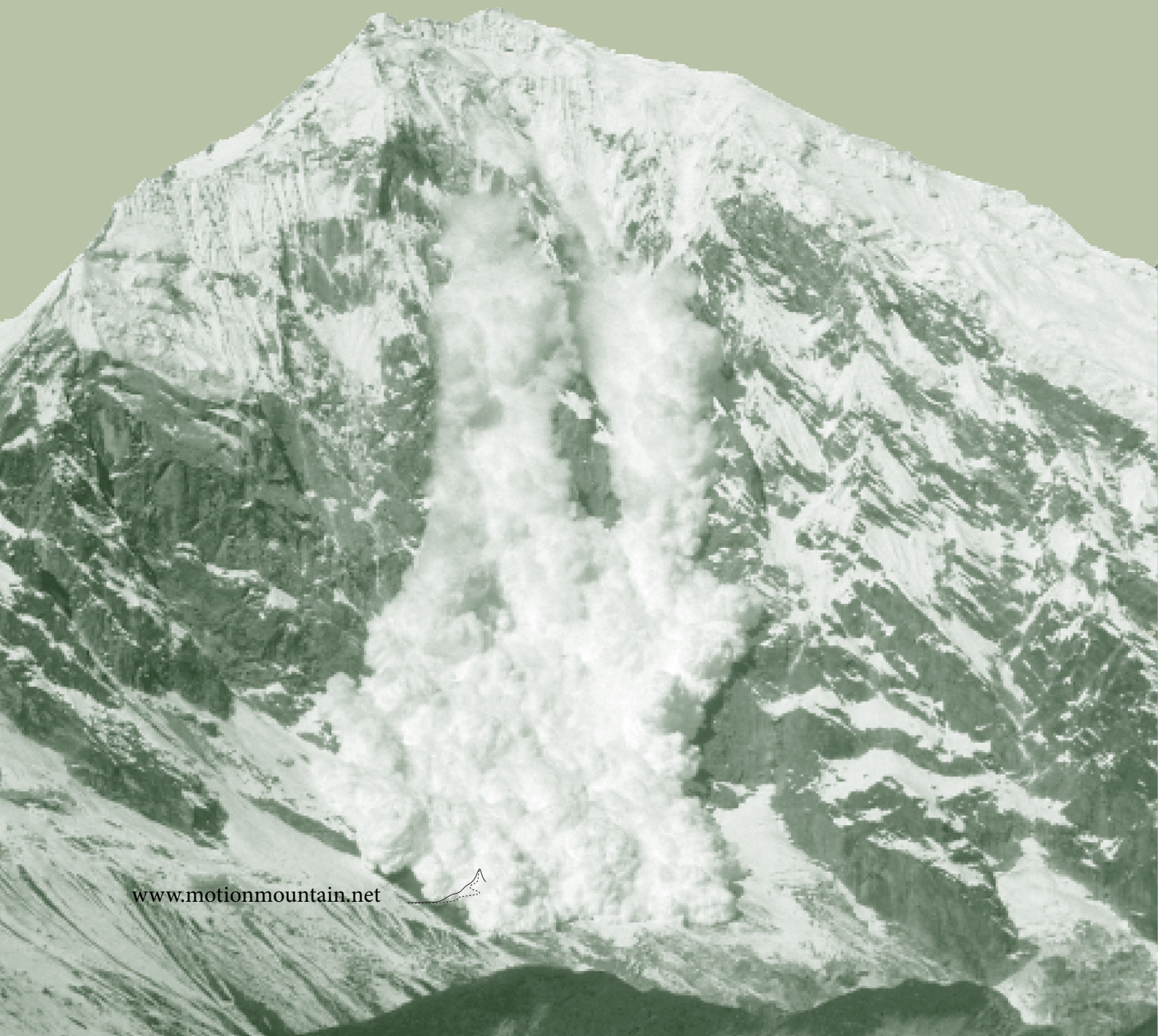


Christoph Schiller

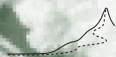
MOTION MOUNTAIN

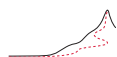
DAS ABENTEUER DER PHYSIK – BAND II

RELATIVITÄT



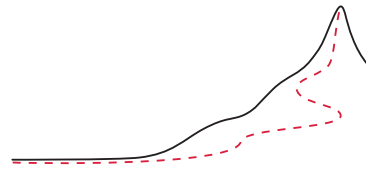
www.motionmountain.net





Christoph Schiller

MOTION MOUNTAIN



Das Abenteuer der Physik
Band II

Relativität

4. Entwurf, kostenlos verfügbar auf
www.motionmountain.net

Editio vicesima tertia.

Proprietas scriptoris © Christophori Schiller
secundo anno Olympiadis vicesimae nonae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliquo, quod
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Dreiundzwanzigste Ausgabe, ISBN 978-300-021946-7.

Copyright © 2009 Christoph Schiller,
im zweiten Jahr der 29. Olympiade.

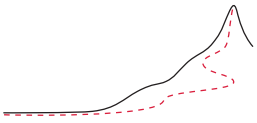


Dieses pdf File wird unter der Creative Commons
Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany
Lizenz zur Verfügung gestellt, deren voller Text auf der Webseite
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de
gefunden werden kann, mit der zusätzlichen Einschränkung,
daß die Vervielfältigung, Verteilung und Nutzung, als Ganzes
oder zum Teil, in *jedem* Produkt oder Dienst, kommerziell
oder nicht, ohne schriftliche Erklärung des Rechteinhabers nicht
erlaubt ist. Das Lesen, das Speichern, das Drucken zur persönlichem
Gebrauch sowie die elektronische Verteilung ohne Veränderung und ohne
Entgelt war und bleibt für alle frei.

Für Britta, Esther und Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαίμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.



VORWORT

“Primum movere, deinde docere.”*

Altertum ”

Dieses Buch ist für jeden geschrieben, der Neugierde auf die Natur und auf Bewegung verspürt. Die Neugierde darauf, wie sich Menschen, Tiere, Dinge, Bilder und leerer Raum bewegen, führt zu vielen Abenteuern. Die interessantesten aus dem Bereich der Relativitätstheorie werden in diesem Band vorgestellt. Die spezielle Relativitätstheorie begrenzt Energiegeschwindigkeiten durch die Lichtgeschwindigkeit c ; die allgemeine Relativitätstheorie begrenzt Kräfte durch die maximale Kraft $c^4/4G$. Es wird gezeigt, daß in beiden Gebieten alle Gleichungen aus diesen Grenzen folgen. Diese einfache, zugängliche und unübliche Art, die Relativitätstheorie zu entdecken, sollte die Neugierde jedes Lesers befriedigen, egal ob Student oder ausgebildeter Physiker.

Im Aufbau der Physik, der in [Abbildung 1](#) dargestellt ist, deckt die Relativitätstheorie zwei wichtige Bereiche ab. Der vorliegende Text ist der zweite Band einer Einführung in die gesamte Physik, die aus einem dreifachen Ziel entstand, das ich seit 1990 verfolgt habe: Die Grundlagen der Bewegung auf einfache, zeitgemäße und packende Weise darzustellen.

Um *einfach* zu sein, konzentriert sich der Text auf die Begriffe, und reduziert die Mathematik auf das nötigste. Dem Verständnis der Begriffe wird gegenüber der Nutzung von Formeln Vorrang eingeräumt. Die Voraussetzungen an Kenntnissen und Können für das Lesen sind die, die junge Studenten mitbringen.

Um *zeitgemäß* zu sein, ist der Text durch viele Juwelen – sowohl experimentelle als auch theoretische – angereichert, die in der wissenschaftlichen Literatur verstreut sind.

Um *packend* zu sein, versucht der Text, den Leser so oft wie möglich zum Staunen zu bringen. Das Lesen eines Physikbuchs sollte wie der Besuch einer guten Zaubereivorstellung sein. Wir schauen, wir staunen, wir trauen unseren Augen nicht, wir denken nach, und schließlich verstehen wir den Trick. Wenn wir die Natur betrachten, machen wir oft dieselbe Erfahrung. Deshalb bietet jede Seite in diesem Text mindestens eine Überraschung oder einen Anstoß zum Nachdenken. Es werden auch viele interessante Herausforderungen angeboten.

Das Motto des Textes, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, ist ein berühmter Satz von Hartmut von Hentig über die Lehre. Sachen zu klären erfordert Mut; denn das Ändern von Denkgewohnheiten erzeugt Angst, die oft durch Wut verdeckt wird. Aber wir

* ‘Erst bewegen, dann lehren.’ Bewegen und Motivieren wurden im Lateinischen mit dem selben Wort bezeichnet.

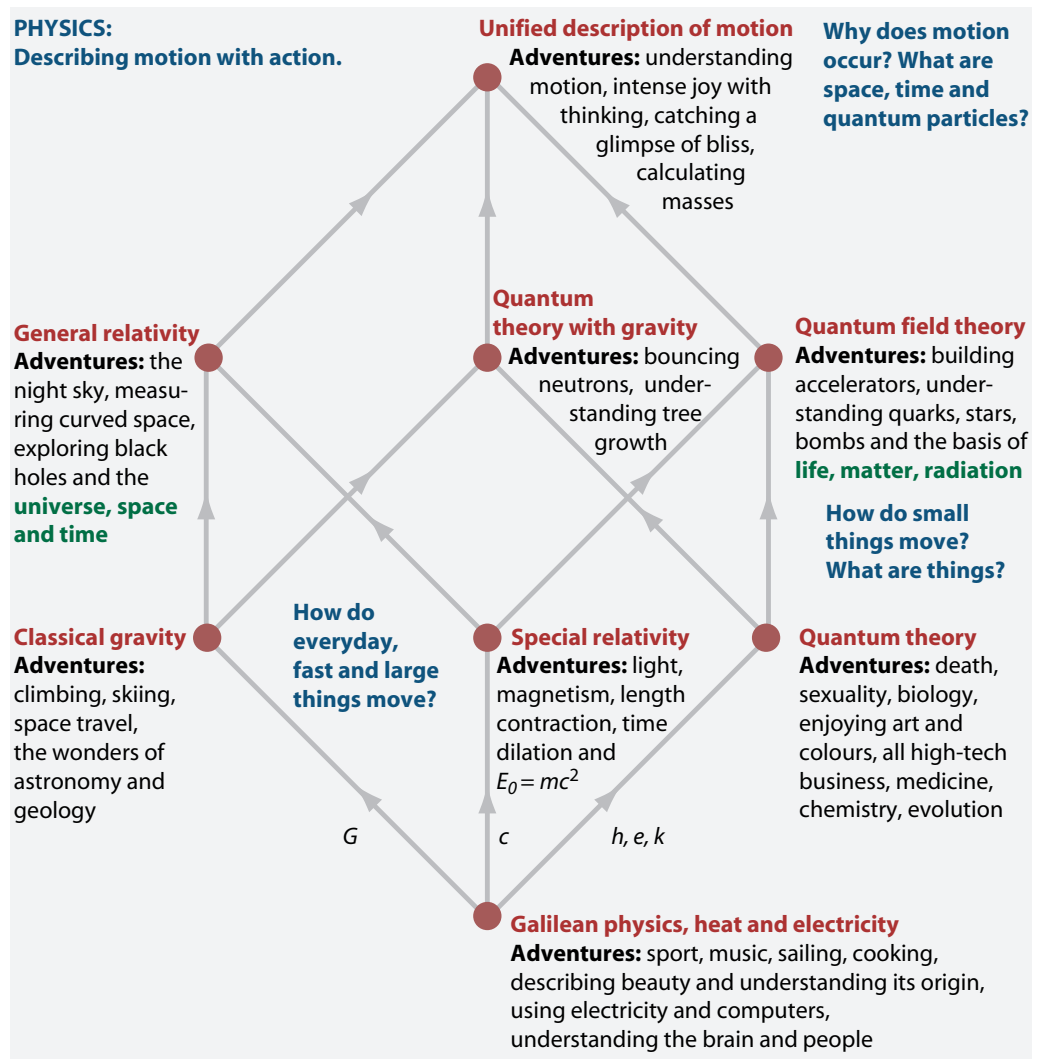


ABBILDUNG 1 Eine komplette Übersicht der Physik: Die Verknüpfungen ergeben sich aus der Lichtgeschwindigkeit c , der Gravitationskonstante G , dem planckschen Wirkungsquantum h , der Boltzmannkonstanten k und der Elementarladung e .

wachsen dadurch, daß wir unsere Ängste überwinden. Alle großen Abenteuer im Leben ermöglichen das: die Liebe ist eines davon, das Studium der Physik ein anderes.

München, 10 March 2012.

EIN RAT FÜR LERNENDE

In meiner Erfahrung als Lehrer gibt es eine Methode, die *ohne Ausnahme* erfolglose in erfolgreiche Schüler oder Studenten verwandelt: wenn Sie ein Buch lesen, um zu lernen,

wiederholen Sie jeden gelesenen Abschnitt *laut, und in eigenen Worten*. Wenn Sie das nicht können, lesen Sie den Abschnitt noch einmal. Wiederholen Sie das solange, bis Sie das Gelesene in Ihren eigenen Worten und laut wiedergeben können. Sie können das alleine in einem Zimmer, mit Freunden, oder beim Wandern tun. Wenn Sie das mit all dem tun, was Sie lesen, werden Sie Ihre Lernzeit sehr stark verkürzen. Außerdem werden Sie mehr Spaß an guten Büchern haben, und weniger Abneigung für schlechte. Meister dieser Methode können Sie auch während der Vorlesungen verwenden, mit leiser Stimme, und auf diese Weise vermeiden, jemals mitschreiben zu müssen.

ZUR NUTZUNG DIESES BUCHES

Grüner Text, wie er in vielen Randnotizen erscheint, kennzeichnet eine Verknüpfung, die in einem Pdf-Reader angeklickt werden kann. Solche grüne Verknüpfungen führen zu Literaturverweisen, Fußnoten, anderen Seiten, Lösungen von Herausforderungen, oder zu Webseiten auf dem Internet.

Lösungen und Hinweise für die *Herausforderungen* finden sich im Anhang. Die Herausforderungen sind in leicht (l), normal (n), schwer (s) und Forschung (f) eingeteilt. Herausforderungen der Typen l, n oder s, für die noch keine Hinweise zur Verfügung stehen, sind mit (nn) bezeichnet.

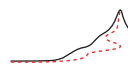
EINE BITTE

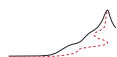
Der Text ist für alle kostenlos auf dem Internet verfügbar. Im Gegenzug bitte ich Sie um ein kurzes Mail an fb@motionmountain.net zu folgenden Punkten:

- Was war unklar?
- Welches Thema, welches Rätsel oder welche Abbildung haben Sie vermißt?
- Was sollte verbessert oder korrigiert werden?

Herausforderung 1 n

Sie können Ihre Rückmeldung auch direkt auf www.motionmountain.net/wiki eingeben. In Namen aller Leser, herzlichen Dank im Voraus für Ihre Unterstützung. Für einen besonders wertvollen Beitrag werden Sie – wenn Sie es wünschen – in den Danksagungen genannt werden, eine Belohnung erhalten, oder beides. Aber vor allem: genießen Sie das Lesen!

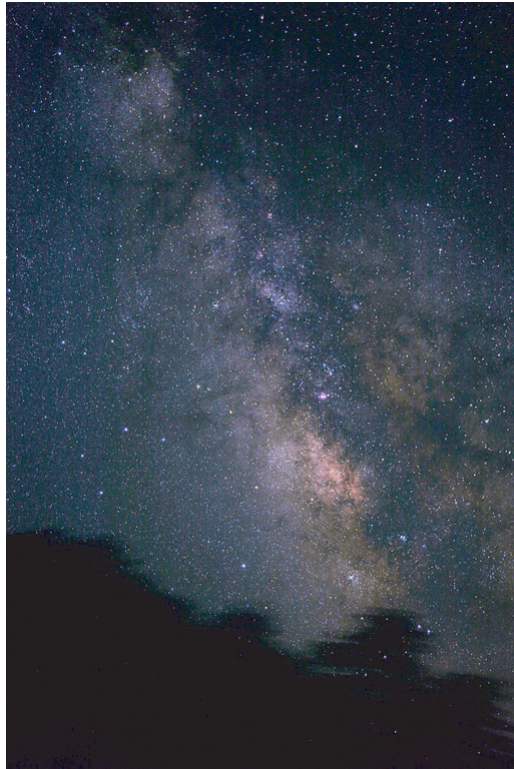




INHALT

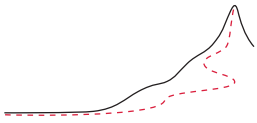
13	1	HÖCHSTGESCHWINDIGKEIT, RUHE UND LICHT
		Kann man mit Lichtpulsen und Spiegeln Tennis spielen? 19 • Albert Einstein 21 • Die Lichtgeschwindigkeit als invariante Grenzggeschwindigkeit 21 • Die spezielle Relativitätstheorie mit wenigen Linien 24 • Lichtbeschleunigung und der Dopp- lereffekt 26 • Der Unterschied zwischen Licht und Schall 30 • Kann man schnel- ler schießen als sein Schatten? 31 • Die Verknüpfung der Geschwindigkeiten 33 • Beobachter und das Prinzip der speziellen Relativitätstheorie 34 • Was ist Raum- zeit? 39 • Können wir in die Vergangenheit reisen? – Zeit und Kausalität 40
42		Kuriositäten der speziellen Relativitätstheorie
		Schneller als das Licht: wie weit können wir reisen? 42 • Synchronisation und Zeit- reisen – Kann eine Mutter jünger als ihre Tochter bleiben? 43 • Die Längenkon- traktion 46 • Relativistische Filme – Aberration und Doppler effect 48 • Was ist der beste Sitzplatz in einem Bus? 51 • Wie schnell kann man gehen? 52 • Is die Geschwindigkeit des Schattens höher als die des Lichtes? 53 • Parallel zu parallel ist nicht parallel – Thomas rotation 55 • Eine unendliche Geschichte – Relativität der Temperatur 56
57		Relativistische Mechanik
		Masse 57 • Warum relativistisches Biliardspiel so schwierig ist 59 • Masse und Energie sind wesensgleich 61 • Wie man Licht wiegt 62 • Stöße, virtuelle Teilchen und Tachyonen 64 • Teilchensysteme – keine Massenmittelpunkte 66 • Warum ist Bewegung meistens so langsam? 66 • Die Geschichte der Äquivalenz von Masse und Energie 67 • Vierervektoren 68 • Vierergeschwindigkeit 70 • Der Viererim- puls oder Energie-Impuls-Vektor 71 • Viererkraft 73 • Rotation in der Relativi- tätstheorie 74 • Wellenbewegung 75 • Die Wirkung für ein freies Teilchen – Wie bewegen sich Dinge? 76 • Konforme Transformationen – Warum ist die Lichtge- schwindigkeit invariant? 78
79		Beschleunigte Beobachter
		Eigenbeschleunigung und inertielle Beobachter 81 • Beschleunigte Bezugssyste- me 82 • Konstante Beschleunigung 84 • Ereignishorizonte 86 • Beschleunigung ändert Farben 87 • Kann Licht schneller als c sein? 88 • Das Additionstheorem für Beschleunigungen 89 • Ein Kuriosum: was ist die Einweggeschwindigkeit des Lichts? 90 • Grenzen für die Länge von festen Körpern 91
92		Die spezielle Relativitätstheorie in vier Sätzen
		Kann die Lichtgeschwindigkeit variieren? 92 • Wann verliert die spezielle Relativi- tätstheorie ihre Gültigkeit? 93
94	2	ALLGEMEINE RELATIVITÄSTHEORIE: GRAVITATION UND MAXIMALE KRAFT
95		BIBLIOGRAPHIE
119		HERAUSFORDERUNGEN: LÖSUNGEN UND TIPPS
120		DANKSAGUNGEN
		Filme 120 • Bilder 120





DIE RELATIVITÄTSTHEORIE

Auf unserer Suche nach dem Verständnis, wie Dinge sich bewegen, führt uns das tägliche Erleben des Wanderns und des Schauens zur Entdeckung, daß es in der Natur eine höchste Geschwindigkeit gibt, und daß zwei Ereignisse, die für einen Beobachter gleichzeitig sind, es für einen anderen nicht sein müssen. Wir entdecken auch, daß leerer Raum sich biegen und bewegen kann, daß es in der Natur eine höchste Kraft gibt, und wir verstehen, warum wir die Sterne sehen können.



KAPITEL 1

HÖCHSTGESCHWINDIGKEIT, RUHE UND LICHT

“Fama nihil est celerius.*

Altertum”

Seite ??

LICHT brauchen wir, um Bewegungen zu beschreiben. Um zu testen, ob eine Linie gerade ist, schauen wir ihr entlang. In anderen Worten, wir benutzen das Licht, um Geradheit zu definieren. Wie testen wir, ob eine Fläche eben ist? Wir schauen über sie hinweg,** und nutzen wiederum Licht. Wie beobachten wir Bewegung? Mit Licht. Wie messen wir Längen mit hoher Genauigkeit? Mit Licht. Wie messen wir Zeit mit hoher Genauigkeit? Mit Licht: früher das Licht der Sonne, heute das von Cäsiumatomen.

Licht ist wichtig, weil es unser Maßstab für *ungestörte Bewegung* ist. Die moderne Physik wäre deutlich schneller vorangeschritten, wenn man früher festgestellt hätte, daß die Fortbewegung des Lichtes die ideale, ungestörte Bewegung ist.

Ref. 1

Aber ist Licht überhaupt eine Form von Bewegung? Ja. Das war schon im alten Griechenland bekannt, denn es wird durch eine einfache Beobachtung bestätigt: der Schatten. Schatten beweisen, daß Licht eine bewegendes Etwas ist, das von der Lichtquelle ausgesandt wird, und sich in gerader Linie ausbreitet.*** Der griechische Denker Empedokles (c. 490 – c. 430 V.u.Z.) zog den logischen Schluß, daß Licht eine gewisse Zeit braucht, um von der Quelle zu der Fläche zu kommen, die den Schatten zeigt.

Empedokles erklärte, daß die Lichtgeschwindigkeit endlich ist. Wir können dieses Ergebnis mit einem anderen, aber etwas subtileren Argument bestätigen. Geschwindigkeiten können gemessen werden. Jede Messung ist der Vergleich mit einer Maßeinheit.

* ‘Nicht ist schneller als ein Gerücht’ Dieser bekannte Spruch ist eine Vereinfachung von Virgil’s Satz: *fama, malum qua non aliud velocius ullum*. ‘Das Gerücht, das schnellste aller Übel.’ Aus der *Aeneis*, Buch IV, Verse 173 und 174.

** Übrigens reicht es dazu nicht aus, von allen Richtungen über die Fläche zu schauen. Eine Fläche, die einen Lichtstrahl in allen Richtungen berührt, muß nicht eben sein. Können Sie ein Beispiel anführen? Man braucht andere Methoden, um Ebenheit mit Licht zu bestimmen. Können Sie eine angeben?

*** Wenn eine Quelle Schatten erzeugt wird das, was ausgesandt wird, *Strahlung* genannt. Außer Licht wurden weitere Strahlungsarten durch Schatten entdeckt: *Infrarotstrahlung* und *Ultraviolettstrahlung*, die von den meisten Lichtquellen ausgesandt werden, *Kathodenstrahlen*, die sich später als bewegende Elektronen herausstellten, *Röntgenstrahlen*, die später als eine hochfrequente Art von Licht erkannt wurden, sowie *Kanalstrahlen*, die sich als bewegte Ionen herausstellten.

Die drei Arten von Radioaktivität, nämlich α -Strahlen (Heliumkerne), β -Strahlen (wiederum Elektronen), und γ -Strahlen (hochenergetische Röntgenstrahlen) erzeugen ebenfalls Schatten. Alle diese Entdeckungen wurden in den Jahren 1890 bis 1910 gemacht: das waren die ‘Strahlungsjahre’ der Physik.

Herausforderung 2 n

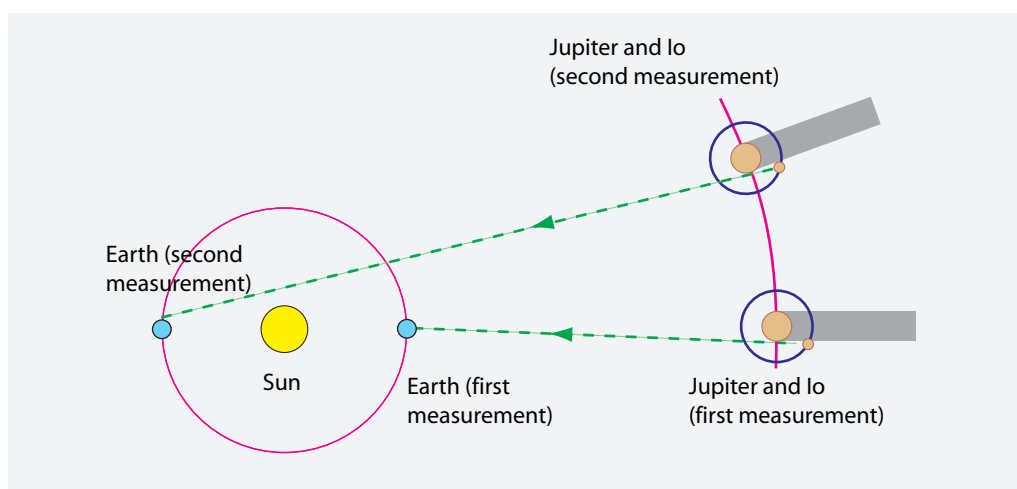


ABBILDUNG 2 Römer's Methode, die Lichtgeschwindigkeit zu messen

Herausforderung 3 n

Es muß also eine 'ideale' Geschwindigkeit geben, die implizit als Maßeinheit genutzt wird. Eine unendliche große Maßeinheit würde gar keine Messungen erlauben. Nun zeigt sich, daß sich in der Natur die leichtesten Teilchen im allgemeinen mit der höchsten Geschwindigkeit bewegen. Licht, das ja besonders leicht ist, ist daher ein Kandidat für die gesuchte ideale, aber endliche Geschwindigkeit. Wir werden diese Vermutung in Kürze bestätigen.

Eine endliche Geschwindigkeit des Lichtes bedeutet, daß alles was wir sehen, eine Nachricht aus der *Vergangenheit* ist. Wenn wir die Sterne sehen, * die Sonne oder eine Person die wir lieben, sehen wir immer ein Bild der Vergangenheit. In gewissen Sinn hindert uns die Natur, die Gegenwart zu genießen – und lehrt uns, die Vergangenheit zu genießen.

Seite ??

Ref. 3

Herausforderung 4 n

Die Lichtgeschwindigkeit ist hoch; deshalb wurde sie erstmals in den Jahren 1668 bis 1676 gemessen, obwohl viele, auch Galileo, das zuvor versucht hatten. Die erste Messung wurde durch den dänischen Astronomen Ole Rømer** durchgeführt, als er die Umlaufbahnen von Io und den anderen Galileischen Monden des Jupiters untersuchte. Er erhielt keinen Wert für die Lichtgeschwindigkeit, weil er keinen zuverlässigen Wert für den Abstand von Io zur Erde, und weil seine Zeitmessungen ungenau waren. Dieser Mangel wurde kurz darauf durch seine Kollegen behoben, allen voran Christiaan Huygens und Edmund Halley. (Versuchen Sie, Rømer's Methode aus [Abbildung 2](#) abzuleiten.) Seit Rømer's Zeit ist also den Astronomen bekannt, daß das Licht für den Weg

* Das Photo des Nachthimmels und der Milchstraße auf [Seite 12](#) ist von Anthony Ayiomamitis; es findet sich auf seinem herrlichen Internetbereich www.perseus.gr.

** Ole (Olaf) Rømer (1644 Aarhus – 1710 Copenhagen), dänischer Astronom. Er war zur Zeit Ludwigs des XIV in Paris Lehrer des Dauphins von Frankreich. Die Idee, die Lichtgeschwindigkeit mit den Monden von Jupiter zu messen, war vom Astronomen Giovanni Cassini, dessen Assistent Rømer gewesen war. Rømer setzte seine Messungen bis 1681 fort, als er Frankreich, wie alle Protestanten, so auch Christiaan Huygens, verlassen musste. In Dänemark zerstörte ein Feuer alle seine Aufzeichnungen, so daß er die Genauigkeit der Methode nicht weiter verbessern konnte. Später wurde er ein wichtiger Verwalter und Reformator des dänischen Staates.

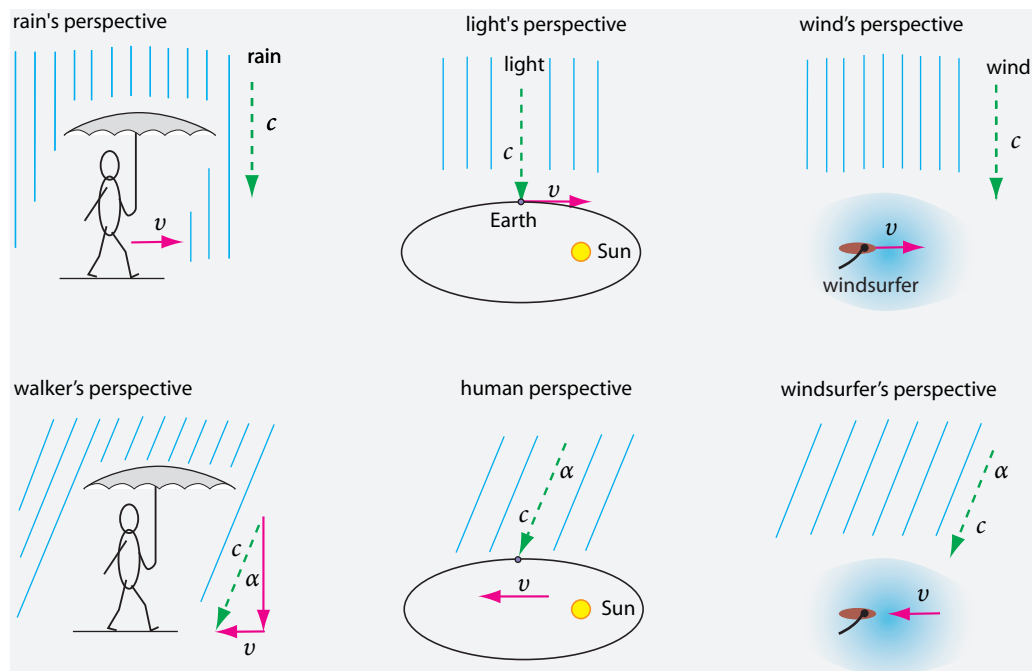


ABBILDUNG 3 Die Methode des Regenläufers und des Windsurfers, die Lichtgeschwindigkeit zu messen

Seite ??

Ref. 4

von der Sonne zur Erde etwa 8 Minuten benötigt. Dieses Ergebnis wurde dann in einem schönen Experiment 1726, fünfzig Jahre später, durch den Astronomen James Bradley bestätigt. Engländer wie er war, erdachte Bradley zur Messung der Lichtgeschwindigkeit die 'Regenmethode'.

Wie können wir die Geschwindigkeit des fallenden Regens messen? Wir gehen zügig mit einem Regenschirm, messen den Winkel α unter dem der Regen zu fallen scheint, und messen unsere eigene Geschwindigkeit v . (Man kann den Winkel besonders klar sehen, wenn man den Regen beim Gehen seitlich gegen einen dunklen Hintergrund betrachtet.) Wie in [Abbildung 3](#) dargestellt, ist die Regengeschwindigkeit c dann

$$c = v / \tan \alpha . \quad (1)$$

In der gleichen Weise kann man die Geschwindigkeit des Windes auf einem Surfbrett oder auf einem Schiff messen. Dasselbe Vorgehen ist auch für Licht möglich. [Abbildung 3](#) zeigt, daß man dazu nur den Winkel zwischen der Bewegung der Erde und dem auftreffenden Licht von einem Stern über der Umlaufbahn messen muss. Da die Erde sich gegenüber der Sonne bewegt, ist dieser Winkel nicht 90° : der Unterschied wird die *Aberration* des Lichtes genannt. Die Aberration mißt man am einfachsten, in dem man Himmelsbeobachtungen vergleicht, die im Abstand von sechs Monaten gemacht wurden. Der gemessene Wert für den Aberrationswinkel beträgt $20.5''$. (Er kann heutzutage auf 5 Stellen genau bestimmt werden.) Mit der Umlaufgeschwindigkeit der Erde um die Sonne,

$v = 2\pi R/T = 29.7 \text{ km/s}$, ergibt sich eine Lichtgeschwindigkeit von $c = 0.300 \text{ Gm/s}$.^{*} Das ist ein erstaunlich hoher Wert, auch wenn man ihn mit der Geschwindigkeit der schnellsten durch den Menschen hergestellten Gegenstände, die Voyager Satelliten, vergleicht, die sich mit $52 \text{ Mm/h} = 14 \text{ km/s}$ von uns entfernen, oder mit dem Wachstum von Kindern, etwa 3 nm/s , oder mit dem Wachstum von Stalagmiten in Höhlen, etwa 0.3 pm/s . Man beginnt zu ahnen, warum die Messung der Lichtgeschwindigkeit eine Wissenschaft für sich ist.

Die erste *genaue* Messung der Lichtgeschwindigkeit wurde 1849 vom französischen Physiker Hippolyte Fizeau (1819–1896) durchgeführt. Sein Wert war nur 5 % über dem modernen. Er sandte dazu einen Lichtstrahl auf einen entfernten Spiegel und maß die Zeit, bis der Lichtstrahl wieder eintraf. Wie konnte das Fizeau ohne jede elektrische Vorrichtung tun? Er nutzte dieselbe Methode die wir zur Bestimmung der Geschwindigkeit von Pistolenkugeln kennengelernt haben; ein Teil der Antwort ist in [Abbildung 4](#) enthalten. (Wie weit muß der Spiegel entfernt sein?) Ein moderner Nachbau des Experiments durch Jan Frercks erreichte eine Genauigkeit von 2 %. Heutzutage ist das Experiment noch viel einfacher; in den Kapiteln zur Elektrodynamik werden wir entdecken, wie die Lichtgeschwindigkeit mit dem ‘Ping’ Kommando und zwei handelsüblichen UNIX oder Linux Rechnern bestimmt werden kann, die mit einem Kabel verbunden sind.

Die Lichtgeschwindigkeit ist so hoch, daß es schon schwer ist zu zeigen, daß sie *endlich* ist. Vielleicht der schönste Beweis ist das Photo eines Lichtpulses, der quer zur Blickrichtung fliegt, ähnlich dem Photo eines vorbeifahrenden Autos oder einer vorbeifliegenden Gewehr- kugel. [Abbildung 5](#) zeigt das erste dieser Photos, das 1971 aufgenommen wur-

^{*} Regenschirme waren 1726 in England nicht üblich. Sie wurden erst später modern, als Import aus China. In der Tat ist die obige Regenschirmgeschichte erfunden. In Wirklichkeit hatte Bradley seine Idee als er auf der Themse segelte. Er bemerkte, daß der scheinbare Wind auf dem Schiff eine andere Richtung hatte als auf dem Land. Er hatte viele Jahre lang 50 Sterne beobachtet, vor allem Gamma Draconis, und war in dieser Zeit immer über das seltsamen Vorzeichen des Effekts erstaunt, das genau entgegengesetzt zu dem des Effektes war, den er eigentlich suchte, nämlich der Sternparallaxe. Sowohl die Parallaxe als auch die Aberration für einen Stern oberhalb der Ekliptik führen zu kleinen elliptischen Bewegungen am Himmel, aber mit unterschiedlichen Drehrichtungen. Können Sie erklären warum?

Eine der Folgen der Relativitätstheorie ist übrigens, daß die Formel (1) falsch ist, und daß die korrekte Formel $c = v/\sin \alpha$ lautet; können Sie sagen warum?

Um die Umlaufgeschwindigkeit der Erde zu bestimmen, muß ihr Abstand zur Sonne bestimmt werden. Die einfachste Methode dazu ist die des griechischen Denkers Aristarch von Samos (c. 310 – c. 230 v. u. Z.). Man mißt den Winkel zwischen Mond und Sonne wenn der Mond genau halb voll ist. Der Kosinus des Winkels gibt das Verhältnis zwischen Mondabstand (siehe [Seite ??](#)) und Sonnenabstand. Die Erklärung wird dem Leser als Rätsel überlassen.

Der Winkel ist fast ein rechter, und es werden gute Instrumente benötigt, um ihn genau zu messen, wie schon Hipparchos in einer langen Untersuchung dazu im Jahre 130 v. u. Z. bemerkte. Genau Messungen des Winkels wurde erst im 17. Jahrhundert möglich, als er zu 89.86° bestimmt wurde, was ein Abstandsverhältnis von etwa 400 ergibt. Heutzutage ist der Sonnenabstand, dank Radarmessungen, auf unglaubliche 30 Meter genau bekannt. Die Abstandsänderungen zum Mond sind sogar mit einer Genauigkeit von einem Zentimeter nachweisbar; können Sie sich vorstellen, wie das erreicht wird?

Aristarch bestimmte auch den Radius der Sonne und des Mondes als Vielfache des Erdradius. Aristarch war ein erstaunlicher Denker: er war der erste, der das heliozentrische System vorschlug, und vielleicht der erste, der erklärte, daß Sterne andere, sehr entfernte Sonnen waren. Für diese Gedanken wollten verschiedene seiner Zeitgenossen, daß er wegen Gotteslästerung zum Tode verurteilt werden solle. Als der polnische Mönch und Astronom Nicolaus Copernicus (1473–1543) zweitausend Jahre später das heliozentrische System wieder vorschlug, zitierte er Aristarch nicht, obwohl er die Idee von ihm übernommen hatte.

Seite ??

Herausforderung 9 n

Ref. 7

Seite ??

Ref. 8

Herausforderung 5 n

Herausforderung 6 n

Herausforderung 7 n

Ref. 5

Herausforderung 8 n

Ref. 6

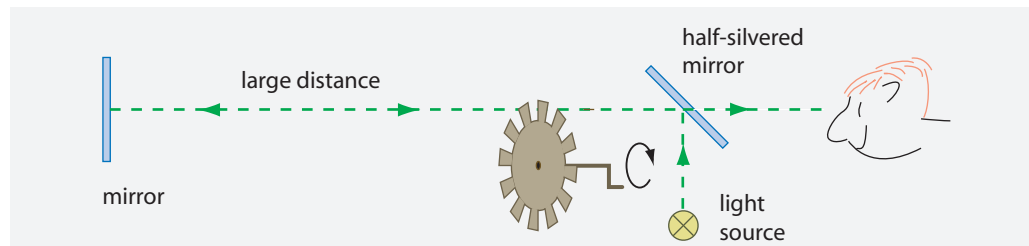


ABBILDUNG 4 Fizeau's Experiment zur Messung der Lichtgeschwindigkeit (Photo © AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg)

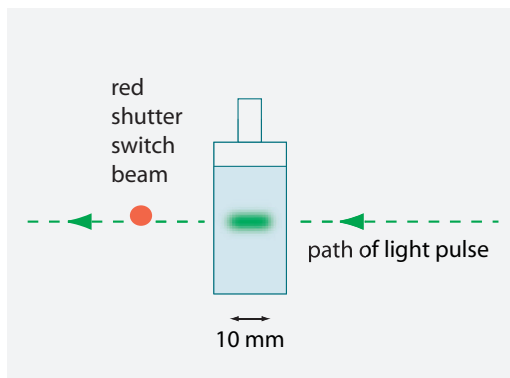


ABBILDUNG 5 Ein Photo eines Lichtpulses, der sich von rechts nach links durch eine milchige Wasserlösung bewegt, und ein Maßstab in Zentimetern (Photo © Tom Mattick)

de. Die Autoren verwendeten eine handelsübliche Spiegelreflexkamera, einen schnellen, selbst erfunden Verschuß, und, besonders erwähnenswert, kein einziges elektronisches Hilfsggerät. (Wie schnell muß so ein Verschuß sein? Wie würden Sie so einen Verschuß bauen? Und wie würden Sie ihn im richtigen Augenblick öffnen?)

Eine endliche Lichtgeschwindigkeit bedeutet auch, daß ein schnell rotierender Leuchtturm eine gekrümmte Spur erzeugt, wie in **Abbildung 6** dargestellt. Im täglichen Leben verhindert jedoch die hohe Lichtgeschwindigkeit und die langsame Drehgeschwindigkeit die Beobachtung dieses Effektes.

Kurz gesagt, Licht bewegt sich sehr schnell. Es ist viel schneller als ein Blitz, wie Sie selbst überlegen können. Ein Jahrhundert immer genauerer Messungen haben zum modernen Wert

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \quad (2)$$

Herausforderung 10 n

Herausforderung 11 n

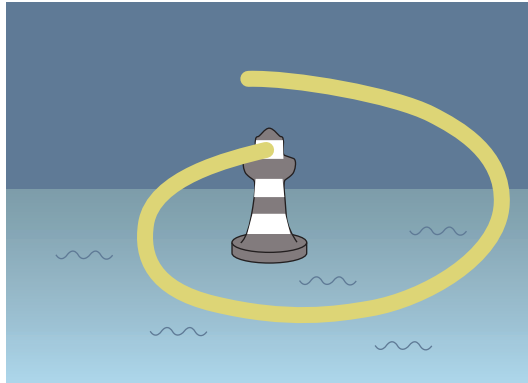


ABBILDUNG 6 Eine Folge der endlichen Lichtgeschwindigkeit (Vorsicht: Licht bewegt sich geradlinig, und *nicht* entlang der gekrümmten Linie)

TABELLE 1 Eigenschaften der Fortbewegung des Lichtes

BEOBSACHTUNGEN ZUR LICHTBEWEGUNG

Licht bewegt sich durch leeren Raum.

