tanto más, cuanto más distantes estuvieran.^{ref. 219} Hay algunas excepciones para las galaxias cercanas, como la propia nebulosa de Andrómeda; pero en general, la velocidad de vuelo v de un objeto aumenta con la distancia d . En 1929, el astrónomo estadounidense Edwin Hubble ** publicó la primera medición de la relación entre la velocidad y la distancia. A pesar de su uso de escalas de longitud incorrectas encontró una relación

$$v = H d, \quad (244)$$

donde la constante de proporcionalidad H es hoy llamada la *constante de Hubble*. Una gráfica moderna de la relación se da en la **Figura 99**. La constante de Hubble se reconoce hoy en día que tiene un valor en torno a $71 \text{ kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$. (El propio valor de Hubble estaba tan lejos de este valor que ya no se cita más.) Por ejemplo, una estrella a una distancia de 2Mpc ** se está alejando de la Tierra a una velocidad de alrededor de 142 kilómetros / s, y proporcionalmente más para estrellas más lejanas.

FIGURA 99 La relación entre la distancia de una estrella y su velocidad (cortesía de Saul Perlmutter y el Proyecto Supernova Cosmology Project).



En realidad, el descubrimiento de Wirtz, Lundmark y Stromberg implica que *cada* galaxia se aleja de *todas las demás*. (*Desafío 337 s* ¿Por qué?) En otras palabras, la materia en el universo se está *expandiendo*. La escala de su expansión y las enormes dimensiones involucradas son asombrosas.

¡El movimiento de todos los miles de millones de grupos de galaxias en el cielo está descrito por una única y sencilla ecuación (242)! Algunas desviaciones se observan para las galaxias cercanas, como se mencionó anteriormente, y las galaxias muy lejanas, como veremos más adelante.

El principio cosmológico y la expansión en su conjunto implican que el universo no puede haber existido antes del tiempo en que era de tamaño nulo; por lo tanto el universo tiene una *edad finita*. Junto con las ecuaciones de evolución, como se explicará con más detalle a continuación, la constante de Hubble apunta a un valor de antigüedad de alrededor de 13 800 millones años. La expansión también significa que el universo

* Edwin Powell Hubble (1889-1953), importante astrónomo estadounidense. Después de ser un atleta y de graduarse en leyes, volvió a su pasión de la infancia, las estrellas; Finalmente probó la conjetura de 1755 de Immanuel Kant de que la nebulosa de Andrómeda era una galaxia como la nuestra. Así demostró que la Vía Láctea es sólo una pequeña parte del universo.

** Un megaparsec o Mpc es una distancia de $30,8 \text{ Zm}$.

tiene un *horizonte*, es decir, una distancia máxima finita para las fuentes cuyas señales pueden llegar a la Tierra. Las señales procedentes de fuentes más allá del horizonte no pueden llegar a nosotros.

El movimiento de las galaxias dice algo importante: en el pasado, el cielo nocturno, y por lo tanto el universo, ha sido *mucho menor*; la materia ha sido mucho *más densa* de lo que es ahora. Resulta que la materia también ha sido mucho *más caliente*.^{ref. 220} George Gamow * predijo en 1948 que dado que los objetos calientes irradian luz, el cielo no puede ser completamente negro por la noche, sino que debe estar lleno de la radiación del cuerpo negro emitida cuando estaba 'caliente'. Tal radiación, llamada *radiación de fondo*, debe haberse enfriado debido a la expansión del universo.

Desafío 338 ny (¿Puede confirmar esto?)

A pesar de varias predicciones similares de otros autores, entre ellos Yakov Zel'dovich, en uno de los casos más famosos de falta de comunicación científica, la radiación se encontró sólo mucho más tarde, por dos investigadores completamente inconsciente de todo este trabajo^{ref. 221}. Un famoso artículo de 1964 por Doroshkevich y Novikov incluso había afirmado que la antena utilizada por los descubridores (inconscientes) más tarde era ¡el mejor dispositivo para la búsqueda de la radiación! En cualquier caso, sólo lo hicieron en 1965 Arno Penzias y Robert Wilson descubrieron la radiación. Fue en uno de los más bellos descubrimientos de la ciencia, por la cual ambos recibieron más tarde el Premio Nobel de Física.^{ref. 222} La radiación resulta ser descrita por la radiación de cuerpo negro para un cuerpo con una temperatura de 2,728(1) K, como se ilustra en la [Figura 100](#). De hecho, el espectro sigue la dependencia del cuerpo negro con una precisión de menos de 1 parte en 10⁴.

En resumen, los datos muestran que el universo empezó con una *gran explosión* (big bang) caliente. Pero aparte de la expansión y el enfriamiento, los últimos catorce mil millones de años también se han producido algunos otros eventos memorables.

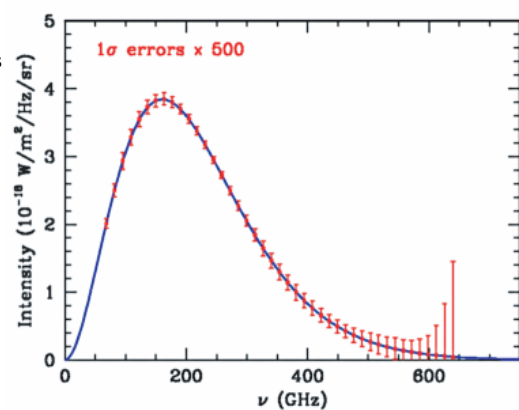
¿BRILLAN LAS ESTRELLAS CADA NOCHE?

¿No brillan las estrellas de forma hermosísima? Soy la única persona en el mundo que sabe por qué lo hacen. Friedrich (Fritz) Houtermans (1903–1966)

Las estrellas parecen estar ahí desde siempre. En realidad, de vez en cuando una nueva estrella aparece en el cielo: una *nova*. El nombre es latino y significa "nuevo". Las novas especialmente brillante se llaman *supernovas*. Las novas y fenómenos similares nos recuerdan que las estrellas suelen vivir mucho más tiempo que los seres humanos, pero que al igual que las personas, las estrellas nacen, brillan y mueren.

Resulta que uno puede representar todas las estrellas en el llamado *diagrama Hertzsprung–Russell*.

FIGURA 100 El espectro medido de la radiación cósmica de fondo, con las barras de error multiplicado por 500, en comparación con el espectro de Planck calculado para 2.728 K (NASA).



Este diagrama, central en cada libro sobre astronomía, se muestra en la [Figura 101](#). Es un hermoso ejemplo de un método estándar utilizado por los astrofísicos: recolectando estadísticas sobre muchos ejemplos de un tipo de objeto, se puede deducir el ciclo de vida del objeto, aunque su duración es mucho más larga que la de un ser humano. Por ejemplo, es posible, mediante un uso inteligente del diagrama, estimar la edad de los conglomerados estelares, como el grupo M15 de la [Figura 102](#), Y así llegamos a una edad mínima del universo. El resultado es alrededor de trece mil millones de años.

El tiempo de vida finito de las estrellas conduce a restricciones en su visibilidad, especialmente para los altos desplazamientos al rojo. De hecho, el telescopio moderno puede mirar lugares (y épocas) hasta ahora en el pasado que no contenían estrellas todavía. A esas distancias sólo se observan los *cuásares*; estas fuentes de

* George Gamow (b. 1904 Odessa, d. 1968 St. Boulder), físico Ruso-Americano. Explicó el decaimiento alfa como un efecto túnel y predijo el fondo de microondas. Escribió los primeros textos populares de física exitosos, tales como *1, 2, 3, infinity* y las series de *Mr. Thompkins*, las cuales fueron imitadas más tarde por muchos otros escritores.

luz no son estrellas, sino sistemas mucho más masivos y brillantes. Su estructura precisa todavía está siendo estudiada por los astrofísicos.

Dado que las estrellas brillan, también se *formaron* de alguna manera. Durante millones de años, vastas nubes de polvo en el espacio pueden contraerse, debido a la influencia de la gravedad, y formar una estructura densa, caliente y giratoria: una nueva estrella. Los fascinantes detalles de su nacimiento a partir de las nubes de polvo son una parte central de la astrofísica, pero no los exploraremos aquí.^{ref. 223} Las estrellas difieren en la vida y la duración. Sobre todo, su evolución depende de su masa al nacer.

Las estrellas con la masa del Sol viven de 10 a 20 Ga y mueren como gigantes rojas. Las estrellas con una masa que es 20 veces la del Sol viven solamente unos pocos millones de años y mueren como supernovas. Las estrellas más masivas parecen tener alrededor de 130 masas solares. Las excepciones son aquellas estrellas que se forman mediante la fusión de varias estrellas. Pueden ser tan masivas como 250 masas solares.^{ref. 224}

Sin embargo, no tenemos la respuesta completa a nuestra pregunta. ¿Por qué brillan las estrellas en absoluto? Claramente, brillan porque son calientes. Son calientes debido a reacciones nucleares en su interior.^{ref. 209} Discutiremos estos procesos con más detalle en un volumen posterior.

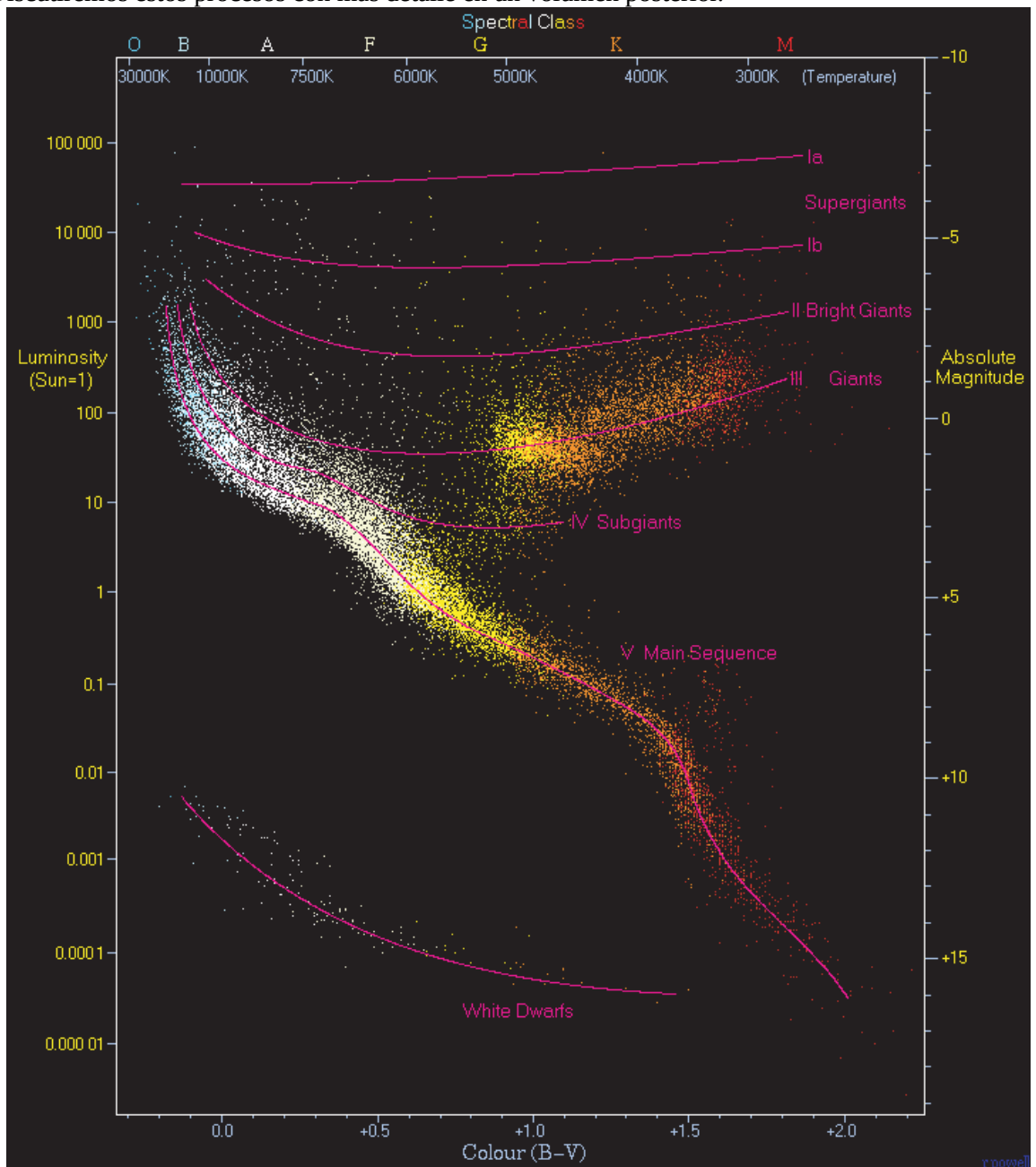


FIGURA 101 El diagrama de Hertzsprung–Russell (© Richard Powell)

UNA BREVE HISTORIA DEL UNIVERSO

Anima scintilla stellaris essentiae. Heráclito de Efeso (c. 540 hasta c. 480 AdC)
"El alma es una chispa de la sustancia de las estrellas."^{ref. 225}

No sólo las estrellas nacen, brillan y mueren. También lo hacen las galaxias. ¿Qué pasa con el universo? Las aventuras más importantes que hemos experimentado con la materia y la radiación están resumidas en la [Tabla 6](#).^{ref. 226} Los pasos aún no discutidos serán estudiados en el resto de nuestro ascenso a la Montaña del movimiento.

La tabla de la historia es impresionante. Esta tabla de historia incluso tiene aplicaciones que ningún físico teórico habría imaginado. La secuencia de eventos es tan hermosa e impresionante que hoy en día se utiliza en ciertas psicoterapias para señalar a la gente la historia que hay detrás de su existencia, y para recordarles su propio valor. Disfrute.



FIGURA 102 El cluster globular de estrellas Messier 15, con una edad de trece mil millones de años (© ESA, NASA).

TABLA 6 Una breve historia del Universo.

TIEMPO ANTES DE AHORA ^A	TIEMPO DESDE EL BIG BANG ^B	EVENTO	TEMPERATURA
c. $13,8 \cdot 10^9$ a	$\approx t_{PI}^b$	El tiempo, el espacio, la materia y las condiciones iniciales están indeterminados	10^{32} K $\approx T_{PI}$
$13 \cdot 10^9$ a	c. $1000 t_{PI} \approx 10^{-42}$ s	Distinción del espacio-tiempo de la materia y la radiación, las condiciones iniciales están indeterminadas	10^{30} K
	10^{-35} s a 10^{-32} s	Inflación y comienza la época GUT ; divergen las interacciones fuertes y electrodébil	$5 \cdot 10^{26}$ K
	10^{-12} s	los antiquarks se aniquilan; se separan la interacción electromagnética y la débil	10^{15} K
	$2 \cdot 10^{-6}$ s	Los quarks se confinan en hadrones; el Universo es un plasma. Se aniquilan los positrones	10^{13} K
	0,3 s	El universo se hace transparente para los neutrinos	10^{10} K
	Unos pocos segundos	Nucleosíntesis: se forman <i>núcleos</i> de D, ^4He , ^3He y ^7Li . La radiación todavía domina	10^9 K
	2500 a	Comienza el dominio de la materia ; se magnifican las perturbaciones de densidad	75 000K
$z = 1100$	380 000 a	Recombinación : durante estas últimas etapas del big bang, se forman los átomos H, He y Li, y el universo se convierte en "transparente" para la luz, mientras que la materia y la radiación se desacoplan, es decir, cuando adquieren diferentes temperaturas. El cielo nocturno empieza a oscurecerse. El cielo es casi negro a excepción de la radiación del cuerpo negro	3000K
$z = 10$ to 30		Formación de galaxias	$T_y = T_0(1 + z)$
$Z = 9,6$		Objeto más antiguo visto hasta ahora	
$z = 5$		Se forman cluster de galaxias	
$z = 3$	10^6 a	Se forma la primera generación de estrellas (población II), comenzando la fusión del hidrógeno; La fusión de helio produce carbono, silicio y oxígeno.	
	$2 \cdot 10^9$ a	Explota la primera estrella como supernova, se produce hierro	
$Z = 1,3$	10^9 a	Aparece la segunda generación de estrellas (población I), y las posteriores explosiones de supernovas de las estrellas envejecidas forman los oligoelementos (Fe, Se, etc.) de los que estamos hechos y los esparce en la galaxia	
$4,7 \cdot 10^9$ a		La nube primitiva, hecha de los remanentes de explosiones, colapsa; se forma el Sol	
$4,5 \cdot 10^9$ a		Formación de la Tierra y otros planetas: comienza el Azoico ^d	
$4,5 \cdot 10^9$ a		La Luna se forma a partir del material eyectado durante la colisión de un asteroide grande con la todavía líquida tierra	
$4,3 \cdot 10^9$ a		Se forman cráteres en los planetas	
$4,0 \cdot 10^9$ a		Comienza el eón Archeo (Archaeozoico): cesa el bombardeo espacial; la corteza terrestre se solidifica; se forman los más antiguos minerales; el agua se condensa	
$3,5 \cdot 10^9$ a		Aparece la vida unicelular (microscópica); se forman estromatolitos	
$2,5 \cdot 10^9$ a		Comienza el eón proterozoico ("edad de la primera vida"): la atmósfera se vuelve rica en oxígeno gracias a la actividad de los microorganismos ^{ref. 227}	
$1,3 \cdot 10^9$ a		Aparece la vida macroscópica y multicelular, los hongos conquistan la tierra	
$800 \cdot 10^6$ a		La Tierra está completamente cubierta de hielo por primera vez (la razón aún es desconocida) ^{ref. 228}	

TIEMPO ANTES DE AHORA ^A	TIEMPO DESDE EL BIG BANG ^B	EVENTO	TEMPERATURA
600 a 540 · 10 ⁶ a		La Tierra está completamente cubierta de hielo por última vez	
540(5) · 10 ⁶ a		Comienza la era Paleozoica (Paleozoicum, edad de la vida vieja). Después de que finalice una glaciación gigantesca: aparecen los animales, los fósiles más antiguos (con 540 (5) comienzo de los Períodos Cámbrico, 495 (5) Ordovicio, 440 (5) Siluriano, 417 (5) Devoniano, 354 (5) Carbonífero y 292 (5) Pérmico)	
450 · 10 ⁶ a		Aparecen las plantas terrestres	
370 · 10 ⁶ a		Aparecen los árboles leñosos	
250(5) · 10 ⁶ a		Se inicia la era Mesozoica (era de la vida media, anteriormente llamada Secundaria): la mayor parte de los insectos y otras formas de vida son exterminadas; aparecen los mamíferos (con 205(5) inicio del período Triásico, 205(4) Jurásico y 142(3) Cretácico)	
150 · 10 ⁶ a		El continente Pangea se divide en Laurasia y Gondwana. Se forma el clúster estelar de las Pléyades	
150 · 10 ⁶ a		Aparecen los pájaros	
142(3) · 10 ⁶ a		Se inicia la edad de oro de los Dinosaurios (Cretácico)	
100 · 10 ⁶ a		Comienza la formación de los Alpes, Andes y Montañas Rocosas	
65,5 · 10 ⁶ a		Inicio de la era Cenozoica (edad de la vida nueva): después de que un asteroide golpee la Tierra en el Yucatán, los dinosaurios se extinguen y aparecen la hierba y los primates (con 65,5 inicio del Terciario, que consta del período Paleogeno, 55,0 Eoceno y 33,7 Oligoceno, y del período Neogeno, con 23,8 Mioceno y 5,32 la época del Plioceno, luego 1,81 período Cuaternario con Pleistoceno (o Diluvio) y 0,01 Oleoceno (o época Aluvional))	
50,0 · 10 ⁶ a		Aparecen los grandes mamíferos	
7(1) · 10 ⁶ a		Aparecen los homínidos	
3 · 10 ⁶ a		Explosión de una supernova, con subsiguientes consecuencias: radiación cósmica más intensa, más alta tasa de formación de nubes, la Tierra se enfría drásticamente, alta presión evolutiva sobre los homínidos y, como resultado, aparece el hombre. ^{ref. 229}	
500 000 a		Formación de las estrellas más jóvenes de la galaxia. Aparece el Homo sapiens.	
100 000 a		Inicio de la última era glacial	
90 000 a		Aparece el Homo sapiens sapiens	
11 800 a		Fin de la última era glacial, inicio de Holoceno	
6000 a		Primeros textos escritos	
2500 a		Inicio de la Física	
500 a		Comienza el uso del café, del lápiz y de la física moderna.	
200		Inicio del uso de la electricidad	
100 a		Publicaciones de Einstein	
10 a 120 a		Usted era un ser unicelular	
Presente	c. 14.10 ⁹	Usted está leyendo esto	T _v = 2,73 K T _v ≈ 1,6 K T _b ≈ 0 K
Futuro		Disfrute de la vida; para los detalles y motivos, vea los siguiente volúmenes.	

a. El tiempo coordinado usado aquí es el dado por el sistema de coordenadas definido por la radiación de fondo microondas, como se explica en [page 220](#). Un año es abreviado 'a' (latín 'annus'). Los errores en los últimos dígitos se indican entre paréntesis.

b. Esta cantidad no se define exactamente ya que el big bang no es un evento espacio-temporal. Este tema será explorado más adelante.

c. La historia de los átomos en la Tierra demuestra que estamos hechos de las sobras de una supernova. Realmente estamos hechos de *polvo de estrellas*.

d. Aparte del término Azoico, todos los demás nombres y fechas de la escala de tiempo geológico son los de la Comisión Internacional de Estratigrafía; Las fechas se miden con la ayuda de la datación radiactiva.

A pesar de su longitud y de su interés, la tabla de la historia tiene sus limitaciones. Por ejemplo, ¿que sucedió en otro lugar durante los últimos miles de millones de años? Todavía hay una historia por escribir de la que casi nada se sabe. Por razones obvias, las investigaciones han estado más bien centradas en la Tierra.

La investigación en astrofísica está dirigida a descubrir y comprender todos los fenómenos observados en los cielos. En nuestra aventura hay que saltarse la mayoría de este tema fascinante, porque nos queremos enfocar en el movimiento. Curiosamente, la relatividad general nos permite explicar muchas de las observaciones generales sobre el movimiento en el universo.

LA HISTORIA DEL ESPACIO-TIEMPO

Un número de conejos huyen de un punto central en varias direcciones, todos con la misma velocidad. Mientras corren, un conejo gira su cabeza, y hace una observación sorprendente. ¿Cuál? [Desafío 339 s](#)

Los datos muestran que el universo está salpicado con las estrellas por todas partes lo que conduce a una conclusión simple: el universo no puede ser estático. La gravitación siempre cambia las distancias entre los cuerpos; las únicas excepciones son las órbitas circulares. La gravitación también cambia las distancias *promedio* entre los cuerpos: la gravitación siempre intenta colapsar las nubes. La nube más grande de todas, o sea, la formada por toda la materia en el universo, por lo tanto, debe estar cambiando: ya sea que se está colapsando o que se sigue expandiendo.

El primero que se atrevió a sacar esta conclusión fue Aleksander Friedmann. * * En 1922 dedujo las posibles evoluciones del universo en el caso de la distribución de masa homogénea e isotrópica. ^{ref. 230} Su cálculo es un ejemplo clásico de razonamiento simple pero potente. [Desafío 340 ny](#) Para un universo que es homogéneo e isotrópico en cada punto, el elemento de la línea del espacio-tiempo está dada por

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (245)$$

La cantidad $a(t)$ se llama *factor de escala*. El factor de escala a menudo se llama, de forma poco rigurosa, el "radio" o el "tamaño" del universo. La materia se describe mediante una densidad ρ_M y una presión p_M . Si insertamos todo esto en las ecuaciones de campo, se obtienen dos ecuaciones que cualquier escolar puede captar; son

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_M + \frac{\Lambda}{3} \quad (246)$$

$$y \quad 2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{-8\pi G}{c^2} p + \Lambda c^2 \quad (247)$$

Juntas implican que

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_M + 3p_M)a + \frac{\Lambda}{3}a. \quad (248)$$

y

$$\dot{\rho}_M = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_M + p_M). \quad (249)$$

donde el punto arriba indica la derivada con respecto al tiempo.

* * Aleksander Aleksandrovich Friedmann (1888–1925), Físico ruso que predijo la expansión del universo. Después de su muerte temprana por tifus, su trabajo permaneció casi desconocido hasta que Georges A. Lemaître (1894 Charleroi, 1966 Lovaina), sacerdote y cosmólogo belga, lo tomó y amplió en 1927, concentrándose en soluciones con una singularidad inicial. Lemaître fue uno de los propagadores de la idea (errónea!) de que el big bang era un «acontecimiento» de «creación» y convenció a toda su organización religiosa. Las soluciones de Friedmann-Lemaître son frecuentemente conocidas, erróneamente, con el nombre de otros dos físicos que las reestudiaron mucho más tarde, en 1935 y 1936, a saber H P Robertson y A.G.Walker.

Las ecuaciones (244) y (245) dependen de solamente dos constantes de la naturaleza: la constante gravitatoria G , relacionada con la fuerza o potencia máximas en la naturaleza, y la constante cosmológica Λ , que describe la densidad de energía del vacío, o, si se prefiere, la fuerza mínima en la naturaleza. La ecuación (245) expresa, en forma inusual, la conservación de la energía, es decir, la primera ley de la termodinámica. *Desafío 341 e* La conservación de la energía ya está implícita en la definición de la métrica utilizada por Friedmann. La ecuación (246) expresa que la constante cosmológica Λ acelera la expansión \dot{a} que la materia, a través de la gravedad, desacelera la expansión \dot{a} del universo.

Antes de discutir las ecuaciones, veamos primero algunos puntos de vocabulario. En lo que sigue, el índice 0 se refiere al tiempo presente. En la actualidad t_0 , la presión de la materia es insignificante. *Desafío 342 e*. En este caso, la expresión $\rho_M a^3$ es constante en el tiempo. El parámetro de Hubble presente está definido por $H_0 = \dot{a}_0 / a_0$. Describe la velocidad de expansión del universo, si lo prefiere, la velocidad del conejo en el rompecabezas anterior. *Desafío 343 ny* Es costumbre relacionar todas las densidades de masa a la llamada *densidad de masa crítica* ρ_c dada por

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx (8 \pm 2) \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \quad (250)$$

correspondiente a aproximadamente 8, más o menos 2, átomos de hidrógeno por metro cúbico. En la Tierra, podríamos llamar a este valor un *vacío* extremadamente bueno. Tales son las diferencias entre la vida cotidiana y el universo en su conjunto. En cualquier caso, la densidad crítica caracteriza una distribución de materia que conduce a una evolución del propio universo entre la expansión sin fin y el colapso.

Ciertamente, esta densidad es la crítica, que lleva a una evolución denominada *marginal*, sólo en el caso de la *anulación* de la constante cosmológica. A pesar de esta restricción, el término 'densidad de masa crítica' se utiliza ahora también en todos los demás casos. Así podemos hablar de una densidad de masa adimensional Ω_M definida como

$$\Omega_M = \rho / \rho_c. \quad (251)$$

La constante cosmológica también puede estar relacionada con esta densidad crítica estableciendo

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G \rho_c} = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} \quad (252)$$

Un tercer parámetro sin dimensiones Ω_K describe la curvatura del espacio. Se define en términos del radio actual del universo R_0 y la curvatura constante $k = \{1, -1, 0\}$ como

$$\Omega_K = -\frac{k}{R_0^2 H_0^2} \quad (253)$$

y su signo es opuesto al de la curvatura k ; Ω_K se anula para la anulación de la curvatura.

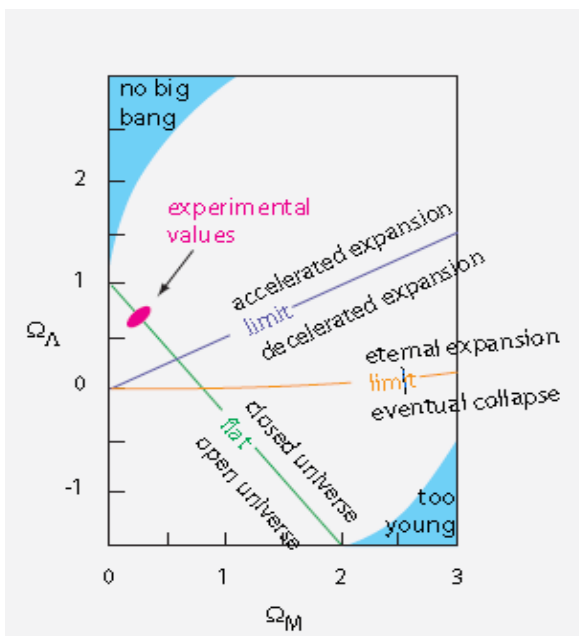


FIGURA 103 Los rangos para los parámetros Ω y sus consecuencias.

Obsérvese que un universo positivamente curvado, cuando es homogéneo e isotrópico, es necesariamente cerrado y de volumen finito. Un universo plano o curvado negativamente con la misma distribución de materia puede estar abierto, es decir, de volumen infinito, pero no necesita ser así. Podría ser simple o múltiplemente conexo. En estos casos la topología no está completamente fijada por la curvatura.

El parámetro de Hubble actual se define por $H_0 = \dot{a}_0/a_0$. De la ecuación (244) entonces obtenemos la relación central **Desafío 344 ny**

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (254)$$

En el pasado, cuando faltaban datos, los físicos estaban divididos en dos campos: los *claustrofóbicos* creían que $\Omega_K > 0$ y los *agorafóbicos* que creían que $\Omega_K < 0$. Más detalles sobre los valores medidos de estos parámetros se darán en breve.

El diagrama de la **Figura 103** muestra los rangos más interesantes de los parámetros junto con los comportamientos correspondientes del universo. Las mediciones modernas son consistentes con un universo plano, $\Omega_K = 0$.

Para el parámetro de Hubble, las más modernas medidas dan un valor de

$$H_0 = 71 \pm 4 \text{ km/sMpc} = 2,3 \pm 2 \cdot 10^{-18} /\text{s} \quad (255)$$

La cual corresponde a una *edad del universo* de $13,8 \pm 2$ miles de millones de años. Dicho de otro modo, la edad deducida de la historia del espacio-tiempo concuerda con la edad, dada anteriormente, deducida de la historia de las estrellas.

Para tener una idea de cómo evoluciona el universo, se acostumbra a utilizar el llamado *parámetro de desaceleración* q_0 . Se define como

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}_0}{a_0 H_0^2} = \frac{1}{2} \Omega_M - \Omega_\Lambda \quad (256)$$

El parámetro q_0 es positivo si la expansión se está desacelerando, y negativo si la expansión se está acelerando. Estas posibilidades se muestran también en el diagrama de la **Figura 103**.

Una manera aún más clara de imaginar la expansión del universo para una presión que se va anulando es reescribir la ecuación (244) usando $\tau = t H_0$ y $x(\tau) = a(t)/a(t_0)$, dando

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + U(x) = \Omega_K \quad \text{donde} \quad U(x) = -\Omega_M x - \Omega_\Lambda x^2 \quad (257)$$

Esto parece como la ecuación de evolución para el movimiento de una partícula con masa 1, con energía total Ω_K en un potencial $U(x)$. Las evoluciones resultantes se deducen fácilmente.

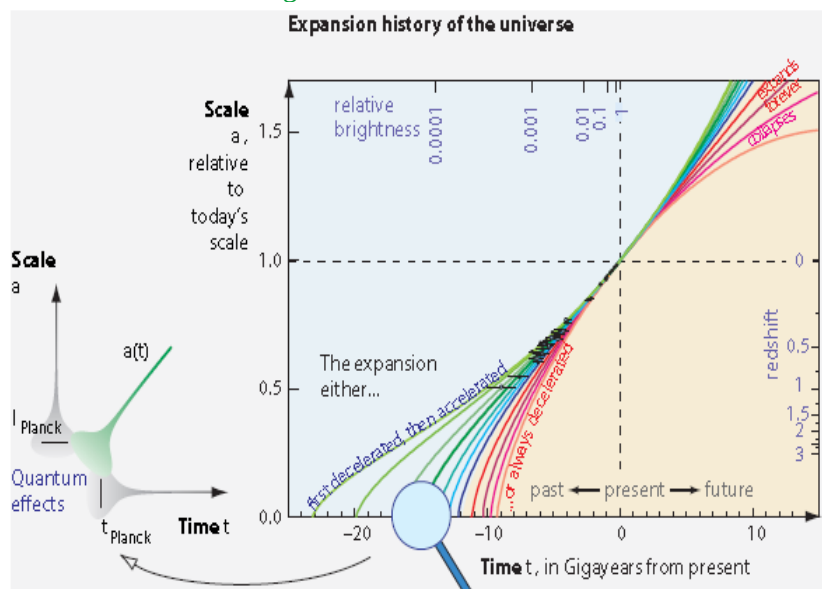
Para una Ω_Λ que se *anula*, el universo se expande para siempre, o recae, dependiendo del valor de la densidad de masa-energía.

Para un Ω_Λ que *no se anula* (positivo), el potencial tiene exactamente un máximo; si la partícula tiene suficiente energía para superar el máximo, acelerará continuamente. Los datos muestran que esa es la situación en la que el universo parece estar hoy. Cualquiera de los casos dice:

▷ La relatividad general y el cielo nocturno negro implican que el universo se está expandiendo.

En otras palabras, el universo no es estático. Esta fue la audaz conclusión de Friedmann. Para un cierto intervalo de tiempo, la expansión resultante se muestra en la **Figura 104**.

FIGURA 104 La evolución de la escala del universo a para diferentes valores de su densidad de masa, así como los datos medidos (el gráfico de la derecha es cortesía de Saul Perlmutter y el Proyecto Supernova de Cosmología).



Observamos que debido a su expansión isotrópica, el universo tiene un marco de referencia preferido: el marco definido por la materia promedio. El tiempo medido en ese marco es el tiempo enumerado en la [Tabla 6](#) y en la [Figura 104](#), y es el momento que asumimos cuando hablamos sobre la edad del universo.

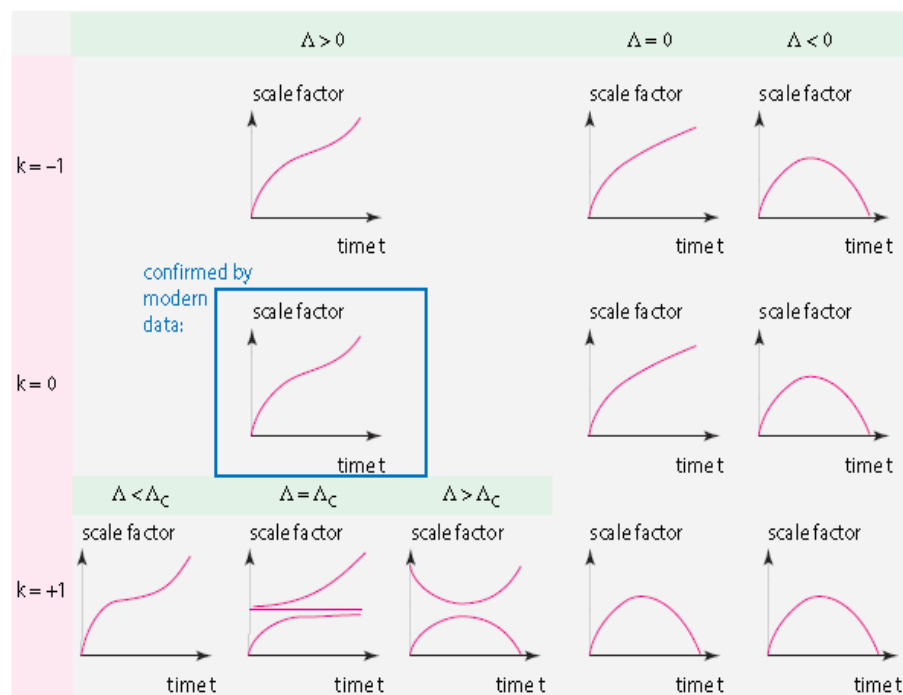
▷ La relatividad general y el cielo nocturno negro implican que el universo una vez fue extremadamente pequeño y luego se expandió rápidamente. La evolución más temprana se llama Big Bang.

Hay dos puntos a señalar: primero el conjunto de curvas posibles se describe por *dos* parámetros, no uno. Además, las líneas no se pueden dibujar hasta el tamaño *cero*, pero solo para tamaños muy pequeños. Hay dos razones principales: todavía no entendemos el comportamiento de la materia a una energía muy alta, y no entendemos el comportamiento del espacio-tiempo a una energía muy alta. Volveremos a esta importante cuestión más adelante.

La principal conclusión que puede extraerse de trabajo de Friedmann es que un universo homogéneo e isotrópico es *no estático*, o bien se expande o bien se contrae. En cualquiera de los casos, tiene una *edad finita*. Esta idea profunda tardó muchos años en extenderse entre la comunidad de la cosmología; incluso a Einstein le llevó mucho tiempo acostumbrarse a ella.

Una visión general de las posibilidades de la *evolución a largo plazo* se da en la [Figura 105](#).

FIGURA 100 La evolución a largo plazo del factor de escala del universo para diversos parámetros.



La evolución puede tener varios resultados. A principios del siglo XX, la gente decidía entre ellos por preferencia personal. Albert Einstein primero prefirió la solución $k = 1$ y $\Lambda = a^{-2} = 4\pi G\rho_M$. Es la solución inestable encontrada cuando $x(\tau)$ permanece en la parte superior del potencial $U(x)$.

En 1917, el físico holandés Willem de Sitter había encontrado, para consternación personal de Einstein, que un universo vacío con $\rho_M = p_M = 0$ y $k = 1$ es también posible ([Desafío 345 ny](#)). Este tipo de universo se expande durante grandes tiempos. El universo De Sitter muestra que en casos especiales, ¡la materia no es necesaria para que exista el espacio-tiempo!

Lemaître había encontrado universos en expansión para la masa positiva, y sus resultados también fueron discutidos por Einstein al principio. Cuando más tarde las primeras mediciones confirmaron los cálculos, la idea de un universo masivo y expansivo se hizo popular. Se convirtió en el modelo estándar en los libros de texto. Sin embargo, en una especie de ceguera colectiva que duró de alrededor de 1950 a 1990, casi todos creían que $\Lambda = 0$.* Sólo hacia el final del siglo XX el progreso experimental permitió hacer afirmaciones basadas en evidencias en lugar de creencias o preferencias personales, como veremos en breve. Pero antes que nada resolveremos un viejo problema.

* [Desafío 346 ny](#) En este caso, para $\Omega_M \geq 1$, la edad del universo se sigue de $t_0 \leq 2/(3H_0)$, donde los límites corresponden. Para la densidad de masa que se anula se tiene $t_0 = 1/H_0$.

¿POR QUÉ EL CIELO ES OSCURO POR LA NOCHE?

In der Nacht hat ein Mensch nur ein Nachthemd an, und darunter kommt gleich der Charakter.
Rober Musil (Klagenfurt 1880, Geneva 1942), escritor alemán.

"Por la noche, una persona se viste sólo con un camisón, y directamente debajo de él está el carácter."

En primer lugar, el cielo no es negro por la noche - es de color azul oscuro. Visto desde la superficie de la Tierra, tiene el mismo color azul que durante el día, como muestra cualquier fotografía de larga exposición, como la de la [Figura 106](#). Pero ese color del cielo nocturno, como el color del cielo durante el día, se debe a la luz de las estrellas que es dispersada por la atmósfera. Si queremos conocer el color real del cielo, tenemos que ir por encima de la atmósfera. Allí, para los ojos, el cielo es negro. Pero las mediciones muestran que incluso el cielo vacío no es completamente negro por la noche; Está lleno de radiación de alrededor de 200 GHz; más precisamente, se llena de radiación que corresponde a la emisión térmica de un cuerpo a 2,73 K. Esta *radiación cósmica de fondo* es la radiación térmica remanente del big bang.

FIGURA 106 Todos los colores, como el azul del cielo, están presentes también por la noche, como muestra esta larga exposición. En la parte superior izquierda, el objeto brillante es Marte; La mitad inferior muestra un arco de niebla de colores raros creado por la luz de la luna (© Wally Pacholka).



Así, el universo es más frío que las estrellas.^{ref. 231} Pero ¿por qué es esto así? Si el universo fuera homogéneo en grandes escalas e infinitamente grande, tendría un número infinito de estrellas. Mirando en cualquier dirección, veríamos la superficie de una estrella. ¡El cielo nocturno sería tan brillante como la superficie del Sol!

[Desafío 347 s](#) ¿Puede convencer a su abuela de esto?

En un bosque profundo, uno ve un árbol en cada dirección. Del mismo modo, en un universo "profundo", veríamos una estrella en todas direcciones. Ahora, la estrella promedio tiene una temperatura superficial de unos 6000 K. Si vivimos en un universo profundo y antiguo, viviríamos efectivamente dentro de un horno con una temperatura de alrededor de 6000 K! Sería imposible disfrutar de un helado.

Así pues, ¿por qué el cielo es *negro* por la noche, a pesar de estar lleno de radiación de estrellas a 6000 K, es decir, con luz *blanca*? Esta paradoja fue más claramente formulada en 1823 por el astrónomo Wilhelm Olbers.* Debido a que discutió ampliamente la cuestión, esto también se llama la *paradoja de Olbers*.

Hoy se sabe que dos efectos principales explican la oscuridad de la noche. En primer lugar, dado que el universo es finito en edad, estrellas distantes están brillando durante menos tiempo. Las vemos en una etapa más joven o incluso durante su formación, cuando eran más oscuras. Como resultado, el porcentaje de brillo de estrellas lejanas es más pequeño que la de las estrellas cercanas, de manera que se reduce la temperatura media del cielo.* Hoy sabemos que incluso si toda la materia del universo se convirtiera en radiación, el universo aún así no sería tan brillante como lo que se acaba de calcular. En otras palabras, la potencia y la duración de estrellas son demasiado bajas para producir el brillo de horno recién mencionado.^{ref. 232}

* Heinrich Wilhelm Matthäus Olbers (b. 1758 Arbergen, d. 1840 Bremen), astrónomo. Descubrió dos planetoides, Palas y Vesta, y cinco cometas; desarrolló el método de cálculo de las órbitas parabólicas para los cometas, que todavía está en uso hoy en día. Olbers también apoyó activamente al matemático y al astrónomo Friedrich Wilhelm Bessel en su elección de carrera. La paradoja se denomina así en su honor, aunque otros habían hecho apotaciones similares antes, por ejemplo el astrónomo suizo Jean Philippe Loÿs de Cheseaux en 1744 y Johannes Kepler en 1610.

* [Desafío 348 ny](#) ¿Puede explicar que el cielo no es negro sólo porque está pintado de negro o hecho de chocolate negro? O más en general, que el cielo no está hecho de y no contiene ninguna sustancia oscura y fría, como el propio Olbers sugirió, y como John Herschel refutó en 1848?

En segundo lugar, podemos argumentar que la radiación de estrellas lejanas es desplazada al rojo y que el volumen que la radiación debe llenar está aumentando de forma continua, de manera que la temperatura media efectiva del cielo también se reduce.

Son necesarios cálculos para decidir qué efecto para la oscuridad de la noche es el más importante. Este problema ha sido estudiado con gran detalle por Paul Wesson^{ref. 233}; él explicó que el primer efecto, oscuridad debida a un máximo para la vida finita de las estrellas, es mayor que el segundo, oscuridad debido al desplazamiento al rojo, por un factor de aproximadamente tres. Sin embargo, ambos efectos se deben a la edad finita del universo. Así, podemos afirmar correctamente que el cielo es oscuro por la noche *sobre todo porque el universo tiene una edad finita*.

FIGURA 107 Arriba: en un bosque profundo, o incluso infinito, solo los árboles son visibles, y nada hay detrás de ellos. Abajo: por la noche, podemos ver las estrellas, pero también lo que está detrás, es decir, el cielo negro.

El universo es por lo tanto de dimensión finita (© Aleks G/NASA/ESA).



Observamos que la oscuridad del cielo surge sólo porque la velocidad de la luz es finita. ^{Ref. 231}

Desafío 349 e ¿Puede confirmar esto?

La oscuridad del cielo también nos dice que el universo tiene una *gran* edad (pero finita). En efecto, la radiación de fondo de 2,7 K es así de fría, a pesar de haber sido emitida a 3000 K, porque es desplazada al rojo, gracias al efecto Doppler.^{ref. 234} Bajo supuestos razonables, la temperatura T de esta radiación cambia con el factor de escala $a(t)$ del universo como

$$T \sim \frac{1}{a(t)} . \quad (258)$$

En un universo joven, no podríamos ver las estrellas, aunque existieran.

Del brillo del cielo en la noche, medido en alrededor de $3 \cdot 10^{-13}$ veces la de una estrella promedio como el Sol, podemos deducir algo interesante: la densidad de estrellas en el universo debe ser mucho menor que en nuestra galaxia. La densidad de estrellas en la galaxia se puede deducir contando las estrellas que vemos en la noche. Pero la densidad de estrellas promedio en la galaxia conduciría a valores mucho más altos para el brillo nocturno si fuera constante en todo el universo.^{ref. 232} Podemos deducir así que la galaxia es mucho *más pequeña* que el universo simplemente midiendo el brillo del cielo nocturno y contando las estrellas en el cielo. *Desafío 350 e* ¿Puede hacer el cálculo explícito?

En resumen, el cielo es negro, o mejor, muy oscuro por la noche porque el espacio-tiempo y la materia son finitos, pero muy viejos. *Desafío 351 ny* Como cuestión secundaria, aquí hay un problema: ¿hay una paradoja de Olbers también para la gravitación?

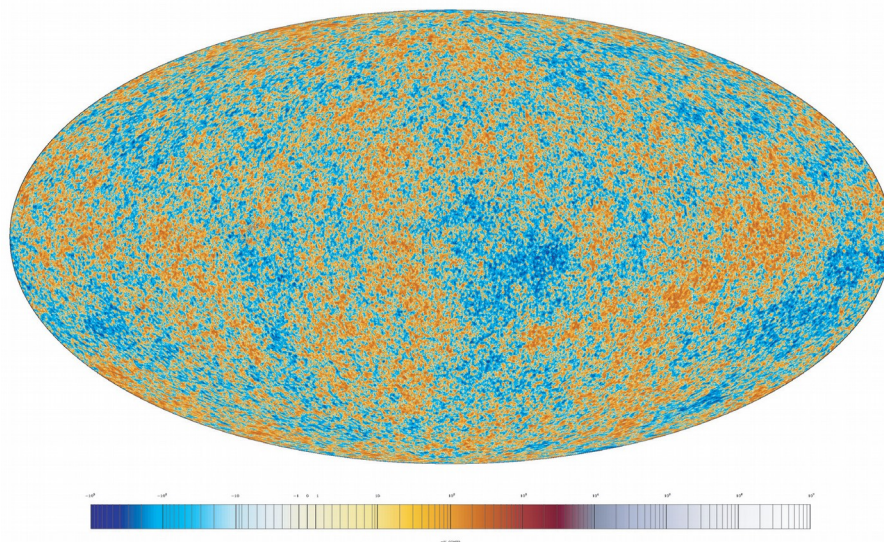


FIGURA 108 Una imagen de color falso de las *fluctuaciones* de la radiación de fondo cósmica, después de que se haya sustraído el desplazamiento Doppler de nuestro movimiento local y las señales de la Vía Láctea (WMAP/NASA).

LAS VARIACIONES DE COLOR DEL CIELO NOCTURNO

No sólo el cielo nocturno no es negro; la oscuridad del cielo nocturno incluso depende de la dirección en que se esté mirando.

Dado que la Tierra se está moviendo en comparación con el promedio de estrellas, el color oscuro del cielo muestra un desplazamiento Doppler. Pero incluso cuando se compensa este movimiento se mantienen algunas variaciones de color. Las variaciones son pequeñas, pero pueden ser medidas con los satélites especiales. Los resultados más precisos son los obtenidos en 2013 por el satélite europeo Planck que se muestran en la *Figura 108*. Estas variaciones demuestran que el universo tenía ya algunas faltas de homogeneidad cuando se emitió la luz detectada. La *Figura 108* proporciona una impresión del universo cuando era 'joven' con apenas 380 000 años .

Los datos de la *Figura 108* ha sido estudiados con gran detalle. Esto permite a los investigadores deducir con precisión la edad del universo, su composición, y muchos otros aspectos. Estos experimentos y estudios están aún en curso.

¿ES EL UNIVERSO ABIERTO, CERRADO O MARGINAL?

- Doesn't the vastness of the universe make you feel small?
- I can feel small without any help from the universe. Anonymous
- ¿No te hace sentir pequeño la inmensidad del universo?
- Puedo sentirme pequeño sin la ayuda del universo.

A veces, la historia del universo se resume en dos palabras: *Bang! ... Crunch (Crujido)*. Pero ¿el universo realmente re-colapsará, o va a expansionarse para siempre? ¿O se trata de una situación marginal intermedia? Los parámetros que deciden su destino son la densidad de masa y la constante cosmológica.

La principal novedad de la última década de la astrofísica del siglo XX son los resultados experimentales que nos permiten determinar todos estos parámetros. Se están utilizando varios métodos. El primer método es obvio: determinar la velocidad y la distancia de estrellas lejanas. Para grandes distancias, esto es difícil, ya que las estrellas son tan débiles. Pero ahora se ha vuelto posible buscar en el cielo supernovas, las brillantes estrellas en explosión, y determinar su distancia a partir de su brillo. Esto actualmente se está realizando con la ayuda de las búsquedas electrónicas en el cielo, usando de los telescopios más grandes disponibles. ^{ref. 235}

Un segundo método es la medición de la anisotropía de la radiación cósmica de fondo. A partir del espectro de potencia observado como una función del ángulo, se puede deducir la curvatura del espacio-tiempo.

Un tercer método es la determinación de la densidad de masa utilizando el efecto de lente gravitacional de la luz de cuásares distantes dobladas alrededor de las galaxias o cúmulos de galaxias.

Un cuarto método es la determinación de la densidad de masa usando racimos de galaxias (clusters). Se espera que todas estas mediciones mejoren mucho en los próximos años.

En la actualidad, estos cuatro conjuntos de medidas completamente independientes proporcionan los valores^{ref. 236}

$$\Omega_M \approx 0.3, \Omega_\Lambda \approx 0.7, \Omega_K \approx 0.0 \quad (259)$$

Donde los errores son del orden de 0,1 o menos. Los valores implican que

▷ el universo es espacialmente plano, su expansión se está acelerando y no habrá gran cruñido (*big crunch*).

Sin embargo, no es posible ninguna afirmación definitiva sobre la topología. Regresaremos a este último tema en breve.

En particular, los datos muestran que la densidad de materia, incluyendo toda la materia oscura, es sólo aproximadamente un tercio del valor crítico. ** Más de dos tercios son dados por el término cosmológico. Para la constante cosmológica Λ las presentes medidas producen

$$\Lambda = \Omega_\Lambda \frac{3 H_0^2}{c^2} \approx 10^{-52} / m^2. \quad (260)$$

Este valor tiene implicaciones importantes para la teoría cuántica, ya que corresponde a una densidad de energía de vacío

$$\rho_\Lambda c^2 = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \approx 0,5 nJ/m^3 \approx \frac{10^{-46} (GeV)^4}{(\hbar c)^3} \quad (261)$$

Pero el término cosmológico también implica una presión de vacío negativa $p_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2$. Insertando este resultado en la relación para el potencial de gravedad universal deducido de la relatividad

$$\Delta\phi = 4\pi G(\rho + 3p/c^2) \quad (262)$$

obtenemos^{ref. 237}

$$\Delta\phi = 4\pi G(\rho_M - 2\rho_\Lambda). \quad (263)$$

Desafío 352 ny Así, la aceleración gravitacional alrededor de una masa M es

$$a = \frac{GM}{r^2} - \frac{\Lambda}{3} c^2 r = \frac{GM}{r^2} - \Omega_\Lambda H_0^2 r, \quad (264)$$

Lo que demuestra que una *energía positiva* del vacío realmente conduce a un efecto gravitacional *repulsivo*.

Insertando el valor indicado (260) para la constante cosmológica Λ nos encontramos con que el efecto de repulsión es insignificante incluso para la distancia entre la Tierra y el Sol. De hecho, el orden de magnitud del efecto repulsivo es mucho menor que el de la atracción, por lo que no se puede esperar una confirmación experimental directa de esta desviación de la gravedad universal en absoluto **Desafío 353 ny**. Probablemente las determinaciones astrofísicas seguirán siendo las únicas posibles. En particular, una constante gravitacional positiva se manifiesta a través de una componente positiva en la tasa de expansión.

Pero la situación es desconcertante. El origen de esta constante cosmológica *no* se explica por la relatividad general. Este misterio será resuelto sólo con la ayuda de la teoría cuántica.

En cualquier caso, la constante cosmológica es el primer aspecto local y cuántico de la naturaleza detectado por medios astrofísicos.

¿POR QUÉ ES TRANSPARENTE EL UNIVERSO?

¿Podría el universo estar lleno de agua, que es transparente, tal como lo sostienen algunos libros populares para explicar la lluvia?^{ref. 238} No. Incluso si el universo estuviera lleno de aire, la masa total nunca habría permitido que el universo alcanzara el tamaño actual; habría recollapsado mucho antes y no existiríamos.

El universo es, pues, transparente porque está casi vacío. Pero, ¿por qué está tan vacío? **Desafío 354 ny**

* La diferencia entre la densidad total de materia y la densidad de materia bariónica medible por separado, que es solo alrededor de un sexto del valor anterior, aún no se ha explicado. También podría ser que el universo contenga sustancias de un tipo hasta ahora desconocido. Podemos decir que el universo no es WYSIWYG (acrónimo de la expresión "What you see is what you get" -lo que ves es lo que obtienes-); hay materia e invisible u oscura. Este problema, el problema de la materia oscura, es una de las cuestiones no resueltas más importantes de la cosmología.

En primer lugar, en los tiempos en que el tamaño del universo era pequeño, toda antimateria se aniquilaba con la cantidad correspondiente de materia. Sólo quedó una pequeña fracción de materia, que originalmente era ligeramente más abundante que la antimateria. Esta fracción de 10^{-9} es la materia que vemos ahora. Como consecuencia, hay 10^9 veces tantos más fotones en el universo que electrones o quarks.

Además, 380 000 años después de la aniquilación de la antimateria, todos los núcleos y electrones disponibles se recombinaron formando átomos y sus agregados, como estrellas y personas. Ninguna carga libre que interactuara con los fotones se encontraba más al acecho, de modo que a partir de ese momento la luz podría viajar a través del espacio como lo hace hoy en día, siendo afectada sólo cuando golpea una estrella o una partícula de polvo o algún otro átomo. La observación de esta radiación cósmica de fondo demuestra que la luz puede viajar durante más de 13 000 millones de años sin problemas ni perturbaciones. En realidad, si recordamos que la densidad media del universo es de 10^{-26} kg / m³ y que la mayor parte de la materia está agrupada por gravitación en las galaxias, podemos imaginar que hay un vacío óptimo entre ellas. Como resultado, la luz puede viajar a lo largo de grandes distancias sin obstáculo notable.

Pero, ¿por qué el vacío es transparente? Esa es una pregunta más profunda. El vacío es transparente porque no contiene cargas eléctricas ni horizontes: cargas u horizontes son indispensables para absorber luz. De hecho, la teoría cuántica muestra que el vacío contiene las llamadas cargas *virtuales*. Sin embargo, estas cargas virtuales no tienen efectos sobre la transparencia del vacío.

LA GRAN EXPLOSIÓN Y SUS CONSECUENCIAS

Μελέτη θανάτου. Πλάτων, *Phaedo*, 81a.
Aprende a morir

Sobre todo, el modelo de big bang caliente, que se deduce del color de las estrellas y galaxias, afirma que hace unos catorce mil millones de años el universo entero era extremadamente pequeño. Este hecho le dio al big bang su nombre. El término fue creado (con un tono sarcástico) en 1950 por Fred Hoyle, quien por cierto nunca creyó que se aplicara a la naturaleza.^{ref. 239} Sin embargo, el término puso de moda. Dado que la pequeñez pasada del universo se comprueba directamente, necesitamos buscar otras consecuencias verificables. Las principales son las siguientes:

— Toda materia se mueve respecto de toda otra materia. Este punto se observó antes de que se propusiera el modelo.

— La edad máxima para cada sistema en el universo es finita. Recientemente, se ha encontrado que la edad máxima es 13,8 (1) Ga, alrededor de catorce mil millones de años.

— Hay una radiación de fondo térmica. La temperatura observada de alrededor de T_γ se encontró independientemente del modelo de big bang; concuerda con las deducciones del valor máximo de edad.

— La masa del universo está formada por aproximadamente un 75% de hidrógeno y un 23% de helio. Estos valores están de acuerdo con las expectativas.

— Para una constante cosmológica no nula Λ , la expansión del universo se acelera. Se ha observado aceleración, aun cuando su valor no puede predecirse.

— Para una constante cosmológica no nula, la gravedad newtoniana se reduce ligeramente. Este punto está aún por confirmar.

— Hay neutrinos de fondo con una temperatura de aproximadamente T_ν . La teoría dice que $T_\nu/T_\gamma \approx (4/11)^{1/3}$. Estos neutrinos aparecieron alrededor de 0,3 s después del big bang. Este punto está aún por confirmar

Debe enfatizarse que estas consecuencias *confirman* el modelo del Big Bang caliente, pero que históricamente, solo el valor de la temperatura de fondo fue *pronosticado* por el modelo. Los dos últimos puntos, sobre la temperatura de los neutrinos y sobre la desviación de la gravitación universal, también son pronósticos verdaderos, pero aún no han sido confirmados. La tecnología probablemente no nos permitirá controlar estas dos predicciones en el futuro previsible. Por otro lado, no hay evidencia en contra de ellos.

Las descripciones competidoras del universo que evitan una primera fase caliente no han tenido éxito en las observaciones correspondientes.^{ref. 239} Sin embargo, siempre cabe la posibilidad de que esto pueda cambiar en el futuro.

Además, los argumentos matemáticos afirman que con distribuciones tan oscuras tales como las observadas en el universo, junto con algunas hipótesis generales bastante débiles, no hay forma de evitar un período en el pasado finito en el que el universo era extremadamente pequeño y cálido.^{ref. 240} Así que vale la pena echar un vistazo más de cerca a la situación.

¿FUE EL BIG BANG UN BIG BANG?

En primer lugar, ¿fue el big bang una especie de explosión? Esta descripción implica que algún material transforma la energía interna en movimiento de sus partes. Sin embargo, no había tal proceso en la historia temprana del universo. Ciertamente, una mejor descripción es que el espacio-tiempo se está expandiendo, en lugar de que sea la materia la que se mueva. El mecanismo y el origen de la expansión es *desconocido* en este punto de nuestro ascenso de montaña. Debido a la importancia de la expansión espacial, todo el fenómeno *no se puede llamar* explosión en absoluto. Y, obviamente, no había ni tampoco hay ningún medio portador de sonido en el espacio interestelar, de modo que no se puede hablar de un "bang" en ningún sentido del término.

En segundo lugar, ¿fue grande el big bang? El universo visible era bastante pequeño hace unos catorce mil millones de años, mucho más pequeño que un átomo. En resumen, el big bang no era ni grande ni bang; pero el resto es correcto.

¿FUE LA GRAN EXPLOSIÓN UN EVENTO?

Quid faciebat deus, antequam faceret caelum et terram? ...Non faciebat aliquid. * Agustín de Hippona*, Confesiones, XI, 12
¿Qué estaba haciendo Dios antes de hacer el cielo y la Tierra? ... No estaba haciendo nada

La teoría del big bang es una descripción de lo que sucedió en *todo* el espacio-tiempo. A pesar de lo que a menudo se escribe en artículos de periódicos superficiales y poco rigurosos, en cada momento de la expansión el espacio ha sido de tamaño no nulo: el espacio *nunca* fue un punto singular. La gente que pretende que lo es, está haciendo declaraciones ostensiblemente plausibles, pero falsas. La teoría del big bang es una descripción de la expansión del espacio-tiempo, no de su comienzo. Siguiendo el movimiento de la materia en el tiempo -incluso despreciando la cuestión de los errores de medición- la relatividad general puede deducir la existencia de una singularidad inicial sólo si se supone que existe materia puntiforme. Sin embargo, esta suposición es incorrecta. Además, el efecto de las no linealidades en la relatividad general en situaciones de altas densidades de energía aún no está completamente aclarado. Sobre todo, el Big Bang ocurrió por todo el universo. (Esta es la razón por la cual los investigadores ponderan la "inflación" para explicar los diversos aspectos del universo.) En resumen, *el big bang no fue un evento*.

Más importante aún, la teoría cuántica demuestra que el big bang *no* era una verdadera singularidad, ya que ningún observable físico, ni densidad ni temperatura, alcanza nunca un valor infinitamente grande (o infinitamente pequeño). Tales valores no pueden existir en la naturaleza.** En cualquier caso, hay un acuerdo general de que los argumentos basados en la relatividad general *pura* por sí solos no pueden hacer declaraciones correctas sobre el big bang. Sin embargo, la mayoría de las declaraciones en artículos periodísticos son de este tipo.

¿FUE EL BIG BANG UN PRINCIPIO?

Preguntar por lo que había antes del big bang es como preguntar qué está al norte del Polo Norte. Al igual que nada está al norte del Polo Norte, así, nada era antes del big bang. Esta analogía podría ser malinterpretada para implicar que el big bang tuvo su comienzo en un solo punto en el tiempo, que por supuesto es incorrecto, como acaba de explicarse. Pero la analogía es mejor de lo que parece: En realidad, no hay un Polo Norte preciso, ya que la teoría cuántica demuestra que hay una indeterminación fundamental en cuanto a su posición. También hay una indeterminación correspondiente para el big bang.

Ciertamente, no se necesitan más de tres líneas para mostrar con la teoría cuántica que el tiempo y el espacio no están definidos ni en el big bang ni cerca del mismo. Daremos este sencillo argumento en el primer capítulo de la parte final de nuestra subida a la montaña. Por lo tanto, el big bang no puede ser llamado un "comienzo" del universo. Nunca hubo un momento en que el factor de escala $a(t)$ del universo fuera cero.

El error conceptual de afirmar que el tiempo y el espacio existen desde un "principio" en adelante se encuentra con frecuencia. De hecho, la teoría cuántica muestra que cerca del big bang, los eventos *no* pueden ser ordenados *ni* siquiera ser definidos. Más francamente, no hay *principio*; nunca ha habido un primer evento o singularidad inicial.

* Agustín de Hippona (nacido en 354 Tagaste, fallecido en 430 Hippo Regius) fue un teólogo influyente.

** Muchos físicos todavía desconfían de hacer declaraciones tan fuertes sobre este punto. Las primeras secciones de la parte final de nuestro ascenso de montaña darán los argumentos precisos que conducen a ellas.

Obviamente, el concepto de tiempo no se define "fuera" o "antes" de la existencia del universo;^{ref. 241} este hecho ya estaba claro para los pensadores hace más de mil años. Es entonces tentador concluir que el tiempo debe haber *comenzado*. Pero, como vimos, esto también es un error lógico: en primer lugar, no hay acontecimiento de partida, y segundo, el tiempo no fluye, como ya se ha aclarado en el comienzo de nuestro caminar.

Un error similar está detrás de la idea de que el universo tenía ciertas "condiciones iniciales". Las condiciones iniciales *por definición* sólo tienen sentido para objetos o campos, es decir, para entidades que se pueden observar desde el exterior, es decir, para entidades que tienen un entorno.

El universo no cumple con este requisito; por lo tanto, no puede tener condiciones iniciales.

Sin embargo, mucha gente todavía insiste en pensar en esta cuestión; curiosamente, Stephen Hawking^{ref. 242} vendió millones de copias de un libro explicando que una descripción sin condiciones iniciales es la más atractiva, sin mencionar el hecho de que no hay otra posibilidad de todos modos.**

En resumen, el big bang no es un comienzo, ni implica uno. Descubriremos la forma correcta de pensar en ello en la parte final de nuestro ascenso de montaña.

¿EL BIG BANG IMPLICA LA CREACIÓN?

[The general theory of relativity produces] universal doubt about god and his creation.

Un cazador de brujas

[La teoría general de la relatividad produce] Duda universal sobre Dios y su creación.

La creación, es decir, la aparición de algo de la nada, necesita un concepto ya existente de espacio y tiempo para tener sentido. El concepto de "aparición" no tiene sentido en caso contrario.

Pero cualquiera que sea la descripción del big bang, ya sea clásica, como en este capítulo, o mecánica cuántica, como en los posteriores, esta condición nunca se cumple. Incluso en la presente descripción, clásica del big bang, que dio origen a su nombre, *no hay* aparición de la materia, ni de la energía, ni de ninguna otra cosa. Y esta situación no cambia en ninguna descripción posterior, mejorada, ya que el tiempo o el espacio nunca están definidos *antes* de la aparición de la materia.

En realidad, faltan todas las propiedades de una creación: no hay un "momento" de la creación, ninguna aparición de la nada, ninguna elección de condiciones "iniciales" fuera de un conjunto de posibilidades y, como veremos con más detalle en el último volumen de esta aventura, ni siquiera una elección de "leyes" físicas particulares de cualquier conjunto de posibilidades.

En resumen, el big bang no implica ni alberga un proceso de creación. El big bang no fue un evento, no un comienzo y no un caso de creación. Es imposible continuar el ascenso de la Montaña de Movimiento si no aceptamos cada una de estas tres conclusiones. [Desafío 355 ny](#). Negarlos es continuar en el dominio de las creencias y los prejuicios, renunciando así efectivamente al ascenso de la montaña.

¿POR QUÉ PODEMOS VER EL SOL?

En primer lugar, el Sol es visible porque el aire es transparente. No es evidente que el aire sea transparente; de hecho, es transparente sólo a la luz visible y para algunas frecuencias seleccionadas. La radiación infrarroja y ultravioleta son absorbidas en su mayoría. Las razones están en el comportamiento de las moléculas de las que consta el aire, principalmente nitrógeno, oxígeno y algunos otros gases transparentes. Varias lunas y planetas del sistema solar tienen atmósferas opacas: tenemos la suerte de poder ver las estrellas por completo.

En realidad, incluso el aire no es completamente transparente; las moléculas de aire *dispersan* un poco la luz. Es por eso que el cielo y las lejanas montañas aparecen azules y los atardeceres rojos. Sin embargo, nuestros ojos no son capaces de percibir esto, y las estrellas son invisibles durante la luz del día. A muchas longitudes de onda lejos del espectro visible, la atmósfera es incluso opaca, como muestra la [Figura 109](#). (También es opaco para todas las longitudes de onda inferiores a los 200 nm, hasta los rayos gamma. En el rango de longitudes de onda largas, permanece transparente hasta una longitud de onda de 10 a 20 m, dependiendo de la actividad solar, cuando la ionosfera se extingue)

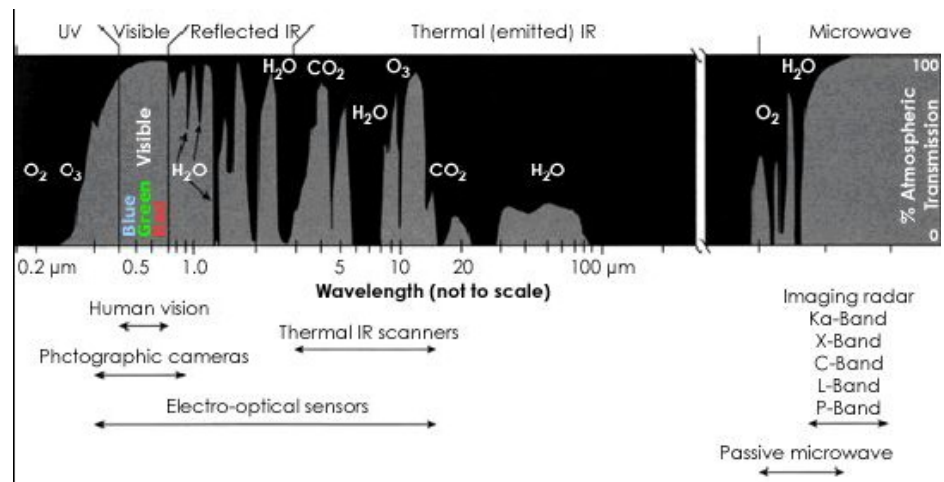
En segundo lugar, podemos ver el Sol porque el Sol, como todos los cuerpos calientes, *emite* luz. Describimos más adelante los detalles de la *incandescencia*, como se llama este efecto.

En tercer lugar, podemos ver el Sol porque nosotros y nuestro ambiente y el ambiente del Sol somos más

* Esta afirmación seguirá provocando fuertes reacciones entre los físicos; Se tratará con más detalle en la sección sobre la teoría cuántica.

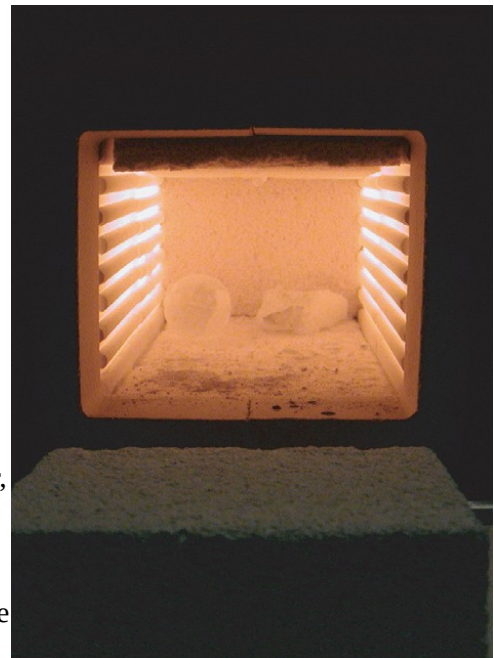
fríos que el Sol. De hecho, los cuerpos incandescentes se pueden distinguir de su fondo solamente si el fondo es más frío. Esto es una consecuencia de las propiedades de la emisión de luz incandescente, usualmente llamada *radiación del cuerpo negro*. La radiación es independiente del material, de modo que para un ambiente con la misma temperatura que el cuerpo, no se puede ver nada en absoluto. Cualquier horno, como el que se muestra en la [Figura 110](#) proporciona una prueba.

FIGURA 109 La transmitancia de la atmósfera (NASA).



Finalmente, podemos ver el Sol porque no es un agujero negro. Si lo fuera, no emitiría (casi) ninguna luz. Obviamente, cada una de estas condiciones se aplica a las estrellas también. Por ejemplo, sólo podemos verlos porque el cielo nocturno es negro. Pero entonces, ¿cómo explicar el cielo multicolor?

FIGURA 110 Un horno caliente al rojo muestra que a alta temperatura, los objetos y su entorno no pueden distinguirse entre sí.



¿POR QUÉ DIFIEREN LOS COLORES DE LAS ESTRELLAS?

Las estrellas son visibles porque emiten luz visible. Hemos encontrado varios efectos importantes que determinan los colores: las diversas temperaturas entre las estrellas, el desplazamiento Doppler debido a una velocidad relativa con respecto al observador, y el cambio gravitacional al rojo.

No todas las estrellas son buenas aproximaciones a los cuerpos negros, de modo que la ley de radiación del cuerpo negro no siempre describe con precisión su color. Sin embargo, la mayoría de las estrellas son aproximaciones razonables de los cuerpos negros. La temperatura de una estrella depende principalmente de su tamaño, su masa, su composición y su edad, como los astrofísicos están contentos de explicar.^{ref. 243} Orión es un buen ejemplo de una constelación de colores: cada estrella tiene un color diferente. Las fotografías de larga exposición muestran maravillosamente esto.

Desafío 356 ny El color básico determinado por la temperatura cambia por dos efectos. El primero, el *desplazamiento al rojo de Doppler z*, depende de la velocidad entre la fuente y el observador como

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_o} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \quad (265)$$

Tales desplazamientos desempeñan un papel significativo solamente para las estrellas remotas, y por tanto débiles, visibles a través del telescopio. Con el ojo desnudo, los cambios Doppler no pueden ser vistos.

Desafío 357 ny Pero los desplazamientos Doppler pueden hacer que las estrellas distantes brillen en el

infrarrojo en lugar de en el dominio visible. En efecto, los desplazamientos Doppler más altos observados para los objetos luminosos son mayores que 5,0, lo que corresponde a una velocidad de recesión de más del 94% de la velocidad de la luz. Obsérvese que en el universo, el cambio de color rojo también está relacionado con el factor de escala $R(t)$ por

$$z = \frac{R(t_0)}{R(t_{emission})} - 1. \quad (266)$$

La luz con un desplazamiento al rojo de 5,0 fue emitida pues cuando el universo tenía una sexta parte de su edad actual.

TABLA 7 El color de las estrellas.

CLASE	TEMPERATURA	EJEMPLO	LOCALIZACIÓN	COLOR
O	30 kK	Mintaka	δ Orionis	azul-violeta
O	31(10) kK	Alnitak	ζ Orionis	azul-violeta
B	22(6) kK	Bellatrix	γ Orionis	azul
B	26 kK	Saiph	κ Orionis	azul-blanca
B	2 kK	Rigel	β Orionis	azul-blanca
B	25 kK	Alnilam	ϵ Orionis	azul-blanca
B	17(5) kK	Regulus	α Leonis	azul-blanca
A	9.9 kK	Sirius	α Canis Majoris	azul-blanca
A	8.6 kK	Megrez	δ Ursae Majoris	blanca
A	7.6(2) kK	Altair	α Aquilae	amarilla-blanca
F	7,4(7) kK	Canopus	α Carinae	amarilla-blanca
F	6,6 kK	Procyon	α Canis Minoris	amarilla-blanca
G	5,8 kK	Sol	eclíptica	amarilla
K	3,5(4) kK	Aldebarán	α Tauri	naranja
M	2,8(5) kK	Betelgeuse	α Orionis	roja
D	<80 kK			cualquiera

Nota. Las enanas blancas, o estrellas de clase D, son restos de estrellas implosionadas, con un tamaño de sólo unas pocas decenas de kilómetros. No todas son blancas; Pueden ser amarillas o rojas. Ellas representan el 5% de todas las estrellas. Ninguna es visible a simple vista. Las incertidumbres de temperatura en el último dígito se indican entre paréntesis.

El tamaño de todas las otras estrellas es una variable independiente y se añade a veces como números romanos al final del tipo espectral. (Sirius es una estrella A1V, Arcturus una estrella K2III). Existen gigantes y supergigantes en todas las clases de O a M.

Para acomodar las enanas marrones, se han propuesto dos nuevas clases estelares, L y T.

El otro efecto de cambio de color, el *desplazamiento gravitatorio al rojo* z_g , depende de la densidad de materia de la fuente y está dado por

$$z_g = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_0} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R}}} - 1 \quad (267)$$

Por lo general es bastante más pequeño que el cambio Doppler. **Desafío 358 ny** ¿Puede confirmar esto? No se conocen otros procesos de cambio de color rojo; además, tales procesos estarían en contradicción con todas las propiedades conocidas de la naturaleza. Pero la cuestión del color lleva a la siguiente pregunta.

¿HAY ESTRELLAS OSCURAS?

Podría ser que algunas estrellas no se vean porque son oscuras. Esto podría ser una explicación para la gran cantidad de materia oscura que se observa en las mediciones recientes de la radiación de fondo. Este tema es actualmente de gran interés y muy debatido.

Se sabe que los objetos más masivos que Júpiter pero menos masivos que el Sol pueden existir en estados que emiten apenas luz. Cualquier estrella con una masa por debajo del 7,2% de la masa del Sol no puede comenzar la fusión y se llama *enana marrón*. No está claro en la actualidad cuántos de estos objetos existen. Muchos de los llamados "planetas" extrasolares son probablemente enanas marrones.

La cuestión aún no se ha resuelto.

Otra posibilidad para las estrellas oscuras son los agujeros negros. Estos se discuten en detalle a continuación.

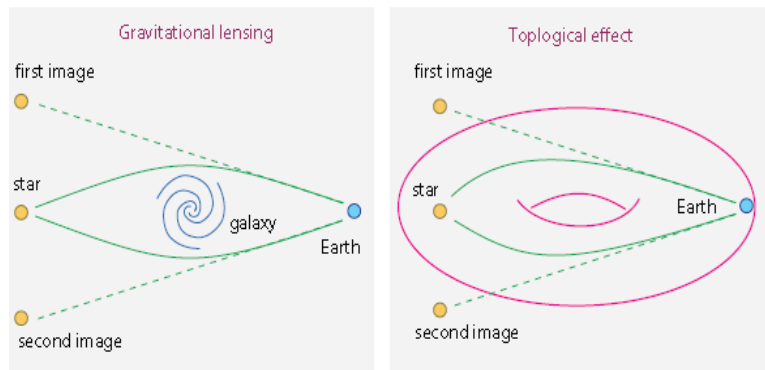


FIGURA 111 Dos maneras en que una sola estrella puede conducir a varias imágenes.

¿SON TODAS LAS ESTRELLAS DIFERENTES? - LENTES GRAVITACIONALES

Per aspera ad astra.*

"A través de las dificultades hacia las estrellas."

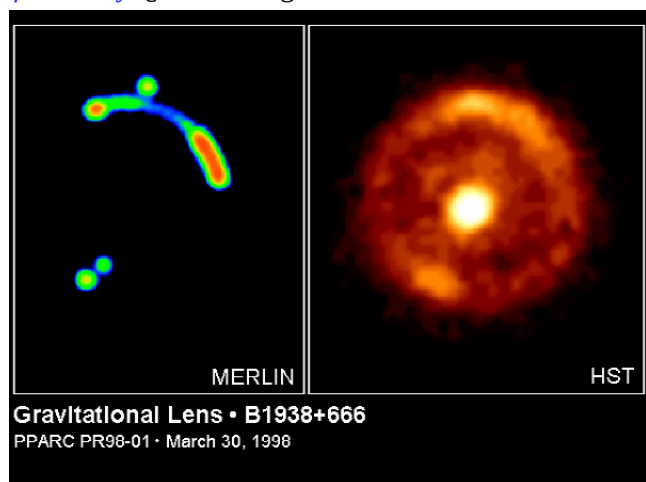
Un famoso lema latino. A menudo incorrectamente dado como 'per ardua ad astra'.

¿Estamos seguros de que por la noche, dos estrellas son realmente diferentes? La respuesta es no. Recientemente, se demostró que dos 'estrellas' eran en realidad dos imágenes del mismo objeto. Esto se encontró comparando el parpadeo de las dos imágenes. Se encontró que el parpadeo de una imagen era exactamente el mismo que el otro, cambiado sólo por 423 días. Este resultado fue encontrado por el astrofísico estonio Jaan Pelt y su grupo de investigación mientras observaba dos imágenes de cuásares en el sistema Q0957 + 561.^{ref. 244}

Las dos imágenes son el resultado de *lente gravitacional*, un efecto ilustrado en la **Figura 111**. De hecho, una gran galaxia se puede ver entre las dos imágenes observadas por Pelt, y mucho más cerca de la Tierra que la estrella. Este efecto ya había sido considerado por Einstein; sin embargo no creía que fuera observable. El verdadero padre de la lente gravitatoria es Fritz Zwicky,^{ref. 245} quien predijo en 1937 que el efecto sería bastante común y fácil de observar, si se consideraban galaxias alineadas en vez de estrellas alineadas, como efectivamente resultó ser el caso.

Curiosamente, cuando se conoce el retardo de tiempo, los astrónomos son capaces de determinar el tamaño del universo a partir de esta observación. **Desafío 359 ny** ¿Puede imaginar cómo?

FIGURA 112 El anillo de Zwicky-Einstein B1938 + 666, visto en el espectro radioeléctrico (izquierda) y en el dominio óptico (derecha) (NASA).

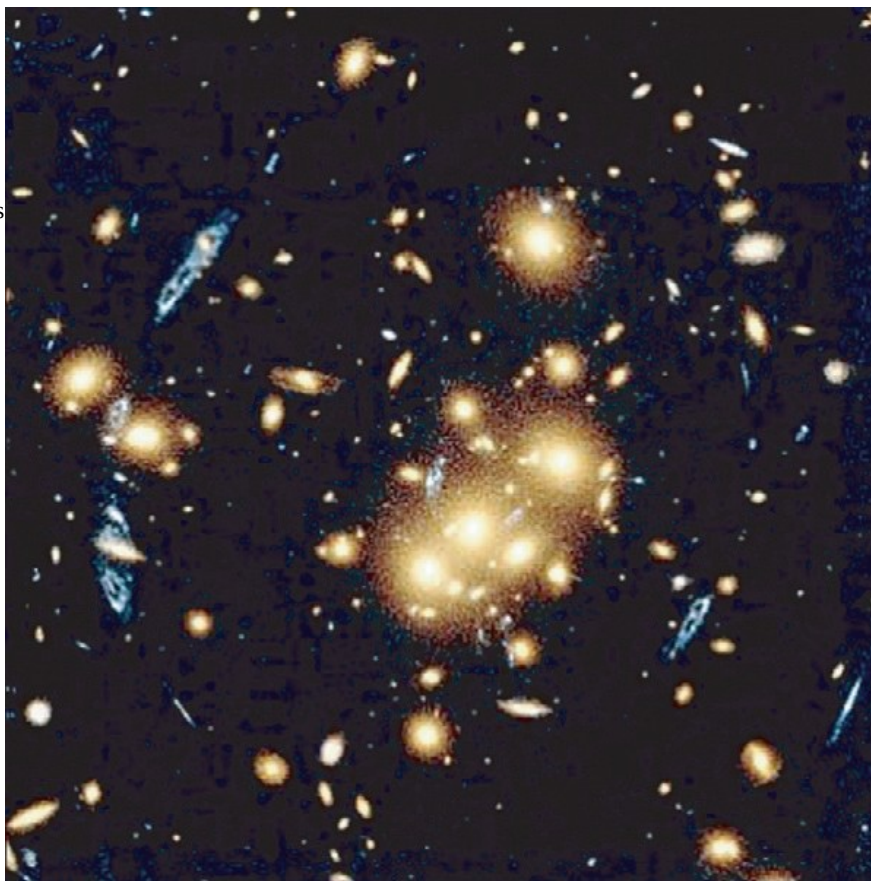


Si los dos objetos masivos observados están alineados exactamente detrás uno del otro, el más distante se ve como *anillo* alrededor del más cercano. Tales anillos se han observado realmente, y la imagen de la galaxia alrededor de una galaxia central en primer plano B1938 + 666, demostrada en la **Figura 112**, es uno de los ejemplos más hermosos. En 2005, también se descubrieron varios casos de lentes gravitacionales para

estrellas. Más interesante aún, se han observado tres eventos en los que una de las dos estrellas tiene un planeta de masa terrestre. Los próximos años seguramente llevarán a otras observaciones adicionales, ayudadas por el programa de observación del cielo en el hemisferio sur que comprueba el brillo de alrededor de 100 millones de estrellas cada noche. En general, las imágenes de estrellas cercanas son verdaderamente únicas, pero para las estrellas lejanas el problema es complicado. Para las estrellas individuales, el tema no es tan importante, visto en general. De forma tranquilizadora, sólo se han identificado hasta ahora 80 imágenes de estrellas múltiples. Pero cuando las galaxias enteras se ven como varias imágenes a la vez (y varias decenas se conocen hasta ahora) podríamos empezar a ponernos nerviosos. En el caso del cluster de galaxias CL0024 + 1654, **Figura 113**, siete delgadas, alargadas, imágenes azules de la misma galaxia distante se ven alrededor de las galaxias elípticas amarillas, más cercanas.

Sin embargo, varias imágenes se pueden crear no sólo por las lentes gravitacionales; la *forma* del universo también podría jugar algunos trucos.

FIGURA 113 Múltiples imágenes azules de una galaxia formada por el cluster amarillo CL0024+1654 (NASA).



¿CUÁL ES LA FORMA DEL UNIVERSO?

Una analogía popular para la expansión del universo es la comparación con un globo de goma que aumenta de diámetro al soplar aire en él. La superficie del globo se asume que corresponden al volumen del universo. Se asume igualmente que los puntos en el globo corresponden a las galaxias; su distancia aumenta continuamente. La superficie del globo es finita y no tiene límite. Por analogía, esto sugiere que el volumen del universo tiene un volumen finito, pero ningún límite. Esta analogía presupone que el universo tiene la misma topología, la misma "forma" que la de una esfera con una dimensión adicional.

Pero ¿cuál es la evidencia experimental de esta analogía? No mucha.^{ref. 246} Nada definitivo se sabe sobre la forma del universo. Es extremadamente difícil determinarla, simplemente debido a su gran tamaño. Los experimentos muestran que en la cercana región del universo, digamos dentro de unos pocos millones de años luz, la topología es simplemente conexas. Sin embargo, para grandes distancias, casi nada es seguro. Tal vez la investigación de las explosiones de rayos gamma nos dirá algo acerca de la topología, ya que estas explosiones se originan con frecuencia desde el principio de los tiempos.* Tal vez incluso el estudio de las fluctuaciones de la radiación cósmica de fondo nos pueda decir algo. Toda esta investigación se encuentra todavía en su infancia.

*La historia se cuenta desde el punto de vista matemático por Bob Osserman, *Poetry of the Universe*, 1996.

Dado que se sabe poco, podemos preguntar acerca de la gama de posibles respuestas. Como se acaba de mencionar, en el modelo estándar de la cosmología, hay tres opciones. Para $k = 0$, compatible con los experimentos, la topología simple del espacio es espacio euclidiano tridimensional \mathbb{R}^3 . Para $k = 1$, el espacio-tiempo por lo general se supone que es un producto del tiempo lineal, con la topología de \mathbb{R} de la línea real, y una esfera S^3 para el espacio. Esta es la forma más simple posible, que corresponden a un universo simplemente conexo. Para $k = -1$, la opción más sencilla para el espacio es una variedad hiperbólica H^3 .

Además, la [Figura 103](#) muestra que, dependiendo del valor de la constante cosmológica, el espacio podría ser finito y limitado, o infinito e ilimitado. En la mayoría de los cálculos de Friedmann-Lemaître, la conectividad simple por lo general se supone tácitamente, a pesar de que no es en absoluto necesaria.

Bien podría ser que el espacio-tiempo fuera *múltiplemente* conexo, como una versión con más dimensiones de un toro, como se ilustra en el lado derecho de la [Figura 111](#). Un toro todavía tiene $k = 0$ en todas partes, pero con una topología global no trivial. Para $k \neq 0$, el espacio-tiempo también podría tener topologías aún más complejas. * Si la topología no es trivial, incluso podría ser que el número real de las galaxias fuera mucho menor que el número observado. Esta situación correspondería a un calidoscopio, donde unos pocos granos producen un gran número de imágenes.

De hecho, el abanico de posibilidades no se limita a los casos simple y múltiplemente conexos sugeridos por la física clásica. Si se incluyen los efectos cuánticos, aparecen opciones adicionales y mucho más complejas; que serán discutidos en la última parte de nuestra caminata.

¿QUÉ HAY TRAS EL HORIZONTE?

Si llegué al borde más alejado del cielo, ¿podría extender mi mano o mi bastón hacia lo que está afuera o no?
Sería paradójico no poder extenderlo. Arquitas de Tarento (428-347 A.dC.)
The universe is a big place; perhaps the biggest. Kilgore Trout, *Venus on the Half Shell*.
El universo es un lugar grande; quizás el más grande.

El horizonte del cielo nocturno es una entidad difícil. En efecto, todos los modelos cosmológicos muestran que se mueve rápidamente alejándose de nosotros.^{ref. 248} Una investigación detallada muestra que para un universo dominado por la materia, el horizonte se aleja de nosotros con una velocidad

$$v_{\text{horizonte}} = 3c \quad (268) \text{ Desafío 360 ny}$$

Un resultado bonito ¿no es así? Obviamente, ya que el horizonte no transporta ninguna señal, esto no es una contradicción de la relatividad. Ahora, las medidas Ω_K muestran que el espacio es esencialmente plano. Así pues podemos preguntarnos: ¿qué hay detrás del horizonte?

Si el universo es *abierto o marginal*, la materia que vemos en la noche es la predicha ingenuamente por la relatividad general aplicada - literalmente - una infinitamente pequeña parte de toda la materia existente. En realidad, un universo abierto o marginal implica que hay una cantidad infinita de la materia tras el horizonte. [Desafío 361 ny](#) ¿Es verificable tal afirmación?

En un universo *cerrado*, todavía se predice que exista materia tras el horizonte; sin embargo, en este caso es sólo una cantidad finita. ¿Es esta afirmación verificable? [Desafío 361 s](#)

En resumen, el modelo estándar (concordante) de la cosmología indica que hay una gran cantidad de materia tras el horizonte. Como la mayoría de los cosmólogos, barremos el problema debajo de la alfombra y lo retomaremos solo más tarde en nuestro caminar. Una descripción precisa del tema es proporcionada por la hipótesis de la inflación.

¿POR QUÉ HAY ESTRELLAS POR TODAS PARTES? – INFLACIÓN

¿Cuáles fueron las condiciones iniciales de la materia? La materia se distribuye en una densidad constante por el espacio en expansión a gran velocidad. ¿Cómo pudo pasar esto? La persona que ha explorado esta cuestión más a fondo es Alan Guth. Hasta ahora, hemos basado nuestros estudios sobre el cielo nocturno, la cosmología, en dos principios observacionales: la isotropía y la homogeneidad del universo. Además, el universo es (casi) plano. La conjetura de la *inflación* es un intento de entender el origen de estas observaciones.

* La métrica de Friedmann-Lemaître también es válida para cualquier cociente de las topologías simples mencionadas anteriormente por un grupo de isometrías, llevando a espacios diedros y espacios lenticulares en el caso $k = 1$, a toroides en el caso $k = 0$ y a cualquier variedad hiperbólica en el caso $k = -1$.^{ref. 247}

La planicidad en el instante actual del tiempo es extraña: el estado plano es una solución inestable de las ecuaciones de Friedmann. Puesto que el universo sigue siendo plano después de catorce mil millones de años, debe haber sido incluso más plano cerca del big bang.

Guth argumentó que la precisión de la planitud, la homogeneidad y la isotropía del universo podrían continuar si en el primer segundo de su historia el universo hubiera pasado por una fase corta de aumento exponencial del tamaño, que él llamó *inflación*.^{ref. 249} Este aumento exponencial del tamaño, por un factor de 10^{26} aproximadamente, homogeneizaría el universo. Esta evolución extremadamente corta sería impulsada por un campo todavía desconocido, el *campo inflatón*. La inflación también parece describir correctamente el crecimiento de inhomogeneidades en la radiación cósmica de fondo.

Sin embargo, hasta ahora, la inflación plantea tantas preguntas como resuelve. Veinte años después de su propuesta inicial, el mismo Guth es escéptico sobre si es un paso conceptual hacia adelante. La última palabra sobre el tema aún no se ha dicho.

¿POR QUÉ HAY TAN POCAS ESTRELLAS? - EL CONTENIDO DE ENERGÍA Y ENTROPÍA DEL UNIVERSO

Die Energie der Welt ist constant. Die Entropie
der Welt strebt einem Maximum zu.* Rudolph Clausius
La energía del universo es constante. Su entropía tiende hacia un máximo.

La densidad de la materia-energía del universo es cercana a la crítica. La inflación, que se describe en la sección anterior, es la explicación preferida para esta conexión. Esto implica que el número real de estrellas está dado por el comportamiento de la materia a temperaturas extremadamente altas, y por la densidad de energía sobrante a más baja temperatura. La conexión precisa sigue siendo tema de investigación intensa. Pero esta cuestión también plantea una pregunta sobre la cita anterior. ¿Estaba en lo cierto el creador del término 'entropía', Rudolph Clausius, cuando hizo esta famosa declaración? Echemos un vistazo a lo que la relatividad general tiene que decir sobre todo esto.

En la relatividad general, una energía *total* puede de hecho ser definida, en contraste con la energía *localizada*, que no se puede. La energía total de todo el material y la radiación es ciertamente una constante del movimiento. Se da por la suma de las partes bariónicas, luminosas y de los neutrinos:

$$E = E_b + E_y + E_\nu \approx \frac{c^2 M_0}{T_0} + \dots \approx \frac{c^2}{G} + \dots \quad (269)$$

Este valor es constante sólo cuando está integrado sobre todo el universo, no cuando se toma sólo el interior del horizonte.*

Muchas personas también añaden un término de energía gravitatoria. Si uno trata de hacerlo, está obligado a definirlo de tal manera que sea exactamente el negativo del término anterior. Este valor para la energía gravitacional conduce a la especulación popular de que la energía total del universo podría ser cero. En otras palabras, el número de estrellas también podría estar limitado por esta relación.

Sin embargo, la discusión de la *entropía* pone un fuerte interrogante detrás de todas estas declaraciones aparentemente obvias. Muchas personas han tratado de dar valores para la entropía del universo.^{ref. 250} Algunos han comprobado si la relación

$$S = \frac{kc^3}{G\hbar} \frac{A}{4} = \frac{kG}{\hbar c} 4\pi M^2 \quad (270)$$

Que es correcto para los agujeros negros, también se aplica al universo. [Desafío 363 ny](#). Esto supone que toda la materia y toda la radiación del universo puede ser descrita por alguna temperatura media. Argumentan que la entropía del universo es sorprendentemente baja, por lo que debe haber algún principio ordenante tras ella. Otros incluso especulan sobre de dónde proviene la entropía del universo y si el horizonte es la fuente de ella.

Pero tengamos cuidado. Clausius asume, sin la más mínima duda, que el universo es un *sistema cerrado*, y así deduce la declaración citada anteriormente. Veamos esta suposición.

La entropía describe la energía máxima que se puede extraer de un objeto caliente.

Después del descubrimiento de la estructura en partículas de la materia, quedó claro que la entropía también está dada por el número de microestados que pueden constituir un macroestado específico. Pero ninguna definición tiene sentido si se aplica al universo como un todo. No hay manera de extraer energía de

*Excepto en el caso en que la presión puede ser despreciada.

él, y no hay forma de decir cuántos microestados en el universo serían similares al macroestado. La razón básica es la imposibilidad de aplicar el concepto de *estado* al universo. En primer lugar definimos el estado como todas aquellas propiedades de un sistema que permiten distinguirlo de otros sistemas con las mismas propiedades intrínsecas o que difieren de un observador a otro.

Es posible que desee comprobar por sí mismo que para el universo, tales propiedades de estado no existen en absoluto. [Desafío 364 s](#)

Podemos hablar del estado del espacio-tiempo y podemos hablar del estado de materia y energía. Pero no podemos hablar del estado del universo, porque el concepto no tiene sentido. Si no hay estado del universo, no hay entropía para ello. Y tampoco existe un valor energético. De hecho, ésta es la única conclusión correcta que se puede extraer de la cuestión.

¿POR QUÉ LA MATERIA ESTÁ AGRUPADA?

Podemos ver las estrellas porque el universo consiste principalmente de espacio vacío, en otras palabras, porque las estrellas son pequeñas y distantes. ¿Pero por qué es este el caso? La expansión cósmica se dedujo y calculó utilizando una distribución de masa homogénea. Entonces, ¿por qué la materia se agrupa?

Resulta que las distribuciones homogéneas de masa son *inestables*. Si por cualquier razón la densidad fluctúa, las regiones de mayor densidad atraerán más materia que las regiones de menor densidad. La gravitación hará que las regiones más densas aumenten en densidad y las regiones de menor densidad mermen.

[Desafío 365 ny](#) ¿Puede confirmar la inestabilidad, simplemente asumiendo un espacio lleno de polvo y $a = GM/r^2$? En resumen, incluso una pequeña fluctuación cuántica en la densidad de masa conducirá, después de cierto tiempo, a la materia agrupada.

Pero, ¿cómo se formaron las primeras inhomogeneidades? Ese es uno de los grandes problemas de la física moderna y la astrofísica, y todavía no hay una respuesta aceptada. Varios experimentos modernos están midiendo las variaciones del espectro cósmico de la radiación de fondo con la posición angular y con la polarización; estos resultados, que estarán disponibles en los próximos años, podrían proporcionar alguna información sobre la forma de resolver el problema. [ref. 251](#)

¿POR QUÉ LAS ESTRELLAS SON TAN PEQUEÑAS COMPARADAS CON EL UNIVERSO?

Dado que la densidad de la materia es alrededor de la crítica, el tamaño de las estrellas, que contienen la mayor parte de la materia, es el resultado de la interacción de las partículas elementales que las componen. A continuación, mostraremos que la relatividad general (sola) no puede explicar ningún tamaño que aparezca en la naturaleza. La discusión de este asunto es un tema de la teoría cuántica.

¿LAS ESTRELLAS Y LAS GALAXIAS SE ESTÁN SEPARANDO O EL UNIVERSO SE ESTÁ EXPANDIENDO?

¿Podemos distinguir entre el espacio que se expande y las galaxias que se separan? Sí podemos.

[Desafío 366 ny](#) ¿Puede encontrar un argumento o idear un experimento para hacerlo?

La expansión del universo no se aplica al espacio en la Tierra. La expansión se calcula para una distribución de masa homogénea e isotrópica. La materia no es ni homogénea ni isotrópica dentro de la galaxia; la aproximación del principio cosmológico no es válida aquí abajo. Incluso se ha comprobado experimentalmente, estudiando espectros atómicos en varios lugares del sistema solar, que *no* hay expansión de Hubble que tenga lugar a nuestro alrededor. [ref. 252](#)

¿HAY MÁS DE UN UNIVERSO?

La existencia de "varios" universos podría ser una opción cuando estudiamos la cuestión de si vemos todas las estrellas. [Desafío 367 e](#) Pero se puede comprobar que ni siquiera la definición de "universo" dada arriba, ya sea "toda materia-energía" o "toda materia-energía y todo espacio-tiempo", nos permite hablar de varios universos.

No hay manera de definir un plural para el universo: o el universo lo es todo, y entonces es único, o no lo es todo, y entonces no es el universo. Descubriremos que la teoría cuántica no cambia esta conclusión, a pesar de informes recurrentes en sentido contrario.

El que habla de muchos universos está diciendo tonterías.

¿POR QUÉ ESTÁN FIJAS LAS ESTRELLAS? - BRAZOS, ESTRELLAS Y PRINCIPIO DE MACH

Si les astres étaient immobiles, le temps et l'espace n'existeraient plus.
Maurice Maeterlink, (1862–1949) dramaturgo belga.
Si los astros estuvieran inmóviles, el tiempo y el espacio no existirían.

Los dos brazos que poseen los seres humanos han desempeñado un papel importante en las discusiones sobre el movimiento, y especialmente en el desarrollo de la relatividad. Mirando las estrellas en la noche, podemos hacer una observación simple, si mantenemos nuestros brazos relajados. Estando de pie, nuestros brazos cuelgan. Luego nos volvemos rápidamente. Nuestros brazos se levantan. De hecho lo hacen cuando vemos las estrellas girando. Algunas personas han pasado gran parte de su vida estudiando este fenómeno. ¿Por qué?

Estrellas y brazos demuestran que el movimiento es relativo, no absoluto.^{*ref. 253} Esta observación conduce a dos formulaciones posibles de lo que Einstein llamó el *principio de Mach*.

— *Los marcos inerciales están determinados por el resto de la materia en el universo.*

Esta idea se realiza efectivamente en la relatividad general. No hay duda.

— *La inercia se debe a la interacción con el resto del universo.*

Esta formulación es más controvertida. Muchos lo interpretan como significando que la *masa* de un objeto depende de la distribución de la masa en el resto del universo. Eso significaría que uno necesita investigar si la masa es anisotrópica cuando un cuerpo grande está cerca. Por supuesto, esta pregunta ha sido estudiada experimentalmente; simplemente se necesita medir si una partícula tiene los mismos valores de masa cuando se acelera en diferentes direcciones. No es sorprendente que, con un alto grado de precisión, no se haya encontrado tal anisotropía.^{ref. 254} Por lo tanto, muchos concluyen que el principio de Mach es incorrecto. Otros concluyen con un poco de dolor en el estómago que todo el tema aún no está resuelto.^{ref. 255}

Pero, en realidad, es fácil ver que Mach *no puede haber significado* una variación de masa en absoluto: también habría que concluir que la masa es dependiente de la distancia, incluso en la física galileana. Pero esto se sabe que es falso; nadie en su sano juicio ha tenido alguna duda al respecto. [Desafío 368 e](#)

Todo el debate se debe a un malentendido de lo que se entiende por «inercia»: se puede interpretarlo como *masa inercial* o como *movimiento inercial* (como los brazos móviles bajo las estrellas). No hay evidencia de que Mach creyera en una masa anisotrópica o en una masa dependiente de la distancia; toda la discusión es un ejemplo de personas que se enorgullecen de no cometer un error que se imputa incorrectamente a otra persona supuestamente más estúpida.

Obviamente, los efectos inerciales dependen de la distribución de la masa en el resto del universo. El principio de Mach es correcto. Mach cometió algunos errores en su vida (es infame por oponerse a la idea de átomos hasta que murió, pese a las pruebas experimentales), pero su principio *no* es uno de ellos. Desafortunadamente, es de esperar que el mito sobre la incorrección del principio de Mach persista, como el de la burla de Colón.^{**ref. 255}

De hecho, el principio de Mach es valioso. Como ejemplo, tome nuestra galaxia. Los experimentos muestran que es aplanada y que gira. El Sol gira alrededor de su centro en unos 250 millones de años. En realidad, si el Sol no girara alrededor del centro de la galaxia, caería en él en unos 20 millones de años. Como se mencionó anteriormente, a partir de la forma de nuestra galaxia podemos sacar la poderosa conclusión de que debe haber mucha otra materia, es decir, muchas otras estrellas y galaxias en el universo.

EN REPOSO EN EL UNIVERSO

No hay un sistema de referencia preferido en la relatividad especial, ni un espacio absoluto. ¿Es esto también verdad en el universo actual? No; *hay un* sistema preferido. En efecto, en la cosmología estándar del big-bang, la galaxia en promedio está en reposo. Aunque hablamos del big bang, se puede sostener correctamente que cualquier galaxia en promedio está en reposo. Cada una está en caída libre. Una mejor comprensión de este marco de referencia privilegiado es proporcionado por la radiación de fondo.

En otras palabras, el cielo nocturno es negro porque nos movemos con casi ninguna velocidad a través de

* El razonamiento original de Newton y muchos otros usa un cubo y la superficie del agua en él; pero los argumentos son los mismos.

** Un ejemplo famoso se aprende a menudo en la escuela. Se sugiere regularmente que se burlaron de Colón porque pensaba que la Tierra era esférica. Pero nadie se burló de él por esta razón; sólo había desacuerdos sobre el tamaño de la Tierra y, de hecho, resultó que sus críticos tenían razón, y que estaba equivocado en su propia estimación, demasiado pequeña, del radio de la Tierra.

la radiación de fondo. Si la Tierra tuviera una gran velocidad con respecto a la radiación de fondo, el cielo estaría brillante incluso en la noche, gracias al efecto Doppler para la radiación de fondo. En otras palabras, el cielo nocturno es oscuro en todas las direcciones debido a nuestro movimiento lento contra la radiación de fondo.

Este movimiento "lento" tiene una velocidad de 368 km / s. (Este es el valor del movimiento del Sol, hay variaciones debido a la adición del movimiento de la Tierra.) El valor de la velocidad es grande en comparación con la vida cotidiana, pero pequeño en comparación con la velocidad de la luz. Los estudios más detallados no cambian esta conclusión. Incluso el movimiento de la Vía Láctea y el del grupo local contra la radiación cósmica de fondo es del orden de 600 km / s; que es todavía mucho más lento que la velocidad de la luz.