Licht transportiert Energie.

Licht hat Impuls: es kann Objekte anstoßen.

Licht hat Drehimpuls: es kann Objekte in Drehung versetzen.

Licht bewegt sich durch anderes Licht ungestört hindurch.

Licht bewegt sich im leeren Raum schneller als jeder Körper fort.

Die echte Lichtgeschwindigkeit, die Signalgeschwindigkeit, ist durch die Frontgeschwindigkeit gegeben. [Seite ??](#)

Im leeren Raum beträgt die Lichtgeschwindigkeit 299 792 458 m/s.

Die Eigengeschwindigkeit des Lichts ist unendlich. [Seite 42](#)

Schatten können sich ohne Geschwindigkeitsbegrenzung bewegen.

Licht bewegt sich, fern von Materie, in gerader Linie.

Licht hoher Intensität ist eine Welle.

Lichtstrahlen sind Näherungen bei vernachlässigbarer Wellenlänge.

In Materie sind sowohl die Frontgeschwindigkeit als auch die Energiegeschwindigkeit kleiner als im leeren Raum.

In Materie kann die Gruppengeschwindigkeit von Lichtpulsen null, positiv, negativ oder unendlich sein.

geführt. Dieser Zahlenwert ist nun sogar offiziell *festgelegt*, und dadurch wurde die Einheit Meter mit der Lichtgeschwindigkeit c definiert. [Tabelle 1](#) gibt eine Übersicht über das Wissen zur Bewegung des Lichtes. Zwei der überraschendsten Eigenschaften wurden in späten neunzehnten Jahrhundert entdeckt. Sie bilden das Fundament der speziellen Relativitätstheorie.

[Ref. 9](#)

KANN MAN MIT LICHTPULSEN UND SPIEGELN TENNIS SPIELEN?

“Et nihil est celerius annis.*

Ovid, *Metamorphosen*. ”

Wir wissen alle, daß die beste Art, einen Stein so weit wie möglich zu werfen, darin besteht, ihn Lauf zu werfen. Wir wissen instinktiv, daß dann die Geschwindigkeit des Steins gegenüber dem Erdboden höher ist als wenn wir nicht laufen. Dennoch zeigen Experimente, zur anfänglicher Überraschung aller Beteiligten, daß das Licht von einer bewegten Lampe dieselbe Geschwindigkeit hat wie das von einer ruhenden Lampe. Der einfachste Beweis besteht darin, den Himmel anzuschauen. Dort findet man viele Beispiele von *Doppelsternen*: das sind zwei Sterne, die sich in Ellipsen umeinander bewegen. In einigen dieser Systeme sehen wir die Ellipsen beinahe entlang der Kante. Wenn die Lichtgeschwindigkeit sich mit der Geschwindigkeit der Quelle ändern würde, würden wir bizarre Effekte sehen, weil das Licht, das von bestimmten Orten ausgesendet wurde, das Licht einholen könnte, das von anderen Orten ausgesendet wurde. Unter anderem würden wir die Umlaufbahnen gar nicht als Ellipsen sehen. Solche seltsamen Effekte werden aber nicht beobachtet, und die Ellipsen sind klar zu sehen. Willem de Sitter hat diesen Beweis 1913 vorgeschlagen und die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit mit vielen Doppelsternen bestätigt.

Ref. 10

Mit anderen Worten, Licht ist (im leeren Raum) nie schneller als Licht; alles Licht bewegt sich mit derselben Geschwindigkeit. Viele Kontrollexperimente haben dieses Ergebnis mit höchster Genauigkeit bestätigt. Die Lichtgeschwindigkeit kann auf weniger als 1 m/s genau gemessen werden; aber selbst für Lampen, die sich schneller als 290 000 000 m/s bewegen, wurde kein Unterschied der Lichtgeschwindigkeit gemessen. (Können Sie sich vorstellen, was für Lampen verwendet wurden?)

Ref. 11

Herausforderung 12 n

Im täglichen Leben wissen wir auch, daß ein fliegender Stein, wenn wir ihm entgegenlaufen, uns mit höherer Geschwindigkeit erreicht als wenn wir stehen bleiben oder gar von ihm weglaufen. Aber wiederum zeigt sich, daß für Licht kein solcher Effekt besteht! Alle Experimente zeigen klar, daß man immer dieselbe Lichtgeschwindigkeit mißt, egal ob man zu einer Lampe hinrennt oder von ihr wegrennt. Auch diese Experimente sind mit höchster Genauigkeit durchgeführt worden.

Ref. 26

Alle Experimente zeigen also, daß die Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter *denselben Wert* hat, unabhängig davon, ob sie sich zueinander oder gegenüber der Lampe bewegen. Die Lichtgeschwindigkeit ist in der Tat der ideale, perfekte Maßstab.**

* 'Nichts ist schneller als die Jahre.' Buch X, Vers 520.

** Gleichwertige Alternativen zum Begriff der Lichtgeschwindigkeit sind 'Radargeschwindigkeit' und 'Radiogeschwindigkeit'; wir werden später sehen, warum dies der Fall ist.

Seite ??

Die Lichtgeschwindigkeit unterscheidet sich auch nur wenig von der Neutrinoengeschwindigkeit. Das wurde am deutlichsten bei der Supernova von 1987 klar, als der Lichtblitz und der Neutrinopuls nur mit 12 Sekunden Abstand auf der Erde eintrafen. (Es ist unklar, ob dieser Unterschied eine Folge der Unterschiede in der Geschwindigkeit oder der verschiedenen Startpunkte ist.) Was ist die erste Dezimalstelle bei der sich die beiden Geschwindigkeitswerte unterscheiden, wenn man berücksichtigt, daß die Supernova $1.7 \cdot 10^5$ Lichtjahre weit weg explodierte, unter der Annahme, daß beide Pulse denselben Startpunkt hatten?

Herausforderung 13 n

Experimente bestätigen auch, daß die Lichtgeschwindigkeit in allen Richtungen des Raumes denselben Wert hat, auf mindestens 21 Dezimalstellen genau. Weitere Beobachtungen mit Hilfe von Gammastrahlenblitzen zeigen, daß die Lichtgeschwindigkeit auch von der Frequenz unabhängig ist, und zwar mindest auf 20 Dezimalstellen genau.

Ref. 12

Ref. 13



ABBILDUNG 7 Alle Geräte mit Elektromotoren beweisen, daß die Lichtgeschwindigkeit endlich ist
(© Miele, EasyGlide)



ABBILDUNG 8 Albert Einstein (1879–1955)

Ref. 14 Es gibt noch eine zweite Gruppe von Beobachtungen, die bestätigen, daß die Lichtgeschwindigkeit konstant, oder besser, *invariant* ist. Jedes elektromagnetische Gerät, also jede elektrische Zahnbürste und jeder Lautsprecher, beweisen, daß die Lichtgeschwindigkeit invariant ist: wir werden entdecken, daß elektrische Ströme keine Magnetfelder erzeugen würden, wie es jeden Tag in elektrischen Motoren oder Lautsprechern geschieht, wenn die Lichtgeschwindigkeit nicht invariant wäre. Dies war auch die Art und Weise, wie die Invarianz von mehreren Wissenschaftlern entdeckt wurde. Erst nach diesen Ergebnissen zeigte der deutsch-schweizerische Physiker Albert Einstein, daß die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit auch mit der Bewegung von Körpern im Einklang war. Wir werden diesen Einklang in diesem Kapitel überprüfen. Der Zusammenhang zwischen Relativität und elektrischen Zahnbürsten, sowie anderen Maschinen, wird in den Kapiteln zur Elektrodynamik untersucht werden.

Ref. 16

Seite ??

Der wesentliche Zusammenhang zwischen Licht und der Bewegung von Körpern kann in wenigen Worten ausgedrückt werden. Wäre die Lichtgeschwindigkeit nicht konstant, könnten Beobachter so schnell wie das Licht reisen. Warum? Da Licht eine Welle ist, würde ein Beobachter, der sich so schnell wie das Licht bewegt, eine *stehende* Welle beobachten. Aber die Elektrodynamik erlaubt keine stehenden Lichtwellen. Daher können Beobachter sich nicht so schnell wie das Licht bewegen; die Lichtgeschwindigkeit ist

eine Grenzggeschwindigkeit. Beobachter und Körper bewegen sich immer langsamer als das Licht. Daher ist die Lichtgeschwindigkeit auch eine invariante Geschwindigkeit. In anderen Worten, Tennisspielen ist mit Licht nicht interessant: die Lichtgeschwindigkeit ist immer dieselbe.

ALBERT EINSTEIN

Albert Einstein (geb. 1879 Ulm, gest. 1955 Princeton) war einer der größten Physiker und einer der größten Denker überhaupt. 1905 veröffentlichte er drei wichtige Arbeiten: eine über die brownische Molekularbewegung, eine zur speziellen Relativitätstheorie und eine zur Idee der Lichtquanten.

Seite 67 Die erste Arbeit zeigte abschließend, daß Materie aus Molekülen bzw. Atomen besteht; die zweite Arbeit zeigte die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit; die dritte war eine der Fundamente der Quantentheorie. Jede der Arbeiten war einen Nobelpreis wert, aber er erhielt ihn nur für die letzte. 1905 bewies Einstein auch die berühmte Formel $E_0 = mc^2$, die Anfang 1906 veröffentlicht wurde, nachdem einige andere sie schon vorgeschlagen hatten. Obwohl Einstein einer der Begründer der Quantentheorie war, wandte er sich später von ihr ab. Dennoch half seine berühmte Diskussion mit seinem Freund Niels Bohr, die Quantentheorie in all ihren seltsamen Aspekten zu klären. Einstein erklärte auch den Einstein–de Haas Effekt, der nachweist, daß Magnetismus eine Folge von Bewegung im Inneren von Materialien ist. Nach vielen anderen Entdeckungen veröffentlichte er 1915 und 1916 sein höchste Errungenschaft: die allgemeine Relativitätstheorie, eine der schönsten und erstaunlichsten Arbeiten in der Wissenschaft überhaupt.

Seite ?? Da er Jude und berühmt war, war Einstein ein bevorzugtes Ziel von Angriffen und Diskriminierung durch die Nationalsozialistische Bewegung; daher emigrierte er 1933 in die USA. Er war nicht nur ein großer Physiker, sondern auch ein großer Denker; die Sammlung seiner Gedanken zu Themen außerhalb der Physik sind ebenfalls lesenswert.

Ref. 15 Jeder, der Einstein nacheifern will, sollte zuerst wissen, daß er viele Arbeiten veröffentlicht hat. Einstein war ehrgeizig und fleißig. Viele seiner Arbeiten waren auch falsch. Er korrigierte die Fehler dann in der folgenden Arbeit, und weiter in der nächsten. Das passierte so regelmäßig, daß er selbst darüber witzelte. Einstein verkörperte die bekannte Definition eines Genies als einer Person, die die größtmögliche Zahl von Fehlern in der kürzest möglichen Zeit macht.

DIE LICHTGESCHWINDIGKEIT ALS INVARIANTE GRENZGESCHWINDIGKEIT

Beobachter können die Lichtgeschwindigkeit nicht erreichen. Kein Körper kann das. In anderen Worten ist Licht nicht nur der Maßstab der Geschwindigkeit; Licht stellt auch die höchstmögliche Geschwindigkeit dar. Es gilt also für die Geschwindigkeit v eines physikalischen Systems die Grenze

$$v \leq c . \quad (3)$$

Diese Beziehung ist das Fundament der speziellen Relativitätstheorie; sie enthält sogar die gesamte Theorie. Die Maximalgeschwindigkeit beinhaltet einige faszinierende Folgerungen: sie führt dazu, daß Zeit und Raum vom Beobachter abhängen, daß Masse und Energie wesensgleich sind, und daß es in der Natur Ereignishorizonte gibt.

TABELLE 2 Wie man sich selbst und andere überzeugen kann, daß es eine höchste Geschwindigkeit in der Natur gibt

THEMA	TESTMETHODE
Die Energiegeschwindigkeit c hängt nicht vom Beobachter ab	alle Beobachtungen kontrollieren
Lokale Energiegeschwindigkeiten $> c$ werden nicht beobachtet	alle Beobachtungen kontrollieren
Beobachtete Geschwindigkeiten $> c$ sind entweder nichtlokal oder keine Energiegeschwindigkeiten	alle Beobachtungen kontrollieren
Lokale Energiegeschwindigkeiten $> c$ können nicht erzeugt werden	alle Versuche kontrollieren
Lokale Energiegeschwindigkeiten $> c$ können nicht erdacht werden	alle Paradoxa kontrollieren
Eine maximale Energiegeschwindigkeit ist widerspruchsfrei	1 – alle ergebende Folgerungen, so seltsam sie auch sein mögen, kontrollieren 2 – die Relativitätstheorie ableiten und kontrollieren

Schon 1895 nannte Henri Poincaré* die Erkundung von Beobachterstandpunkten *Relativitätstheorie*. Einstein war mit dem Namen 'Relativitätstheorie' nicht zufrieden. Er hätte den Ausdruck 'Invarianztheorie' vorgezogen, konnte den Gebrauch aber nicht ändern. Also nannte er die Beschreibung der Bewegung *ohne* Gravitation die *spezielle Relativitätstheorie*, und Beschreibung der Bewegung *mit* Gravitation die *allgemeine Relativitätstheorie*. Beide enthalten zahlreiche faszinierende und überraschende Ergebnisse.

Ref. 17

Ref. 14

Kann es eine invariante Grenzgeschwindigkeit in der Natur geben? Die **Tabelle 2** zeigt, daß wir drei Fragestellungen nachgehen müssen, um diese Idee annehmen zu können. Wir müssen zeigen, daß keine höhere Geschwindigkeit *beobachtet* wird, daß keine höhere Geschwindigkeit *erzeugt* werden kann, und daß alle Folgerungen aus der Invarianz, so seltsam sie auch sein mögen, in der Natur tatsächlich *zutreffen*. Das ist die gesamte spezielle Relativitätstheorie, und beschreibt daher auch alles, was in diesem Kapitel untersucht wird.

Die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit ist im vollkommenen Widerspruch zur galileischen Mechanik, die das Verhalten von Steinen beschreibt, und zeigt daher, daß die galileischen Mechanik bei hohen Geschwindigkeiten *falsch* ist. Bei niederen Geschwindigkeiten ist die galileische Beschreibung jedoch gut, weil die Fehler klein sind. Wenn

* Henri Poincaré (1854–1912) war ein bedeutender französischer Mathematiker und Physiker. Poincaré war einer der produktivsten Männer seiner Zeit und trug wesentlich zum Fortschritt der Relativitätstheorie, der Quantentheorie und mehrerer Bereiche der Mathematik bei.

Die schönste und einfachste Einführung in die Relativitätstheorie ist immer noch die von Albert Einstein selbst, zum Beispiel *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917 und 1997, oder in *Die Meaning of Relativity*, Methuen, 1951. Es hat fast ein Jahrhundert gedauert, bis fast ebenso schöne Bücher erschienen sind, wie z.B. das von Taylor and Wheeler.

Ref. 19, Ref. 20

wir aber eine Beschreibung wollen, die bei allen Geschwindigkeiten gültig ist, müssen wir die galileische Mechanik hinter uns lassen. Wenn wir Tennis spielen, können wir den Ball mit dem Schläger beschleunigen oder verlangsamen. Mit Licht geht das nicht. Selbst wenn wir einen Lichtstrahl auf einen Spiegel richten, der auf einem Flugzeug montiert ist, bewegt er sich mit derselben Geschwindigkeit weg. All Experimente bestätigen dieses seltsame Verhalten von Licht.

Wenn wir in einem Bus sitzen, der gerade beschleunigt, erscheinen uns die Autos auf den entgegengesetzten Spur mit immer höherer Geschwindigkeit an uns vorbeizufahren. Für Licht zeigen all Experimente das dies *nicht* der Fall ist: Licht fliegt immer mit *derselben* Geschwindigkeit vorbei.* Licht verhält sich also nicht wie Autos oder andere Körper. Auch hier bestätigen alle Experimente dieses seltsame Verhalten.

Warum ist die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit kaum zu glauben, obwohl alle Experimente sie bestätigen? Nehmen wir zwei Beobachter O und Ω ('omega' ausgesprochen), die sich gegeneinander mit der Geschwindigkeit v bewegen, wie zum Beispiel zwei Autos auf entgegengesetzten Seiten einer Straße. Wir stellen uns vor, daß im Moment, in dem die beiden Wagen aneinander vorbeifahren, O mit einer Lampe einen Lichtblitz aussendet. Der Blitz bewegt sich für den Beobachter O entlang des Weges $x(t)$ und für den Beobachter Ω entlang von $\xi(\tau)$ (gesprochen 'xi von tau'). Daß die Lichtgeschwindigkeit für beide dieselbe ist, gilt

$$\frac{x}{t} = c = \frac{\xi}{\tau}. \quad (4)$$

Nun gilt in dieser Situation aber $x \neq \xi$; mit anderen Worten, die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit bedeutet, daß $t \neq \tau$, d.h., daß *die Zeit für gegeneinander bewegte Beobachter verschieden ist*. Es gibt mehr als eine Zeit. Dieses erstaunliche Ergebnis, das durch zahllose Experimente bestätigt worden ist, wurde zum ersten Mal in aller Deutlichkeit 1905 durch Albert Einstein festgestellt. Obwohl viele von der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit wußten, hatte nur der junge Einstein den Mut zu sagen, daß die Zeit vom Beobachter abhängt, und zu untersuchen was dies für Folgen hat. Wir tun nun dasselbe.

Eine Bemerkung ist notwendig. Die Lichtgeschwindigkeit ist eine Grenzgeschwindigkeit. Gemeint ist hier, daß die Lichtgeschwindigkeit *im leeren Raum* eine Grenzgeschwindigkeit ist. In der Tat können Teilchen sich schneller als die Lichtgeschwindigkeit *in Materie* bewegen, solange sie sich langsamer als die Lichtgeschwindigkeit *im leeren Raum* bewegen. Diese Situation wird regelmäßig beobachtet.

In festen oder flüssigen Stoffen ist die Lichtgeschwindigkeit oft zwei oder dreimal niedriger als die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum. Für manche Materialien kann die Lichtgeschwindigkeit noch niedriger sein. Im Mittelpunkt der Sonne ist Lichtgeschwindigkeit nur etwa 10 km/Jahr = 0.3 mm/s, und auch im Labor ist die Lichtgeschwindigkeit für einige Materialien auf nur 0.3 m/s bestimmt worden.

Wenn ein Flugzeug sich schneller als der Schall bewegt, erzeugt es hinter sich eine kegelförmige Stoßwelle. Wenn ein geladenes Teilchen sich schneller als die Lichtgeschwindigkeit in Materie bewegt, erzeugt es eine kegelförmige Lichtstoßwelle, die sogenannte *Vavilov-Čerenkovstrahlung*. Vavilov-Čerenkovstrahlung wird regelmäßig beobachtet.

* Mit der derzeitigen Meßgenauigkeit von $2 \cdot 10^{-13}$ kann kein Unterschied in der Lichtgeschwindigkeit bei verschiedenen Geschwindigkeiten des Beobachters festgestellt werden.

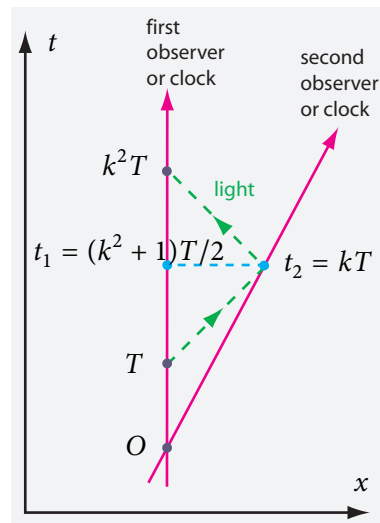


ABBILDUNG 9 Eine Zeichnung, die den größten Teil der Relativitätstheorie beinhaltet, unter anderem die Ausdrücke für die Zeitdilatation und die Lorentztransformation

Zum Beispiel ist sie der Grund für das blaue Leuchten des Wassers in Kernreaktoren; sie entsteht auch in durchsichtigen Kunststoffen, wenn schnelle Teilchen sie durchdringen – ein Effekt, der zum Nachweis von Teilchen in Beschleunigerexperimenten genutzt wird.

In diesem und den folgenden Kapiteln meinen wir, wenn wir den Begriff 'Lichtgeschwindigkeit' verwenden, immer die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum. Übrigens ist die Lichtgeschwindigkeit *in Luft* nur weniger als ein Prozent kleiner, so daß in den meisten Fällen der Unterschied vernachlässigt werden kann.

DIE SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE MIT WENIGEN LINIEN

Ref. 23

Die Lichtgeschwindigkeit ist für alle Beobachter invariant und konstant. Aus diesem Satz können wir mit Abbildung 9 ableiten, wie die Messungen von verschiedenen Beobachtern gekoppelt sind. Das Bild zeigt zwei Beobachter in der Raumzeit, die sich mit konstanter Geschwindigkeit gegeneinander bewegen. Der erste sendet einen Lichtblitz zum zweiten, von dem er zum ersten zurückgespiegelt wird. Da die Lichtgeschwindigkeit invariant ist, ist Licht auch die einzige Möglichkeit, Zeit- und Raumkoordinaten zwischen zwei verschiedenen Beobachtern zu vergleichen. Auch zwei entfernte Uhren oder Längenmaßstäbe oder Uhren können nur mit Lichtpulsen verglichen oder synchronisiert werden. Und weil die Lichtgeschwindigkeit invariant ist, haben alle Lichtwege in einem solchen Raumzeitdiagramm die gleiche Steigung.

Eine konstante Relativgeschwindigkeit zwischen zwei Beobachtern bedeutet, daß deren beide Zeitmessungen durch einen konstanter Faktor k verbunden sind. (Warum ist diese Beziehung linear?) Wenn der Lichtblitz zur Zeit T , wie vom ersten Beobachter gemessen, startet, kommt er zur Zeit kT beim zweiten an, und dann wieder beim ersten zur Zeit $k^2 T$ zurück. Die Zeichnung zeigt, daß

$$k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad \text{oder} \quad \frac{v}{c} = \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}. \quad (5)$$

Herausforderung 15 n

Herausforderung 16 n

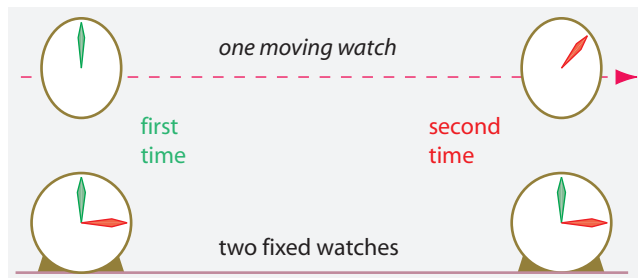


ABBILDUNG 10 Bewegte Uhren gehen langsamer: bewegte Uhren ticken langsamer als ruhende



ABBILDUNG 11 Bewegte Uhren gehen langsamer: bewegte Lithiumatome in einem Speicherring (links) die mit Lasern ausgelesen werden (rechts) bestätigen die Vorhersage mit höchster Genauigkeit (© Max Planck Gesellschaft, TSR Relativity Team)

Seite 26 Dieser Faktor wird später wieder im Ausdruck für den Dopplereffekt auftauchen.

Abbildung 9 zeigt auch, daß der erste Beobachter mißt, daß die Reflektion des Lichtes zur Zeit t_1 stattfindet. Der zweite Beobachter mißt aber eine andere Zeit t_2 für dasselbe Ereignis. Die Zeit ist also für zwei zueinander bewegte Beobachter verschieden. Zeit ist relativ. **Abbildung 10** veranschaulicht dieses Ergebnis.

Der *Zeitdehnungsfaktor* zwischen den beiden Beobachtern kann aus **Abbildung 9** abgelesen werden, indem die Werte t_1 und t_2 verglichen werden; er beträgt

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(v) . \quad (6)$$

Zeitintervalle sind für einen bewegten Beobachter um diesen Faktor γ *kürzer*; die Zeitdehnung ist immer größer als 1. In anderen Worten, *bewegte Uhren gehen langsamer*. Im täglichen Leben ist der Effekt winzig. Daher merken wir im täglichen Leben von der Relativität der Zeit nichts. Dennoch ist die galileische Physik bei Geschwindigkeiten naher der Lichtgeschwindigkeit nicht korrekt; der korrekte Ausdruck (6) ist mit dem Experiment aus **Abbildung 11** mit einer Genauigkeit von einem Teil in 10 Millionen bestätigt worden. Der gleiche Faktor γ steht übrigens auch in der Formel $E = \gamma mc^2$, die Äquivalenz von Masse und Energie, die wir weiter unten ableiten werden. Die Ausdrücke (5) und (6) beinhalten die gesamten mathematischen Hilfsmittel, die in der Relativitätstheorie benötigt werden; alle anderen Resultate folgen aus ihnen.

Herausforderung 17 f

Ref. 24

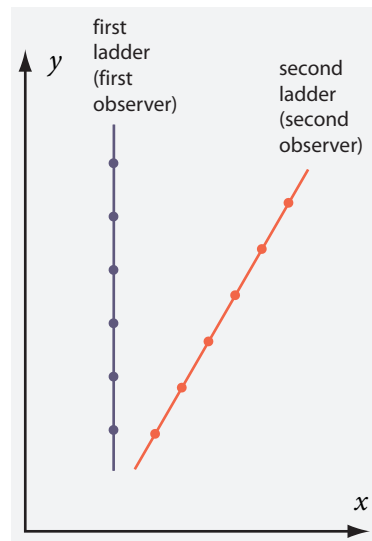


ABBILDUNG 12 Ein Beobachter auf jeder Leiter behauptet daß die andere Leiter kürzer ist

Wenn ein Lichtblitz vom zweiten Beobachter zum ersten und wieder zurück gesendet wird, wird der zweite Beobachter eine ähnliche Aussage machen: Für den zweiten Beobachter befindet sich der erste in Bewegung; und auch für den zweiten gilt, daß die bewegte Uhr langsamer geht. *Jeder Beobachter mißt, daß die andere Uhr langsamer geht.* Die Situation ähnelt der zweier Männer, die jeweils eine Leiter auf der Schulter tragen. Wenn die beiden Leitern nicht parallel sind, wird jeder Mann behaupten, daß die Stufen der anderen Leiter kürzer sind, wie aus [Abbildung 12](#) ersichtlich. Ein anderer Vergleich: wenn zwei Menschen sich voneinander entfernen, beobachtet jeder, daß der andere mit zunehmendem Abstand immer kleiner wird.

Natürlich haben viele Menschen versucht zu beweisen, daß die Zeit doch für alle gleich ist. Aber keiner war erfolgreich, denn Experimente bestätigen den Schluß: die Zeit ist relativ. Wir schauen uns nun einige Experimente an.

LICHTBESCHLEUNIGUNG UND DER DOPPLEREFFEKT

Kann Licht beschleunigt werden? Das hängt davon ab, was man meint. Die meisten Physiker sind Snobs und sagen, daß jeder Spiegel Licht beschleunigt, weil er ja dessen Richtung ändert. Wir werden in Kapitel zur Elektrodynamik feststellen, dass Materie auch die Fähigkeit besitzt, Licht abzulenken, und daher zu beschleunigen. Es wird sich aber herausstellen, daß alle diese Verfahren nur die Richtung des Lichts ändern; keines hat die Fähigkeit, den Betrag der Geschwindigkeit im Vakuum zu ändern. Unter anderem ist Licht ein Beispiel für Bewegung, die nicht gebremst oder gar gestoppt werden kann. Es gibt nur wenige andere Beispiele. Können Sie eines nennen?

Was würde passieren, wenn wir Licht zu höherer Geschwindigkeit beschleunigen könnten? Damit das möglich wäre, müßte Licht aus massiven Teilchen bestehen. Wenn Licht Masse hätte, wäre es notwendig, zwischen der 'masselosen Energiegeschwindigkeit' c und der Lichtgeschwindigkeit c_L zu unterscheiden. Letztere wäre niedriger und würde von der kinetischen Energie der Lichtteilchen abhängen. Die Lichtgeschwindigkeit

Seite ??

Herausforderung 18 n

keit wäre nicht invariant, aber die masselosen Energiegeschwindigkeit wäre es. Massive Lichtteilchen könnten eingefangen, angehalten und in einer Schachtel aufbewahrt werden. Solche Schachteln würden die elektrische Beleuchtung unnötig machen; es wäre ausreichend, in ihnen Tageslicht zu speichern, und das Licht dann langsam in der folgenden Nacht herauszulassen, vielleicht mit einem kleinen Zusatzstoß.*

Viele Physiker haben die Möglichkeit von massivem Licht in Detail untersucht. Die neuesten Beobachtungen aus Laborexperimenten auf der Erde zeigen, daß die Masse von Lichtteilchen kleiner als $1.3 \cdot 10^{-52}$ kg sein muß; astrophysikalische Argumente (die etwas weniger sicher sind) bedeuten, daß die Masse kleiner als $4 \cdot 10^{-62}$ kg ist. Kurz gesagt: Licht ist nicht schwer, Licht ist leicht.

Aber was passiert, wenn Licht einen *bewegten* Spiegel erreicht? Die Situation ähnelt der einer Lichtquelle, die sich gegen den Empfänger bewegt: der Empfänger wird eine *andere Farbe* als der Sender beobachten. Diese Frequenzverschiebung wird der *Dopplereffekt* genannt. Christian Doppler** war der erste, der die Frequenzverschiebung für Schallwellen untersuchte. Wir kennen alle die Tonänderung zwischen einem nahenden und einem sich entfernenden Zug: das ist der Dopplereffekt für Schall. Wir können mit der Tonänderung die Geschwindigkeit des Zuges bestimmen. Fledermäuse, Delfine und Wale bestimmen in dieser Weise die Geschwindigkeit ihrer Beute, und auf dieselbe Weise wird die Blutgeschwindigkeit im Ultraschallgerät gemessen (obwohl das für Babys extrem laut ist), wie in [Abbildung 14](#) gezeigt.

Doppler war auch der erste, der die Idee auf Lichtwellen übertrug. Wie wir später sehen werden, ist Licht auch eine Welle, und die Farbe ist durch die Frequenz, oder wahlweise, durch die Wellenlänge der Welle festgelegt. Eine einfache geometrische Überlegung im Raumzeitdiagramm, zusammen mit der Erhaltung der Zahle der Wellenberge, führen zum Ergebnis

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_s} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_r\right) = \gamma \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_r\right). \quad (7)$$

Die Variablen v und θ_r in diesem Ausdruck sind in [Abbildung 13](#) definiert. Das Licht einer sich nähernden Quelle ist also blauverschoben, während das Licht einer sich entfernenden Quelle rotverschoben ist.

Die erste Beobachtung des Dopplereffekts für Licht wurde 1905 durch Johannes Stark*** durchgeführt. Er untersuchte das Licht, das von bewegten Atomen ausgesandt

* Übrigens würde massives Licht auch *longitudinal* polarisiert werden können. Das widerspricht aber den Beobachtungen, die alle bestätigen, daß Licht nur *transversal* polarisiert werden kann.

** Christian Andreas Doppler (geb. 1803 Salzburg, gest. 1853 Venedig), österreichischer Physiker. Doppler entdeckte und erforschte den nach ihm benannten Effekt für Schall und Licht. Schon 1842 sagte er (richtig) voraus, daß der Effekt eines Tages für die Bestimmung der Geschwindigkeit von Sternen benützt werden würde. Doppler wurde für die Entdeckung des Effekts, trotz experimenteller Bestätigung durch andere, im Jahr 1852 aus der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften ausgeschlossen. Seine Gesundheit verschlechterte sich und er starb kurz darauf.

*** Johannes Stark (1874–1957), entdeckte 1905 den optischen Dopplereffekt in Kanalstrahlen, und 1913 die Aufspaltung von Spektrallinien in elektrischen Feldern, heute *Stark Effekt* genannt. Für diese beiden Entdeckungen erhielt er 1919 den Nobelpreis für Physik. Er legte 1922 seine Professur nieder und wurde später zu einem extremen Nationalsozialisten. Er war ab 1930 Mitglied der NSDAP und wurde bekannt für

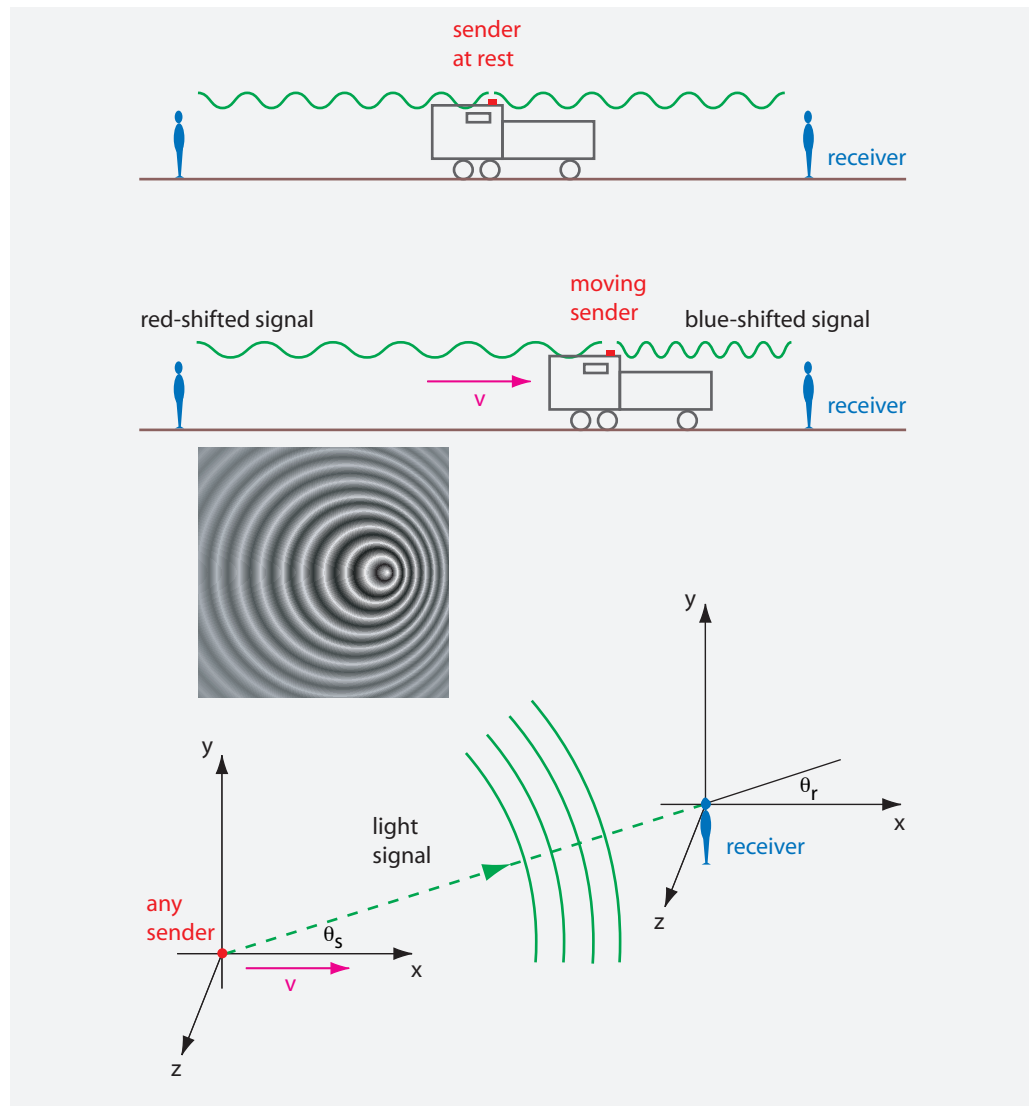


ABBILDUNG 13 Die Beobachtung des Dopplereffekts in einer und in drei Dimensionen: Wellen, die durch eine sich nähernde Quelle ausgesendet werden, erreichen den Empfänger mit höherer Frequenz und kürzerer Wellenlänge, im Gegensatz zu Wellen von einem sich entfernenden Sender

wird. Dieses und alle folgenden Experimente haben die berechnete Farbverschiebung innerhalb der Fehlergrenzen bestätigt; die letzten Überprüfungen fanden eine Übereinstimmung von besser als zwei Millionstel.

Im Gegensatz zu Schallwellen werden bei Lichtwellen auch Farbveränderungen gemessen, wenn die Bewegung quer zum Lichtsignal stattfindet. Daher würde ein gelber Stab, der sich mit hoher Geschwindigkeit durch unser Sehfeld bewegt, während seiner Annäherung vorne blau hinter rot erscheinen. Diese Farben entstehen durch die Kombi-

seine aggressiven, durch Ideologie geprägten Kritiken von Aussagen anderer Physiker zur Natur; er wurde dafür zurecht weltweit in der akademischen Welt verachtet.

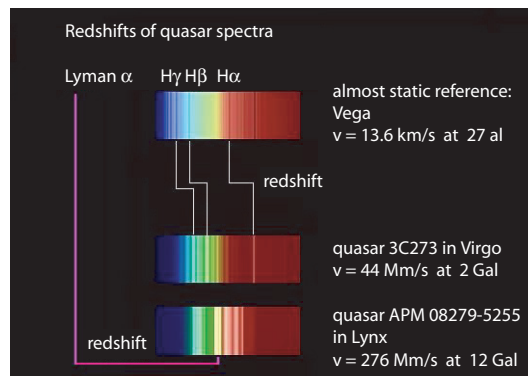
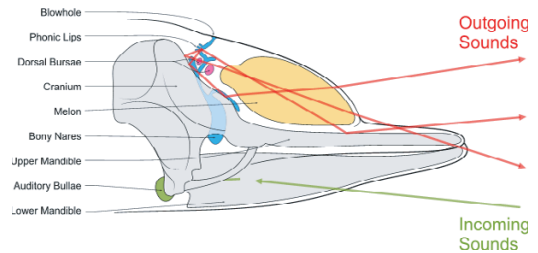
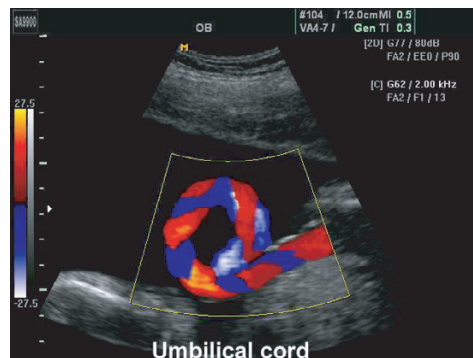


ABBILDUNG 14 Ein Dopplerultraschallbild zur Bestimmung des Blutstroms im Foetus, das Dopplersonarsystem der Delfine, der Dopplereffekt für Licht von zwei Quasaren, und das Dopplersystem in einem automatischen Türöffnungssystem (© Medison, Wikimedia, Maurice Gavin, Hörmann AG)

nation des longitudinalen Dopplereffekts (der erster Ordnung ist) und des transversalen Dopplereffekts, der zweiter Ordnung ist. Bei einem bestimmten Winkel $\theta_{\text{unverändert}}$ wird die Farbe unverändert sein. (Wie ändert sich die Wellenlänge im reinen transversalen Fall? Was ist der Ausdruck für $\theta_{\text{unverändert}}$ in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v ?)

Die Farb- oder Frequenzverschiebung die Doppler erforschte, wird in vielen Anwendungen benutzt. Fast alle festen Körper sind Spiegel für Radiowellen. Viele Gebäude haben Türen, die sich automatisch öffnen, wenn man sich ihnen nähert. Ein kleiner Sensor über der Tür erkennt die sich nähernde Person. Die meisten Sensoren tun dies, indem sie den Dopplereffekt von Radiowellen messen, die von der sich nähernden Person reflektiert werden. (Wir werden später sehen, daß Radiowellen und Licht zwei Formen derselben Naturerscheinung darstellen.) Daher öffnen sich die Türen, wenn etwas sich zu ihnen hinbewegt. Auch das Polizeiradar nutzt den Dopplereffekt um die Geschwindigkeit von Autos zu messen.*

Der Dopplereffekt wird routinemäßig genutzt, um die Geschwindigkeit entfernter Sterne zu bestimmen. In diesen Fällen wird der Dopplereffekt oft durch die *Rotverschie-*

Herausforderung 20 n

Seite ??

Herausforderung 21 n

* Bei welcher Geschwindigkeit sieht eine rote Ampel grün aus?

zung z gekennzeichnet, die mit der Wellenlänge λ oder der Frequenz f definiert wird:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_S}{f_R} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1. \quad (8)$$

Herausforderung 22 n Können Sie sich vorstellen, wie die Zahl z gemessen wird? Typische Werte für z für Lichtquellen im Himmel liegen zwischen -0.1 und 3.5 , aber deutlich höhere Werte, bis über 10 , sind auch gemessen worden. Können Sie die entsprechenden Geschwindigkeiten be-

Herausforderung 23 n stimmen? Wieso sind sie so hoch?

Zusammenfassend: Bei jedem Versuch, die Geschwindigkeit von Licht zu verändern, erreichen wir nur, daß sich seine Farbe ändert. Das ist der Dopplereffekt. Anders gesagt, die Beschleunigung von Licht führt zu dessen Farbveränderung. Dieser Zusammenhang führt zu einem Rätsel: Wir wissen aus der klassischen Physik, daß Licht abgelenkt wird, wenn es an einer großen Masse vorbeifliegt. Führt diese Ablenkung zu einem Dopplereffekt?