Las razones por las que la galaxia y el sistema solar se mueven con estas velocidades "bajas" a través del universo ya han sido estudiadas en nuestra caminata.

Desafío 369 e ¿Puede dar un resumen?

Por cierto, ¿es correcto el término "universo"? ¿El universo gira, como su nombre lo indica?

Si por universo se entiende toda la experiencia, la pregunta no tiene sentido, porque la rotación sólo se define para los cuerpos, es decir, para las partes del universo. Sin embargo, si por el universo solo queremos significar "toda materia", la respuesta *puede* ser determinada por experimentos.^{ref. 256}

Resulta que la rotación es extremadamente pequeña, si hay alguna: las mediciones de la radiación cósmica de fondo muestran que en el curso de la vida del universo, no puede haber girado por más de una centésima de millonésima parte de un giro! En resumen, "universo" es un término inapropiado.

¿ATRAE LA LUZ A LA LUZ?

Otra razón por la que podemos ver estrellas es que su luz nos alcanza. ¿Pero por qué los rayos de luz que viajan no son perturbados por la gravitación de los otros? Sabemos que la luz es energía y que cualquier energía atrae a otra energía a través de la gravitación. En particular, la luz es la energía electromagnética, y los experimentos han demostrado que toda la energía electromagnética está sujeta a la gravitación. ¿Podrían converger dos haces de luz que avanzan con un pequeño ángulo entre ellos, debido a la atracción gravitatoria mutua? Eso podría tener efectos medibles y posiblemente interesantes sobre la luz observada desde estrellas lejanas.

La manera más sencilla de explorar el tema es estudiar la siguiente pregunta: ¿Los haces de luz paralelos permanecen paralelos? Curiosamente, un cálculo preciso muestra que la gravitación mutua *no* altera la trayectoria de dos haces de luz paralelos, aunque *altera* la trayectoria de los haces de luz antiparalelos, es decir haces paralelos viajando en sentidos opuestos.^{ref. 257} La razón es que para los haces paralelos que se mueven a la velocidad de la luz, el componente gravitomagnético *cancela* exactamente el componente gravitoelectrónico. *Desafío 370 ny*

Puesto que la luz no atrae la luz en su camino, la luz no es perturbada por su propia gravedad durante los millones de años que le lleva llegar hasta nosotros desde estrellas distantes. La luz no atrae o perturba la luz que se mueve a su lado. Hasta el momento, todos los efectos cuánticos y mecánicos conocidos también confirman esta conclusión.

¿LA LUZ SE DESCOMPONE?

En la sección sobre la teoría cuántica nos encontraremos con experimentos que muestran que la luz está hecha de partículas. Es plausible que estos fotones puedan decaer en alguna otra partícula, aún desconocida, o en fotones de baja frecuencia. Si eso realmente sucediera, no podríamos ver estrellas lejanas.

Pero cualquier descomposición también significaría que la luz cambiaría su dirección (*Desafío 371 e* ¿por qué?) y así produciría imágenes borrosas para objetos remotos. Sin embargo, no se observa borrosidad. Además, el físico soviético Matvey Bronstein demostró en la década de 1930 que cualquier proceso de decaimiento de la luz tendría una tasa mayor para las frecuencias más pequeñas.^{ref. 258} Cuando la gente comprobó el cambio de ondas de radio, en particular la famosa línea de 21 cm, y la comparó con el cambio de luz de la misma fuente, no se encontró ninguna diferencia para ninguna de las galaxias probadas.

Incluso la gente comprobó que la constante de estructura fina de Sommerfeld, que determina el color de los objetos, no cambia con el tiempo.^{ref. 259} A pesar de una afirmación errónea en los últimos años, no se pudo detectar ningún cambio durante miles de millones de años.

* Los haces antiparalelos son haces paralelos que viajan en direcciones opuestas.

Desafío 372 ny Por supuesto, en lugar de decaimiento, la luz también podría ser afectada por alguna entidad hasta ahora desconocida. Pero esta posibilidad está excluida por los mismos argumentos. Estas investigaciones también muestran que no hay ningún mecanismo de cambio de rojo adicional en la naturaleza aparte de los efectos Doppler y los corrimientos al rojo gravitacionales.

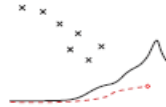
La visibilidad de las estrellas en la noche ha arrojado luz sobre numerosas propiedades de la naturaleza. Ahora continuamos nuestro ascenso de montaña con un tema más general, más cerca de nuestra búsqueda de los fundamentos del movimiento.

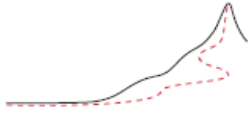
RESUMEN SOBRE COSMOLOGÍA

Preguntarse qué es exactamente lo que vemos en la noche conduce a varias ideas inspiradoras y majestuosas.

En primer lugar, el universo es enorme, pero de tamaño finito. En segundo lugar, el universo es extremadamente viejo, pero de una edad finita. En tercer lugar, el universo se está expandiendo.

Y si alguna vez tiene la oportunidad de mirar a través de un telescopio, ¡hágalo! Es maravilloso.





AGUJEROS NEGROS – CAYENDO SIEMPRE

Qui iacet in terra non habet unde cadat. Alanus de Insulis*
 "El que está en el suelo no puede caer de él".

¿POR QUÉ ESTUDIAMOS LOS AGUJEROS NEGROS?

El fenómeno gravitacional más extremo en la naturaleza son los agujeros negros. Ellos alcanzan el límite de proporción longitud-masa en la naturaleza. En otras palabras, producen el valor más alto posible de fuerza en su superficie, el llamado *horizonte de sucesos*.

Los agujeros negros también producen los más altos valores de curvatura del espacio-tiempo. En otras palabras, los agujeros negros son los sistemas relativistas más extremos que encontramos en la naturaleza. Debido a sus propiedades extremas, el estudio de los agujeros negros es también un importante peldaño en el camino hacia la unificación y la descripción final del movimiento.

Agujero negro es la abreviatura de “objeto completamente colapsado gravitacionalmente”.^{ref. 143} Predichos hace más de dos siglos, no estuvo claro durante mucho tiempo si existían o no. Alrededor del año 2000, los datos experimentales disponibles llevaron a la mayoría de los expertos a concluir que hay un agujero negro en el centro de la mayoría de las galaxias, incluyendo la nuestra propia (vea la [Figura 114](#)).^{ref. 260} También se sospecha que hay agujeros negros en el corazón de los cúasares, del *núcleo activo galáctico* y de *estallidos de rayos gamma*. En resumen, parece que la evolución de las galaxias está fuertemente correlacionada con la evolución de los agujeros negros. Además, cerca de una docena de agujeros negros más pequeños han sido identificados un poco por todas partes en nuestra galaxia. Por estas razones, los agujeros negro que son los sistemas más impresionantes, más poderosos y más relativistas de la naturaleza, representan un tema de estudio fascinante.^{ref. 261}

CONCENTRACIÓN DE MASA Y HORIZONTES

La *velocidad de escape* es la velocidad necesaria para lanzar un proyectil de tal manera que no regrese jamás. La velocidad de escape depende de la masa y del tamaño del planeta desde el que el lanzamiento se produce: una mayor densidad del planeta implica una mayor velocidad de escape.

¿Qué ocurre cuando un planeta o una estrella tiene una velocidad de escape mayor que la de la luz c ? Un objeto de este tipo fue imaginado en primer lugar por el geólogo británico John Michell en 1784, e independientemente por el matemático francés Pierre Laplace en 1795, mucho antes de que la relatividad general fuera desarrollada.^{ref. 262} Michell y Laplace se dieron cuenta de algo fundamental: incluso si un objeto con tal velocidad de escape tan alta fuera una estrella caliente, para un observador distante aparecería como completamente negra, como se ilustra en la [Figura 115](#). El objeto no permitiría que cualquier luz lo abandonara; además bloquearía toda la luz procedente de detrás de él.

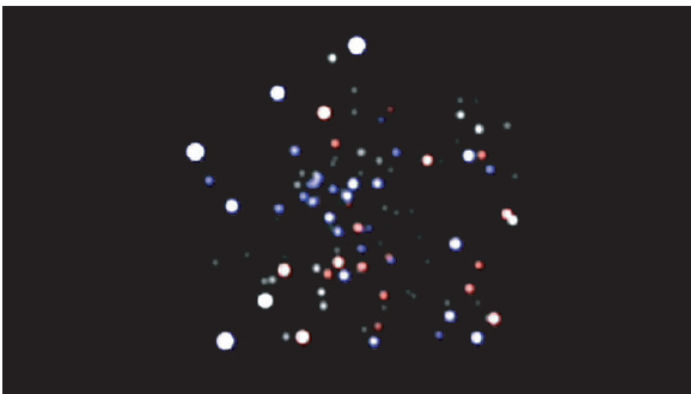


FIGURA 114 Una película en lapsos de tiempo, tomada durante un período de 16 años, de las órbitas de las estrellas cerca del centro de nuestra galaxia. El objeto central invisible es tan masivo y pequeño que casi seguramente es un agujero negro (QuickTime film © ESO).

*El nombre original del autor es Alain de Lille (1128-1203).

En 1967, John Wheeler^{*ref. 143} hizo popular en física la nueva expresión estándar *agujero negro*, debida a Anne Ewing,

Desafío 373 e Un cálculo de solamente unas pocas líneas permite demostrar que la luz no puede escapar de un cuerpo de masa M siempre que el radio sea más pequeño que un valor crítico dado por

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (271)$$

llamado el *radio de Schwarzschild*. La fórmula es válida tanto en gravitación universal como en relatividad general, a condición de que en relatividad general consideremos que el radio es equivalente a la longitud de la circunferencia dividida por 2π . Un cuerpo tal alcanza el valor límite para la relación longitud-masa en la naturaleza. Por esta y otras razones que se darán en breve, llamaremos R_s también al *tamaño* del agujero negro de masa M . (Pero observe que es tan solo la mitad del diámetro.) En principio, es posible imaginar un objeto con una proporción longitud/masa más pequeña; sin embargo, descubriremos que no hay manera de observar un objeto más pequeño que el radio de Schwarzschild, de la misma manera que no se puede observar un objeto moviéndose más rápido que la velocidad de la luz. No obstante, podemos – en el caso límite - observar agujeros negros (indirectamente, por supuesto) de igual forma que podemos observar entidades moviéndose con la velocidad de la luz.

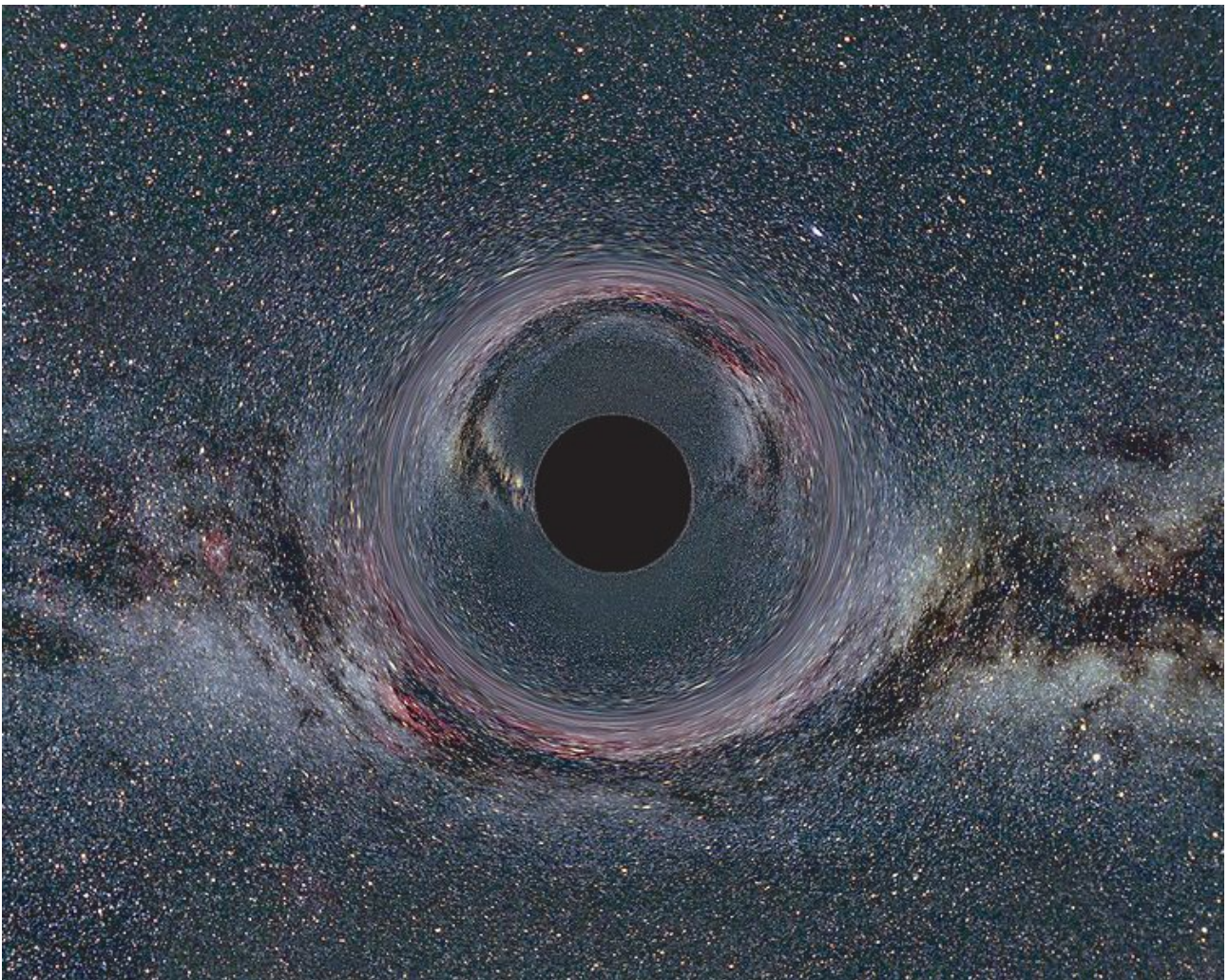


FIGURA 115 Una imagen simulada simplificada de cómo un agujero negro de diez masas solares, con un radio de Schwarzschild de 30 km, visto desde una distancia constante de 600 km, distorsionará una imagen de la Vía Láctea en el fondo. Obsérvese que el anillo Zwicky-Einstein formado alrededor del doble del radio del agujero negro y el borde delgado y brillante (imagen © Ute Kraus en www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de).

* John Archibald Wheeler (1911–2008), Físico estadounidense, importante experto en relatividad general y autor de varios excelentes libros de texto, entre ellos el hermoso John A. Wheeler, *A Journey into Gravity and Spacetime*, Scientific American Library & Freeman, 1990, En la que explica la relatividad general con pasión y en detalle, pero sin ninguna matemática....

Cuando una masa de prueba se encoge y se aproxima al radio R_S críticos, suceden dos cosas. En primer lugar, la aceleración propia local para masas puntuales (imaginarios) aumenta hasta el infinito. Para los objetos realistas de tamaño finito, el agujero negro ejerce la mayor fuerza posible en la naturaleza. Algo que cae en un agujero negro no se puede sacar fuera. Así, un agujero negro engulle toda la materia que cae en él. Actúa como una aspiradora cósmica.

En la superficie de un agujero negro, el factor de desplazamiento al rojo para un observador distante también aumenta sin límite. La relación entre las dos cantidades se llama *gravedad de superficie* de un agujero negro. Viene dada por [Desafío 374 ny](#)

$$g_{surf} = \frac{GM}{R_S^2} = \frac{c^4}{4GM} = \frac{c^2}{2R_S} \quad (272)$$

Así pues, un agujero negro no permite que la luz escape de él.

Una superficie que alcanza la fuerza límite y un desplazamiento al rojo infinito hace que sea imposible enviar luz, materia, energía o señales de ningún tipo hacia el mundo exterior. Un agujero negro está, por lo tanto, rodeado por un horizonte. Sabemos que un horizonte es una superficie límite.

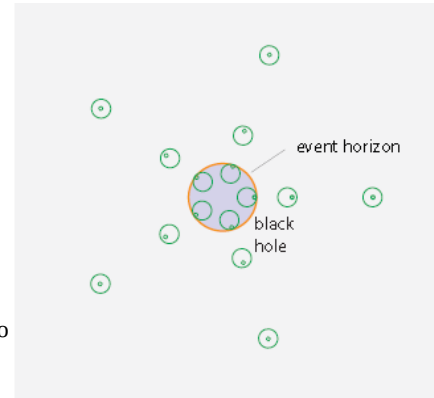


FIGURA 116 Los conos de luz en el plano ecuatorial alrededor de un agujero negro no giratorio, visto desde arriba del plano.

De hecho, un horizonte es una frontera por dos razones. En primer lugar, un horizonte es un límite para las comunicaciones: nada se puede comunicar a través de él. En segundo lugar, un horizonte es una superficie de fuerza y potencia máxima. Esas propiedades son suficientes para responder todas las cuestiones acerca de los efectos debidos a los horizontes. [Desafío 375 s](#) Por ejemplo: ¿Qué ocurre cuando un haz de luz es enviado hacia arriba desde el horizonte? ¿Y desde una posición ligeramente por encima del horizonte? La [Figura 116](#) proporciona algunas pistas.

Los agujeros negros, considerados como objetos astronómicos, son por lo tanto diferentes de los planetas. Durante la formación de los planetas, la materia se agrupa; tan pronto como no se puede comprimir más, se alcanza un equilibrio, que determina el radio del planeta. Ese es el mismo mecanismo que cuando se lanza una piedra hacia la Tierra: deja de caer al *chocar* contra el suelo. Un "suelo" se forma cuando la materia golpea otra materia. En el caso de un agujero negro, no hay suelo; todas las cosas *siguen* cayendo. Es por ello que, en lengua rusa, a los agujeros negros, antes se les llamaba *colapsares*.

Esta caída continua de un agujero negro se lleva a cabo cuando la concentración de la materia es tan alta que supera todas aquellas interacciones que hacen que la materia sea *impenetrable* en la vida diaria. ^{ref. 263} En 1939, Robert Oppenheimer* y Hartland Snyder demostraron teóricamente que se forma un agujero negro cada vez que una estrella de masa suficiente deja de brillar. Cuando una estrella de masa suficiente deja de arder, las interacciones que forman el "piso" desaparecen, y todo sigue cayendo sin fin.

Un agujero negro es materia en caída libre permanente. Sin embargo, su radio para un observador externo ¡permanece constante! Pero eso no es todo. Por otra parte, a causa de esta caída libre permanente, los agujeros negros son el único estado de la materia en equilibrio termodinámico! En un sentido, los suelos y todos los demás estados cotidianos de la materia son metaestables: estas formas no son tan estables como los agujeros negros.

HORIZONTES DE AGUJEROS NEGROS COMO SUPERFICIES LÍMITES

La propiedad característica de un agujero negro es pues su *horizonte*. La primera vez que nos encontramos horizontes fue en la relatividad especial, en la sección de observadores acelerados. Los horizontes debidos a la gravitación son similares en todas sus propiedades; la sección sobre la fuerza y la potencia máxima nos dio una primera impresión. La única diferencia que hemos encontrado es debido a la omisión de la gravitación

* Robert Oppenheimer (1904–1967), Importante físico estadounidense. Puede ser llamado el padre de la física teórica en los Estados Unidos. Trabajó en la teoría cuántica y la física atómica. Luego encabezó el equipo que desarrolló la bomba nuclear durante la Segunda Guerra Mundial. También fue la más prominente (inocente) víctima de una de las cacerías de brujas más grandes jamás organizadas en su país de origen. Ver también el sitio web www.nap.edu/readingroom/books/biomems/joppenheimer.html.

en la relatividad especial. Como resultado, los horizontes en la naturaleza no pueden ser planos, en contraste con lo sugerido por las observaciones de observadores imaginarios semejantes a puntos supuesto que existan en la relatividad especial.

Tanto el principio de la fuerza máxima como las ecuaciones de campo implican que el espacio-tiempo alrededor de una masa simétrica por rotación (por lo tanto que no esté en rotación) y eléctricamente neutra es descrito por

$$di^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - \frac{r^2 d\varphi^2}{c^2} \quad (273)$$

Esta es la llamada *métrica de Schwarzschild*. Como se ha mencionado anteriormente, r es la circunferencia dividida por 2π ; t es el tiempo medido en el infinito.

Ahora supongamos que la masa está fuertemente localizada. Encontramos entonces que ningún observador *externo* recibirá alguna señal emitida desde un valor de radio $r = 2GM/c^2$ o mas pequeño. A esa distancia tenemos un horizonte, y la situación describe un agujero negro. De hecho, como el tiempo propio i de un observador de radio r está relacionado con el tiempo t de un observador en el infinito a través de

$$di = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} dt \quad (274)$$

Descubrimos que un observador en el horizonte tendría un tiempo propio que se anularía. En otras palabras, en el horizonte el corrimiento al rojo es infinito. (Más precisamente, la superficie del corrimiento al rojo infinito y el horizonte coinciden sólo para los agujeros negros no giratorios. Para los agujeros negros giratorios, las dos superficies son distintas.) Todo lo que sucede en el horizonte continúa infinitamente lento, observado por un observador distante. En otras palabras, para un observador lejano observando lo que ocurre en el horizonte mismo, nunca sucede nada.

De la misma manera que los observadores no pueden alcanzar la velocidad de la luz, los observadores no pueden alcanzar un horizonte. Para un segundo observador, sólo puede suceder que el primero se mueva casi tan rápido como la luz; de la misma manera, para un segundo observador, sólo puede suceder que el primero haya llegado casi al horizonte. Además, igual que un viajero no puede sentir cuán cerca está de la velocidad de la luz con respecto a otro, y experimenta la velocidad de la luz como inalcanzable; de la misma manera, un viajero (en un gran agujero negro) no puede sentir lo cerca que está de un horizonte y experimenta el horizonte como inalcanzable.

No podemos decir qué está sucediendo dentro del horizonte. ** Podemos llevar esta visión hasta el extremo y afirmar que el agujero negro es un tipo de métrica de vacío. En esta perspectiva, la masa es una cantidad que está 'construida' por el vacío.

En la relatividad general, los horizontes de cualquier tipo se predice que son *negros*. Puesto que la luz no puede escapar de ellos, los horizontes clásicos son superficies completamente oscuras. De hecho, los horizontes son las entidades más oscuras imaginables: nada en la naturaleza es más oscuro. No obstante, descubriremos a continuación que los horizontes físicos no son completamente negros. ^{ref. 258}

ÓRBITAS ALREDEDOR DE AGUJEROS NEGROS

Dado que los agujeros negros curvan fuertemente el espacio-tiempo, un cuerpo que se mueve cerca de un agujero negro se comporta de maneras más complicadas de lo previsto por la gravitación universal. ^{ref. 258} En la gravitación universal, los caminos son elipses, parábolas o hipérbolas; todas estas son curvas planas. Resulta que las trayectorias se encuentran en un plano sólo cerca de agujeros negros *no giratorios*. **

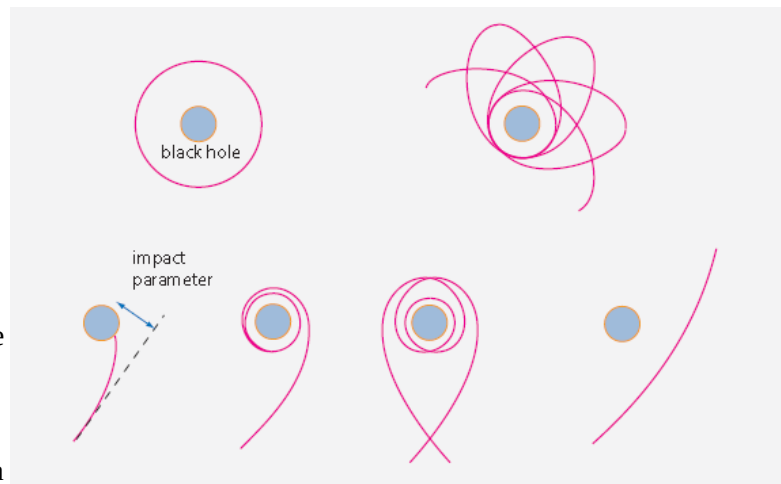
Alrededor de los agujeros negros no giratorios, también llamados *agujeros negros de Schwarzschild*, las trayectorias circulares son imposibles para radios menores que $3R_s/2$ ([Desafío 377 ny](#) ¿Puede demostrar por

*Naturalmente, a los matemáticos no les importan los asuntos físicos. Por lo tanto, Martin Kruskal y George Szekeres han definido coordenadas para el interior del agujero negro. Sin embargo, estos y otros sistemas de coordenadas similares son curiosidades académicas poco realistas, ya que contradicen la teoría cuántica. Los sistemas de coordenadas para el interior del horizonte de un agujero negro tienen el mismo estatus de coordenadas que los sistemas detrás del horizonte cosmológico: son sistemas de creencias que no son verificables experimentalmente.

*** Para estas rutas, la regla de Kepler que conecta la distancia y el tiempo promedio de la órbita $\frac{GMt^3}{(2\pi)^2} = r^3$ (275), sigue siendo válida, siempre que se utilicen el tiempo propio y el radio medido por un observador distante. [Desafío 376 ny](#)

qué?) y son inestables a las perturbaciones desde allí hasta un radio de $3R_s$. Solamente con radios más grandes las órbitas circulares son estables. Alrededor de los agujeros negros, no hay trayectorias elípticas; el camino en forma de roseta correspondiente se muestra en la [Figura 117](#). Tal camino muestra el famoso cambio del periaastro en todo su esplendor.

FIGURA 117 Movimientos de objetos masivos alrededor de un agujero negro no giratorio - para diferentes parámetros de impacto y velocidades iniciales.



Obsérvese que el potencial alrededor de un agujero negro no es apreciablemente diferente de $1/r$ para distancias superiores a unos quince radios de Schwarzschild.

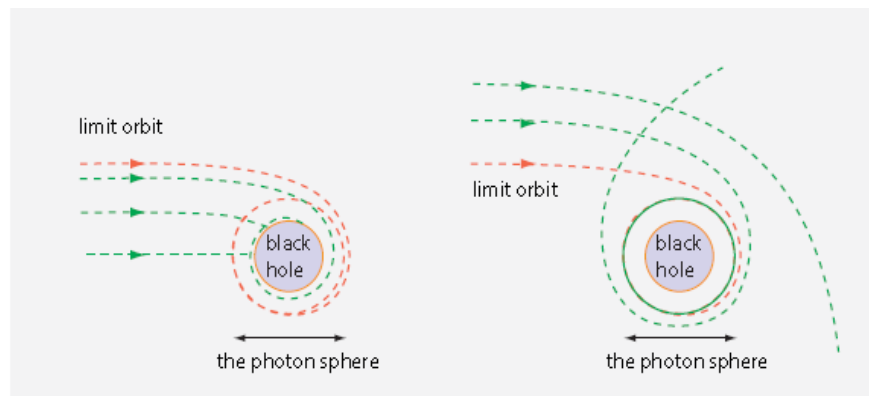
Desafío 378 e Para un agujero negro de la masa del Sol, eso estaría a 42 km de su centro;

Por lo tanto, no podríamos notar ninguna diferencia para la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol.

Hemos mencionado varias veces en nuestra aventura que la gravitación se caracteriza por sus efectos de marea. Los agujeros negros muestran propiedades extremas a este respecto. Si una nube de polvo cae en un agujero negro, el tamaño de la nube aumenta a medida que baja, hasta que la nube envuelve todo el horizonte. De hecho, el resultado es válido para cualquier cuerpo extenso. Esta propiedad de los agujeros negros será de importancia más adelante, cuando discutamos el tamaño de las partículas elementales.

Para los cuerpos que caen procedentes del infinito, la situación cerca de los agujeros negros es aún más interesante.

FIGURA 112 Movimientos de luz que pasan cerca de un agujero negro no giratorio.



Por supuesto no hay trayectorias hiperbólicas, solamente trayectorias similares a las hipérbolas de cuerpos que pasan lo suficientemente lejos. Pero para pequeños, pero no demasiado pequeños parámetros de impacto, un cuerpo dará un número de vueltas alrededor del agujero negro, antes de salir de nuevo. El número de vueltas aumenta más allá de todos los límites con la disminución del parámetro de impacto, hasta que se alcanza un valor en el que el cuerpo es capturado en una órbita con un radio de $2R$, como se muestra en la [Figura 117](#). En otras palabras, esta órbita *captura* cuerpos entrantes si se acercan a ella debajo de un cierto ángulo crítico. Para la comparación, hay que recordar que, en la gravitación universal, la captura no es posible. En los parámetros de impacto aún más pequeños, el agujero negro se traga la masa entrante. En ambos casos, la captura y la desviación, un cuerpo puede hacer varias vueltas alrededor del agujero negro, mientras que en la gravitación universal es imposible hacer más de *medio* giro alrededor de un cuerpo.

Las órbitas de aspecto más absurdo, sin embargo, son las que corresponden al caso parabólico de la gravitación universal [Desafío 379 ny](#). (Estos son de interés puramente académico, dado que ocurren con probabilidad semejante a cero.) En resumen, la relatividad cambia los movimientos debidos a la gravedad de manera drástica.

Alrededor de agujeros negros en *rotación*, las órbitas de masas puntuales son aún más complejas que las que se muestra en la [Figura 117](#); para el movimiento confinado, por ejemplo, las elipses no se quedan en un

plano - gracias al efecto Lense-Thirring - que conduce a órbitas extremadamente complicadas en tres dimensiones que llenan el espacio alrededor del agujero negro.

Para la luz que pasa cerca de un agujero negro, las trayectorias son igualmente interesantes, como se muestra en la [Figura 118](#). No existen diferencias cualitativas con el caso de partículas rápidas. Para un agujero negro no giratorio, la trayectoria, obviamente, se encuentra en un solo plano. Por supuesto, si la luz pasa suficientemente cerca, puede ser muy doblada, así como capturada. Una vez más, la luz también puede dar una o varias vueltas alrededor del agujero negro antes de salir o ser capturada. El límite entre los dos casos es la trayectoria en la que la luz se mueve en un círculo alrededor de un agujero negro, a $3R/2$. Si estuviéramos ubicados en esa órbita, veríamos la parte de atrás de nuestra cabeza mirando hacia adelante!

Desafío 380 ny Sin embargo, esta órbita es inestable. La superficie que contiene todas las órbitas dentro de la circular es llamada *esfera de fotones*. La esfera de fotones divide así las trayectorias que conducen a la captura de las que conducen al infinito. Tenga en cuenta que no hay una órbita estable para la luz alrededor de un agujero negro.

Desafío 381 ny ¿Hay caminos en forma de rosetas para la luz alrededor de un agujero negro?

Para la luz alrededor de un agujero negro giratorio, las trayectorias son mucho más complejas. Ya en el plano ecuatorial hay dos trayectorias circulares posibles de luz: una más pequeña en la dirección de la rotación, y una más grande en la dirección opuesta. **Desafío 382 ny**

Para los agujeros negros *cargados*, las órbitas para la caída de partículas cargadas son aún más complejas. Las líneas de campo eléctrico deben tenerse en cuenta. Aparecen varios efectos fascinantes que no tienen correspondencia en el electromagnetismo habitual, tales como efectos similares a las versiones eléctricas del efecto Meissner. El comportamiento de tales órbitas sigue siendo un área activa de investigación en la relatividad general.

LOS AGUJEROS NEGROS NO TIENEN CABELLOS

¿Cómo se caracteriza un agujero negro? Resulta que todas las propiedades de los agujeros negros se derivan de unos pocas cantidades básicas que los caracterizan, a saber, su masa M , su momento angular J y su carga eléctrica Q .^{*} Todas las demás propiedades - tales como tamaño, forma, color, campo magnético - quedan determinadas de forma única por estas.^{**} Es como si, para usar la colorida analogía de Wheeler, uno pudiera deducir todas las características de una mujer a partir de su tamaño, de su cintura y de su altura. Los físicos también dicen que los agujeros negros no tienen cabellos, "lo que significa que los agujeros negros (clásicos) no tienen otros grados de libertad. Esta expresión también fue introducida por Wheeler.^{***ref. 266} Este hecho fue demostrado por Israel, Carter, Robinson y Mazur; demostraron que para una masa dada, un momento angular y una carga, sólo hay *un* posible agujero negro.^{ref. 267} (Sin embargo, el teorema de unicidad no es válido ya si el agujero negro lleva números cuánticos nucleares, como las cargas débiles o fuertes.)

En otras palabras, un agujero negro es independiente del modo en que se ha formado, y de los materiales utilizados cuando se forma el mismo. Los agujeros negros tienen la misma composición, o mejor, no tienen ninguna composición en absoluto.

La masa M de un agujero negro no está restringida por la relatividad general. Puede ser tan pequeña como la de una partícula microscópica y tan grande como muchos millones de masas solares. Pero para su momento angular J y la carga eléctrica Q , la situación es diferente. Un agujero negro en rotación tiene un máximo momento angular posible y una carga eléctrica (y magnética) máxima posible.^{****} El límite en el momento angular aparece debido a que su perímetro no puede moverse más rápido que la luz. **Desafío 383 ny**. La carga eléctrica también está limitada. Los dos límites no son independientes: están relacionados por

^{*}La existencia de tres características básicas es una reminiscencia de las partículas. Vamos a saber más acerca de la relación entre los agujeros negros y partículas en la parte final de la ascensión de la montaña.

^{**} Principalmente por razones de marketing, los agujeros negros no giratorios y eléctricamente neutros son a menudo llamados agujeros negros de Schwarzschild^{ref. 264}; los no cargados y que giran a menudo son llamados agujeros negros de Kerr, después de que Roy Kerr descubriera la correspondiente solución de las ecuaciones de campo de Einstein en 1963. Los agujeros negros con carga eléctrica, pero no giratorios son a menudo llamados *agujeros negros de Reissner-Nordstrom*, en honor del físico alemán Hans Reissner y el físico finlandés Gunnar Nordström. El caso general, cargada y rotación, es a veces llamado posteriormente de Kerr y Newman.^{ref. 265}

^{***}Wheeler afirma que se inspiró en la dificultad de distinguir entre hombres calvos; sin embargo, no es un secreto que Feynman, Ruffini y otros tenían una imagen anatómica clara en mente cuando declararon que "los agujeros negros, en contraste con su entorno, no tienen cabellos."^{ref. 143}

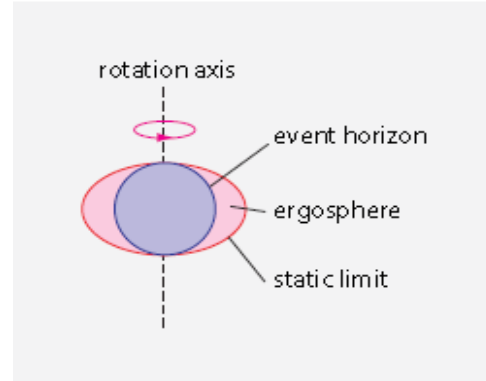
^{****} Más información sobre la conjeturada carga magnética se dará más adelante. En los agujeros negros, entra como un tipo adicional de carga en todas las expresiones en las que aparece la carga eléctrica

$$\left(\frac{J}{cM}\right)^2 + \frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4} \leq \left(\frac{GM}{c^2}\right)^2 \quad (276)$$

Esto se desprende del límite en la proporción longitud-masa en la base de la relatividad general. **Desafío 384 ny** Los agujeros negros giratorios que cumplen el límite (273) se llaman agujeros negros *extremales*. El límite (273) implica que el radio del horizonte de un agujero negro general está dado por*

$$r_h = \frac{GM}{c^2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{M^4 G^2} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 G M^2}} \right) \quad (277)$$

FIGURA 118 La ergosfera de un agujero negro rotante.



Por ejemplo, para un agujero negro con la masa del Sol y la mitad de su momento angular, es decir, $2 \cdot 10^{30}$ kg y $0,45 \cdot 10^{42}$ kgm² / s, el límite de carga es de aproximadamente $1,4 \cdot 10^{20}$ C.

¿Cómo se distinguen los agujeros negros giratorios de los que no giran? En primer lugar por la *forma*. Los agujeros negros no giratorios deben ser esféricos (cualquier ausencia de esfericidad se irradia como ondas gravitacionales)^{ref. 268} y los agujeros negros giratorios tienen una forma ligeramente aplanada, determinada únicamente por su momento angular. Debido a su rotación, su superficie de gravedad infinita o desplazamiento en rojo infinito, llamado *límite estático*, es diferente de su horizonte (exterior), como se ilustra en la **Figura 119**. La región intermedia se llama *ergosfera*; este es un nombre equívoco ya que no es una esfera. (Se llama así porque, como veremos a continuación, puede utilizarse para extraer energía del agujero negro). El movimiento de los cuerpos dentro de la ergosfera puede ser bastante complejo. Basta con mencionar que los agujeros negros giratorios arrastran cualquier cuerpo que cae en una órbita alrededor de ellos. Esto está en contraste con los agujeros negros no giratorios, que se tragan los cuerpos que caen. En otras palabras, los agujeros negros rotatorios no son realmente "agujeros" en absoluto, sino más bien vórtices.

La distinción entre agujeros negros giratorios y no giratorios también aparece en la superficie del horizonte. **Desafío 385 e** La superficie (horizonte) A de un agujero negro no giratorio y sin carga está obviamente relacionada con su masa M por

$$A = \frac{16\pi G^2}{c^4} M^2 \quad (278)$$

La relación entre área superficial y masa para un agujero negro rotatorio y cargado es más compleja: está dada por

$$A = \frac{8\pi G^2}{c^4} M^2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{M^4 G^2} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 G M^2}} \right) \quad (279)$$

donde J es el momento angular y Q la carga. De hecho, la relación

$$A = \frac{8\pi G}{c^2} M r_h \quad (280)$$

es válida para *todos* los agujeros negros. Obviamente, en el caso de un agujero negro cargado eléctricamente, la rotación también produce un campo magnético a su alrededor. Esto está en contraste con los agujeros negros no giratorios, que no pueden tener un campo magnético.

AGUJEROS NEGROS COMO FUENTES DE ENERGÍA

¿Puede extraerse energía de un agujero negro? Roger Penrose descubrió que es posible para agujeros negros en *rotación*.^{ref. 269} Un cohete en órbita alrededor de un agujero negro en rotación, en su ergosfera podría encender sus motores de encendido y entonces sentirse propulsado hacia el espacio exterior a una tremenda velocidad, mucho mayor que la que los motores podrían haber producido por ellos mismos. Ciertamente, los cohetes en la Tierra sacan provecho del mismo efecto, y es la razón por la cual todos los satélites orbitan alrededor de la Tierra en la misma dirección; se requeriría mucho más combustible para hacerlos girar en sentido contrario.*

La energía obtenida por el cohete sería perdida por el agujero negro, que de este modo reduciría la velocidad y perdería algo de masa; por otro lado, hay un aumento de masa debido a los gases de escape que caen en el agujero negro. Este incremento siempre es mayor que, o en el mejor caso igual a, la pérdida debida a la ralentización de la rotación. Lo mejor que se puede hacer es poner los motores en marcha exactamente en el horizonte. porque entonces el área del horizonte del agujero negro se mantiene constante, y sólo su rotación se ralentiza.**

Desafío 387 ny Como resultado, para un agujero negro neutro *que gira* con su máximo momento angular posible, $1 - 1/\sqrt{2} = 29,3\%$ de su energía total puede ser extraída a través del proceso de Penrose. Para los agujeros negros que giran más lentamente, el porcentaje es obviamente menor.

Para agujeros negros *cargados*, tales procesos de extracción de energía irreversibles son también posibles.

Desafío 388 ny ¿Puede pensar en alguna manera? Usando la expresión (275), encontramos que hasta el 50% de la masa de un agujero negro no giratorio puede ser debida a su carga. **Desafío 389 ny** De hecho, en la parte cuántica de nuestra ascensión a una montaña nos encontraremos con un proceso de extracción de energía que la naturaleza parece utilizar con bastante frecuencia.

El proceso de Penrose permite determinar qué momento angular y carga aumentan la masa de un agujero negro.^{ref. 270} El resultado es la famosa relación masa-energía

$$M^2 = \frac{E^2}{c^4} = \left(m_{irr} + \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 G m_{irr}} \right)^2 + \frac{J^2}{4m_{irr}^2 G^2} = \left(m_{irr} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\rho} \right)^2 + \frac{J^2}{\rho_{irr}^2 c^2} \quad (281)$$

que muestra cómo la energía electrostática y la de rotación entran en la masa de un agujero negro. En la expresión, m_{irr} es definida como la *masa irreducible*

$$m_{irr}^2 = \frac{A(M, Q=0, J=0)}{16\pi} \frac{c^4}{G^2} = \left(\rho_{irr} \frac{c^2}{2G} \right)^2 \quad (282)$$

y ρ_{irr} es el *radio irreducible*.

Investigaciones detalladas muestran que no existe un proceso que *disminuya* el área de horizonte, y por lo tanto la masa irreducible o el radio, del agujero negro. La gente ha comprobado esto en todas las formas posibles e imaginables. Por ejemplo, cuando dos agujeros negros se fusionan, el área total de la zona aumenta. A los procesos que mantienen el área y la energía de agujero negro constante les llamamos *reversibles*, y todos los demás *irreversibles*. En realidad, el área de los agujeros negros se comporta como la *entropía* de un sistema cerrado: nunca disminuye. Que el área es, de hecho, la entropía se estableció por primera vez en 1970 por Jacob Bekenstein.^{ref. 271} Él dedujo que sólo cuando se atribuye entropía a un agujero negro, es posible entender donde a dónde va a parar la entropía de todo el material que cae en ella.

Desafío 390 ny La entropía del agujero negro es una función sólo de la masa, el momento angular y la carga del agujero negro. Es posible que desee confirmar la deducción de Bekenstein de que la entropía S es proporcional al área del horizonte. Más tarde se descubrió, utilizando la teoría cuántica, que

$$S = \frac{A}{4} \frac{kc^3}{\hbar G} = \frac{Ak}{4l_{pl}^2} \quad (283)$$

Esta famosa relación no puede deducirse sin teoría cuántica, puesto que tanto el valor absoluto de la entropía, como el de cualquier otro observable, no está fijado únicamente por la física clásica. Vamos a discutir esta expresión más adelante en el ascenso de la montaña.

* * **Desafío 386 ny** Y sería mucho más peligroso, ya que cualquier objeto pequeño golpearía contra tal satélite a unos 15,8 km / s, transformando así el objeto en un peligroso proyectil. De hecho, cualquier potencia que desee destruir los satélites del enemigo simplemente tendría que cargar un satélite con tuercas o pernos, enviarlo al espacio de la manera equivocada y distribuir los tornillos en una nube. Haría que los satélites fueran imposibles durante muchas décadas.

** También es posible extraer energía de los agujeros negros giratorios a través de la radiación gravitatoria.

Si los agujeros negros tienen entropía, deben también tener una temperatura. Si tienen una temperatura, deben brillar. Los agujeros negros por lo tanto ¡no pueden ser de color negro! Esto fue probado por Stephen Hawking en 1974 con cálculos extremadamente complicados. Sin embargo, podría haber sido deducida en la década de 1930, con un sencillo experimento Gedanken (pensado) que presentaremos más adelante.

Es posible que desee pensar en el tema, preguntando e investigando qué extrañas consecuencias aparecerían si los agujeros negros no tuvieran entropía. La radiación de los agujeros negro es uno más, aunque pequeño, de los mecanismos (cuánticos) para la extracción de la energía, y es aplicable a los agujeros negros no cargados, incluso a los que no estén en rotación. Las interesantes conexiones entre los agujeros negros, la termodinámica y la teoría cuántica se presentarán en las próximas partes de nuestra ascensión a la montaña. *Desafío 391 ny* ¿Puede imaginar otros mecanismos que hagan brillar los agujeros negros?

TABLA 8 Tipos de agujeros negros

TIPO DE AGUJERO NEGRO	MASA	CARGA	MOMENTO ANGULAR	EVIDENCIA EXPERIMENTAL
Agujeros negros supermasivos	10^5 a $10^{11} m_{\text{sol}\odot}$	desconocida	desconocida	Órbita de estrella vecina, emisión de luz por adición
Agujeros negros intermedios	50 a $10^5 m_{\odot}$	desconocida	desconocida	Emisión de rayos X por acreción de materia
Agujeros negros estelares	1 a $50 m_{\odot}$	desconocida	desconocida	Emisión de rayos X de la estrella doble
Agujeros negros primordiales	Menos de $1 m_{\odot}$	desconocida	desconocida	No detectada hasta ahora; investigación en curso.
Micro agujeros negros	Menos de $1 g$	n. a.	n. a.	Ninguna; aparecen solo en ciencia-ficción y en la mente de los chiflados.

FORMACIÓN Y BÚSQUEDA DE AGUJEROS NEGROS

¿Cómo pueden formarse agujeros negros? En la actualidad, al menos tres mecanismos posibles han sido postulados; la cuestión sigue siendo un tema sensible de la investigación. En primer lugar, los agujeros negros podrían haberse formado durante las primeras etapas del universo.^{ref. 272} Estos *agujeros negros primordiales* podrían crecer a través de la *acreción*, es decir, a través de la ingestión de la materia cercana y de radiación, o desaparecer a través de uno de los mecanismos que deben estudiarse más adelante.

De los agujeros negros *observados*, los llamados agujeros negros *supermasivos* se encuentran en el centro de todas las galaxias estudiadas hasta el momento. Tienen masas típicas en el rango de 10^6 a 10^9 masas solares y contienen aproximadamente 0,5% de la masa de una galaxia. Por ejemplo, el agujero negro en el centro de la Vía Láctea tiene alrededor de 2,6 millones de masas solares, mientras que el agujero negro central de la galaxia M87 dispone de 6400 millones de masas solares.^{ref. 260} Los agujeros negros supermasivos parecen existir en el centro de casi todas las galaxias, y parecen estar relacionados con la formación de las propias galaxias. Los agujeros negros supermasivos se supone que se han formado a través del colapso de grandes nubes de polvo, y de haber crecido mediante la posterior acreción de materia. Las ideas más recientes implican que estos agujeros negros van acumulando una gran cantidad de materia en su fase inicial; la materia que cae en ellos emite una gran cantidad de radiación, lo que explicaría el brillo de los quásares. Más adelante, la tasa de acreción se ralentiza, y forma las menos espectaculares galaxias Seyfert. Incluso puede ser que el agujero negro supermasivo en el centro de la galaxia desencadene la formación de estrellas. Aún más tarde, estos agujeros negros supermasivos se quedan casi en estado latente o inactivo, como el que está en el centro de la Vía Láctea.

Por otro lado, los agujeros negros pueden formarse cuando las estrellas masivas viejas *colapsan*.^{ref. 273} Se estima que cuando las estrellas con al menos tres masas solares queman su combustible, parte de la materia restante se colapsará en un agujero negro. Tales agujeros negros estelares tienen una masa entre una y cien masas solares; también pueden seguir creciendo por acreción posterior. Esta situación proporcionó el primer candidato para un agujero negro, Cygnus X-1, que fue descubierto en 1971.^{ref. 260} Más de una docena de agujeros negros estelares de entre 4 y 20 masas solares se sabe que están repartidos por nuestra propia galaxia; todos se han descubierto después de 1971.

Mediciones recientes sugieren también la existencia de agujeros negros *intermedios*, con masas típicas alrededor de un millar de masas solares; los mecanismos y las condiciones para su formación son todavía

desconocidos. Los primeros candidatos fueron encontrados en el año 2000. Los astrónomos también están estudiando cómo se comportan un gran número de agujeros negros en los cúmulos estelares, y la frecuencia con que chocan. Bajo ciertas circunstancias, dos agujeros negros se fusionan. Cualquiera que sea el resultado, las colisiones de agujeros negros emiten fuertes ondas gravitacionales. En realidad, esta señal está siendo buscada en los detectores de ondas gravitacionales que están en funcionamiento en todo el mundo.

La búsqueda de agujeros negros es un deporte popular entre los astrofísicos. Conceptualmente, la forma más sencilla de buscar para ellos es la búsqueda de fuertes campos gravitacionales. Pero sólo las estrellas dobles permiten medir campos gravitacionales directamente, y el más fuerte jamás medido es del 30% del valor máximo teórico.^{ref. 274} Otra forma obvia es la búsqueda de lentes gravitacionales fuertes, y tratar de conseguir una relación masa-tamaño apuntando a un agujero negro; sin embargo, aún no se han encontrado agujeros negros de esta manera. Otro método es mirar la dinámica de las estrellas cerca del centro de las galaxias. La medición de su movimiento, permite deducir la masa del cuerpo que orbitan. El método más favorable para buscar agujeros negros es buscar una emisión de rayos X extremadamente intensa de las fuentes puntuales, utilizando detectores montados en satélites en el espacio o en globos. Si se conoce la distancia hasta el objeto, su brillo absoluto puede deducirse; si está por encima de un cierto límite, tiene que ser un agujero negro, ya que la materia normal no puede producir una cantidad ilimitada de luz. Este método se perfecciona con el objetivo de observar directamente la energía que desaparece en un horizonte. Esta desaparición puede, de hecho, haber sido observada recientemente.^{ref. 275}

Por último, existe la sospecha de que pequeños agujeros negros pueden ser encontrados en los halos de las galaxias, y constituyen una fracción sustancial de la llamada materia oscura.

En resumen, se espera que la lista de los descubrimientos en torno a los agujeros negros se amplíe dramáticamente en los próximos años.

SINGULARIDADES

Resolviendo las ecuaciones de la relatividad general para diferentes condiciones iniciales, se encuentra que una nube de polvo por lo general colapsa a una *singularidad*, es decir, a un punto de densidad infinita. La misma conclusión aparece cuando se sigue la evolución del universo hacia atrás en el tiempo. De hecho, Roger Penrose y Stephen Hawking han demostrado varios teoremas matemáticos sobre la necesidad de singularidades para muchas distribuciones clásicas de materia. Estos teoremas asumen solamente la continuidad del espacio-tiempo y un par de condiciones más bien débiles de la materia en el espacio-tiempo.^{ref. 276} Los teoremas establecen que en sistemas como el propio universo en expansión, o en sistemas colapsantes tales como los agujeros negros en formación, en algún lugar en el pasado o en el futuro, respectivamente, debería haber eventos con una densidad infinita de materia. Este resultado suele resumirse diciendo que hay una prueba matemática de que el universo comenzó en una singularidad.

De hecho, la derivación de las singularidades iniciales hace un supuesto oculto, pero fuerte sobre la materia: las partículas de polvo no tienen un tamaño propio, es decir, que son puntuales. En otras palabras, se supone que las partículas de polvo son singularidades. Sólo con esta suposición se puede deducir la existencia de singularidades iniciales o finales. Sin embargo, hemos visto que el principio de la fuerza máxima puede ser reformulada como un principio de tamaño mínimo para la materia. El argumento de que debe haber habido una singularidad inicial del universo es, por tanto ¡defectuoso! La situación experimental es clara: hay pruebas abrumadoras de un estado temprano del universo que era extremadamente caliente y denso; pero no hay evidencia para temperatura o densidad *infinita*.

Los investigadores inclinados matemáticamente distinguen dos tipos de singularidades: las que tienen un horizonte - también llamadas singularidades *vestidas* - y las que no tienen un horizonte, las llamadas singularidades *desnudas*. Las singularidades desnudas son especialmente extrañas: por ejemplo, un cepillo de dientes podría caer en una singularidad desnuda y desaparecer sin dejar rastro. Puesto que las ecuaciones de campo son invariables en el tiempo, podríamos por lo tanto esperar que de vez en cuando, las singularidades desnudas emitan cepillos de dientes. ([Desafío 392 ny](#) ¿Puede explicar por qué las singularidades vestidas son menos peligrosas?)

Para evitar la aparición espontánea de los cepillos de dientes, a lo largo de los años muchas personas han tratado de descubrir algunos principios teóricos que prohíban la existencia de singularidades desnudas. Resulta que hay dos de tales principios. El primero es el principio de fuerza máxima o de máxima potencia que encontramos anteriormente. La fuerza máxima implica que no aparecen valores de fuerza infinitos en la naturaleza; en otras palabras, no hay singularidades desnudas en la naturaleza.^{ref. 277} Esta declaración es a

menudo llamada la *censura cósmica*. Obviamente, si la relatividad general no fuera la correcta descripción de la naturaleza, aún podrían aparecer singularidades desnudas. La censura cósmica queda pues discutida en artículos de investigación. La búsqueda experimental de singularidades desnudas no ha producido ningún éxito; de hecho, no hay ni siquiera una observación candidata para - las menos abstrusas - *singularidades vestidas*. Pero el caso teórico de singularidades 'vestidas' también es débil. Puesto que no hay manera de interactuar con cualquier cosa detrás de un horizonte, es inútil discutir lo que sucede allí. No hay manera de demostrar que detrás de un horizonte existe una singularidad. Las singularidades vestidas son artículos de fe, no de física.

De hecho, hay otro principio para la prevención de las singularidades, es decir, la *teoría cuántica*. Cada vez que nos encontramos con una predicción de un valor infinito, hemos extendido nuestra descripción de la naturaleza a un dominio para el que no fue concebido. Para hablar de singularidades, uno debe asumir la aplicabilidad de relatividad general pura para muy pequeñas distancias y energías muy elevadas. Como se pondrá de manifiesto en el último volumen, la naturaleza no lo permite: la combinación de la relatividad general y la teoría cuántica demuestra que no tiene sentido hablar de "singularidades", ni sobre lo que ocurre "dentro" del horizonte de un agujero negro. La razón es que los valores arbitrariamente pequeños de tiempo y espacio no existen en la naturaleza.

CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS ACERCA DE AGUJEROS NEGROS

Tiens, les trous noirs. C'est troublant.* Anonymous
Toma..., los agujeros negros. Es turbador

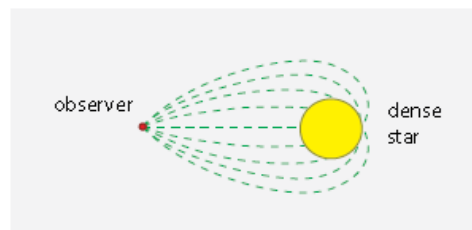
Muchos agujeros negros tienen propiedades contrarias a la intuición. Primero vamos a echar un vistazo a los efectos clásicos, dejando a los efectos cuánticos para más adelante.

* *

Siguiendo la gravitación universal, la luz podría subir hacia arriba desde la superficie de un agujero negro y luego caer hacia abajo. En la relatividad general, un agujero negro no permite a la luz para subir en absoluto; sólo se puede caer. [Desafío 393 ny](#) ¿Puede confirmar esto?

* *

FIGURA 120 Movimiento de algunos rayos de luz de un cuerpo denso a un observador.



¿Qué le ocurre a una persona que cae en un agujero negro? Un observador externo da una respuesta clara: la persona que cae nunca llega allí ya que necesita un tiempo infinito para alcanzar el horizonte. [Desafío 394 ny](#) ¿Puede confirmar este resultado? La persona que cae, sin embargo, alcanza el horizonte en una cantidad *finita* de su propio tiempo. [Desafío 395 ny](#) ¿Puede calcularlo?

Este resultado es sorprendente, ya que significa que para un observador externo en un universo con edad finita, los agujeros negros ¡no pueden haberse formado todavía! A lo sumo, sólo podemos observar los sistemas que están ocupados formando agujeros negros. En cierto sentido, puede ser que sea correcto decir que no existen agujeros negros. Los agujeros negros podrían haber existido desde el principio en el tejido del espacio-tiempo. Por otro lado, se sabrá más adelante por qué esto es imposible. En resumen, es importante tener en cuenta que la idea de agujero negro es un concepto límite, pero que por lo general, los conceptos de límite (como baños o temperatura) son útiles descripciones de la naturaleza. Con independencia de esta última cuestión, podemos confirmar que en la naturaleza, la relación entre longitud y masa siempre satisface

$$\frac{L}{M} \geq \frac{4G}{c^2} \quad (284)$$

nunca se ha observado ninguna excepción.

* *

Curiosamente, el *tamaño* de una persona que cae en un agujero negro es experimentado de maneras muy diferentes por parte de la persona que cae y por una persona que permanezca fuera. Si el agujero negro es grande, el observador que cae no siente casi nada, ya que los efectos de las mareas son pequeñas. El observador externo hace una observación sorprendente: ve a la persona que cae *difundirse* por todo el horizonte del agujero negro. *Cuando están cayendo, los cuerpos extensos cubren todo el horizonte.*

Desafío 396 ny ¿Puede explicar este hecho, por ejemplo, usando el límite de los ratios entre longitud y a la masa?

Este resultado extraño será de importancia más adelante en nuestra exploración, y dará lugar a resultados importantes sobre el tamaño de las partículas puntuales.

**

Un observador cercano a un agujero negro (no giratorio), o, de hecho, cerca de un objeto más pequeño que $7/4$ veces su radio gravitacional, puede incluso ver la parte *posterior* completa del objeto, como se muestra en la **Figura 120**. **Desafío 397 ny** ¿Puede imaginar a qué se parece la imagen? Tenga en cuenta que además de los caminos que se muestran en la **Figura 120**, la luz también puede girar varias veces alrededor del agujero negro antes de llegar al observador! Por lo tanto, tal observador ve un número infinito de imágenes del agujero negro. La fórmula resultante para el tamaño angular de la imagen más interna se dio anteriormente.

En realidad, el efecto de la gravedad significa que es posible observar más de la mitad de la superficie de cualquier objeto esférico. En la vida cotidiana, sin embargo, el efecto es pequeño: por ejemplo, curvatura de la luz nos permite ver aproximadamente el 50,0002% de la superficie del Sol

**

Un masa puntual dentro de la más pequeña trayectoria circular de la luz alrededor de un agujero negro, en $3R / 2$, no puede permanecer en un círculo, porque en esa región, algo extraño sucede. Un cuerpo que circunda a otro en la vida cotidiana siempre siente una tendencia a ser empujado hacia el exterior; este efecto centrífugo se debe a la inercia del cuerpo. Pero a valores por debajo de $3R / 2$, un cuerpo que circula es empujado hacia el *interior* por su inercia. Hay varias maneras de explicar este efecto paradójico.^{ref. 278}

Desafío 398 ny La más sencilla es tener en cuenta que cerca de un agujero negro, el peso aumenta más rápido que la fuerza centrífuga, como es posible que desee comprobar usted mismo. Sólo un cohete con motor de encendido y empujando hacia el cielo puede orbitar un agujero negro en $3R / 2$.

**

Desafío 399 s Por cierto, ¿cómo pueden la gravedad, o un campo eléctrico, salir de un agujero negro, si no hay señal ni energía que puedan dejarlo?

**

Desafío 400 ny ¿Existen los *agujeros blancos*, es decir, los agujeros negros en el tiempo invertido, en el que todo fluye hacia fuera, en lugar de hacia dentro, en alguna región delimitada?

**

Desafío 401ny Demuestre que una constante cosmológica Λ conduce a la siguiente métrica para un agujero negro:

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{\Lambda}{3}r^2\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r} - \frac{\Lambda c^2}{3}r^2} - \frac{r^2}{c^2} d\phi^2 \quad (285)$$

Tenga en cuenta que esta métrica no se transforma en la métrica de Minkowski para valores grandes de r . Sin embargo, en el caso de que Λ sea pequeño, la métrica es casi plana para valores de r que satisfacen $1/\Lambda \gg r \gg 2Gm/c^2$.

Como resultado, la ley del cuadrado inverso también se modifica:

$$a = \frac{GM}{r^2} + \frac{c^2 \Lambda}{3} r \quad (286)$$

Con los valores conocidos de la constante cosmológica, el segundo término es insignificante dentro del sistema solar.

**

En la teoría cuántica, la relación *giromagnética* es una cantidad importante para cualquier sistema cargado giratorio. **Desafío 402 ny** ¿Cuál es la relación giromagnética para los agujeros negros giratorios?

**

Un gran agujero negro es, como su nombre lo indica, negro. Sin embargo, se puede ver. Si viajáramos hacia ella en una nave espacial, notaríamos que el agujero negro está rodeado por un borde brillante, como un halo fino, como se muestra en la **Figura 115**. El anillo a la distancia radial de la esfera del fotones es debido a los fotones que provienen de otros objetos luminosos, luego rodean el agujero y finalmente, después de una o varias vueltas, terminan en nuestro ojo. ¿Puede confirmar este resultado? **Desafío 403 s**

**

Desafío 404 ny ¿Los agujeros negros en movimiento sufren la contracción de Lorentz? Los agujeros negros brillan un poco. Es cierto que las imágenes que forman son complejas, ya que la luz puede girarlas unas pocas veces antes de llegar al observador. Además, el observador tiene que estar muy lejos, de modo que los efectos de la curvatura son pequeños. Todos estos efectos pueden tenerse en cuenta; sin embargo, la pregunta sigue siendo sutil. La razón es que el concepto de contracción de Lorentz no tiene sentido en la relatividad general, ya que la comparación con la situación sin contraer es difícil de definir con precisión.

**

Desafío 405 s ¿Están los agujeros negros hechos de espacio o de materia? Ambas respuestas son correctas! ¿Puede confirmar esto?

**

Desafío 406 e La potencia es el cambio de energía con el tiempo. La relatividad general limita los valores de potencia a $P \leq c^5 / 4G$. En otras palabras, ningún motor en la naturaleza puede proporcionar más de $0,92 \cdot 10^{52} \text{ W}$ o $1.2 \cdot 10^{49}$ caballos de fuerza. ¿Puede confirmar que los agujeros negros apoyan esta limitación?

**

Los agujeros negros producen problemas en el dominio microscópico, con la teoría cuántica, como fue señalado por Jurgen Ehlers.^{ref. 279} La teoría cuántica se construye sobre partículas puntuales, y las partículas puntuales se mueven en líneas del mundo de *tipo temporal*. Pero siguiendo la relatividad general, las partículas puntuales tienen una singularidad dentro de su horizonte de agujero negro; y las singularidades siempre se mueven en líneas del mundo *tipo espacial*. Los agujeros negros microscópicos, en contraste con los agujeros negros macroscópicos, contradicen así la teoría cuántica.

RESUMEN SOBRE AGUJEROS NEGROS

Un agujero negro es la materia en caída libre permanente. De manera equivalente, un agujero negro es un tipo de espacio fuertemente curvado. Dado que los agujeros negros se definen a través de su horizonte, se pueden ver como casos límite de sistemas de materia o como casos límite de espacio vacío curvado.

Los agujeros negros realizan la fuerza máxima. Para un valor dado de masa, los agujeros negros realizan también la densidad máxima, la oscuridad máxima y la entropía máxima. Los agujeros negros también desvían y captan la materia y la luz de maneras peculiares.

UN CONCURSO - ¿ES EL UNIVERSO DE UN AGUJERO NEGRO?

¿Podría ser que vivamos dentro de un agujero negro? Tanto el universo como los agujeros negros tienen horizontes.

Curiosamente, la distancia del horizonte r_0 del universo es aproximadamente

$$r_0 \approx 3ct_0 \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad (287)$$

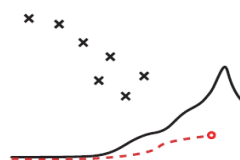
y su contenido de materia es aproximadamente

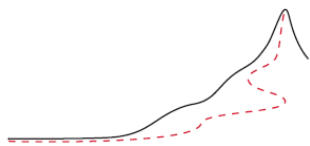
$$m_0 \approx \frac{4}{3} \pi \rho_0 r_0^3 \quad \text{de donde} \quad \frac{2Gm_0}{c^2} = 72 \pi G \rho_0 c t_0^3 = 6 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad (288)$$

para una densidad de $3 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$. Así tenemos

$$r_0 \approx \frac{2Gm_0}{c^2} \quad (289)$$

que es similar a la relación agujero negro $r_s = 2Gm/c^2$. ¿Es esto una coincidencia? No, no lo es: todos los sistemas con alta curvatura más o menos obedecen a esta relación. Pero, sin embargo, ¿estamos cayendo en un gran agujero negro? **Desafío 407 s** Puede responder esta cuestión por sí mismo.





¿ES EL ESPACIO DIFERENTE DEL TIEMPO?

Tempori parce.
Lucius Annaeus Seneca (c.4 bce–65), Epistolae 88, 39.
Cuidado con el tiempo.'

El tiempo es nuestro dueño, dice una afirmación frecuentemente oída. Nadie lo dice del espacio.

Tiempo y espacio son obviamente diferentes en nuestro vivir cotidiano. Pero, ¿cuál es la diferencia entre ellos en la relatividad general? ¿Los necesitamos en absoluto? Estas preguntas merecen una exploración.

La relatividad general afirma que vivimos en un espacio-tiempo (pseudo-riemanniano) de curvatura variable. La curvatura es un observable y está relacionada con la distribución y el movimiento de la materia y la energía. La relación precisa se describe mediante las ecuaciones de campo. Sin embargo, hay un problema fundamental.

Las ecuaciones de la relatividad general son invariantes bajo numerosas transformaciones que *mezclan* las coordenadas x_0, x_1, x_2 y x_3 . Por ejemplo, la transformación del punto de vista (perspectiva)

$$\begin{aligned}x'_0 &= x_0 + x_1 \\x'_1 &= -x_0 + x_1 \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3\end{aligned}\tag{290}$$

se permite en relatividad general, y deja las ecuaciones de campo invariantes. [Desafío 408 e](#) Es posible que desee buscar otros ejemplos de transformaciones que se derivan de la invariancia por difeomorfismo.

Las transformaciones de perspectiva o puntos de vista que mezclan el espacio y el tiempo implican una consecuencia que está claramente en marcado contraste con la vida cotidiana: la invariancia del difeomorfismo hace *imposible* distinguir el espacio del tiempo *dentro* de la relatividad general. Más explícitamente, la coordenada x_0 no puede identificarse simplemente con el tiempo físico t , como hicimos implícitamente hasta ahora. Esta identificación sólo es posible en la relatividad *especial*. En la relatividad especial, la invariancia bajo las transformaciones de Lorentz (o de Poincaré) del espacio y del tiempo selecciona la energía, el momento lineal y el momento angular como los observables fundamentales. En relatividad general, *no* hay ningún grupo de isometría métrico (no trivial); por lo tanto, *no* hay observables físicos básicos señalados por su característica de ser conservados. ¡Pero las cantidades invariantes son necesarias para la comunicación! De hecho, sólo podemos hablar entre nosotros porque vivimos en un espacio-tiempo aproximadamente plano: si los ángulos de un triángulo no suman π (dos ángulos rectos), no habría cantidades invariantes y no seríamos capaces de comunicarnos.

¿Cómo hemos logrado barrer este problema bajo la alfombra hasta ahora? Lo hemos hecho de varias maneras. La forma más sencilla era siempre exigir que en alguna parte de la situación considerada, el espacio-tiempo fuera nuestro espacio-tiempo plano habitual de Minkowski, donde x_0 se puede identificar con t . Podemos cumplir este requisito ya sea en el infinito, como lo hicimos alrededor de las masas esféricas, o en la aproximación cero, como lo hicimos para la radiación gravitacional y para todos los otros cálculos de perturbación. De esta manera, eliminamos la mezcla libre de coordenadas y las cantidades invariantes que de otra manera faltarían aparecen como se esperaba. Este enfoque pragmático es la forma habitual de salir del problema. En efecto, se utiliza en algunos textos excelentes sobre la relatividad general que impiden cualquier cuestionamiento más profundo de la cuestión.^{ref. 234}

Una variación común de este truco es dejar que la distinción entre el espacio y el tiempo se "infiltre" en los cálculos por la introducción de la materia y sus propiedades, o por la introducción de radiación, o por la introducción de medidas. Las propiedades materiales de la materia, por ejemplo sus ecuaciones de estado termodinámico, distinguen siempre entre el espacio y el tiempo. La radiación hace lo mismo, por su propagación. Obviamente esto es cierto también para aquellas combinaciones especiales de materia y

radiación llamadas relojes y barras de medir. Tanto la materia como la radiación distinguen entre espacio y tiempo simplemente por su presencia.

De hecho, si observamos de cerca, el método de introducir la materia para distinguir el espacio y el tiempo es el mismo que el método de introducir el espacio-tiempo de Minkowski en algún límite: todas las propiedades de la materia se definen usando descripciones del espacio-tiempo plano.*

Otra variación del enfoque pragmático es el uso del tiempo coordinado cosmológico. Un universo isotrópico y homogéneo tiene un tiempo coordinado preferido, es decir, el único tiempo coordinado que se utiliza en todas las tablas sobre el pasado y el futuro del universo. Este método es, en realidad, una combinación de los dos precedentes.

Pero estamos en una búsqueda especial aquí. Queremos *entender* el movimiento en principio, no sólo para calcularlo en la práctica. Queremos una respuesta *fundamental*, no pragmática. Y para esto necesitamos saber cómo están conectadas las posiciones x_i y tiempo t , y cómo podemos definir cantidades invariantes. La pregunta también nos prepara para la tarea de combinar la gravedad con la teoría cuántica, que es el objetivo de la parte final de nuestro ascenso a la montaña.

Una solución fundamental al problema requiere una descripción de los relojes junto con el sistema considerado y una deducción de cómo la lectura t de un reloj se relaciona con el comportamiento del sistema en el espacio-tiempo. Pero sabemos que cualquier descripción de un sistema requiere mediciones: por ejemplo, para determinar las condiciones iniciales. Y las condiciones iniciales requieren espacio y tiempo. De este modo entramos en un círculo vicioso: eso es precisamente lo que queríamos evitar en primer lugar.

Surge una sospecha. ¿Existe de hecho una diferencia fundamental entre el espacio y el tiempo? Hagamos un recorrido por varias vías para investigar esta cuestión.

¿PUEDE MEDIRSE EL ESPACIO Y EL TIEMPO?

A fin de distinguir el espacio y el tiempo en relatividad general, debemos ser capaces de medirlos. Pero ya en la sección sobre la gravedad universal hemos mencionado la imposibilidad de medir longitudes, tiempos y masas con efectos gravitacionales solo. ¿Cambia esta situación en la relatividad general? Las longitudes y los tiempos están conectados por la velocidad de la luz, y además las longitudes y las masas están conectadas por la constante gravitacional. A pesar de esta conexión adicional, sólo lleva un momento convencerse de que el problema persiste.

De hecho, necesitamos la *electrodinámica* para resolverlo. Necesitamos la carga elemental e para formar escalas de longitud. La más simple es^{ref. 280}

$$l_{em,escala} = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \frac{\sqrt{G}}{c^2} \approx 1,4 \cdot 10^{-36} m \quad (291)$$

Aquí, ϵ_0 es la permitividad del espacio libre. Alternativamente, podemos argumentar que la *física cuántica* proporciona una escala de longitud, ya que podemos usar el cuanto de acción \hbar para definir la escala de

$$l_{qt,escala} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,6 \cdot 10^{-35} m \quad (292)$$

Que se llama la *longitud de Planck* o la *unidad de longitud natural de Planck*. Sin embargo, esto no cambia el argumento, porque necesitamos electrodinámica para medir el valor de \hbar . La equivalencia de los dos argumentos se muestra reescribiendo la carga elemental e como una combinación de las constantes fundamentales de la naturaleza:

$$e = \sqrt{4\pi\epsilon_0 c \hbar \alpha} \quad (293)$$

Aquí, $\alpha \approx 1 / 137,06$ es la constante de estructura fina que caracteriza la fuerza del electromagnetismo. En términos de α , la expresión (288) se convierte en

$$l_{em,escala} = \sqrt{\frac{\alpha \hbar G}{c^3}} = \sqrt{\alpha} l_{qt,escala} \quad (294)$$

Resumiendo lo anterior: cada medición de longitud se basa en la constante de acoplamiento electromagnético α y en la longitud de Planck.

* Observamos algo asombroso aquí: la inclusión de alguna condición a pequeñas distancias (la descripción de la materia) tiene el mismo efecto que la inclusión de alguna condición en el infinito (el espacio asíntico de Minkowski). [Desafío 409 ny](#) ¿Es esto una coincidencia? Volveremos a este tema en la última parte de nuestro ascenso a la montaña.

Por supuesto, lo mismo es cierto para cada tiempo y cada medición de masa. *Desafío 410 e* Por lo tanto, no hay manera de definir o medir longitudes, tiempos y masas usando la gravitación o la relatividad general solamente.*

Dado este decepcionante resultado, podemos tomar el punto de vista opuesto. Nos preguntamos si en la relatividad general realmente son necesarios el espacio y el tiempo.

¿SON NECESARIOS EL ESPACIO Y EL TIEMPO?

Robert Geroch responde a esta pregunta en un bello artículo de cinco páginas.^{ref. 282} Explica cómo formular la teoría de la relatividad sin usar espacio y tiempo, tomando como punto de partida solamente los observables físicos.

Él comienza con el conjunto de todos los observables. Entre ellos hay uno, llamado v , que se destaca. Es el único observable que permite decir que para dos observables a_1 , a_2 hay un tercero a_3 , para el cual

$$(a_3 - v) = (a_1 - v) + (a_2 - v) \quad (295)$$

Tal observable se llama el *vacío*. Geroch muestra cómo usar tal observable para construir observables derivados. Luego construye el llamado álgebra de Einstein, que comprende la totalidad de la relatividad general.

Generalmente, en relatividad general, describimos el movimiento en tres pasos: deducimos el espacio-tiempo de observables de materia, calculamos la evolución del espacio-tiempo y luego deducimos el movimiento de la materia que sigue a la evolución del espacio-tiempo. La descripción de Geroch muestra que el paso medio, y por lo tanto el uso del espacio y del tiempo, es innecesario.

Indirectamente, el principio de fuerza máxima hace la misma afirmación. La relatividad general puede derivarse de la existencia de valores límite para la fuerza o la potencia. El espacio y el tiempo son sólo herramientas necesarias para traducir este principio en consecuencias para los observadores de la vida real.

En resumen, es posible formular la relatividad general *sin* el uso del espacio y del tiempo. Puesto que ambos son innecesarios, parece improbable que exista una diferencia fundamental entre ellos. Sin embargo, una diferencia es bien conocida.

¿EXISTEN CURVAS CERRADAS TIPO TIEMPO?

¿Es posible que el tiempo coordinado d se comporte, al menos en algunas regiones, como un toro? Cuando caminamos, podemos regresar al punto de partida. ¿Es posible, volver al tiempo a donde hemos comenzado? La cuestión ha sido estudiada con gran detalle.

La referencia estándar es el texto de Hawking y Ellis;^{ref. 240} ellos enumeraron las propiedades requeridas del espacio-tiempo, explicando cuáles son mutuamente compatibles o exclusivos. Encontraron, por ejemplo, que los espacios-tiempo que son lisos, globalmente hiperbólicos, orientados y orientados al tiempo no contienen tales curvas. Por lo general se supone que el universo observado tiene estas propiedades, por lo que es poco probable la observación de curvas cerradas de tipo temporal. De hecho, ningún candidato ha sido sugerido - a pesar de que sería una sensación científica. Más adelante, encontraremos que las búsquedas de tales curvas a escala microscópica tampoco han encontrado ningún ejemplo en la naturaleza.

En resumen no hay líneas cerradas tipo tiempo en la naturaleza. La imposibilidad de tales curvas parece indicar una diferencia entre el espacio y el tiempo. Pero, de hecho, esta diferencia es sólo aparente. Todas estas investigaciones se basan en el comportamiento de la materia. Por lo tanto, estos argumentos asumen una distinción específica entre espacio y tiempo desde el principio. En resumen, esta línea de investigación no puede ayudarnos a decidir si el espacio y el tiempo son diferentes. Veamos el tema de otra manera.

¿ES LA RELATIVIDAD GENERAL LOCAL? - EL ARGUMENTO DEL AGUJERO

Cuando Albert Einstein desarrolló la relatividad general, tuvo bastantes problemas con la invariancia del difeomorfismo. El más sorprendente es su famoso *argumento del agujero*, mejor llamado *paradoja del agujero*. Tomemos la situación que se muestra en la [Figura 121](#), en la que una masa deforma el espacio-tiempo a su alrededor. Einstein imaginó una pequeña región del vacío, el agujero, que se muestra como una pequeña elipse. ¿Qué sucede si cambiamos de algún modo la curvatura dentro del agujero dejando la situación fuera de ella sin cambios, como se muestra en el recuadro de la imagen?^{ref. 283}

* En el pasado, John Wheeler solía afirmar que su reloj geometrodinámico, un dispositivo que mide el tiempo haciendo saltar la luz entre dos espejos paralelos, era un contraejemplo;^{ref. 281} Eso no es correcto, sin embargo. *Desafío 411 s* ¿Puede confirmar esto?

Por un lado, la nueva situación es obviamente físicamente diferente de la original, ya que la curvatura dentro del agujero es diferente. Esta diferencia implica, por tanto, que la curvatura fuera de una región no determina la curvatura en su interior. Eso es muy insatisfactorio. Peor aún, si generalizamos esta operación al dominio del tiempo, parece que tenemos la pesadilla más grande posible en la física: el determinismo se pierde.

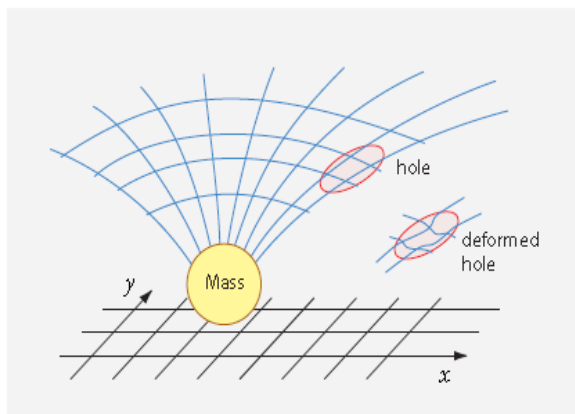


FIGURA 121 Un "agujero" en el espacio en una vista esquemática.

Por otra parte, la relatividad general es invariante por difeomorfismo. La deformación mostrada en la figura es un difeomorfismo; por lo que la nueva situación debe ser físicamente equivalente a la situación original.

¿Qué argumento es correcto? Einstein primero favoreció el primer punto de vista, y por lo tanto abandonó la idea de la invariancia por difeomorfismo durante cerca de un año. Sólo después comprendió que la segunda evaluación es correcta y que el primer argumento genera un error fundamental: asume una existencia independiente de los ejes de coordenadas x e y , como se muestra en la figura. Pero durante la deformación del agujero, las coordenadas x e y cambian automáticamente también, de modo que no hay diferencia física entre las dos situaciones.

La moraleja de la historia es que *no hay diferencia entre el espacio-tiempo y el campo gravitacional*. El espacio-tiempo es una cualidad del campo, como lo expresó Einstein, y no una entidad con una existencia separada, como sugiere el gráfico. Las coordenadas no tienen significado físico; sólo los intervalos de distancias en el espacio y el tiempo lo tienen. En particular, la invariancia por difeomorfismo demuestra que *no hay flujo de tiempo*. El tiempo, como el espacio, es sólo una entidad relacional: El tiempo y el espacio son relativos; no son absolutos.

La relatividad del espacio y del tiempo tiene consecuencias prácticas. Por ejemplo, resulta que muchos problemas en la relatividad general son equivalentes a la situación de Schwarzschild, aunque parezcan completamente diferentes a primera vista. Como resultado, los investigadores han "descubierto" la solución de Schwarzschild (por supuesto con diferentes sistemas de coordenadas) más de veinte veces, a menudo pensando que habían encontrado una nueva solución desconocida. Ahora discutimos una sorprendente consecuencia de la invariancia por difeomorfismo.



FIGURA 122 Un modelo de la teoría de la Tierra hueca (© Helmut Diehl).

¿LA TIERRA ES HUECA?

Any pair of shoes proves that we live on the inside of a sphere.
Their soles are worn out at the ends, and hardly at all in between. Anónimo
Cualquier par de zapatos demuestra que vivimos en el interior de una esfera.
Sus suelas están desgastadas en los extremos, y apenas en el medio.

La hipótesis de la Tierra hueca, es decir, la extraña conjetura de que vivimos en el interior de una esfera, era popular en los círculos paranormales alrededor del año 1900, y sigue siendo así entre ciertos excéntricos de hoy, especialmente en Gran Bretaña, Alemania y los EE.UU. Ellos mantienen, como se ilustra en la Figura 122, en que la Tierra sólida encierra el cielo, junto con la Luna, el Sol y las estrellas. La mayoría de

nosotros somos engañados por la educación con otra descripción, porque somos inducidos a creer que la luz viaja en líneas rectas. Deshazte de esta creencia equivocada, dicen, y la Tierra hueca aparece en toda su gloria.

Es interesante notar que el razonamiento es parcialmente correcto. No hay manera de refutar esta clase de descripción del universo.^{ref. 284} De hecho, como explicaba el gran físico austriaco Roman Sexl, la invariancia por difeomorfismo de la relatividad general proclama incluso la equivalencia entre las dos visiones. La diversión comienza cuando cualquiera de los dos campos quiere decirle al otro que *sólo* su propia descripción puede ser correcta. *Desafío 412 e* Usted puede comprobar que cualquier argumento de este tipo es incorrecto; es divertido deslizarse en los zapatos de tal excéntrico y defender la hipótesis de la Tierra hueca contra sus amigos. Es fácil explicar la aparición del día y la noche, del horizonte y de las imágenes satelitales de la Tierra. Es fácil explicar lo que sucedió durante el vuelo a la Luna. Puede volver locos a muchos malos físicos de esta manera. La descripción usual y la descripción de la Tierra hueca son exactamente equivalentes.

Desafío 413 s ¿Puede confirmar que incluso la teoría cuántica, con su introducción de escalas de longitud en la naturaleza, no cambia esta situación?

En resumen, la invariancia de difeomorfismo no es una simetría fácil de tragar. Pero lo mejor es acostumbrarse ahora, ya que el resto de nuestra aventura deparará aún más sorpresas. Ciertamente, en la parte final de nuestro recorrido descubriremos que existe una simetría aún mayor de la naturaleza que es similar al cambio de punto de vista desde la vista hueca de la Tierra hasta el punto de vista estándar. Esta simetría, dualidad espacio-tiempo, es válida no sólo para las distancias medidas desde el centro de la Tierra, sino para las distancias medidas desde cualquier punto de la naturaleza.

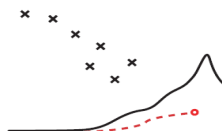
UN RESUMEN: ¿SON INDEPENDIENTES EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA MASA?

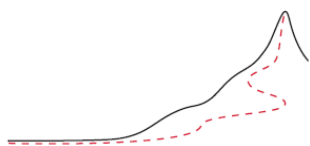
Podemos concluir de esta breve discusión que no hay distinción fundamental entre espacio y tiempo en relatividad general. Las únicas distinciones posibles son las pragmáticas que utilizan materia, radiación o espacio-tiempo en el infinito.

En el comienzo de nuestra ascensión a la montaña, se encontró que necesitábamos materia para definir el espacio y el tiempo. Ahora hemos encontrado que incluso necesitamos materia para distinguir *entre* el espacio y el tiempo. Del mismo modo, en el inicio de nuestro ascenso, se encontró que el espacio y el tiempo son necesarios para definir materia; ahora hemos descubierto que incluso necesitamos el espacio-tiempo *plano* para definirla. En esta cuestión fundamental, la relatividad general no ha traído ninguna mejora con respecto a los resultados de la física galileana.

En resumen, la relatividad general *no* proporciona una manera de salir del razonamiento circular que descubrimos en la física de Galileo. En realidad, la relatividad general hace que el problema quede aún menos claro que antes. La materia y la radiación siguen siendo esenciales para definir y distinguir el espacio y el tiempo, y el espacio y el tiempo siguen siendo esenciales para definir la materia y la radiación. Continuar nuestro ascenso de montaña es la única salida.

En las siguientes partes de nuestra aventura, la física cuántica confirmará que la materia es necesaria para distinguir entre el espacio y el tiempo. Sin materia no es posible en principio distinguir entre el espacio y el tiempo. Aún más tarde, vamos a descubrir que la masa y el espacio están en pie de igualdad en la naturaleza. Porque cada una se define con la otra, deducimos que las partículas y el vacío están hechos de la misma sustancia. Resultará que sólo son posibles distinciones entre el espacio y el tiempo, a las cotidianas energías bajas; pero tales distinciones no existen en principio.





RELATIVIDAD GENERAL EN UNA CÁSCARA DE NUEZ – UN RESUMEN PARA EL LEGO

Sapientia felicitas. Antigüedad
"La sabiduría es la felicidad."

Este viejo dicho fue una vez el lema de la Universidad de Oxford.

La relatividad general es la descripción final de todos los movimientos *macroscópicos*.

La relatividad general describe, para todos los observadores, todos los movimientos macroscópicos debidos a la gravedad, y en particular, describe cómo las observaciones del movimiento de dos observadores *cualesquiera* están relacionados entre sí. Sobre todo, la relatividad general describe los movimientos más extremos; el más veloz, el más violento y el más lejano. Por esta razón, la relatividad general describe el movimiento de la materia y del espacio vacío, incluido el movimiento de los horizontes y la evolución de lo que habitualmente se llama el borde del universo.

La descripción del movimiento macroscópico con relatividad general es *definitiva y correcta*. Los cálculos y las previsiones de la relatividad general corresponden a todas las observaciones en las cuales sea posible la correspondencia. (Esto todavía no es posible para la materia oscura; esta cuestión aún no se ha resuelto.)

La relatividad general está basada en dos principios deducidos de las observaciones:

— Todos los observadores coinciden en que hay una velocidad "perfecta" en la naturaleza, es decir, una velocidad *máxima* de la energía en relación a la materia (cercana). El valor invariante de la velocidad $c = 299\,792\,458$ m/s se realiza mediante radiación sin masa, tales como señales de luz o radio.

— Todos los observadores coinciden en el hecho de que hay una fuerza "perfecta" en la naturaleza, una fuerza *máxima* común que se puede realizar en relación con la materia (circundante). El valor de esta fuerza

$$F = \frac{c^4}{4G} = 3,0258(4) \cdot 10^{43} \text{ N, se realiza en el horizonte de eventos.}$$

Estas dos observaciones contienen la teoría completa de la relatividad. De estas dos observaciones deducimos:

— El espacio-tiempo consta de eventos en 3+1 *dimensiones continuas*, con una curvatura variable. La curvatura se puede deducir de las mediciones de distancia entre los eventos, por ejemplo de los efectos de marea. Los tiempos, longitudes y curvaturas medidos varían de un observador a otro de una manera predecible. En resumen, vivimos en un espacio-tiempo pseudo-riemanniano.

— El espacio-tiempo y el espacio *se curvan alrededor de la masa y la energía*. La curvatura en un punto se determina por la densidad de energía-cantidad de movimiento en ese punto, y es descrito por las ecuaciones de campo. Cuando la materia y la energía se mueven, la curvatura del espacio se mueve junto con ellas. Un retraso incorporado en este movimiento muestra que un transporte de energía más rápido que la luz es imposible. La constante de proporcionalidad entre la energía y la curvatura es tan pequeña que la curvatura no se observa en la vida diaria; sólo se observa su manifestación indirecta, a saber, la gravitación universal,

— Todo movimiento macroscópico - el de la materia, el de la radiación y el del vacío - es descrito por las ecuaciones de campo de la relatividad general.

— El espacio es *elástico*: prefiere ser plano. Al ser elástico, puede oscilar de forma independiente de la materia; se habla entonces de radiación gravitatoria o de ondas gravitacionales.

— En caída libre la materia se mueve a lo largo de *geodésicas*, es decir, a lo largo de caminos de longitud máxima en espacio-tiempo curvo; en el espacio, esto significa que la luz se curva cuando pasa cerca de grandes masas por el doble de la cantidad prevista por la gravitación universal.

— Para describir la gravitación *necesitamos* un espacio-tiempo curvo, es decir, relatividad general, *a más tardar* cuando las distancias sean del orden del radio de Schwarzschild $r_s = 2Gm / c^2$. Cuando las distancias son mucho mayores que este valor, la descripción relativista con gravedad y gravitomagnetismo (efecto de

arrastre) es suficiente. Cuando las distancias son aún mayores y las velocidades son mucho más lentas que las de la luz, la descripción por gravitación universal, $a = Gm/r^2$, junto con el espacio-tiempo plano de Minkowski, servirá de buena primera aproximación.

— El espacio y el tiempo no se distinguen a nivel global sino sólo a nivel local. se requiere *materia y radiación* para hacer la distinción.

Además, toda la materia y energía que observamos en el cielo nos llevan a las siguientes conclusiones:

— El universo tiene un tamaño finito, dado aproximadamente por $r_{máx} \approx 1/\sqrt{\Lambda} \approx 10^{26}$ m. la constante cosmológica Λ tiene incluso el efecto de una densidad de energía. Se habla de *energía oscura*.

— El universo tiene una *edad finita*; esta es la razón de la oscuridad del cielo en la noche. Un horizonte limita los intervalos de espacio-tiempo medibles a alrededor de catorce mil millones de años.

—En la escala cosmológica, todo se aleja de todo lo demás: el universo se está *expandiendo*. Los detalles de la expansión del espacio subyacente, así como el horizonte del cielo nocturno, son descritas por las ecuaciones de campo de la relatividad general.

En pocas palabras, los experimentos muestran que todo movimiento de energía, incluida la materia y la radiación, tiene una velocidad y un flujo de impulso o fuerza limitados. Una fuerza máxima implica que las curvas espaciales y que la curvatura se puede mover. Las propiedades básicas bien conocidas del movimiento cotidiano siguen siendo válidas: también el movimiento relativista que incluye la gravedad es continuo, conserva la energía-momento y el momento angular, es relativo, es reversible, es un invariante especular (excepto la interacción débil, donde una forma generalizada de predecir el movimiento inverso respecto de un espejo se mantiene). Sobre todo, como el movimiento cotidiano, también todos los ejemplos de movimientos relativistas que incluyen la gravedad son perezosos: todo movimiento minimiza la acción.

En resumen, los principios de la fuerza máxima y de velocidad máxima se sostienen para cada movimiento en la naturaleza. Son verdades universales. La teoría de la relatividad general que sigue de los dos principios describe todo el movimiento macroscópico que se observa en el universo, incluidos los movimientos más rápidos, más poderosos y más distantes conocidos – ya sea movimiento de materia, radiación, vacío u horizontes.

LA PRECISIÓN DE LA DESCRIPCIÓN

¿Merece la pena el esfuerzo de la relatividad general? Para la discusión de su precisión es más conveniente dividirlo en dos conjuntos de experimentos.^{ref. 285} El primer conjunto se compone de mediciones de cómo se *mueve la materia*. ¿Los objetos realmente siguen las geodésicas? Como se resume en la [Tabla 9](#), todos los experimentos están de acuerdo con la teoría dentro de los errores de medición, es decir, al menos dentro de 1 parte en 10^{12} .^{ref. 286} Dicho brevemente, la forma en que cae la materia está ciertamente bien descrita por la relatividad general.

El segundo conjunto de mediciones se refiere a la dinámica del espacio-tiempo en sí. ¿El *espacio-tiempo se mueve* siguiendo las ecuaciones de campo de la relatividad general? En otras palabras, ¿el espacio-tiempo está realmente curvado por la materia en la forma en que la teoría predice? Se han realizado muchos experimentos, cerca y lejos de la Tierra, tanto en campos débiles como fuertes. Todos están de acuerdo con las predicciones dentro de los errores de medición.^{ref. 286} Sin embargo, las mejores mediciones hasta ahora tienen sólo alrededor de 3 dígitos significativos. Tenga en cuenta que, aunque se han realizado numerosos experimentos, hay pocos tipos de pruebas, como muestra la [Tabla 9](#). [Desafío 414 ny](#) El descubrimiento de un nuevo tipo de experimento casi garantiza fama y riqueza. Lo más buscado, por supuesto, es la detección directa de las ondas gravitacionales.

TABLA 9 Tipos de pruebas de la relatividad general.

EFEECTO MEDIDO	CONFIRMACIÓN	TIPO	REFERENCIA
Principio de equivalencia	10^{-12}	Movimiento de la materia	Ref. 156, 285, 288
$1/r^2$ dependencia (dimensionalidad del espacio-tiempo)	10^{-10}	Movimiento de la materia	Ref. 289
Independencia del tiempo de G	$10^{-19}/s$	Movimiento de la materia	Ref. 285
Desplazamiento al rojo (luz y microondas sobre el Sol, Tierra, Sirio)	10^{-4}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 135, 133, 285
Desplazamiento del perihelio (cuatro	10^{-3}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 285

planetas, Icaro, pulsar)			
Deflexión de la luz (luz, ondas de radio en torno al Sol, estrellas, galaxias)	10^{-3}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 285
Retardo (señales de radio en torno al Sol, púlsar vecino)	10^{-7}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 285, 174
Gravitomagnetismo (Tierra, púlsar)	10^{-1}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 166, Ref. 167
Efecto geodésico (Luna, púlsar)	10^{-1}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 163, 285
Retardo emisión ondas gravitacionales (pulsares)	10^{-3}	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 285

Otro comentario sobre la [Tabla 9](#) está en orden. Después de muchas décadas en las que todos los efectos medidos eran sólo del orden v^2/c^2 , varios efectos llamados *efectos de campo fuertes* en los pulsares permitieron alcanzar el orden v^4/c^4 .. [ref. 285](#) Pronto algunos efectos de este orden también deben ser detectados incluso dentro del sistema solar, utilizando experimentos satelitales de alta precisión. La corona actual de todas las mediciones, el retardo de emisión de la onda gravitacionales, es el único efecto v^5/c^5 medido hasta ahora.

La dificultad de lograr una alta precisión para las mediciones de curvatura espacio-tiempo es la razón por la que la masa se mide con balanzas, siempre (indirectamente) utilizando el prototipo de kilogramo en París, en lugar de definir una curvatura estándar y fijar el valor de G. De hecho, ningún experimento útil sobre curvatura terrestre se ha llevado a cabo. Un avance en este dominio sería una gran noticia. Los métodos de curvatura terrestre actualmente disponibles no permitirían ni siquiera definir un kilogramo de oro o de naranjas ;con una precisión lo suficientemente alta como para distinguirlo de la cantidad doble!.

Una manera diferente de verificar la relatividad general es buscar descripciones alternativas de la gravitación. Se han formulado y estudiado bastantes teorías alternativas de la gravedad, pero hasta ahora sólo la relatividad general está de acuerdo con todos los experimentos. [ref. 286, ref. 287](#)

En resumen, como Thibault Damour le gusta explicar, la relatividad general es al menos 99,999 999 999 99% correcta en relación con el movimiento de la materia y la energía, y por lo menos el 99,9% correcta sobre la forma en que la materia y la energía curvan y mueven el espacio-tiempo. [ref. 285](#) No hay excepciones, no se conocen datos anti-gravedad y no se conocen datos experimentales poco claros. Todo movimiento en la Tierra y en los cielos es descrito por la relatividad general. El logro de Albert Einstein no tiene defectos.

Observemos que la relatividad general no ha sido probada para el *movimiento microscópico*. En este contexto, el movimiento microscópico es cualquier movimiento para el cual la acción está alrededor del cuanto de la acción, es decir, 10^{-34} J·s. Este tema es central en la última parte de nuestra aventura.

INVESTIGACIÓN EN RELATIVIDAD GENERAL Y COSMOLOGÍA

La investigación en relatividad general sigue siendo intensa, aunque en disminución; está disminuyendo más fuertemente en Suiza y Alemania, los países en los que Albert Einstein desarrolló la teoría. [ref. 290](#) La investigación en cosmología y astrofísica, sin embargo, está en un punto alto en la actualidad.

He aquí una breve descripción general.

* *

Los estudios experimentales más interesantes de la relatividad general son las pruebas que utilizan dobles púlsares, la búsqueda de ondas gravitacionales, y las medidas de precisión que utilizan satélites. Entre otros un satélite especial capturará todas los posibles púlsares de la galaxia. Todos estos experimentos expanden las pruebas experimentales en dominios que no han sido accesibles antes. Hasta ahora, todas las pruebas confirman completamente la relatividad general, como se esperaba.

* *

La investigación de las colisiones cósmicas y los problemas de muchos cuerpos, especialmente aquellos que involucran las estrellas de neutrones y agujeros negros, ayudan a los astrofísicos a mejorar su comprensión del rico comportamiento que observan en sus telescopios. [ref. 268](#)

* *

El estudio del caos en las ecuaciones de campo es de interés fundamental en el estudio de los inicios del universo, y puede estar relacionado con el problema de la formación de galaxias, uno de los mayores problemas abiertos en la física. [ref. 291](#)

* *

La recopilación de datos sobre la formación de galaxias es el objetivo principal de varios sistemas de satélites y telescopios construido especialmente con ese propósito. Uno de los objetivos es la búsqueda de anisotropías localizadas en el fondo cósmico microondas debidas a protogalaxias.^{ref. 292}

* *

La determinación precisa de los parámetros cosmológicos, como la densidad de la materia, la curvatura y la densidad del vacío, es un esfuerzo central de la astrofísica moderna.^{ref. 236} La exploración de la densidad del vacío - también llamada *constante cosmológica* o *energía oscura* - y la clarificación de la naturaleza de la *materia oscura* ocupan a una gran fracción de astrofísicos.

* *

Los astrónomos y astrofísicos descubren regularmente nuevos fenómenos en los cielos. Los distintos tipos de rayos gamma, ráfagas de rayos X y ráfagas ópticas todavía no se entienden completamente.^{ref. 293} Las ráfagas de rayos gamma, por ejemplo, pueden ser tan brillantes como 10^{17} estrellas parecidas al sol combinadas; sin embargo, duran solamente algunos segundos. Más detalles sobre este tema de investigación se dan más adelante.

* *

Se está construyendo una base de datos informática de todas las soluciones de las ecuaciones de campo. Entre otras cosas, los investigadores están comprobando si realmente son todas diferentes entre sí.^{ref. 294}

* *

Las soluciones de las ecuaciones de campo con topología no trivial, como agujeros de gusano y soluciones similares a las partículas, constituye un campo fascinante de investigación. Sin embargo, tales soluciones se hacen imposible por los efectos cuánticos.^{ref. 295}

* *

Otras formulaciones de la relatividad general, que describen el espacio-tiempo con cantidades distintas de la métrica, se están desarrollando continuamente, con la esperanza de aclarar la relación entre la gravedad y el mundo cuántico. Las llamadas variables Ashtekar son tal descripción moderna.^{ref. 296}

* *

El estudio del universo primordial y su relación de las propiedades de las partículas elementales, con conjeturas como la *inflación*, un corto período de expansión acelerada durante los primeros segundos después del big bang, sigue siendo un tema importante de investigación..^{ref. 297 y 298}

* *

La unificación de la física cuántica, la física de partículas y la relatividad general es un campo de investigación importante y ocupará investigadores durante muchos años por venir. El objetivo es encontrar una descripción completa del movimiento. Este es el tema de la parte final de esta aventura.

* *

Por último, la enseñanza de la relatividad general, que durante muchas décadas se ha ocultado detrás de los índices griegos, las formas diferenciales y otros enfoques antididácticos, se beneficiarán enormemente de las futuras mejoras que se centran más en la física y menos en el formalismo..^{ref. 299}

¿PODRÍA SER LA RELATIVIDAD GENERAL DIFERENTE?

It's a good thing we have gravity, or else when birds died they'd just stay right up there.

Hunters would be all confused. Steven Wright

Es bueno que tengamos gravedad, o de lo contrario, cuando los pájaros murieran, se quedarían allí.

Los cazadores estarían todos confundidos.

La constante de gravitación proporciona un límite para la densidad y la aceleración de los objetos, así como para la potencia de los motores. Hemos basado todas sus deducciones en su invariancia. ¿Es posible que la constante de gravitación G cambie de un lugar a otro o que cambie con el tiempo? La cuestión es difícil. A primera vista, la respuesta es un sonoro: “¡SÍ, por supuesto!” Sólo hay que ver lo que sucede cuando se cambia el valor de G en las fórmulas. Sin embargo, esta respuesta es *incorrecta*, como era incorrecta para la velocidad de la luz c .

Dado que la constante de gravitación entra en nuestra definición de la gravitación y la aceleración, y por tanto, incluso si no nos damos cuenta ello, en la construcción de todas las reglas, todos los patrones de medida y todos los sistemas de medición. Por lo tanto, *no hay manera* de detectar si su valor varía en realidad.

▷ No se puede medir un cambio en la fuerza máxima y, por lo tanto, en la constante de gravitación G .

Sí, la invariancia de la fuerza límite y de G es contra-intuitiva. Los experimentos son capaces de detectar la existencia de una fuerza máxima. Sin embargo, ningún experimento imaginable podría detectar una variación del valor de la fuerza máxima, ni en el espacio ni en el tiempo. [Desafío 415 e](#) ;Solo inténtelo! Cada medida de fuerza es, nos guste o no, una comparación con la fuerza límite. No hay manera, en principio, de falsificar la invariancia de un estándar de medición. Esto es aún más sorprendente porque las mediciones de este tipo se comunican periódicamente. En cierto sentido, la [Tabla 9](#) es una lista de tales experimentos. Pero el resultado de cualquier experimento de este tipo es fácil de predecir: nunca se encontrará ningún cambio y nunca se encontrará una desviación de la relatividad general.

¿Son posibles otros cambios? ¿Podría el número de dimensiones espaciales ser diferente de 3? Este problema es un poco complicado. Por ejemplo, tres es el número más pequeño de dimensiones para las que un tensor de Ricci nulo es compatible con curvatura no nula. Por otra parte, más de tres dimensiones dan desviaciones de la "ley" del cuadrado inverso de la gravitación. Hasta el momento, no hay datos que apunten en esta dirección. Todos los experimentos confirman que el espacio tiene exactamente tres dimensiones.

¿Podrían las ecuaciones de la relatividad general ser diferentes? Durante el siglo pasado, los teóricos han explorado muchas ecuaciones alternativas. Sin embargo, casi ninguna de las alternativas propuestas hasta ahora parece encajar con los datos experimentales. Solo dos candidatos se mencionan regularmente.

En primer lugar, la inclusión de la *torsión* en las ecuaciones de campo, una posible extensión de la teoría, es una tentativa de incluir el espín de partículas en la relatividad general. [ref. 301](#) La inclusión de la torsión en la relatividad general no requiere de nuevas constantes fundamentales; de hecho, la ausencia de torsión se asumió en la ecuación de Raychaudhuri. [ref. 300](#) El uso de la ecuación extendida de Raychaudhuri, que incluye la torsión, podría permitir deducir la teoría completa de Einstein-Cartan a partir del principio de fuerza máxima. No obstante, todos los argumentos hasta ahora sugieren que la torsión es una complicación inútil.

En segundo lugar, un resultado experimental sigue sin explicarse: la cuestión de la existencia de materia oscura. La velocidad de rotación de la materia visible lejos del centro de las galaxias podría implicar la existencia de materia oscura o alguna desviación de la dependencia del cuadrado inverso de la gravedad universal. La última opción implicaría la modificación en las ecuaciones de campo para distancias astronómicamente grandes. [ref. 302](#)

La opción de materia oscura supone que tenemos dificultades para observar algo, la opción de dinámica modificada asume que perdimos algo en las ecuaciones. También ciertos experimentos sobre la desviación de la luz parecen apuntar a algún tipo invisible de materia dispersa alrededor de las galaxias. ¿Es esta una nueva forma de materia? En la actualidad, la mayoría de los investigadores asumen la existencia de la materia oscura y asumen además que es un tipo desconocido de materia. Pero como la naturaleza de la materia oscura no se entiende y dado que no ha sido detectada nunca en el laboratorio, el problema no está resuelto.