Herausforderung 24 n

DER UNTERSCHIED ZWISCHEN LICHT UND SCHALL

Der Dopplereffekt für Licht ist viel grundlegender als der für Schall. Selbst wenn es nicht bekannt wäre, daß die Lichtgeschwindigkeit invariant ist, würde der Dopplereffekt *be-*
weisen, daß dies der Fall ist. Warum? Zeit ist, was wir von der Uhr ablesen. Um zu be-
 Ref. 30 stimmen, ob eine zweite Uhr mit unserer eigenen Uhr gleich geht, *schauen* wir auf bei-
 de Uhren. Kurz gesagt, wir brauchen Lichtsignale, um Uhren zu synchronisieren. Wenn
 sich nun die Farbe des Lichtes, das sich von einem Beobachter zu einem anderen bewegt,
 dabei ändert, bedeutet das automatisch daß deren Uhren *verschieden* ticken, und daher,
 daß die Zeit für beide sich unterscheidet. Um dies zu sehen, bemerken wir, daß auch
 eine Lichtquelle eine Uhr ist, und zwar eine, die sehr schnell tickt. Wenn also zwei Be-
 obachter verschiedene Farben sehen, messen sie verschieden Zahlen von Schwingungen
 für dieselbe Uhr. Das bedeutet, daß die Zeit sich für Beobachter, die sich gegeneinan-
 der bewegen, unterscheidet. In der Tat beinhaltet die Gleichung (5) die gesamte spezielle
 Relativitätstheorie, einschließlich der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit. (Können Sie
 bestätigen, daß die Beziehung zwischen beobachterabhängigen Frequenzen und beob-
 Herausforderung 25 n achterabhängiger Zeit nicht für den Dopplereffekt für *Schall* gilt?)

Warum folgt die spezielle Relativitätstheorie aus dem Verhalten von Licht, jedoch
 nicht aus dem Verhalten von Schall? Die allgemeine Antwort ist: weil die Lichtgeschwin-
 digkeit eine Grenzgeschwindigkeit für die Energie ist. die Beobachtung zeigt, daß es
 Überschallflugzeuge gibt, aber keine Überlichttraketen. Kurz gesagt, die Grenze $v \leq c$
 gilt nur wenn c die Lichtgeschwindigkeit ist, nicht wenn c die Schallgeschwindigkeit ist.

Es gibt aber zumindest ein System in der Natur, in dem die Schallgeschwindigkeit eine
 Grenzgeschwindigkeit für Energie ist: die Schallgeschwindigkeit ist die Grenzgeschwin-
 digkeit für die Bewegung von Versetzungen in Festkörpern. (Wir untersuchen das in De-
 Seite ?? tail später.) Daher ist die spezielle Relativitätstheorie für Versetzungen gültig, wenn die
 Lichtgeschwindigkeit durch die Schallgeschwindigkeit ersetzt wird! In der Tat befolgen
 Versetzung die Lorentztransformationen, zeigen die Lorentzkontraktion und befolgen
 Ref. 31 die berühmte Formel $E = \gamma mc^2$. In all diesen Effekten spielt die Schallgeschwindigkeit c
 für Versetzungen dieselbe Rolle wie die Lichtgeschwindigkeit für Körper.

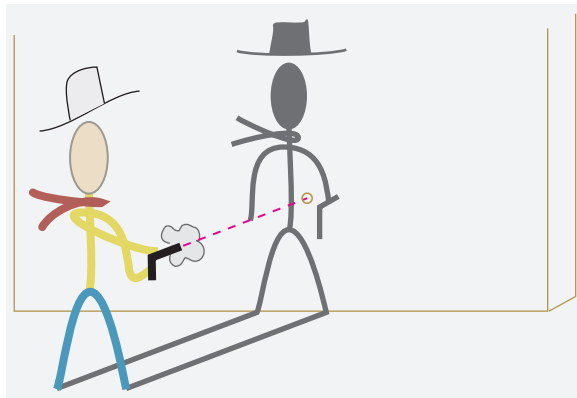


ABBILDUNG 15 Lucky Luke

Da die spezielle Relativitätstheorie auf der Tatsache beruht, daß kein Körper sich schneller als das Licht bewegen kann, müssen wir diese Behauptung genau prüfen.

KANN MAN SCHNELLER SCHIESSEN ALS SEIN SCHATTEN?

« Quid celerius umbra? »

Herausforderung 26 f

Ref. 32

Herausforderung 27 f

Seite 61

Damit Lucky Luke umsetzen kann, was in [Abbildung 15](#) gezeigt wird, muß sich seine Kugel schneller als das Licht bewegen. (Und seine Hand?) Um das Lucky Luke nachzumachen, können wir die größte praktische Energiemenge nehmen, indem wir sie direkt von einem Kraftwerk beziehen, und damit die leichtest möglichen Kugeln beschleunigen, nämlich Elektronen. Dies wird täglich in großen Beschleunigern getan, wie z.B. im Large Electron Positron Ring, der LEP, mit 27 km Umfang, der sich teilweise in Frankreich und teilweise in der Schweiz befindet, in der Nähe von Genf. Dort wurden 40 MW an elektrischer Leistung (der Verbrauch einer Kleinstadt) um Elektronen und Positronen jeweils auf die Rekordenergie von über 16 nJ (104.5 GeV) zu beschleunigen, und ihre Geschwindigkeit wurde gemessen. Das Ergebnis ist in [Abbildung 16](#) gezeigt: selbst mit diesem riesigen Aufwand ist es unmöglich, Elektronen schneller als das Licht zu bewegen. (Können Sie sich eine Methode ausdenken, mit der man kinetische Energie und Geschwindigkeit der Elektronen getrennt messen kann?)

Die Beziehung zwischen kinetischer Energie und Geschwindigkeit in [Abbildung 16](#) ist eine Folge der Grenzggeschwindigkeit, und ihre genaue Form wird in Kürze abgeleitet. Diese und viele ähnliche Beobachtungen zeigen also daß es eine *Grenze* für die Geschwindigkeit von Gegenständen und Strahlung gibt. Gegenstände und Strahlung können sich nicht schneller als mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. ** Die Genauigkeit der galileischen

* 'Was ist schneller als der Schatten?' Ein häufiger Spruch auf Sonnenuhren.

** Es gibt immer noch Menschen, die dieses Ergebnis abstreiten, ebenso wie die sich daraus ergebende Relativitätstheorie. Jeder Leser sollte, wenigstens einmal im Leben, das Erlebnis genießen, mit einem dieser Männer zu sprechen. (Interessanterweise scheint es keine Frauen dieser Art zu geben.) Das kann man auch über das Internet tun, z.B. über die sci.physics.relativity Newsgruppe. Siehe auch die www.crank.net Seite. Spinner sind faszinierend, vor allem weil sie uns lehren, wie wichtig die Präzision im Denken ist, die was sie alle, ohne Ausnahme, vernachlässigen.

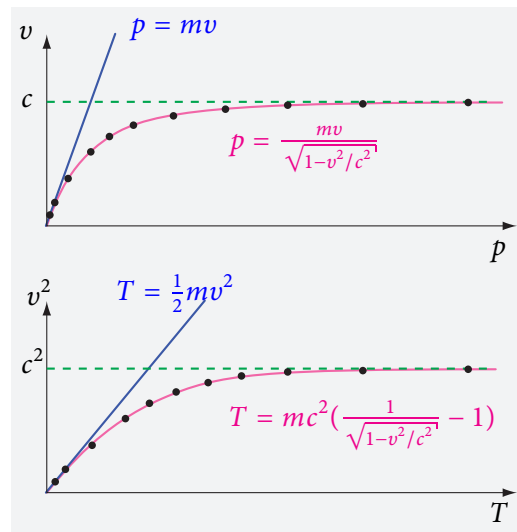


ABBILDUNG 16 Experimentelle Werte (schwarze Punkte) für die Elektronengeschwindigkeit v als Funktion ihrer kinetischen Energie T bzw. ihres Impulses p , verglichen mit der Vorhersage der galileischen Mechanik (blau) und der speziellen Relativitätstheorie (rot)

Ref. 35

Mechanik wurde über zwei Jahrhunderte lang als selbstverständlich hingenommen, so daß sie nie getestet wurde; als das wie in **Abbildung 16** schließlich getan wurde, fand man, daß sie falsch war.

Das gleiche Ergebnis erhalten wir, wenn wir statt der Energie den Impuls betrachten. Teilchenbeschleuniger zeigen, daß der Impuls nicht zur Geschwindigkeit proportional ist: bei hohen Geschwindigkeit führt eine Verdoppelung des Impulses nicht zu einer Verdoppelung der Geschwindigkeit. Kurz gesagt zeigen Experimente, daß selbst für die leichtesten Teilchen weder eine Erhöhung der Energie noch eine Erhöhung des Impulses hilft, die Lichtgeschwindigkeit zu erreichen.

Die Menschen, die über die Geschwindigkeitsbegrenzung in der Natur am meisten unglücklich sind, sind die Computingenieure: wenn die Geschwindigkeitsbegrenzung höher läge, könnten schnellere Mikroprozessoren und damit schnellere Computer gebaut werden. Das würde zum Beispiel größere Fortschritte auf dem Weg zu sprechenden Computern erlauben.

Eine Grenzggeschwindigkeit widerspricht der galileischen Mechanik. Sie bedeutet, daß Geschwindigkeiten in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit, also ab etwa 15 000 km/s, der Ausdruck $mv^2/2$ nicht mehr die kinetische Energie beschreibt. Solche Geschwindigkeiten sind häufig: die meisten Familien haben ein Beispiel in ihrem Haus. Berechnen Sie einfach die Geschwindigkeit der Elektronen in einer Fernsehröhre, ausgehend von der Spannung 30 kV des Transformators.

Herausforderung 28 n

Die Lichtgeschwindigkeit ist eine *Grenzggeschwindigkeit*. Diese Eigenschaft folgt aus der *Invarianz* der Lichtgeschwindigkeit, wie wir leicht bestätigen können. Körper, die für einen Beobachter in Ruhe sein können, bewegen sich für diese Beobachter natürlich langsamer als Licht. Wenn sich aber für einen Beobachter etwas langsamer als ein zweites bewegt, so gilt das für alle anderen Beobachter ebenso. (Versuchen Sie einfach, sich eine Welt vorzustellen, in der das nicht gilt: es würden seltsame Erscheinungen auftreten, wie z.B. Dinge, die sich gegenseitig durchdringen. Weil aber die Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter dieselbe ist, kann sich auch kein Gegenstand schneller als das Licht bewegen,

Herausforderung 29 d

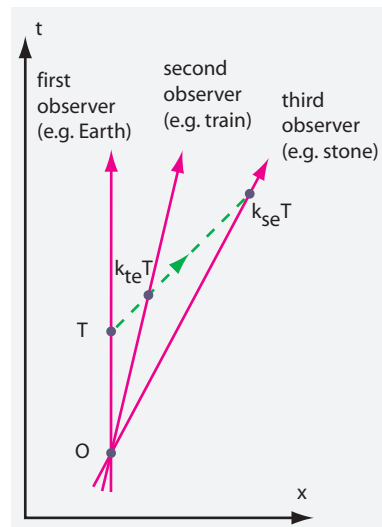


ABBILDUNG 17 Wie man die Verknüpfung der Geschwindigkeiten ableiten kann

für alle Beobachter.

Wir schließen also, daß die Grenzggeschwindigkeit die Geschwindigkeit von *masselosen* Systemen ist. Elektromagnetische Wellen, einschließlich des Lichtes, sind die einzigen bekannten Gebilde, die sich mit der Höchstgeschwindigkeit bewegen. Man erwartet, daß auch Gravitationswellen die Höchstgeschwindigkeit erreichen; das wurde aber noch nicht experimentell beobachtet. Obwohl die Geschwindigkeit von Neutrinos experimentell nicht von der Grenzggeschwindigkeit unterschieden werden kann, haben Experimente gezeigt, daß Neutrinos eine kleine Masse besitzen.

Ref. 36

Auch umgekehrt gilt, daß wenn ein System die Grenzggeschwindigkeit für einen Beobachter darstellt, dann muß es auch die Grenzggeschwindigkeit für alle anderen Beobachter sein. Ist der Zusammenhang zwischen Grenzeigenschaft und Beobachterinvarianz in der Natur allgemein gültig?

Herausforderung 30 f

Herausforderung 31 r

DIE VERKNÜPFUNG DER GESCHWINDIGKEITEN

Wenn die Lichtgeschwindigkeit eine Grenze ist, dann kann kein Versuch, diese Grenze zu durchbrechen, Erfolg haben. Das bedeutet, daß die Verknüpfung zweier Geschwindigkeiten, wie das Steinwerfen im Rennen oder im Zug, nicht eine einfache Addition der Werte ergibt. Stellen Sie sich einen Zug vor, der sich mit Geschwindigkeit v_{te} relativ zur Erde bewegt. Ein Passagier wirft eine Stein in dieselbe Richtung, mit der Geschwindigkeit v_{st} relativ zum Zug. Man geht üblicherweise davon aus, daß die Geschwindigkeit des Steins relativ zur Erde $v_{se} = v_{st} + v_{te}$ beträgt. Sowohl das Experiment als auch einfache Überlegungen liefern jedoch ein anderes Ergebnis.

Seite 22

Die Existenz einer Höchstgeschwindigkeit, zusammen mit Abbildung 17, bedeutet, daß die k -Faktoren die Beziehung $k_{se} = k_{st} k_{te}$ erfüllen müssen.* Wir brauchen nur die Beziehung (5) einzusetzen und erhalten

Herausforderung 32 f

* Wenn man den Logarithmus dieser Gleichung nimmt, kann man eine Größe definieren, die *Rapidity*, die auch die Geschwindigkeit mißt, aber additiv ist.

$$v_{se} = \frac{v_{st} + v_{te}}{1 + v_{st}v_{te}/c^2} . \quad (9)$$

Herausforderung 33 f

Seite 60, Seite ??

Ref. 26

Das ist das *Additionstheorem für Geschwindigkeiten*. Das Ergebnis ist nie größer als c und ist immer kleiner als die naive Summe beider Geschwindigkeiten.* Das Ergebnis (9) wurde in all den Millionen Fällen bestätigt, in denen es geprüft worden ist. Sie können auch nachprüfen, das es für Geschwindigkeiten aus dem täglichen Leben mit hoher Genauigkeit mit der naiven Summe der Geschwindigkeiten übereinstimmt.

BEOBSACHTER UND DAS PRINZIP DER SPEZIELLEN RELATIVITÄTSTHEORIE

Die spezielle Relativitätstheorie baut auf einem einfachen Satz auf:

▷ Die lokale Höchstgeschwindigkeit für Energietransport ist für alle Beobachter dieselbe.

Ref. 38

Oder, wie Hendrik Lorentz** gerne sagte, die äquivalente Aussage:

▷ Die Geschwindigkeit v eines physikalischen Systems ist für alle Beobachter durch

$$v \leq c \quad (10)$$

begrenzt, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist.

Seite ??

Die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit war schon seit etwa 1850 gesichert, weil der Ausdruck $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, der allen Forschern im Gebiet der Elektrizitätslehre bekannt war, weder die Geschwindigkeit, noch die Position oder die Richtung des Beobachters oder der Lichtquelle enthält. Die Invarianz wurde durch *optische* Experimente gefunden; sie untersuchten bewegte Prismen, bewegtes Wasser, bewegte doppelbrechende Körper, interferierende Lichtstrahlen die sich in verschiedene Richtungen ausbreiten, interferierende, in gegensätzlicher Richtung im Kreis laufende Lichtstrahlen oder Licht von bewegten Sternen. Die Invarianz wurde auch in elektromagnetischen Experimenten gefunden, die bewegte Isolatoren in elektrischen und magnetischen Feldern untersuchten.*** Alle Experimente bestätigten ohne Ausnahme daß die Lichtgeschwindigkeit invariant ist, unabhängig davon, ob sie vor oder nach der Relativitätstheorie durchgeführt wurden. Das wurde zum Beispiel auch durch das bislang genaueste Experiment gezeigt, das von

Ref. 41

Stephan Schiller und seiner Gruppe durchgeführt wurde [Abbildung 18](#) und eine Genau-

Ref. 37

* Man kann die Lorentztransformation auch direkt aus diesem Ausdruck ableiten.

** Hendrik Antoon Lorentz (geb. 1853 Arnhem, gest. 1928 Haarlem) war, zusammen mit Boltzmann und Kelvin, einer der wichtigsten Physiker seiner Zeit. Er leitete die sogenannte Lorentztransformation und die Lorentzkontraktion aus den maxwellschen Gleichungen für das elektromagnetische Feld ab. Er war der erste der verstand, lange bevor die Quantentheorie die Idee bestätigte, daß die Maxwellgleichungen im Vakuum auch die Materie und alle deren Eigenschaften beschreibt, wenn nur bewegte geladene Teilchen – die Elektronen – einbezogen werden. Er zeigte das insbesondere für die Dispersion des Lichtes, für den Zeemaneffekt, für den Halleffekt und für den Faradayeffekt. Er gab auch die exakte Beschreibung der Lorentzkraft. 1902 erhielt er den Nobelpreis für Physik zusammen mit Pieter Zeeman. Außerhalb seines Faches war er in der Internationalisierung der wissenschaftlichen Zusammenarbeit aktiv. Er war auch bei dem Bau der größten vom Menschen geschaffenen Strukturen federführend: die Polder der Zuiderzee.

Ref. 40

*** Alle diese Experimente wurden von den bekanntesten Physikern des neunzehnten Jahrhunderts durchgeführt, wie Wilhelm Röntgen, Alexander Eichenwald, François Arago, Augustin Fresnel, Armand Fizeau, Martin Hoek, Harold Wilson, Albert Abraham Michelson (der erste US-Amerikaner, der den Nobelpreis für Physik erhielt, im Jahr 1907) Edward Morley Oliver Lodge, John Strutt Rayleigh, Dewitt Brace, Georges

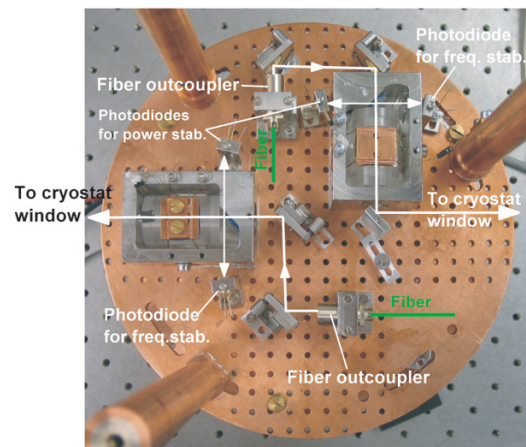
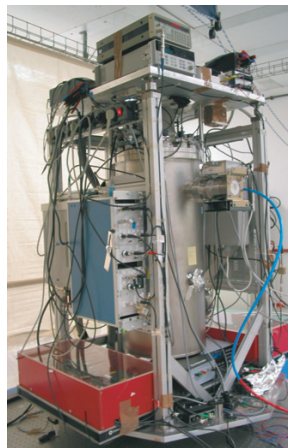
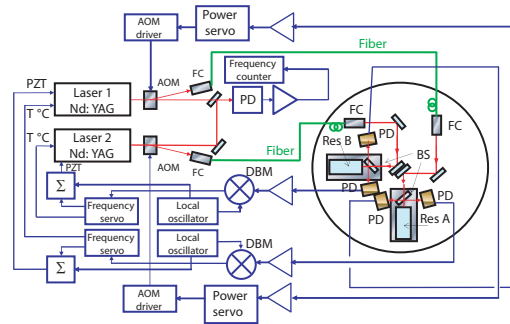
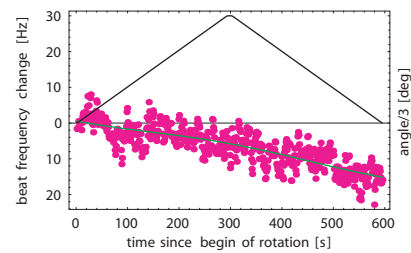


ABBILDUNG 18 Das Ergebnis, das Schema und der Aufbau im Kryostaten des bislang genauesten Michelson–Morley Experiments (© Stephan Schiller)

Seite ??

igkeit von 10^{-14} erreichte. Sie können die Invarianz auch selbst testen, in Ihrem eigenen Haus; die Art und Weise wird im Abschnitt zur Elektrodynamik erklärt.

Die Existenz einer invarianten Grenzgeschwindigkeit hat mehrere interessante Folgen. Um sie zu erkunden, behalten wir den Rest der galileischen Physik bei.* Die Grenzeigenschaft und die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit bedeuten:

- In einem geschlossenen, frei fallendem (‘inertiellem’) Raum ist es unmöglich, die Geschwindigkeit des Raumes zu messen. Oder, wie Galileo in seinem *Dialogo* schreibt: *il moto [...] niente opera ed è come s’è non fusse*. ‘Bewegung [...] hat keinen Effekt und verhält sich, wie wenn sie nicht bestünde’. Manchmal wird diese Aussage verkürzt zu: Bewegung ist wie nichts.

Sagnac und Willem de Sitter und andere.

Seite ??

* Dieser Punkt ist wesentlich. Zum Beispiel erklärt die galileische Physik, daß nur *relative* Bewegung beobachtbar ist. Die galileische Physik verhindert auch verschiedene denkbare Arten und Weisen, wie eine invariante Lichtgeschwindigkeit realisiert werden könnte, die aber dem täglichen Leben widersprechen.

Ref. 17

Einstein’s ursprüngliche Arbeit von 1905 beginnt mit zwei Prinzipien: die *Invarianz* der Lichtgeschwindigkeit und die Äquivalenz, oder *Relativität*, aller inertiellen Beobachter. Das zweite Prinzip war schon 1632 durch Galileo erkannt worden. Nur die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit war neu. Dennoch wurde die neue Theorie ‘Relativitätstheorie’ genannt, und nicht, wie Einstein es vorgezogen hätte, ‘Invarianztheorie’.

- Es gibt keine absolute Ruhe: Ruhe hängt vom Beobachter ab; es ist ein *relativer* Begriff.*
- Länge und Raum hängen vom Beobachter ab; Längen und Raum sind nicht absolut, sondern relativ.
- Die Zeit hängt vom Beobachter ab; Zeiten sind nicht absolut, sondern relativ.
- Masse und Energie sind wesensgleich.

Genauere Folgerungen können wir ableiten, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind. Erstens untersuchen wir Situationen, bei denen die Gravitation vernachlässigt werden kann. (Wenn das nicht der Fall ist, benötigen wir die *allgemeine* Relativitätstheorie, um das System zu beschreiben.) Zweitens nehmen wir an, daß die Eigenschaften der betrachteten Körper – ihre Geschwindigkeit, ihre Position, ihre Orientierung – gemessen werden können, ohne sie zu stören. (Wenn das nicht der Fall ist, benötigen wir die *Quantentheorie*, um das System zu beschreiben.)

Wie genau unterscheiden sich die Zeiten und Längen, die zwei verschiedene Beobachter messen? Für die Antwort brauchen wir nur Bleistift und Lineal. Wir beginnen mit Situationen, in denen Wechselwirkungen keine Rolle spielen. Mit anderen Worten, wir beginnen mit *relativistischer Kinematik*: alle Körper bewegen sich ohne gestört zu werden.

Jedesmal wenn ein ungestörter Körper sich mit konstanter Geschwindigkeit entlang einer Geraden bewegt (oder in Ruhe ist), nennt man diesen Beobachter einen *inertiellen* Beobachter, und das Koordinatensystem ein *Inertialsystem*. Jeder inertielle Beobachter ist selbst in ungestörter Bewegung. Beispiele für inerzielle Beobachter sind – in *zwei* Dimensionen – solche, die sich auf reibungslosem Eis bewegen oder in einem eben laufenden Zug oder Schiff mitfahren. Ein komplettes Beispiel – in allen drei Dimensionen – bilden die Kosmonauten in einer Rakete, solange die Motoren ausgeschaltet sind, sowie eine Person, die im Vakuum frei fällt. Inertielle Beobachter in drei Dimensionen können auch *frei schwebend* genannt werden, wobei ‘frei’ wieder für ‘ungestört’ steht. Sie sind viel seltener als nicht-inerzielle Beobachter. Können Sie das bestätigen? Dennoch sind inerzielle Beobachter die einfachsten; sie bilden auch eine besondere Menge:

- Jedes Paar von inerziellen Beobachtern bewegt sich mit *konstanter Geschwindigkeit* zueinander (solange, wie hier angenommen, Gravitation und Wechselwirkungen ausgeschlossen sind).
- Alle inerziellen Beobachter sind *äquivalent*: sie beschreiben die Welt mit denselben Gleichungen. Diese Aussage von Galileo wird nach Henri Poincaré das *Relativitätsprinzip* genannt.

Um zu sehen, wie genau sich die gemessenen Längen- und Zeitintervalle von einem inerziellen Beobachter zum anderen ändern, nehmen wir an daß der erste, römische, die Koordinaten x , y , z und t verwendet, and der andere, griechische, die Koordinaten ξ , ν , ζ and τ ,** und sich beide mit Geschwindigkeit v zueinander bewegen. Die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit bedeutet, daß die Koordinatendifferenzen, die von beiden Beobachtern gemessen werden, die Beziehung

* Können Sie diese Folgerung ableiten?

** Sie werden als ‘xi’, ‘upsilon’, ‘zeta’ and ‘tau’ gelesen. Die Namen und die Aussprache aller griechischen Buchstaben werden in *Anhang ??* erklärt.

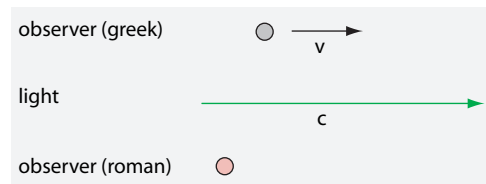


ABBILDUNG 19 Zwei inertielle Beobachter und ein Lichtstrahl

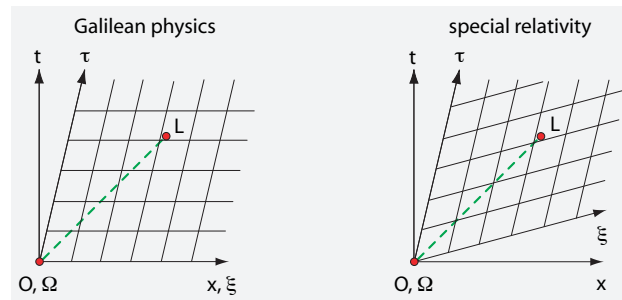


ABBILDUNG 20

Raumzeitdiagramme für Licht, beobachtet durch zwei inertielle Beobachter, die die Koordinaten (t, x) und (τ, ξ) verwenden

$$(cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cd\tau)^2 - (d\xi)^2 - (d\eta)^2 - (d\zeta)^2. \quad (11)$$

erfüllen. Wir legen nun die Achsen so, daß v entlang der x - und ξ -Achse zeigt. Dann gilt

$$(cdt)^2 - (dx)^2 = (cd\tau)^2 - (d\xi)^2. \quad (12)$$

Wir nehmen nun an, daß eine Blitzlampe, die für den griechischen Beobachter im Ursprung $\xi = 0$ ruht, zwei Blitze erzeugt, die durch ein Zeitintervall $d\tau$ getrennt sind. Für den römischen Beobachter bewegt sich die Lampe mit der Geschwindigkeit v , so daß $dx = vdt$. Durch Einsetzen in den vorigen Ausdruck erhalten wir

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma d\tau. \quad (13)$$

Dieser Ausdruck beschreibt die Beziehung zwischen den Zeitintervallen, die zwei verschiedene Beobachter messen. Bei Geschwindigkeiten v , die *klein* gegenüber der Lichtgeschwindigkeit c sind – so wie sie im täglichen Leben vorkommen – ist der *relativistische Korrekturfaktor* γ fast genau 1. In diesen Fällen sind die Zeitintervalle für beide Beobachter gleich: die Zeit ist dann für alle gleich. Wenn aber die Geschwindigkeit v sich der Lichtgeschwindigkeit *nähert*, ist der Faktor γ groß. Der größte Wert, den Menschen erzeugt haben, ist $2 \cdot 10^5$; der größte in der Natur beobachtete Wert ist 10^{12} . Können Sie sich vorstellen, wo diese Werte vorkommen?

Für einen Faktor γ , der größer als 1 ist, ergeben Zeitmessungen von zwei verschiedenen Beobachtern verschiedene Werte: bewegte Beobachter erleben eine *Zeitkontraktion*. Die Zeit unterscheidet sich von einem Beobachter zum anderen.

Das ist nicht alles. Wenn wir wissen, wie Uhren vom Beobachter abhängen, können wir auch ableiten, wie Koordinaten vom Beobachter abhängen. Die Abbildungen 19

Herausforderung 37 f

Herausforderung 38 n

und 20 zeigen, daß die x -Koordinate eines Ereignisses L die Summe zweier Intervalle ist: Die ξ -Koordinate und die Länge des Abstands zwischen den beiden Koordinatenursprüngen. Mit anderen Worten, es gilt

$$\xi = \gamma(x - vt) . \quad (14)$$

Mit der Invarianz des Raumzeitintervalls ergibt sich

$$\tau = \gamma(t - xv/c^2) . \quad (15)$$

Ref. 42
Seite ??
Henri Poincaré nannte diese beiden Beziehungen nach Ihrem Entdecker, dem niederländischen Physiker Hendrik Antoon Lorentz,* die *Lorentztransformationen für Raum und Zeit*. In eine der schönsten Entdeckungen der Physik, hatte Lorentz sie 1892 and 1904, aus den Gleichungen der Elektrodynamik abgeleitet, in denen sie, seit 1865 versteckt, auf ihre Entdeckung warteten.** In diesem Jahr hatte James Clerk Maxwell die Gleichungen veröffentlicht, die alle elektrischen, magnetischen und optischen Effekte beschreiben. Es war Einstein, der als erster verstand, daß t und τ , sowie x und ξ , beide *gleichwertige* Beschreibungen von Raum und Zeit bilden.

Die Lorentztransformationen beschreiben den Wechsel von einem Beobachter zu einem zweiten, zum ersten bewegten. Die Formeln (14) und (15) sind wesentlich für die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie. Im Falle der speziellen Relativitätstheorie wird die Mathematik nicht schwieriger werden. Wer weiß, was eine Wurzel ist, kann die Relativitätstheorie in all ihrer Schönheit entdecken und genießen.

Herausforderung 39 f

Die Lorentztransformationen (14) und (15) enthalten viele erstaunliche Ergebnisse. Sie zeigen wiederum, daß die Zeit vom Beobachter abhängt. Sie zeigen auch, daß Längen vom Beobachter abhängen: bewegte Beobachter messen eine *Längenkontraktion*. Raum und Zeit sind also in der Tat relativ.

Herausforderung 40 n

Die Lorentztransformationen (14) und (15) sind auch in anderer Hinsicht bemerkenswert. Wenn zwei Beobachter sich gegenseitig beobachten, behauptet jeder, kürzere Intervalle als der andere zu messen. Mit anderen Worten, die Relativitätstheorie behauptet, daß das Gras in Nachbar's Garten immer kürzer ist – wenn wir am Zaun entlang fahren, und das Gras schräg liegt. Wir werden dieses seltsame Ergebnis in Kürze genauer anschauen.

Ref. 43

Viele Alternativen zu den Lorentztransformationen sind untersucht worden, zum Beispiel Ausdrücke, in denen die Relativbeschleunigung auch einbezogen ist. Aber alle diese Alternativen mussten nach dem Vergleich mit den Experimenten beiseite gelegt werden. Bevor wir weitere Experimente untersuchen, ziehen wir noch einige Schlußfolgerungen aus den Lorentztransformationen.

* Für Informationen zu Hendrik Antoon Lorentz, siehe Seite 34.

** Die gleiche Entdeckung war schon 1887 durch den deutschen Physiker Woldemar Voigt (1850–1919) gemacht worden; Voigt – er wird 'Fohgt' ausgesprochen – war auch der Entdecker des Voigteffekts und des Voigtensors. Unabhängig von allen beiden hatte 1889 der Ire George F. Fitzgerald auch das gleiche Ergebnis gefunden.

WAS IST RAUMZEIT?

“ Von Stund’ an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewahren.*

Hermann Minkowski. ”

Herausforderung 41 n

Die Lorentztransformationen sagen etwas wichtiges aus: Raum und Zeit sind zwei Aspekte desselben Grundbegriffs. Sie werden für verschiedene Beobachter auf verschieden Weise vermischt. Man drückt diese Mischung oft aus, indem man sagt, die Zeit ist die *vierte Dimension*. Das macht deshalb Sinn, weil der Grundbegriff – *Raumzeit* genannt – als die Menge aller Ereignisse definiert werden kann, die ja durch vier Koordinaten bestimmt sind, und weil die Menge aller Ereignisse die Eigenschaften einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit haben.** (Können Sie das bestätigen?) Die gesamte Raumzeit ist beobachterinvariant und daher absolut; die Raumzeit wird durch Lorentztransformationen nicht verändert. Nur deren Aufteilung in Zeit und Raum hängt vom Beobachter ab.

Ref. 44

Mit anderen Worten, die Existenz einer Höchstgeschwindigkeit in der Natur zwingt uns, die invariante Raumzeit einzuführen, die aus allen möglichen Ereignissen in der Natur besteht. Bei Abwesenheit von Gravitation, d.h. in der speziellen Relativitätstheorie, hat die Raumzeit eine einfache Eigenschaft: das *Raumzeitintervall* di zwischen zwei Ereignissen, definiert durch

$$di^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (16)$$

ist vom Beobachter unabhängig: es ist eine Invariante. Diese Raumzeit wird auch, nach Hermann Minkowski,*** dem Lehrer Albert Einsteins, *minkowskische Raumzeit* genannt. Minkowski war der erste, der 1904 den Begriff einführte und seine Nützlichkeit und Bedeutung erkannte. Wir werden später entdecken, daß sich die Raumzeit in Anwesenheit von Gravitation krümmt; solche gekrümmten Raumzeiten, *riemannsche Raumzeiten* genannt, spielen in der allgemeinen Relativitätstheorie eine wesentliche Rolle.

Das Raumzeitintervall di in Gleichung (16) hat eine einfache Bedeutung. Es ist die Zeit, die von einem Beobachter gemessen wird, der sich vom Ereignis (t, x) zum Ereignis $(t+dt, x+dx)$ bewegt, die sogenannte *Eigenzeit*, multipliziert mit c . Wenn wir den Faktor c beiseite lassen, können wir das Intervall auch *Taschenuhrzeit* nennen.

Kurz gesagt, wir *leben in* einer Raumzeit. Die Raumzeit besteht unabhängig von allen Dingen; sie ist ein Behälter, eine Hintergrund für alles was passiert. Und obwohl sich Koordinatensysteme von Beobachter zu Beobachter unterscheiden, ist die zugrundeliegende Raumzeit immer dieselbe und *einzig*, auch wenn Raum und Zeit für sich gesehen

* Diese bekannten Sätze waren der Anfang von Minkowskis Vortrag vor der Gesellschaft für Naturforscher und Ärzte im Jahr 1908.

Seite ?? ** Der Begriff der ‘Mannigfaltigkeit’ ist im [Anhang ??](#) definiert.

*** Hermann Minkowski (1864–1909), deutscher Mathematiker. Er hatte ähnliche Überlegungen zur Relativitätstheorie wie Einstein entwickelt, wurde aber von diesem überholt. Danach entwickelte er den Begriff der Raumzeit. Er starb plötzlich, im Alter von 44 Jahren.

es nicht sind. (Dies gilt auch in Anwesenheit von Gravitation, in der allgemeinen Relativitätstheorie.)

Herausforderung 42 n

Wie unterscheidet sich die Minkowskische Raumzeit von der galileischen Raumzeit, d.h. von der Kombination von unserem tagtäglichen Raum und unserer normalen Zeit? Beide Raumzeiten sind Mannigfaltigkeiten, beide haben eine zeitliche und drei räumliche Dimensionen, und beide Raumzeiten haben die Topologie der gelochten Sphäre. (Können Sie das bestätigen?) Beide Mannigfaltigkeiten sind flach, d.h. frei von Krümmung. In beiden Fällen ist Raum das, was mit einem Maßstab gemessen wird, und Zeit das, was mit einer Uhr gemessen wird. In beiden Fällen ist die Raumzeit fundamental, einzigartig und absolut; sie ist der *Hintergrund* und der *Behälter* von Dingen und Ereignissen.

Der wesentliche und einzige Unterschied besteht darin, daß die Minkowski-Raumzeit, im Gegensatz zur galileischen Raumzeit, Raum und Zeit *mischt*. Die Mischung geschieht in Abhängigkeit vom Beobachter wie in [Abbildung 20](#) gezeigt. Die Mischung ist der Grund für die Relativität von Raum und Zeit.

Mathematisch gesehen, ist die Zeit die vierte Dimension; sie erweitert den Raum zur Raumzeit. Wenn man die Zeit die vierte Dimension nennt, macht man also nur eine Aussage über wie man in der Relativitätstheorie rechnet; wir werden das in Kürze auch tun. Die vierte Dimension hat *keine* tiefere Bedeutung.

Die Grenzgeschwindigkeit der Natur zwingt uns, Bewegung mit Hilfe der Raumzeit zu beschreiben. Das ist seltsam, denn in der Raumzeit gibt es keine Bewegung. Bewegung gibt es nur im Raum. In der Raumzeit bewegt sich nichts. Für jedes Punktteilchen enthält die Raumzeit eine *Weltlinie*. (Siehe [Abbildung 21](#).) Anstatt zu fragen, warum Bewegung existiert, können wir also auch fragen, warum die Raumzeit mit Weltlinien gefüllt ist. In diesem Stadium unseres Abenteuers sind wir aber noch weit von einer Antwort entfernt. Was wir tun können, ist zu untersuchen, *wie* Bewegung stattfindet.

KÖNNEN WIR IN DIE VERGANGENHEIT REISEN? – ZEIT UND KAUSALITÄT

Wir wissen, daß die Zeit sich für verschiedene Beobachter unterscheidet. Definiert dann die Zeit noch eine Reihenfolge für Ereignisse? Die Antwort ist ein klares 'Ja und Nein'. Manche Ereignisse lassen sich anordnen, andere nicht. Das kann man am Besten mit Hilfe der [Abbildung 21](#) erkennen.

Zwei Ereignisse können nur dann zeitlich geordnet werden, wenn ein Ereignis der Grund für das zweite ist oder sein könnte. Das kann aber nur zutreffen, wenn das erste Ereignis Energie, z.B. durch ein Signal, zum zweiten senden kann. Mit anderen Worten, zwei Ereignisse können nur dann zeitlich angeordnet werden, wenn die Signalgeschwindigkeit zwischen ihnen nicht die Lichtgeschwindigkeit übersteigt. [Abbildung 21](#) zeigt, daß das Ereignis E im Koordinatenursprung nur durch Ereignisse im Quadranten IV beeinflusst werden kann, also dem *Vergangenheitslichtkegel*, und selbst nur Ereignisse im Quadranten II beeinflussen kann, dem *Zukunftslichtkegel*. Ereignisse in den Quadranten I und III beeinflussen das Ereignis E nicht und werden auch nicht durch E beeinflusst: dazu wären Signalgeschwindigkeiten höher als die Lichtgeschwindigkeit notwendig. Daher definiert der vollständige Lichtkegel die Grenze zwischen den Ereignissen die bezüglich dem Ereignis E zeitlich geordnet werden *können* und denen, die nicht geordnet werden können, und die *anderswo* stattfinden. (Manche Autoren nennen die letztere Gruppe die

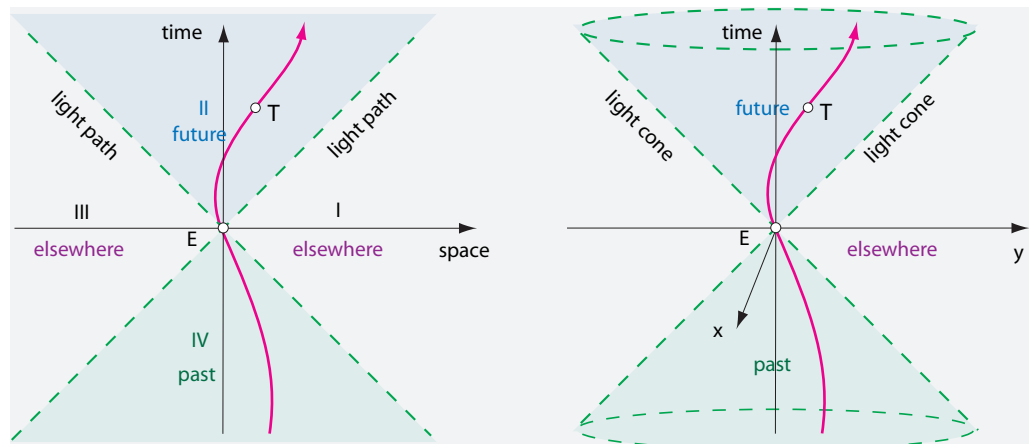


ABBILDUNG 21 Ein Raumzeitdiagramm für ein bewegtes Objekt T, das vom Beobachter O betrachtet wird, im Fall von einer und von zwei Raumdimensionen; die Steigung der Weltlinie an einem Punkt ist die Geschwindigkeit an diesem Punkt und ist nie steiler als die Lichtgeschwindigkeit

Gegenwart.)

Der Vergangenheitslichtkegel stellt also die Menge aller Ereignisse dar, die das Ereignis E im Koordinatenursprung beeinflussen. Man sagt, daß E mit diesen Ereignissen *kausal verbunden* ist. Wir stellen fest, daß kausale Verbundenheit ein invarianter Begriff ist: alle Beobachter stimmen darin überein, ob zwei Ereignisse kausal verbunden sind oder nicht. Können Sie das bestätigen?

Herausforderung 43 n

Kurz gesagt: die Zeit ordnet Ereignisse nur *teilweise*. Unter anderem gilt, daß die Reihenfolge von Ereignissen, die nicht kausal verbunden sind, vom Beobachter abhängt!

Herausforderung 44 f

Ein Vektor im Lichtkegel wird *zeitartig* genannt; ein Vektor auf dem Lichtkegel *lichtartig* oder *Nullvektor*, und einer außerhalb des Kegels *raumartig*. Zum Beispiel besteht die Weltlinie eines Beobachters nur aus zeitartigen Ereignissen.

Die spezielle Relativitätstheorie lehrt uns also, daß Kausalität und Zeit nur bestehen, weil es Lichtkegel gibt. Wenn es Energietransport gäbe, der schneller als die Lichtgeschwindigkeit stattfände, könnte man die Zeit nicht definieren. Die Kausalität, d.h. die Fähigkeit, Ereignisse (teilweise) zu ordnen, gibt es, weil es eine Höchstgeschwindigkeit gibt.

Herausforderung 45 f

Wenn die Lichtgeschwindigkeit übertreten werden könnte, könnten wir immer im Lotto gewinnen. Können Sie erkennen, warum? Mit anderen Worten, wenn die Lichtgeschwindigkeit überschritten werden könnte, könnte die Zukunft die Vergangenheit beeinflussen. Können Sie das bestätigen? In solchen Situationen könnte man akausale Effekte beobachten. Es gibt jedoch eine Beobachtung, die und zeigt, daß die Lichtgeschwindigkeit nicht überschritten werden kann: unser Gedächtnis. Wenn die Zukunft die Vergangenheit beeinflussen könnte, würden wir uns auch an die Zukunft erinnern. Anders ausgedrückt, wenn die Zukunft die Vergangenheit beeinflussen könnte, wäre der zweite Hauptsatz der Thermodynamik nicht gültig.* Keine Beobachtung aus dem täglichen Le-

* Ein weiteres Ergebnis wird langsam Allgemeingut. Selbst wenn die Raumzeit so verbogen wäre, daß sie geschlossene zeitartige Kurven enthielte, könnte man immer noch nicht in die Vergangenheit reisen, im Gegensatz zu dem, was in vielen Zukunftsromanen behauptet wird. Das wird besonders deutlich von Stephen

ben erlaubt uns zu schließen, daß die Zukunft die Vergangenheit beeinflussen kann. Mit anderen Worten, *Zeitreisen in die Vergangenheit sind unmöglich*. Wie sich dieses Ergebnis in der Quantentheorie ändert, werden wir dort untersuchen. Interessant ist, daß Zeitreisen in die *Zukunft* sehr wohl möglich sind, wie wir in Kürze sehen werden.

KURIOSITÄTEN DER SPEZIELLEN RELATIVITÄTSTHEORIE

Beginnen wir mit einem Rätsel, das uns hilft, die Begriffe zu klären. Für einen Beobachter auf einer kleinen Insel schlagen zwei Blitze gleichzeitig ein: einer auf die Insel, und ein zweiter, viele Kilometer weg, ins offene Meer. Ein zweiter Beobachter ist Pilot in einem relativistischen Flugzeug und fliegt gerade genau über die Insel hinweg. Welcher Blitz schlägt für den Piloten zuerst ein?

Für den Piloten schlägt der entfernte Blitz überm Meer zuerst ein. Das ist aber eine Fangfrage. Obwohl dieser Blitz für den Piloten zuerst einschlägt, nimmt der Pilot den Einschlag *nach* dem zweiten Blitzeinschlag auf der Insel wahr, weil das Licht vom Blitz überm Meer Zeit benötigt, um zum Piloten zu gelangen. Dennoch kann der Pilot diese Zeit berücksichtigen und erkennen, daß der Meeresblitz zuerst einschlug.

Herausforderung 46 f

Wir erkunden einige weitere Folgen der Relativitätstheorie.

SCHNELLER ALS DAS LICHT: WIE WEIT KÖNNEN WIR REISEN?

Wie weit könnten wir uns von der Erde entfernen, wenn wir ein Menschenleben Zeit haben, sagen wir 80 Jahre, und wenn wir eine Rakete hätten, die der Lichtgeschwindigkeit beliebig nahe kommen könnte? Wenn wir annehmen, daß wir eine Zeit t zur Verfügung haben, die Rakete sich mit der Geschwindigkeit v bewegen kann und, besonders optimistisch, daß die Rakete beliebig schnell beschleunigen kann, dann ist erreichte Entfernung d von der Erde

Herausforderung 47 f

$$d = \frac{vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (17)$$

Diese Entfernung d ist schon für $v > 0.72c$ größer als ct , und kann jeden beliebigen Wert erreichen! Mit anderen Worten begrenzt die Lichtgeschwindigkeit nicht die Entfernungen, die wir in unserem Leben oder während irgend einer anderen Zeitspanne zurücklegen können. Wir könnten im Prinzip das ganze Weltall in einer Sekunde durchfliegen. (Die Benzinfrage wird in Kürze untersucht.)

Seite 45

Für Raketenreisen ist es sinnvoll, den Begriff der *Eigengeschwindigkeit* w einzuführen, definiert als

$$w = \frac{d}{t} = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma v. \quad (18)$$

Wie wir gerade gesehen haben, ist die Eigengeschwindigkeit nicht durch die Lichtgeschwindigkeit begrenzt; die Eigengeschwindigkeit des Lichts ist unendlich.*

Ref. 45 Blau dargelegt.

* Mit der Eigengeschwindigkeit vereinfacht sich das Additionstheorem für zwei Geschwindigkeiten $\mathbf{w}_a =$

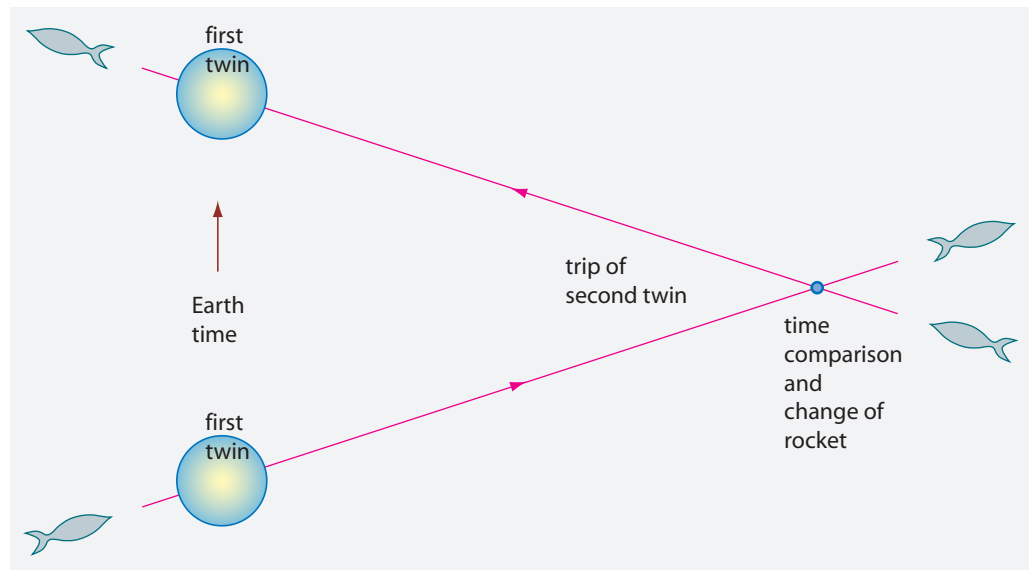


ABBILDUNG 22 Das Zwillingsparadoxon

SYNCHRONISATION UND ZEITREISEN – KANN EINE MUTTER JÜNGER ALS IHRE TOCHTER BLEIBEN?

Die Höchstgeschwindigkeit in der Natur bedeutet, daß die Zeit für Beobachter, die sich zueinander bewegen, verschieden ist. Daher müssen wir sorgfältig vorgehen, wenn wir zwei entfernte Uhren synchronisieren wollen, auch wenn beide sich nicht zueinander bewegen. Wenn wir zum Beispiel zwei gleiche Uhren nebeneinander stehen haben, und wir eine auf einem Spaziergang mitnehmen, werden beide Uhren bei unserer Rückkehr verschiedene Zeiten anzeigen. Dieses Experiment ist natürlich oft durchgeführt worden und hat jedesmal die Vorhersage aus der Relativitätstheorie bestätigt. Die Zeitdifferenz für eine Person oder Uhr in einem Flugzeug, das mit 900 km/h einmal um die Erde fliegt, ist im Bereich 100 ns – im täglichen Leben nicht sehr auffällig. Dieser Unterschied wird manchmal das *Uhrparadoxon* genannt. Diese Differenz kann man leicht aus dem Ausdruck

$$\frac{t}{t'} = \gamma \quad (20)$$

ableiten. Auch Menschen sind Uhren; sie zeigen die abgelaufene Zeit, meistens *ALter* genannt, durch Veränderungen in der Form, dem Gewicht, der Haarfarbe, usw. an. Wenn eine Person auf eine lange und schnelle Reise geht, wird sie weniger gealtert und daher jünger geblieben sein, als eine Person, die zuhause geblieben ist. Reisen hält jung.

Die extremste Ausprägung ist das berühmte *Zwillingsparadoxon*. Ein abenteuerlustiger Zwilling springt auf eine relativistische Rakete und reist mehrere Jahre von der Erde

Herausforderung 48 f $\gamma_a \mathbf{v}_a$ and $\mathbf{w}_b = \gamma_b \mathbf{v}_b$, Gleichung (9), zum Ausdruck

$$w_{s\parallel} = \gamma_a \gamma_b (v_a + v_{b\parallel}) \quad \text{and} \quad w_{s\perp} = w_{b\perp}, \quad (19)$$

in dem die Zeichen $\parallel$ und $\perp$ die Komponenten bezeichnen, die parallel und senkrecht zu $\mathbf{v}_a$ sind. Man kann sogar die gesamte spezielle Relativitätstheorie nur mit Eigengrößen formulieren.

Ref. 47, Ref. 48

Ref. 46

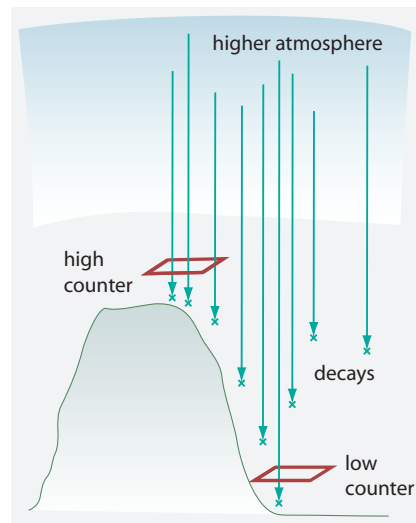


ABBILDUNG 23 Mehr Myonen als erwartet erreichen die Erdoberfläche, weil schnelles Reisen jung hält

weg. Danach springt er auf eine zweite Rakete, die sich ebenso schnell der Erde nähert. Die Reise ist in [Abbildung 22](#) dargestellt. Bei seiner Rückkehr stellt er fest, daß sein Zwilling Bruder auf der Erde viel älter ist als er selbst. Dieses Ergebnis ist durch viele Experimente bestätigt worden. Können Sie das Ergebnis erklären, vor allem auch die Asymmetrie der beiden Brüder?

Ref. 49

Die spezielle Relativitätstheorie bestätigt also in überraschender Weise, daß Leute, die viel reisen, jünger bleiben. Der Reisende mit dem bislang größten Effekt ist der Kosmonaut Sergei Krikalyov, der insgesamt 803 Tage in einer Umlaufbahn war, und dennoch nur um einige Millisekunden weniger alterte als die restlichen Erdenbewohner.

Das Zwillingsparadoxon kann ist die Bestätigung, daß Reisen in die Zukunft möglich sind. Mit einer schnellen Rakete, die später zur Erde zurückkehrt, können wir Zeitalter besuchen, die wir in unserem Leben nie erreicht hätten, wenn wir zuhause geblieben wären. Leider können wir nicht ehr in die Vergangenheit zurückkehren, um davon zu erzählen.*

Seite ??

Eines der einfachsten Experimente, das die verlängerte Jugend von *wirklich schnellen* Reisenden bestätigt, zählt Myonen. Myonen sind Teilchen die kontinuierlich in der oberen Atmosphäre durch kosmische Strahlung erzeugt werden und zur Erde fliegen. Myonen *in Ruhe* (bezüglich der messenden Uhr) haben eine Halbwertszeit von $2.2 \mu\text{s}$ (oder, bei Lichtgeschwindigkeit, 660 m). Nach dieser Zeit sind die Hälfte aller Myonen zerfallen. Diese Halbwertszeit kann mit einfachen Zählern gemessen werden. Zusätzlich gibt es spezielle Zähler, die nur Myonen mit einer bestimmten Geschwindigkeit messen, z.B. zwischen $0.9950c$ und $0.9954c$. Man kann nun einen solchen spezielle Zähler auf eine Bergspitze setzen und einen zweiten im Tal darunter, wie in [Abbildung 23](#) gezeigt. Das erste Mal, daß dieses Experiment durchgeführt wurde, betrug die Höhendifferenz

Ref. 50

* Es gibt auch eigene Bücher über Zeitreisen, wie zum Beispiel das gut recherchierte Buch von Nahin. Wir bemerken, daß der Begriff der Zeitreise sauber definiert werden muß; sonst hat man keine Antwort auf die Bemerkung eines Beamten, der seinen Bürostuhl eine Zeitmaschine nennt, weil er ihm erlaubt, in die Zukunft zu reisen.

Ref. 51 1.9 km. Ein Flug von 1.9 km durch die Atmosphäre mit der genannten Geschwindigkeit dauert etwa $6.4 \mu\text{s}$. Mit der gegebenen Halbwertszeit müßten, laut naiver Rechnung, nur etwa 13% der oben gemessenen Myonen im Tal ankommen. Man beobachtet jedoch, daß etwa 82% der Myonen unten ankommen. Der Grund für dieses Ergebnis ist die relativistische Zeitdilatation. In der Tat erfahren die Myonen bei der genannten Geschwindigkeit nur eine Eigenzeitänderung von $0.62 \mu\text{s}$ auf dem Weg ins Tal. Diese Zeit ist viel kürzer als die von Menschen gemessene. Die kürzere Zeit führt zu einer höheren Anzahl von Myonen im Tal; außerdem bestätigt der gemessene Prozentwert den Streckungsfaktor γ innerhalb der Messgenauigkeit, wie Sie vielleicht kontrollieren wollen. Derselbe Effekt wird beobachtet, wenn Myonen in einem Speicherring über lange Zeit mit hoher Geschwindigkeit im Kreis bewegt werden. Je schneller sie sich bewegen, desto länger leben sie.

Herausforderung 49 n

Herausforderung 50 n

Ref. 52 Die *Zeitdilatation* der Lebensdauer wurde auch für viele andere zerfallende Systeme beobachtet, wie Pionen, Wasserstoffatome, Neonatome und viele Kerne; es wurde dabei jedesmal die Vorhersage der Relativitätstheorie bestätigt. Da alle Körper aus Teilchen bestehen, gilt dieser 'Jungbrunnen' für Körper jeder Größe; in der Tat wurde er nicht nur für Teilchen sondern auch für Laser, Radiosender und Uhren beobachtet.

Ref. 26

Ref. 54

Wenn Bewegung zu Zeitdilatation führt, müßte eine Uhr am Äquator, die sich andauernd um die Erdachse bewegt, langsamer laufen als an den Polen. Dennoch ist diese Vorhersage, die Einstein selbst machte, falsch. Die Zentrifugalbeschleunigung führt nämlich zu einer Verringerung der Gravitationsbeschleunigung, deren Zeitdilatation die der Geschwindigkeit genau kompensiert. Diese Geschichte ist eine Erinnerung daran, die spezielle Relativitätstheorie nicht ohne weiteres in Fällen mit Gravitation anzuwenden: die spezielle Relativitätstheorie ist nur anwendbar, wenn der Raum flach ist, d.h., wenn keine Schwerkraft auftritt.

Zusammenfassend gilt, daß eine Mutter in der Tat jünger als ihre Tochter bleiben kann. Der Wunsch der Mutter kann aber nicht leicht erfüllt werden. Nehmen wir an, daß die Mutter in einer Rakete zehn Jahre lang mit 10 m/s^2 von der Erde weg beschleunigt wird, und dann weitere zehn Jahre mit 10 m/s^2 abgebremst wird, dann weitere zehn Jahre zur Erde beschleunigt wird und schließlich weitere zehn Jahre wieder abgebremst wird, um eine sichere Landung zu ermöglichen. Die Mutter hat für die Reise 40 Jahre benötigt. Sie ist 22 000 Lichtjahre von der Erde entfernt gewesen. Bei ihrer Rückkehr sind auf der Erde 44 000 Jahre vergangen. Das scheint alles möglich, bis man feststellt, daß die nötige Treibstoffmenge, selbst für den theoretisch effizientesten Raketenmotor, so groß ist, daß bei der Rückkehr nur ein Teil aus $2 \cdot 10^{19}$ der Startmasse ankommt. Die notwendige Menge an Treibstoff gibt es auf der Erde nicht. Dasselbe Problem hat man bei kürzeren Reisen.

Herausforderung 51 f

Ref. 53

Herausforderung 52 n

Wir haben auch erkannt, daß wir nicht einfach zwei entfernte Uhren synchronisieren können, indem wir von einer zur anderen laufen. Die korrekte Methode besteht darin, Lichtsignale auszutauschen. Können Sie beschreiben, wie? Die genaue Definition der Synchronisation ist notwendig, weil wir oft entfernte Ereignisse als gleichzeitig benennen müssen, z.B. wenn wir Koordinaten definieren. Natürlich bedeutet die Grenzgeschwindigkeit, daß die Gleichzeitigkeit vom Beobachter abhängt. Diese Abhängigkeit ist in der Tat durch alle Experimente bestätigt worden.

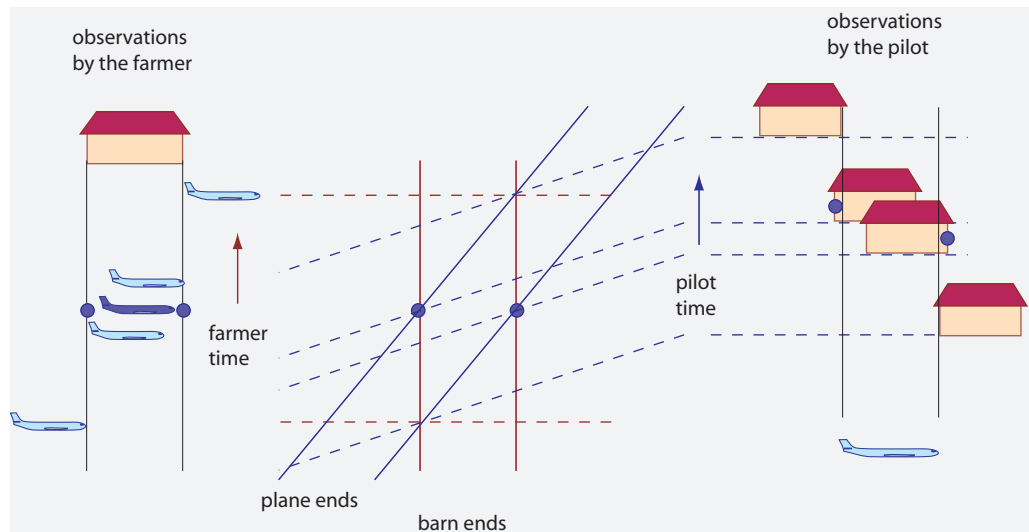


ABBILDUNG 24 Die Beobachtungen des Piloten und des Besitzers des Heuschobers

DIE LÄNGENKONTRAKTION

Die Länge eines Körpers, die ein Beobachter mißt, für den der Körper in Ruhe ist, wird *Eigenlänge* genannt. Die Länge, die durch einen vorbeifliegenden Beobachter gemessen wird, ist immer kleiner als die Eigenlänge. Dieses Ergebnis folgt direkt aus der Lorentztransformation.

Für einen Ferrari, der sich mit 300 km/h oder 83 m/s bewegt, ist die Längenkontraktion 0.15 pm: weniger als ein Protondurchmesser. Von der Sonne aus gesehen, bewegt sich die Erde mit 30 km/s; das ergibt eine Längenkontraktion von 6 cm. Keiner dieser Effekte ist je gemessen worden.* Größere Effekte könnten aber gemessen werden. Wir erkunden deshalb die Folgen.

Stellen Sie sich einen Piloten vor, der mit seinem Flugzeug durch einen Heuschober fliegt, der an beiden Enden ein Tor hat. Das Flugzeug ist etwas länger als der Heuschober, aber fliegt so schnell, daß die kontrahierte Länge kürzer als der Heuschober ist. Kann der Bauer den Heuschober mit dem Flugzeug darin (wenigstens für eine kurze Zeit) schließen? Die Antwort ist ja. Aber warum kann der Pilot nicht sagen, daß für ihn der Heuschober verkürzt ist, und daher das Flugzeug nicht hinein passen kann? Die Antwort ist in Abbildung 24 dargestellt. Für den Bauern schließen (und öffnen) sich beide Türen gleichzeitig. Für den Piloten aber ist der Heuschober nie dunkel. (Hier gibt es noch einige Details; können Sie sie ausarbeiten?)

Wir schauen uns einige andere Beispiele von Längenkontraktion an. Kann ein relativistischer Snowboarder in ein Loch fallen, das etwas kürzer ist als sein Brett? Stellen wir uns (unrealistischerweise) vor, er sei so schnell, daß der Kontraktionsfaktor γ den Wert 4 hat. Für einen Beobachter am Boden ist das Snowboard vier mal kürzer, und wenn es über das Loch fährt, fällt es hinein. Für den Boarder ist das Loch aber vier mal kürzer, und das Brett fällt nicht hinein.

Ref. 55 Eine erste sorgfältige Analyse zeigt uns, daß der Boarder, im Gegensatz zur Beobach-

* Kann die Längenkontraktion der Erde überhaupt gemessen werden?

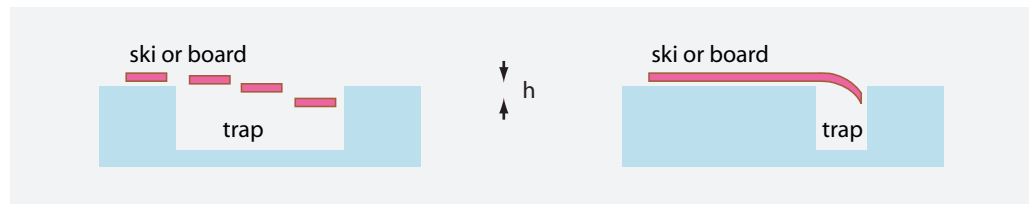


ABBILDUNG 25 Die Beobachtungen des Lochgräbers und des Snowboarders, wie oft (ungenau) veröffentlicht

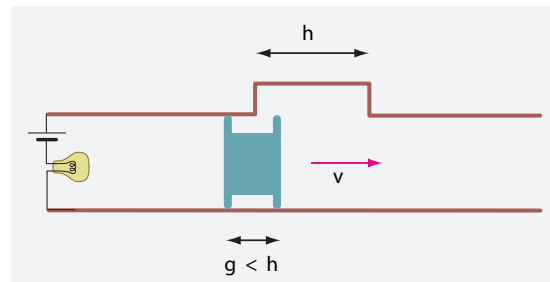


ABBILDUNG 26 Hält der leitende Gleitkontakt die Lampe bei hohen Geschwindigkeiten am Leuchten?

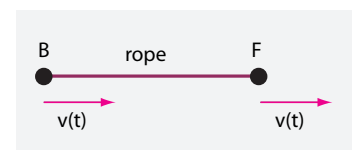


ABBILDUNG 27 Was passiert mit dem Seil?

Herausforderung 56 f

Herausforderung 57 n

Ref. 56

Herausforderung 58 f

Ref. 57

Herausforderung 59 n

Ref. 58

tung des Lochgräbers, sein Brett nicht als eben beobachtet: während er über das Loch fährt, beobachtet der Boarder das sein Brett parabolisch verformt wird, und daher, wie in **Abbildung 25** gezeigt, in das Loch fallen sollte. Können Sie das bestätigen? Mit anderen Worten: Formen sind nicht beobachtungsinvariant. (Dagegen ist Starrheit *doch* beobachtungsinvariant, wenn sie richtig definiert wird; können Sie das bestätigen?)

Diese Erklärung ist jedoch, obwohl veröffentlicht, nicht korrekt, wie Harald van Lintel und Christian Gruber erkannt haben. Man darf nicht vergessen, die Größe des Effektes zu betrachten. Bei relativistischen Geschwindigkeiten kann die Zeit nicht vernachlässigt werden, die die Biegung benötigt. Der Boarder beobachtet eine Parabelform nur, wenn das Brett extrem dünn und biegsam ist. Bei üblichen Dicken des Brettes besteht keine Zeit, um weit genug zu fallen oder sich weit genug zu verbiegen. **Abbildung 25** ist also so übertrieben, daß sie falsch ist. Der Snowboarder würde einfach über das Loch hinweg fahren.

Die Paradoxa zur Längenkontraktion werden im Fall des elektrisch leitenden relativistischen Gleiters, dargestellt in **Abbildung 26**, noch interessanter. Die beiden Schienen sind parallel, aber eine Schiene hat eine Lücke die länger als der Gleiter ist. Können Sie herausarbeiten, ob die mit den Schienen in Serie geschaltete Lampe weiter leuchtet, wenn der Gleiter mit relativistischer Geschwindigkeit darüber fährt? (Nutzen Sie die vereinfachende aber nicht ganz realistische Annahme daß der Strom fließt, solange und sobald der Gleiter die Schienen berührt.) Bekommen Sie dasselbe Ergebnis für alle Beobachter? Was passiert, wenn der Gleiter länger als die Lücke ist? Oder was passiert, wenn sich der Gleiter die Lücke von der anderen der Lücke nähert? (Achtung: diese Problem führt zu *hitzigen* Debatten!) Was ist im Experiment unrealistisch?

Ein anderes Beispiel von Längenkontraktion tritt auf, wenn zwei Körper, z.B. zwei Automobile, über eine Strecke d mit einem Seil verbunden sind, wie in **Abbildung 27**

gezeigt. Stellen Sie sich vor, beide seien zur Zeit $t = 0$ in Ruhe und würden gleichzeitig, in genau derselben Weise beschleunigt. Der Beobachter in Ruhe wird feststellen, daß die beiden Wagen immer denselben Abstand haben. Andererseits muß das Seil einen Abstand $d' = d/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ überbrücken, und sich also ausdehnen müssen, wenn die Wagen beschleunigen. In andern Worten, das Seil wird reißen. Wird das durch alle Beobachter bestätigt?

Herausforderung 60 n

Ein lustiges – aber sehr unrealistisches – Beispiel von Längenkontraktion ist das eines relativistischen U-bootes. Stellen Sie sich vor, daß in Ruhe, ein U-boot gerade so schwer ist, daß es im Wasser schwebt, ohne zu sinken oder aufzusteigen. Nun bewegt sich das U-boot (vielleicht sogar mit relativistischer Geschwindigkeit) horizontal. Der Kapitän beobachtet daß das Wasser um ihn herum Lorentzkontrahiert und daher dichter ist: er wird also schließen, das das U-boot auftauchen wird. Ein Fisch in der Nähe sieht das Uboot verkürzt, also dichter als Wasser, und schließt daraus, das das Uboot sinken wird. Was ist falsch, und was passiert mit dem Auftrieb wirklich? Wenn Ihnen das nicht gefällt, beantworten Sie folgende Frage: warum ist eine relativistische Geschwindigkeit für ein U-boot unmöglich?

Herausforderung 61 n

Herausforderung 62 n

Zusammenfassend gesagt: für makroskopische Körper wird die Längenkontraktion nie beobachtet werden. Sie spielt jedoch für Bilder eine große Rolle.

RELATIVISTISCHE FILME – ABERRATION UND DOPPLER EFFECT

In unseren bisherigen Abenteuern haben wir verschiedene Effekte kennen gelernt, die unsere Sicht der Umgebung beeinflussen, wenn wir uns mit relativistischer Geschwindigkeit bewegen. Wir führen Sie nun alle zusammen. Zuerst ergeben die Lorentzkontraktion und die Aberration eine *Verformung* von Bildern. Zweitens erhöht die Aberration unser Sehfeld auf *mehr* als die üblichen 180 Grad des täglichen Lebens. Drittens führt der Dopplereffekt zu einer *Farbänderung*. Viertens führt relativistische Bewegung zu einer Helligkeits- und Kontraständerung: der sogenannte *Suchstrahleffekt*. Jede dieser Veränderungen hängt von der Sichtrichtung ab; sie sind in [Abbildung 29](#) dargestellt.

Moderne Computers erlauben es, die Beobachtungen eines relativistischen Reisenden mit photographischer Genauigkeit zu simulieren, und auch Filme und Computerspiele zu erstellen.* Die Bilder in [Abbildung 28](#) sind besonders hilfreich, um die Bildverformung zu verstehen. Sie zeigen den Gesichtskreis, den Kreis der Objekte vor dem Beobachter von Objekten hinter dem Beobachter trennt, die Koordinaten der Füße des Beobachters, und den Punkt am Horizont, auf den sich der Beobachter zubewegt. Es ist sehr nützlich, sich diese Markierungen im Kopf hinzuzudenken, wenn sie einen relativistischen Film sehen.

Wir sehen, daß das Bild eines bewegten Beobachters die verformte (und verfärbte) Version des Bildes ist, den ein ruhender Beobachter an derselben Stelle sieht. Ein bewegter Beobachter sieht nie etwas anderes als ein ruhender am selben Ort. Lichtkegel sind ja bewegungsinvariant.

* Sehen Sie zum Beispiel die Bilder und Filme auf www.anu.edu.au/Physics/Searle von Anthony Searle, auf www.tat.physik.uni-tuebingen.de/~weiskopf/gallery/index.html von Daniel Weiskopf, auf www.itp.uni-hannover.de/~dragon/stonehenge/stone1.htm durch Norbert Dragon und Nicolai Mokros, sowie auf www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de von Hanns Ruder und seiner Gruppe.

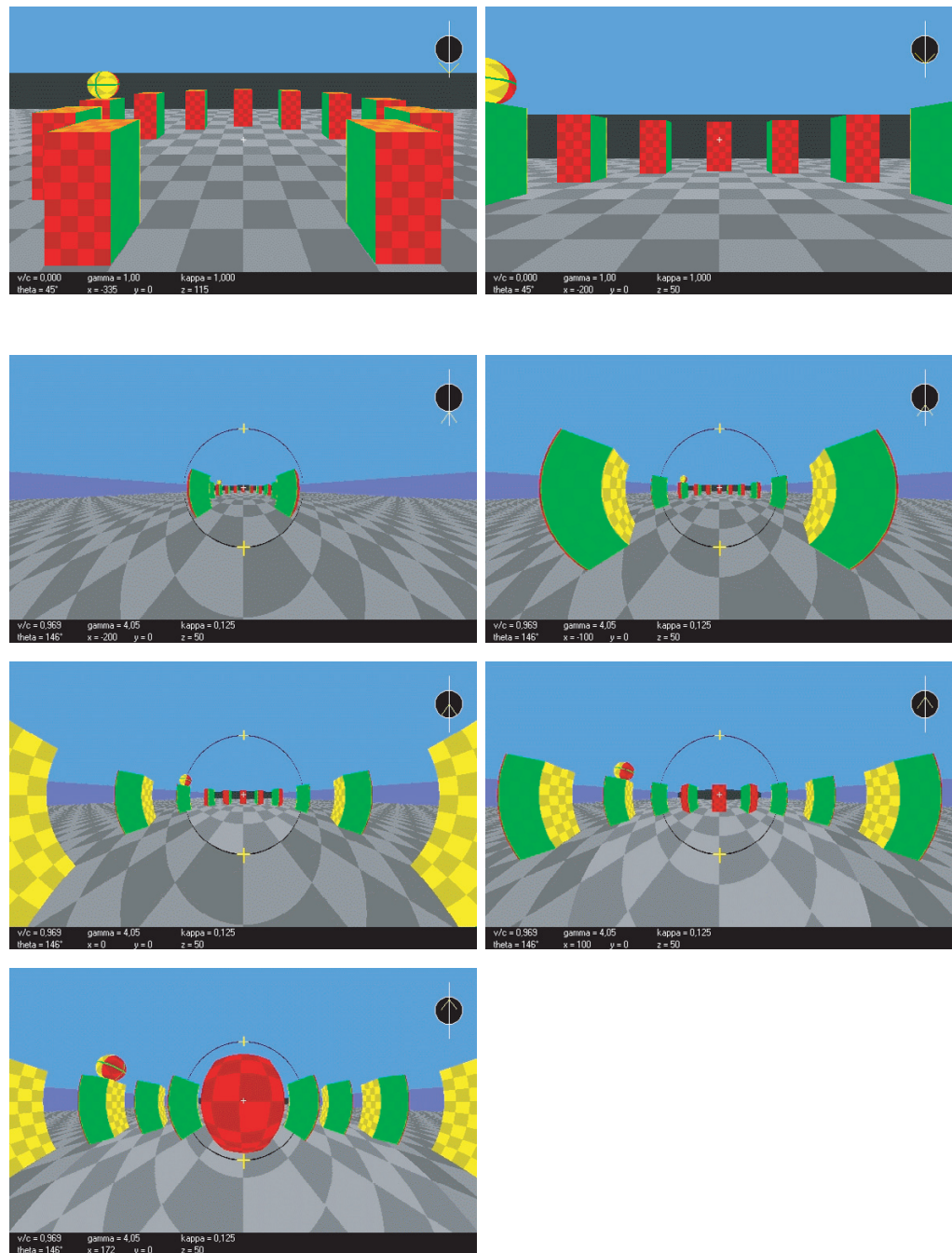


ABBILDUNG 28 Ein Flug durch zwölf senkrechte Säulen (sichtbar in den beiden obersten Bildern) mit 0.9 mal der Lichtgeschwindigkeit, wie durch Nicolai Mokros und Norbert Dragon berechnet, zeigt den Effekt der Geschwindigkeit und der Position auf die Verformungen (© Nicolai Mokros)



ABBILDUNG 29 Ein Flug durch drei gerade und senkrechte Säulen mit 0.9 mal der Lichtgeschwindigkeit, visualisiert durch Daniel Weiskopf; links in Originalfarben, in der Mitte unter Einbeziehung des Dopplereffekts, und rechts unter Einbeziehung der Helligkeitseffekte, also was ein Beobachter wirklich sehen würde (© Daniel Weiskopf)



ABBILDUNG 30 Was Beobachter sehen, wenn sie sich in einem Gang aufhalten oder schnell durch ihn hindurchlaufen (unter Vernachlässigung der Farbe- und Helligkeitseffekte) (© Daniel Weiskopf)

Ref. 60

Genaue Betrachtung der Bilder zeigt einen weiteren Effekt. Obwohl die Lorentzkontraktion gemessen werden kann, kann sie *nicht* photographiert werden. Dieses überraschende Ergebnis wurde nur 1959 entdeckt. Eine Messung beinhaltet Gleichzeitigkeit am zu messenden Körper; im Gegensatz beinhaltet ein Photo Gleichzeitigkeit beim Beobachter. In einem Photo oder Film wird die Lorentzkontraktion durch die Zeit modifiziert, die das Licht von den verschiedenen Punkten eines Körpers bis zur Kamera benötigt. Das Ergebnis ist eine Verformung die teilweise, aber nicht genau, an eine Drehung erinnert. Das zeigt **Abbildung 31**. Die Verformung entsteht durch die winkelabhängige Aberration.

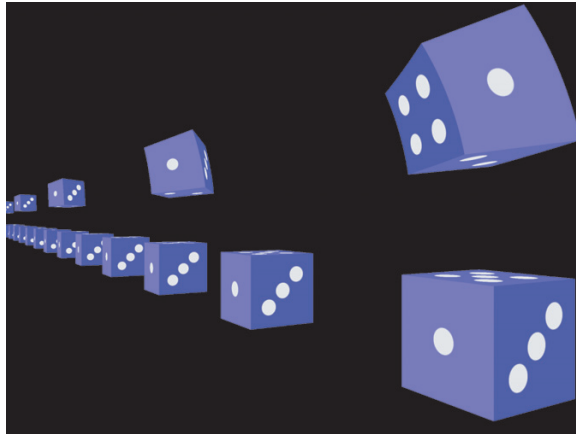


ABBILDUNG 31 Eine ruhende Reihe von Würfeln (unten) und darüber hinweg, die gleiche Reihe in relativistischem Flug in Richtung des Beobachters, jedoch mit abgeschaltetem Dopplereffekt. (Mpg film © Ute Kraus at www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de.)

Seite 15 Wir haben die Aberration der Sternpositionen am Beginn des Kapitels beschrieben. In kompletten Bildern transformiert die Aberration Kreise in Kreise: solche Transformationen werden *konform* genannt. Daher wird eine Kugel auch bei relativistischen Geschwindigkeiten als Kugel gesehen: gewissermaßen kompensiert die Aberration die Längenkontraktion.

Herausforderung 63 n Die Aberration führt zum *Perlenkettenparadoxon*. Wenn relativistische Bewegung Kugeln auf Kugeln abbildet, Stäbe aber auf kürzere Stäbe, was passiert dann einer *Perlenkette*, die sich entlang ihren Perlen bewegt? Wird sie länger oder nicht?

Herausforderung 64 r Ein weiteres Rätsel: Stellen sie sich eine Kugel vor, die sich sehr schnell bewegt und dreht. Können die genannten Effekte dazu führen, daß die Drehrichtung der Kugel sich je nach Beobachter unterscheidet?

WAS IST DER BESTE SITZPLATZ IN EINEM BUS?

Ref. 58 Wir erkunden einen weiteren überraschenden Aspekt der Relativitätstheorie. Stellen Sie sich Zwillinge in zwei gleichbeschleunigten Automobilen vor, eines etwas vor dem anderen, die ab Zeitpunkt $t = 0$, wie von einem auf der Erde ruhenden Beobachter beschrieben, vom Stand aus beschleunigen. (Diesmal sind sie nicht durch ein Seil verbunden.) Beide Automobile haben dieselbe Menge an Benzin. Wir folgern sofort, daß für den ruhenden Beobachter beide Automobile gleichzeitig aufhören zu beschleunigen, und mit der gleichen Geschwindigkeit v weiterrollen, solange die Reibung vernachlässigbar ist. Wenn wir die Ereignisse, bei denen im vorderen und im hinteren Automotor das Benzin ausgeht, f und b nennen, gilt für den ruhenden Beobachter $t_f = t_b$. Wenn wir die Lorentztransformation verwenden, können wir für das Bezugssystem der rollenden Zwillinge die Beziehung

$$t'_b = \gamma \Delta x v / c^2 + t'_f, \quad (21)$$

ableiten, die bedeutet, daß der vordere Zwilling *stärker gealtert* ist als der hintere! In beschleunigten Systemen ist das Altern positionsabhängig.

Dennoch hilft uns das Ergebnis nicht, einen besten Platz im Bus zu finden. Für einen

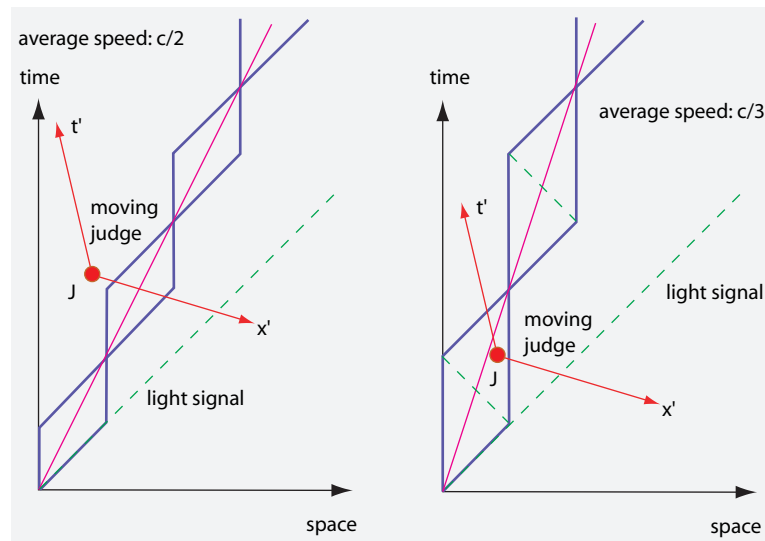


ABBILDUNG 32 Für den Athleten auf der linken Seite sieht ein bewegter Wettkampfrichter bei bestimmten Zeiten beide Füße in der Luft, für den Athleten auf der rechten Seite jedoch nie

beschleunigten Bus ist zwar der hintere, aber für einen bremsenden Bus ist es der vordere. Am Ende einer Reise spielt die Sitzreihe keine Rolle.

Ist es richtig, aus diesem Ergebnis herzuleiten, daß Menschen auf hohen Bergen schneller altern als Menschen im Tal, so daß das Leben im Tal hilft, das Auftreten von grauen Haaren zu verzögern?