It was, of course, a lie what you read about my religious convictions, a lie which is being systematically repeated. I do not believe in a personal God and I have never denied this but have expressed it clearly. If something is in me which can be called religious then it is the unbounded admiration for the structure of the world so far as our science can reveal it.

Albert Einstein, 24 Marzo 1954.

Era, por supuesto, una mentira lo que leíste acerca de mis convicciones religiosas, una mentira que se repite sistemáticamente. No creo en un Dios personal y nunca lo he negado, sino que lo he expresado claramente. Si hay algo en mí que se puede llamar religioso, entonces es la admiración ilimitada por la estructura del mundo hasta donde nuestra ciencia puede revelarla

LAS LÍMITACIONES DE LA RELATIVIDAD GENERAL

A pesar de sus éxitos y su fascinación, la descripción del movimiento presentada hasta ahora es insatisfactoria; tal vez usted ya tiene algunas intuiciones acerca de ciertos problemas no resueltos. [Desafío 416 e](#)

En primer lugar, aunque la velocidad de la luz es el punto de partida de toda la teoría, todavía no sabemos qué es realmente la luz. Entender lo que es la luz será nuestro próximo tema.

En segundo lugar, hemos visto que todo lo que tiene masa cae a lo largo de una geodésica. Pero una montaña no cae. De alguna manera la materia de abajo le impide caer. ¿Cómo? ¿Y de dónde viene la masa? ¿Qué es la materia? La relatividad general no proporciona ninguna respuesta; en realidad, no describe la materia *en absoluto*. Einstein solía decir que el lado izquierdo de las ecuaciones de campo, que describía la curvatura del espacio-tiempo, era de granito, mientras que el lado derecho, que describía la materia, era arena. Ciertamente, en este punto todavía no sabemos *qué son* la materia y la masa. Como ya se ha dicho,

para cambiar la arena en roca primero necesitamos la física cuántica y luego, en un paso más, su unificación con la relatividad. Este es el programa para el resto de nuestra aventura.

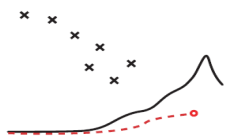
También hemos visto que la materia es necesaria para distinguir claramente entre el espacio y el tiempo, y en particular, para entender el funcionamiento de los relojes, las barras de medir y las balanzas. En particular, queda una pregunta: ¿por qué existen unidades de masa, longitud y tiempo en la naturaleza? Entender por qué son posibles las mediciones será otro de los temas de la física cuántica.

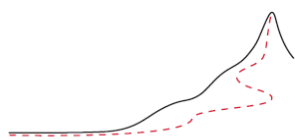
También sabemos muy poco sobre el vacío. Necesitamos entender la magnitud de la constante cosmológica, su dependencia del tiempo y del número de dimensiones del espacio-tiempo. Sólo entonces podemos responder a la simple pregunta: ¿Por qué está tan lejos el cielo? La relatividad general no ayuda aquí. Peor aún, la pequeñez de la constante cosmológica contradice la versión más simple de la teoría cuántica; esta es una de las razones por las que todavía tenemos bastante altura que escalar antes de llegar a la cima de la Montaña del Movimiento.

Finalmente, barrimos otra cuestión importante bajo la alfombra. La relatividad general prohíbe la existencia de objetos puntuales, y por lo tanto de partículas puntuales. Pero la idea de partículas puntuales es una razón por la que introdujimos puntos espaciales en primer lugar. ¿Cuál es el destino final de la idea de punto espacial? ¿Qué implica esto para las propiedades de los horizontes, para los agujeros negros y el cielo nocturno? También esta cuestión permanece abierta en esta etapa.

En pocas palabras, para describir bien el movimiento, necesitamos una descripción más precisa de la luz, de la materia y del vacío. En otras palabras, ¡necesitamos saber más sobre todo! De lo contrario, no podemos esperar contestar preguntas sobre montañas, relojes y estrellas. En particular, necesitamos saber más sobre la luz, la materia y el vacío a *pequeñas* escalas. Necesitamos entender los aspectos *microscópicos* del mundo.

A pequeñas escalas, la curvatura del espacio es despreciable. Por lo tanto, damos un paso atrás, a situaciones *sin* gravedad, y exploramos los detalles microscópicos de la luz, la materia y el vacío. Este dominio se denomina *física cuántica*. La [Figura 1](#), mostrada en el prefacio, da una impresión de lo que nos espera. Y a pesar de la simplificación del espacio-tiempo plano, la aventura es hermosa e intensa: exploraremos el movimiento en la base de la vida.





UNIDADES, MEDIDAS Y CONSTANTES

Las medidas son comparaciones con patrones. Los patrones o estándares están basados en *unidades*.

Muchos sistemas de unidades diferentes han sido usados en todo el mundo a lo largo de la historia.

La mayoría de estos estándares confieren poder a la organización que está a cargo de ellos. Tal poder puede ser mal utilizado, lo que es el caso hoy en día, por ejemplo en la industria de la computación, y así fue en el lejano pasado. La solución es la misma en ambos casos: organizar una norma estándar independiente y global. Para las unidades de medida, esto ocurrió en el siglo XVIII: a fin de evitar el mal uso por parte de instituciones autoritarias, para eliminar los problemas con patrones diferentes, cambiantes e irreproducibles, y - esto no es una broma - para simplificar la recaudación de impuestos y para hacerla más justa, un grupo de científicos, políticos y economistas acordaron un conjunto de unidades. Se llama el *Sistema Internacional de Unidades*, abreviado SI, y se define por un tratado internacional, la "Convention du Metre". Las unidades son gestionadas por una organización internacional, la "Conférence Générale de Poids et Mesures", y sus organizaciones hijas, la "Comisión Internacional de Pesas y Medidas" y la "Oficina Internacional de Pesas y Medidas" (BIPM). Todo se originó en la época inmediatamente anterior a la revolución francesa.^{ref.303}

UNIDADES DEL SI

Todas las unidades del SI se construyen a partir de siete *unidades básicas*, cuyas definiciones oficiales, traducidas del francés, se indican a continuación, junto con las fechas de su formulación:

- El **segundo** es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133. (1967) *
- El **metro** es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de $1/299\,792\,458$ de segundo. (1983) *
- El **kilogramo** es la unidad de masa; es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo. (1901) *
- El **amperio** es la corriente constante que, circulando en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y separados 1 metro en el vacío, produciría entre estos conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newton por metro de longitud. (1948) *
- El **kelvin**, unidad de temperatura termodinámica, es la fracción $1/273,16$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua. (1967) *
- El **mol** es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12. (1971) *
- La **candela** es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $540 \cdot 10^{12}$ hercios y tiene una intensidad radiante en esa dirección de $(1/683)$ watt por estereorradián. (1979)**

Notemos que las unidades de tiempo y longitud se definen como ciertas propiedades de un ejemplo de movimiento estándar, es decir, la luz. En otras palabras, también la Conferencia General de Pesas y Medidas remarca que la observación del movimiento es un *requisito previo* para la definición y construcción del tiempo y el espacio. *El movimiento es el fundamento de toda observación y de toda medición*. Por cierto, el

** Los símbolos respectivos son s, m, kg, A, K, mol y cd. El prototipo internacional es un cilindro de platino-iridio conservado en el BIPM en Sèvres, Francia. Para obtener más detalles sobre los niveles de cesio, consulte un libro sobre física atómica.^{ref.304} El rango de temperatura y temperatura Celsius es como: $\theta/^{\circ}\text{C} = T / \text{K} - 273,15$; observe la pequeña diferencia con el número que aumenta en la definición de kelvin. SI también dice: 'Cuando se usa el mol, las entidades elementales deben *especificarse* y *ser* átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o agrupaciones específicas de tales partículas. En la definición de mol, se entiende que los átomos de carbono 12 están libres, en reposo y en su estado básico. En la definición de la candela, la frecuencia de la luz corresponde a 555,5 nm, es decir, al color verde, alrededor de la longitud de onda donde el ojo es más sensible.

uso de la luz en las definiciones fue propuesto ya en 1827 por Jacques Babinet.**

A partir de estas unidades básicas, se definen todas las demás unidades por multiplicación y división. Por lo tanto, todas las unidades del SI tienen las siguientes propiedades:

- Las Unidades del SI forman un sistema con la *precisión del estado de la técnica en cada momento*: todas las unidades se definen con una precisión que es mayor que la precisión de las medidas de uso común. Por otra parte, regularmente se mejora la precisión de las definiciones. La presente incertidumbre relativa de la definición del segundo es de alrededor de 10^{-14} , para el metro sobre 10^{-10} , para el kilogramo cerca de 10^{-9} , para el amperio 10^{-7} , para el mol menos de 10^{-6} , para el kelvin 10^{-6} y para la candela 10^{-3} .
- Las Unidades del SI forman un sistema *absoluto*: todas las unidades se definen de tal manera que puedan ser reproducidos en cada laboratorio equipado adecuadamente, de forma independiente, y con alta precisión. Esto evita en lo posible cualquier uso indebido de la agencia de certificación. (El kilogramo, siendo definido con la ayuda de un artefacto, es la última excepción a este requisito, una amplia investigación está en marcha para eliminar este artefacto de la definición - una carrera internacional que llevará unos cuantos años más. Hay dos enfoques: contar partículas, o la fijación de \hbar . El primero se puede lograr en los cristales, y el segundo utilizando cualquier fórmula en la que aparezca \hbar , tal como la fórmula de la longitud de onda de De Broglie o el *efecto Josephson*.)
- Las Unidades del SI forman un sistema *práctico*: las unidades básicas son cantidades de magnitudes cotidianas. Las Unidades utilizadas con frecuencia tienen nombres y abreviaturas estándar. La lista completa incluye las siete unidades básicas que acabamos de dar, las unidades suplementarias, las unidades derivadas y las unidades admitidas.

Las unidades SI *suplementarias* son dos: la unidad de ángulo (plano), definida como la relación de la longitud del arco al radio, es el *radián* (rad). Para el ángulo sólido, definido como la relación entre el área subtendida al cuadrado del radio, la unidad es el *estereoradián* (sr).

Las unidades derivadas con nombres especiales, en su ortografía oficial, es decir, sin letras mayúsculas ni acentos, son los siguientes:

NOMBRE	ABREVIATURA	NOMBRE	ABREVIATURA
hertz	Hz = 1/s	newton	N = kgm/s ²
pascal	Pa = N/m ² = kg/ms ²	joule	J = Nm = kgm ² /s ²
watt	W = kgm ² /s ³	coulomb	C = A·s
volt	V = kgm ² /As ³	farad	F = As/V = A ² s ⁴ /kgm ²
ohm	Ω = V/A = kgm ² /A ² s ³	siemens	S = 1/ Ω
weber	Wb = Vs = kgm ² /As ²	tesla	T = Wb/m ² = kg/As ² = kg/Cs
henry	H = Vs/A = kgm ² /A ² s ²	grado Celsius	°C (ver definición de kelvin)
lumen	lm = cd sr	lux	lx = lm/m ² = cd sr/m ²
becquerel	Bq = 1/s	gray	Gy = J/kg = m ² /s ²
sievert	Sv = J/kg = m ² /s ²	katal	kat = mol/s

Notemos que en todas las definiciones de las unidades, el kilogramo sólo aparece para las potencias de 1, 0 y -1. *Desafío 417 s* ¿Puede intentar encontrar la razón?

Las unidades ajenas al SI *admitidas* son:

minutos, horas, días (para el tiempo),

el *grado* 1° = $\pi/180$ rad, el *minuto* 1' = $\pi/10\ 800$ rad, *segundo* 1" = $\pi/648\ 000$ rad (para ángulos),

el *litro* y la *tonelada*.

Cualesquiera otras unidades deben ser evitadas.

*Jacques Babinet (1794-1874), físico francés que publicó un importante trabajo en óptica.

Todas las unidades SI se hacen más prácticas gracias a la introducción de nombres y abreviaturas estándar para las potencias de diez, los llamados *prefijos*:

POTENCIA	NOMBRE	POTENCIA	NOMBRE	POTENCIA	NOMBRE	POTENCIA	NOMBRE
10^1	deca da	10^{-1}	deci d	10^{21}	Zetta Z	10^{-21}	zepto z
10^2	hecto h	10^{-2}	centi c	10^{24}	Yotta Y	10^{-24}	yocto y
10^3	kilo k	10^{-3}	mili m	Prefijos no oficiales <small>ref. 305</small>			
10^6	Mega M	10^{-6}	micro μ	10^{27}	Xenta X	10^{-27}	xenno x
10^9	Giga G	10^{-9}	nano n	10^{30}	Wekta W	10^{-30}	weko w
10^{12}	Tera T	10^{-12}	pico p	10^{33}	Vendekta V	10^{-33}	vendeko v
10^{15}	Peta P	10^{-15}	femto f	10^{36}	Udekta U	10^{-36}	udeko u
10^{18}	Exa E	10^{-18}	atto a				

- Las Unidades del SI forman un sistema *completo* : abarcan de manera sistemática el conjunto *completo* de observables de la física. Por otra parte , fijan las unidades de medida de todas las otras ciencias puras también.

- Las Unidades del SI-forman un sistema *universal* que se puede utilizar en el comercio, en la industria, en el comercio, en casa, en educación y en investigación. incluso podría ser utilizado por las civilizaciones extraterrestres, si existieran.

- Las Unidades del SI forman un sistema *autoconsistente*: el producto o cociente de dos unidades del SI es también una unidad del SI. Esto significa que, en principio, la misma abreviatura, por ejemplo, 'SI', podría ser utilizado para cada unidad.

Las unidades del SI no son el único conjunto posible que pueda cumplir con todos estos requisitos, pero es el único sistema existente, que lo hace. ** En un futuro próximo, el BIPM tiene previsto utilizar el cubo de las constantes físicas, que se muestran en la [Figura 1](#), para definir las unidades del SI. Esto implica la fijación de los valores de E y K, además de la ya fijado valor de c. La única excepción será la fijación de una unidad de tiempo básica con la ayuda de una transición atómica, no con la constante G, porque esta constante no se puede medir con alta precisión.

EL SIGNIFICADO DE LA MEDICIÓN

Cada medición es una comparación con un patrón estándar. Por lo tanto, cualquier medición requiere *materia* para realizar el patrón (incluso para un patrón estándar de la velocidad), y *radiación* para lograr la comparación. [Desafío 419 e](#)

El concepto de la medición por lo tanto asume que existen materia y radiación y se puede separar claramente una de otra.

Cada medición es una comparación. La medición de este modo implica que existen espacio y el tiempo, y

** Algunos de estos nombres son inventados (yocto suene similar al latín octo 'ocho' , zepto por sonar de manera similar al latín septem , yotta y zetta a parecerse a ellos, y exa peta a suenan como las palabras griegas ἕξάκις y πεντάκις para ' seis veces "y" cinco veces " , los no oficiales al sonido similar a las palabras griegas para nueve, diez, once y doce) , algunos son de danés / noruego (atto de atten « dieciocho » , femto de femten « quince ») ; algunos son del latín (de mille ' mil ' , de centum ' cien ' , de decem ' diez ' , de nanus ' enano ') , algunos son del italiano (de piccolo "pequeño") , algunos son griego (micro es de μικρός ' pequeña ' , deca / deka de δέκα ' diez ' , hecto de ἑκατόν ' cien ' , el kilo de χίλιοι ' mil ' mega de μέγας ' grande ' , giga de γίγας ' gigante ' , tera de τέρας ' monstruo ') .

[Desafío 418 e](#) Traducir : Estaba atrapado en un atasco de tráfico , tal que necesitaba un microsiglo para recorrer un picoparsec y el consumo de combustible del mi coche era dos décimas de un milímetro cuadrado.

** Aparte de las unidades internacionales, también hay unidades *provinciales*. La mayoría de las unidades provinciales aún en uso son de origen romano. La milla viene de *milia passum*, que solía ser mil pasos (doble) de unos 1480 mm cada uno; hoy una milla náutica, una vez definida como minuto de arco en la superficie de la Tierra, es exactamente 1852 m).

La pulgada viene de *uncia / onzia* (una duodécimo parte de un pie). La libra (en español) del latín *libra*, balanza y por extensión libra de peso, que es el origen de su abreviatura lb; en inglés, de *pondere* 'pesar'. Incluso el hábito de Contar en docenas en lugar de decenas es de origen romano. Estas y todas las demás unidades divertidas, como el sistema en el que todas las unidades comienzan con f, y que utiliza furlong / quincena como su unidad de velocidad, ahora se definen oficialmente como múltiplos de unidades SI.

que se diferencian uno de otro.

Cada medida produce un resultado de la medición. Por lo tanto, cada medición implica el *almacenamiento* del resultado. El proceso de la medición de este modo implica que la situación antes y después de la medición se puede distinguir. En otros términos, todos los procesos de medición son procesos *irreversibles*.

Cada medición es un proceso. Así, cada medición requiere una cierta cantidad de tiempo y una cierta cantidad de espacio.

Todas estas propiedades de las mediciones son sencillas pero importantes. Tenga cuidado con cualquiera que lo niegue.

CURIOSIDADES Y DESAFÍOS DIVERTIDOS ACERCA DE LAS UNIDADES

El segundo no corresponde a $1/86\,400$ ° del día, aunque lo hizo en el año 1900, la Tierra ahora tarda unos 86 400.002 s para una rotación, por lo que el *Servicio Internacional sobre la Rotación de la Tierra* debe presentar regularmente un segundo intercalar para asegurarse de que el Sol esté en el punto más alto en el cielo a las 12 en punto. ** El tiempo así definido se llama *tiempo universal coordinado*. La velocidad de rotación de la Tierra también cambia de forma irregular en el día a día debido a las condiciones meteorológicas, la velocidad de rotación media, incluso los cambios de invierno a verano, debido a los cambios en los casquetes polares, y además de que disminuye el promedio en el tiempo, debido a la fricción producida por las mareas. La tasa de inserción de los segundos intercalares por tanto, es superior a una vez cada 500 días, y no es constante en el tiempo.

**

No usar las unidades del SI puede ser costoso. En 1999, la NASA perdió un satélite en Marte debido a que algunos programadores de software han utilizado unidades provinciales en lugar de las unidades del SI en la parte del código. Como resultado del uso de pies en lugar de metros, el Mars Climate Orbiter se estrelló en el planeta, en lugar de orbitarlo, la pérdida fue de alrededor de 100 millones €. *

**

Las cantidades más precisamente medidas en la naturaleza son las frecuencias de ciertos púlsares de milisegundos, la frecuencia de ciertas transiciones atómicas estrechas y la constante de Rydberg del hidrógeno *atómico*, que se pueden medir con la misma precisión con que se define el segundo.

La transición de cesio que define el segundo tiene un ancho de línea finito que limita la precisión alcanzable: el límite es de aproximadamente 14 dígitos.

**

La medida con menor precisión de las constantes fundamentales de la física son la constante gravitacional G y la constante de acoplamiento fuertes α_s . Aún son conocidas con menos precisión la edad del universo y su densidad (véase la [tabla 14](#)).

**

Las variaciones de cantidades a menudo son mucho más fáciles de medir que sus valores. Por ejemplo, en los detectores de ondas gravitacionales, la sensibilidad lograda en 1992 fue $\Delta l / l = 3 \cdot 10^{-19}$ para longitudes del orden de 1 m. En otras palabras, para un bloque de aproximadamente un metro cúbico de metal es posible medir cambios de longitud aproximadamente 3000 veces más pequeños que el radio de un protón. ^{ref. 306} Estas configuraciones ahora están siendo reemplazadas por interferómetros de anillo. Ya se han construido interferómetros de anillo que miden diferencias de frecuencia de 10^{-21} ; y aún están siendo mejorados. ^{ref. 307}

**

** Además de las unidades internacionales, también hay unidades provinciales. La mayoría de las unidades provinciales todavía en uso son de Origen romano. La milla viene de *milia passum*, que solía ser mil (dobles) pasos de unos 1.480 mm cada uno; hoy en día una milla náutica, que una vez fue definida como minuto de arco en la superficie de la Tierra, es exactamente 1.852 m).

La *pulgada* proviene de *uncia / onzia* (doceavo - ahora de un pie). La *libra* (de pondéré 'sopesar') se utiliza como traducción de libra - equilibrio - que es el origen de su abreviatura lb. Incluso el hábito de contar en docenas en lugar de las decenas es de origen romano. Estas y todas las otras unidades de entretenimiento similares - como el sistema en el que todas las unidades comienzan con 'f' y que utiliza furlong / quincena como unidad de velocidad - ahora se definen oficialmente como múltiplos de las unidades del SI.

** Esta historia revivió una vieja pero falsa leyenda urbana que dice que sólo tres países en el mundo no utilizan unidades SI: Liberia, los EE.UU. y Myanmar.

* Su sitio web en hpiers.obspm.fr da más información sobre los detalles de estas inserciones, como lo hace maia.usno.navy.mil, uno de los pocos sitios web militares útiles. Ver también www.bipm.fr, el sitio de la BIPM.

La tabla de prefijos del SI cubre 72 órdenes de magnitud. ¿Cuántos prefijos adicionales se necesitarán? Incluso una lista ampliada incluirá sólo una pequeña parte de la infinita gama de posibilidades. ¿La Conferencia General de Pesas y Medidas tendrá que continuar para siempre, definiendo un número infinito de prefijos del SI? ¿Por qué? *Desafío 420 s.*

El filósofo francés Voltaire, después de reunirse con Newton, publicó la ya famosa historia de que la conexión entre la caída de objetos y el movimiento de la Luna fue descubierta por Newton cuando vio una manzana que cayó de un árbol. Más de un siglo más tarde, justo antes de la Revolución Francesa, un comité de científicos decidió tomar como unidad de fuerza, precisamente, la fuerza ejercida por la gravedad sobre una manzana estándar, y ponerle el nombre del científico Inglés. Después de un extenso estudio, se encontró que la masa de la manzana estándar era 101,9716 g; su peso fue llamado 1 Newton. Desde entonces, los visitantes del museo en Sèvres, cerca de París han podido admirar el metro patrón, el kilogramo estándar y la manzana estándar.*

LA PRECISIÓN Y LA EXACTITUD DE LAS MEDICIONES

Las medidas son la base de la física. Toda medida tiene un *error*. Los errores son debido a la falta de precisión o a la falta de exactitud. La *precisión* significa lo bien que se reproduce un resultado cuando se repite la medición; *exactitud* es el grado en que una medición corresponde al valor real.

La falta de precisión se debe a errores accidentales o al *azar*, estos se miden mejor por la *desviación estándar*, σ normalmente abreviada, que se define a través

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (296)$$

donde \bar{x} es el promedio de la x_i mediciones. (*Desafío 421 s* ¿Se imagina por qué se utiliza $n - 1$ en la fórmula en lugar de n ?)

Para la mayoría de los experimentos, la distribución de los valores de medición tiende a una distribución normal, también llamada *distribución gaussiana*, cuando se aumenta el número de mediciones. La distribución, que se muestra en la *Figura 123*, se describe por la expresión

$$N(x) \approx e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (297)$$

El cuadrado σ^2 de la desviación estándar es también llamada la *varianza*. *Desafío 422 e* Para una distribución gaussiana de los valores de medición, $2,35\sigma$ es la anchura a media altura.

La falta de precisión se debe a *errores sistemáticos*, éstos, por lo general, sólo se pueden estimar. Esta estimación se añade a menudo a los errores aleatorios para producir un error experimental total, a veces también llamada la *incertidumbre total*.^{ref. 309} El error *relativo* o la incertidumbre es la relación entre el error y el valor medido.

Por ejemplo, una medida profesional dará un resultado como 0,312 (6) m. El número entre paréntesis es la desviación típica σ , en unidades de los últimos dígitos.

Desafío 423 e Igual que antes, se supone una distribución de Gauss de los resultados de medición. Por lo tanto, un valor de 0,312 (6) m implica que se espera que el valor real a medir

- dentro 1σ con 68,3% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,006$ m;
- dentro de 2σ con 95,4% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,012$ m;
- Dentro de 3σ con 99,73% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,018$ m;
- Dentro de 4σ con 99,9937% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,024$ m;
- Dentro de 5σ con 99,999 943% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,030$ m;
- Dentro de 6σ con 99.999 999 80% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,036$ m;
- Dentro de 7σ con 99,999 999 999 74% de probabilidad, por tanto, en este ejemplo, dentro de $0,312 \pm 0,041$ m.

Desafío 424 s (¿Los últimos números tienen sentido?)

Tenga en cuenta que las desviaciones estándar tienen un dígito, usted tendría que ser un experto mundial

*Para que quede claro, esto es una broma; no existe la manzana estándar. Sin embargo no es una broma, que los propietarios de varios manzanos en Gran Bretaña y Estados Unidos los declaran descendientes, replantándolos, del árbol original bajo la cual Newton tuvo su intuición. Δ 308 También se realizaron pruebas de ADN para determinar si todos estos se derivan del mismo árbol. El resultado fue, por supuesto, que el árbol del MIT, a diferencia de los británicos, es falso.

para usar dos, y un tonto para usar más. Si no se da una desviación estándar, se supone un (1). Como resultado, entre los profesionales, 1 km y 1000 m *no* son la misma longitud!

¿Qué sucede con los errores cuando se suman o restan dos valores de medición A y B?

Si todas las mediciones son independientes - o no correlacionadas - la desviación estándar de la suma y de la diferencia está dada por

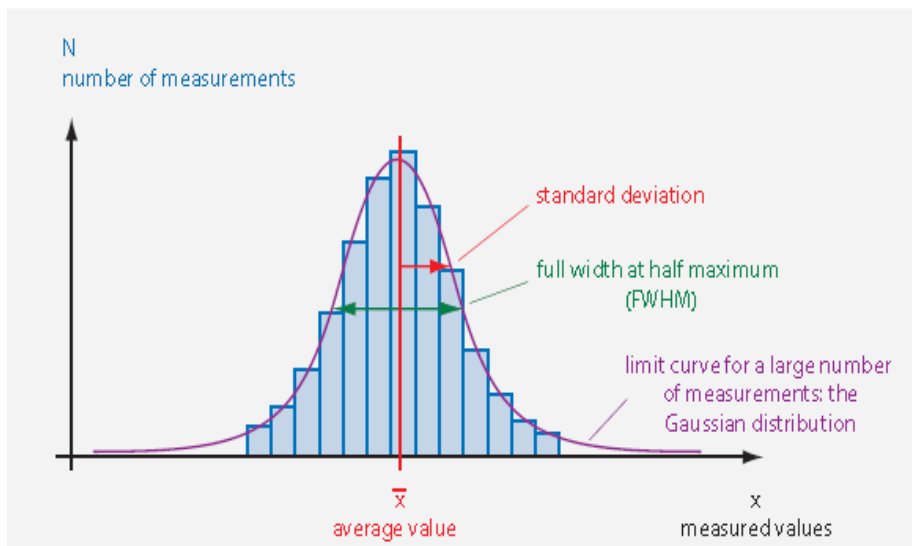
$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

Tanto para el producto o cociente de dos valores medidos y no correlacionados C y D, el resultado es

$$\rho = \sqrt{\rho_A^2 + \rho_B^2} \quad , \text{ donde los términos } \rho \text{ son las desviaciones estándar relativas.}$$

Desafío 425 s Suponga que usted mide un objeto que se mueve 1,0 m en 3,0 s: ¿cuál es el valor de la velocidad medida?

FIGURA 123 Un experimento de precisión y su distribución de medición. La precisión es alta si el ancho de la distribución es estrecho; la precisión es alta si el centro de distribución está de acuerdo con el valor real.



LÍMITES A LA PRECISIÓN

¿Cuáles son los límites de la exactitud y precisión? No hay manera, incluso en principio, de medir una longitud x con una *precisión* mayor que alrededor de 61 dígitos, porque en la naturaleza, la relación entre la mayor y la más pequeña longitud medible es $\Delta x / x > L_{\text{Planck}} / d_{\text{horizonte}} = 10^{-61}$.

(**Desafío 426 e** ¿Es esta relación válida también para la fuerza o para el volumen?) En el volumen final de nuestro texto, el estudio de los relojes y metros rígidos fortalece este límite teórico.

Pero no es difícil deducir límites prácticos más estrictos. Ninguna máquina imaginable puede medir cantidades con una precisión superior a la medición del diámetro de la Tierra entre la longitud más pequeña jamás medida, sobre 10^{-19} m, es decir cerca de 26 dígitos de precisión.

El uso de un límite más realista de una máquina de tamaño 1000 m implica un límite de 22 dígitos.

Si, como se predijo anteriormente, medidas de tiempo realmente lograran 17 dígitos de precisión, entonces se acercan al límite práctico, ya que además de tamaño, existe una restricción práctica adicional: el costo. De hecho, un dígito adicional en la precisión de medición a menudo significa un dígito adicional en el coste del equipo.

LAS CONSTANTES FÍSICAS

En la física, las observaciones de carácter general se deducen de las más fundamentales. Como consecuencia de ello, muchas mediciones se pueden deducir de las más fundamentales. Las medidas más fundamentales son las de las constantes físicas.

Las siguientes tablas muestran los mejores valores del mundo de las constantes físicas más importantes y propiedades físicas de las partículas - en las unidades del SI y en algunas otras unidades comunes - publicados en las referencias estándar.^{ref.310} Los valores son los promedios mundiales de las mejores mediciones realizadas hasta el presente. Como de costumbre, los errores experimentales, incluyendo los errores sistemáticos, tanto aleatorios como estimados, se expresan dando la desviación estándar en los últimos dígitos. De hecho, detrás de cada uno de los números en las siguientes tablas hay una larga historia digna de ser contada, pero para las que no hay suficiente espacio aquí.^{ref.311}

TABLA 11 Constantes físicas básicas

CANTIDAD	SÍMBOLO	VALORES EN UNIDADES SI	INCERTIDUMBRE ^a
Constantes que definen las unidades de medida SI			
Velocidad de la luz en el vacío ^c	c	299 792 458m/s	0
Permeabilidad del vacío ^c	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m =1,256 637 061 435 μ H/m	0
Permitividad del vacío ^c	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8, 854 187 817 620 ... pF/m	0
Constante de Planck original	h	$6, 626 069 57(52) \cdot 10^{-34}$ Js	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Constante de Planck reducida, cuanto de acción	\hbar	$1, 054 571 726(47) \cdot 10^{-34}$ Js	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Carga del positrón	e	0,160 217 656 5(35) aC	$2, 2 \cdot 10^{-8}$
Constante de Boltzmann	k	$1,380 6488(13) \cdot 10^{-23}$ J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Constante gravitacional	G	$6,673 84(80) \cdot 10^{-11}$ Nm ² /kg ²	$1, 2 \cdot 10^{-4}$
Constante de acoplamiento gravitacional	$\kappa = 8\pi G/c^4$	$2,076 50(25) \cdot 10^{-43}$ s ² /kgm	$1, 2 \cdot 10^{-4}$
Constantes fundamentales (de origen desconocido)			
Número de dimensiones espacio-temporales		3+1	0 ^b
Constante de estructura fina ^d o constante de acoplamiento	$\alpha = \frac{e^2/4\pi\mu_0\hbar c}{=g_{em} (m_e^2 c^2)}$	$1/137, 035 999 074(44)$ $=0,0072973525698$	$3, 2 \cdot 10^{-10}$
Constante de acoplamiento de Fermi ^d o constante de acoplamiento débil	$G_F/(\hbar c)^3$ $\alpha_w(MZ) = \frac{g_w^2/4\pi}{g_s^2/4\pi}$	$1, 166 364(5) \cdot 10^{-5}$ GeV ⁻² $1/30,1(3)$	$4,3 \cdot 10^{-6}$
Ángulo de mezcla débil	$\sin^2 \theta_w(MS)$	0, 231 24(24)	$1, 0 \cdot 10^{-3}$
Constante de acoplamiento fuerte	$\alpha_s(M_Z) = \frac{g_s^2}{4\pi}$	0, 118(3)	$25 \cdot 10^{-3}$
Matriz de mezcla de quark CKM	$ V $	$\begin{pmatrix} 0, 97428(15) & 0, 2253(7) & 0, 00347(16) \\ 0, 2252(7) & 0, 97345(16) & 0, 0410(11) \\ 0, 00862(26) & 0, 0403(11) & 0,999152(45) \end{pmatrix}$	
Invariante Jarlskog	J	$2,96(20) \cdot 10^{-5}$	
Matriz de mezcla de neutrinos PMNS	P	$\begin{pmatrix} 0, 82 & 0, 55 & -0, 15 + 0, 038i \\ -0,36 + 0,020i & 0, 70 + 0, 013i & 0,61 \\ 0, 44 + 0, 026i & -0, 45 + 0, 017i & 0,77 \end{pmatrix}$	
Masa de partículas elementales (de origen desconocido)			
Masa de electrón	m_e	$9,109 38291(40) \cdot 10^{-31}$ kg $5, 485 799 0946(22) \cdot 10^{-4}$ u $0, 510 998 928(11)$ MeV	$4, 4 \cdot 10^{-8}$ $4, 0 \cdot 10^{-10}$ $2,2 \cdot 10^{-8}$
Masa de muón	m_μ	$1, 883 531 475(96) \cdot 10^{-28}$ kg $0, 113 428 9267(29)$ u $105, 658 3715(35)$ MeV	$5, 1 \cdot 10^{-8}$ $5, 1 \cdot 10^{-8}$ $3,4 \cdot 10^{-8}$
Masa Tau	m_τ	$1, 776 82(16)$ GeV/c ²	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Masa neutrino electrónico	m_ν	< 2 eV/c ²	
Masa neutrino muónico	m_ν	< 2 eV/c ²	
masa neutrino tau	m_ν	< 2 eV/c ²	
Masa quark up	u	1,8 a 3,0 MeV/c ²	

Masa quark down	d	4,5 a 5,5 MeV/c ²	
Masa quark extraño	s	95(5) MeV/c ²	
Masa quark encanto	c	1, 275(25) GeV/c ²	
Masa quark bottom	b	4, 18(17) GeV/c ²	
Masa quark top	t	173, 5(1, 4) GeV/c ²	
Masa del fotón	γ	< 2 · 10 ⁻⁵⁴ kg	
Masa bosón W	W [±]	80.385(15) GeV/c ²	
Masa bosón Z	Z ⁰	91.1876(21) GeV/c ²	
Masa de Higgs	H	126(1) GeV/c ²	
Masa del gluón	g _{1...8}	c. 0 MeV/c ²	
Masa de partículas compuestas			
Masa del protón	m _p	1, 672 621 777(74) · 10 ⁻²⁷ kg	4,4 · 10 ⁻⁸
		1, 007 276 466 812(90) u	8,9 · 10 ⁻¹¹
		938, 272 046(21) MeV	2,2 · 10 ⁻⁸
Masa del neutrón	m _n	1, 674 927 351(74) · 10 ⁻²⁷ kg	4,4 · 10 ⁻⁸
		1, 008 664 916 00(43) u	4,2 · 10 ⁻¹⁰
		939, 565 379(21) MeV	2,2 · 10 ⁻⁸
Unidad de masa atómica	m _u = m ¹² C/12 = 1 u	1,660 538 921(73) yg	4,4 · 10 ⁻⁸

a. Incertidumbre: desviación estándar de los errores de medición.

b. Sólo se mide a partir de 10⁻¹⁹ m hasta 10²⁶ m.

c. Definición constante.

d. Todas las constantes de acoplamiento dependen de la transferencia de 4-momento, como se explica en el apartado de renormalización. *Constante de estructura fina* es el nombre tradicional para la constante de acoplamiento electromagnético g_{em} en el caso de una transferencia de 4- momento de $Q^2 = c^2 m_e^2$, que es la más pequeña posible. A mayores transferencias de momento tiene valores más grandes, por ejemplo, $g_{em}(Q^2 = c^2 m_w^2) \approx 1/128$. Por el contrario, la constante de acoplamiento fuerte tiene valores más bellos a mayores transferencias de momento, por ejemplo, $\alpha_s(34\text{GeV}) = 0,14(2)$.

En principio , todas las propiedades cuantitativas de la materia se pueden calcular con la teoría cuántica y los valores de ciertas constantes físicas.^{ref. 310} Por ejemplo, el color , la densidad y la propiedad elástica se pueden predecir usando las ecuaciones de la física de partículas del modelo estándar y los valores de las constantes básicas.

¿Por qué todas estas constantes fundamentales tienen los valores que tienen? Para cualquier constante básica *con una dimensión*, tales como el cuanto de acción \hbar el valor numérico sólo tiene significado histórico. Es $1,054 \cdot 10^{-34}$ Js debido a la definición SI del julio y del segundo.

La pregunta de por qué el valor de una constante dimensional no es más grande o más pequeño, por lo tanto requiere siempre comprender el origen de algunos números adimensionales que da la relación entre la constante y la *unidad natural* correspondiente que es definida con c, G, \hbar y α . Más detalles y los valores de las unidades naturales se darán posteriormente. Comprender el tamaño de los átomos, las personas, los árboles y las estrellas, la duración de los procesos moleculares y atómicos, o la masa de núcleos y montañas, implica la comprensión de la relación entre estos valores y la correspondiente unida natural. La clave para entender la naturaleza por lo tanto es la comprensión de todas las relaciones, y por tanto todas las constantes adimensionales. La búsqueda de la comprensión de todos las relaciones, incluyendo la constante de estructura fina α , se completa sólo en el volumen final de nuestra aventura.

Las constantes básicas producen las siguientes observaciones útiles de alta precisión.

TABLA 12 Constantes físicas derivadas.

CANTIDAD	SÍMBOLO	VALOR EN UNIDADES SI	INCERTIDUMBRE
Resistencia onda en el vacío	$Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$	376,730 313 461 77... Ω	0
Número de Avogadro	N_A	$6,022\,141\,29(27) \cdot 10^{23}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Número de Loschmidt a 273,15 K y 101 325 Pa	N_L	$2,686\,7805(24) \cdot 10^{23}$	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Constante de Faraday	$F = N_A e$	96 485, 3365(21)C/mol	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Constante universal de los gases	$R = N_A k$	8, 314 4621(75) J/mol K 9	$1 \cdot 10^{-7}$
Volumen molar de un gas ideal a 273,15 K y 101 325 Pa	$V = RT/p$	22, 413 968(20) l/mol	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Constante de Rydberg ^a	$R_\infty = m_e c \alpha^2 / 2\hbar$	$10\,973\,731,568\,539(55) \text{m}^{-1}$	$5 \cdot 10^{-12}$
Conductancia cuántica	$G_0 = 2e^2/\hbar$	77, 480 917 346(25) μS	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Flujo magnético cuántico	$\phi_0 = \hbar/2e$	2,067 833 758(46) pWb	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Razón de frecuencia de Josephson	$2e/\hbar$	483, 597 870(11) THz/V ²	$2 \cdot 10^{-8}$
Constante de Von Klitzing	$\hbar/e^2 = \mu_0 c / 2\alpha$	25 812.807 4434(84) Ω	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9, 274 009 68(20) yJ/T ²	$2 \cdot 10^{-8}$
Radio clásico del electrón	$r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 c^2 m_e$	2,817 940 3267(27) fm	$9,7 \cdot 10^{-10}$
Longitud de onda Compton del electrón	$\lambda_C = \hbar/m_e c$	2, 426 310 2389(16) pm	$6,5 \cdot 10^{-10}$
	$\lambda_C = \hbar/m_e c = re/a$	0, 386 159 268 00(25) pm	$6,5 \cdot 10^{-10}$
Radio de Bohr ^a	$a_\infty = re/a^2$	52, 917 721 092(17) pm	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Cuanto de circulación	$\hbar/2m_e$	$3.636\,947\,5520(24) \cdot 10^{-4} \text{m}^2/\text{s}$	$6,5 \cdot 10^{-10}$
Carga específica del positrón	e/m_e	$1,758\,820\,088(39) \cdot 10^{11} \text{C}/\text{kg}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Frecuencia ciclotrón del electrón	$f_C/B = e/2\pi m_e$	27, 992 491 10(62)GHz/T ²	$2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético electrón	μ_e	$-9,284\,764\,30(21) \cdot 10^{-24} \text{J}/\text{T}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
	μ_e/iB	-1, 001 159 652 180 76(27)	$2,6 \cdot 10^{-13}$
	μ_e/iN	-1, 838 281 970 90(75) 10^3	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Factor-g del electrón	g_e	-2, 002 319 304 361 53(53)	$2,6 \cdot 10^{-13}$
Razón de masa muón–electrón	m_μ/m_e	206, 768 2843(52)	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético muón	μ_μ	$-4,490\,448\,07(15) \cdot 10^{-26} \text{J}/\text{T}$	$3,4 \cdot 10^{-8}$
Factor-g del muón	g_μ	-2, 002 331 8418(13)	$6,3 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa protón– electrón	m_p/m_e	1 836,152 672 45(75)	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Carga específica protón	e/m_p	$9,578\,833\,58(21) 10^7 \text{C}/\text{kg}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Longitud de onda Compton del protón	$\lambda_{C,p} = \hbar/m_p c$	1, 321 409 856 23(94) fm	$7,1 \cdot 10^{-10}$
Magnetón nuclear	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5,050\,783\,53(11) \cdot 10^{-27} \text{J}/\text{T}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético del protón	μ_p	$1,410\,606\,743(33) \cdot 10^{-26} \text{J}/\text{T}^2$	$4 \cdot 10^{-8}$
	μ_p/μ_B	$1,521\,032\,210(12) \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-9}$
	μ_p/μ_N	2,792 847 356(23)	$8,2 \cdot 10^{-9}$

Razón giromagnética protón	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	$2, 675\ 222\ 005(63) \cdot 10^8 \text{ Hz/}$ T^2	$4 \cdot 10^{-8}$
Factor-g protón	g_p	5, 585 694 713(46)	$8, 2 \cdot 10^{-9}$
Razón de masa neutrón– electrón	m_n/m_e	1 838 683 6605(11)	$5, 8 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa neutrón–protón	m_n/m_p	1, 001 378 419 17(45)	$4, 5 \cdot 10^{-10}$
Longitud de onda Compton neutrón	$eC_{,n} = \hbar/m_n c$	1, 319 590 9068(11) fm	$8, 2 \cdot 10^{-10}$
Momento magnético neutrón	μ_n	$-0, 966\ 236\ 47(23) \cdot 10^{-26} \text{ J/T}^2$	$4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_B	$-1, 041\ 875\ 63(25) \cdot 10^{-3}$	$2, 4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_N	$-1, 913\ 042\ 72(45)$	$2, 4 \cdot 10^{-7}$
Constante de Stefan– Boltzmann	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	56, 703 73(21) nW/m ² K ⁴	$3, 6 \cdot 10^{-6}$
Constante de desplazamiento de Wien	$b = \lambda_{max} T$	2,897 7721(26) mmK 58, 789 254(53) GHz/K	$9, 1 \cdot 10^{-7}$
Electron-volt	eV	1, 602 176 565(35) 10^{-19} J^2	$2 \cdot 10^{-8}$
cost. conversión bit a entropía	$k \ln 2$	$10^{23} \text{ bit} = 0, 956\ 994\ 5(9) \text{ J/K}$	$9, 1 \cdot 10^{-7}$
TNT contenido energía	$c,$	T a 4,0 MJ/kg	$4 \cdot 10^{-2}$

a: para una masa infinita del núcleo

Algunas propiedades útiles de nuestro medio ambiente local se dan en la siguiente tabla.

TABLA 13 Costantes astronómicas

CANTIDAD	SÍMBOLO	VALOR
Año trópico 1900 ^a	a	31 556 925,974 7 s
Año trópico 1994	a	31 556 925,2 s
Día sideral medio	d	23 ^h 56' 4, 090 53''
Distancia media Tierra-Sol ^b		149 597 870,691(30) km
Unidad astronómica ^b	AU	149 597 870 691 m
Año luz basado en el año juliano	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsec	pc	30, 856 775 806 Pm = 3, 261 634 al
Masa de la Tierra	M_{\oplus}	$5, 973(1) \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Constante gravitacional geocéntrica	GM	$3, 986\ 004\ 418(8) \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Longitud gravitacional de la Tierra	$l_{\oplus} = 2GM/c^2$	8,870 056 078(16) mm
Radio ecuatorial de la Tierra ^c	$R_{\oplus eq}$	6378, 1366(1) km
Radio polar de la Tierra	$R_{\oplus p}$	6356, 752(1) km
Distancia ecuador-polo		10 001, 966 km (media)
Aplanamiento terrestre	e_{\oplus}	1/298, 25642(1)
Densidad media de la Tierra	ρ_{\oplus}	5,5Mg/m ³
Edad de la Tierra	T_{\oplus}	4, 50(4)Ga = 142(2) Ps
Gravedad normal de la Tierra	g	9,806 65m/s ²
Presión atmosférica estándar de la Tierra	p_0	101 325 Pa
Radio de la Luna	$R_{\oplus v}$	1738 km en dirección de la

		Tierra
Radio de la Luna	R_{\oplus}	1737,4 km en las otras dos direcciones
Masa de la Luna	M_{\oplus}	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg
Distancia media a la Luna	d_{\oplus}	384 401 km
Distancia a la Luna en el perigeo		363 Mm, mínimo histórico 359 861 km
Distancia a la Luna en el apogeo		404 Mm, máximo histórico 406 720 km
Dimensión angular de la Luna		media $0,5181^{\circ} = 31,08'$, mínimo $0,49^{\circ}$, máximo $0,55^{\circ}$
Densidad media de la Luna	ρ_{\oplus}	$3,3 \text{ Mg/m}^3$
Gravedad superficial en la Luna	g_{\oplus}	$1,62 \text{ m/s}^2$
Presión atmosférica en la Luna	p_{\oplus}	de 10^{-10} Pa (noche) a 10^{-7} Pa (día)
Masa de Júpiter		$1,90 \cdot 10^{27}$ kg
Radio ecuatorial de Júpiter		71,398 Mm
Radio polar de Júpiter		1(1)Mm
Distancia media de Júpiter al Sol		778 412 020 km
Gravedad superficial en Júpiter		24,9 m/s ²
Presión atmosférica en Júpiter		de 20 kPa a 200 kPa
Masa del Sol	M_{\odot}	$1,988 43(3) \cdot 10^{30}$ kg
Longitud gravitacional del Sol	$2GM_{\odot}/c^2$	2, 953 250 08(5) km
Constante gravitacional heliocéntrica	GM_{\odot}	$132,712 440 018(8) \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Luminosidad del Sol	L_{\odot}	384, 6 YW
Radio ecuatorial del Sol	R_{\odot}	695, 98(7) Mm
Dimensión angular del Sol		0, 53° media; mínima el cuatro de julio (afelio) 1888", máxima el cuatro de enero (perihelio) 1952"
Densidad media del Sol		$1,4 \text{ Mg/m}^3$
Edad del Sol		4,6 Ga
Velocidad solar en torno al centro de la galaxia		220(20) km/s
Velocidad solar contra la radiación cósmica de fondo		370, 6(5) km/s
Gravedad superficial del Sol		274 m/s^2
Presión inferior en la fotosfera del Sol		15 kPa
Distancia al centro de la Vía Láctea		8,0(5) kpc = 26,1(1, 6) kal
Edad de la Vía Láctea		13.6 Ga
Dimensión de la Vía Láctea		c. 10^{21} m o 100 kal

Masa de la Vía Láctea

10^{12} masas solares, c. $2 \cdot 10^{42}$ kg

La mayor parte del grupo de galaxias lejanas SXDF-XCLJ

$9,6 \cdot 10^9$ al

a. Definición constante desde equinoccio de primavera a equinoccio de primavera; una vez se utilizó para definir el segundo. (Recuerde: π segundos es alrededor de un nanosiglo.) El valor de 1990 es aproximadamente 0,7 s o menos, que corresponde a una ralentización de alrededor de 0,2 ms/a. (Ojo: ¿por qué?) [Desafío 427 s](#) También hay una fórmula empírica para la variación de la duración del año en el tiempo.^{ref.312}

b. La realmente sorprendente precisión de tan sólo 30 m en la distancia media Tierra-Sol es el promedio de tiempo de las señales enviadas desde las órbitas de Viking y Mars tomadas durante un período de más de 20 años. Tenga en cuenta que la 'Unión Astronómica Internacional distingue a la distancia media Tierra-Sol de la unidad astronómica en sí; esta última se define como una longitud fija y precisa. Incluso el año luz es una unidad definida como un número exacto de la UAI. Para obtener más información, consulte www.iau.org/public/measuring.

c. La forma de la Tierra se describe con mayor precisión con el Sistema Geodésico Mundial. La última edición fue publicada en la 1984. Para una presentación completa de sus antecedentes y sus detalles, véase la página web www.wgs.iau.org. La Unión Astronómica Internacional afinó los datos en 2000. Los radios y los datos de aplanamiento aquí son los del 'sistema de marea media'. Se diferencian de las del 'sistema de marea cero' y otros sistemas en aproximadamente 0,7 m. Los detalles son una ciencia en sí misma.

d. Medida de centro a centro. Para encontrar la posición exacta de la Luna en el cielo en una cierta fecha, ver la página www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Para los planetas, ver la página www.fourmilab.ch/solar/solar.html e [y las otras páginas del mismo sitio.](#)

e. Los ángulos son definidos como sigue: 1 grado = $1^\circ = \pi/180$ rad, 1 (primo) minuto = $1' = 1^\circ/60$, 1 segundo = $1'' = 1'/60$. Las unidades antiguas 'un tercio diminuto' y 'un cuarto diminuto', cada uno 1/60 del precedente, ya no están en uso. ('Minuto' significa originariamente 'muy pequeño', como se hace todavía en inglés moderno)

Las constantes básicas producen las siguientes observaciones útiles de alta precisión.

TABLA 55 Constantes físicas derivadas.