Herausforderung 66 n

WIE SCHNELL KANN MAN GEHEN?

Im Gegensatz zu rennen bedeutet gehen, die Füße so zu bewegen, daß zu jeder Zeit mindesten ein Fuß auf dem Boden ist. Das ist auch einer der Regeln, die Athleten im olympischen Gehwettbewerb zu befolgen haben; sie werden disqualifiziert, wenn sie die Regel brechen. Ein Student dachte nun darüber nach, was seine theoretische Höchstgeschwindigkeit bei den olympischen Spielen sein könnte. Idealerweise würde jeder Fuß blitzschnell (beinahe) Lichtgeschwindigkeit erreichen. Die höchste Gehgeschwindigkeit wäre dann erreicht, wenn der zweite Fuß genau an dem Moment vom Boden genommen wird, bei dem der erste niedergesetzt wird. Mit 'genau an dem Moment' meinte der Student ursprünglich 'von einem ruhendem Wettkampfrichter aus gesehen'. Die Bewegung der Füße ist auf der linken Seite der **Abbildung 32** gezeigt; sie ergibt eine höchste Gehgeschwindigkeit die die halbe Lichtgeschwindigkeit beträgt.

Ref. 61

Aber dann erkannte der Student, daß ein sich *bewegender* Wettkampfrichter regelmäßig beide Füße in der Luft sehen würde, und daher den Studenten disqualifizieren würde. Um eine Disqualifizierung durch *jeden* Wettkampfrichter zu vermeiden, muß der abhebende Fuß auf ein Lichtsignal vom aufkommenden Fuß warten. Dadurch wird die höchstmögliche Gehgeschwindigkeit ein Drittel der Lichtgeschwindigkeit.

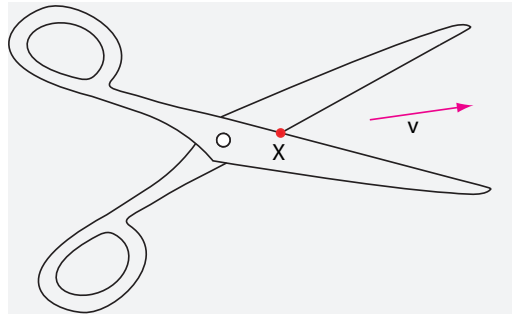


ABBILDUNG 33 Ein einfaches Beispiel von Überlichtgeschwindigkeit

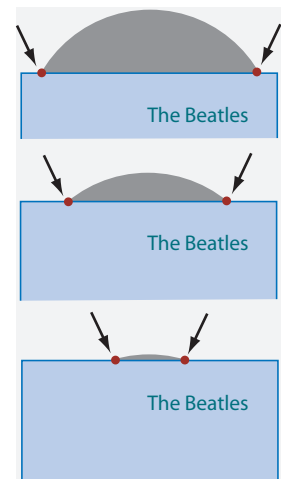


ABBILDUNG 34 Ein weiteres Beispiel von Überlichtgeschwindigkeit

IS DIE GESCHWINDIGKEIT DES SCHATTENS HÖHER ALS DIE DES LICHTES?

Bewegungen, die schneller als das Licht sind, kommen häufig vor. Die Natur begrenzt nur die Geschwindigkeit von Masse und Energie. Nicht-materielle Punkte oder energie-lose Bilder *können* sich schneller als das Licht bewegen. Dazu gibt es mehrere einfache Beispiele. Um es klar zu sagen: wir reden hier nicht von Eigengeschwindigkeit, die in diesen Fällen gar nicht definiert werden kann. (Warum?) Die folgenden Beispiele zeigen Geschwindigkeiten, die eindeutig höher als die des Lichts sind.

Als erstes Beispiel betrachten wir den Punkt X in der [Abbildung 33](#), an dem die Klauen einer Schere das Papier schneiden. Wenn die Schere schnell genug geschlossen wird, bewegt sich der Punkt schneller als das Licht. Ähnliche Punkte gibt es in jedem Fenster-rahmen oder jedem anderem Aufbau, der Scharniere enthält.

Ein weiteres Beispiel von Überlichtgeschwindigkeit ist eine Schallplatte, die in ihre Hülle fällt, wie in [Abbildung 34](#) gezeigt. Der Punkt, an dem der Rand der Platte den Rand der Hülle trifft, kann sich schneller als das Licht bewegen.

Ein weiteres Beispiel entsteht dadurch, daß wir auf einem kugelförmigen Planeten wohnen. Stellen Sie sich vor, daß wir auf dem Boden liegen und dann aufstehen. Können Sie zeigen, daß die Anfangsgeschwindigkeit, mit der sich der Horizont von Ihnen wegbewegt, höher als die Lichtgeschwindigkeit ist?

Ein Standardbeispiel ist auch die Bewegung eines Laserflecks auf dem Mond. Wenn der Laser bewegt wird, kann sich der Fleck schneller als das Licht bewegen. Dasselbe gilt für den Lichtfleck auf einem Oszilloskop, wenn ein Signal mit genügend hoher Frequenz eingespeist wird.

Alle diese sind typische Fälle von *Schattengeschwindigkeit* oder *Geschwindigkeit der Dunkelheit*. Schatten und Dunkelheit können sich in der Tat schneller als das Licht bewegen. Es gibt auch keine Grenze für deren Geschwindigkeit. Können Sie ein weiteres Beispiel finden?

Seite 42
Herausforderung 67 n

Herausforderung 68 n

Herausforderung 69 n

Seite ?? Es gibt auch eine immer größere Zahl an experimentellen Aufbauten, in denen die Phasengeschwindigkeit oder die Gruppengeschwindigkeit schneller als c ist. Das gibt regelmäßig große Überschriften in Zeitungen, oft von der Art 'Licht bewegt sich schneller als Licht'. Wir werden dieses erstaunliche Phänomen weiter unten untersuchen. Aber diese Fälle kann man all – mit einiger Abstraktion – als Spezialfälle der Schattengeschwindigkeit erkennen.

Für ein weiteres Beispiel stellen wir uns vor, daß wir am Ausgang eines geraden Tunnels mit Länge l stehen. Wir sehen ein Auto, von dem wir die Geschwindigkeit v kennen, das am anderen Ende in den Tunnel einfährt und in unsere Richtung fährt. Wir wissen, daß das Auto sich im Tunnel befindet, weil es nicht mehr von der Sonne beleuchtet ist, oder weil es das Fernlicht eingeschaltet hat. Zu welcher Zeit t nach dem Eingang in den Tunnel fährt das Auto an uns vorbei? Eine einfache Überlegung zeigt, daß t durch

$$t = l/v - l/c \quad (22)$$

gegeben ist. Mit anderen Worten, das herannahende Auto scheint die Geschwindigkeit

$$v_{\text{herann.}} = \frac{l}{t} = \frac{vc}{c - v} \quad (23)$$

zu besitzen, die für jede Autogeschwindigkeit $v > c/2$ höher als c ist. Für Automobile kommt das nicht oft vor; aber Astronomen kennen Objekte im Himmel, sogenannte *Quasare* (eine Abkürzung von 'quasi-stellares Objekt'), die manchmal Gasstrahlen mit hoher Geschwindigkeiten ausstoßen. Wenn die Ausstoßungsrichtung ungefähr die der Erde ist, ist die scheinbare Geschwindigkeit – sogar die reine Transversalgeschwindigkeit – höher als c zu sein. Solche Situationen werden derzeit in Teleskopen regelmäßig beobachtet. Ref. 62

Wir bemerken auch, daß für einen Beobachter am *Eingang* des Tunnels die scheinbare Geschwindigkeit des sich *entfernenden* Wagens

$$v_{\text{entf}} = \frac{vc}{c + v}, \quad (24)$$

beträgt, und diese *nie* höher als $c/2$ ist. Mit anderen Worten, man sieht nie Körper, die sich mit mehr als der halben Lichtgeschwindigkeit fortbewegen zu scheinen.

Diese Geschichte hat eine weitere Wendung. Wir haben gerade gesehen, daß Überlichtgeschwindigkeit auf verschiedene Weisen beobachtet werden kann. Aber kann ein Körper, daß sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegt, überhaupt gesehen werden? Überraschenderweise gibt es dazu nur sehr seltsame Möglichkeiten. Zuerst kann so ein hypothetischer Körper, meist ein *Tachyon* genannt, währen seines Herannahens überhaupt nicht gesehen werden. Wenn er überhaupt gesehen werden kann, dann wenn er sich entfernt. Ein solches Tachyon zu sehen entspricht dem Hören eines Überschallflugzeugs. Erst nachdem das Tachyon vorbeigeflogen wäre, könnten wir es beobachten – vorausgesetzt es wäre überhaupt sichtbar. Wir würden zuerst einen Lichtblitz sehen, der dem Ultraschallknall entspricht. Dann würden wir *zwei* Bilder des des Tachyons sehen, die in entgegengesetzter Richtung auseinanderfliegen, wie man aus der [Abbildung 35](#) entnehmen kann. Wenn eines der beiden Bilder sich uns nähern würde, würde es dunk-

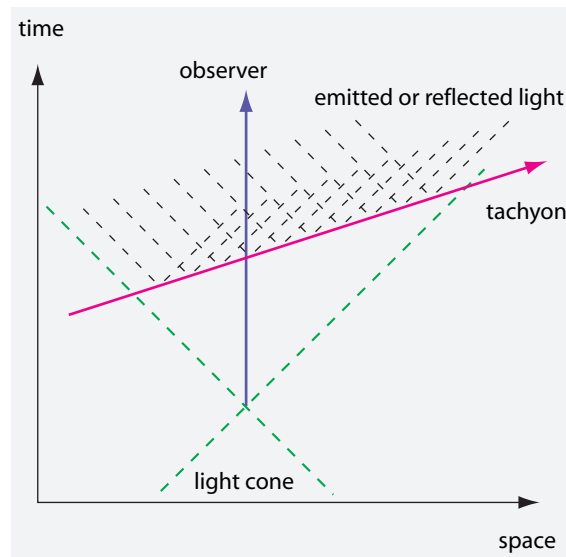


ABBILDUNG 35 Hypothetisches Raumzeitdiagramm für Tachyonenbeobachtung

ler und kleiner werden. Das ist eine unübliche Beobachtung. Weiter müssten wir, wenn wir ein fliegendes Tachyon nachts mit einer Taschenlampe beleuchten wollten, den Kopf entgegen der Hand mit der Lampe bewegen. Diese Notwendigkeit wird auch durch das Raumzeitdiagramm beschrieben; können Sie sehen warum? Niemand hat jemals solche Phänomene beobachtet.

Ref. 63
Seite 65

Wenn Tachyonen existieren würden, wären sie seltsame Objekte: sie würden beschleunigen wenn sie Energie verlieren, ein Tachyon ohne Energie wäre das allerschnellste, mit unendlich hoher Geschwindigkeit, und die Bewegungsrichtung eines Tachyons würde vom Beobachter abhängen. Keine Körper mit diesen Eigenschaften sind je beobachtet worden. Schlimmer, wie wir gerade gesehen habe, können Tachyonen aus dem Nichts entstehen, und so die Erhaltungssätze außer Kraft setzen. Und genauso wie Tachyonen nicht im üblichen Sinne gesehen werden können, können sie auch nicht berührt werden, weil beide Prozesse ja durch die elektromagnetischen Wechselwirkung entstehen, wie wir noch erkennen werden. Tachyonen können also nicht Körper im üblichen Sinn sein. In unserm Teilabenteuer zur Quantentheorie werden wir zeigen, daß die Quantentheorie sogar die Existenz von (reellen) Tachyonen *ausschließt*. Dafür *verlangt* die Quantentheorie die Existenz von ‘virtuellen’ Tachyonen, wie wir noch entdecken werden.

PARALLEL ZU PARALLEL IST NICHT PARALLEL – THOMAS ROTATION

Die Höchstgeschwindigkeit in der Natur hat viele seltsame Folgen. Jedes beliebige Paar von Beobachtern kann Stöcke zueinander parallel halten, auch wenn beide sich zueinander bewegen. Aber seltsamerweise ist das mit Ketten von drei oder mehr Stöcken nicht möglich. Wenn in einer solchen Kette die benachbarten Stöcke zueinander parallel sind, werden der erste und der letzte Stock es im Allgemeinen *nicht* sein. Insbesondere werden sie *nie* parallel sein, wenn alle Bewegungen in verschiedene Richtungen stattfinden, z.B. wenn alle Bewegungen einen Ring bilden.

Das einfachste Beispiel ist in **Abbildung 36** dargestellt. In der speziellen Relativitäts-

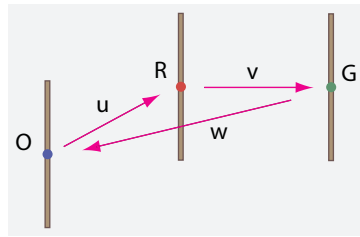


ABBILDUNG 36 Wenn der Stock in O parallel zu dem in R parallel ist, und dieser parallel zu dem in G, dann sind die Stöcke in O und G nicht parallel

Ref. 64

theorie ergibt eine allgemeine Hintereinanderschaltung von reinen Geschwindigkeitstransformationen keine reine Geschwindigkeitstransformation, sondern eine reine Geschwindigkeitstransformation plus eine Drehung. Als Ergebnis sind die ersten und letzten Stöcke in einer Serie von parallelen Stöcken nicht zueinander parallel.

Ein Beispiel für diesen Effekt tritt in Drehbewegungen auf. Wir stellen uns vor, daß wir uns mit relativistischer Geschwindigkeit im Kreis bewegen. Wir halten einen Stock dabei immer so, daß er parallel zur Stellung bleibt, in der er kurz davor war. Wenn wir eine Umdrehung ausgeführt haben, wird der Stock mit der Stellung am Anfang einen Winkel bilden. Genauso wird die *Achse* eines umlaufenden Körpers nach jeder Umdrehung in eine andere Richtung zeigen. Dieser Effekt wird nach Llewellyn Thomas, der ihn 1925 entdeckte, *Thomaspräzession* genannt. Zwanzig Jahre lang war der Effekt von dutzenden anderen Physikern übersehen worden. Die Thomaspräzession ist für die Umlaufbewegung von Elektronen mit Spin innerhalb von Atomen von Bedeutung. Alle diese Effekte sind rein relativistisch, und treten also *nur* auf, wenn die Geschwindigkeiten von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit sind.

EINE UNENDLICHE GESCHICHTE – RELATIVITÄT DER TEMPERATUR

Welche Temperatur misst ein Beobachter, der sich gegen ein Wärmebad bewegt? Die Literatur zum Thema ist verwirrend. Max Planck, Albert Einstein und Wolfgang Pauli stimmten in folgendem Ergebnis überein: die Temperatur T , die von einem mit Geschwindigkeit v bewegten Beobachter gemessen wird, und die Temperatur, die von einem ruhenden Beobachter gemessen wird, verhalten sich wie

$$T = T_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (25)$$

Ein bewegter Beobachter misst also immer eine kleinere Temperatur als ein ruhender.

In 1908, Max Planck benutzte 1908 diesen Ausdruck, zusammen mit der Transformation der Energie, um zu zeigen, daß die Entropie eine Lorentzinvariante ist. Als Entdecker der Boltzmannkonstanten k zeigte Planck in dieser Weise, daß k eine invariante Größe ist.

Ref. 65

Nicht alle Physiker sind aber mit der genannten Transformationsformel für die Temperatur einverstanden. (Alle stimmen aber bei der Invarianz von k überein.) Andere Physiker behaupten, daß die Werte T und T_0 in der Formel vertauscht werden müssten. Auch wurden andere Abhängigkeiten als die Wurzel vorgeschlagen. Der Grund für diese Gegensätze ist einfach: die Temperatur kann nur für Gleichgewichtssituationen definiert

werden, d.h. für Wärmebäder. Aber was für einen Beobachter ein Wärmebad ist, ist keines für einen anderen. Für niedrige Geschwindigkeiten sieht ein bewegter Beobachter *beinahe* ein Wärmebad; aber bei höheren Geschwindigkeiten wird die Sache trickreich. Die Temperatur wird von der Geschwindigkeit von Atomen oder Molekülen abgeleitet. Aber für einen bewegten Beobachter gibt es keine gute Art und Weise, die Temperatur zu bestimmen. Ein naiv bestimmter Temperaturwert wird sogar von dem Energiebereich abhängen, bei dem er gemessen wird! Kurz gesagt, das thermische Gleichgewicht ist kein beobachtungsinvarianter Begriff. Daher ist keine Transformationsformel für die Temperatur korrekt. (Unter gewissen Bedingungen ist aber die Plancksche Formel gültig.) Bis zum heutigen Tag hat es jedoch keine Beobachtungen gegeben, die die Formel testen. Ein solches Experiment bleibt eine Herausforderung für die Zukunft – aber nicht für die Relativitätstheorie.

RELATIVISTISCHE MECHANIK

Da die Lichtgeschwindigkeit eine Invariante und eine Grenzggeschwindigkeit ist, müssen wir die Definitionen der Masse, des Impulses und der Energie überdenken. Für müssen also die Mechanik neu aufbauen.

MASSE

Seite ?? In der galileischen Physik wird das Massenverhältnis mit Hilfe von Stößen definiert; es ist durch das negative inverse Verhältnis der Geschwindigkeitsänderungen gegeben:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} . \quad (26)$$

Andererseits zeigen Experimente, daß dieser Ausdruck für Geschwindigkeiten in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit nicht stimmt und geändert werden muß. Experimente sind dafür sogar nicht notwendig: reine Überlegung kann das auch zeigen. Können Sie das?

Herausforderung 71 na

Ref. 66 Es gibt nur eine Lösung dieses Problems. Experimente zeigen, daß die beiden Galileischen Erhaltungssätze für Impuls und Masse verändert werden müssen:

$$\sum_i \gamma_i m_i v_i = \text{const} \quad (27)$$

und

$$\sum_i \gamma_i m_i = \text{const} . \quad (28)$$

Diese Ausdrücke stellen die relativistische Erhaltung von Impuls und Energie dar. Sie bleiben über die gesamte Besteigung gültig.

Die Erhaltung von Impuls und Energie bedeutet unter anderem, daß die *Teleportation* in der Natur, im Gegensatz zum Film, *nicht* möglich ist. Können Sie das bestätigen?

Herausforderung 72 n

Um die galileische Physik zurückzuerhalten, müssen die relativistischen Korrekturfaktoren γ_i im täglichen Leben in etwa den Wert 1 haben; das ist bei kleinen Geschwin-

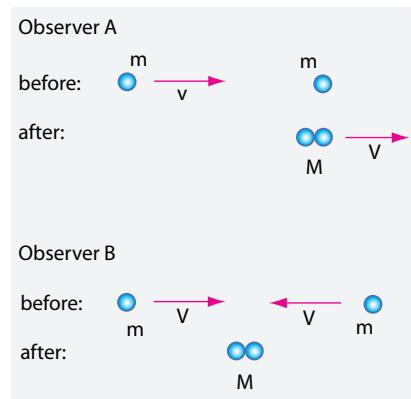


ABBILDUNG 37 Ein inelastischer Stoß zweier identischen Teilchen, beobachtet aus zwei verschiedenen Bezugssystemen

digkeiten auch der Fall. Wenn wir den Ausdruck für den relativistischen Korrekturfaktor nicht wüßten, könnten wir ihn von dem Stoßprozess ableiten, der in **Abbildung 37** gezeigt wird.

Im ersten Bezugssystem (A) haben wir $\gamma_v m v = \gamma_V M V$ und $\gamma_v m + m = \gamma_V M$. Aus den Beobachtungen im zweiten Bezugssystem (B) erhalten wir, daß die Komposition von V mit V die Größe v ergibt, so daß gilt

Herausforderung 73 f

$$v = \frac{2V}{1 + V^2/c^2}. \quad (29)$$

Wenn alle diese Ausdrücke kombiniert werden, ergibt sich, daß der relativistische Korrekturfaktor γ folgendermaßen vom Betrag der Geschwindigkeit v abhängt:

$$\gamma_v = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (30)$$

Mit diesem Ausdruck ergibt sich das *Massenverhältnis* zwischen den Stoßpartnern zu

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\Delta(\gamma_2 v_2)}{\Delta(\gamma_1 v_1)}. \quad (31)$$

Das ist die allgemein gültige Definition der Masse. (Im Kapitel zur galileischen Mechanik hatten wir auch eine Massendefinition mithilfe von Beschleunigungen angegeben. Wir überspringen das Thema hier, weil dabei im relativistischen Fall zuviele Details zu beachten sind, wie wir weiter unten sehen werden.) Die Korrekturfaktoren γ_i stellen sicher, daß die so definierte Masse dieselbe ist wie in der galileischen Physik, und auch für alle Stöße denselben Wert ergibt.* Auf diese Weise bleibt die Masse die Größe, die festlegt, wie schwierig es ist, einen Körper zu beschleunigen. Die Masse bleibt auch weiterhin eine Größe, die für Systeme von Körpern nutzbar ist.

Herausforderung 74 f

* Die Ergebnisse weiter unten zeigen auch, daß $\gamma = 1 + T/mc^2$ gilt, wobei T die kinetische Energie eines Teilchen ist.

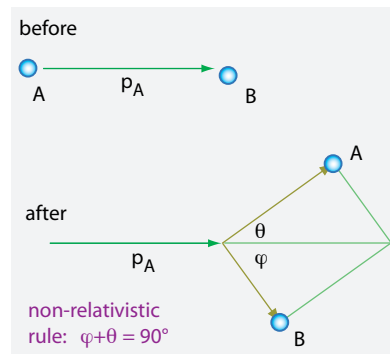


ABBILDUNG 38 Eine nützliche Eigenschaft, die beim nicht-relativistischen Billiardspiel hilft

Wie in der galileischen Physik nennen wir die Größe

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad (32)$$

den (linearen) relativistischen (drei-) Impuls eines Teilchens. Der Gesamtimpuls ist eine Erhaltungsgröße für jedes abgeschlossene System, und diese Erhaltung ist eine direkte Folge aus der Definition des Impulses.

Für niedrige Geschwindigkeiten, oder $\gamma \approx 1$, stimmt der relativistische Impuls mit dem galileischen überein, und ist dann proportional zur Geschwindigkeit. Aber für hohe Geschwindigkeiten steigt der Impuls stärker als die Geschwindigkeit, und wird unendlich hoch, wenn die Geschwindigkeit sich der Lichtgeschwindigkeit nähert. Das Ergebnis wird durch die Experimente bestätigt, wie in [Abbildung 16](#) gezeigt.

Seite 32

WARUM RELATIVISTISCHES BILLIARDSPIEL SO SCHWIERIG IST

Eine bekannte Eigenschaft von Stößen ist von Bedeutung, wenn man, wie beim Billiard, Pool oder Snooker, Stöße einer bewegten Kugel mit einer ruhenden Kugel *derselben Masse* durchführt. Nach einem solchen Stoß entfernen sich beide Kugeln *im rechten Winkel* voneinander, wie in [Abbildung 38](#) gezeigt.

Experimente zeigen aber, daß diese Regel für relativistische Stoßgeschwindigkeiten *nicht* gilt. Mit Hilfe der Impulserhaltung und ein bißchen Spaß an Formeln kann man nämlich berechnen, daß

Herausforderung 75 f

$$\tan \theta \tan \varphi = \frac{2}{\gamma + 1}, \quad (33)$$

wobei die Winkel in [Abbildung 40](#) definiert sind. Das bedeutet, daß im relativistischen Fall die Summe $\varphi + \theta$ *kleiner* als ein rechter Winkel ist. Das weiß auch jeder Physiker, der mit einem Teilchenbeschleuniger arbeitet: für Elektronen und Protonen können diese Winkel leicht aus Nebelkammeraufnahmen entnommen werden. Alle solche Aufnahmen bestätigen die Ausdruck. Auch die Geometrie von Teilchendetektoren wird durch den Ausdruck (33) festgelegt, wie in [Abbildung 40](#) skizziert. Wenn der Ausdruck falsch wäre, würde die meisten dieser Detektoren nicht funktionieren, weil sie dann die meisten Teilchen nicht einfangen würden. Wenn die spezielle Relativitätstheorie falsch wäre, müßten Detektoren viel größer sein. Diese Experimente beweisen auch das Additions-

Ref. 26

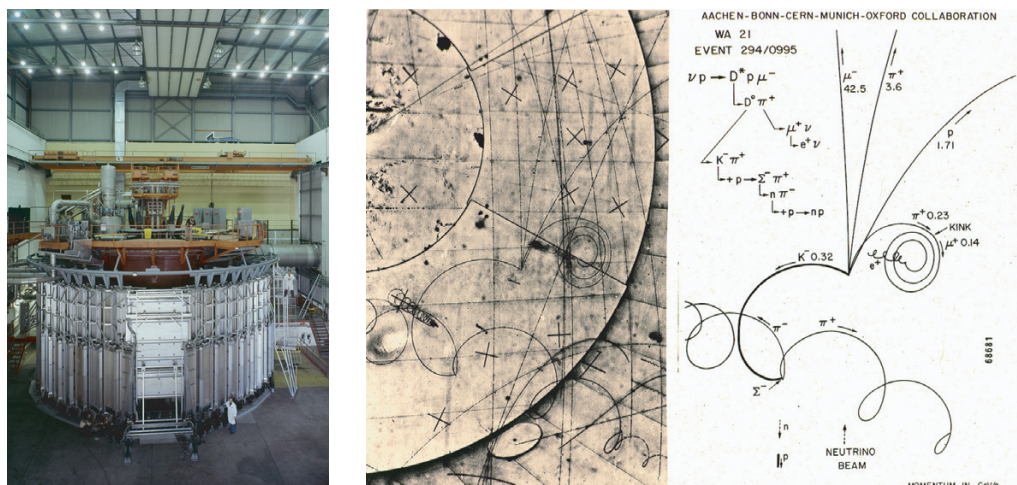


ABBILDUNG 39 Die 'Große Europäische Blasenkammer' und ein Beispiel der aufgenommenen Teilchenspuren, mit den aus dem Bild abgeleiteten Impulswerten (© CERN)

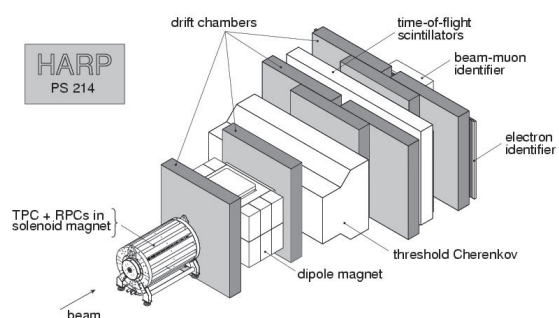
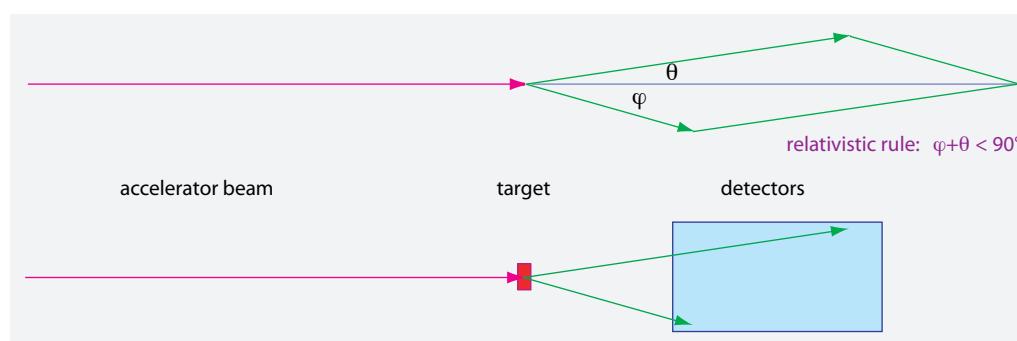


ABBILDUNG 40 Die Maße von Teilchendetektoren bei Beschleunigern mit einem einzigen Strahl basieren auf der relativistischen Billiardregel – wie z.B. das HARP-Experiment im CERN (© CERN)

MASSE UND ENERGIE SIND WESENSGLEICH

Herausforderung 77 n

Wir kehren kurz zum linearen, inelastischen Stoß aus [Abbildung 37](#) zurück. Was ist die Masse M des Endsystems? Eine kurze Rechnung zeigt:

$$M/m = \sqrt{2(1 + \gamma_v)} > 2. \quad (34)$$

Mit anderen Worten, die Masse des Endsystems ist *höher* als die Summe $2m$ der beiden ursprünglichen Massen. Im Gegensatz zur galileischen Mechanik ist die Summe der Massen *keine* Erhaltungsgröße. Nur die Summe $\sum_i \gamma_i m_i$ der *korrigierten* Massen ist erhalten.

Die Relativitätstheorie erklärt das auf einfache Weise. Alles wird stimmig, wenn die *Energie* E eines Körpers mit Masse m und Geschwindigkeit v durch

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (35)$$

festgelegt wird, sowohl für das Gesamtsystem als auch für dessen Teile. Die Erhaltung der korrigierten Masse kann also einfach als die Erhaltung der Energie gelesen werden, einfach ohne den Faktor c^2 . Im Beispiel der beiden Massen, die aneinander haften, sind die beiden Teile jeweils durch Masse und Energie gekennzeichnet, und das Gesamtsystem hat eine Energie, die der Summe der Teile entspricht. (Wir erinnern uns daran, daß die unkorrigierten Massen sich nicht addieren.) Unter anderem bedeutet das, daß die Energie E_0 eines Körpers *in Ruhe* und seine Masse m über

$$E_0 = mc^2, \quad (36)$$

zusammenhängen. Der Ausdruck $E = \gamma mc^2$ ist vielleicht die schönste und berühmteste Entdeckung der modernen Physik. Mit anderen Worten, das bestehen einer höchsten Geschwindigkeit bedeutet, daß Masse und Energie äquivalent sind: sie sind *wesensgleich*.

Weil Masse und Energie wesensgleich sind, haben Masse und Energie dieselben Eigenschaften. Zum Beispiel besitzt Energie Trägheit und Schwere. So ist eine volle Batterie schwerer als eine leere, und ebenso ist ein warmes Glas Wasser schwerer als ein kaltes. Radiowellen und Licht haben Gewicht. Umgekehrt hat Masse die Eigenschaften von Energie. So kann man zum Beispiel mit Masse Motoren antreiben. Das ist aber keine Neuigkeit: das passiert in jedem Motor! Muskeln, Automotoren und reaktorgetriebene Schiffe funktionieren, indem sie ein bißchen ihrer Masse verlieren und die so freigesetzte Energie zur Überwindung von Reibung und somit zur Bewegung der Person, des Wagens oder des Schiffes verwenden.

Weil c^2 so groß ist, können wir auch sagen: *Masse ist konzentrierte Energie*. Wenn ein System an Energie zunimmt, erhöht sich seine Masse ein bißchen; wenn seine Energie abnimmt, nimmt seine Masse ein bißchen ab. Wenn eine Bombe in einer geschlossenen Kammer explodiert, sind die Masse, das Gewicht und der Impuls der Kammer vor und nach der Explosion gleich, aber die Summe der Massen der Bruchstücke wird etwas kleiner sein. Alle Bomben – nicht nur Kernwaffen – beziehen ihre Zerstörungskraft aus

einer Verringerung ihrer Masse. In der Tat bezieht jede Aktivität eines Systems – eine Liebkosung, ein Lächeln oder ein Blick – seine Energie aus einer Verringerung seiner Masse.

Die *kinetische Energie* T ist daher die Differenz zwischen der Gesamtenergie und der Ruheenergie. Das ergibt

$$T = \gamma mc^2 - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}m \frac{v^4}{c^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}m \frac{v^6}{c^4} + \dots \quad (37)$$

Herausforderung 78 f (mit dem Binomialsatz). Dieser Ausdruck vereinfacht sich zum galileischen Wert $T_{\text{Galilei}} = \frac{1}{2}mv^2$ für kleine, alltägliche Geschwindigkeiten.

Die Äquivalenz von Masse und Energie $E = \gamma mc^2$ bedeutet, daß *jede* Entnahme von Energie zu einer Massenabnahme führt. Wenn jemand Klavier spielt, nachdenkt oder rennt, nimmt seine Masse ab. Wenn ein Teetasse abkühlt oder ein Stern scheint, nimmt seine Masse ab. Wenn jemand elektrische Leistung abzapft, nimmt er Masse mit: Stromdiebstahl ist daher auch Massendiebstahl. Die Wesensgleichheit von Masse und Energie ist allgegenwärtig.

Es gibt nur eine bekannte Art und Weise, die *gesamte* Masse eines Körpers in kinetische, in diesem Fall elektromagnetische Energie umzusetzen: wir zerstrahlen ihn mit einem gleichen Körper aus Antimaterie. Glücklicherweise gibt es fast keine Antimaterie im Weltall, so daß der Vorgang im täglichen Leben keine Rolle spielt. Glücklicherweise, denn der Energieinhalt eines Staubkorns allein ist beträchtlich.

Die Wesensgleichheit von Masse und Energie $E = \gamma mc^2$ bedeutet auch das Ende für viele Science Fiction Phantasien. Die Wesensgleichheit bedeutet, daß es keine unerkannte Energiequellen geben kann; wenn es solche gäbe, könnten sie durch ihre Masse aufgespürt werden. Viele Experimente haben nach solchen Effekten gesucht, und tun es noch heute, aber alle mit negativem Ergebnis. Es gibt keine frei zugängliche Energie in der Natur.*

WIE MAN LICHT WIEGT

Herausforderung 80 f Die Wesensgleichheit von Masse und Energie $E = \gamma mc^2$ bedeutet auch, daß man neunzigtausend Millionen kJ (oder einundzwanzigtausend Millionen kcal) benötigt, um sein Gewicht um ein Gramm zu erhöhen. Natürlich haben Diätexperten eine andere Meinung zum Thema. Wie schon gesagt, beziehen Menschen ihre Energie aus dem Material, das sie essen, trinken und einatmen, indem sie dessen kombinierte Masse verringern, bevor sie es wieder ausstoßen. Dieser chemische Massendefekt kann noch nicht durch Wiegen gemessen werden: die Massenunterschiede sind wegen des Faktors c^2 zu klein. In der Tat sind für typische chemische Reaktionen die Bindungsenergien etwa 1 aJ (6 eV) pro Bindung; dies führt zu Massenunterschieden in der Größenordnung von einem Teil in 10^{10} . Das ist zu wenig, um sie mittels Wiegen von Menschen oder durch Gewichtsunterschiede zwischen Nahrung und Ausscheidungen messen zu können. Daher kann

* Zwei sehr verdünnte und noch nicht ganz verstandene Energieformen, die *dunkle Materie* und die dunkle Energie, sind im Weltraum mit einer Dichte von etwa 1 nJ/m^3 verteilt. Ihre Existenz wurde aus sehr empfindlichen Experimenten durch das Aufspüren ihre Masse abgeleitet, aber ihr genauer Ursprung ist noch nicht geklärt.

in chemischen Reaktionen chemische Reaktionen die Masse als konstant angenommen werden, wie wir es in der Galileischen Physik tun.

Ref. 67 Die Wesensgleichheit von Masse und Energie $E = \gamma mc^2$ ist in allen bisherigen Experimenten bestätigt worden. Die Messung ist für den nuklearen Massendefekt am einfachsten. Das bisher genaueste Experiment, verglichen im Jahr 2005 einerseits die Massen von Kernen vor und nach dem Einfang von Neutronen, und andererseits die dabei emittierte Gammastrahlungsenergie. Die Äquivalenz von Masse und Energie konnte auf 6 Stellen genau bestätigt werden.

Ref. 68 Moderne Methoden der Massenbestimmung für einzelne Moleküle haben es sogar ermöglicht, den chemischen Massendefekt zu bestimmen: es ist heute möglich, die Masse eines einzigen Moleküls mit der Masse aller Atome zu vergleichen, aus denen es besteht. Die Forschungsgruppe um David Pritchard hat sogenannte *Penningfallen* entwickelt, die die Bestimmung von Massen durch die Messung einer Frequenz ermöglichen. Die dabei erzielbare Präzision ist ausreichend, um $\Delta E_0 = \Delta mc^2$ für chemische Bindungen zu bestätigen. In Zukunft wird auf diese Weise auch die genaue Messung von Bindungsenergien möglich werden. Weil Bindungsenergie oft als Licht abgestrahlt wird, kann man sagen, daß diese Methoden es ermöglichen, Licht zu wiegen.

Einstein leitete die Wesensgleichheit von Masse und Energie ab, als er über das Gewicht des Lichtes nachdachte. Wenn ein Körper mit Masse m zwei gleiche, aber entgegengesetzte Lichtstrahlen mit Gesamtenergie E abstrahlt, nimmt seine Energie um diesen Betrag ab. Wir untersuchen nun, was mit seiner Masse passiert. Weil beide Lichtstrahlen denselben Impuls und dieselbe Energie haben, bleibt der Körper in Ruhe, und wir können über seine Masse nichts sagen. Wir können aber etwas sagen, wenn wir uns mit der Geschwindigkeit v entlang der Lichtstrahlen bewegen. Wir wissen, daß aufgrund des Dopplereffekts, ein Strahl rotverschoben und der andere blauverschoben ist, jeweils mit den Faktoren $1 + v/c$ und $1 - v/c$. Der blauverschobene Strahl erhält daher einen Zusatzimpuls $vE/2c^2$, während der Impuls des rotverschobenen Strahls um denselben Wert abnimmt. In der Natur ist der Gesamtimpuls erhalten. Nach der Abstrahlung des Lichtes ist der Impuls des Körpers daher $p = mv - vE/c^2 = v(m - E/c^2)$. Wir schließen also, daß ein Körper, der eine Energie E abstrahlt, seine Masse um E/c^2 verringert. Das ist die Äquivalenz von Masse und Energie.

Mit anderen Worten, wir schließen daß die maximale Energie die aus einer Masse m entnommen werden kann, die sogenannte *Ruheenergie* E_0 , den Wert

$$E_0 = mc^2 \quad (38)$$

hat. Wir haben weiter oben gesehen, daß der Dopplereffekt eine Folgerung der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit ist. Wenn die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit mit der Erhaltung von Energie und Impuls kombiniert wird, ergibt sich die Äquivalenz von Masse und Energie.

Welche Beziehung besteht zwischen Impuls und Energie? Die Definitionen von Impuls (32) und Energie (35) führen zu zwei wichtigen Beziehungen. Erstens sind ihre Beträge für *alle* physikalischen Systeme durch

$$m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 \quad (39)$$

Herausforderung 81 f

Herausforderung 82 f

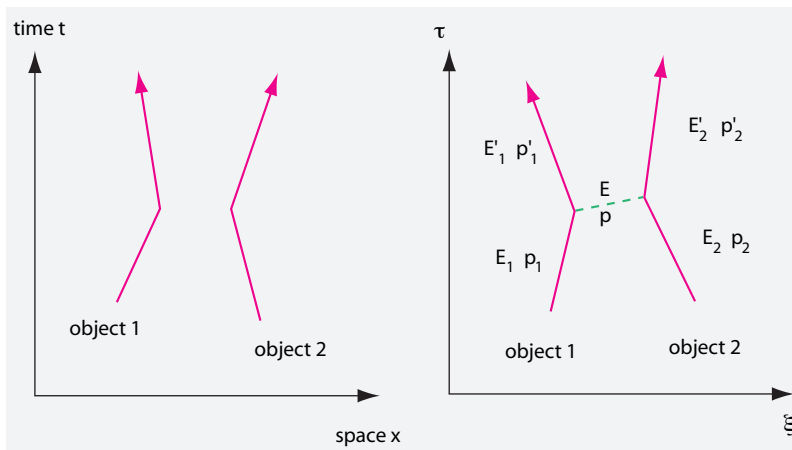


ABBILDUNG 41
Raumzeitdiagramme für denselben Stoß, aus Sicht zweier verschiedener Beobachter

verbunden, egal ob es sich um Körper oder um Strahlung handelt. Zweitens ist der Impulsvektor durch

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2} \mathbf{v}, \quad (40)$$

gegeben, ein Ausdruck, der wiederum für *jede* Art von bewegter Energie, ob Körper oder Strahlung, gültig ist.* Wir werden beide Beziehungen regelmäßig verwenden, so auch in der folgenden Diskussion.

Herausforderung 83 f

STÖSSE, VIRTUELLE TEILCHEN UND TACHYONEN

Wie wir gerade gesehen haben, sind die Erhaltung der Energie und des Impulses in relativistischen Stößen eine Folge der Definition der Masse. Wir schauen uns nun Stöße genauer an. Ein *Stoß* ist ein Vorgang, d.h. eine Serie von Ereignissen, für den

- der Gesamtimpuls vor und nach der Wechselwirkung gleich bleibt;
- der Impuls in einer kleinen Bereich ausgetauscht wird;
- im Fall von kleinen Geschwindigkeiten, die galileische Beschreibung zutrifft.

Im täglichen Leben ist ein *Aufprall* das Ereignis bei denen beide Körper ihren Impuls ändern. Die zwei Körper befinden sich dabei jedoch an verschiedenen Orten. Ein Stoß wird daher durch ein Raumzeitdiagramm wie auf der linken Seite von [Abbildung 41](#) beschrieben; es erinnert etwas an das Sternbild Orion. Es ist einfach zu bestätigen, daß der Vorgang, der durch dieses Diagramm beschrieben wird, ein Stoß nach obiger Definition ist.