CANTIDAD	SÍMBOLO	VALOR EN UNIDADES SI	INCERTIDUMBRE
Resistencia onda en el vacío	$Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$	376,730 313 461 77... Ω	0
Número de Avogadro	N_A	$6,022\,141\,29(27) \cdot 10^{23}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Número de Loschmidt a 273,15 K y 101 325 Pa	N_L	$2,686\,7805(24) \cdot 10^{23}$	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Constante de Faraday	$F = N_A e$	96 485, 3365(21) C/mol	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Constante universal de los gases	$R = N_A k$	8,314 4621(75) J/mol K	$1 \cdot 10^{-7}$
Volume molar de un gas ideal a 273,15 K y 101 325 Pa	$V = RT/p$	22,413 968(20) l/mol	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Constante de Rydberg ^a	$R_\infty = m_e c^2 / 2\hbar$	$10\,973\,731,568\,539(55) \text{m}^{-1}$	$5 \cdot 10^{-12}$
Conductancia cuántica	$G_0 = 2e^2/\hbar$	77,480 917 346(25) μS	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Flujo magnético cuántico	$\phi_0 = \hbar/2e$	2,067 833 758(46) pWb	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Razón de frecuencia de Josephson	$2e/\hbar$	483,597 870(11) THz/V ²	$2 \cdot 10^{-8}$
Constante de Von Klitzing	$\hbar/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$	25 812.807 4434(84) Ω	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Magnetón de Bohr	$\mu_B = e\hbar/2me$	9,274 009 68(20) yJ/T ²	$2 \cdot 10^{-8}$
Radio clásico del electrón	$r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 c^2 m_e$	2,817 940 3267(27) fm	$9,7 \cdot 10^{-10}$
Longitud de onda Compton del electrón	$\lambda_C = \hbar/m_e c$	2,426 310 2389(16) pm	$6,5 \cdot 10^{-10}$
	$\lambda_C = \hbar/m_e c = r_e/a$	0,386 159 268 00(25) pm	$6,5 \cdot 10^{-10}$
Radio de Bohr ^a	$a_\infty = r_e/a^2$	52,917 721 092(17) pm	$3,2 \cdot 10^{-10}$

Cuanto de circulación	$\hbar/2m_e$	$3.636\ 947\ 5520(24) \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$	$6.5 \cdot 10^{-10}$
Carga específica del positrón	e/m_e	$1,758\ 820\ 088(39) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Frecuencia ciclotrón del electrón	$fc/B = e/2\pi m_e$	$27,992\ 491\ 10(62)\text{GHz/T}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético electrón	μ_e	$-9,284\ 764\ 30(21) \cdot 10^{-24} \text{ J/T}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
	μ_e/iB	$-1,001\ 159\ 652\ 180\ 76(27)$	$2,6 \cdot 10^{-13}$
	μ_e/iN	$-1,838\ 281\ 970\ 90(75) \cdot 10^3$	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Factor-g del electrón	g_e	$-2,002\ 319\ 304\ 361\ 53(53)$	$2,6 \cdot 10^{-13}$
Razón de masa muón–electrón	m_μ/m_e	$206,768\ 2843(52)$	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético muón	μ_μ	$-4,490\ 448\ 07(15) \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$	$3,4 \cdot 10^{-8}$
Factor-g del muón	g_μ	$-2,002\ 331\ 8418(13)$	$6,3 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa protón–electrón	m_p/m_e	$1\ 836,152\ 672\ 45(75)$	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Carga específica protón	e/m_p	$9,578\ 833\ 58(21) \cdot 10^7 \text{ C/kg}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Longitud de onda Compton del protón	$\lambda_{C,p} = \hbar/m_p c$	$1,321\ 409\ 856\ 23(94) \text{ fm}$	$7,1 \cdot 10^{-10}$
Magnetón nuclear	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5,050\ 783\ 53(11) \cdot 10^{-27} \text{ J/T}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético del protón	μ_p	$1,410\ 606\ 743(33) \cdot 10^{-26} \text{ J/T}^2$	$4 \cdot 10^{-8}$
	μ_p/μ_B	$1,521\ 032\ 210(12) \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-9}$
	μ_p/μ_N	$2,792\ 847\ 356(23)$	$8,2 \cdot 10^{-9}$
Razón giromagnética protón	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	$2,675\ 222\ 005(63) \cdot 10^8 \text{ Hz/T}^2$	$4 \cdot 10^{-8}$
Factor-g protón	g_p	$5,585\ 694\ 713(46)$	$8,2 \cdot 10^{-9}$
Razón de masa neutrón–electrón	m_n/m_e	$1\ 838\ 683\ 6605(11)$	$5,8 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa neutrón–protón	m_n/m_p	$1,001\ 378\ 419\ 17(45)$	$4,5 \cdot 10^{-10}$
Longitud de onda Compton neutrón	$eC_{,n} = \hbar/m_n c$	$1,319\ 590\ 9068(11) \text{ fm}$	$8,2 \cdot 10^{-10}$
Momento magnético neutrón	μ_n	$-0,966\ 236\ 47(23) \cdot 10^{-26} \text{ J/T}^2$	$4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_B	$-1,041\ 875\ 63(25) \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_N	$-1,913\ 042\ 72(45)$	$2,4 \cdot 10^{-7}$
Constante de Stefan–Boltzmann	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	$56,703\ 73(21) \text{ nW/m}^2\text{K}^4$	$3,6 \cdot 10^{-6}$
Constante de desplazamiento de Wien	$b = \lambda_{max} T$	$2,897\ 7721(26) \text{ mmK}$	$9,1 \cdot 10^{-7}$
		$58,789\ 254(53) \text{ GHz/K}$	
Electron-volt	eV	$1,602\ 176\ 565(35) \cdot 10^{-19} \text{ J}^2$	$2 \cdot 10^{-8}$
cost. conversión bit a entropía	$k \ln 2$	$10^{23} \text{ bit} = 0,956\ 994\ 5(9) \text{ J/K}$	$9,1 \cdot 10^{-7}$
TNT contenido energía	$c,$	T a $4,0 \text{ MJ/kg}$	$4 \cdot 10^{-2}$

a: para una masa infinita del núcleo

Algunas propiedades útiles de nuestro medio ambiente local se dan en la siguiente tabla.

TABLA 12 Costantes astronómicas

CANTIDAD	SÍMBOLO	VALOR
----------	---------	-------

Año trópico 1900 ^a	a	31 556 925,974 7 s
Año trópico 1994	a	31 556 925,2 s
Día sideral medio	d	23 ^h 56' 4, 090 53''
Distancia media Tierra-Sol ^b		149 597 870,691(30) km
Unidad astronómica ^b	AU	149 597 870 691 m
Año luz basado en el año juliano	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsec	pc	30, 856 775 806 Pm = 3, 261 634 al
Masa de la Tierra	M_{\oplus}	5, 973(1) · 10 ²⁴ kg
Constante gravitacional geocéntrica	GM	3, 986 004 418(8) · 10 ¹⁴ m ³ /s ²
Longitud gravitacional de la Tierra	$l_{\oplus} = 2GM/c^2$	8,870 056 078(16) mm
Radio ecuatorial de la Tierra ^c	$R_{\oplus eq}$	6378, 1366(1) km
Radio polar de la Tierra	$R_{\oplus p}$	6356, 752(1) km
Distancia ecuador-polo		10 001, 966 km (media)
Aplanamiento terrestre	e_{\oplus}	1/298, 25642(1)
Densidad media de la Tierra	ρ_{\oplus}	5,5Mg/m ³
Edad de la Tierra	T_{\oplus}	4, 50(4)Ga = 142(2) Ps
Gravedad normal de la Tierra	g	9,806 65m/s ²
Presión atmosférica estándar de la Tierra	p^0	101 325 Pa
Radio de la Luna	$R_{\text{☾ } v}$	1738 km en dirección de la Tierra
Radio de la Luna	$R_{\text{☾ } h}$	1737,4 km en las otras dos direcciones
Masa de la Luna	$M_{\text{☾}}$	7,35 · 10 ²² kg
Distancia media a la Luna	$d_{\text{☾}}$	384 401 km
Distancia a la Luna en el perigeo		363 Mm, mínimo histórico 359 861 km
Distancia a la Luna en el apogeo		404 Mm, máximo histórico 406 720 km
Dimensión angular de la Luna		media 0,5181° = 31,08', mínimo 0,49°, máximo 0,55°
Densidad media de la Luna	$\rho_{\text{☾}}$	3,3 Mg/m ³
Gravedad superficial en la Luna	$g_{\text{☾}}$	1,62m/s ²
Presión atmosférica en la Luna	$p_{\text{☾}}$	de 10 ⁻¹⁰ Pa (noche) a 10 ⁻⁷ Pa (día)
Masa de Júpiter		1,90 · 10 ²⁷ kg
Radio ecuatorial de Júpiter		71,398 Mm
Radio polar de Júpiter		1(1)Mm
Distancia media de Júpiter al Sol		778 412 020 km
Gravedad superficial en Júpiter		24,9 m/s ²
Presión atmosférica en Júpiter		de 20 kPa a 200 kPa
Masa del Sol	M_{\odot}	1,988 43(3) · 10 ³⁰ kg
Longitud gravitacional del Sol	$2GM_{\odot}/c^2$	2,953 250 08(5) km

Constante gravitacional heliocéntrica	GM_{\odot}	$132,712\ 440\ 018(8) \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Luminosidad del Sol	L_{\odot}	384, 6 YW
Radio ecuatorial del Sol	R_{\odot}	695, 98(7) Mm
Dimensión angular del Sol		0,53 ^o media; mínima el cuatro de julio (afelio) 1888 ^o , máxima el cuatro de enero (perihelio) 1952 ^o
Densidad media del Sol		1,4 Mg/m ³
Edad del Sol		4,6 Ga
Velocidad solar en torno al centro de la galaxia		220(20) km/s
Velocidad solar contra la radiación cósmica de fondo		370, 6(5) km/s
Gravedad superficial del Sol		274 m/s ²
Presión inferior en la fotosfera del Sol		15 kPa
Distancia al centro de la Vía Láctea		8,0(5) kpc = 26,1(1, 6) kal
Edad de la Vía Láctea		13.6 Ga
Dimensión de la Vía Láctea		c. 10^{21} m o 100 kal
Masa de la Vía Láctea		10^{12} masas solares, c. $2 \cdot 10^{42}$ kg
La mayor parte del grupo de galaxias lejanas SXDF-XCLJ		$9,6 \cdot 10^9$ al

a. Definición constante desde equinoccio de primavera a equinoccio de primavera; una vez se utilizó para definir el segundo. (Recuerde: π segundos es alrededor de un nanosiglo.) El valor de 1990 e aproximadamente 0, 7 s o menos, que corresponde a una ralentización de alrededor de 0, 2 ms / a. (Ojo: ¿por qué?) *Desafío 427 s* También hay una fórmula empírica para la variación de la duración del año en el tiempo.

b. La realmente sorprendente precisión de tan sólo 30 m en la distancia media Tierra-Sol es el promedio de tiempo de las señales enviadas desde las órbitas de Viking y Mars tomadas durante un período de más de 20 años. Tenga en cuenta que la 'Unión Astronómica Internacional distingue a la distancia media Tierra-Sol de la unidad astronómica en sí; esta última se define como una longitud fija y precisa. Incluso el año luz es una unidad definida como un número exacto de la UAI. Para obtener más información, consulte www.iau.org/public/measuring.

c. La forma de la Tierra se describe con mayor precisión con el Sistema Geodésico Mundial. La última edición fue publicada en la 1984. Para una presentación completa de sus antecedentes y sus detalles, véase la página web www.wgs.v.com. La Unión Astronómica Internacional afinó los datos en 2000. Los radios y los datos de aplanamiento aquí son los del 'sistema de marea media'. Se diferencian de las del 'sistema de marea cero' y otros sistemas en aproximadamente 0, 7 m. Los detalles son una ciencia en sí misma.

d. Medida de centro a centro. Para encontrar la posición exacta de la Luna en el cielo en una cierta fecha, ver la página www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Para los planetas, ver la página www.fourmilab.ch/solar/solar.html e y las otras páginas del mismo sitio.

e. Los ángulos son definidos como sigue: 1 grado = $1^{\circ} = \pi/180$ rad, 1 (primo) minuto = $1' = 1^{\circ}/60$, 1 segundo = $1'' = 1' /60$. Las unidades antiguas 'un tercio diminuto' y 'un cuarto diminuto', cada uno 1/60 -un sesentésimo- del precedente, ya no están en uso. ('Minuto' significa originariamente 'muy pequeño', como se hace todavía en inglés moderno)

Algunas propiedades de la naturaleza en general se enumeran en la siguiente tabla. (*Desafío 428 s* Si quiere un reto, ¿puede determinar si una propiedad del universo, no viene en la lista?)

TABLA 13 Costantes cosmológicas.

CANTIDAD	SÍMBOLO	VALOR
Constante cosmológica	Λ	c. $1 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$
Edad del Universo ^a (Determinado por el espacio-tiempo, a través de la expansión, utilizando la relatividad general)	t_0	$4,333(53) \cdot 10^{17} \text{ s} = 13,8(0,1) \cdot 10^9 \text{ a}$

Edad del Universo ^a (determinada de la materia, vía galaxias y estrellas, usando la teoría cuántica)	t_0	Alrededor de $3,5(4) \cdot 10^{17} \text{ s} = 11, 5(1,5) \cdot 10^9 \text{ a}$
Parámetro de Hubble	H_0	$2,3(2) \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} = 0,73(4) \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1} = \hbar_0 \cdot 100 \text{ km/sMpc} = \hbar_0 \cdot 1,0227 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$
Parámetro de Hubble reducido	h_0	0,71(4)
Parámetro de deceleración ^a	$q_0 = -(a''/a)/H_0^2$	-0,66(10)
Distancia horizonte Universo ^a	$d_0 = 3ct_0$	$40,0(6) \cdot 10^{26} \text{ m} = 13,0(2)\text{Gpc}$
Topología universo		Trivial hasta 10^{26} m
Numero de dimensiones espaciales		3 para distancias hasta 10^{26} m
Densidad crítica	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$\hbar_0^2 \cdot 1,87882(24) \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3$
Del universo		$= 0,95(12) \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3$
Parámetro de densidad (total)	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1,02(2)
Parámetro de densidad barión	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0,044(4)
Parámetro de densidad materia oscura fría	$\Omega_{\text{CDM}0} = \rho_{\text{CDM}0}/\rho_c$	0,23(4)
Parámetro de densidad neutrino	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0,001 a 0,005
Parámetro de densidad materia oscura	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	
Parámetro de estado energía oscura	$w = p_X/\rho_X$	-1,0 (2)
Masa barión	m_b	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Numero densidad bariones		$0,25(1) /\text{m}^3$
densidad materia luminosa		$3,8(2) \cdot 10^{-28} \text{ kg/m}^3$
Estrellas en el universo	n_s	$10^{22\pm 1}$
Bariones en el universo	n_b	$10^{81\pm 1}$
Temperatura del fondo de microondas ^b	T_0	2,725(1)K
Fotones en el universo	n_a	10^{89}
Densidad de energía de los fotones	$n_a = \pi^2 k^4/15T^4$	$4,6 \cdot 10^{-31} \text{ kg/m}^3$
Densidad número de fotones		$410,89 /\text{cm}^3 \text{ or } 400 /\text{cm}^3 (T_0/2.7 \text{ K})^3$
Amplitud perturbación densidad		$5,6(1,5) \cdot 10^{-6}$
Amplitud onda gravitacional		$< 0,71$
Fluctuación de masa		8Mpc o8
Indice escalar	n	0,93(3)
Índice de ejecución escalar	$dn/d \ln k$	-0,03(2)
Longitud de Planck	$l_{Pl} = (\hbar G/c^3)^{1/2}$	$1,62 \cdot 10^{-35} \text{ m}$
Tiempo de Planck	$t_{Pl} = (\hbar G/c^5)^{1/2}$	$5,39 \cdot 10^{-44} \text{ s}$
Masa de Planck	$m_{Pl} = (\hbar c/G)^{1/2}$	21,8 μg
Instantes en la historia ^a	t_0/t_{Pl}	$8,7(2,8) \cdot 10^{60}$
Puntos espacio-temporales en el horizonte interno	$N_0 = (R_0/l_{Pl})^3 \cdot (t_0/t_{Pl})$	$10^{244\pm 1}$
Masa en el horizonte interno	M	$10^{54\pm 1} \text{ kg}$

a. El índice 0 indica valores de hoy.

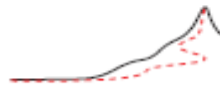
b. La radiación **originada** cuando el universo tenía 380 000 años y poseía una temperatura de alrededor de 3000 K; las fluctuaciones ΔT_0 que condujeron a la formación de las galaxias son hoy unos $16 \pm 4 \mu\text{K} = 6(2) \cdot 10^{-6} T_0$.

NÚMEROS ÚTILES^{REF. 313}

π	3,	14159	26535	89793	23846	26433	83279	50288	41971	69399	37510 ₅
e	2,	71828	18284	59045	23536	02874	71352	66249	77572	47093	69995 ₉
γ	0,	57721	56649	01532	86060	65120	90082	40243	10421	59335	93992 ₃
$\ln 2$	0,	69314	71805	59945	30941	72321	21458	17656	80755	00134	36025 ₅
$\ln 10$	2,	30258	50929	94045	68401	79914	54684	36420	76011	01488	62877 ₂
$\sqrt{10}$	3,	16227	76601	68379	33199	88935	44432	71853	37195	55139	32521 ₆

Si el número π es *normal*, es decir, si todos los dígitos y combinaciones de dígitos en su expansión decimal aparecen con la misma frecuencia límite, entonces todo texto escrito o todavía por escribir, así como cualquier palabra que se haya hablado o que se diga, puede encontrarse codificado en su secuencia. La propiedad de la normalidad no ha sido aún probada, aunque se sospecha que se mantiene. ¿Significa esto que toda la sabiduría está codificada en el simple círculo? No. La propiedad no es nada especial: también se aplica al número 0.123456789101112131415161718192021 ... y muchos otros.

Por cierto, en el gráfico de la función exponencial e^x , el punto (0, 1) es el único punto con dos coordenadas racionales. Si te imaginas pintando en azul todos los puntos del plano con dos coordenadas racionales, el plano parecería bastante azulado. Sin embargo, la gráfica pasa por sólo uno de estos puntos y logra evitar todos los demás.



Desafíos: pistas y soluciones

Desafío 1: No dude en ser exigente y estricto. La próxima edición del texto se beneficiará de ello.

Desafío 2: Un cono o un hiperboloide también se ve directamente desde todas las direcciones, siempre que el posicionamiento es correcto. Así, se necesita uno no sólo para girar el objeto, sino también para desplazarlo.

El mejor método para comprobar la planaridad es utilizar una interferencia entre la llegada y la salida de un haz coherente de la. Si las franjas son rectas, la superficie es plana. (¿Cómo puede asegurarse de que el frente de onda del haz de luz es plano?)

Desafío 3: Una fracción de infinito sigue siendo infinito.

Desafío 4: El momento en que la luna Io entra en la sombra en la segunda medición se produce alrededor de 1000 s tarde de lo previsto a partir de la primera medición. Dado que la Tierra está de aproximadamente a $3 \cdot 10^{11}$ m más lejos de Júpiter e Io, obtenemos el valor normal para la velocidad de la luz.

Desafío 5: Para compensar la aberración, el telescopio tiene que estar inclinado *a lo largo* de la dirección de movimiento de la Tierra; Para compensar la paralaje, *perpendicularmente* al movimiento.

Desafío 6: Los diagramas superiores en la **Figura 4** sugieren utilizar la *tangente* en la ecuación (1); Los diagramas inferiores usar el *seno*; sin embargo, ambas expresiones son erróneas, ya que no impiden que aparezcan velocidades mayores que *c*. Esta es la expresión relativista correcta para el caso especial de una estrella sobre la eclíptica. Más expresiones de relatividad general, para estrellas de declinación general, pueden ser fácilmente calculadas.

Desafío 7: El dibujo lo muestra. Observador, Luna y Sol. Cuando la Luna está medio llena, el ángulo en la Luna es un ángulo recto. Por lo tanto, la relación de distancia se puede determinar, aunque no fácilmente, ya que el ángulo en el observador está muy cerca de un ángulo recto también.

Desafío 8: Hay ojos de gato en la Luna depositados allí durante las misiones de Apolo y Lunokhod. Se utilizan para reflejar pulsos de luz láser de 35 ps enviados allí a través de telescopios.

El tiempo del viaje de ida y vuelta da la distancia a la Luna. Por supuesto, la distancia absoluta no se sabe a alta precisión, pero las variaciones son. El espesor de la atmósfera es la mayor fuente de error. Vea el sitio web www.csr.utexas.edu/mlrs y ilrs.gsfc.nasa.gov.

Desafío 9: Fizeau usó un espejo a unos 8,6 km. Como muestra la ilustración, sólo tuvo que contar los dientes de su rueda dentada y medir su velocidad de rotación cuando la luz entra en una dirección a través de un diente y vuelve a la siguiente.

Desafío 10: El tiempo de obturación debe ser más corto que $T = l/c$, es decir, más corto que 30 ps; Era un obturador de *gas*, no sólido. Fue disparado por un pulso de luz roja (mostrado en la fotografía) cronometrado por el pulso para ser fotografiado; Para ciertos materiales, como el gas usado, la luz fuerte puede llevar al blanqueo, para que se vuelvan transparentes. Para más detalles sobre el obturador y su técnica de gatillo, vea el artículo de los autores. Para obturadores aún más rápidos, véase también la discusión en el volumen VI.

Desafío 11: Simplemente tome una fotografía de un rayo mientras mueve la cámara horizontalmente. Usted verá que un rayo está hecho de varias descargas; El conjunto muestra que el rayo es mucho más lento que la luz.

Si el rayo se moviera tan sólo como la luz, el efecto Doppler cambiaría su color dependiendo del ángulo en que lo vemos, en comparación con su dirección de movimiento. Un rayo cercano cambiaría el color de arriba a abajo.

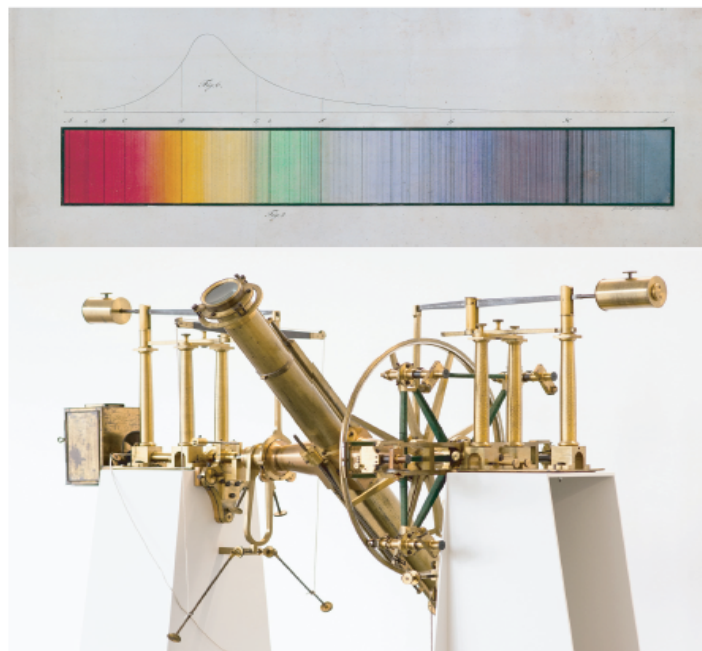


FIGURA 124 Las líneas originales publicadas por Fraunhofer y el instrumento meridiano que usó (© Fraunhofer Gesellschaft).

Desafío 12: Las lámparas más rápidas eran las

partículas subatómicas, tales como los muones, que se descomponían al emitir un fotón, por lo tanto un pequeño destello de luz. Sin embargo, también algunas estrellas emiten chorros rápidos de materia, que se mueven con velocidades comparables a la de la luz.

Desafío 13: La velocidad de los neutrinos es la misma que la de la luz a 9 dígitos decimales, ya que los neutrinos y la luz se observaron llegar juntos, dentro de 12 segundos de uno al otro, después de un viaje de 170000 años-luz de una explosión de supernova.

Desafío 14: Incluso la dirección del pulso de luz que llega es difícil de medir antes de que llegue. Pero tal vez uno ¿podría jugar en la superficie de un agujero negro? ¿O bajo el agua? ¿O usar un espejo como cancha de tenis? Disfrute la exploración

Desafío 16: Esto se discute mejor mostrando que otras posibilidades no tienen sentido.

Desafío 17: La coordenada espacial del evento en el que se refleja la luz es $c(k^2 - 1)T/2$; La coordenada de tiempo es $(k^2 + 1)T/2$ - Su relación debe ser v . Resolviendo para k da el resultado.

Desafío 19: El movimiento de las ondas de radio, rayos infrarrojos, ultravioleta y gamma también es imparabile. Otro sospechoso en el pasado, el neutrino, se ha encontrado que tiene masa y así es en principio paralizabile. El movimiento de la gravedad es también imparabile.

Desafío 21: $\lambda_R/\lambda_S = \gamma$.

Desafío 22: Para cambiar de rojo brillante (650nm) a verde (550nm), es necesario $v = 0,166c$.

Desafío 23: La gente mide el cambio de líneas espectrales, como el desplazamiento de la llamada línea Lyman- α de hidrógeno, que se emite (o absorbe) cuando un electrón libre es capturado (o expulsado) por un protón. Es una de las líneas famosas de Fraunhofer.

Desafío 24: Las velocidades están dadas por

$$\frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \quad (298)$$

lo que implica $v(z = -0.1) = 31\text{Mm/s} = 0,1c$ hacia el observador y $v(z = 5) = 284\text{Mm/s} = 0,95c$ lejos del observador.

Un desplazamiento al rojo de 6 implica una velocidad de 0,96c; tales velocidades aparecen porque, como veremos en la sección de la relatividad general, los objetos lejanos se alejan de nosotros. Y los grandes desplazamientos al rojo se observan sólo para objetos que están muy lejos de la Tierra, y cuanto más rápido más lejos están. Para un cambio de rojo de 6 hay una distancia de varios miles de millones de años luz.

Desafío 25: No se observa efecto Doppler para un observador distante en reposo con respecto a la masa grande. En otros casos obviamente hay un efecto Doppler, pero no es debido a la deflexión.

Desafío 26: La velocidad de sonido no es invariante de la velocidad de los observadores. Como resultado, el efecto Doppler para el sonido incluso confirma - dentro de las diferencias de medición - que el tiempo es el mismo para observadores que se mueven uno respecto al otro.

Desafío 29: en el interior de tubos de televisión en color (que utilizan voltajes más altos que los en blancos y negros), los electrones son descritos por $v/c \approx \sqrt{30/511}$ o $v \approx 0,3c$

Desafío 30: Si se puede imaginar esto, publíquelo. Los lectores estarán encantados de escuchar la historia.

Desafío 32: La conexión entre la invariancia observador y la propiedad límite parece ser generalmente válida en la naturaleza, como se muestra en el capítulo 2. Sin embargo, un argumento completo y seguro todavía no está a la mano. Si usted tiene uno, ¡publíquelo!

Desafío 35: Si la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores, ningún observador puede pretender estar más en reposo que otro (siempre que el espacio-tiempo es plano), porque no hay ninguna observación a partir de la electrodinámica, mecánica u otra parte de la física que permita tal afirmación.

Desafío 39: El valor humano se logra en los aceleradores de partículas; el valor en la naturaleza se encuentra en los rayos cósmicos de las energías más altas.

Desafío 41: Redibujando la [Figura 10](#). Para el otro observador ponga el punto.

Desafío 42: El conjunto de eventos se comporta como una variedad, porque se comporta como un espacio tetradimensional: tiene infinitos puntos alrededor de cualquier punto de partida dado, y las distancias se comportan como estamos acostumbrados, los límites se comportan como estamos acostumbrados. Difiere por una dimensión añadida, y por el signo en la definición de distancia; Así, propiamente hablando, es una variedad riemanniana.

Desafío 43: El infinito es obvio, como es la apertura. Así, la equivalencia topología puede demostrarse imaginando que la variedad está hecha de caucho y se envuelve alrededor de una esfera.

Desafío 44: El cono de luz se mantiene sin cambios; por lo tanto la conexión causal, también.

Desafío 47: En tal caso, la división del espacio-tiempo alrededor de un observador inercial en el futuro, el pasado y en otros lugares no aguantaría más, y el futuro podría influir en el pasado (como se ve desde otro observador).

Desafío 53: Para entender la paradoja de los gemelos, la mejor manera es dibujar un diagrama del espacio-tiempo que muestre cómo cada gemelo envía una señal de tiempo a intervalos regulares, como se ve en su propio reloj, a su hermano. Algunos ejemplos se dan en la [Figura 125](#). Estas señales de tiempo muestran cuánto ha envejecido. Verá directamente que, durante el viaje, un gemelo envía menos señales que el otro.

Desafío 54: La relación predicha por el razonamiento es ingenua $(1/2)^{(6.4/2.2)} = 0.13$.

Desafío 56: El factor de dilatación para el tiempo cuando $v = 0.9952c$ es 10.2, dando un tiempo propio de $0.62 \mu\text{s}$; por lo tanto la relación predicha por la relatividad especial es $(1/2)^{(0.62/2.2)} = 0.82$.

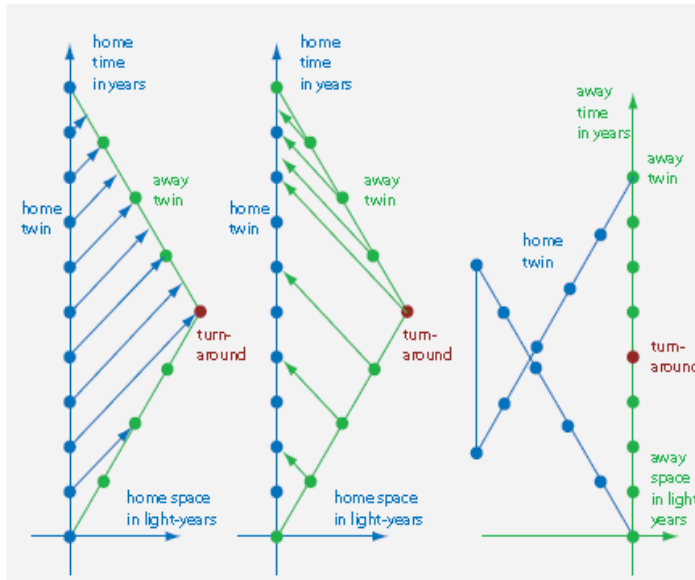


FIGURA 125 La paradoja de los gemelos (izquierda y centro) la sincronización del reloj para ambos gemelos con las señales enviadas entre los gemelos en el marco inercial del gemelo doméstico, y (derecha) la descripción del gemelo ausente, en un marco que, sin embargo, no es inercial

Desafío 57: Enviar una señal de luz desde el primer reloj para el segundo reloj y regresar. Tómese el tiempo medio entre la salida y la llegada, y luego se compara con la hora a la reflexión. Repita esto varias veces. Vea también la Figura 11.

Desafío 59: No con los presentes métodos experimentales.

Desafío 60: Sugerencia: piense en diferentes direcciones de la vista.

Desafío 62: Un consejo: tenga cuidado con la definición de "rigidez".

Desafío 64: Mientras que el planeador saliendo pasa la brecha, la luz no puede permanecer dentro a cualquier velocidad, si el planeador es más corto que la brecha. Esto es extraño a primera vista, ya que el planeador no se enciende la lámpara incluso a altas velocidades, a pesar de que en el marco del planeador hay un contacto en ambos extremos. La razón es que en este caso no hay tiempo suficiente para enviar la señal a la batería que se hace contacto, de modo que la corriente no puede comenzar a fluir.

Supongamos que la corriente fluye con velocidad u , que es del orden de c . Entonces, como Dirk Van de Moortel mostró, la lámpara se apagará si la longitud del planeador l_{plan} y la longitud de la distancia l_{gap} obedecen

$$l_{\text{glider}}/l_{\text{gap}} < \gamma(u+v)/u. \text{ Véase también la referencia citada.}$$

Para un planeador que se aproxima a la brecha y la lámpara, la situación es diferente: un planeador más corto que el hueco puede mantener la lámpara encendida todo el tiempo, como señala S.R. Madhu Rao.

¿Por qué los debates a menudo se calientan? Algunas personas (falsamente) pretenden que el problema no es físico; Otros dirán que las ecuaciones de Maxwell son necesarias. Todavía otros dirán que el problema es absurdo, porque para las longitudes más grandes del planeador, la respuesta de encendido / apagado depende del valor exacto de la velocidad. Sin embargo, esto es realmente el caso en esta situación.

Desafío 65: Sí, la cuerda se rompe; en los coches acelerados, la distancia cambia, como se muestra más adelante en el texto.

Desafío 66: El submarino se hundirá. El submarino rápido incluso será más pesado, ya que su energía cinética se suma a su peso. El efecto de contracción sería hacerlo más ligero, como dice el capitán, pero en menor medida. El peso total - contando hacia arriba como positivo - viene dada por

$$F = -m\partial(\gamma - 1/\gamma).$$

Desafío 67: Un submarino relativista se derretiría instantáneamente debido a la fricción con el agua. Si no, saldría volando del planeta porque se mueve más rápido que la velocidad de escape. Y produciría otros varios desastres.

Desafío 68: La pregunta confunde la observación de la contracción de Lorentz y su medición. Un collar de perlas relativista se hace más corto, pero el acortamiento sólo se puede medir, no fotografiar. Los tamaños medidos a velocidades relativistas de las perlas son elipsoides aplanados. Las esferas no se transforman en esferas. El collar observado consiste en la superposición de elipsoides.

Desafío 69: No: ¡piense sobre ello!

Desafío 72: Sí, el envejecimiento en un valle es más lento en comparación con las cimas de las montañas. Sin embargo, la sensación adecuada de tiempo no se cambia. La razón de la aparición de pelo gris no es conocida; si el tiempo es genético, el tiempo propio en lo que ocurre es el mismo en cualquier ubicación.

Desafío 73: No hay manera de poner un observador en los puntos especificados. La velocidad propia sólo puede definirse para los observadores, es decir, para las entidades que pueden llevar un reloj. Ese no es el caso de las imágenes.

Desafío 74: Simplemente use la geometría simple para mostrar esto.

Desafío 75: Lo más interesante es que el horizonte puede moverse fácilmente más rápido que la luz, si mueve la cabeza apropiadamente, al igual que el extremo del arco iris.

Desafío 77: La luz es necesaria para determinar la distancia y sincronizar los relojes; por lo tanto, no hay forma de

medir la velocidad de la luz de un punto a otro solo. Se debe incluir el movimiento inverso. Sin embargo, aún se pueden hacer algunas afirmaciones sobre la velocidad de la luz en un sentido (ver math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/experiments.html). Todos los experimentos sobre la velocidad de la luz en una dirección realizada hasta ahora son consistentes con un valor isotrópico que es igual a la velocidad bidireccional. Sin embargo, ningún experimento puede descartar un grupo de teorías en las que la velocidad de la luz en una dirección es anisotrópica y, por lo tanto, diferente de la velocidad bidireccional. Todas las teorías de este grupo tienen la propiedad de que la velocidad de ida y vuelta de la luz es isotrópica en cualquier marco inercial, pero la velocidad unidireccional es isotrópica solo en un marco de "éter" preferido. En todas estas teorías, en todos los marcos inerciales, los efectos del transporte lento del reloj compensan exactamente los efectos de la velocidad anisotrópica de la luz en una sola dirección. Todas estas teorías son experimentalmente indistinguibles de la relatividad especial. En la práctica, por lo tanto, la velocidad de la luz de un solo sentido se ha medido y es constante. Pero queda una pequeña opción.

Las sutilezas de la velocidad de la luz unidireccional y bidireccional han sido un tema de discusión durante mucho tiempo. A menudo se ha argumentado que un factor diferente a dos, que llevaría a una distinción entre la velocidad de la luz en una dirección y la velocidad de la luz bidireccional, no puede descartarse mediante el experimento, siempre que la velocidad bidireccional de luz permanezca c para todos los observadores.

Muchos experimentos sobre la velocidad de la luz en un solo sentido son explicados y discutidos por Zhang. Él dice en su resumen, que la velocidad de ida de la luz es, de hecho, independiente de la fuente de luz; sin embargo, ningún experimento realmente muestra que es igual a la velocidad bidireccional.

Además, casi todos los llamados experimentos de "un solo sentido" son, de hecho, todavía experimentos ocultos de "doble sentido". En 2004, Hans Ohanian demostró que la cuestión se puede resolver discutiendo cómo una velocidad de luz no estándar unidireccional afectaría la dinámica. Mostró que una velocidad de luz unidireccional no estándar introduciría pseudoaceleraciones y pseudofuerzas (similar a la aceleración y fuerza de Coriolis); dado que estas pseudoaceleraciones y pseudofuerzas no se observan, la velocidad de la luz en una dirección es la misma que la velocidad de la luz bidireccional.

En resumen, los problemas de la velocidad de la luz en un solo sentido no necesitan preocuparnos aquí.

Desafío 78: La expresión no funciona para un fotón que golpea un espejo, por ejemplo.

Desafío 79: La teletransportación contradice, en un marco de referencia inercial, la conservación del centro de masa. La teletransportación rápida conduciría a una fuerte aceleración del entorno emisor y receptor.

Desafío 85: La colisión inferior en la [Figura 41](#) muestra el resultado directamente, a partir de la conservación de energía. Para la colisión superior el resultado también sigue, si se parte de la conservación del momento $\gamma m = \Gamma M V$ y conservación de la energía $(\gamma m + 1) m = \Gamma M$.

Desafío 97: Simplemente gire el lado izquierdo de la [Figura 45](#) un poco en sentido antihorario.

Desafío 98: En las colisiones entre cargas relativistas, parte de la energía se irradia como luz, de modo que las partículas pierden efectivamente energía.

Desafío 99: Probablemente no, como todas las relaciones entre las cantidades físicas se conocen ahora. Sin embargo, usted puede comprobar por sí mismo; Uno nunca podría saber. Vale la pena mencionar que la fuerza máxima en la naturaleza fue descubierta (en este texto) después de permanecer escondida durante más de 80 años.

Desafío 101: Anote los cuatro vectores U' y U y luego extraiga v' como función de v y la velocidad relativa de coordenadas V . Luego renombre las variables.

Desafío 102: ¡Ningún ejemplo de movimiento de un cuerpo masivo! El movimiento de ondas de luz tiene una 4-velocidad de fase nula y una 4-velocidad de grupo nula, como se explica en [page 79](#).

Desafío 107: Para las partículas ultrarelativistas, como para las partículas sin masa, se tiene $E = pc$.

Desafío 108: Sugerencia: evaluar P_1 y P_2 en el marco en reposo de una partícula.

Desafío 110: Utilice la definición $F = dp / dt$ y la relación $KU = 0 = F \cdot dE / dt$ válida para fuerzas de preservación de masa de reposo.

Desafío 112: La historia se cuenta en [page 99](#).

Desafío 116: Este problema se llama la *paradoja Ehrenfest*. Hay muchas publicaciones al respecto. Disfrute de la exploración!

Desafío 117: Sí, uno puede ver tal objeto: el efecto de reflector y el efecto Doppler no conducen a la invisibilidad. Sin embargo, parte del objeto, es decir, la región que gira alejándose del observador, puede llegar a ser muy oscura.

Desafío 119: Si la partícula rotativa tiene un momento magnético, se puede enviar a través de un campo magnético no homogéneo y observar si el momento magnético cambia de dirección.

Desafío 121: No.

Desafío 122: Para una discusión sobre el momento angular relativista y un efecto bonito, vea K. Y. BLOKH & F. NORI, *Relativistic Hall Effect*, Physical Review Letters **108**, p. 120403, 2012, preprint at arxiv.org/abs/1112.5618.

Desafío 125: La relación para la frecuencia viene de la definición de la fase.

Desafío 128: Planck invitó a Einstein a Berlín y verificó sus respuestas con él. La expresión $E = \hbar \omega$ para la energía del fotón implica la invarianza de \hbar .

Desafío 144: La energía contenida en el combustible debe ser comparable a la masa restante de la moto, multiplicada por c^2 . Dado que el combustible contiene mucha más masa que energía, eso da un gran problema.

Desafío 146: La aceleración constante y la gravedad son similares en sus efectos, como se discute en la sección sobre la relatividad general.

Desafío 149: Si es cierto.

Desafío 150: Es plana, como un plano.

Desafío 151: A pesar de la aceleración hacia el centro del carrusel, no aparece ningún horizonte.

Desafío 153: Sí; sin embargo, el efecto es mínimo y depende de la posición del Sol. De hecho, lo que es blanco a una altura no es blanco en otra.

Desafío 155: Localmente, la luz siempre se mueve con velocidad c .

Desafío 156: Lejos de la Tierra, g disminuye; es efectivamente cero en la mayor parte de la distancia.

Desafío 159: Como se muestra en la referencia citada, el límite se deduce de la condición $ly_3a \leq c^2$.

Desafío 161: Sí.

Desafío 162: Sí. Tome $\Delta f \Delta t \geq 1$ y sustituya $\Delta l = c/\Delta f$ y $\Delta a = c/\Delta t$.

Desafío 164: Aunque hay muchas publicaciones que pretenden estudiar el tema, también hay suficientes físicos que advierten la imposibilidad. Medir una variación de la velocidad de la luz no está muy lejos de medir la velocidad de un solo sentido de la luz: no es posible. Sin embargo, los debates sobre el tema son acalorados; El asunto tomará mucho tiempo para ser puesto en reposo.

Desafío 166: La ley de gravedad inversa del cuadrado no cumple con el principio de velocidad máxima; no está claro cómo cambia cuando uno cambia a un observador en movimiento.

Desafío 167: Si oye hablar de una reclamación para superar la fuerza o el límite de potencia, avíseme.

Desafío 168: Tome una superficie moviéndose con la velocidad de la luz, o una superficie definida con una precisión más pequeña que la longitud de Planck.

Desafío 169: También las sombras no permanecen paralelas en superficies curvas. Olvidar esto conduce a extraños errores: muchos argumentos supuestamente 'mostrando' que los hombres nunca han estado en la luna descuidan este hecho cuando discuten las fotografías tomadas allí.

Desafío 170: Si encuentra uno, publíquelo y envíemelo.

Desafío 172: Esto es complicado. La simple aplicación de la regla de transformación relativista para 4-vectores puede resultar en valores de fuerza por encima del límite. Pero en todos estos casos ha aparecido un horizonte que impide la observación de este valor más elevado.

Desafío 174: Por ejemplo, es posible imaginar una superficie que tiene una forma tan intrincada que pasará todos los átomos del universo a casi la velocidad de la luz. Tal superficie no es física, como es imposible imaginar observadores en todos sus puntos que se mueven de esa manera todos al mismo tiempo.

Desafío 177: Las nuevas fuentes no pueden aparecer de la nada. Cualquier fuente de energía 'nueva' resulta de la transformación de otra radiación encontrada en el universo ya antes de la aparición.

Desafío 178: Muchos aún no creen los límites; Así que cualquier contraejemplo o cualquier paradoja adicional vale la pena una publicación.

Desafío 181: Si es así, publíquelo; Luego envíemelo.

Desafío 187: Se aceleran hacia arriba.

Desafío 188: En la vida cotidiana, (a) la superficie de la Tierra puede considerarse plana, (b) los efectos de la curvatura vertical son despreciables y (c) los efectos de la longitud lateral son despreciables.

Desafío 192: Para un bus potente, la aceleración es 2 m/s^2 ; en 100 m de aceleración, esto hace un cambio relativo de frecuencia de $2,2 \cdot 10^{-15}$.

Desafío 193: Sí, la absorción de luz y la emisión son siempre conversiones sin pérdidas de energía en masa.

Desafío 196: Para un haz de luz, en ambos casos la situación se describe por un entorno en el que las masas "caen" contra la dirección del movimiento. Si la tierra y las paredes del tren no fueran visibles -por ejemplo, si estuvieran ocultas por la niebla- no habría manera de determinar por medio de experimentos cuál es la situación. O, de nuevo, si un observador estuviera encerrado en una caja, no podría distinguir entre aceleración constante o gravedad constante. (Importante: esta imposibilidad sólo se aplica si el observador tiene un tamaño insignificante!)

Desafío 200: La longitud es el tiempo multiplicado por la velocidad de la luz. Si el tiempo cambia con la altura, también lo hacen las longitudes.

Desafío 202: Ambos caen hacia el centro de la Tierra. Las partículas en órbita también están en caída libre; Su distancia relativa cambia también, como se explica en el texto.

Desafío 205: Tal gráfico necesitaría cuatro o incluso 5 dimensiones.

Desafío 206: Los experimentos sobre cambio de tiempo con altura también pueden ser utilizados en este caso.

Desafío 208: La energía debida a la rotación puede ser despreciada en comparación con todas las demás energías del problema.

Desafío 218: Diferentes nucleones, diferentes núcleos, diferentes átomos y diferentes moléculas tienen diferentes porcentajes de energías de unión en relación con la masa total.

Desafío 220: En caída libre, la botella y el agua permanecen en reposo uno con respecto al otro.

Desafío 221: Deje caer el dispositivo. El caucho elástico entonces es lo suficientemente fuerte para tirar de la bola en la taza. Vea M. T. Westra, *Einsteins verjaardagscadeau*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **69**, p. 109, April 2003.

El dispositivo original también tenía un muelle conectado en serie con el caucho.

Desafío 222: Aparte de las sillas y mesas ya mencionadas, los dispositivos antigравidad importantes son tirantes, cinturones y bolsas de plástico.

Desafío 224: La misma cantidad.

Desafío 255: Sí, en gravedad la edad de la gemela más alta es mayor. La diferencia de edad cambia con la altura, y llega a cero para la altura infinita.

Desafío 226: El límite de flujo de masa es $c^3/4G$.

Desafío 227: No, la cinta transportadora puede ser construida en el tren.

Desafío 228: Utilizan una escala de muelle y miden el tiempo de oscilación. De él se deduce su masa. (La burocracia de la NASA lo llama BMMD, un dispositivo de medición de masa corporal).

Desafío 229: La manzana golpea la pared después de aproximadamente media hora.

Desafío 232: Las aproximaciones con trayectorias curvadas de la luz, o con la variación de la velocidad de la luz no describen los horizontes correctamente.

Desafío 233: Con \hbar como el momento angular más pequeño uno consigue alrededor de 100 Tm.

Desafío 234: No. La difracción de los haces no lo permite. También la teoría cuántica hace esto imposible; los estados enlazados de las partículas sin masa, tales como los fotones, no son estables.

Desafío 236: El radio orbital es de 4,2 radios terrestres; que hace c. 38 μ s cada día.

Desafío 237: Para ser honesto, los experimentos no son consistentes. Ellos asumen que alguna otra propiedad de la naturaleza es constante - como el tamaño atómico - que de hecho también depende de G. Más sobre este tema en [page 272](#).

Desafío 238: Por supuesto, podrían existir otras dimensiones espaciales que sólo pueden detectarse con la ayuda de aparatos de medición. Por ejemplo, las dimensiones ocultas podrían aparecer en energías no accesibles en la vida cotidiana.

Desafío 239: Sobre este diminuto efecto, véase el texto de Ohanian,^{ref. 113} en la página 147.

Desafío 262: Como no hay masa negativa, los campos gravitoelectrónicos no pueden ser neutralizados.

En contraste, los campos eléctricos pueden ser neutralizados alrededor de un conductor metálico con una jaula de Faraday.

Desafío 265: Para encontrar la respuesta, ayuda pensar en la analogía electromagnética.

Desafío 274: Uno necesita medir la sincronización de los pulsos que cruzan la tierra en los diversos detectores de ondas gravitacionales en la tierra.

Desafío 248: Lo hicieron durante un eclipse solar.

Desafío 275: No. Por las mismas razones que tal campo electrostático no es posible.

Desafío 280: No, una línea no puede tener curvatura intrínseca. Un toro es intrínsecamente curvado; no se puede cortar para producir una hoja plana de papel.

Desafío 285: No, no se pueden hacer a partir de una hoja de papel. La curvatura es distinta de cero en todas partes.

Desafío 302: La traza del tensor de Einstein es el negativo del escalar de Ricci; Es, pues, el negativo de la traza del tensor de Ricci.

Desafío 306: El concepto de energía no tiene sentido para el universo, ya que el concepto sólo se define para los sistemas físicos y, por lo tanto, no para el universo mismo. Ver también [page 237](#).

Desafío 313: De hecho, en la relatividad general la energía gravitatoria no puede ser *localizada* en el espacio, en contraste con lo que uno espera y requiere de una interacción.

Desafío 324: Los errores en el transporte apuntando hacia el sur se deben a la fase geométrica, un efecto que aparece en cualquier caso de transporte paralelo en tres dimensiones. Es el mismo efecto que hace girar el péndulo de Foucault. El transporte paralelo a veces también se llama transporte de Fermi-Walker. La fase geométrica se explica en detalle en el volumen sobre óptica.

Desafío 328: La Agencia Espacial Europea está explorando el problema. ¡Únase a ellos!

Desafío 331: Hay una buena probabilidad de que exista alguna forma débil de los chorros de sol; Pero una detección no será fácil. (La cuestión de si la vía láctea tiene chorros era parte de este texto desde 2006, se han descubierto en 2010.)

Desafío 333: Si crees que las dos cantidades difieren, estás preso de una creencia, es decir, la creencia de que tus ideas sobre la física clásica y la relatividad general te permiten extrapolar estas ideas en dominios donde no son válidos, como detrás de un horizonte. En cada horizonte, los efectos cuánticos son tan fuertes que invalidan tales extrapolaciones clásicas.

Desafío 334: Unos pocos milímetros.

Desafío 335: Si asumimos un diámetro de 150 μ m y una densidad de 1000 kg/m³ para las partículas de harina, entonces hay aproximadamente 566 millones de partículas en un kilogramo de harina. Una galaxia típica contiene 10¹¹ estrellas; que corresponde a 177 kg de harina.

Desafío 336: La velocidad se mide con el efecto Doppler, generalmente observando la línea de Lyman-alfa. La distancia es mucho más difícil de explicar. Medir distancias es una ciencia por sí sola, dependiendo de si se miden las distancias de las estrellas en la galaxia, a otras galaxias o a los cuásares. Cualquier libro sobre astronomía o astrofísica

contará más.

Desafío 337: Vea el desafío 340 ny

Desafío 339: El conejo observa que todos los otros conejos parecen alejarse de él.

Desafío 347: Párese en un bosque en invierno, y trate de ver el horizonte. Si el bosque es muy profundo, encontrará troncos de árboles en todas las direcciones. Si el bosque es finito en profundidad, usted tiene la oportunidad de ver el horizonte.

Desafío 361: No. Este es un ejemplo de cómo una descripción aparentemente exacta de la naturaleza puede conducir a una declaración no científica, una creencia, sin ninguna relación con la realidad.

Desafío 362: Otra vez no. La afirmación es pura creencia.

Desafío 364: El universo no permite la observación desde el exterior. Por lo tanto, no tiene propiedades de estado.

Desafío 355, page 240: Aplanamiento debido a la rotación requiere otras masas para proporcionar el fondo sobre el cual la rotación se lleva a cabo.

Desafío 375: En el horizonte, la luz no puede subir hacia arriba.

Desafío 399: Esto sucede de la misma manera que el campo eléctrico estático sale de una carga. En ambos casos, los campos transversales no salen, pero sí los campos longitudinales.

La teoría cuántica proporciona la razón más profunda. Las partículas de radiación real, que son responsables de campos transversales libres, no pueden dejar un agujero negro debido a la velocidad de escape. Sin embargo, las partículas virtuales pueden, ya que su velocidad no está limitada por la velocidad de la luz. Todos los campos estáticos y longitudinales son producidos por partículas virtuales. Además, hay una segunda razón. El campo clásico puede salir de un agujero negro porque para un observador externo todo lo que constituye el agujero negro está cayendo continuamente y ningún constituyente ha cruzado realmente el horizonte. Las fuentes de campo no están todavía fuera de alcance.

Desafío 403: La descripción lo dice todo. Una impresión visual se puede encontrar en la sala de los agujeros negros en el "Deutsches Museum" en Munich.

Desafío 405: Por un lado, los agujeros negros pueden producirse a través colapso de la materia. Por otra parte, los agujeros negros pueden ser vistos como un horizonte curvado.

Desafío 407: Hasta el momento, parece que todas las consecuencias experimentales de la analogía coinciden con las observaciones; Por lo tanto, parece que podemos afirmar que el cielo nocturno es un horizonte de agujero negro. Sin embargo, la cuestión no se resuelve, y a algunos prominentes físicos no les gusta la analogía. El problema también está relacionado con la cuestión de si la naturaleza muestra una simetría entre escalas de longitud extremadamente grandes y muy pequeñas. Este tema se amplía en el último tramo de nuestra aventura.

Desafío 411: Cualquier dispositivo que utiliza espejos requiere la electrodinámica; sin la electrodinámica, los espejos son imposibles.

Desafío 413: La teoría de la tierra hueca es correcta si las distancias habituales se cambian consistentemente de acuerdo con $r_{he} = R^2_{Tierra} / r$. Esto implica un quantum de acción que disminuye hacia el centro de la esfera hueca. Entonces no hay manera de preferir una descripción sobre la otra, excepto por razones de simplicidad.

Desafío 417: La masa es una medida de la cantidad de energía. El "cuadrado de la masa" no tiene sentido.

Desafío 420: Probablemente la cantidad con mayor variación sea masa, donde un prefijo para $1 \text{ eV} / c^2$ sería útil, como sería uno para la masa total en el universo, que es aproximadamente 10^{90} veces más grande.

Desafío 421: La fórmula con $n - 1$ es un mejor ajuste. ¿Por qué?

Desafío 424: ¡No! Son demasiado precisos para tener sentido. Sólo se dan como una ilustración para el comportamiento de la distribución de Gauss. distribuciones de medición real no son de Gauss a la precisión implícita en estos números.

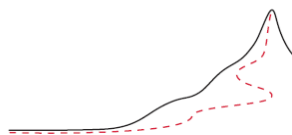
Desafío 425: Alrededor de $0,3 \text{ m} / \text{s}$. ¡No es $0,33 \text{ m} / \text{s}$, no es $0,333 \text{ m} / \text{s}$ y *no* es ninguna secuencia mayor de treses!

Desafío 427: La desaceleración va cuadráticamente con el tiempo, porque cada nueva ralentización ¡se suma a la anterior!

Desafío 428 : No, sólo las propiedades de las partes del universo se enumeran. El universo mismo no tiene propiedades, como se muestra en el último volumen.

Desafío 429: Esto se podría solucionar con un truco similar a los utilizados en la irracionalidad de cada uno de los dos términos de la suma, pero nadie ha encontrado una.

Desafío 430: Todavía hay muchos descubrimientos que hacer en las matemáticas modernas, especialmente en la topología, la teoría de números y la geometría algebraica. Las matemáticas tienen un buen futuro.



BIBLIOGRAFIA

A man will turn over half a library to make one book. Samuel Johnson*
Un hombre recorre más de la mitad de una biblioteca para hacer un libro.

- 1 ARISTÓTELES, *On sense and the sensible*, sección 1, part 1, 350 AdC. Citado en JEAN PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 157, 1991.
- 2 El texto original latino de la carta de Descartes, fechada el 22 Agosto 1634, puede ser leída on line en gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k20740j/f419.image.
- 3 ANÓNIMO *Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences*, Journal des Scavans pp.233–236,1676.Un resumen en inglés se encuentra en O.C. RØMER, *A demonstration concerning the motion of light*, Philosophical Transactions of the Royal Society 136, pp. 893–894, 1677. Puede leer los dos artículos en.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html.
- 4 F. TUINSTRA, *Rømer and the finite speed of light*, PhysicsToday57, pp.16–17,December 2004.
- 5 La historia de la medición de la velocidad de la luz se puede encontrar en el capítulo 19 del texto de FRANCIS A. JENKINS & HARVEY E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, NewYork,1957.
- 6 Sobre la manera de realizar tales mediciones, vea SYDNEY G. BREWER, *Do-it-your self Astronomy*, Edinburgh University Press, 1988Kepler mismo, nunca midió las distancias de los planetas al Sol, sino solo las proporciones de las distancias planetarias. La paralaje del Sol desde dos puntos de la Tierra es casi 8,79"; se midió por primera vez en el siglo XVIII.
- 7 Para una discusión detallada, vea la nota 32 de A. GUALANDI & F. BÒNOLI, *The search for stellar parallaxes and the discovery of the aberration of light: the observational proof of the Earth's revolution, Eustachio Manfredi, and the 'Bologna case'*, Journal for the History of Astronomy 20, pp. 155–172, 2009. De hecho, el término "aberración" no aparece en la publicación de Bradley sobre el asunto.
- 8 ARISTARCHUS DE SAMOS, *On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, c.280 bce, en MICHAEL J. CROWE, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover,1990.
- 9 J. FRERCKS, *Creativity and technology in experimentation: Fizeau's terrestrial determination of the speed of light*, Centaurus 42, pp. 249–287, 2000. Consulte también la hermosa página web reconstructions of historical science experiments en www.uni-oldenburg.de/histodid/ forschung/nachbauten.
- 10 La forma de hacer imágenes de pulsos de luz con una cámara fotográfica ordinaria, sin ningún tipo de electrónica, la describe M.A. DUGUAY & A.T. MATTICK, *Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes*, Applied Optics 10, pp. 2162–2170, 1971.La imagen de la página20 está tomada de allí.
- 11 Puede aprender lo básico de relatividad especial con ayuda de la web; la introducción más simple y clara es parte del curso de física de Karlsruhe, descargable en www. physikdidaktik.uni-karlsruhe.de. Puede también usar la página web physics.syr.edu/research/relativity/ RELATIVITY.html como punto de comienzo; la página menciona muchos de los recursos de relatividad en inglés disponibles en la web. Links en otros idiomas se puede encontrar con los motores de búsqueda.
- 12 Vea el artículo clásico de G.J. FISHMAN, *Gamma ray observations of the Crab pulsar – past, present, future*, Annals of the New York Academy of Sciences 655, pp. 309–318, 1992.
- 13 Las observaciones de las ráfagas de rayos gamma muestran que la velocidad de la luz no depende de la velocidad de la lámpara dentro de una parte en 10^{20} , como muestra el bien conocido artículo de B.E. SCHAEFER, *Severe limits on variations of the speed of light with frequency*, Physical Review Letters 82, pp. 4964–4966,1999, preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/9810479. El resultado fue confirmado más impresionantemente con una brillante ráfaga de rayos gamma observada en 2009. En esta ráfaga de rayos gamma, después de viajar cientos de millones de años, fotones de frecuencias que diferían en un factor $3 \cdot 10^{10}$ – rayos gamma y luz visible - aún llegaron con menos de un segundo de diferencia unos de otros. Vea A. A. ABDO & al., (FermiGBM/LAT collaborations) *Testing Einstein's specialrelativitywithFermi's short hard gamma-ray burst GRB090510*, preimpresión en arxiv.org/ abs/0908.1832. Citedonpages22,23,322,and 324
- 14 M.FÜLLEKRUG, *Probingthe speed of light with radiowaves at extremely low frequencies*, Physical Review Letters 93, p.043901, 2004.
- 15 Vea, p.ej., C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, revised edition, Cambridge University Press, 1993. Vea también Ref.27.
- 16 Las discusiones usando estrellas binarias son de W. DE SITTER, *A proof of the constancy of the speed of light*, Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen 15, pp. 1297–1298, 1913, W. DE SITTER, *On the constancy of the speed of light*, Proceedings of the Section of the Sciences–Koninklijke Academie der Wetenschappen 16, pp.395–396, 1913, W. DE SITTER, *Ein astronomischer Beweisfürdie Konstanz der Lichtgeschwindigkeit*, Physikalische Zeitschrift 14, p. 429, 1913, W. DE SITTER, *Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann*,

* Samuel Johnson(1709–1784),famoso poeta e intelectual inglés

Physikalische Zeitschrift 14, p. 1267, 1913, Para una versión más reciente, vea K. BRECHER, *Is the speed of light independent of the velocity of the source?*, Physics Letters 39, pp.1051–1054, Errata1236,1977.

17 Los límites más amplios de las observaciones de rayos gamma son explorados en Ref.13. Medir la velocidad de la luz desde estrellas que se mueven rápidamente es otra prueba posible; vea la referencia anterior. Algunos de estos experimentos no son completamente estancos; una especulación sobre la electrodinámica, debido a Ritz, sostiene que la velocidad de la luz es c solo cuando se mide con respecto a la fuente; sin embargo, la luz de las estrellas pasa a través de la atmósfera, y su velocidad puede verse reducida a c . El famoso experimento con la luz emitida por piones rápidos en CERN no es objeto de esta crítica. Se describe en T. ALVÄGER, J. M. BAILEY, F. J. M. FARLEY, J. KJELLMAN & I. WALLIN, *Test of the second postulate of relativity in the GeVregion*, Physics Letters 12 pp. 260–262, 1964. Vea también T.ALVÄGER&al., *Velocity of high-energy gamma rays*, Arkiv för Fysik31, pp. 145–157, 1965. Otro experimento preciso a velocidades extremas es descrito por G.R. KALBFLEISCH, N. BAGGETT, E.C. FOWLER & J. ALSPECTOR, *Experimental comparison of neutrino, anti-neutrino, and muon velocities*, Physical Review Letters 43, pp. 1361–1364, 1979.

18 Una visión general de los resultados experimentales se da en YUAN ZHONG ZHANG, *Special Relativity and its Experimental Foundations*, World Scientific, 1998.

19 El comienzo de la moderna teoría de la relatividad es el famoso artículo de ALBERT EINSTEIN, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17, pp. 891– 921, 1905. Vale la pena leerlo, y todos los físicos deberían haberlo hecho. Lo mismo puede decirse del famoso artículo, probablemente escrito después de haber oído hablar de la idea de Olinto DePreto, encontrado en ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, Annalen der Physik 18,pp.639–641, 1905. Vea también la revisión ALBERT EINSTEIN, *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 4, pp. 411–462, 1907. Este artículo está ahora disponible en muchos idiomas Una revisión posterior no publicada está disponible en facsímil y con una traducción al inglés como ALBERT EINSTEIN, Hanoch Gutfreund, ed., *Einstein's 1912 Manuscript on the Theory of Relativity*, George Braziller, 2004. También es interesante el documento posterior ALBERT EINSTEIN, *Elementary derivation of the equivalence of mass and energy*, American Mathematical Society Bulletin 41, pp.223–230, 1935Todos los documentos y cartas de Einstein están ahora disponibles, tanto en su idioma original como en su traducción al inglés, en einsteinpapers.press.princeton.edu.

20 JEAN VAN BLADEL, *Relativity and Engineering*, Springer, 1984.

21 ALBERT EINSTEIN, *Mein Weltbild*, edited by CARL SELIG, Ullstein Verlag, 1998.

22 Hay incluso un libro sobre el asunto: HANS C. OHANIAN, *Einstein's Mistakes: The Human Failings of Genius*, Norton, 2009. El 26 de Diciembre 1915, Einstein escribió, en una carta a Paul Ehrenfest: “Es ist bequem mit dem Einstein, jedes Jahr widerruft er, was er das vorige Jahr geschrieben hat.” Algunas semanas después el 17 de Enero 1916, Einstein escribió a Hendrik Lorentz: “Die Seriemeiner Gravitationsarbeiten ist eine Kette von Irrwegen, die aber doch allmählich dem Ziele näher führten.” Vea, por ejemplo, el libro de HENOCH GUTFREUND & JÜRGEN RENN, editors, *The Road to Relativity*, Princeton University Press, 2015.

23 ALBRECHT FÖLSING, *Albert Einstein – eine Biographie*, Suhrkamp, p.237, 1993. Cited on pages 27 and 41.

24 Una hermosa introducción de Einstein, casi sin fórmulas, es ALBERT EINSTEIN, *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917 y 1997. Para ver un texto con todas las matemáticas requeridas, consulte Albert Einstein, *The Meaning of Relativity*, Methuen, 1921 and 1956. La edición póstuma también contiene las últimas palabras impresas de Einstein sobre la teoría, en el apéndice. Ver también el texto alemán ALBERT EINSTEIN, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Springer, 1921 de forma extensa en 1954, y vuelto a publicar en 2002, que también contiene las matemáticas relevantes.

25 JULIAN SCHWINGER, *Einstein's Legacy*, Scientific American, 1986. EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics—Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. Consulte también NICK M.J. WOODHOUSE, *Special Relativity*, Springer, 2003.

26 WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001. Este es un hermoso libro de uno de los maestros del campo.

27 R. J. KENNEDY & E. M. THORNDIKE, *Experimental establishment of the relativity of time*, Physical Review 42, pp. 400–418, 1932. Consulte también H. E. IVES & G. R. STILWELL, *An experimental study of the rate of a moving atomic clock*, Journal of the Optical Society of America 28, pp. 215–226, 1938, and 31, pp. 369–374, 1941. Para una versión moderna y de alta precisión, vea C. BRAXMEIER, H. MÜLLER, O. PRADL, J. MLYNEK, A. PETERS & S. SCHILLER, *New tests of relativity using a cryogenic optical resonator*, Physical Review Letters 88, p. 010401, 2002. Los resultados más novedosos están en P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators*, Physical Review A 71, p. 050101, 2005, preimpresión en arxiv.org/abs/gr-qc/0504109, y el subsiguiente arxiv.org/abs/physics/0510169. Vea también P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Réplica a “Comment on ‘Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators’”*, Physical Review A 72, p. 066102, 2005, preimpresión en arxiv.org/abs/physics/0602115.

28 La lentitud de la velocidad de la luz dentro del Sol se debe a la frecuente dispersión de los fotones por la materia solar. La estimación más seria es de R. MITALAS & K. R. SILLS, *On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal 401, pp.759–760, 1992, Ofrecen un tiempo de escape de fotones de 0,17 Ma, una trayectoria media libre de fotones de 0.9 mm, una velocidad media de 0,97 cm / sy una velocidad en el centro diez veces menor.

- 29 L. VESTERGAARD HAU, S.E. HARRIS, Z. DUTTON & C.H. BEHROOZI, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature 397, pp. 594–598, 1999. Ve también C. LIU, Z. DUTTON, C.H. BEHROOZI & L. VESTERGAARD HAU, *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature 409, pp. 490–493, 2001, y el comenario de E.A. CORNELL, *Stopping light in its track*, 409, pp. 461–462, 2001. Sin embargo, a pesar de la afirmación, los pulsos de luz no han sido detenidos.
- 30 El método de explicación de la relatividad especial dibujando unas líneas en el papel se debe a HERMANN BONDI, *Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein*, Dover, New York, 1980. Ve también DIERCK-EKKEHARD LIEBSCHER, *Relativitäts theorie mit Zirkelund Lineal*, Akademie-Verlag Berlin, 1991.
- 31 S. REINHARDT & al., *Test of relativistic time dilation with fast optical clocks at different velocities*, Nature Physics 3, pp. 861–864, 2007. Citedonpage30.
- 32 RODS.LAKES, *Experimental limits on the photon mass and cosmic vector potential*, Physical Review Letters 80, pp. 1826–1829, 1998. Una masa de fotones máxima de 10^{-47} kg también se dedujo de las explosiones de rayos gamma en el documento Ref.13.
- 33 F. TUINSTR, *De lotgevallen van het dopplereffect*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 75, p.296, August 2009.
- 34 R.W. MCGOWAN&D.M. GILTNER, *New measurement of the relativistic Doppler shift in neon*, Physical Review Letters 70, pp.251–254, 1993.
- 35 R.LAMBOURNE, *The Doppler effect in astronomy*, Physics Education 32, pp. 34–40, 1997,
- 36 D. KIEFER & al., *Relativistic electron mirrors from nanoscale foils for coherent frequency up shift to the extreme ultraviolet*, Nature Communications 4,p. 1763, 2013. La exploración de sistemas de carga relativista promete resultados y aplicaciones interesantes en la próxima década.
- 37 Ve por ejemplo el artículo de T. WILKEN & al., *A spectrograph for exoplanet observations calibrated at the centimetre-per-second level*, Nature485, pp. 611–614,2012.
- 38 El récord actual de sincronización de reloj parece ser de 1ps para dos relojes distantes de 3 km uno del otro. Consulte A. VALENCIA, G. SCARCELLI & Y. SHIH, *Distant clock synchronization using entangled photon pairs*, Applied Physics Letters 85, pp. 2655–2657, 2004, or arxiv.org/abs/quant-ph/0407204.
- 39 J. FRENKEL & T. KONTOROWA, *Über die Theorie der plastischen Verformung*, Physikalische Zeitschrift der Sowietunion 13, p. 1, 1938. F.C. Frank, *On the equations of motion of crystal dislocations*, Proceedings of the Physical Society A 62, pp. 131–134, 1949. J. ESHELBY, *Uniformly moving dislocations*, Proceedings of the Physical Society A 62, pp. 307–314, 1949. See also G. LEIBFRIED & H. DIETZE, *Zeitschrift für Physik* 126, p. 790, 1949. Una introducción general puede encontrarse en A. SEEGER & P.SCHILLER, *Kinks in dislocation lines and their effects in internal friction in crystals*, PhysicalAcoustics 3A, W. P. Mason, ed., Academic Press, 1966. Ve también el libro de texto de FRANK R.N. NABARRO, *Theory of Crystal Dislocations*, Oxford University Press, 1967, o J.P. HIRTH & J. LOTHE, *Theory of Dislocations*, McGrawHill, 1968.
- 40 Este hermoso gráfico está tomado de Z.G.T. GUIRAGOSSIAN, G.B. ROTHBART, M.R. YEARIAN, R. GEARHART & J.J. MURRAY, *Relative velocity measurements of electrons and gamma ray sat 15GeV*, Physical ReviewLetters 34,pp.335–338,1975.
- 41Un intento provocador de explicar la falta de mujeres en la física en general lo hace MARGARET WERTHEIM, *Pythagoras' Trousers–God, Physics and the Gender Wars*, Fourth Estate, 1997..
- 42 Para obtener más información sobre los pirados más conocidos y sus ideas, envíe un correo electrónico a majordomo@zikzak.net con una única línea ‘subscribe psychoceramics’.
- 43 La exactitud de la mecánica galileana fue discutida por SimonNewcomb ya en 1882. Para obtener más información, consulte STEVEN WEINBERG, *Gravitationand Cosmology*, Wiley, 1972.
- 44 La velocidad de los neutrinos es la misma que la de la luz con 9 dígitos decimales. Esto se explica por LEO STODOLSKY, *The speed of light and the speed of neutrinos*, Physics Letters B 201, p. 353, 1988. Una observación de una pequeña masa para el neutrino ha sido publicada por la colaboración japonesa Super-Kamiokande, in Y. FUKUDA & al.,*Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Physical Review Letters 81, pp. 1562–1567,1998. Los resultados más recientes publicados por el Observatorio Canadiense de Neutrinos de Sudbury, como Q.R. AHMAD & al.,*Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-currentinteractions int he Sudbury Neutrino Observatory*, Physical Review Letters 89,p.011301,2002, también confirman que los neutrinos tienen una masa en la región 1eV.
- 45 B. ROTHENSTEIN & G. ECKSTEIN, *Lorentz transformations directly from the speed of light*, AmericanJournalofPhysics63,p.1150,1995. Ve también el comentario de E.KAPUŚCIK, *Comment on “Lorentz transformations directly from the speed of light”* by B. ROTHENSTEIN Y G. ECKSTEIN, American Journal of Physics 65, p.1210, 1997.
- 46 Consulte por ejemplo las conferencias de 1922 por Lorentz el Caltech, publicadas como H.A. Lorentz, *Problems of Modern Physics*, edited por H.BATEMAN, Ginnand Company, page 99,1927.
- 47 MAXBORN, *Die Relativitäts theorie Einsteins*, Springer,2003, una nueva y comentada edición del texto original de 1920.
- 48 A. A. MICHELSON & E. W. MORLEY, *On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether*, American Journal of cience (3rd series) 34,pp. 333–345, 1887.Michelson publicó muchos otros artículos sobre el tema después de

este.

49 El más reciente resultado es CH. EISELE, A.YU. NEVSKY & S. SCHILLER, *Laboratory test of the isotropy of light propagation on the 10^{-17} level*, Physics Review Letters 103, p.090401, 2009. Ver también el experimento anterior en S. SCHILLER, P. ANTONINI & M. OKHAPKIN, *A precision test of the isotropy of the speed of light using rotating cryogenic cavities*, arxiv.org/abs/physics/0510169. Vea también la página del instituto en www.exphy.uni-duesseldorf.de/ResearchInst/WelcomeFP.html.

50 H.A. LORENTZ, *De relative beweging van de aarde en dem aether*, Amst. Versl.1, p. 74, 1892, y también H. A. LORENTZ, *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*, Amst. Proc.6, p. 809, 1904, or Amst. Versl.12, p. 986, 1904.

51 Una refutación general de tales propuestas es discutida por S. R. MAINWARING & G. E. STEDMAN, *Accelerated clock principles*, Physical Review A47, pp. 3611–3619, 1993. Experimentos sobre muones en el CERN en 1968 mostraron que las aceleraciones de hasta 10^{20} m/s² no tienen efecto, según lo explicado por D.H. PERKINS, *Introduction to High Energy Physics*, AddisonWesley, 1972, or by J. Bailey & al., *Il Nuovo Cimento* 9A, p. 369, 1972.

52 W. RINDLER, *General relativity before special relativity: an unconventional overview of relativity theory*, American Journal of Physics 62, pp.887–893, 1994.

53 STEVEN K. BLAU, *Would a topology change allow Ms. Bright to travel backward in time?*, American Journal of Physics 66, pp. 179–185, 1998.

54 En la formulación "apropiada" de la relatividad, ver por ejemplo D. HESTENES, *Proper particle mechanics*, Journal of Mathematical Physics 15, pp.1768–1777, 1974. Ver también sus otros numerosos documentos, su libro DAVID HESTENES, *Spacetime Algebra*, Gordon and Breach, 1966, y su página web modelingnts.la.asu.edu. Unos enfoques relacionados W.E. BAYLIS, *Relativity in introductory physics*, preimpresión en arxiv.org/abs/physics/0406158.

55 El experimento simple de tomar un reloj preciso en un avión, volarlo alrededor del mundo y luego compararlo con uno idéntico que quedó en el lugar fue realizado por primera vez por J.C. HAFELE & R.E. KEATING, *Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains*, Science 177, pp.166–167, y *Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains*, pp.168–170, 14 July 1972. Vea también Ref.18.

56 Una introducción legible al cambio de tiempo con los observadores, y a la relatividad en general, es ROMAN U. SEXL & HERBERT KURT SCHMIDT, *Raum-Zeit-Relativität*, 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1991.

57 El más famoso es el resultado de que los muones en movimiento permanecen más jóvenes, como se muestra, por ejemplo, por D.H. FRISCH & J.B. SMITH, *Measurement of the relativistic time dilation using μ -mesons*, American Journal of Physics 31, pp.342–355, 1963. Para un tratamiento pedagógico completo de la paradoja de los gemelos, vea E. SHELDON, *Relativistic twins or sextuplets?* European Journal of Physics 24, pp.91–99, 2003.

58 PAUL J. NAHIN, *Time Machines—Time Travel in Physics*, Metaphysics and Science Fiction, SpringerVerlag and AIP Press, second edition, 1999.

59 El primer experimento de muones fue B. ROSSI & D. B. HALL, *Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum*, Physical Review 59, pp. 223–228, 1941. 'Mesotron' era el antiguo nombre para el muon.

60 J. BAILEY & al., *Final report on the CERN muon storage ring including the anomalous magnetic moment and the electric dipole moment of the muon, and a direct test of relativistic time dilation*, Nuclear Physics B150, pp.1–75, 1979.

61 A. HARVEY & E. SCHUCKING, *A small puzzle from 1905*, Physics Today, pp. 34–36, March 2005.

62 Busque "combustible" y "cohetes relativistas" en Internet.

63 W. RINDLER, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 29, pp.365–366, 1961. Para una variación sin gravedad, vea R. SHAW, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 30, p.72, 1962.

64 H. VAN LINTEL & C. GRUBER, *The rod and hole paradox re-examined*, European Journal of Physics 26, pp.19–23, 2005.

65 Vea la clara discusión de C. IYER & G.M. Prabhu, *Differing observations on the landing of the rod in to the slot*, American Journal of Physics 74, pp.998–1001, 2006, preimpresión en arxiv.org/abs/0809.1740.

66 Esta situación es discutida por G.P. SASTRY, *Is length contraction paradoxical?*, American Journal of Physics 55, 1987, pp. 943–946. Este documento también contiene una extensa lista de literatura que cubre variantes de paradojas de contracción de longitud.

67 S.P. BOUGHN, *The case of the identically accelerated twins*, American Journal of Physics 57, pp.791–793, 1989.

68 J.M. SUPPLEE, *Relativistic buoyancy*, American Journal of Physics 57, pp. 75–77, January 1989. Vea también G.E.A. MATSAS, *Relativistic Archimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the 'submarine paradox'*, Physical Review D68, p. 027701, 2003, o arxiv.org/abs/gr-qc/0305106.

69 La distinción fue primero publicada por J. TERRELL, *Invisibility of Lorentz contraction*, Physical Review 116, pp. 1041–1045, 1959, y R. PENROSE, *The apparent shape of a relativistically moving sphere*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 55, pp. 137–139, 1959.

70 G.R. RYBICKI, *Speed limit on walking*, American Journal of Physics 59, pp. 368–369, 1991.

71 Vea por ejemplo, R.J. NEMIROFF, Q. ZHONG & E. LILLESKOV, *Lights illuminate surfaces superluminally*, preimpresión disponible en arXiv.org/abs/1506.02643; Vea también el relacionado y hermoso artículo R.J. NEMIROFF, *Superluminal spot pair events in astronomical settings: sweeping beams*, preimpresión disponible en arXiv.org/abs/1412.7581.

72 Los primeros ejemplos de las observaciones astronómicas fueron proporcionados por A.R. WHITNEY & al., *Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry*, Science 173, pp.225–230, 1971, y por M.H.COHEN & al., The small-scale structure of radiogalaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimetres, Astrophysical Journal 170, pp. 207– 217, 1971. Vea también T.J. PEARSON, S.C. UNWIN, M.H. COHEN, R.P. LINFIELD, A.C.S. READHEAD, G.A. SEIELSTAD, R.S. SIMON & R.C. WALKER, *Superluminal expansion of quasar 3C 273*, Nature 290, pp. 365–368, 1981. Una visión general se da en J.A. ZENSUS & T.J. PEARSON, editors, *Superluminal radiosources*, Cambridge University Press, 1987. Otra medida, utilizando interferometría de referencia muy larga con ondas de radio en chorros emitidos desde una estrella binaria (por lo tanto no un cuásar), se mostró en la portada de Nature: I. F. MIRABEL & L. F. RODRÍGUEZ, *A superluminal source in the galaxy*, Nature 371, pp.46–48, 1994. Un ejemplo más reciente fue reportado en Science News 152, p. 357, 6 December 1997. Explicaciones pedagógicas se dan en D.C. GABUZDA, *The use of quasars in teaching introductory special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 214–215, 1987, y en la Ref.119.

73 Un artículo revisado algo sobre taquiones que menciona la doble cuestión es E. RECAMI, *Classical tachyons and possible applications*, Rivista del Nuovo Cimento 9, pp. 1–178, 1986. También discute un cierto número de paradojas. Por cierto, una sencilla animación que dice mostrar un taquión volador puede encontrarse en Wikipedia..

74 O.M. BILANIUK & E.C. SUDARSHAN, *Particles beyond the light barrier*, Physics Today 22, pp. 43–51, 1969, y O.M.P. BILANIUK, V.K. DESHPANDE & E.C.G. SUDARSHAN, ‘Meta’ relativity, American Journal of Physics 30, pp. 718–723, 1962. Vea también el libro de E. RECAMI, editor, *Tachyons, Monopoles and Related Topics*, North-Holland, 1978.

75 J.P. COSTELLA, B.H.J. MCKELLAR, A.A. RAWLINSON & G.J. STEPHENSON, The Thomas rotation, American Journal of Physics 69, pp. 837–847, 2001.

76 Planck escribió esto en una carta de 1908.

77 Vea por ejemplo S.S. COSTA & G.E.A. MATSAS, *Temperature and relativity*, preimpresión disponible en arxiv.org/abs/gr-qc/9505045.

78 Uno de los últimos de estos experimentos discutibles es T.P. KRISHER, L. MALEKI, G.F. LUTES, L.E. PRIMAS, R.T. LOGAN, J.D. ANDERSON & C.M. WILL, *Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards*, Physical Review D42, pp. 731–734, 1990.

79 H.C. OHANIAN, *The role of dynamics in the synchronization problem*, American Journal of Physics 72, pp.141–148, 2004.

80 R. C. TOLMAN & G. N. LEWIS, *The principle of relativity and non-Newtonian mechanics*, Philosophica Magazine 18, pp. 510–523, 1909, y R.C.TOLMAN, *Non-Newtonian mechanics: the mass of a moving body*, Philosophica Magazine 23, pp.375–380, 1912.

81 S. RAINVILLE, J. K. THOMPSON, E. G. MYERS, J. M. BROWN, M. S. DEWEY, E. G. KESSLER, R. D. DESLATTES, H.G. BÖRNER, M. JENTSCH, P. MUTTI & D.E. PRITCHARD, *World year of physics: a direct test of $E = mc^2$* , Nature 438, pp. 1096– 1097, 2005.

82 Esta información se debe a una comunicación privada de Frank DiFilippo; parte de la historia se cuenta en F. DI FILIPPO, V. NATARAJAN, K. R. BOYCE & D. E. PRITCHARD, *Accurate atomic masses for fundamental metrology*, Physical Review Letters 73, pp.1481–1484, 1994. Estas mediciones que se realizaron con trampas de Penning, son una visión de las posibilidades que ofrecen dadas por R.C. THOMPSON, *Precision measurement aspects of ion traps*, Measurement Science and Technology 1, pp. 93–105, 1990. Los experimentadores más importantes en el campo de la levitación de partículas individuales obtuvieron el Premio Nobel en 1989. Una de las conferencias del Premio Nobel puede encontrarse en W. PAUL, *Electromagnetic traps for neutral and charged particles*, Reviews of Modern Physics 62, pp.531–540, 1990.

83 J.L. SYNGE, *Relativity: The Special Theory*, North-Holland, 1956, pp.208–213. Se puede encontrar más información sobre las antipartículas en la relatividad especial en J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR & A. A. RAWLINSON, *Classical antiparticles*, American Journal of Physics 65, pp. 835–841, 1997. Vea también Ref.103.

84 M.CANNONI, *Lorentz invariant relative velocity and relativistic binary collisions*, preimpresión en arxiv.org/abs/1605.00569.

85 A. PAPANETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der relativistischen Mechanik*, Praktika Acad. Athenes 14, p. 540, 1939, y A. PAPANETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der Diracschen Theorie*, Praktika Acad. Athenes 15, p. 404, 1940. Vea también M. H. L. PRYCE, The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion with the quantum theory of elementary particles, Proceedings of the Royal Society in London, A 195, pp. 62–81, 1948

86 Las referencias que preceden a $E = c^2 m$ de Einstein son: S. TOLVER PRESTON, *Physics of the Ether*, E. & F.N. Spon, 1875, J.H. POINCARÉ, *La théorie de Lorentz et le principe de réaction*, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles 5, pp. 252–278, 1900, O. DE PRETTO, *Ipotesi dell’etere nella vita dell’universo*, Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti tomoLXIII ,parte2, pp. 439–500, Febbraio 1904, F. HASENÖHRL, *Berichte der Wiener Akademie* 113, p. 1039, 1904, F.HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern*, Annalen der Physik 15, pp. 344–370, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern – Berichtigung*, Annalen der Physik 16, pp. 589–592, 1905. Hasenöhl murió en 1915, De Pretto en 1921. Todos estos artículos fueron publicados antes de que el famoso artículo de ALBERT EINSTEIN, *Ist die T rägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, Annalen der Physik 18, pp. 639–641, 1905.

87 UMBERTO BARTOCCI, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ulteja, 1998

88 Para una visión general clara de las diversas convenciones de signos en la relatividad general, vea la portada del texto de Misner, Thorne y Wheeler, Ref.98. Utilizamos las convenciones de signos gravitacionales del texto de Ohanian y Ruffini, Ref.113.

89 Una joya entre los textos sobre relatividad especial es el folleto de ULRICH E. SCHRÖDER, *Spezielle Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, 1981.

90 Una propuesta mejorada para la definición de 4-jerk que también cita este libro es *Relativistic kinematics and stationary motions*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 42, p. 445402, 2009, preimpresión en arxiv.org/abs/0902.4243.

91 G. STEPHENSON & C.W. KILMISTER, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, London, 1965. Vea también W.N. MATTHEWS, *Relativistic velocity and acceleration transformations from thought experiments*, American Journal of Physics 73, pp. 45–51, 2005, y la subsiguiente J.M. LÉVY, *A simple derivation of the Lorentz transformation and of the accompanying velocity and acceleration changes*, American Journal of Physics 75, pp.615–618, 2007.

92 Un artículo legible que muestra una fotocopia de una carta de Einstein explicando este punto es el de LEV B. OKUN, *The concept of mass*, Physics Today, pp. 31–36, June 1989. El tema no está exento de controversia, como lo muestran las cartas de los lectores siguientes a ese artículo; se encuentran en Physics Today, pp. 13–14 and pp. 115–117, May 1990. El asunto sigue siendo una fuente de debates.

93 CHRISTIAN MØLLER, *The Theory of Relativity*, Clarendon Press, 1952, 1972. Este libro de texto estándar ha sido traducido a varios idiomas.

94 El conocido teorema de no-interacción afirma que no hay manera de encontrar un lagrangiano que solo dependa de las variables de partículas, sea invariante de Lorentz y contenga interacciones de partículas. Fue demostrado por D.G.Currie, T.F.Jordan & E. C. G. Sudarshan, *Relativistic invariance and Hamiltonian theories of interacting particles*, Review of Modern Physics 35, pp. 350– 375, 1963.

95 P. EHRENFEST, *Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie*, Physikalische Zeitschrift 10, pp. 918–928, 1909. Ehrenfest (incorrectamente) sugirió que esto significaba que la relatividad no puede ser correcta. Un buen resumen moderno del problema se puede encontrar en M. L. RUGGIERO, *The relative space: space measurements on a rotating platform*, arxiv.org/abs/gr-qc/0309020. R. J. LOW, *When moving clocks run fast*, European Journal of Physics 16, pp. 228–229, 1995.

97 E.A. DESLOGE & R.J. PHILPOTT, *Uniformly accelerated reference frames in special relativity*, American Journal of Physics 55, pp.252–261, 1987.

98 La imposibilidad de definir marcos de coordenadas rígidos para observadores que aceleran de manera no uniforme se discute por CHARLES MISNER, KIP THORNE & JOHN A. WHEELER, *Gravitation*, Freeman, p.168, 1973.

99 R.H.GOOD, *Uniformly accelerated reference frame and twin paradox*, American Journal of Physics 50, pp. 232–238, 1982.

100 J.D. HAMILTON, *The uniformly accelerated reference frame*, American Journal of Physics 46, pp.83–89, 1978

101 La mejor y más barata colección de fórmulas matemáticas sigue siendo la de K.ROTTMANN, *Mathematische Formelsammlung*, BI Hochschultaschenbücher, 1960.

102 C. G. ADLER & R. W. BREHME, *Relativistic solutions to a falling body in a uniform gravitation field*, American Journal of Physics 59, pp.209–213, 1991.

103 Vea por ejemplo las excelentes notas de la conferencia por D.J. RAYMOND, *A radically modern approach of reshman physics*, en la página web www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html

104 EDWARD A. DESLOGE, *The gravitational red-shift in a uniform field*, American Journal of Physics 58, pp. 856–858, 1990.

105 L.MISHRA, *The relativistic acceleration addition theorem*, Classical and Quantum Gravity 11, pp.L97–L102, 1994.

106 EDWIN F. TAYLOR & A.P. FRENCH, *Limitation on proper length in special relativity*, American Journal of Physics 51, pp. 889–893, 1983

107 Las afirmaciones claras contra la velocidad variable de la luz son hechas por Michael Duff en varias de sus publicaciones, tal como M.J. DUFF, *Comment on time-variation of fundamental constants*, arxiv.org/abs/hep-th/0208093. El punto de vista opuesto, aunque incorrecto, ha sido propuesto por JOHN MOFFAT y por JOÃO MAGUEIJO, pero también por varios otros autores.

108 La cita es de una carta de Gibbs a la Academia Americana de Arte y Ciencias, en la que agradece la Academia por su premio. La carta fue leída en una sesión de la Academia y, por lo tanto, se convirtió en parte de los procedimientos: J.W. Gibbs, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 16, p. 420, 1881.

109 Parece que la primera enunciación publicada de la fuerza máxima como principio fundamental fue alrededor del año 2000, en este texto, en el capítulo sobre la gravitación y la relatividad. El autor descubrió el principio de la fuerza máxima, sin conocer el trabajo de los demás, cuando buscaba de antemano los resultados de la última parte de esta aventura. Volumen VI, que sería tan sencillo que convencería incluso a un alumno de escuela secundaria. En el año 2000, el autor contó a sus amigos en Berlín sobre su enfoque didáctico. El concepto de fuerza máxima se propuso por primera vez, muy probablemente, por parte de VENZO DE SABBATA y C.SIVARAMIN 1993. También este descubrimiento de la física se hizo demasiado tarde. En 1995, CORRADO MASSA tomó la idea. Independientemente, LUDWIK KOSTROIN

1999, CHRISTOPH SCHILLER justo antes de 2000 y GARY GIBBONS en los años anteriores a 2002 llegaron al mismo concepto. GARY GIBBONS fue inspirado por un libro de OLIVER LODGE; él explica que el valor máximo de fuerza se sigue de la relatividad general; no hace una declaración acerca del recíproco, ni tampoco los demás autores. La enunciación de fuerza máxima como principios fundamentales parece original para Christoph Schiller.

El orden temporal de los primeros documentos sobre la fuerza máxima parece ser V. DE SABBATA & C. SIVARAM, *On limiting field strengths in gravitation*, Foundations of Physics Letters 6, pp.561–570, 1993, seguida de C. MASSA, *Does the gravitational constant increase?*, Astrophysics and Space Science 232, pp.143–148, 1995, y por L. KOSTRO & B. LANG *Is c^4/G the greatest possible force in nature?*, Physics Essays 12, pp. 182–189, 1999. Las próximas referencias son el documento G.W. GIBBONS, *The maximum tension principle in general relativity*, Foundations of Physics 32, pp. 1891–1901, 2002, preimpresión en arxiv.org/abs/hep-th/0210109 – aunque desarrolló las ideas antes de esa fecha, y las versiones anteriores del presente texto CHRISTOPH SCHILLER, *Motion Mountain–The Adventure of Physics*, pdf libre disponible en www.motionmountain.net. Entonces vino C. SCHILLER, *Maximum force and minimum distance: physics in limit statements*, preimpresión en arxiv.org/abs/physics/0309118, y C. SCHILLER, *General relativity and cosmology derived from principle of maximum power or force*, International Journal of Theoretical Physics 44, pp. 1629–1647, 2005, preimpresión en arxiv.org/abs/physics/0607090. Vea también R. BEIG, G.W. GIBBONS & R.M. SCHOEN, *Gravitating opposites attract*, Classical and Quantum Gravity 26, p.225013, 2009, preimpresión en arxiv.org/abs/09071103. En 2016, Gary Gibbons aún no está convencido de que la fuerza o potencia máxima puedan ser vistos como un principio físico fundamental del que se puede deducir la relatividad general, aunque lo ve como una conjetura prometedor.

110 Vea el artículo fundamental de A. DI SESSA, *Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, 48, p. 365, 1980, y A. DI SESSA, *Erratum: “Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics”* [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)], 48, p.784, 1980. También el excelente libro de texto de Física de FRIEDRICH HERRMANN, *EL Karlsruhe Physics Course*, introduce este punto extensamente; es gratis para descargar en inglés, español, ruso, italiano y chino en www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html.

111 C. SCHILLER, *Maximum force and minimum distance: physics in limit statements*, preimpresión en arxiv.org/abs/physics/0309118; las ideas también forman parte del sexto volumen de este texto, que se puede descargar libremente en www.motionmountain.net.

112 El análisis del primer evento de onda gravitacional detectado, llamado GW150914, se presenta en B.P. ABBOTT & al., (*LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration*) *Observation of gravitational waves from a binary black hole merger*, Physical Review Letters 116, p. 061102, 2016, también disponible para descarga gratuita en journals.aps.org/prl/pdf/10.1103/PhysRevLett.116.061102. Se pueden encontrar documentos adicionales y más detallados sobre el evento y los que siguieron en 2015 y 2017 en el sitio web www.ligo.caltech.edu. [Arecent examples arxiv.org/abs/1706.01812](http://arxiv.org/abs/1706.01812).

113 H.C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994. Otro libro de texto que habla sobre el límite de potencia es IAN R. KENYON, *General Relativity*, Oxford University Press, 1990. La potencia máxima también se discute en L. KOSTRO, *The quantity c^5/G interpreted as the greatest possible power in nature*, Physics Essays 13, pp.143–154, 2000.

114 Una visión general de la literatura sobre el modelo analógico de la relatividad general se puede encontrar en la página web de Matt Visser www.physics.wustl.edu/~visser/Analog/bibliography.html.

115 Vea por ejemplo WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001, p. 70 ff, o RAY D’INVERNO, *Introducing Einstein’s Relativity*, Clarendon Press, 1992, p. 36ff.

116 Vea por ejemplo A. ASHTEKAR, S. FAIRHUST & B. KRISHNAN, *Isolated horizons: Hamiltonian evolution and the first law*, arxiv.org/abs/gr-qc/0005083.

117 T. JACOBSON, *Thermodynamics of spacetime: the Einstein equation of state*, Physical Review Letters 75, pp.1260–1263, 1995 or arxiv.org/abs/gr-qc/9504004.

118 Vea por ejemplo EKKEHART KRÖNER, *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*, Springer, 1958, volume 5 de las series ‘*Ergebnisse der angewandten Mathematik*’. Kröner muestra la similitud entre las ecuaciones, métodos y resultados de la continuum physics de estado sólido y los de la relatividad general, incluido el formalismo de Ricci.

119 Consulte el excelente libro de EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics– Introduction to Special Relativity, second edition*, Freeman, 1992.

120 Este contraejemplo fue sugerido por STEVE CARLIP.

121 E.R. CAIANIELLO, *Lettere al Nuovo Cimento* 41, p.370, 1984.

122 J.D. BARROW & G.W. GIBBONS, *Maximum tension: with and without a cosmological constant*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 446, pp. 3874–3877, 2014, preimpresión en arxiv.org/abs/1408.1820.

123 Una excepción notable es el grupo de enseñanza de física en Karlsruhe, que siempre ha enseñado la fuerza de la manera correcta. Vea F. HERRMANN, *Mengenartige Größen im Physikunterricht*, *Physikalische Blätter* 54, pp.830–832, September 1998. Vea también la conferencia sobre introducción a la física general en la página web www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten.

124 R. PENROSE, *Naked singularities*, *Annals of the New York Academy of Sciences* 224, pp.125–134, 1973.

G.HUISKEN&T.ILMANEN, *The Riemannian Penrose inequality*, International Mathematics Research Notices 59, pp. 1045–1058, 1997. S.A.HAYWARD, *Inequalities relating area, energy, surface gravity and charge of black holes*, Physical Review Letters 81, pp.4557–4559, 1998.

126 C.WILL, *The Confrontation between General Relativity and Experiment*, Living Reviews in Relativity 17, 2014, available freely at www.livingreviews.org/lrr-2014-4. Una antigua y más extensa referencia es CLIFFORD M. WILL, *Was Einstein Right? – Putting General Relativity to the Test*, Oxford University Press, 1993. Vea también su artículo arxiv.org/abs/gr-qc/9811036.

127 Los resultados de medición del satélite WMAP se resumen en website map.gsfc.nasa.gov/m_mm.html; los documentos están disponibles en lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map_bibliography.cfm.

128 La fuente histórica más simple es ALBERT EINSTEIN, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften II* pp. 844–846, 1915. Es la primera explicación de la teoría general de la relatividad, en solo tres páginas. La teoría se explica en detalle en el famoso artículo ALBERT EINSTEIN, *Die Grundlageder allgemeinen Relativitätstheorie*, *Annalen der Physik* 49, pp. 769–822, 1916. Las referencias históricas pueden encontrarse en alemán e inglés en JOHN STACHEL, ed., *The Collected Papers of Albert Einstein*, Volumes 1–9, Princeton University Press, 1987–2004. A continuación se muestra una selección de libros de texto en inglés para un estudio más profundo, en orden ascendente de profundidad y dificultad:

— Un libro entretenido sin fórmulas, pero preciso y detallado, es el libro en rústica por IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990.

— Casi ninguna fórmula, pero mucha información, se encuentran en el entusiasta texto de JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990.

— Una excelente presentación es EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman, 2000.

— La belleza, la simplicidad y la brevedad son las características de MALCOLM LUDVIGSEN, *General Relativity, a Geometric Approach*, Cambridge University Press, 1999.

— Buena explicación es la intensidad de BERNARD SCHUTZ, *Gravity From the Ground Up*, Cambridge University Press, 2003.

— Una buena visión general de los experimentos y la teoría se da en JAMES FOSTER & J.D. NIGHTINGALE, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998.

— Un bonito texto es SAM LILLEY, *Discovering Relativity for Yourself*, Cambridge University Press, 1981.

— Un texto moderno es el de RAY D'INVERNO, *Introducing Einstein's Relativity*, Clarendon Press, 1992. Incluye una descripción extendida de los agujeros negros y la radiación gravitacional, y se refiere regularmente a la presente investigación.

— Un texto hermoso, informativo y altamente recomendado es H.C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W. W. Norton & Co., 1994.

— Un libro bien escrito y moderno, con énfasis en la teoría, por uno de los grandes maestros del campo es WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001.

— Un clásico es STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, Wiley, 1972.

— La pasión de la relatividad general también se puede experimentar en JOHN KLAUDER, ed., *Magic without Magic: John Archibald Wheeler – A Collection of Essays in Honour of His Sixtieth Birthday*, W.H. Freeman & Co., 1972.

— Un texto extenso es KIP S. THORNE, *Black Holes and Time Warps – Einstein's Outrageous Legacy*, W. W. Norton, 1994.

— El texto más matemático y más difícil es Robert M. Wald, *General Relativity*, University of Chicago Press, 1984.

— Mucha información sobre la relatividad general está disponible en Internet. Como un buen punto de partida para el material estadounidense-estadounidense, vea el website math.ucr.edu/home/baez/physics/.

Todavía se necesita un libro de texto grande y moderno sobre relatividad general, con material de color, que combine aspectos experimentales y teóricos. Para textos en otros idiomas, vea la siguiente referencia.

129 Un bello texto de enseñanza alemán es el clásico G. FALK & W. RUPPEL, *Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, third edition, 1983.

Un folleto práctico y elegante es ULRICH E. SCHRÖDER, *Gravitation – Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2001.

Una referencia moderna es TORSTEN FLIESSBACH, *Allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1998.

Excelente es HUBERT GOENNER, *Einführung in die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1996.

En italiano, está el hermoso, informativo, pero caro H.C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitazione spazio-tempo*, Zanichelli, 1997. Es altamente recomendable. Una actualización moderna de ese libro sería sin iguales.

130 P. MOHAZZABI & J.H. SHEA, *High altitude free fall*, American Journal of Physics 64, pp.1242–1246, 1996. Como nota, debido a una falla técnica, Kittinger tuvo su mano (casi) en el vacío durante su ascenso, sin incurrir en ningún daño permanente. Sobre las consecuencias de la exposición humana al vacío, vea el website www.sff.net/people/geoffrey.landis/vacuum.html.

- 131 Esta historia es contada por W.G. UNRUH, *Time, gravity, and quantum mechanics*, preimpresión disponible en arxiv.org/abs/gr-qc/9312027.
- 132 H. BONDI, *Gravitation*, European Journal of Physics 14, pp.1–6, 1993.
- 133 J.W. BRAULT, Princeton University Ph. D. thesis, 1962. Ve también J.L. SNIDER, Physical Review Letters 28, pp. 853–856, 1972, y para la estrella Sirio vea J.L. GREASTEIN & al., Astrophysical Journal 169, p. 563, 1971.
- 134 Consulte el detallado texto de JEFFREY CRELINTEN, *Einstein's Jury—The Race to Test Relativity*, Princeton University Press, 2006, que cubre a todos los investigadores involucrados en los años desde 1905 a 1930.
- 135 El famoso artículo es R.V. POUND & G.A. REBKA, *Apparent weight of photons*, Physical Review Letters 4, pp. 337–341, 1960. Una versión de alta precisión fue publicada por R.V. POUND & J.L. SNIDER, Physical Review Letters 13, p. 539, 1964, y R.V. POUND & J.L. SNIDER, Physical Review B140, p. 788, 1965.
- 136 R. F. C. VESSOT & al., *Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser*, Physical Review Letters 45, pp. 2081–2084, 1980. El experimento se realizó en 1976; hay más de un grupo de coautores involucrados en este trabajo, que involucró disparar a un maser en el espacio con un misil cout a una altura de c.10 000 km.
- 137 L. BRIATORE & S. LESCHIUTTA, *Evidence for Earth gravitational shift by direct atomic time-scale comparison*, Il Nuovo Cimento 37B, pp .219–231, 1977.
- 138 Más información acerca de las mareas puede encontrarse en E.P. CLANCY, *The Tides*, Doubleday, New York, 1969.
- 139 The expeditions had gone to two small islands, namely to Sobral, north of Brazil, and to Principe, in the gulf of Guinea. The result of the expedition appeared in The Times before they appeared in a scientific journal. Today this would be called unprofessional. The results were published as F.W. DYSON, A.S. EDDINGTON & C. DAVIDSON, Philosophical Transactions of the Royal Society (London) 220A, p.291, 1920, and Memoirs of the Royal Astronomical Society 62, p.291, 1920..
- 140 D. KENNEFICK, *Testing relativity from the 1919 eclipse—a question of bias*, Physics Today pp. 37–42, March 2009. Este excelente artículo discute los errores de medición con gran detalle. La leyenda urbana de que la estrellas que cambiaban eran tan pequeña en los negativos que implicaban grandes errores de medición es errónea, debido a la falta de respeto por parte de algunos físicos por las capacidades de los astrónomos. El análisis de la medición de 1979 confirma que esos pequeños cambios, menores que el diámetro de imagen de la estrella, son medibles. De hecho, el reanálisis de los datos produjo una barra de error más pequeña. que el análisis de 1919
- 141 Una buena fuente de imágenes del espacio-tiempo es el texto de G.F.R. ELLIS & R. WILLIAMS, *Flat and Curved Space-times*, Clarendon Press, Oxford, 1988.
- 142 J. DROSTE, *Het veld van een enkel centrum in Einstein's theorie der zwaartekracht, en de beweging van een stoffelijk punt*, Verslag gew. Vergad. Wiss. Amsterdam 25, pp. 163–180, 1916.
- 143 El nombre de agujero negro se introdujo en 1967 en una conferencia pulsar, como se describe en su autobiografía por JOHN A. WHEELER, *Geons, Black Holes, and Quantum Foam: A Life in Physics*, W. W. Norton, 1998, pp.296–297: "En mi charla, pensé que deberíamos considerar la posibilidad de que en el centro de un pulsar esté un objeto gravitacionalmente colapsado. Comenté que no se podía seguir diciendo "objeto colapsado gravitacionalmente" una y otra vez. Uno necesitaba una frase descriptiva más corta. "¿Qué tal el agujero negro?", Preguntó alguien en la audiencia. Había estado buscando exactamente el término correcto durante meses, revolviéndome en la cama, en la bañera, en mi auto, cada vez que tenía momentos tranquilos. De repente, este nombre parecía exactamente correcto. Cuando di una conferencia más formal ... unas semanas más tarde, el 29 de diciembre de 1967, utilicé el término, y luego lo incluí en la versión escrita de la publicación publicada en la primavera de 1968 ... Decidí improvisar el término "agujero negro", dejando caer en la conferencia y la versión escrita como si fuera un viejo amigo familiar. ¿Lo entendería? De hecho lo hicieron. Ahora, todos los niños de escuela han escuchado el término ". El uso generalizado del término comenzó con el artículo de R. RUFFINI & J.A. WHEELER, *Introducing the black hole*, Physics Today 24, pp.30–41, January 1971. En su autobiografía, Wheeler también escribe que la expresión "el agujero negro no tiene pelo" fue criticada como "obscena" por Feynman. Este es un comentario extraño, dado que Feynman solía escribir sus artículos en bares de topless.
- 144 L.B. KREUZER, *Experimental measurement of the equivalence of active and passive gravitational mass*, Physical Review 169, pp.1007–1012, 1968. Con una experiencia clara, demostró que las masas gravitacionales de flúor y de bromo son iguales.
- 145 Un buen y accesible libro sobre el tema es DAVID BLAIR & GEOFF MCNAMARA, *Ripples on a cosmic sea*, Allen & Unwin, 1997.
- 146 Que los cuerpos caen a lo largo de las geodésicas, independientemente de su masa, el llamado principio de equivalencia débil, ha sido verificado por muchos experimentos, hasta el nivel 10^{-13} . Los experimentos más precisos utilizan las llamadas balanzas de torsión. Véase, por ejemplo, el website de Eöt Wash group at www.npl.washington.edu/eotwash/experiments/experiments.html.
- 147 Hasta ahora, los experimentos confirman que la energía nuclear electrostática y (fuerte) cae como materia dentro de una parte en 108 y la energía débil (nuclear) dentro de un pequeño porcentaje. Esto se resume en Ref.151.
- 148 J. SOLDNER, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr* 1804, 1801, p. 161.
- 149 Ve por ejemplo K.D. OLUM, *Superluminal travel requires negative energies*, Physical Review Letters 81, pp. 3567–3570, 1998, o M. ALCUBIERRE, *The warp drive: hyper-fast travel within general relativity*, Classical and

Quantum Gravity 11, pp. L73–L77, 1994. Vea también CHRIS VAN DEN BROECK, *A warp drive with more reasonable total energy requirements*, Classical and Quantum Gravity 16, pp. 3973–3979, 1999.