Ref. 69

Herausforderung 84 f

Die rechte Seite der [Abbildung 41](#) zeigt den gleichen Vorgang für einen zweiten, griechischen Beobachter. Der griechische Beobachter bemerkt, daß der erste Körper seinen Impuls *vor* dem zweiten geändert hat. Das würde bedeuten, daß für eine kurze Zeit Energie und Impuls *nicht* erhalten sind!

Die einzige Weise, die Situation zu retten ist anzunehmen, daß es einen dritten Körper gibt, durch die gestrichelte Linie angedeutet, der zwischen den beiden ausgetauscht

* Mit 4-Vektoren können wir $\mathbf{v}/c = \mathbf{p}/P_0$ schreiben, wobei $P_0 = E/c$.

Herausforderung 85 f

wird. Schauen wir uns die Eigenschaften dieses dritten Körpers an. Wir nummerieren die Massen, Energien und Impulsen der beiden Körper durch, und bezeichnen sie nach dem Stoß mit einem Apostroph. Für die unbekannte Masse m gilt dann

$$m^2 c^4 = (E_1 - E'_1)^2 - (p_1 - p'_1)^2 c^2 = 2m_1^2 c^4 - 2E_1 E'_1 \left(\frac{1 - v_1 v'_1}{c^2} \right) < 0. \quad (41)$$

Seite ??, Seite ??

Das ist ein seltsames Ergebnis, weil es bedeutet, das die unbekannte Masse eine *imaginäre* Zahl ist!* Wir sehen auch, daß der ausgetauschte Körper sich schneller als das Licht bewegt. Es ist ein *Tachyon*, vom Griechischen ταχύς 'schnell'. Wir schließen also, daß Stöße Bewegungen von Körpern enthalten, die schneller als das Licht stattfinden. Weil diese Körper nur während Stößen, aber nie alleine auftreten, werden sie *virtuelle* Körper genannt, um sie von den üblichen, *reellen* Körpern zu unterscheiden, die wir jeden Tag beobachten.** Wir werden die Eigenschaften virtueller Körperpäter untersuchen, wenn wir die Quantentheorie kennenlernen.

Herausforderung 86 na

In der Natur sind Tachyonen immer virtuelle Körper. Reelle Körper sind immer *Bradyonen* – vom Griechischen βραδύς 'langsam' – d.h., sie bewegen sich langsamer als das Licht. Wir bemerken auch daß Tachyonen es nicht erlauben, Energie schneller als das Licht zu bewegen. Sie verletzen auch nicht die Kausalität – wenn sie mit derselbe Wahrscheinlichkeit emittiert und absorbiert werden. Können Sie das bestätigen?

Seite ??

Wenn wir die Quantentheorie untersuchen werden, werden wir auch entdecken, daß bei einem allgemeinen Aufprall nicht nur *ein* virtuelles Teilchen ausgetauscht wird, sondern ein ganzer *Strom* davon. Bei einem Stoß von alltäglichen Objekten ist die Wechselwirkung elektromagnetisch; in diesem Fall sind die ausgetauschten Teilchen virtuelle Photonen. Mit anderen Worten: wenn eine Hand eine andere berührt, wenn sie einen Stein schiebt, oder wenn ein Berg die Bäume auf ihm trägt, werden jedesmal Ströme von virtuellen Photonen ausgetauscht.

Herausforderung 87 n

Seite ??

Stöße beinhalten noch ein weiteres Geheimnis. Im rechten Diagramm in **Abbildung 41** wird das Tachyon durch den ersten Körper emittiert und durch den zweiten absorbiert. Es ist aber einfach, einen weiteren Beobachter zu finden, für den genau das umgekehrte passiert. Kurz gesagt: die Bewegungsrichtung eines Tachyons hängt vom Beobachter ab! Das ist der erste Hinweis auf die Existenz von *Antimaterie*. In Raumzeitdiagrammen bewegen sich Materie und Antimaterie in entgegengesetzten Richtungen. Auch die Beziehung zwischen Relativität und Antimaterie wird in der Quantentheorie klar werden.

* Es ist üblich, durch Umdefinition von m die Beziehung zwischen Masse und Energie zu $E = \pm mc^2 / \sqrt{v^2/c^2 - 1}$ und die zwischen Masse und Impuls zu $p = \pm mv / \sqrt{v^2/c^2 - 1}$ abzuändern. Nach dieser Umdefinition haben Tachyonen wieder eine *reelle* Masse. Die Energie-Impulsbeziehung zeigt, daß Tachyonen Energie verlieren, wenn sie an Geschwindigkeit zunehmen. (Ein einziges Tachyon in einer Schachtel könnte die Menschheit mit Energie versorgen.) Beide Vorzeichen für Energie und Impuls müssen beibehalten werden, weil sonst die Äquivalenz aller inertiellen Beobachter nicht gewährleistet würde. Tachyonen haben also keine kleinste Energie und keinen kleinsten Impuls.

** Genauer gesagt befolgt ein virtueller Körper nicht die Beziehung $m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$, die für reelle Körper gilt.

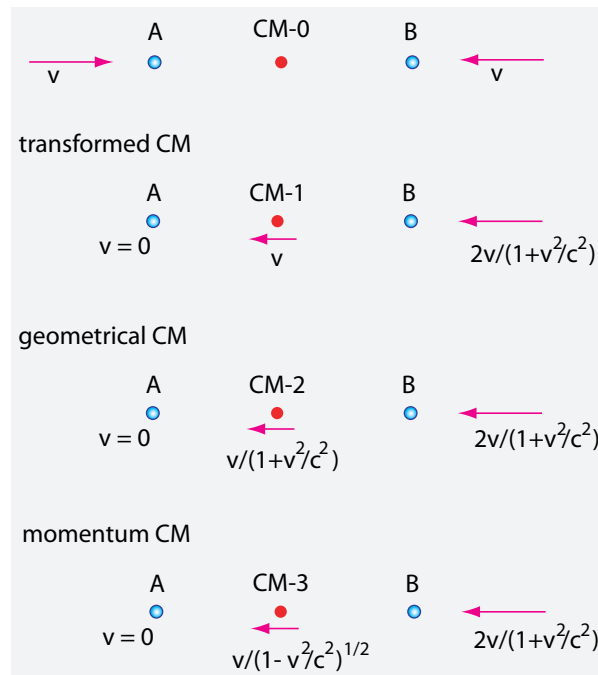


ABBILDUNG 42 Es gibt keine konsistente Definition für einen relativistischen Massenmittelpunkt

TEILCHENSYSTEME – KEINE MASSENMITTELPUNKTE

Die Relativitätstheorie zwingt uns auch, den liebgewonnen Begriff des *Massenmittelpunktes* aufzugeben. Wir können das schon beim einfachstmöglichen physikalischen System sehen: dem Stoß zweier gleicher Körper.

Ref. 70

Abbildung 42 zeigt, daß es für einen Beobachter, für den ein Teilchen ruht, mindestens drei verschiedene Arten gibt, einen Massenmittelpunkt zu definieren. Mit anderen Worten, der Massenmittelpunkt ist nicht beobachterunabhängig. Wir können aber aus der Abbildung entnehmen, daß der Begriff nur Sinn macht, wenn die Relativgeschwindigkeit *klein* ist, z.B. für ein Atom. Für allgemeine Systeme ist keine eindeutige Definition des Massenmittelpunktes möglich. Wird und das behindern? Nein. Wir interessieren uns mehr für die Bewegung einzelner Teilchen als für die Bewegung von zusammengesetzten Körpern oder Systemen.

WARUM IST BEWEGUNG MEISTENS SO LANGSAM?

Im täglichen Leben die die relativistischen Faktoren γ sehr nahe 1; Werte die stark von 1 abweichen, also Geschwindigkeiten von ein paar Prozent der Lichtgeschwindigkeit oder mehr, kommen fast nicht vor. Die meisten solcher Fälle sind mikroskopisch. Wir haben schon die Elektronen in einer Fernsehröhre oder in einem Beschleuniger genannt. Die Teilchen in der kosmischen Strahlung sind ein weiteres Beispiel; diese Teilchen sind wichtig, weil ihre hohe Energie viele der Mutationen erzeugt hat, die für die Evolution der Tiere und Pflanzen auf unserem Planeten wesentlich waren.

Aber warum beobachten wir keine *makroskopische* relativistische Körper? Weil es das Weltall schon lange gibt. Körper, die mit relativistischer Geschwindigkeit aufeinandersto-

ßen, erzeugen Vorgänge, die wir im täglichen Leben nicht beobachten: bei ihrem Stoß wird ein Teil ihrer kinetischen Energie über $E = \gamma mc^2$ in zusätzliche Materie verwandelt. In der Geschichte des Weltalls ist das schon so oft passiert, daß praktisch alle makroskopische Körper sich inzwischen nur mit kleinen Geschwindigkeiten relativ zu ihrer Umgebung bewegen. Praktisch alle Körper mit hoher Geschwindigkeit sind mikroskopische Teilchen.

Herausforderung 88 n

Ein zweiter Grund für das Verschwinden von hohen Geschwindigkeiten ist die Strahlungsdämpfung. Können Sie sich vorstellen, was mit relativistischen Ladungen bei Stößen passiert, oder in einem Bad aus Licht? Die Strahlungsdämpfung bremst auch mikroskopische Teilchen ab.

Seite ??

Zusammenfassend: fast die gesamte Materie im All bewegt sich mit kleiner Geschwindigkeit relativ zu anderer Materie. Die wenigen bekannten Gegenbeispiele stammen entweder, wie die Quasarenjets, aus der Frühzeit des Weltalls, oder werden nach kurzer Zeit abgebremst. So erzeugen z.B. Supernovaexplosionen relativistische Geschwindigkeiten, aber diese bremsen nach einigen Wochen ab. Kurz gesagt: das Weltall ist voller niedrigen Geschwindigkeiten, weil es *alt* ist. Wir werden sein genaues Alter in Kürze bestimmen.

DIE GESCHICHTE DER ÄQUIVALENZ VON MASSE UND ENERGIE

Albert Einstein brauchte mehrere Monate, nach seiner ersten Arbeit zur Relativitätstheorie, um den Ausdruck

$$E = \gamma mc^2 \quad (42)$$

Ref. 14

abzuleiten. Er wird oft die berühmteste Formel der Physik genannt. Einstein veröffentlichte sie in einer zweiten Arbeit, Ende 1905. Die Formel hätte aber schon aus den Gesetzen der Elektrodynamik dreißig Jahre vorher entdeckt werden können.

In der Tat haben mehrere Personen ähnliche Ausdrücke vor Einstein veröffentlicht. In den Jahren 1903 und 1904, also *vor* Einstein's erster Arbeit, hat Olinto De Pretto, ein unbekannter italienischer Ingenieur, den Ausdruck $E = mc^2$ abgeleitet, diskutiert und veröffentlicht. Es könnte sogar sein, daß Einstein die Idee für die Formel von De Pretto bekommen hat,* möglicherweise über seinen Freund Michele Besso oder über italienische Freunde die er traf, als er seine Eltern besuchte, die damals in Italien lebten. Natürlich wird Einsteins Werk dadurch nicht geschmälert.

Ref. 72

Eine ähnliche Formel war schon 1904 von Friedrich Hasenöhl abgeleitet worden, und nochmals 1905, vor Einstein, in den *Annalen der Physik* veröffentlicht worden, jedoch mit einem falschen Zahlenfaktor. Die Formel $E = mc^2$ ist auch Teil verschiedener Ausdrücke in zwei Arbeiten aus 1900 von Henri Poincaré. Auch Paul Langevin kannte die Formel, und Einstein sagte von ihm, daß er sicher die spezielle Relativitätstheorie entdeckt hätte, wäre er ihm nicht zuvorgekommen. Der wahre Held in dieser Geschichte könnte aber Tolver Preston sein, der die Äquivalenz von Masse und Energie schon 1875 in seinem Buch *Physics of the Ether* diskutierte. Äquivalenz von Masse und Energie lag also in der Luft, und sie wartete sozusagen darauf, in den richtigen Kontext eingebaut zu werden.

Ref. 71

* Umberto Bartocci, Mathematikprofessor und der Universität Perugia in Italien, hat diese erstaunliche Geschichte in mehreren Arbeiten und in einem Buch erzählt.

Seite ?? Im Jahr 1970 gab es einen ähnlichen Vorfall: eine einfache Beziehung zwischen der Beschleunigung und der Temperatur des Vakuums wurde entdeckt, die schon 50 Jahre darauf wartete, gefunden zu werden. Auch damals war eine Zahl von ähnlichen Ergebnissen schon vorher veröffentlicht worden. Könnten andere, ähnlich einfache Beziehungen in der Physik noch auf ihre Entdeckung warten?

Herausforderung 89 n

VIERERVEKTOREN

Wie können wir Bewegung für alle Beobachter gleichermaßen beschreiben? Wir führen Vierervektoren ein. Wir wissen bereits, daß wir die Bewegung eines Teilchens als eine Folge von Ereignissen beschreiben können. *Ereignisse* sind Punkte in der Raumzeit. Um Ereignisse präzise zu beschreiben, führen wir Ereigniskordinaten oder *Viererkoordinaten* ein. Wir schreiben sie

$$X = (ct, \mathbf{x}) = (ct, x, y, z) = X^i. \quad (43)$$

In dieser Weise ist ein Ereignis ein Punkt in der vierdimensionalen Raumzeit, und wird mit vier Koordinaten beschrieben. Die vier Koordinaten sind die *nullte*, nämlich die Zeit $X^0 = ct$, die *erste*, üblicherweise $X^1 = x$ genannt, die *zweite*, $X^2 = y$, und die *dritte*, $X^3 = z$. Der Vektor X ist das einfachste Beispiel eines *Vierervektors*. Die alten Vektoren $\mathbf{x}$ der galileischen Physik werden auch *Dreiervektoren* genannt. Wir sehen, daß die Zeit wie die nullte von vier Dimensionen behandelt wird.

Wir können nun den *Raumzeitabstand* oder das *Raumzeitintervall* zwischen zwei Ereignissen als die Länge des Differenzvektors definieren. Noch öfter werden wir das Quadrat des Raumzeitintervalls verwenden, um einfach die Wurzel zu vermeiden. In der Relativitätstheorie ist das Raumzeitintervall

$$XX = X_0^2 - X_1^2 - X_2^2 - X_3^2 = ct^2 - x^2 - y^2 - z^2 = X_a X^a = \eta_{ab} X^a X^b = \eta^{ab} X_a X_b. \quad (44)$$

Seite 36 Der Raumzeitquadrat ist also das Zeitquadrat *minus* das Längenquadrat. Wir haben oben gesehen, daß dieses Minuszeichen aus der Invarianz der Lichtgeschwindigkeit folgt. Im Gegensatz zum einem Längenquadrat kann das Raumzeitquadrat positiv, negativ oder null sein.

Wie können wir uns das Raumzeitintervall anschaulich vorstellen? Das Raumzeitquadrat ist das Quadrat von c mal der Eigenzeit. Die *Eigenzeit* ist diejenige Zeit, die von einer Uhr angezeigt wird, die mit konstanter Geschwindigkeit und entlang einer geraden Strecke von einem Punkt zu einem zweiten gebracht wird. Wenn z.B. die Start- und Zielereignisse eine Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit erfordern, verschwinden die Eigenzeit und das Raumzeitintervall. Diese Situation definiert die sogenannten *Nullvektoren* oder *lichtartigen* Raumzeitintervalle. Die Menge der Endpunkte von Nullvektoren wird der Lichtkegel genannt; er ist in [Abbildung 43](#) dargestellt. Wenn die Start- und Zielereignisse eine Bewegung langsamer als die Lichtgeschwindigkeit erfordern, nennt man das Raumzeitintervall *zeitartig*; im anderen Fall *raumartig*. Wir stellen fest, daß die der Lichtkegel, sein Inneres und sein Äußeres für alle Beobachter gleich sind. Wir werden diese Begriffe daher häufig benutzen.

Herausforderung 90 f

In der Definition des Raumzeitabstands haben wir zum ersten mal zwei nützliche

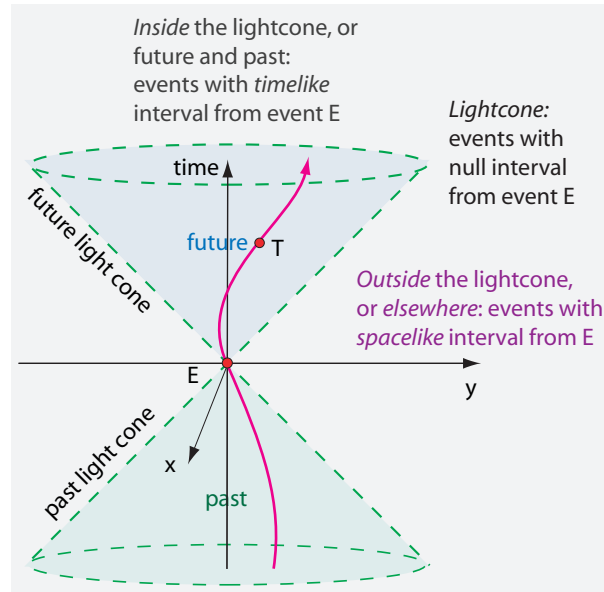


ABBILDUNG 43 Das Raumzeitdiagramm eines bewegten Körpers T, wobei eine Raumdimension weggelassen wurde

Schreibweisen eingeführt. Erstens summieren wir automatisch über wiederholte Indices. Der Ausdruck $X_a X^a$ bedeutet die Summe aller Produkte $X_a X^a$ für alle Indices a . Zweitens unterscheiden wir für jeden Vierervektor X zwei Schreibweisen: solche mit unteren Indices und solche mit oberen Indices. (Für Dreiervektoren benutzen wir ausschließlich untere Indizes.) Diese Schreibweisen hängen auf folgende Art zusammen:

$$\begin{aligned} X^b &= (ct, x, y, z) \\ X_a &= (ct, -x, -y, -z) = \eta_{ab} X^b, \end{aligned} \quad (45)$$

wo wir die sogenannte *Metrik* η^{ab} eingeführt haben; sie ist eine Abkürzung für die Matrix*

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (46)$$

Aber keine Panik: das ist alles, und es wird nicht schwieriger werden. (Eine Verallgemeinerung dieser Matrix wird in der allgemeinen Relativitätstheorie verwendet.) Wie kehren nun zur Physik zurück, denn wir sind jetzt in der Lage, Bewegung in der Raumzeit genau zu beschreiben.

* Diese Vorzeichenwahl wird von etwa 70% der Physikbücher verwendet. Etwa 30 % aller Physikbücher definieren die Metrik mit entgegengesetzten Vorzeichen.

VIERERGESCHWINDIGKEIT

Wir definieren jetzt die Geschwindigkeit eines Körpers so, daß alle Beobachter damit arbeiten können. Wir können die Geschwindigkeit nicht als die Ableitung der Koordinaten nach der Zeit definieren, weil die Zeit und die Reihenfolge von Ereignissen vom Beobachter abhängt. Die Lösung ist die Definition mittels der *Eigenzeit* τ , die als die Zeit definiert ist, die eine Uhr anzeigt, die mit dem Körper verbunden ist. In der Relativitätstheorie werden Bewegung und Veränderung immer mit Uhren gemessen, die mit dem bewegten System mitreisen.

Daher ist die *relativistische Geschwindigkeit* oder *Vierergeschwindigkeit* U eines Körpers die Änderung seiner Viererkoordinaten $X = (ct, \mathbf{x})$ bezüglich der Eigenzeit, also

$$U = \frac{dX}{d\tau} . \quad (47)$$

Die Koordinaten X werden im Koordinatensystem gemessen, das der Beobachter festlegt. Daher hängt die Vierergeschwindigkeit U wie die alltägliche Geschwindigkeit vom Beobachter ab. Mit $dt = \gamma d\tau$ und also mit

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \gamma \frac{dx}{dt} , \text{ where as usual } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} , \quad (48)$$

erhalten wir den Zusammenhang zwischen Vierergeschwindigkeit und alltäglicher Dreiergeschwindigkeit $\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt$:

$$u^0 = \gamma c , \quad u^i = \gamma v_i \quad \text{or} \quad U = (\gamma c, \gamma \mathbf{v}) . \quad (49)$$

Für kleine Geschwindigkeiten gilt $\gamma \approx 1$, und dann sind die letzten drei Komponenten der Vierergeschwindigkeit die der Dreiergeschwindigkeit. Für den Betrag der Vierergeschwindigkeit U erhalten wir $UU = U_a U^a = \eta_{ab} U^a U^b = c^2$; der Betrag ist als *unabhängig* vom Betrag der Dreiergeschwindigkeit $\mathbf{v}$ und charakterisiert die Vierergeschwindigkeit als zeitartigen Vierervektor, d.h. einem Vektor *innerhalb* des Lichtkegels.*

Wir wissen, daß der Betrag eines Vierervektors Null sein kann, auch wenn seine Komponenten von Null verschieden sind. Welche Bewegungen sind das?

Herausforderung 92 n

* Allgemein gilt, daß ein *Vierervektor* eine Größe (h_0, h_1, h_2, h_3) ist, die sich als

$$\begin{aligned} h'_0 &= \gamma_V (h_0 - h_1 V/c) \\ h'_1 &= \gamma_V (h_1 - h_0 V/c) \\ h'_2 &= h_2 \\ h'_3 &= h_3 \end{aligned} \quad (50)$$

transformiert, wenn von einem Beobachter zu einem zweiten gewechselt wird, der sich mit Geschwindigkeit V in die x -Richtung bewegt; dieselbe Transformation für die anderen Koordinaten ist natürlich auch vorausgesetzt. Dieses Transformationsverhalten erlaubt es, die Transformation jedes Dreiervektors abzuleiten. Können sie das Additionstheorem für (Dreier-)Geschwindigkeiten (9) aus dieser Definition ableiten?

Herausforderung 91 n

Auf dieselbe Weise können wir die *Viererbeschleunigung* $\mathbf{B}$ eines Körpers definieren:

$$\mathbf{B} = d\mathbf{U}/d\tau = d^2\mathbf{X}/d\tau^2. \quad (51)$$

Ref. 73 Mit $dy/d\tau = \gamma dy/dt = \gamma^4 \mathbf{v}\mathbf{a}/c^2$, erhalten wir folgende Beziehung zwischen den vier Komponenten von $\mathbf{B}$ und der alltäglichen Dreierbeschleunigung $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$:

$$B^0 = \gamma^4 \frac{\mathbf{v}\mathbf{a}}{c}, \quad B^i = \gamma^2 a_i + \gamma^4 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})v_i}{c^2}. \quad (52)$$

Herausforderung 93 f Der Betrag B der Viererbeschleunigung ergibt sich zu $\mathbf{B}\mathbf{B} = \eta_{cd}B^cB^d = -\gamma^4(a^2 + \gamma^2(\mathbf{v}\mathbf{a})^2/c^2) = -\gamma^6(a^2 - (\mathbf{v} \times \mathbf{a})^2/c^2)$. Diesmal hängt der Betrag vom Betrag der Dreierbeschleunigung $\mathbf{a}$ ab. Der Betrag der Viererbeschleunigung wird auch die *Eigenbeschleunigung* genannt, weil $\mathbf{B}^2 = -a^2$ gilt, wenn die Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ verschwindet. $\mathbf{v} = 0$. (Was ist der Zusammenhang zwischen Viererbeschleunigung und Dreierbeschleunigung in diesem Fall?)

Herausforderung 94 n

Wir bemerken, daß die Viererbeschleunigung *außerhalb* des Lichtkegels liegt, d.h. daß sie ein raumartiger Vektor ist. Außerdem gilt $\mathbf{B}\mathbf{U} = \eta_{cd}B^cU^d = 0$, in anderen Worten: die Viererbeschleunigung steht senkrecht auf der Vierergeschwindigkeit.* Wir bemerken daß wir Beschleunigungen, im Gegensatz zu Geschwindigkeiten, *nicht* relativistisch nennen können: der Unterschied zwischen b_i und a_i , oder zwischen ihren Beträgen hängt nicht von den Werten von a_i ab, sondern nur vom Wert der Geschwindigkeit v . Daher ist eine relativistische Beschreibung von Beschleunigungen nur notwendig, wenn die auftretenden Geschwindigkeiten relativistisch sind. Wenn die Geschwindigkeiten niedrig sind, können auch die höchsten Beschleunigungen mit der Galileischen Physik behandelt werden.

Seite 81 Wenn die Dreierbeschleunigung $\mathbf{a}$ parallel zur Dreiergeschwindigkeit $\mathbf{v}$ ist, gilt $B = \gamma^3 a$; wenn $\mathbf{a}$ senkrecht zu $\mathbf{v}$ liegt, wie im Fall einer Drehbewegung, gilt jedoch $B = \gamma^2 a$. Wir werden dieses Ergebnis weiter unten verwenden.

DER VIERERIMPULS ODER ENERGIE-IMPULS-VEKTOR

Um Bewegung zu beschreiben, benötigen wir den Begriff des Impulses. Der *Viererimpuls* wird durch

$$\mathbf{P} = m\mathbf{U} \quad (55)$$

* Ähnlich ist der *Viererruck* $\mathbf{J}$ eines Körpers definiert:

$$\mathbf{J} = d\mathbf{B}/d\tau = d^2\mathbf{U}/d\tau^2. \quad (53)$$

Herausforderung 95 f Für die Beziehung zum Dreierruck $\mathbf{j} = d\mathbf{a}/dt$ erhalten wir

$$\mathbf{J} = (J^0, J^i) = \left(\frac{\gamma^5}{c}(\mathbf{j}\mathbf{v} + a^2 + 4\gamma^2 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})^2}{c^2}), \gamma^3 j_i + \frac{\gamma^5}{c^2}((\mathbf{j}\mathbf{v})v_i + a^2 v_i + 4\gamma^2 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})^2 v_i}{c^2} + 3(\mathbf{v}\mathbf{a})a_i) \right) \quad (54)$$

Seite 84 Wir werden sie später verwenden. Erstaunlicherweise ist $\mathbf{J}$ nicht Null, wenn $\mathbf{j}$ Null ist. Warum nicht?

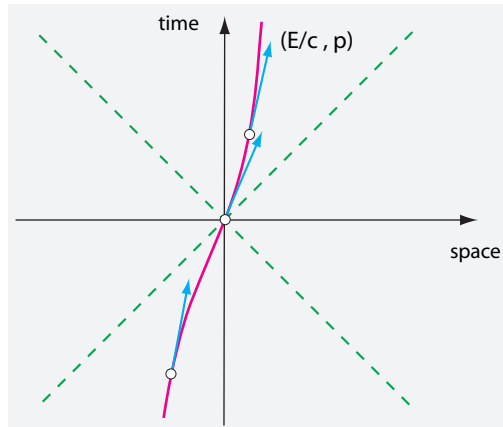


ABBILDUNG 44 Der Viererimpuls liegt tangential zur Weltlinie

definiert. Er ist daher mit dem Dreierimpuls $\mathbf{p}$ folgendermaßen verknüpft:

$$\mathbf{P} = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = (E/c, \mathbf{p}) . \quad (56)$$

Aus diesem Grund wird der Viererimpuls auch *Energie-Impuls-Vierervektor* oder einfach *Energie-Impuls-Vektor* genannt. Kurz gesagt: *der Viererimpuls ist das Produkt aus Masse und Vierergeschwindigkeit*. Der Begriff wurde 1906 von Max Planck eingeführt.

Der Viererimpuls oder Energie-Impuls-Vektor ist, wie die Vierergeschwindigkeit, tangential zur Weltlinie. Das zeigt [Abbildung 44](#). Die Aussage folgt direkt aus der Definition des Viererimpulses, denn es gilt

$$(E/c, \mathbf{p}) = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = m(\gamma c, \gamma \mathbf{v}) = m(dt/d\tau, d\mathbf{x}/d\tau) . \quad (57)$$

Das Betragsquadrat des Viererimpulses, nämlich $\mathbf{P}\mathbf{P} = \eta_{ab}P^aP^b$, ist, wie jedes Betragsquadrat, für alle Beobachter dasselbe. Wir erhalten

$$E^2/c^2 - p^2 = m^2 c^2 , \quad (58)$$

und bestätigen damit was wir schon wissen. Wir haben auch schon festgestellt, daß eine Energie oder ein System *relativistisch* genannt wird, wenn seine kinetische Energie $T = E - E_0$ verglichen mit der Ruheenergie $E_0 = mc^2$ nicht vernachlässigbar ist. Wenn die kinetische Energie einer Teilchen *viel* höher als seine Ruheenergie ist, wir es *ultrarelativistisch* genannt. Teilchen in Beschleunigern oder in der kosmischen Strahlung gehören zu dieser Klasse. Was ist deren Energie-Impuls-Beziehung?

Die Erhaltung von Energie, Impuls und Masse aus der galileischen Mechanik verschmelzen in der Relativitätstheorie also zur Erhaltung des Viererimpulses. Kurz gesagt: in der Natur ist der Energie-Impuls-Vierervektor erhalten. Insbesondere ist die Masse keine Erhaltungsgröße mehr.

Im Gegensatz zur galileischen Mechanik beinhaltet die Relativitätstheorie einen absoluten Nullpunkt für die Energie. Wir können nicht mehr Energie als mc^2 aus einem System der Masse m herausholen. Diese Grenze setzt auch einen absoluten Nullpunkt für

Herausforderung 96 n

die potentielle Energie. In anderen Worten: die Relativitätstheorie zeigt, daß die Energie nach unten beschränkt ist. Es gibt in der Natur keine unendliche Energiemengen.

Nicht alle galileische Energie zählt zur Masse. Potentielle Energie in einem äußeren Feld zählt nicht dazu. Die Relativitätstheorie zwingt uns zu genauen Bilanzen. Wir behalten also im Hinterkopf, daß potentielle Energie soviel bedeutet wie 'Energieverminderung des äußeren Feldes'.

Herausforderung 97 n Können sie zeigen, daß für zwei Teilchen mit Viererimpulsen P_1 und P_2 gilt, daß $P_1 P_2 = m_1 E_2 = M_2 E_1 = c^2 \gamma v_{12} m_1 m_2$, wobei v_{12} ihre Relativgeschwindigkeit ist?

Ref. 74 Wir bemerken, daß wir mit 'Masse' m immer den Begriff meinen, der manchmal auch *Ruhemasse* genannt wird. Dieser letzte Begriff entstand aus der schlechten Gewohnheit viele Science-Fiction- und vieler Oberstufenlehrbücher, das Produkt γm die *relativistische Masse* zu nennen. Physiker verwerfen diesen Begriff (mit einigen Ausnahmen), wie es auch Einstein tat. Sie verwerfen auch den Ausdruck, daß 'die (relativistische) Masse mit der Geschwindigkeit anwächst'. Dann wären relativistische Masse und Energie zwei Ausdrücke für den gleichen Begriff; das ist eine Ausdruckweise für die Regenbogenpresse.

VIERERKRAFT

Die Viererkraft K ist mit dem Viererimpuls P definiert als

$$K = dP/d\tau = mB . \quad (59)$$

Ref. 73, Ref. 75 Daher ist auch in der Relativitätstheorie Kraft gleich Masse mal Beschleunigung. Aus der Definition der Viererkraft K folgern wir die Beziehung zur alltäglichen Dreierkraft $F = dp/dt = m d(\gamma v)/dt$, nämlich*

$$K = (K^0, K^i) = \left(\gamma^4 m \mathbf{v} \mathbf{a} / c, \gamma^2 m \mathbf{a}_i + \gamma^4 v_i \frac{m \mathbf{v} \mathbf{a}}{c^2} \right) = \left(\gamma \frac{dE}{dt}, \gamma \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right) = \left(\gamma \frac{\mathbf{F} \mathbf{v}}{c}, \gamma \mathbf{F} \right) . \quad (60)$$

Herausforderung 99 f Die Viererkraft ist wie die Viererbeschleunigung orthogonal zur Vierergeschwindigkeit. Die Bedeutung der nullten Komponente der Viererkraft kann leicht abgeleitet werden: es ist die Leistung, die nötig ist, um den Körper zu beschleunigen. In der Tat gilt $KU = c^2 dm/d\tau = \gamma^2 (dE/dt - \mathbf{F} \mathbf{v})$: das ist die Eigenrate, mit der die innere Energie eines Systems zunimmt. Das Produkt KU verschwindet nur für Kräfte, die die Ruheenergie, d.h. die Masse erhalten. Teilchenstöße, die zu Teilchenreaktionen führen, gehören nicht zu dieser Klasse von Kräften; solche Stöße erhalten die Masse nicht, Dagegen ist die Masse im täglichen Leben wohl erhalten; dann ergibt sich für die Leistung der galileische Ausdruck $\mathbf{F} \mathbf{v} = dE/dt$.

Herausforderung 100 na Die Viererkraft kann also auch *Leistung-Kraft-Vierervektor* genannt werden. Er wird in der allgemeinen Relativitätstheorie eine große Rolle spielen. Dort wird sich nämlich herausstellen, daß seine Komponenten und sein Betrag begrenzt sind. Können sie erraten, wie?

* Manche Autoren definieren die Dreierkraft als $dp/d\tau$; dann wird die Beziehung zu K etwas verändert.

Herausforderung 98 n Für Kräfte, die die Ruhemasse erhalten, gilt $F = \gamma m \mathbf{a} + (\mathbf{F} \mathbf{v}) \mathbf{v} / c^2$.

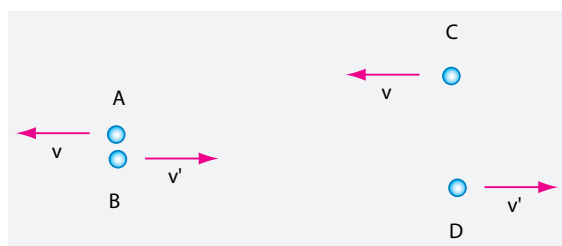


ABBILDUNG 45 Zur Definition der Relativgeschwindigkeit

ROTATION IN DER RELATIVITÄTSTHEORIE

Wenn wir uns nachts um unsere eigene Achse drehen, währen wir zum Himmel schauen, bewegen sich alle Sterne mit einer Geschwindigkeit, die über der Lichtgeschwindigkeit liegt. Aber die meisten Sterne sind Massen, keine Bilder. Wie geht das mit der Relativitätstheorie zusammen?

Das Beispiel hilft uns, den Begriff der Grenzgeschwindigkeit zu verdeutlichen. Ein rotierender Himmel erlaubt es nicht, Energie mit Überlichtgeschwindigkeit zu transportieren; die Grenzgeschwindigkeit wird also nicht überschritten. Mathematisch ausgedrückt, begrenzt die Lichtgeschwindigkeit nur die Relativgeschwindigkeiten von Körpern, die sich sehr *nahe* kommen, wie links in [Abbildung 45](#) gezeigt. Geschwindigkeiten von entfernten Objekten zu vergleichen ist nur möglich, wenn diese zeitlich konstant sind. Die differentielle Version der Lorentztransformation macht das besonders deutlich. In der Tat sind Relativgeschwindigkeiten entfernter Körper oft höher als die Lichtgeschwindigkeit. Wir haben schon ein Beispiel kennengelernt, als wir den Wagen im Tunnel untersucht haben, und wir werden weitere in Kürze kennenlernen.

Nach dieser Klarstellung können wir nun kurz die *Rotationsbewegung* mit der Relativitätstheorie untersuchen. Die erste Frage ist: wie ändern sich Länge und Zeit in einem rotierenden Bezugssystem? Sie können selbst nachprüfen, daß ein Beobachter auf einem rotierenden Körper mit einem nichtrotierenden Kollegen übereinstimmen, was der Wert des Radius des Rotierenden Körpers ist. Beide Beobachter stellen jedoch fest, daß der sich drehende Körper einen *anderen* Umfang hat als wenn er in Ruhe ist. Einfach ausgedrückt, ändert sich der Wert der Kreiszahl π für sich drehende Beobachter! Für den sich drehenden Beobachter ist das Verhältnis zwischen Umfang c und Radius r durch $c/r = 2\pi\gamma$ gegeben; das Verhältnis erhöht sich also mit der Rotationsgeschwindigkeit. Dieses überraschende Ergebnis wird oft *Ehrenfestparadox* genannt. Unter anderem zeigt das Ergebnis, daß die Raumzeit für einen sich drehenden Beobachter *nicht* die flache Minkowski-Raumzeit der speziellen Relativitätstheorie ist. Das Ergebnis zeigt auch, daß es in der Relativitätstheorie keine starren Körper gibt.

Drehende Körper zeigen viele seltsame Effekte. So gibt es Schwierigkeiten, Uhren auf einer sich drehenden Plattform zu synchronisieren, wie in [Abbildung 46](#) gezeigt. Wenn wir die Uhr am Ort O_2 mit der am Ort O_1 synchronisieren, und das bis zur letzten Uhr O_n weiter durchführen, finden wir, daß die letzte Uhr nicht mit der ersten synchronisiert ist. Dieses Ergebnis spiegelt die Schwierigkeiten mit der Messung des Umfangs wieder. In der Tat zeigt eine genaue Untersuchung, daß jeder der Beobachter O_k mit Hilfe von Längen- und Zeitmessungen feststellen kann, daß er nicht in einer flachen Raumzeit lebt. Drehende Scheiben bilden also einen möglichen Zugang zur allgemeinen Relativitäts-

Seite 54

Seite 88

Herausforderung 101 f

Herausforderung 102 f

Ref. 76

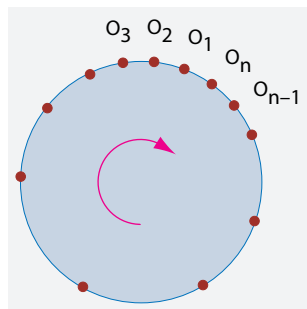


ABBILDUNG 46 Beobachter auf einem drehenden Körper

theorie, in der die räumliche Krümmung ein wesentlicher Bestandteil ist. Mehr hierzu im nächsten Kapitel.

In der Relativitätstheorie kombinieren lineare und Drehbewegungen oft in überraschender Weise. Stellen Sie sich einen langen, sich drehenden Zylinder vor. Wie Max von Laue feststellte, wird der Zylinder für jemanden, der sich langs der Achse entlangbewegt, *verdrillt* erscheinen. Können Sie das bestätigen?

Herausforderung 103 f

Hier ist ein Rätsel für Zugliebhaber. Ein Zug bewegt sich auf einem kreisförmigen Gleis. Der Zug ist so lang wie das Gleis, so daß er in Ruhe geschlossen ist. Was passiert bei relativistischen Geschwindigkeiten: fällt der Zug aus dem Kreis heraus, bleibt er auf dem Gleis, oder fällt er in den Kreis herein?

Herausforderung 104 na

Ist die Winkelgeschwindigkeit beschränkt? Ja: die Tangentialgeschwindigkeit kann nie die Lichtgeschwindigkeit erreichen. Die Grenze für die Winkelgeschwindigkeit hängt also vom *Radius* des sich drehenden Körpers ab. Das führt zu einem schönen Rätsel: Können wir einen Körper sehen, der sich sehr schnell dreht?

Herausforderung 105 n

Wir erwähnen daß der *Viererdrehimpuls* definiert word als

$$l^{ab} = x^a p^b - x^b p^a . \quad (61)$$

Der Viererdrehimpuls ist also ein *Tensor*, kein Vektor, was die beiden Indizes andeuten. Der Viererdrehimpuls ist in der Relativitätstheorie natürlich auch eine erhaltene Größe. Das Trägheitsmoment ist wie immer der Proportionalitätsfaktor zwischen Drehgeschwindigkeit und Drehimpuls.

Herausforderung 106 na

Für einen sich drehenden Körper ist die Rotationsenergie Teil der Ruhemasse. Können den Anteil für Sonne und Erde abschätzen. Wie würden Sie übrigens feststellen, ob ein mikroskopisches Teilchen, daß zu klein ist um gesehen zu werden, sich dreht?

Herausforderung 107 na

Noch ein letztes Rätsel: Geschwindigkeiten sind relativ. Sind auch Drehgeschwindigkeiten relativ?

Herausforderung 108 na

WELLENBEWEGUNG

Seite ?? Wir haben in der galileischen Physik gesehen, daß ein harmonische oder Sinuswelle vor allem durch eine Winkelfrequenz $\omega = 2\pi\nu$ und einem Wellenvektor $\mathbf{k}$ beschrieben wird, wobei $k = 2\pi/\lambda$. In der speziellen Relativitätstheorie werden die beiden Größen im *Vie-*

rerwellenvektor L zusammengefasst:

$$L^a = \left(\frac{\omega}{c}, \mathbf{k} \right) . \quad (62)$$

Wie üblich ist die Phasengeschwindigkeit einer harmonischen Welle $\omega/k = \lambda v$. The Viererwellenvektor *für Licht* hat den Betrag 0, er ist ein lichtartiger Vierervektor. Für langsamere Wellen, wie zum Beispiel Schallwellen, ist der Wellenvektor zeitartig.

Die Phase φ einer Welle kann ist daher

$$\varphi = L_a x^a = L^a x_a . \quad (63)$$

Da die Phase ein Skalar ist, ist sie wie erwartet für jede Wellenart beobachterunabhängig; die Phase ist eine relativistische Invariante. *

Ein Beobachter mit Vierergeschwindigkeit U beobachtet, daß eine Welle mit Viererwellenvektor L die Frequenz ν hat. Zeigen sie, daß

$$\nu = LU \quad (64)$$

gilt.

Interessant ist, daß die Phasengeschwindigkeit ω/k anders als die Teilchengeschwindigkeit transformiert – außer im Fall daß $\omega/k = c$. Auch die Aberrationsformel ist für Wellen und für Teilchen anders, außer im Fall $\omega/k = c$. Können sie die beiden Beziehungen ableiten?