150 Consulte el *Astronomical Almanac, y su Explanatory Supplement*, H. M. Printing Office, London and U.S. Government Printing Office, Washington, 1992. Para obtener información acerca de varios tiempos coordinados utilizados en el mundo, como el tiempo coordinado baricéntrico, el tiempo en el baricentro del sistema solar, consulte también la página web tycho.usno.navy.mil/system.html. También contiene una buena bibliografía.

151 Una visión general se da en CLIFFORD WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, chapter 14.3, revised edition, Cambridge University Press, 1993. A pesar de ser una referencia estándar, la opinión de Will sobre el papel de las mareas y el papel de la energía gravitacional dentro del principio de equivalencia ha sido criticada por otros investigadores. Vea también Ref.126.

152 El cálculo omite varios efectos más pequeños, como la rotación de la Tierra y el desplazamiento hacia el rojo. Para el principal efecto, vea EDWIN F. TAYLOR, ‘*The boundaries of nature: special and general relativity and quantum mechanics, a second course in physics*’ –Discurso de aceptación de Edwin F. Taylor de la Medalla Oersted 1998 presentada por la American Association of Physics Teachers, 6 January 1998, American Journal of Physics 66, pp.369–376, 1998.

153 A.G.LINDH, *Did Popper solve Hume’s problem?*, Nature 366, pp. 105–106, 11 November 1993,

154 Vea el artículo P. KAARET, S. PIRAINO, P.F. BLOSER, E.C. FORD, J.E. GRINDLAY, A. SANTANGELO, A.P. SMALE & W. ZHANG, *Strong Field Gravity and X-Ray Observations of 4U1820-30*, Astrophysical Journal 520, pp. L37–L40, 1999, o en arxiv.org/abs/astro-ph/9905236. El bello gráfico en la página web research.physics.uiuc.edu/CTA/movies/spm ilustra este sistema estelar.

155 R.J.NEMIROFF, *Visual distortions near a black hole and a neutron star*, American Journal of Physics 61, pp.619–632, 1993

156 La igualdad fue probada primero con precisión por R. VON EÖTVÖS, *Annalen der Physik & Chemie* 59, p. 354, 1896, y por R. VON EÖTVÖS, V. PEKÁR, E. FEKETE, *Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, *Annalen der Physik* 4, Leipzig 68, pp. 11–66, 1922. Eötvös encontró acuerdo a 5 partes en 10^9 . Más experimentos fueron realizados por P.G. ROLL, R. KROTKOW & R.H. DICKE, *The equivalence of inertial and passive gravitational mass*, *Annals of Physics (NY)* 26, pp. 442–517, 1964, uno de los artículos de investigación más interesantes y entretenidos en física experimental, y por V. B. BRAGINSKY & V.I. PANOY, *Soviet Physics– JETP* 34, pp.463–466, 1971. Los resultados modernos, con errores de menos de una parte en 10^{12} , están en Y. SU & al., *New tests of the universality of free fall*, *Physical Review D* 50, pp. 3614–3636, 1994. Varios experimentos futuros se han propuesto para probar la igualdad en el espacio a menos de una parte en 10^{16} .

157 NIGEL CALDER, *Einstein’s Universe*, Viking, 1979. Weizmann y Einstein una vez cruzaron el Atlántico en el mismo barco.

158 L.LERNER, *A simple calculation of the deflection of light in a Schwarzschild gravitational field*, *American Journal of Physics* 65, pp. 1194–1196, 1997.

159 A.EINSTEIN, *Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes*, *Annalen der Physik* 35, p.898, 1911.

160 I.I.SHAPIRO, & al., *Fourth test of general relativity*, *Physical Review Letters* 13, pp.789– 792, 1964.

161 I.I. SHAPIRO, & al., *Fourth test of general relativity: preliminary results*, *Physical Review Letters* 20, pp.1265–1269, 1968.

162 J.H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, *Proceedings of the Royal Society, London A* 341, pp.117–134, 1992.

163 B. BERTOTTI, I. CIUFOLINI & P.L. BENDER, *New test of general relativity: measurement of De Sitter geodetic precession rate for lunar perigee*, *Physical Review Letters* 58, pp.1062– 1065, 1987. Later it was confirmed by I.I. SHAPIRO & al., *Measurement of the De Sitter precession of the moon: a relativistic three body effect*, *Physical Review Letters* 61, pp.2643– 2646, 1988.

164 El efecto Thirring fue predicho por H. THIRRING, *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie*, *Physikalische Zeitschrift* 19, pp. 33–39, 1918, y en H. THIRRING, *Berichtigung zu meiner Arbeit: “Über die Wirkung rotierender Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie”*, *Physikalische Zeitschrift* 22, p. 29, 1921. El efecto Thirring–Lense fue predicho por J. LENSE & H. THIRRING, *Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monden nach der Einsteinschen Gravitationstheorie*, *Physikalische Zeitschrift* 19, pp.156–163, 1918.

165 W. DE SITTER, *On Einstein’s theory of gravitation and its astronomical consequences*, *Monthly Notes of the Royal Astronomical Society* 77, pp. 155–184, p. 418E, 1916. Para una discusión de la precesión de DeSitter precession and Thirring–Lense precession, Vea también B.R. HOLSTEIN, *Gyroscope precession in general relativity*, *American Journal of Physics* 69, pp. 1248–1256, 2001.

166 El trabajo está basado en los satélites LAGEOS y LAGEOS II y se cuenta en I. CIUFOLINI, *The 1995–99 measurements of the Thirring–Lense effect using laser-ranged satellites*, *Classical and Quantum Gravity* 17, pp.2369–2380, 2000. Vea también I. CIUFOLINI & E.C. PAVLIS, *A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense–Thirring effect*, *Nature* 431, pp. 958–960, 2004. Vea, sin embargo, la próxima referencia.

167 Vea la interesante, detallada y desafiante discusión de L. IORIO, *On some critical issues of the LAGEOS-based tests of the Lense–Thirring effect*, Journal of Modern Physics 2, pp.210– 218, 2011, preimpresión disponible en arxiv.org/abs/1104.4464.

168 Sobre el satélite experimental Gravity Probe B, vea la página web einstein.stanford.edu/highlights/status1.html and the papers cited there.

169 La detección del efecto Thirring-Lense en púlsares binarios se presenta en R.D.BLANDFORD, *Lense–Thirring precession of radio pulsars*, Journal of Astrophysics and Astronomy 16, pp. 191–206, 1995.

170 G.HOLZMÜLLER, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 15, p. 69, 1870, F. TISSERAND, *Comptes Rendus* 75, p. 760, 1872, y *Comptes Rendus* 110, p. 313, 1890.

171 B. MASHHOON, *Gravitoelectromagnetism: a brief review*, arxiv.org/abs/gr-qc/0311030, y B. MASHHOON, *Gravitoelectromagnetism*, arxiv.org/abs/gr-qc/0011014. Vea también su extensa lista de referencias sobre gravitomagnetismo.

172 A. TARTAGLIA & M.L. RUGGIERO, *Gravito-electromagnetism versus electromagnetism*, *European Journal of Physics* 25, pp. 203–210, 2004.

173 D. BEDFORD & P. KRUMM, *On relativistic gravitation*, *American Journal of Physics* 53, pp. 889–890, 1985, y P. KRUMM & D. BEDFORD, *The gravitational Poynting vector and energy transfer*, *American Journal of Physics* 55, pp. 362–363, 1987.

174 M. KRAMER & al., *Tests of general relativity from timing the double pulsar*, preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/0609417.

175 La discusión de las ondas gravitacionales por Poincaré se encuentra en H. POINCARÉ, *Sur la dynamique de l'électron*, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* 140, pp. 1504– 1508, 1905, el cual puede ser leído en línea en www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Poincare/Poincare_pdf/Poincare_CR1905.pdf. La predicción de Einstein a partir de una aproximación de la relatividad general, once años después, se encuentra en A. Einstein, *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation*, *Sitzungsberichte der Königlich-Preußischen Akademie der Wissenschaften* pp. 688–696, 1916. La primera predicción completamente correcta de las ondas gravitatorias es A. EINSTEIN & N. ROSEN, *On gravitational waves*, *Journal of the Franklin Institute* 223, pp. 43–54, 1937. A pesar de las discusiones acaloradas, hasta su muerte, Nathan Rosen continuó sin creer en la existencia de las ondas gravitacionales. En la historia sobre los errores de Einstein y Rosen sobre la realidad de las ondas, ver también en wikipedia.org/wiki/Sticky_bead_argument.

176 La historia de cómo la existencia gravitacional fue probada en todos sus detalles conceptuales se cuenta en el excelente artículo C.D. HILL & P. NUROWSKI, *How the green light was given for gravitational wave search*, preprint arxiv.org/abs/1608.08673.

177 Esto es contado por JOHN A. WHEELER, *A Journey in to Gravity and Spacetime*, W. H. Freeman, 1990.

178 Vea por ejemplo, K.T. McDONALD, *Answer to question 9. Why c for gravitational waves?*, *American Journal of Physics* 65, pp. 591–592, 1997, y section III de V.B. BRAGINSKY, C.M. CAVES & K.S. THORNE, *Laboratory experiments to test relativistic gravity*, *Physical Review D* 15, pp.2047–2068, 1992. Una propuesta para medir la velocidad de gravedad es la de S.M.KOPEIKIN, *Testing the relativistic effect of the propagation of gravity by Very Long Baseline Interferometry*, *Astrophysical Journal* 556, pp.L1–L5, 2001, y los datos experimentales están en E.B. FORMALONT & S. M. KOPEIKIN, *The measurement of the light deflection from Jupiter: experimental results*, *Astrophysical Journal* 598, pp.704–711, 2003. Vea también S. M. KOPEIKIN, *The post-Newtonian treatment of the VLBI experiment on September 8, 2002*, *Physics Letters A* 312, pp. 147–157, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0212121. Varios argumentos en contra de la petición fueron publicados, tales como C. M. WILL, *Propagation speed of gravity and the relativistic time delay* arxiv.org/abs/astro-ph/0301145 y S. SAMUEL, *On the speed of gravity and the v/c corrections to the Shapiro time delay* arxiv.org/abs/astro-ph/0304006 La discusión continuó, como se muestra en S.M.KOPEIKIN & E.B.FORMALONT, *Aberration and the fundamental speed of gravity in the Jovian deflection experiment*, *Foundations of Physics* 36, pp. 1244–1285, 2006, preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/0311063. Ambas partes afirman tener razón: el experimento pretende deducir la velocidad de la gravedad de la falta de un componente tangencial de la deflexión de la luz por la gravedad de Júpiter, y el lado crítico afirma que la velocidad de gravedad no entra en esta medida. Si comparamos la situación con otros sistemas en fluidos transparentes de fluidos, que también muestran un componente de desviación no significativo, concluimos que ni la medida ni la propuesta nos permite obtener información sobre la velocidad de la gravedad. Una coincidencia similar, pero basada en otros argumentos, se encuentra en physics.wustl.edu/cmw/SpeedofGravity.html.

180 Para una introducción a las ondas gravitacionales, vea B.F. SCHUTZ, *Gravitational waves on the back of an envelope*, *American Journal of Physics* 52, pp. 412–419, 1984.

181 La fórmula del cuadrupolo se explica claramente en el texto by Goenner. Vea Ref.129.

182 El hermoso resumen por DANIEL KLEPPNER, *The gem of general relativity*, *Physics Today* 46, pp. 9–11, April 1993, apareció medio año antes de que los autores de la obra citada, Joseph Taylor y Russel Hulse, recibieran el Premio Nobel de Física por el descubrimiento de púlsares en milisegundos. Un artículo de revisión más detallado es J.H.

TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, *Philosophical Transactions of the Royal Society, London A* 341, pp.117–134, 1992. El artículo original es de J.H. TAYLOR & J.M. WEISBERG, *Further experimental tests of relativistic*

- gravity using the binary pulsar PSR1913+16, *Astrophysical Journal* 345, pp. 434–450, 1989. Veá también J. M. WEISBERG, J. H. TAYLOR & L. A. FOWLER, *Pulsar PSR 1913+16 sendet Gravitationswellen*, *Spektrum der Wissenschaft*, pp. 53–61, December 1981.
- 183 D.R. LORIMER, *Binary and millisecond pulsars*, in www.livingreviews.org/lrr-2005-7, y J.M. WEISBERG & J.H. TAYLOR, *The relativistic binary pulsar B1913+16: thirty years of observations and analysis*, pp. 25–31, in F.A. RASIO & I. H. STAIRS, editors, *Binary Radio Pulsars*, Proceedings of a meeting held at the Aspen Center for Physics, USA, 12 January– 16 January 2004, volume 328 of ASP Conference Series, Astronomical Society of the Pacific, 2005.
- 184 W.B. BONNOR & M.S. PIPER, *The gravitational wave rocket*, *Classical and Quantum Gravity* 14, pp. 2895–2904, 1997, o arxiv.org/abs/gr-qc/9702005.
- 185 WOLFGANG RINDLER, *Essential Relativity*, Springer, revised second edition, 1977.
- 186 Esto se dice (sin la solución del acertijo) en p. 67, en WOLFGANG PAULI, *Relativitätstheorie*, Springer Verlag, Berlin, 2000, la edición editada de un famoso texto publicado originalmente en 1921. La referencia es H. VERMEIL, *Notiz über das mittlere Krümmungsmaß einer n-fach ausgedehnten Riemannschen Mannigfaltigkeit*, *Göttinger Nachrichten*, mathematische–physikalische Klasse p.334, 1917.
- 187 M. SANTANDER, L.M. NIETO & N.A. CORDERO, *A curvature based derivation of the Schwarzschild metric*, *American Journal of Physics* 65, pp. 1200–1209, 1997.
- 188 MICHAEL H. SOFFEL, *Relativity in Astronomy*, Celestial Mechanics and Geodesy, Springer Verlag, 1989.
- 189 RICHARD P. FEYNMAN, FERNANDO B. MORINIGO, WILLIAM G. WAGNER & BRIAN HATFIELD, *Feynman Lectures on Gravitation*, Westview Press, 1995.
- 190 J.C. BAEZ & E.F. BUNN, *The meaning of Einstein's equation*, *American Journal of Physics* 73, pp. 644–652, 2005.
- 191 Y. WANG & M. TEGMARK, *New dark energy constraints from supernovae, microwave background and galaxy clustering*, *Physical Review Letters* 92, p. 241302, 2004, o arxiv.org/astro-ph/0403292.
- 192 Argumentos para la vacuidad de la covarianza general son dados por JOHN D. NORTON, *General covariance and the foundations of general relativity*, *Report on Progress in Physics* 56, pp. 791–858, 1993. El punto opuesto, incluida la discusión de "elementos absolutos", se hace en el libro J.L. ANDERSON, *Principles of Relativity Physics*, chapter 4, Academic Press, 1967.
- 193 Para una buena introducción a la física matemática, vea el famoso texto en dos volúmenes de tres mujeres YVONNE CHOQUET-BRUHAT, CECILE DEWITT-MORETTE & MARGARET DILLARD-BLEICK, *Analysis, Manifolds, and Physics*, North-Holland, 1996 y 2001. La primera edición de este clásico apareció en 1977.
- 194 C. G. TORRE & I. M. ANDERSON, *Symmetries of the Einstein equations*, *Physical Review Letters* 70, pp. 3525–3529, 1993, o arxiv.org/abs/gr-qc/9302033.
- 195 H. NICOLAI, *Gravitational billiards, dualities and hidden symmetries*, arxiv.org/abs/gr-qc/0506031.
- 196 El artículo original es R. ARNOWITT, S. DESER & C. MISNER, *Coordinate invariance and energy expressions in general relativity*, *Physical Review* 122, pp. 997–1006, 1961.
- 197 Veá por ejemplo H.L. BRAY, *Black holes, geometric flows, and the Penrose inequality in general relativity*, *Notices of the AMS* 49, pp. 1372–1381, 2002.
- 198 Veá por ejemplo R.A. KNOP & al., *New constraints on, and from an independent set of eleven high-red shift supernovae observed with HST*, *Astrophysical Journal* 598, pp. 102–137, 2003.
- 199 Veá por ejemplo el artículo de K. DALTON, *Gravity, geometry and equivalence*, la preimpresión puede encontrarse en arxiv.org/abs/gr-qc/9601004, y L. LANDAU & E. LIFSHITZ, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon, 4th edition, 1975, p. 241.
- 200 Una visión general reciente sobre las pruebas experimentales de la universalidad de la caída libre es la de R. J. HUGHES, *The equivalence principle*, *Contemporary Physics* 4, pp. 177–191, 1993.
- 201 La equivalencia de las diversas definiciones del tensor de Riemann se expone en la mayoría de los textos sobre la relatividad general; Ref. 113.
- 202 K. TANGEN, *Can the Pioneer anomaly have a gravitational origin?*, arxiv.org/abs/gr-qc/0602089.
- 203 H. DITTUS & C. LÄMMERZAHN, *Die Pioneer-Anomalie*, *Physik Journal* 5, pp. 25–31, January 2006.
- 204 Los análogos de agujeros negros aparecen en acústica, fluidos y otros campos. Este es un tema de investigación en curso. Veá, por ejemplo, M. NOVELLO, S. PEREZ BERGLIAFFA, J. SALIM, V. DE LORENCI & R. KLIPPERT, *Analog black holes in flowing dielectrics*, preprint at arxiv.org/abs/gr-qc/0201061, T.G. PHILBIN, C. KUKLEWICZ, S. ROBERTSON, S. HILL, F. KONIG & U. LEONHARDT, *Fiber-optical analog of the event horizon*, *Science* 319, pp. 1367–1379, 2008, O. LAHAV, A. ITAH, A. BLUMKIN, C. GORDON & J. STEINHAEUER, *A sonic black hole in a density-inverted Bose-Einstein condensate*, arxiv.org/abs/0906.1337.
- 205 Esta cita famosa es la primera frase del capítulo final, el 'Beschluß', de Immanuel Kant, *Kritik der praktischen Vernunft*, 1797.
- 206 Sobre los mitos acerca de las estrellas y las constelaciones, vea el texto de G. FASCHING, *Sternbilder und ihre Mythen*, Springer Verlag, 1993. En internet también están las hermosas www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations/ and www.astro.uiuc.edu/~kaler/sow/sow.html websites.
- 207 AETIUS, *Opinions*, III, I, 6. Veá JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 445.

- 208 A. MELLINGER, A color all-sky panorama of the Milky Way, preimpresión en arxiv.org/abs/0908.4360.
- 209 P. JETZER, *Gravitational microlensing*, *Naturwissenschaften* 86, pp. 201–211, 1999. Las mediciones que usan velocidades orbitales alrededor de la Galaxia están de acuerdo con este valor.
- 210 DIRK LORENZEN, *Geheimnivolles Universum – Europas Astronomen entschleiern das Weltall*, Kosmos, 2002. Ver también el hermoso sitio web del Observatorio Europeo Austral www.eso.org.
- 211 Una bella introducción a la astronomía moderna fue PAOLO MAFFEI, *I mostri del cielo*, Mondadori Editore, 1976.
- 212 Ve a, por ejemplo, A.N. COX, ed., *Allen's Astrophysical Quantities*, AIP Press and Springer Verlag, 2000. El Sloan Digital Sky Survey ofrece una descripción general de las observaciones ópticas en skyserver.sdss.org. Más detalles sobre el universo se pueden encontrar en el hermoso texto by W.J. KAUFMANN & R.A. FREDMAN, *Universe*, fifth edition, W.H. Freeman & Co., 1999. Los descubrimientos más recientes se siguen mejor en el website sci.esa.intand.hubble.nasa.gov.
- 213 D.R. LORIMER, A.J. FAULKNER, A.G. LYNE, R.N. MANCHESTER, M. KRAMER, M.A. MCLAUGHLIN, G. HOBBS, A. POSSENTI, I.H. STAIRS, F. CAMILO, M. BURGAY, N. D'AMICO, A. CORONGIU & F. CRAWFORD, *The Parkes multibeam pulsar survey: VI. Discovery and timing of 142 pulsars and a Galactic population analysis*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/0607640.
- 214 D. FIGER, *An upper limit to the masses of stars*, *Nature* 434, pp. 192–194, 2005.
- 215 G. BASRI, *The discovery of brown dwarfs*, *Scientific American* 282, pp. 77–83, April 2001.
- 216 Ve el bien escrito artículo de P.M. WOODS & C. THOMPSON, *Soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars: magnetar candidates*, preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/0406133.
- 217 B.M. GAENSLER, N.M. MCCLURE-GRIFFITHS, M.S. OEY, M. HAVERKORN, J.M. DICKEY & A.J. GREEN, *A stellar wind bubble coincident with the anomalous X-ray pulsar 1E1048.1-5937: are magnetars for med from massive progenitors?*, *The Astrophysical Journal (Letters)* 620, pp. L95–L98, 2005, o arxiv.org/abs/astro-ph/0501563.
- 218 La oposición al principio cosmológico es rara, ya que los datos experimentales generalmente lo respaldan. Las desviaciones locales son discutidas por varios cosmólogos; el problema aún está abierto. Ve a, por ejemplo, D. WILTSHIRE, *Gravitational energy and cosmic acceleration*, preprint at arxiv.org/abs/0712.3982, y D. WILTSHIRE, *Dark energy without dark energy*, preimpresión en arxiv.org/abs/0712.3984.
- 219 C. WIRTZ, *Scientia* 38, p. 303, 1925, and K. LUNDMARK, *The motions and the distances of the spiral nebulae*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 85, pp. 865–894, 1925. Ve también G. STROMBERG, *Analysis of radial velocities of globular clusters and non galactic nebulae*, *Astrophysical Journal* 61, pp. 353–362, 1925.
- 220 G. GAMOW, *The origin of the elements and the separation of galaxies*, *Physical Review* 74, p. 505, 1948.
- 221 A.G. DOROSHEVICH, & I.D. NOVIKOV, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 154, p. 809, 1964. Apareció traducido al inglés unos meses después. The story of the prediction was told by Penzias in his Nobel lecture.
- 222 ARNO A. PENZIAS & ROBERT W. WILSON, *A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mcs*, *Astrophysical Journal* 142, pp. 419–421, 1965.
- 223 Ve a, por ejemplo, D. PRIALNIK, *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*, Cambridge University Press, 2000.
- 224 Las masas de las estrellas se exploran en D. FIGIER, *An upper limit to the masses of stars*, *Nature* 434, pp. 192–194, 2005.
- 225 MACROBIUS, *Somnium Scipionis*, XIV, 19. Ve a JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 61. 230.
- 226 Sobre la historia remota del universo, ve a el excelente texto de G. BÖRNER, *The Early Universe—Facts & Fiction*, Springer Verlag, 3rd edition, 1993, o BARRY PARKER, *Creation—The Story of the Origin and the Evolution of the Universe*, Plenum Press, 1988. Para un excelente texto popular, ve a M. LONGAIR, *Our Evolving Universe*, Cambridge University Press, 1996.
- 227 El primer oxígeno parece haber aparecido en la atmósfera, producido por microorganismos hace 2,32 mil millones de años. Ve a A. BECKER & al., *Dating the rise of atmospheric oxygen*, *Nature* 427, pp. 117–120, 2003.
- 228 GABRIELE WALKER, *Snowball Earth – The Story of the Great Global Catastrophe That Spawned Life as We Know It*, Crown Publishing, 2003.
- 229 K. KNIE, *Spuren einer Sternexplosion*, *Physik in unserer Zeit* 36, p. 8, 2005. El primer paso de esta conexión se encuentra en K. KNIE, G. KORSCHNEK, T. FAESTERMANN, E.A. DORFI, G. RUGEL & A. WALLNER, *60Fe anomaly in a deep-sea manganese crust and implications for an early supernova source*, *Physics Review Letters* 93, p. 171103, 2004, el segundo paso en N.D. MARSH & H. SVENSMARK, *Low cloud properties influenced by cosmic rays*, *Physics Review Letters* 85, pp. 5004–5007, 2000, y el tercer paso en P.B. DE MENOCA, *Plio-Pleistocene African climate*, *Science* 270, pp. 53–59, 1995. Cited on page 233.
- 230 A. FRIEDMAN, *Über die Krümmung des Raumes*, *Zeitschrift für Physik* 10, pp. 377–386, 1922, y A. FRIEDMANN, *Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes*, *Zeitschrift für Physik* 21, pp. 326–332, 1924. (En la transliteración latina, el autor adquirió una segunda 'n' en su segundo artículo.)
- 231 H. KNUTSEN, *Darkness at night*, *European Journal of Physics* 18, pp. 295–302, 1997.
- 232 Ve a por ejemplo P.D. PEŠIĆ, *Brightness at night*, *American Journal of Physics* 66, pp. 1013–1015, 1998.

233 PAUL WESSON, *Olbers' paradox and the spectral intensity of extra-galactic background light*, *Astrophysical Journal* 367, p. 399, 1991.

234 STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley, 1972. Un libro excelente escrito con un fuerte toque personal y destacando sobre todo la relación con los datos experimentales. No desarrolla una fuerte sensación de curvatura espacio-temporal, y no aborda los problemas básicos de espacio y tiempo en la relatividad general. Excelente para aprender cómo calcular realmente cosas, pero sin los objetivos de la presente aventura.

235 Muchos grupos de investigación están realizando búsquedas de supernovas en los más grandes telescopios ópticos y de rayos X. Un ejemplo famoso es el proyecto Supernova Cosmology descrito en supernova.lbl.gov.

236 Los experimentos se discuten en detalle en la excelente revisión de D. GIULINI & N. STRAUMANN, *Das Rätsel der kosmischen Vakuumenergiedichte und die beschleunigte Expansion des Universums*, *Physikalische Blätter* 556, pp. 41–48, 2000. Vea también N. STRAUMANN, *The mystery of the cosmic vacuum energy density and the accelerated expansion of the universe*, *European Journal of Physics* 20, pp. 419–427, 1999.

237 A. HARVEY & E. SCHUCKING, *Einstein's mistake and the cosmological constant*, *American Journal of Physics* 68, pp. 723–727, 2000.

238 El autor de la biblia explica la lluvia de esta manera, como puede deducirse de su primera página, Genesis 1:6-7.

239 Hasta su muerte, Fred Hoyle defendió su creencia de que el universo no es descrito por el Big Bang, sino por un flujo constante; vea G. BURBIDGE, F. HOYLE & J.V. NARLIKAR, *A different approach to cosmology*, *Physics Today* 52, pp. 38–44, 1999. El equipo también ha escrito un libro con el mismo nombre, publicado en 2000. El último libro sobre el tema J.V. NARLIKAR & G. BURBIDGE, *Facts and speculations in Cosmology*, Cambridge University Press, 2008, vale la pena leerlo porque es uno de los raros libros que invita a la reflexión.

240 STEPHEN W. HAWKING & G.F.R. ELLIS, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge, 1973. Entre otras cosas, esta referencia discute las singularidades del espacio-tiempo y su necesidad en la historia del universo.

241 SAN AGUSTIN, *Confesiones*, 398, escrito en el Libro XI: 'Mi respuesta a los que preguntan "¿Qué estaba haciendo Dios antes de hacer el Cielo y la Tierra?" Es "Él estaba preparando el Infierno para las personas que se entrometen en los misterios". Esta réplica frívola se ha hecho antes, según nos dicen, para evadir el objetivo de la pregunta. Pero una cosa es burlarse del interrogador y otra buscar la respuesta. Así que me abstendré de dar esta respuesta. [...] Antes de que Dios hiciera el cielo y la tierra, no pudo hacer nada. [...] Pero antes de que existieran el Cielo y la Tierra no existía el tiempo, ¿por qué se exigió lo que tú [Dios] hiciste entonces? Porque no había "entonces" cuando no había tiempo". (Libro XI, capítulos 12 y 13).

242 STEPHEN HAWKING, *A Brief History of Time – From the Big Bang to Black Holes*, 1988. Leer este best-seller es casi obligatorio para cualquier físico, ya que es un tema frecuente en cenas. Los detalles de las estrellas se explican en muchos textos sobre la estructura estelar y la evolución. Vea por ejemplo RUDOLF KIPPENHAHN & ALFRED WEIGERT, *Stellar Structure and Evolution*, Springer, 1990.

244 J. PELT, R. KAYSER, S. REFSDAL & T. SCHRAMM, *The light curve and the time delay of QSO0957+561*, *Astronomy and Astrophysics* 305, p.97, 1996.

245 F. ZWICKY, *Nebulae as gravitational lenses*, *Physical Review Letters* 51, p. 290, and F. ZWICKY, *On the probability to detect nebulae which act as gravitational lenses*, p. 679, 1937. La visión negativa de Einstein se encuentra en A. EINSTEIN, *Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field*, *Science* 84, pp. 506–507, 1936. El problema aún no está resuelto. Una revisión sobre lentes gravitacionales también se puede encontrar en línea, en el documento de J. WAMBSGANSS, *Gravitational lensing in astronomy*, *Living Reviews in Relativity* 1-12, pp. 1–80, 1998, se puede encontrar en www.livingreviews.org/Articles/Volume1/1998-12wambwebsite. Está también el libro de P. SCHNEIDER, J. EHLERS & E.E. FALCO, *Gravitational Lenses*, Springer Verlag, Berlin, 1992.

246 M. LACHIÈZE-REY & J.-P. LUMINET, *Cosmic topology*, *Physics Reports* 254, pp. 135–214, 1995. Vea también B. F. ROUKEMA, *The topology of the universe*, preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/0010185.

247 Steve Carlip clarificó este punto.

248 G.F.R. ELLIS & T. ROTHMAN, *Lost horizons*, *American Journal of Physics* 61, pp. 883–893, 1993.

249 A. GUTH, *Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts – Die Theorie des inflationären Universums*, Droemer Knauer, 1999.

250 Los valores de entropía para el universo han sido discutidos por ILYA PRIGOGINE, *Is Future Given?*, World Scientific, 2003. Este fue su último libro. Para un enfoque diferente, vea G.A. MENA MARUGÁN & S. CARNEIRO, *Holography and the large number hypothesis*, arxiv.org/abs/gr-qc/0111034. Este documento también repite la afirmación a menudo escuchada de que el universo tiene una entropía que es mucho menor que el máximo teórico. El máximo se estima a menudo en el rango de $10^{100} k$ a $10^{120} k$. Otros autores dan $10^{89} k$ En 1974, Roger Penrose también hizo declaraciones sobre la entropía del universo. Sin embargo, no es correcto afirmar que la entropía del universo no es una cantidad útil, ya que el universo no es un sistema físico.

251 C.L. BENNET, M.S. TURNER & M. WHITE, *The cosmic rosetta stone*, *Physics Today* 50, pp.32–38, November 1997. La radiación cósmica de fondo difiere de la radiación de agujero negro por menos de 0.005%.

252 La falta de expansión en el sistema solar se explica en detalle en E.F. BUNN & D.W. HOGG, *El origen cinemático del corrimiento al rojo cosmológico*, *American Journal of Physics* 77, pp.688–694, 2009.

253 Un bonito artículo que explica cómo uno puede hacer experimentos para descubrir cómo el cuerpo humano percibe la rotación, incluso cuando tiene los ojos vendados y las orejas tapadas son descritos por M.L. MITTELSTAEDT & H. MITTELSTAEDT, *The effect of centrifugal force on the perception of rotation about a vertical axis*, *Naturwissenschaften* 84, pp. 366–369, 1997.

254 En experimentos, nunca se ha encontrado ninguna dependencia de la masa inercial en la distribución de la masa circundante. Ver, por ejemplo, R.H. DICKE, *Experimental tests of Mach's principle*, 7, pp.359–360, 1961.

255 El estado actual se da en las actas de la conferencia por JULIAN BARBOUR & HERBERT PFISTER, eds., *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, Birkhäuser, 1995. Varias formulaciones del principio de Mach - de hecho, 21 diferentes- se comparan en la página 530. En un desarrollo relacionado, en 1953, Dennis Sciama publicó un artículo en el que argumenta que la inercia de una partícula se debe a la atracción gravitacional de todos los demás materia en el universo. El documento es ampliamente citado, pero no hace afirmaciones nuevas sobre el tema. Ver D.W. SCIAMA, *On the origin of inertia*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 113, pp. 34–42, 1953.

256 Información sobre la rotación del universo se da en A. KOGUT, G. HINSHAW & A.J.BANDAY, *Limits to global rotation and shear from the COBEDMR four-year sky maps*, *Physical Review D* 55, pp. 1901–1905, 1997. Información anterior se encuentra en J.D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D.H. SONODA, *Universal rotation: how large can it be?*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 213, pp. 917–943, 1985. Vea también J.D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D.H. SONODA, *Structure of the cosmic microwave background*, *Nature* 309, pp. 397–402, 1983, o E.F. BUNN, P.G. FERREIRA & J. SILK, *How anisotropic is the universe?*, *Physical Review Letters* 77, pp. 2883–2886, 1996.

257 El problema ha sido discutido dentro de la gravedad linealizada por RICHARD TOLMAN, en su libro de texto *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*, Clarendon Press, 1934, en pp.272–290. El problema exacto ha sido resuelto por A. PERES, *Null electromagnetic fields in general relativity theory*, *Physical Review* 118, pp. 1105–1110, 1960, y por W.B. BONNOR, *The gravitational field of light*, *Commun. Math. Phys.* 13, pp. 163–174, 1969. Vea también N.V. MITSKIEVIC & K.K. KUMARADTYA, *The gravitational field of a spinning pencil of light*, *Journal of Mathematical Physics* 30, pp. 1095–1099, 1989, y P.C. AICHELBURG & R. U. SEXL, *On the gravitational field of a spinning particle*, *General Relativity and Gravitation* 2, pp. 303–312, 1971.

258 Vea la encantadora cuenta popular de IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. Las consecuencias de la desintegración de la luz fueron estudiadas por M.BRONSHTEIN, *Die Ausdehnung des Weltalls*, *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* 3, pp. 73–82, 1933.

259 C. L. CARILLI, K. M. MENTEN, J. T. STOCKE, E. PERLMAN, R. VERMEULEN, F. BRIGGS, A. G. DE BRUYN, J. CONWAY & C. P. MOORE, *Astronomical constraints on the cosmic evolution of the fine structure constant and possible quantum dimensions*, *Physical Review Letters* 85, pp. 5511–5514, 25 December 2000.

260 Las observaciones de agujeros negros en el centro de las galaxias y en otras partes han sido resumidas por R. BLANDFORD & N. GEHRELS, *Revisiting the black hole*, *Physics Today* 52, pp. 40–46, June 1999.

261 Un excelente y entretenido libro sobre agujeros negros, sin ninguna fórmula, pero sin embargo preciso y detallado, es el libro de bolsillo de IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. Vea también EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman 2000. Para una introducción histórica, vea el artículo de R. RUFFINI, *The physics of gravitationally collapsed objects*, pp. 59–118, en *Neutron Stars, Black Holes and Binary X-Ray Sources*, Proceedings of the Annual Meeting, San Francisco, Calif., February 28, 1974, Reidel Publishing, 1975.

262 J. MICHELL, *Sobre el significado del descubrimiento de las distancias, magnitudes, etc de las estrellas fijas*, *Philosophical Transactions of the Royal Society London* 74, p. 35, 1784, reimpresso en S. DETWEILER, *Black Holes – Selected Reprints*, American Association of Physics Teachers, 1982.

263 El hermoso artículo es el de R. OPPENHEIMER & H. SNYDER, *On continued gravitational contraction*, *Physical Review* 56, pp. 455–459, 1939.

264 R. P. KERR, *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*, *Physical Review Letters* 11, pp. 237–238, 1963.

265 E.T. NEWMAN, E. COUCH, R. CHINAPARED, A. EXTON, A. PRAKASH & R. TORRENCE, *Metric of a rotating, charged mass*, *Journal of Mathematical Physics* 6, pp. 918–919, 1965.

266 Para un resumen, vea P. O. MAZUR, *Black hole uniqueness theorems*, pp. 130–157, en M. A. H. MACCALLUM, editor, *General Relativity and Gravitation*, Cambridge University Press, 1987, o la actualización en arxiv.org/abs/hep-th/0101012. Vea también D. C. ROBINSON, *Four decades of black hole uniqueness theorems*, disponible en www.mth.kcl.ac.uk/staff/dc_robinson/blackholes.pdf

267 H.P. KÜNZLE & A.K.M. MASOOD-UL-ALAM, *Spherically symmetric static SU(2) Einstein-Yang-Mills fields*, *Journal of Mathematical Physics* 31, pp. 928–935, 1990.

268 Un ejemplo de investigación que muestra la tendencia de la radiación gravitacional a producir formas esféricas cuando chocan los agujeros negros es L. REZZOLLA, R.P. MACEDO & J.L. JARAMILLO, *Understanding the “antikick” in the merger of binary black holes*, *Physical Review Letters* 104, p. 221101, 2010.

269 R. PENROSE & R.M. FLOYD, *Extraction of rotational energy from a black hole*, *Nature* 229, pp. 177–179, 1971.

270 La relación masa-energía para un agujero negro giratorio se debe a D. CHRISTODOULOU, *Reversible and irreversible transformations in black hole physics*, *Physical Review Letters* 25, pp. 1596–1597, 1970. Para un agujero

negro general, cargado y giratorio, se debe a D. CHRISTODOULOU & R. RUFFINI, *Reversible transformations of a charged black hole*, Physical Review D4, pp. 3552–3555, 1971.

271 J. D. BEKENSTEIN, *Black holes and entropy*, Physical Review D7, pp. 2333–2346, 1973.

272 Sobre el tema de los agujeros negros en el universo temprano, solo hay trabajos de investigación especulativos, como se encontró, por ejemplo, en arxiv.org. El problema aún no está resuelto.

273 Para obtener información acerca de la formación de agujeros negros para el colapso de la estrella, consulte el artículo de Wikipedia en wikipedia.org/wiki/Stellar_black_hole.

274 FREDERICK LAMB, APS reunión de 1998 conferencia de prensa: *Binary star 4U1820-30, 20000 light years from Earth*, Physics News Update, Apr 127, 1998.

275 La primera evidencia para materia que cae en un agujero negro fue publicada a principios de 2001 por astrónomos de la NASA dirigidos por Joseph Dolan.

276 Para un resumen legible de los teoremas de singularidad de Penrose-Hawking, vea J. NATÀRIO, *Relativity and singularities—a short introduction for mathematicians*, preimpresión en arxiv.org/abs/math.DG/0603190. Los detalles pueden encontrarse en Ref.240.

277 Para una visión general de la censura cósmica, vea T.P. SINGH, *Gravitational collapse, black holes and naked singularities*, arxiv.org/abs/gr-qc/9805066, o R.M. WALD, *Gravitational collapse and cosmic censorship*, arxiv.org/abs/gr-qc/9710068. La idea original se debe a R. PENROSE, *Gravitational collapse: the role of general relativity*, Rivista del Nuovo Cimento1, pp.252–276,1969.

278 La paradoja se discute en M.A. ABRAMOWICZ, *Black holes and the centrifugal force paradox*, Scientific American 266, pp. 74–81, March 1993, y en el comentario de D.N. Page, *Relative alternatives*, Scientific American 266, p. 5, August 1993. Vea también M.A. ABRAMOWICZ & E. SZUSZKIEWICZ, *The wall of death*, American Journal of Physics 61, pp. 982–991, 1993, y M.A. ABRAMOWICZ & J.P. LASOTA, *On traveling round without feeling it and uncurving curves*, American Journal of Physics 54, pp. 936–939, 1986.

279 J. EHLERS, *Introduction – Survey of Problems*, pp. 1–10, in J. Ehlers, editor, *Sistemi gravitazionali isolati in relatività generale*, *Rendiconti della scuola internazionale di fisica “Enrico Fermi”, LXVII o corso*, Società Italiana di Fisica/North Holland, 1979.

280 G.J. STONEY, *On the physical units of nature*, Philosophical Magazine 11, pp.381–391, 1881.

281 El reloj geometrodinámico se discute en D.E. BRAHM & R.P. GRUBER, *Limitations of the geometrodynamical clock*, General Relativity and Gravitation 24, pp. 297–303, 1992. El reloj en sí mismo fue presentado por R.F. MARZKE, en su Ph. D. thesis *The theory of measurement in general relativity*, 1959, con John Wheeler como supervisor de la tesis.

282 R. GEROCH, *Einstein algebras*, Commun. Math. Phys. 26, pp. 271–275, 1972.

283 A. MACDONALD, *Einstein’s hole argument*, American Journal of Physics 69, pp. 223–225, 2001.

284 ROMAN U. SEXL, *Die Hohlwelttheorie*, Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht 368, pp. 453–460, 1983. ROMAN U. SEXL, *Universal conventionalism and spacetime.*, General Relativity and Gravitation1, pp. 159–180, 1970. Vea también ROMAN U. SEXL, *Die Hohlwelttheorie*, in ARTHUR SCHARMANN & HERBERT SCHRAMM, editors, *Physik, Theorie, Experiment, Geschichte, Didaktik—Festschrift für Wilfried Kuhnzum 60. Geburtstag am 6. Mai 1983*, Aulis Verlag Deubner, 1984, pp. 241–258.

285 T. DAMOUR, *Experimental tests of relativistic gravity*, arxiv.org/abs/gr-qc/9904057. Es el último de una serie de sus artículos sobre el tema; el primero era T. DAMOUR, *Was Einstein 100% right?*, arxiv.org/abs/gr-qc/9412064.

286 H. DITTUS, F. EVERITT, C. LÄMMERZAHN & G. SCHÄFER, *Die Gravitation im Test*, Physikalische Blätter 55, pp. 39–46, 1999.

287 Para las teorías que compiten con la relatividad general, ver por ejemplo la extensa y excelente revisión por C. M. WILL, *The confrontation between general relativity and experiment*, Living Reviews of Relativity 2001-2014, versión electrónica en www.livingreviews.org/lrr-2001-4, update at www.livingreviews.org/lrr-2006-3 y preimpresión en arxiv.org/abs/1403.7377. Por ejemplo, la ausencia del efecto Nordtved, una hipotética oscilación de 28 días en la distancia Tierra-Luna, que se buscó mediante experimentos de rango láser sin ningún resultado, eliminó varias teorías competitivas. El efecto, predicho por Kenneth Nordtvedt, solo aparecería si la energía gravitatoria en el sistema Tierra-Luna cayera de una manera diferente que la Tierra y la Luna mismas. Para un resumen de las mediciones, consulte J. MÜLLER, M. SCHNEIDER, M. SOFFEL & H. RUDER, *Testing Einstein’s theory of gravity by analyzing lunar laser ranging data*, Astrophysical Journal Letters 382, pp. L101–L103, 1991.

288 Vea S. BÄSSLER & AL., *Improved test of the equivalence principle for gravitational self energy*, Physical Review Letters 83, pp. 3585–3588, 1999. Vea también C.M. WILL, *Gravitational radiation and the validity of general relativity*, Physics Today 52, p.38, October 1999.

289 La dependencia del inverso del cuadrado se ha comprobado hasta 60 μm , según lo informado por E. ADELBERGER, B. HECKEL & C. D. HOYLE, *Testing the gravitational inverse-square law*, Physics World 18, pp. 41–45, 2005.

290 Casi todo lo que es importante en relatividad general se publica en el libre y excelente periódico de investigación basado en Internet *Living Reviews in Relativity*, se encuentra en www.livingreviews.org. La otra revista importante en el campo es *Classical and Quantum Gravity*. En astrofísica, la publicación central es *Astronomy & Astrophysics*.

- 291 El estudio del caos en las ecuaciones de campo de Einstein está recién comenzado. Consulte. p. ej., L. BOMBELLI, F. LOMBARDO & M. CASTAGNINO, *Chaos in Robertson-Walker cosmology*, arxiv.org/abs/gr-qc/9707051.
- 292 El satélite de la ESA llamado 'Planck' ha medido la polarización del fondo cósmico de microondas. Esto proporcionará información más detallada de la galaxia.
- 293 Una buena introducción al tema de las explosiones de rayos gamma es S. KLOSE, J. GREINER & D. HARTMANN, *Kosmische Gammastrahlenausbrüche—Beobachtungen und Modelle*, Teil I und II, Sterne und Weltraum Marchand April 2001.
- 294 La base de datos de solución de campo se basa en el trabajo de A. KARLHEDE, que permite distinguir entre soluciones con una cantidad limitada de cálculos matemáticos.
- 295 Hermosas imágenes simuladas de agujeros de gusanos están disponibles, por ejemplo, en el maravilloso sitio web www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de. Sin embargo, los efectos cuánticos prohíben la existencia, por lo que no se incluye dicha imagen aquí. Un acercamiento básico es el de T. DIEMER & M. HADLEY, *Charge and the topology of spacetime*, Classical and Quantum Gravity 16, pp. 3567–3577, 1999, o arxiv.org/abs/gr-qc/9905069 y M. HADLEY, *Spin half in classical general relativity*, Classical and Quantum Gravity 17, pp. 4187–4194, 2000, o arxiv.org/abs/gr-qc/0004029.
- 296 Una importante formulación de relatividad es la de A. ASHTEKAR, *New variables for classical and quantum gravity*, Physical Review Letters 57, pp. 2244–2247, 1986.
- 297 Para una visión de la inflación y el universo temprano, vea D. BAUMANN, *TASI lectures on inflation*, preimpresión en arxiv.org/abs/0907.5424.
- 298 Un texto bien escrito sobre las conexiones entre el Big Bang y la física de partículas es el de I. L. ROZENTAL, *BigBang—Big Bounce, How Particles and Fields Drive Cosmic Evolution*, Springer, 1988. Para otra conexión, vea M. NAGANO & A. A. WATSON, *Observations and implications of the ultra high energy cosmic rays*, Reviews of Modern Physics 72, pp. 689–732, 2000.
- 299 La enseñanza se beneficiará, en particular, de las nuevas formulaciones, de la concentración en los principios y sus consecuencias, como ha sucedido en la relatividad especial, desde descripciones más simples en el nivel de campo débil, y desde investigaciones futuras en la teoría de la relatividad general. Los libros de texto más nuevos citados anteriormente son todos pasos en estas direcciones.
- 300 G.E. PRINCE & M. JERIE, *Generalising Raychaudhuri's equation*, in *Differential Geometry and Its Applications*, Proc. Conf., Opava (Czech Republic), August 27–31, 2001, Silesian University, Opava, 2001, pp. 235–242.
- 301 La torsión se presenta en R.T. HAMMOND, *New fields in general relativity*, Contemporary Physics 36, pp. 103–114, 1995.
- 302 Un enfoque bien conocido es el de Beekenstein, que propone una modificación de la relatividad general que modifica la gravedad unitaria, $1/r^2$ a distancias galácticas. Se trataba de explicar los cientos de curvas de rotación galáctica medidas que parecen requerir tal modificación. (Este enfoque se llama dinámica newtoniana modificada o MOND). Una introducción viene dada por JACOB D. BEKENSTEIN, *The modified Newtonian dynamics—MOND—and its implications for new physics*, Contemporary Physics 47, pp. 387–403, 2006, preimpresión en arxiv.org/abs/astro-ph/0701848v2.
- 303 El Système International d'Unités, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France. Todos los nuevos desarrollos relacionados con las unidades SI se publican en la revista Metrologia, editada por la misma institución. Mostrando la lentitud de una vieja institución, el BIPM lanzó un sitio web solo en 1998; accesible ahora en www.bipm.fr. Vea también la página web www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html; este incluye las biografías de las personas que dieron sus nombres a varias unidades. El sitio de su equivalente británico es, www.npl.co.uk/npl/reference, es mucho mejor; proporciona muchos detalles, así como la versión en inglés de las definiciones de las unidades SI.
- 304 La Biblia en el campo de la medición del tiempo es el trabajo de dos volúmenes J. VANIER & C. AUDOIN, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. Una cuenta popular es TONY JONES, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000. La página web opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html da un glosario de términos usados en el campo. Para mediciones de precisión de longitud, las herramientas de elección son los láseres especiales, como los láseres compactos y los peines de frecuencia. Hay una gran cantidad de literatura sobre estos temas. Igualmente grande es la literatura sobre mediciones de corriente eléctrica de precisión; siempre se está llevando a cabo la mejor manera de hacerlo: contando cargas o midiendo fuerzas magnéticas. El problema aún está abierto. En mediciones de masa y de masa atómica, consulte pag. 71. *On high-precision temperature measurements*, vea Volume I, on page 544.
- 305 Los prefijos SI no-oficiales fueron propuestos en primer lugar en la década 1990 por Jeff K. Aronson de la Universidad de Oxford, y podrían entrar en uso general en el futuro. Consulte New Scientist 144, p.81, 3 December 1994. Otras propuestas menos serias también existen.
- 306 Consulte la revisión de L. JU, D. G. BLAIR & C. ZHAO, *The detection of gravitational waves*, Reports on Progress in Physics 63, pp. 1317–1427, 2000.
- 307 Vea el documento claro y extenso de G. E. STEDMAN, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics 60, pp. 615–688, 1997.

308 J. SHORT, *Newton's apples fall from grace*, New Scientist 2098, p.5, 6September 1997. Más detalles pueden ser encontrados en R.G.KEESING, *The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics 39, pp. 377–391, 1998.

309 Los diversos conceptos son una de las más importantes normas internacionales, ISO5725, con el título *Accuracy and precision of measurement methods and results*. Una buena introducción es la de JOHN R.TAYLOR, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997.

310 P. J. MOHR & B. N. TAYLOR, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998*, Reviews of Modern Physics 59, p. 351, 2000. Este es un conjunto de condiciones que resultan de un ajuste internacional y recomendado para uso internacional por el Committee on Data for Science and Technology (CODATA), un cuerpo en el International Council of Scientific Unions, que reúne el International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), la International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) y otras organizaciones. La página web de IUPAC es www.iupac.org.

311 Algunas de las historias se pueden encontrar en el texto de N. W. WISE, *The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994. El campo de mediciones de alta precisión, del que se derivan los resultados en estas páginas, es un mundo en sí mismo. Una bella introducción a esto es J. D. FAIRBANKS, B. S. DEEVER, C. W. EVERITT & P. F. MICHAELSON, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988.

312 Para más detalles, consulte la conocida referencia astronómica, P. KENNETH SEIDELMANN, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992.

313 Vea la correspondiente referencia en el primer volumen.

Observe lo poco que se sabe acerca de las propiedades básicas de algunos números; por ejemplo, ¿no se sabe aún si $\pi + e$ es un número racional o no! [Desafío 429 r](#) (se cree que no lo es) ¿Quiere ser un matemático? [Desafío 430 s](#)