DIE WIRKUNG FÜR EIN FREIES TEILCHEN – WIE BEWEGEN SICH DINGE?

Wenn wir die relativistische Bewegung eines freien Teilchens mit dem Prinzip der kleinsten Wirkung beschreiben wollen, brauchen wir eine Definition der Wirkung. Wir wissen schon, die Wirkung ein Maß für die Veränderung in einem System ist. Für ein inertiell oder frei fliegendes Teilchen ist die einzige Veränderung das Ticken seiner eigenen Uhr. Daher wird die Wirkung proportional zur abgelaufenen Zeit sein. Um die übliche Einheit der Wirkung, Energie mal Zeit oder Js, zu erhalten, liegt folgende Definition nahe:

$$S = -mc^2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau , \quad (65)$$

wobei τ die Eigenzeit entlang des Weges ist. Dieser Ausdruck ist in der Tat der richtige; er beinhaltet die Erhaltung des Energie-Impuls-Vierervektors, weil nur bei Erhaltung, d.h. bei geradliniger Bewegung die Wirkung minimal und die verstrichene Eigenzeit maximal ist. Können Sie das bestätigen?

In der Natur bewegen sich alle Teilchen so, daß die abgelaufene Eigenzeit maximal ist. Wir finden also wiederum, daß sich Dinge in der Natur *so wenig wie möglich* verändern. Die Natur ist wie eine weise alte Frau: ihre Bewegungen sind so langsam wie möglich –

* In Komponentenschreibweise sind die wichtigen Beziehungen $(\omega/c, \mathbf{k})(ct, \mathbf{x}) = \varphi$, dann $(\omega/c, \mathbf{k})(c, \mathbf{v}_{\text{phase}}) = 0$ soie $(d\omega/c, d\mathbf{k})(c, \mathbf{v}_{\text{group}}) = 0$.

Seite ?? sie tut so wenig wie möglich. Anders gesagt, jede Veränderung in der Natur ist so effektiv wie möglich. Wie schon gesagt, nannte Bertrand Russell das das ‘Gesetz’ der kosmischen Faulheit.

Herausforderung 114 na

Der Ausdruck (65) für die Wirkung wurde von Max Planck abgeleitet. Im Jahr 1906 untersuchte er ihn im Detail und fand heraus, daß das Wirkungsquantum $\hbar$, das er mit der Boltzmannkonstante entdeckt hatte, eine relativistische Invariante ist (wie auch die Boltzmannkonstante selbst). Können sie sich vorstellen, wie er das tat?

Die Wirkung kann auch auf komplizierte, scheinbar erschreckendere Art und Weise geschrieben werden. Diese komplizierten Ausdrücke bereiten auf die allgemeine Relativitätstheorie vor:

$$S = \int L dt = -mc^2 \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\gamma} dt = -mc \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{u_a u^a} d\tau = -mc \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{\eta^{ab} \frac{dx_a}{ds} \frac{dx_b}{ds}} ds, \quad (66)$$

wobei s ist eine beliebige, monoton wachsende Funktion der Eigenzeit τ ist, z.B. auch die Eigenzeit selbst. Die Metrik $\eta^{\alpha\beta}$ ist in der speziellen Relativitätstheorie wie üblich

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (67)$$

Herausforderung 115 na

Sie können die Form (66) der Wirkung bestätigen, indem sie die Bewegungsgleichungen daraus ableiten.

Kurz gesagt: die Natur hat es nie eilig. Jeder Körper bewegt sich so, daß seine eigene Uhr die längstmögliche Zeit verstreichen läßt, im Vergleich zu allen leicht verschiedenen Bewegungen. Dieses allgemeine Prinzip gilt auch für Teilchen unter dem Einfluß des Gravitation, wie wir im Kapitel zur allgemeinen Relativitätstheorie sehen werden, sowie für Teilchen unter dem Einfluß von elektrischen oder magnetischen Feldern. Das Prinzip der höchsten Eigenzeit, d.h. das Prinzip der kleinsten Wirkung, gilt sogar für *alle* Arten der Bewegung in der Natur, wie wir noch Schritt für Schritt entdecken werden. An diesem Punkt bemerken wir noch, daß die längste Eigenzeit realisiert wird, wenn die durchschnittliche Differenz zwischen kinetischer und potentieller Energie minimal ist. (Können Sie das bestätigen?) Wir finden also wieder das Prinzip der kleinsten Wirkung in seiner alltäglichen Formulierung.

Herausforderung 116 na

Seite ?? Wir haben früher gesehen, daß die Wirkung ein Maß für die Veränderung in einem System ist. Die Relativitätstheorie zeigt, daß die Natur die Veränderungen minimiert, indem sie die Eigenzeit maximiert. In der Natur ist die verstrichene Eigenzeit immer maximal. Anders ausgedrückt bewegen sich Körper langs Bahnen, die zu maximalen Alterung führen. Können Sie erklären, warum die maximale Alterung und die kosmische Faulheit dasselbe sind?

Herausforderung 117 f

Seite ?? Wenn Sie einen Stein werfen, folgt er mehr oder weniger einer Parabel. Wenn er höher fliegen würde, müßte er schneller fliegen, und dann würde seine Alterung kleiner sein. Wenn er niedriger fliegen würde, würde er auch jünger bleiben, weil, wie wir sehen werden, Körper in geringerer Höhe jünger bleiben. Die tatsächliche Parabel ist also die mit der größten Alterung.

Wir finden also wiederum, daß die Natur das Gegenteil eines Hollywoodfilms ist: die Natur ändert sich so wenig wie möglich. Die tiefere Bedeutung dieses Ergebnisses zu entdecken, ist jedem selbst überlassen. Genießen Sie es!

KONFORME TRANSFORMATIONEN – WARUM IST DIE LICHTGESCHWINDIGKEIT INVARIANT?

In der Relativitätstheorie hängt der Unterschied zwischen Raum und Zeit vom inertiellen Beobachter ab. Andererseits stimmen alle Beobachter überein, wenn es um die Form und die Ausrichtung des Lichtkegels an einem bestimmten Ort geht. In der Relativitätstheorie sind also Lichtkegel die eigentlichen fundamentalen ‘Objekte’. Da Lichtkegel so bedeutend sind, können wir fragen, ob die inertiellen Beobachter die einzigen sind, die bei Lichtkegeln übereinstimmen. Es stellt sich aber heraus, daß es noch weitere solche Beobachter gibt.

Die erste solche Gruppe von Beobachtern sind diejenigen, für die alle Zeiten und Längen mit einem *Skalenfaktor* λ multipliziert sind. Die Transformationen zwischen diesen Beobachtern sind

$$x_a \mapsto \lambda x_a \quad (68)$$

und werden *Dilatationen* genannt.

Eine zweite Gruppe von Beobachtern findet man mit den sogenannten *speziellen konformen Transformationen*. Diese bestehen aus einer *Inversion*

$$x_a \mapsto \frac{x_a}{x^2}, \quad (69)$$

einer anschließenden *Translation* um einen Vektor b_a , nämlich

$$x_a \mapsto x_a + b_a, \quad (70)$$

und einer zweiten Inversion. Daher sind die speziellen konformen Transformationen

$$x_a \mapsto \frac{x_a + b_a x^2}{1 + 2b_a x^a + b^2 x^2}. \quad (71)$$

Diese Transformationen werden *konform* genannt, weil sie bei (infinitesimal) kleinen Körpern die Winkel und also die Form unverändert lassen, wie Sie selbst nachprüfen können. Zum Beispiel transformieren spezielle konforme Abbildungen Kreise in Kreise und Kugeln in Kugeln. Diese konformen Transformationen werden *speziell* genannt, um sie von den *allgemeinen* konformen Transformationen zu unterscheiden, die auch die Dilatationen und die inhomogenen Lorentztransformationen enthalten. *

Herausforderung 118 na

Herausforderung 119 f

Seite ??

* Die Menge aller speziellen konformen Transformationen bildet eine Gruppe mit vier Parametern; die Menge aller konformen Transformationen bildet eine Gruppe mit fünfzehn Parametern. Diese Gruppe ist lokal isomorph zu $SU(2,2)$ und zur einfachen Gruppe $SO(4,2)$; diese Begriffe werden im [Anhang ??](#) erklärt. Diese Aussagen gelten nur für vier Raumzeitdimensionen; in zwei Dimensionen, dem anderen wichtigen Fall, ist die konforme Gruppe isomorph zur Gruppe beliebiger analytischer Koordinatentransformationen und daher unendlich-dimensional.

Herausforderung 120 na

Wir bemerken, daß die Art und Weise, in der konformen Transformationen den Lichtkegel invariant lässt, einige Feinheiten beinhaltet.

Weil Dilatationen nicht mit Zeittranslationen kommutieren, gibt es keine zugehörige Erhaltungsgröße. (Dasselbe gilt für Lorentz boosts.) Im Gegensatz dazu kommutieren Rotationen und räumliche Translationen mit Zeittranslationen und führen daher zu Erhaltungsgrößen.

Zusammenfassend gilt, daß das Vakuum unter konformen Transformationen invariant ist, und daher auch invariant unter Dilatationen. Das ist eine andere Art zu sagen, daß das Vakuum nicht ausreicht, um Längen zu definieren. Wie erwartet, brauchen wir dazu Materie. In der Tat sind konforme Transformationen keine Symmetrien von Systemen, die Materie enthalten. Nur das Vakuum ist invariant unter konformen Transformationen; die Natur als Ganzes nicht.

Herausforderung 121 na

Dennoch reicht die Konforme Invarianz aus, um eine Geschwindigkeitsskala einzuführen. Für eine solche Skala ist sie sogar notwendig. Können Sie das bestätigen?

Invarianz unter konformen Transformationen beinhaltet Inversionssymmetrie: mit anderen Worten, große und kleine Skalen sind im Vakuum miteinander verknüpft. Wir vermuten also, daß die Invarianz der Lichtgeschwindigkeit mit der Inversionssymmetrie verknüpft ist. Diese etwas seltsame Vermutung ist eine Folge von Zusammenhängen, die wir erst im letzten Teil unseres Aufstiegs aufdecken werden.*

BESCHLEUNIGTE BEOBACHTER

Bisher haben wir nur untersucht, was inertielle, oder frei schwebende Beobachter zueinander sagen, wenn sie über die Natur sprechen. Zum Beispiel werden bewegte Uhren als langsamer beobachtet. Für beschleunigte Beobachter gibt es aber noch interessantere Effekte.

Man hört oder liest manchmal, daß die spezielle Relativitätstheorie für beschleunigte Beobachter nicht verwendet werden kann. Das ist falsch, und zwar aus demselben Grund, daß es falsch ist, zu behaupten, daß die galileische Physik nicht für beschleunigte Beobachter verwendet werden kann. Die einzige Beschränkung der speziellen Relativitätstheorie ist die Beschränkung auf flache Raumzeit, d.h. auf Situationen ohne Gravitation. Beschleunigte Körper gibt es in flacher Raumzeit; sie können daher in der speziellen Relativitätstheorie diskutiert werden.

Ref. 77

Als Appetitanregung untersuchen wir, was ein beschleunigter, griechischer Beobachter über die Uhr eines inertiellen, römischen Beobachter sagt, und umgekehrt. Wir neh-

* Die konforme Gruppe taucht nicht nur in der Relativitätstheorie auf: sie ist die Symmetriegruppe aller Wechselwirkungen, wenn alle Teilchen masselos sind, wie z.B. beim Elektromagnetismus. Ein Feld das Masse hat, kann nicht konform invariant sein; daher ist konforme Invarianz keine exakte Symmetrie der gesamten Natur. Können Sie bestätigen, daß ein Masseterm $m\phi^2$ in einer Lagrangedichte nicht konform invariant ist?

Herausforderung 122 na

Dennoch haben alle bekannten Elementarteilchen eine Masse, die sehr viel kleiner als die Planckmasse $\sqrt{\hbar c/G}$ ist. Daher können wir sagen, daß sie *fast* masselos sind; die konforme Symmetrie kann also als eine *genäherte* Symmetrie der Natur angesehen werden. So gesehen können all Teilchen als Korrekturen zu masselosen, d.h. konform invarianten Feldern gesehen werden. Daher werden konform invariante Lagrangedichten oft als Anfangsnäherung für fundamentale Teilchentheorien verwendet.



ABBILDUNG 47 Die Animation zeigt einen beschleunigten Beobachter, der langs einer Straße in der Wüste bis auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt. Die Einblendung zeigt seinen Ort auf der Straße. Beachten Sie den scheinbaren Eindruck des Rückwärtsfahrens, obwohl die Bewegung nach vorne gerichtet ist. (Quicktime Film © Anthony Searle und Australian National University, von www.anu.edu.au/Physics/Savage/TEE.)

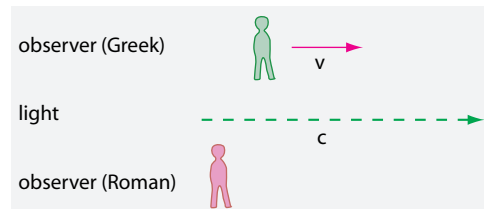


ABBILDUNG 48 Die einfachste Situation für einen inertiellen und einen beschleunigten Beobachter

men an, daß der griechische Beobachter in **Abbildung 48** sich entlang des Wegs $x(t)$ bewegt, vom römischen aus gesehen. Allgemein ist das griechisch-römische Zeitenverhältnis $\Delta\tau/\Delta t = (\tau_2 - \tau_1)/(t_2 - t_1)$. Dabei werden die griechischen Koordinaten mit einer einfachen Prozedur festgelegt: wir nehmen die Mengen aller Ereignisse, die durch $t = t_1$ und $t = t_2$ definiert sind, und nennen τ_1 und τ_2 die Zeiten, bei denen diese beiden Mengen die Zeitachse des griechischen Beobachters schneiden.*

Für einen Augenblick nehmen wir an, daß der griechische Beobachter auch inertiell ist, und sich, vom römischen aus gesehen, mit Geschwindigkeit v bewegt. Das Zeitenverhältnis ist dann

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{\gamma_v}, \quad (72)$$

Herausforderung 123 na

eine Formel, die wir schon kennen. Wir sehen wiederum, daß inertiell bewegte Uhren langsamer laufen.

Ref. 77

Für beschleunigte Bewegungen des griechischen Beobachters müssen wir die differentielle Version dieser Überlegung anwenden. Das griechisch-römische Zeitenverhältnis ist $d\tau/dt$, und τ sowie $\tau + d\tau$ werden, wie gerade erklärt, aus t und $t + dt$ berechnet. Um das zu tun, nehmen wir wiederum an, daß der griechische Beobachter sich, vom römischen aus gesehen, entlang des Wegs $x(t)$ bewegt. Wir finden sofort, daß

$$\tau = t - x(t)v(t)/c^2 \quad (73)$$

* Diese Mengen bilden das, was Mathematiker *Hyperflächen* nennen.

und daher

$$\tau + d\tau = (t + dt) - [\mathbf{x}(t) - dt\mathbf{v}(t)][\mathbf{v}(t) + dt\mathbf{a}(t)]/c^2 . \quad (74)$$

Zusammen ergeben diese Gleichungen

$$'d\tau/dt' = \gamma_v(1 - \mathbf{v}\mathbf{v}/c^2 - \mathbf{x}\mathbf{a}/c^2) . \quad (75)$$

Dieses Ergebnis zeigt, daß beschleunigte Uhren *schneller oder langsamer* laufen könne, je nach dem Ort an dem sie sich befinden und je nach dem Vorzeichen ihrer Beschleunigung. Die letzte Gleichung enthält Anführungszeichen, weil der griechische Beobachter etwas anderes sieht:

$$'dt/d\tau' = \gamma_v . \quad (76)$$

Das ist *nicht* der Kehrwert des AUsdrucks (75). Dieser Unterschied ist am deutlichsten, wenn wir den einfachen Fall von zwei Uhren betrachten, die dieselbe Geschwindigkeit haben, von denen eine aber mit g zum Ursprung hin beschleunigt ist, die andere aber inertuell ist. Dann gilt

Ref. 77

$$'d\tau/dt' = 1 + gx/c^2 \quad (77)$$

und

$$'dt/d\tau' = 1 . \quad (78)$$

Seite 87 Wir werden diese Situation weiter unter noch ausführlichen diskutieren. Aber zuerst klären wir den Begriff der Beschleunigung.

EIGENBESCHLEUNIGUNG UND INERTIELLE BEOBACHTER

Die Beschleunigung verhält sich bei Wechsel des Bezugssystems anders als die Geschwindigkeit. Wir beginnen mit dem einfachen Fall in dem ein Körper und zwei inertielle Beobachter sich entlang der x -Achse bewegen. Wenn der römische, inertielle Beobachter eine Beschleunigung $a = dv/dt = d^2x/dt^2$ mißt, und der griechische, ebenso inertielle, eine Beschleunigung $\alpha = d\omega/d\tau = d^2\xi/d\tau^2$ mißt, erhalten wir

Ref. 20

$$\gamma_v^3 a = \gamma_\omega^3 \alpha . \quad (79)$$

Diese Verknüpfung zeigt, daß Beschleunigungen *nicht* lorentzinvariant sind, außer im Fall, daß die Geschwindigkeiten klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind. Hier besteht also ein Unterschied zum täglichen Leben, in dem Beschleunigungen von der Geschwindigkeit des inertiellen Beobachters unabhängig sind.

Der Ausdruck (79) für die Transformation der Beschleunigung vereinfacht sich, wenn die Beschleunigungen zu einer Zeit t gemessen werden, bei der die Geschwindigkeit ω verschwindet, d.h. für den sogenannten *mitbewegten* inertiellen Beobachter. In diesem Fall ist die Transformation

$$a_c = a\gamma_v^3 \quad (80)$$

und die Beschleunigung $a_c = \alpha$ ist die sogenannte *Eigenbeschleunigung*, denn ihr Wert

beschreibt, was der griechische Beobachter *fühlt*: Die Eigenbeschleunigung beschreibt die Erfahrung, in einen beschleunigten Sitz gedrückt zu werden. Die Eigenbeschleunigung ist der wichtigste und nützlichste Begriff bei der Untersuchung von beschleunigter Bewegung.

Im allgemeinen Fall sind die Geschwindigkeit und die Beschleunigung nicht parallel. Wir können ausrechnen, wie die Beschleunigung $\mathbf{a}$, die ein allgemeiner inertieller Beobachter mißt, mit dem Wert $\mathbf{a}_c$ der Eigenbeschleunigung zusammenhängt, die von einem mitbewegten Beobachter gemessen wird. Dazu verwenden wir die Ausdrücke (52) und (50) und erhalten die Verallgemeinerung von (80):

$$\mathbf{v}\mathbf{a}_c = \mathbf{v}\mathbf{a}\gamma_v^3 \quad (81)$$

und

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\gamma_v^2} \left(\mathbf{a}_c - \frac{(1 - \gamma_v)(\mathbf{v}\mathbf{a}_c)\mathbf{v}}{v^2} - \frac{\gamma_v(\mathbf{v}\mathbf{a}_c)\mathbf{v}}{c^2} \right). \quad (82)$$

Quadrieren ergibt

$$a^2 = \frac{1}{\gamma_v^4} \left(a_c^2 - \frac{(\mathbf{a}_c\mathbf{v})^2}{c^2} \right), \quad (83)$$

Seite 71 einen Ausdruck, den wir schon in ähnlicher Form kennen. Er zeigt (wiederum), daß die Eigenbeschleunigung immer größer ist, als die Beschleunigung, die durch jeden anderen inertiellen Beobachter gemessen wird. Je schneller ein inertieller Beobachter sich bewegt, desto kleiner ist die Beschleunigung, die er mißt. Der Ausdruck zeigt auch, daß für Geschwindigkeiten senkrecht zur Beschleunigung, ein Boost den Faktor γ_v^2 ergibt, während für Geschwindigkeiten parallel zur Beschleunigung, ein Boost den bereits genannten Faktor γ_v^3 ergibt.

Herausforderung 124 f

Wir erkennen, daß Beschleunigungen vieles komplizieren, und nach genauer Untersuchung verlangen. Um die Diskussion zu vereinfachen, betrachten wir ab jetzt nur noch konstante Beschleunigungen. Dieser Fall ist dennoch eine gute Vorbereitung für schwarze Löcher und, wie wir bald sehen werden, für das Weltall als Ganzes.

Seite ??

BESCHLEUNIGTE BEZUGSSYSTEME

Wie kontrollieren wir, ob wir uns in einem Inertialsystem befinden? Dazu müssen wir erst den Begriff definieren. Ein *Inertialsystem* hat zwei charakteristische Eigenschaften. Erstens sind alle Abstände, die in ihm gemessen werden, durch die euklidische Geometrie beschrieben. Mit anderen Worten verhalten sich Maßstäbe wie im täglichen Leben. Unter anderem verhalten sich Abstände, die durch hintereinanderlegen von Maßstäben zwischen zwei Punkten gemessen werden, die sogenannten *Stababstände*, wie im täglichen Leben. Zum Beispiel befolgen Stababstände den Satz von Pythagoras. Zweitens ist in Inertialsystemen die Lichtgeschwindigkeit konstant. Zum Beispiel ist für zwei Beobachter in einem Inertialsystem das Verhältnis c zwischen dem doppelten Stababstand und der Zeit, die das Licht von einem zum andern und zurück braucht, immer gleich.

Anders gesagt, ist ein Inertialsystem ein Bezugssystem, in dem alle Uhren immer synchron laufen und die Geometrie euklidisch ist. Zum Beispiel ist jeder Beobachter mit



ABBILDUNG 49 Ein Beobachter, der entlang einer Straße in einer Stadt beschleunigt. Der Film zeigt die gesamte 360° Sicht um den Beobachter herum; die Ränder zeigen daher die Situation hinter seinem Rücken, wo die Häuser, die ungefähr am Ereignishorizont stehen, scheinbar in konstantem Anstand verbleiben. (Mpg film © Anthony Searle und Australian National University.)

festen Raumkoordinaten in einem Inertialsystem für alle anderen solche Beobachter in Ruhe. Diese letzte Eigenschaft ist aber nicht auf Inertialsysteme beschränkt; sie gilt auch in einigen anderen Bezugssystemen.

Nicht-Inertialsysteme, oder beschleunigte Bezugssysteme, sind ein nützlicher Begriff in der speziellen Relativitätstheorie. Wir leben sogar in einem solchen Bezugssystem. Und wir können die spezielle Relativitätstheorie verwenden, um Bewegung in diesem Bezugssystem zu beschreiben, ebenso wie wir dazu am Anfang unseres Abenteuers die galileische Physik verwendet haben.

Ref. 80 Ein allgemeines Bezugssystem ist eine stetige Menge von Beobachtern, die alle füreinander in Ruhe sind. 'füreinander in Ruhe' bedeutet, daß die Zeit, die ein Lichtsignal von einem Beobachter zu einem anderen und zurück braucht, immer dieselbe ist. Mit anderen Worten, der Stababstand ist konstant. Ein allgemeines Bezugssystem ist also eine *starre* Ansammlung von Beobachtern. Ein allgemeines Bezugssystem ist nicht dasselbe wie ein allgemeines Koordinatensystem; letzteres ist im allgemeinen nicht starr. Aber wenn alle starr verbundenen Beobachter konstante Koordinatenwerte haben, können wir von einem *starrten Koordinatensystem* sprechen. Diese sind vor allem bei beschleunigten Bezugssystemen nützlich.*

Ref. 80 Wenn zwei Beobachter sich beide mit Geschwindigkeit v bewegen, wenn diese von einem dritten, *inertiellen* Bezugssystem gemessen werden, dann sind diese beiden Beobachter *nur* dann in Ruhe zueinander, wenn diese Geschwindigkeit *zeitlich konstant* ist. Wieder finden wir, wie oben, daß zwei Beobachter, die durch ein gespanntes Seil verbunden sind, das Seil reißen (oder durchhängen) sehen werden, wenn sie gemeinsam

Herausforderung 125 na
Seite 48

Ref. 79 * Es gibt, außer den Inertialsystemen, nur zwei weitere Typen von starren Bezugssystemen:

- Das Bezugssystem $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 (1 + g_k x_k / c^2)^2$ mit beliebiger, aber konstanter Beschleunigung des Ursprungs. Die Beschleunigung ist $\mathbf{a} = -\mathbf{g}(1 + \mathbf{g}\mathbf{x}/c^2)$.
- Das uniform rotierende Bezugssystem $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + 2\omega(-y dx + x dy)dt - (1 - r^2\omega^2/c^2)dt^2$. Die z -Achse ist die Rotationsachse und es gilt $r^2 = x^2 + y^2$.

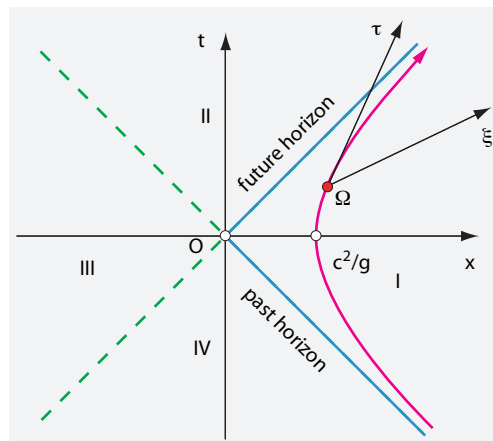


ABBILDUNG 50 Die hyperbolische Bewegung eines geradlinig beschleunigten Beobachters Ω

beschleunigen (oder abbremsen). Beschleunigungen erfordern in der Relativitätstheorie genaues Denken.

Seite 58

Herausforderung 126 na

Können sie erklären, wie das Beschleunigungsverhältnis in die Massendefinition eingeht?

KONSTANTE BESCHLEUNIGUNG

Die Beschleunigung ist ein subtiles Thema. Ein Beobachter, der immer *dieselbe* Kraft auf seinem Körper *fühlt*, wird *konstant beschleunigt* genannt. Seine Eigenbeschleunigung ist konstant. Genauer gesagt ist ein konstant beschleunigter Beobachter ein Beobachter, für den die Beschleunigung, gemessen durch einen inertiellen Beobachter mit seiner *augenblicklichen* Geschwindigkeit, immer denselben Wert B hat. Konstante Beschleunigung ist also *nicht* konstant, wenn sie immer vom *selben* Beobachter aus gemessen wird. Das ist ein wichtiger Unterschied zum galileischen Fall.

Für konstant beschleunigte Bewegung erhalten wir aus dem verschwindenden Viereck

$$B \cdot B = -g^2, \quad (84)$$

Ref. 81

Herausforderung 127 na

wobei g eine Konstante ist. Der einfachste Fall von konstanter Beschleunigung ist die geradlinige, bei der also die Beschleunigung a zu einer und daher zu allen Zeiten parallel zu v ist. In diesem Fall können wir mit Hilfe von d Dreivektoren schreiben

$$\gamma^3 a = g \quad \text{or} \quad \frac{d\gamma v}{dt} = g. \quad (85)$$

Herausforderung 128 f

Wir nennen die gemeinsame Richtung die x -Achse, lösen nach $v(t)$ auf, und erhalten

$$v = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad (86)$$

wobei wir annehmen, daß $v(0) = 0$ gilt. Wir sehen, daß für kleine Zeiten $v = gt$ gilt, und

Herausforderung 129 na

für große Zeiten $v = c$, wie erwartet. Der Impuls des beschleunigten Beobachters steigt linear mit der Zeit, wiederum wie erwartet. Eine Integration ergibt, daß der beschleunigte Beobachter sich langs des Weges

$$x(t) = \frac{c^2}{g} \sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}} \quad (87)$$

bewegt, wobei wir $x(0) = c^2/g$ angenommen haben, um den Ausdruck einfach zu halten. Wegen dieses Ergebnisses, in [Abbildung 50](#) gezeigt, sagt man, daß ein geradlinig und konstant beschleunigter Körper eine *hyperbolische Bewegung* ausführt. Für kleine Zeiten gilt $x = gt^2/2 + x_0$, und für große Zeiten $x = ct$, wie erwartet. Wie ebenso erwartet, ist die Bewegung ist also nur für den Körper selbst konstant beschleunigt, nicht für einen anderen Beobachter.

Die Eigenzeit τ des beschleunigten Beobachters hängt mit der Zeit t des inertiellen Betrachters wie üblich über $dt = \gamma d\tau$ zusammen. Mit dem Ausdruck der Geschwindigkeit $v(t)$ aus Gleichung (86) erhalten wir*

$$t = \frac{c}{g} \sinh \frac{g\tau}{c} \quad \text{und} \quad x = \frac{c^2}{g} \cosh \frac{g\tau}{c} \quad (88)$$

als Beziehung zwischen der Eigenzeit τ und der Zeit t und des Ortes x , die vom externen inertiellen Beobachter gemessen werden. Wir werden diesen Ausdruck bei unserer Untersuchung von schwarzen Löchern wieder begegnen.

Herausforderung 130 n

Klingt diese Formel alles langweilig? Stellen Sie sich vor, mit Ihrem Motorrad mit $g = 10 \text{ m/s}^2$ wahren einer Eigenzeit τ von 25 Jahren zu beschleunigen. Das würde Sie zum Ende des bekannten Universums führen! Wäre das nicht einen Versuch wert? Leider gibt es keine Motorräder noch Raketen, die so beschleunigen, denn Ihr Tank müßte enorm sein. Können Sie das bestätigen?

Für konstante geradlinige Beschleunigung transformieren die Koordinaten folgendermaßen

$$\begin{aligned} t &= \left(\frac{c}{g} + \frac{\xi}{c} \right) \sinh \frac{g\tau}{c} \\ x &= \left(\frac{c^2}{g} + \xi \right) \cosh \frac{g\tau}{c} \\ y &= v \\ z &= \zeta, \end{aligned} \quad (89)$$

wobei τ jetzt die Zeitkoordinate des griechischen, beschleunigten Beobachters ist. Wir

Ref. 83 * Benutzen Sie zur Herleitung Ihre Lieblingsformelsammlung; jeder Mensch sollte eine haben. Der *hyperbolische Sinus* und der *hyperbolische Kosinus* sind über $\sinh y = (e^y - e^{-y})/2$ und $\cosh y = (e^y + e^{-y})/2$ definiert. Das bedeutet, daß $\int dy/\sqrt{y^2 + a^2} = \text{arsinh } y/a = \text{Arsh } y/a = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2})$ gilt.

bemerken auch, daß für das Raumzeitintervall $d\sigma$ gilt

$$d\sigma^2 = (1 + g\xi/c^2)^2 c^2 d\tau^2 - d\xi^2 - dv^2 - d\zeta^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (90)$$

und weil daher für $d\tau = 0$ alle Abstände dem Satz von Pythagoras gehorchen, ist das griechische, beschleunigte Koordinatensystem in der Tat starr.

Ref. 84

Nach diesem Wald von Formeln untersuchen wir eine einfache Frage, mit Hilfe von [Abbildung 50](#). Der römische, inertielle Beobachter O sieht den griechischen Beobachter Ω beschleunigt enteilen, wie durch Gleichung (87) beschrieben. Was sagt der Griechische Beobachter über seinen römischen Kollegen? Das können wir jetzt leicht beantworten. In jedem Ort seiner Bewegung sieht Ω , daß O die Koordinate $\tau = 0$ hat. (Können sie das bestätigen?) Das bedeutet, daß der Abstand zum römischen Kollegen gleich dem Raumzeitintervall $O\Omega$ ist. Mit Ausdruck (87) ergibt sich dieser zu

Herausforderung 131 f

Ref. 85

$$d_{O\Omega} = \sqrt{\xi^2} = \sqrt{x^2 - c^2 t^2} = c^2/g, \quad (91)$$

ist also, überraschenderweise, zeitlich konstant! Mit anderen Worten, der griechische Beobachter sieht sich immer im selben Abstand vom römischen, in komplettem Gegensatz zu dem, was der römische Beobachter über den griechischen sagt. Nehmen Sie sich die Zeit, dieses Ergebnis zu kontrollieren. Wir werden es später noch brauchen, wenn wir erklären müssen, warum die Erde nicht explodiert. (Können Sie den Zusammenhang erraten?)

Herausforderung 132 n

EREIGNISHORIZONTE

Wir betrachten nun einen der überraschendsten Folgen der beschleunigten Bewegung, die mit der gerade beschriebenen eng zusammenhängt. Wir untersuchen die Bahn, in den Koordinaten ξ und τ des starr beschleunigten Systems, eines Körpers der für alle Zeiten t am Ort $x = x_0 = c^2/g$ liegen bleibt. Wir erhalten*

Herausforderung 133 na

$$\begin{aligned} \xi &= -\frac{c^2}{g} \left(1 - \operatorname{sech} \frac{g\tau}{c} \right) \\ d\xi/d\tau &= -c \operatorname{sech} \frac{g\tau}{c} \tanh \frac{g\tau}{c}. \end{aligned} \quad (93)$$

Diese Gleichungen sind seltsam. Für große Zeiten τ nähern sich die Koordinaten ξ dem Grenzwert $-c^2/g$ an, und $d\xi/d\tau$ dem Grenzwert 0. Die Situation ist also ähnlich der eines Autofahrers, der von einer Frau weg beschleunigt, die an einer langen Straße steht. Vom Auto aus gesehen, bewegt sich die Frau weg; nach einer Weile aber ist das einzige, was der Fahrer sieht, daß sich die Frau dem Horizont nähert. In täglichen Leben sehen

* Die obigen Funktionen, der *hyperbolische Sekans* und der *hyperbolische Tangens*, sind mit den Ausdrücken aus der Fußnote auf [Seite 85](#) definiert:

$$\operatorname{sech} y = \frac{1}{\cosh y} \quad \text{und} \quad \tanh y = \frac{\sinh y}{\cosh y}. \quad (92)$$

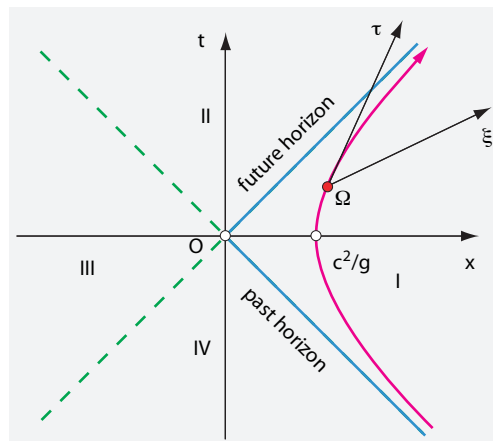


ABBILDUNG 51 Hyperbolische Bewegung und Ereignishorizonte

sowohl der Fahrer als auch die Frau, daß sich der andere dem Horizont nähert. In der Relativitätstheorie macht nur der Fahrer eine Beobachtung dieser Art.

Eine Zeichnung der Situation hilft, das Ergebnis zu erläutern. In [Abbildung 51](#) können wir sehen, daß Licht, das von irgend einem Ereignis in den Regionen II und III ausgesandt wird, vom griechischen Beobachter nicht beobachtet werden kann. Die Grenze zwischen dem Bereich, der beobachtet werden kann, und dem, der nicht beobachtet werden kann, wird *Ereignishorizont* genannt. Seltsamerweise kann aber Licht vom griechischen Beobachter sehr wohl die Region II erreichen. Ereignishorizonte sind also wie Tore, die nur in einer Richtung durchschritten werden können. Wir merken an, daß ein Ereignishorizont eine *Fläche* ist. Er unterscheidet sich also vom alltäglichen Horizont, der eine *Linie* ist. Können Sie bestätigen, daß Ereignishorizonte schwarz sind?

Herausforderung 134 na

Mit anderen Worten: nicht alle Ereignisse aus einem inertiellen Bezugssystem können durch einen beschleunigten Beobachter beobachtet werden. Beschleunigte Beobachter sind begrenzt. Gleichmäßig beschleunigte Beobachter erzeugen im Abstand $-c^2/g$ einen Ereignishorizont. Daher könnte eine Person, die steht, nie tiefer als diesen Abstand sehen.

Übrigens, ist es wahr, daß ein Lichtstrahl einen massebehafteten Beobachter in hyperbolischer Beschleunigung *nicht* einholen kann, wenn der Beobachter genug Vorsprung hat?

Herausforderung 135 n

Die folgende, schwierigere Aufgabe bereitet uns auf die allgemeine Relativitätstheorie vor. Was ist die zweidimensionale Form des Ereignishorizonts, den ein beschleunigter Beobachter sieht?

Herausforderung 136 n

Ein anderes Rätsel: Welchen Ereignishorizont sieht ein Beobachter aus einem Karussell?

Herausforderung 137 n

BESCHLEUNIGUNG ÄNDERT FARBEN

Seite 26

Wir haben oben gesehen, daß ein bewegter Empfänger andere Farben sieht als ein bewegter Sender. Bisher haben wir diese Farbverschiebung, die bekannte Dopplerverschiebung, nur für inertielle Beobachter diskutiert. Für beschleunigte Beobachter ist die Situation noch seltsamer: Sender und Empfänger sind bei Farben nicht einmal dann derselben

Ref. 81, Ref. 87 Meinung, wenn sie zueinander *ruhen*. In der Tat ergibt die die Formel für das Raumzeitintervall, für den Fall das das Licht in Richtung der Beschleunigung ausgesendet wird, den Ausdruck

$$d\sigma^2 = \left(1 + \frac{g_0 x}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 \quad (94)$$

wobei g_0 die Eigenbeschleunigung eines Beobachters am Ort $x = 0$ ist. Wir können ableiten, daß

Herausforderung 138 na

$$\frac{f_r}{f_s} = 1 - \frac{g_r h}{c^2} = \frac{1}{1 + \frac{g_s h}{c^2}} \quad (95)$$

wobei h der Stababstand zwischen Sender und Empfänger ist, und $g_s = g_0/(1 + g_0 x_s/c^2)$ sowie $g_r = g_0/(1 + g_0 x_r/c^2)$ die Eigenbeschleunigungen sind, die am Sender und am Empfänger gemessen werden. Die Frequenz des Lichts nimmt also ab, wenn das Licht sich in die Richtung der Beschleunigung gewegt. Hat das Folgen für die Farbe von Bäumen entlang ihrer Höhe über dem Boden?

Herausforderung 139 n

Die üblich angegebene Formel, nämlich

$$\frac{f_r}{f_s} = 1 - \frac{gh}{c^2}, \quad (96)$$

gilt nur in erster Näherung. In beschleunigten Bezugssystemen müssen wir bei der Definition jeder Größe vorsichtig sein. Jedoch sind die Unterschiede zwischen all diesen Formeln im Alltag sehr klein. Können Sie das bestätigen?

Herausforderung 140 f

KANN LICHT SCHNELLER ALS c SEIN?

Welche Lichtgeschwindigkeit mißt ein beschleunigter Beobachter? Aus Ausdruck (96) folgt, daß ein beschleunigter Beobachter den Wert

$$v_{\text{light}} = c \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right) \quad (97)$$

erhält; er ist höher als c für Licht, das sich vor oder 'über' ihm bewegt, und niedriger für Licht, das sich hinter oder 'unter' ihm bewegt. Dieses seltsame Resultat folgt aus einer fundamentalen Eigenschaft jedes beschleunigten Bezugssystems: in solch einem Bezugssystem bleiben Uhren, obwohl sie alle in Ruhe zueinander sind, *nicht* synchronisiert. Diese vorhergesagte Änderung der Lichtgeschwindigkeit ist auch gemessen worden: die Laufzeitverzögerungen, die in der allgemeinen Relativitätstheorie beobachtet werden, können als Bestätigung dieses Effektes gesehen werden.

Kurz gesagt, ist die Lichtgeschwindigkeit nur invariant, wenn sie als $c = dx/dt$ definiert wird, *und* wenn dx mit einem Maßstab gemessen wird, der sich innerhalb des Intervalls dx befindet, *und* wenn dt mit einer Uhr während dieses Intervalls gemessen wird. Anders gesagt: die Lichtgeschwindigkeit ist nur invariant, wenn sie lokal gemessen wird.

Wenn dagegen die Lichtgeschwindigkeit als $\Delta x/\Delta t$ definiert wird, oder wenn der

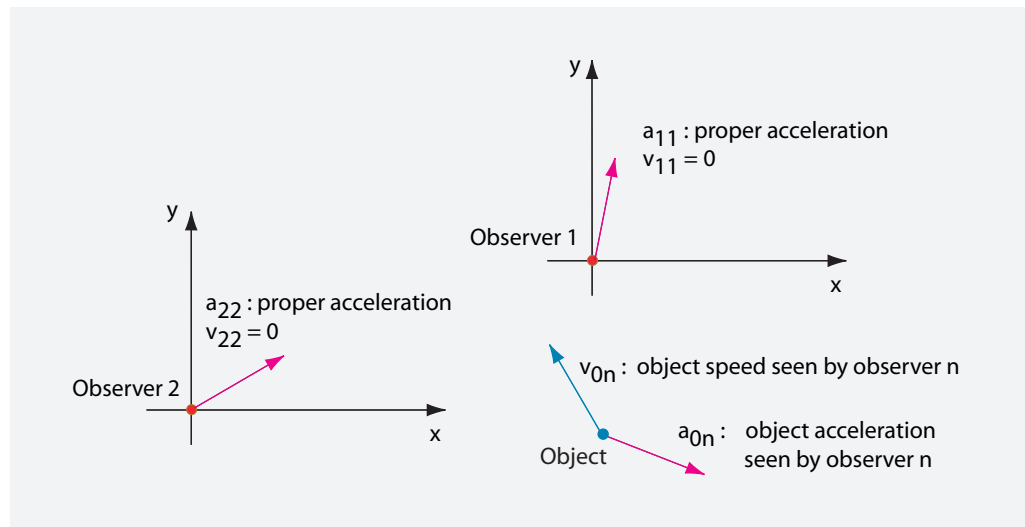


ABBILDUNG 52 Die notwendigen Definitionen für das Additionstheorem für Beschleunigungen

Maßstab oder die Uhr weit vom Licht entfernt sind, ist die Lichtgeschwindigkeit für beschleunigte Beobachter ungleich c ! Das ist derselbe Effekt, den Sie beobachten, wenn Sie sich nachts um Ihre Achse drehen: die Sternengeschwindigkeiten sind dann höher als die Lichtgeschwindigkeit. Kurz gesagt: c ist die Lichtgeschwindigkeit nur relativ zu *nahe* liegender Materie.

Herausforderung 141 n

Wir merken an, daß dieses Ergebnis nicht bedeutet, daß Signale oder Energie schneller als c bewegt werden können. Sie können das selbst nachprüfen.

Überhaupt sind alle diese Effekte für Abstände L , die viel kleiner als c^2/a sind, vernachlässigbar. Für eine Beschleunigung von 9.5 m/s^2 , etwa die des freien Falls, müßten Entfernungen von der Größenordnung eines Lichtjahrs sein, also $9.5 \cdot 10^{12} \text{ km}$, um zu meßbaren Effekten zu führen.

Herausforderung 142 n

Übrigens ist die alltägliche Erdanziehung äquivalent zu einer konstanten Beschleunigung. Warum bewegen sich entfernte Körper, wie zum Beispiel Sterne, nach Ausdruck (97) nicht schneller als das Licht?

DAS ADDITIONSTHEOREM FÜR BESCHLEUNIGUNGEN

Um ein besseres Gefühl für Beschleunigungen zu bekommen, untersuchen wir das Additionstheorem für Beschleunigungen. Die Situation ist komplizierter als für Geschwindigkeiten und wir oft verschwiegen. Eine gute Einführung wurde jedoch von Mishra gegeben.

Ref. 86

Wenn wir a_{nm} die Beschleunigung nennen, die das System n für den Beobachter m ergibt, suchen wir also nach einem Zusammenhang zwischen der Beschleunigung a_{01} und dem Wert a_{02} , der von einem anderen Beobachter gemessen wird, der Relativbeschleunigung a_{12} , und der Eigenbeschleunigung a_{22} des anderen Beobachters. **Abbildung 52** zeigt die Details. Wir beschränken uns auf eine eindimensionale Situation, in der der Körper und die beiden Beobachter sich entlang derselben Geraden bewegen. (Zur Vereinfachung schreiben wir auch $v_{11} = v$ und $v_{02} = u$.)

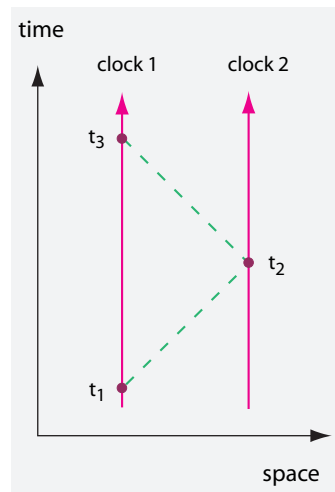


ABBILDUNG 53 Uhren und die Messung der Lichtgeschwindigkeit als Zweiweggeschwindigkeit

Herausforderung 143 f

In der galileischen Physik haben wir den allgemeinen Zusammenhang

$$a_{01} = a_{02} - a_{12} + a_{22} , \quad (98)$$

weil Beschleunigungen sich einfach verhalten. In der speziellen Relativitätstheorie findet man

$$a_{01} = a_{02} \frac{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - uv/c^2)^3} - a_{12} \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)^{-1/2}}{(1 - uv/c^2)^2} + a_{22} \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - uv/c^2)^3} \quad (99)$$

Herausforderung 144 na

und Sie können Spaß haben, diesen Ausdruck nachzuprüfen.

EIN KURIOSUM: WAS IST DIE EINWEGGESCHWINDIGKEIT DES LICHTS?

Wir haben gesehen, dass die Lichtgeschwindigkeit nur dann c beträgt, wenn sie durch einen Beobachter gemessen wird, der entweder inertiell ist oder der sich nahe am vorbeifliegenden Licht befindet. Anders gesagt, die Lichtgeschwindigkeit muss lokal gemessen werden. Diese Bedingung verhindert aber noch nicht eine letzte Unklarheit.

Üblicherweise wird die Länge mit der Zeit gemessen, die Licht für einen Weg braucht. Daher ist die Lichtgeschwindigkeit *automatisch* invariant. Können wir diese Invarianz testen? Dazu müssen wir Längenmessungen eliminieren. Die einfachste Lösung ist, das Licht von einem Spiegel zu reflektieren, wie in [Abbildung 53](#) gezeigt. Die Invarianz des Lichts bedeutet, dass nach einem Hin- und Herflug des Lichts die Uhren an den beiden Enden Zeitkoordinaten messen, für die gilt:

$$t_3 - t_1 = 2 (t_2 - t_1) . \quad (100)$$

Wir unterstellen, dass die beiden Uhren synchronisiert wurden, so wie auf [Seite 45](#) beschrieben. Wenn der Faktor nicht genau 2 wäre, wäre die Lichtgeschwindigkeit nicht invariant. In der Tat haben alle Experimente bisher im Rahmen der Meßgenauigkeit im-

mer 2 ergeben.

Herausforderung 145 n

Aber diese Experimente hinterlassen einen Zweifel: es scheint, daß die *Einweggeschwindigkeit* des Lichts nicht gemessen werden kann. Sind sie einverstanden? Ist die Frage überhaupt wichtig?

GRENZEN FÜR DIE LÄNGE VON FESTEN KÖRPERN

Ein üblicher fester Körper bricht, wenn ein Teil davon sich gegenüber einem benachbarten Teil schneller als die Schallgeschwindigkeit c des Materials gewegt.* Wenn zum Beispiel ein fester Körper auf den Boden fällt, und sein vorderes Ende innerhalb des Abstands d abgebremst wird, bricht der Körper spätestens wenn

$$\frac{v^2}{c^2} \geq \frac{2d}{l} . \quad (101)$$

Wir können also Brüche verhindern, indem wir zerbrechliche Körper in Schaumgummi einpacken, der die Abbremslänge erhöht. Das erklärt auch, warum bei so vielen Geschenken die Verpackungen größer sind als der Inhalt.

Die Bruchgrenze kann umformuliert werden. Um einen Bruch zu verhindern, muß die Beschleunigung a eines Körpers der Länge l folgende Bedingung erfüllen:

$$la < c^2 , \quad (102)$$

Ref. 90

Herausforderung 146 n

wo c die Schallgeschwindigkeit ist. Wir wiederholen diese Überlegung nun im Fall von relativistischen Geschwindigkeiten, und ersetzen nun die Schallgeschwindigkeit durch die Lichtgeschwindigkeit. Stellen Sie sich einen festen Körper vor, dessen vorderster Teil mit der Eigenbeschleunigung a beschleunigt wird. Das hintere Ende kann nicht mit einer Beschleunigung a bewegt werden, die gleich oder größer unendlich ist. Eine kurze Rechnung zeigt, daß daher die Länge l eines festen Körpers durch

$$la < c^2 , \quad (103)$$

beschränkt ist, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Die Lichtgeschwindigkeit beschränkt also die Länge von festen Körpern. Zum Beispiel ist für 9.8 m/s^2 , die Beschleunigung eines schnellen Motorrads, die Längengrenze 9.2 Pm , etwa ein Lichtjahr. Die meisten Motorräder sind in der Tat kürzer.

Herausforderung 147 na

Herausforderung 148 n

Es gibt aber noch andere interessantere Situationen. Hohe Beschleunigungen erzielt man in Teilchenbeschleunigern. Atomkerne sind nur einige Femtometer groß. Können sie ableiten, bei welcher Energie sie aufbrechen, wenn sie aufeinandergeschossen werden? Innerhalb eines Kerns bewegen sich die Nukleonen mit Beschleunigungen in der Größenordnung von $v^2/r \approx \hbar^2/m^2 r^3 \approx 10^{31} \text{ m/s}^2$; das ist einer der höchsten Werte, die in der Natur beobachtet werden. Ist die Längenbeschränkung auch durch Kerne erfüllt?

Wir sehen also, daß die galileische Physik und die Relativitätstheorie ähnliche Ergebnisse ergeben: Grenzgeschwindigkeiten, sei es die des Schalls oder die des Lichts, ma-

* Die (longitudinale) Schallgeschwindigkeit ist etwas 5.9 km/s für Glas, Eisen oder Stahl; etwa 4.5 km/s für Gold; und etwa 2 km/s für Blei. Andere Schallgeschwindigkeiten finden Sie auf [Seite ??](#).

chen *starre* Körper unmöglich. Wenn ein Ende eines Körpers angeschoben wird, kann sich das andere nur nach einer gewissen Verzögerung bewegen.

Nun ein Rätsel: Führt die Grenzgeschwindigkeit auch zu einer relativistischen ‘Unschärferelation’

$$\Delta l \Delta a \leq c^2 \quad (104)$$

Herausforderung 149 n für die Unschärfen der Länge und der Beschleunigungen?

Was bedeutet das alles für die Größe von Elementarteilchen? Nehmen wir zwei Elektronen im Abstand d , und nennen wir ihren Durchmesser d . Die Beschleunigung durch die elektrostatische Abstoßung führt dann zu einer Obergrenze für den Durchmesser:

Herausforderung 150 na

$$l < \frac{4\pi\epsilon_0 c^2 d^2 m}{e^2} . \quad (105)$$

Je näher Elektronen kommen können, desto kleiner müssen sie sein. Die gegenwärtige experimentelle Grenze liegt bei unter 10^{-19} m. Können Elektronen exakt punktförmig sein? Auf diese Frage werden wir später zurückkommen.

DIE SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE IN VIER SÄTZEN

Dieses Kapitel unseres Aufstiegs ist schnell zusammengefasst.

- Alle (frei schwebenden) Beobachter stellen fest, daß es in der Natur eine einzige, maximale und invariante Energiegeschwindigkeit gibt, die ‘perfekte’ Geschwindigkeit $c = 300$ Mm/s, die durch masselose Strahlung, wie Licht oder Radiosignale, erreicht wird, aber durch keinen materieller Körper.
- Obwohl die Raumzeit für alle Beobachter die gleiche ist, unterscheiden sich Zeiten und Längen von Beobachter zu Beobachter, wie durch die Lorentztransformationen (14) und (15) beschrieben, und wie durch alle Experimente bestätigt.
- Stöße zeigen, daß aus der maximalen Energiegeschwindigkeit folgt, daß Masse und Energie wesensgleich sind, und daß die Gesamtenergie eines Körpers durch $E = \gamma mc^2$ gegeben ist, wie auch durch alle Experimente bestätigt.
- Angewandt auf beschleunigte Körper, führen diese Ergebnisse zu vielen überraschenden Schlußfolgerungen, wie z.B. das Zwillingsparadoxon, das Erscheinen von Ereignishorizonten, und das Erscheinen von kurzlebigen, d.h. virtuellen Tachyonen in Stößen.

Die spezielle Relativitätstheorie zeigt daß alle Bewegung von Materie und Strahlung, obwohl in der Geschwindigkeit begrenzt, relativ ist, mittels Licht definiert und gemessen ist, erhalten ist, umkehrbar ist, und deterministisch ist.

KANN DIE LICHTGESCHWINDIGKEIT VARIEREN?

Die Lichtgeschwindigkeit ist die Grenzgeschwindigkeit für Energie in der Natur. Könnte sich diese Grenzgeschwindigkeit von Ort zu Ort, oder mit der Zeit ändern? Bei dieser Frage blamieren sich viele Wissenschaftler. “Natürlich! Wir brauchen ja nur den Wert

Ref. 91 c in den Formeln zu verändern.” (Einige solcher Hypothesen wurden sogar in Details ausgearbeitet.) Dennoch sind alle diese Aussagen falsch.

Herausforderung 151 n

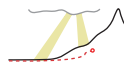
Weil die Lichtgeschwindigkeit in unsere Definition von Zeit und Raum eingeht, geht sie auch, selbst wenn wir es nicht merken, in den Bau aller Maßeinheiten und aller Meßgeräte ein. Es gibt daher *keine* Art und Weise, überhaupt zu bemerken, ob die Lichtgeschwindigkeit sich ändert. Kein denkbaren Experiment könnte eine Veränderung der Grenzggeschwindigkeit messen, weil die Grenzggeschwindigkeit das Fundament aller Messungen ist. “Das ist geistige Grausamkeit”, werden Sie sagen. “Alle Experimente zeigen, daß die Lichtgeschwindigkeit invariant ist; wir mußten eine Überraschung nach der anderen über uns ergehen lassen, und nun werden wir sogar gezwungen zuzugeben, daß es keine andere Wahl gab?” Ja, so ist es. Das ist die Ironie des Fortschritts der Physik. Die Beobachterinvarianz der Lichtgeschwindigkeit ist unerwartet und überraschend, wenn wir sie mit der Beobachterabhängigkeit von üblichen, niedrigen Geschwindigkeiten vergleichen. Hätten wir aber von Anfang an beachtet, daß jede Geschwindigkeitsmessung ein Vergleich mit der Lichtgeschwindigkeit ist, wären wir nie überrascht worden. Wir hätten uns nur über die seltsamen Eigenschaften von niedrigen Geschwindigkeiten gewundert.

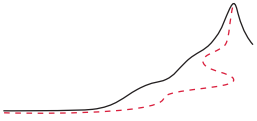
Es gibt prinzipiell keine Möglichkeit, die Invarianz einer Maßeinheit zu überprüfen. Mit anderen Worten: die überraschende Seite der Relativitätstheorie ist nicht die Invarianz der Geschwindigkeit c , sondern die Unabhängigkeit von alltäglichen Bewegungsformen von diesem Wert.

WANN VERLIERT DIE SPEZIELLE RELATIVITÄTSTHEORIE IHRE GÜLTIGKEIT?

Wenn wir uns der Lichtgeschwindigkeit annähern, divergieren die Größen in den Lorentztransformationen. Das ist aber nur die halbe Wahrheit. In der Natur kann keine Größe beliebig hohe Werte annehmen. In der Tat bricht, wenn wir uns der Lichtgeschwindigkeit so weit wie möglich nähern, auch die spezielle Relativitätstheorie zusammen.

Bei sehr hohen Lorentzkontraktionen können wir die Raumkrümmung nicht mehr vernachlässigen, die durch die bewegte Materie oder Strahlung erzeugt wird: die *Gravitation* muß berücksichtigt werden. Bei sehr hohen Lorentzkontraktionen können wir die Fluktuationen in Ort und Geschwindigkeit nicht mehr vernachlässigen, die die Teilchen der bewegten Materie oder Strahlung zeigen: die *Quantentheorie* muß berücksichtigt werden. Die Erkundung dieser beiden Grenzgebiete geben die nächsten beiden Etappen unseres Aufstiegs vor. Wir starten mit der ersten.



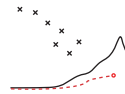


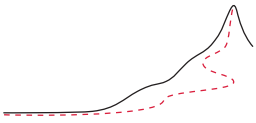
KAPITEL 2

ALLGEMEINE RELATIVITÄSTHEORIE: GRAVITATION UND MAXIMALE KRAFT

Kommt noch.

“It’s a good thing we have gravity, or else when birds died they’d just stay right up there. Hunters would be all confused.”
Steven Wright, comedian.”





BIBLIOGRAPHIE

“ A man will turn over half a library to make one book.

Samuel Johnson* ”

- 1 ARISTOTLE, On sense and the sensible, section 1, part 1, 350 V.U.Z.. Cited in JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 157, 1991. Zitiert auf Seite 13.
- 2 ANONYMOUS, Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences, *Journal des Scavans* pp. 233–236, 1676. An English summary is found in O. C. RØMER, A demonstration concerning the motion of light, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 136, pp. 893–894, 1677. You can read the two papers at dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html. Nicht zitiert.
- 3 F. TUINSTRÄ, Römer and the finite speed of light, *Physics Today* 57, pp. 16–17, December 2004. Zitiert auf Seite 14.
- 4 The history of the measurement of the speed of light can be found in chapter 19 of the text by FRANCIS A. JENKINS & HARVEY E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1957. Zitiert auf Seite 15.
- 5 On the way to perform such measurements, see SYDNEY G. BREWER, *Do-it-yourself Astronomy*, Edinburgh University Press, 1988. Kepler himself never measured the distances of planets to the Sun, but only *ratios* of planetary distances. The parallax of the Sun from two points of the Earth is at most 8.79''; it was first measured in the eighteenth century. Zitiert auf Seite 16.
- 6 ARISTARCHOS, On the sizes and the distances of the Sun and the Moon, c. 280 V.U.Z., in MICHAEL J. CROWE, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990. Zitiert auf Seite 16.
- 7 J. FRERCKS, Creativity and technology in experimentation: Fizeau's terrestrial determination of the speed of light, *Centaurus* 42, pp. 249–287, 2000. See also the beautiful website on reconstructions of historical science experiments at www.uni-oldenburg.de/histodid/forschung/nachbauten. Zitiert auf Seite 16.
- 8 The way to make pictures of light pulses with an ordinary photographic camera, without any electronics, is described by M. A. DUGUAY & A. T. MATTICK, Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes, *Applied Optics* 10, pp. 2162–2170, 1971. The picture on Seite 17 is taken from it. Zitiert auf Seite 16.

* Samuel Johnson (1709–1784), berühmter englischer Dichter und Intellektueller.

- 9 You can learn the basics of special relativity with the help of the web; the simplest and clearest introduction is part of the Karlsruhe physics course, downloadable at www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de. You can also use the physics.syr.edu/research/relativity/RELATIVITY.html web page as a starting point; the page mentions many of the English-language relativity resources available on the web. Links in other languages can be found with search engines. Zitiert auf Seite 18.
- 10 W. DE SITTER, A proof of the constancy of the speed of light, *Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen* 15, pp. 1297–1298, 1913, W. DE SITTER, On the constancy of the speed of light, *Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen* 16, pp. 395–396, 1913, W. DE SITTER, Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, *Physikalische Zeitschrift* 14, p. 429, 1913, W. DE SITTER, Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann, *Physikalische Zeitschrift* 14, p. 1267, 1913, For a more recent version, see K. BRECHER, Is the speed of light independent of the source?, *Physics Letters* 39, pp. 1051–1054, Errata 1236, 1977. Zitiert auf Seite 19.
- 11 Observations of gamma ray bursts show that the speed of light does not depend on the lamp speed to within one part in 10^{20} , as shown by K. BRECHER, *Bulletin of the American Physical Society* 45, 2000. He assumed that both sides of the burster emit light. The large speed difference and the pulse sharpness then yield this result. Measuring the light speed from rapidly moving stars is another way; see the previous reference. Some of these experiments are not completely watertight, however. There is a competing theory of electrodynamics, due to Ritz, which maintains that the speed of light is c only when measured with respect to the source; the light from stars, however, passes through the atmosphere, and its speed might thus be reduced to c .
The famous experiment with light emitted from rapid pions at CERN is not subject to this criticism. It is described in T. ALVÄGER, J. M. BAILEY, F. J. M. FARLEY, J. KJELLMAN & I. WALLIN, Test of the second postulate of relativity in the GeV region, *Physics Letters* 12, pp. 260–262, 1964. See also T. ALVÄGER & al., Velocity of high-energy gamma rays, *Arkiv för Fysik* 31, pp. 145–157, 1965.
Another precise experiment at extreme speeds is described by G. R. KALBFLEISCH, N. BAGGETT, E. C. FOWLER & J. ALSPECTOR, Experimental comparison of neutrino, anti-neutrino, and muon velocities, *Physical Review Letters* 43, pp. 1361–1364, 1979. Zitiert auf Seite 19.
- 12 See e.g. C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Revised edition, Cambridge University Press, 1993. Zitiert auf den Seiten 19 and 23.
- 13 B. E. SCHAEFER, Severe limits on variations of the speed of light with frequency, *Physical Review Letters* 82, pp. 4964–4966, 21 June 1999. Zitiert auf Seite 19.
- 14 The beginning of the modern theory of relativity is the famous paper by ALBERT EINSTEIN, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik* 17, pp. 891–921, 1905. It still well worth reading, and every physicist should have done so. The same can be said of the famous paper, probably written after he heard of Olinto De Pretto's idea, found in ALBERT EINSTEIN, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?, *Annalen der Physik* 18, pp. 639–641, 1905. See also the review ALBERT EINSTEIN, Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* 4, pp. 411–462, 1907. These papers are now available in many languages. A later, unpublished review is available in facsimile and with an English translation as ALBERT EINSTEIN, Hanoch Gutfreund, ed., *Einstein's 1912 Manuscript on*

- the Theory of Relativity*, George Braziller, 2004. Zitiert auf den Seiten 20, 22, and 67.
- 15 ALBERT EINSTEIN, *Mein Weltbild*, edited by CARL SELIG, Ullstein Verlag, 1998. Zitiert auf Seite 21.
 - 16 JEAN VAN BLADEL, *Relativity and Engineering*, Springer, 1984. Zitiert auf Seite 20.
 - 17 ALBRECHT FÖLSING, *Albert Einstein – eine Biographie*, Suhrkamp p. 237, 1993. Zitiert auf den Seiten 22 and 35.
 - 18 R. J. KENNEDY & E. M. THORNDIKE, Experimental establishment of the relativity of time, *Physical Review* 42, pp. 400–418, 1932. See also H. E. IVES & G. R. STILWELL, An experimental study of the rate of a moving atomic clock, *Journal of the Optical Society of America* 28, pp. 215–226, 1938, and 31, pp. 369–374, 1941. For a modern, high-precision versions, see C. BRAXMEIER, H. MÜLLER, O. PRADL, J. MLYNEK, A. PETERS & S. SCHILLER, New tests of relativity using a cryogenic optical resonator, *Physical Review Letters* 88, p. 010401, 2002. The newest result is in P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators, *Physical Review A* 71, p. 050101, 2005, or arxiv.org/abs/gr-qc/0504109. See also P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, Reply to “Comment on ‘Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators’”, *Physical Review A* 72, p. 066102, 2005. Zitiert auf Seite 23.
 - 19 JULIAN SCHWINGER, *Einstein’s Legacy*, Scientific American, 1986. EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. See also NICK M. J. WOODHOUSE, *Special Relativity*, Springer, 2003. Zitiert auf den Seiten 22 and 76.
 - 20 WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001. A beautiful book by one of the masters of the field. Zitiert auf den Seiten 22 and 81.
 - 21 The slowness of the speed of light inside stars is due to the frequent scattering of photons by the star matter. The most common estimate for the Sun is an escape time of 40 000 to 1 million years, but estimates between 17 000 years and 50 million years can be found in the literature. Zitiert auf Seite 23.
 - 22 L. VESTERGAARD HAU, S. E. HARRIS, Z. DUTTON & C. H. BEHROOZI, Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas, *Nature* 397, pp. 594–598, 1999. See also C. LIU, Z. DUTTON, C. H. BEHROOZI & L. VESTERGAARD HAU, Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses, *Nature* 409, pp. 490–493, 2001, and the comment E. A. CORNELL, Stopping light in its track, 409, pp. 461–462, 2001. However, despite the claim, the light pulses have *not* been halted. Zitiert auf Seite 23.
 - 23 The method of explaining special relativity by drawing a few lines on paper is due to HERMANN BONDI, *Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein*, Dover, New York, 1980. See also DIERCK-EKKEHARD LIEBSCHER, *Relativitätstheorie mit Zirkel und Lineal*, Akademie-Verlag Berlin, 1991. Zitiert auf Seite 24.
 - 24 S. REINHARDT & al., Test of relativistic time dilation with fast optical clocks at different velocities, *Nature Physics* 3, pp. 861–864, 2007. Zitiert auf Seite 25.
 - 25 ROD S. LAKES, Experimental limits on the photon mass and cosmic vector potential, *Physical Review Letters* 80, pp. 1826–1829, 1998. The speed of light is independent of frequency within a factor of $6 \cdot 10^{-21}$, as was shown from gamma ray studies by B. E. SCHAEFER, Severe limits on variations of the speed of light with frequency, *Physical Review Letters* 82, pp. 4964–4966, 1999. Zitiert auf Seite 27.

- 26 An overview of experimental results is given in YUAN ZHONG ZHANG, *Special Relativity and its Experimental Foundations*, World Scientific, 1998. Zitiert auf den Seiten 19, 27, 34, 45, 59, and 99.
- 27 X. Y. Christian Doppler, *Nederlands tijdschrift voor natuurkunde* 69, p. 109, April 2009. Zitiert auf Seite 27.
- 28 R. W. MCGOWAN & D. M. GILTNER, New measurement of the relativistic Doppler shift in neon, *Physical Review Letters* 70, pp. 251–254, 1993. Nicht zitiert.
- 29 R. LAMBOURNE, The Doppler effect in astronomy, *Physics Education* 32, pp. 34–40, 1997, Nicht zitiert.
- 30 The present record for clock synchronization seems to be 1 ps for two clocks distant 3 km from each other. See A. VALENCIA, G. SCARCELLI & Y. SHIH, Distant clock synchronization using entangled photon pairs, *Applied Physics Letters* 85, pp. 2655–2657, 2004, or arxiv.org/abs/quant-ph/0407204. Zitiert auf Seite 30.
- 31 J. FRENKEL & T. KONTOROWA, Über die Theorie der plastischen Verformung, *Physikalische Zeitschrift der Sowietunion* 13, p. 1, 1938. F. C. FRANK, On the equations of motion of crystal dislocations, *Proceedings of the Physical Society A* 62, pp. 131–134, 1949. J. ESHELBY, Uniformly moving dislocations, *Proceedings of the Physical Society A* 62, pp. 307–314, 1949. See also G. LEIBFRIED & H. DIETZE, *Zeitschrift für Physik* 126, p. 790, 1949. A general introduction can be found in A. SEEGER & P. SCHILLER, Kinks in dislocation lines and their effects in internal friction in crystals, *Physical Acoustics* 3A, W. P. MASON, ed., Academic Press, 1966. See also the textbooks by FRANK R. N. NABARRO, *Theory of Crystal Dislocations*, Oxford University Press, 1967, or J. P. HIRTH & J. LOTHE, *Theory of Dislocations*, McGraw Hill, 1968. Zitiert auf Seite 30.
- 32 This beautiful graph is taken from Z. G. T. GUIRAGOSSIAN, G. B. ROTHBART, M. R. YEARIAN, R. GEARHART & J. J. MURRAY, Relative velocity measurements of electrons and gamma rays at 15 GeV, *Physical Review Letters* 34, pp. 335–338, 1975. Zitiert auf Seite 31.
- 33 A provocative attempt to explain the lack of women in physics in general is made in MARGARET WERTHEIM, *Pythagoras' Trousers – God, Physics and the Gender Wars*, Fourth Estate, 1997. Nicht zitiert.
- 34 To find out more about the best-known crackpots, and their ideas, send an email to majordomo@zikzak.net with the one-line body 'subscribe psychoceramics'. Nicht zitiert.
- 35 The accuracy tests of Galilean mechanics are discussed in ... Zitiert auf Seite 32.
- 36 The speed of neutrinos is the same as that of light to 9 decimal digits. This is explained by LEO STODOLSKY, The speed of light and the speed of neutrinos, *Physics Letters B* 201, p. 353, 1988. An observation of a small mass for the neutrino has been published by the Japanese Super-Kamiokande collaboration, in Y. FUKUDA & al., Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos, *Physical Review Letters* 81, pp. 1562–1567, 1998. The newer results published by the Canadian Sudbury Neutrino Observatory, as Q. R. AHMAD & al., Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory, *Physical Review Letters* 89, p. 011301, 2002, also confirm that neutrinos have a mass in the 1 eV region. Zitiert auf Seite 33.
- 37 B. ROTHENSTEIN & G. ECKSTEIN, Lorentz transformations directly from the speed of light, *American Journal of Physics* 63, p. 1150, 1995. See also the comment by E. KAPUŚCIK, Comment on "Lorentz transformations directly from the speed of light" by B. Rothenstein and G. Eckstein, *American Journal of Physics* 65, p. 1210, 1997. Zitiert auf Seite 34.

- 38 See e.g. the 1922 lectures by Lorentz at Caltech, published as H. A. LORENTZ, *Problems of Modern Physics*, edited by H. Bateman, Ginn and Company, page 99, 1927. Zitiert auf Seite 34.
- 39 MAX BORN, *Die Relativitätstheorie Einsteins*, Springer, 2003, a commented reedition of the original text of 1920. Nicht zitiert.
- 40 A. A. MICHELSON & E. W. MORLEY, On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether, *American Journal of Science (3rd series)* 34, pp. 333–345, 1887. Michelson published many other papers on the topic after this one. Zitiert auf Seite 34.
- 41 S. SCHILLER, P. ANTONINI & M. OKHAPKIN, A precision test of the isotropy of the speed of light using rotating cryogenic cavities, arxiv.org/abs/physics/0510169. Zitiert auf Seite 34.
- 42 H. A. LORENTZ, De relative beweging van de aarde en dem aether, *Amst. Versl.* 1, p. 74, 1892, and also H. A. LORENTZ, Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light, *Amst. Proc.* 6, p. 809, 1904, or *Amst. Versl.* 12, p. 986, 1904. Zitiert auf Seite 38.
- 43 A general refutation of such proposals is discussed by S. R. MAINWARING & G. E. STEDMAN, Accelerated clock principles, *Physical Review A* 47, pp. 3611–3619, 1993. Experiments on *muons* at CERN in 1968 showed that accelerations of up to 10^{20} m/s² have no effect, as explained by D. H. PERKINS, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, or by J. BAILEY & al., *Il Nuovo Cimento* 9A, p. 369, 1972. Zitiert auf Seite 38.
- 44 W. RINDLER, General relativity before special relativity: an unconventional overview of relativity theory, *American Journal of Physics* 62, pp. 887–893, 1994. Zitiert auf Seite 39.
- 45 STEVEN K. BLAU, Would a topology change allow Ms. Bright to travel backward in time?, *American Journal of Physics* 66, pp. 179–185, 1998. Zitiert auf Seite 42.
- 46 On the ‘proper’ formulation of relativity, see for example D. HESTENES, Proper particle mechanics, *Journal of Mathematical Physics* 15, pp. 1768–1777, 1974. See also his numerous other papers, his book DAVID HESTENES, *Spacetime Algebra*, Gordon and Breach, 1966, and his webpage modelingnts.la.asu.edu. A related approach is W. E. BAYLIS, Relativity in introductory physics, preprint at arxiv.org/abs/physics/0406158. Zitiert auf Seite 43.
- 47 The simple experiment to take a precise clock on a plane, fly it around the world and then compare it with an identical one left in place was first performed by J. C. HAFELE & R. E. KEATING, Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains, *Science* 177, pp. 166–167, and Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains, pp. 168–170, 14 July 1972. See also Ref. 26. Zitiert auf Seite 43.
- 48 A readable introduction to the change of time with observers, and to relativity in general, is ROMAN U. SEXL & HERBERT KURT SCHMIDT, *Raum-Zeit-Relativität*, 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1991. Zitiert auf Seite 43.
- 49 Most famous is the result that moving muons stay younger, as shown for example by D. H. FRISCH & J. B. SMITH, Measurement of the relativistic time dilation using μ -mesons, *American Journal of Physics* 31, pp. 342–355, 1963. For a full pedagogical treatment of the twin paradox, see E. SHELDON, Relativistic twins or sextuplets?, *European Journal of Physics* 24, pp. 91–99, 2003. Zitiert auf Seite 44.
- 50 PAUL J. NAHIN, *Time Machines – Time Travel in Physics, Metaphysics and Science Fiction*, Springer Verlag and AIP Press, second edition, 1999. Zitiert auf Seite 44.
- 51 The first muon experiment was B. ROSSI & D. B. HALL, Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum, *Physical Review* 59, pp. 223–228, 1941. ‘Mesotron’ was the old

- name for muon. Zitiert auf Seite 45.
- 52 J. BAILEY & al., Final report on the CERN muon storage ring including the anomalous magnetic moment and the electric dipole moment of the muon, and a direct test of relativistic time dilation, *Nuclear Physics B* 150, pp. 1–75, 1979. Zitiert auf Seite 45.
 - 53 See for example, the fuel discussion in ... Zitiert auf Seite 45.
 - 54 A. HARVEY & E. SCHUCKING, A small puzzle from 1905, *Physics Today*, pp. 34–36, March 2005. Zitiert auf Seite 45.
 - 55 W. RINDLER, Length contraction paradox, *American Journal of Physics* 29, pp. 365–366, 1961. For a variation without gravity, see R. SHAW, Length contraction paradox, *American Journal of Physics* 30, p. 72, 1962. Zitiert auf Seite 46.
 - 56 VAN LINTEL & C. GRUBER, The rod and hole paradox re-examined, *European Journal of Physics* 26, pp. 19–23, 2005. Zitiert auf Seite 47.
 - 57 This situation is discussed by G. P. SASTRY, Is length contraction paradoxical?, *American Journal of Physics* 55, 1987, pp. 943–946. This paper also contains an extensive literature list covering variants of length contraction paradoxes. Zitiert auf Seite 47.
 - 58 S. P. BOUGHN, The case of the identically accelerated twins, *American Journal of Physics* 57, pp. 791–793, 1989. Zitiert auf den Seiten 47 and 51.
 - 59 J. M. SUPPLEE, Relativistic buoyancy, *American Journal of Physics* 57 1, pp. 75–77, January 1989. See also G. E. A. MATSAS, Relativistic Arquimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the ‘submarine paradox’, *Physical Review D* 68, p. 027701, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0305106. Zitiert auf Seite 48.
 - 60 The distinction was first published by J. TERRELL, Invisibility of Lorentz contraction, *Physical Review* 116, pp. 1041–1045, 1959, and R. PENROSE, The apparent shape of a relativistically moving sphere, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 55, pp. 137–139, 1959. Zitiert auf Seite 50.
 - 61 G. R. RYBICKI, Speed limit on walking, *American Journal of Physics* 59, pp. 368–369, 1991. Zitiert auf Seite 52.
 - 62 The first examples of such astronomical observations were provided by A. R. WHITNEY & al., Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry, *Science* 173, pp. 225–230, 1971, and by M. H. COHEN & al., The small-scale structure of radio galaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimetres, *Astrophysical Journal* 170, pp. 207–217, 1971. See also T. J. PEARSON, S. C. UNWIN, M. H. COHEN, R. P. LINFIELD, A. C. S. READHEAD, G. A. SEIELSTAD, R. S. SIMON & R. C. WALKER, Superluminal expansion of quasar 3C 273, *Nature* 290, pp. 365–368, 1981. An overview is given in J. A. ZENSUS & T. J. PEARSON, editors, *Superluminal radio sources*, Cambridge University Press, 1987. Another measurement, using very long baseline interferometry with radio waves, was shown on the cover of *Nature*: I. F. MIRABEL & L. F. RODRÍGUEZ, A superluminal source in the galaxy, *Nature* 371, pp. 46–48, 1994. A more recent example was reported in *Science News* 152, p. 357, 6 December 1997.
Pedagogical explanations are given by D. C. GABUZDA, The use of quasars in teaching introductory special relativity, *American Journal of Physics* 55, pp. 214–215, 1987, and by EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992, pages 89–92. This excellent book was mentioned already in the text. Zitiert auf Seite 54.
 - 63 O. M. BILANIUK & E. C. SUDARSHAN, Particles beyond the light barrier, *Physics Today* 22, pp. 43–51, 1969, and O. M. P. BILANIUK, V. K. DESHPANDE & E. C. G. SUDARSHAN, ‘Meta’ relativity, *American Journal of Physics* 30, pp. 718–723,

1962. See also E. RECAMI, editor, *Tachyons, Monopoles and Related Topics*, North-Holland, Amsterdam, 1978. Zitiert auf Seite 55.
- 64 J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR, A. A. RAWLINSON & G. J. STEPHENSON, The Thomas rotation, *American Journal of Physics* 69, pp. 837–847, 2001. Zitiert auf Seite 56.
- 65 See for example S. S. COSTA & G. E. A. MATSAS, Temperature and relativity, preprint available at arxiv.org/abs/gr-qc/9505045. Zitiert auf Seite 56.
- 66 R. C. TOLMAN & G. N. LEWIS, The principle of relativity and non-Newtonian mechanics, *Philosophical Magazine* 18, pp. 510–523, 1909, and R. C. TOLMAN, Non-Newtonian mechanics: the mass of a moving body, *Philosophical Magazine* 23, pp. 375–380, 1912. Zitiert auf Seite 57.
- 67 S. RAINVILLE, J. K. THOMPSON, E. G. MYERS, J. M. BROWN, M. S. DEWEY, E. G. KESSLER, R. D. DESLATTES, H. G. BÖRNER, M. JENTSCH, P. MUTTI & D. E. PRITCHARD, World year of physics: a direct test of $E = mc^2$, *Nature* 438, pp. 1096–1097, 2005. Zitiert auf Seite 63.
- 68 This information is due to a private communication by Frank DiFilippo; part of the story is given in F. DIFILIPPO, V. NATARAJAN, K. R. BOYCE & D. E. PRITCHARD, Accurate atomic masses for fundamental metrology, *Physical Review Letters* 73, pp. 1481–1484, 1994. These measurements were performed with Penning traps; a review of the possibilities they offer is given by R. C. THOMPSON, Precision measurement aspects of ion traps, *Measurement Science and Technology* 1, pp. 93–105, 1990. The most important experimenters in the field of single particle levitation were awarded the Nobel Prize in 1989. One of the Nobel Prize lectures can be found in W. PAUL, Electromagnetic traps for neutral and charged particles, *Reviews of Modern Physics* 62, pp. 531–540, 1990. Zitiert auf Seite 63.
- 69 J. L. SYNGE, *Relativity: The Special Theory*, North-Holland, 1956, pp. 208–213. More about antiparticles in special relativity can be found in J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR & A. A. RAWLINSON, Classical antiparticles, *American Journal of Physics* 65, pp. 835–841, 1997. See also Ref. 85. Zitiert auf Seite 64.
- 70 A. PAPAPETROU, Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der relativistischen Mechanik, *Praktika Acad. Athenes* 14, p. 540, 1939, and A. PAPAPETROU, Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der Diracschen Theorie, *Praktika Acad. Athenes* 15, p. 404, 1940. See also M. H. L. PRYCE, The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion with the quantum theory of elementary particles, *Proceedings of the Royal Society in London*, A 195, pp. 62–81, 1948. Zitiert auf Seite 66.
- 71 UMBERTO BARTOCCI, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ulteja, 1998. Zitiert auf Seite 67.
- 72 The references preceding Einstein's $E = mc^2$ are: TOLVER PRESTON, *Physics of the Ether*, E. & F.N. Spon, 1875, J. H. POINCARÉ, La théorie de Lorentz et le principe de réaction, *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles* 5, pp. 252–278, 1900, O. DE PRETTO, Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo, *Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti* tomo LXIII, parte 2, pp. 439–500, Febbraio 1904, F. HASENÖHRL, *Berichte der Wiener Akademie* 113, p. 1039, 1904, F. HASENÖHRL, Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern, *Annalen der Physik* 15, pp. 344–370, 1904, F. HASENÖHRL, Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern – Berichtigung, *Annalen der Physik* 16, pp. 589–592, 1905. Hasenöhl died in 1915, De Pretto in 1921. All these papers were published before the famous paper by ALBERT EINSTEIN, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?, *Annalen der Physik* 18, pp. 639–641, 1905. Zitiert auf Seite 67.
- 73 A jewel among the textbooks on special relativity is the booklet by ULRICH E. SCHRÖDER,

- Spezielle Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Thun, 1981. Zitiert auf den Seiten 71 and 73.
- 74 A readable article showing a photocopy of a letter by Einstein making this point is LEV B. OKUN, The concept of mass, *Physics Today*, pp. 31–36, June 1989. The topic is not without controversy, as the letters by readers following that article show; they are found in *Physics Today*, pp. 13–14 and pp. 115–117, May 1990. The topic is still a source of debates. Zitiert auf Seite 73.
- 75 CHRISTIAN MØLLER, *The Theory of Relativity*, Clarendon Press, 1952, 1972. This standard text has been translated in several languages. Zitiert auf Seite 73.
- 76 P. EHRENFEST, Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* 10, pp. 918–928, 1909. Ehrenfest (incorrectly) suggested that this meant that relativity cannot be correct. A good modern summary of the issue can be found in M. L. RUGGIERO, The relative space: space measurements on a rotating platform, arxiv.org/abs/gr-qc/0309020. Zitiert auf Seite 74.
- 77 R. J. LOW, When moving clocks run fast, *European Journal of Physics* 16, pp. 228–229, 1995. Zitiert auf den Seiten 79, 80, and 81.
- 78 G. STEPHENSON & C. W. KILMISTER, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, London, 1965. See also W. N. MATTHEWS, Relativistic velocity and acceleration transformations from thought experiments, *American Journal of Physics* 73, pp. 45–51, 2005. Zitiert auf Seite 82.
- 79 The impossibility of defining rigid coordinate frames for non-uniformly accelerating observers is discussed by CHARLES MISNER, KIP THORNE & JOHN A. WHEELER, *Gravitation*, Freeman, p. 168, 1973. Zitiert auf Seite 83.
- 80 E. A. DESLOGE & R. J. PHILPOTT, Uniformly accelerated reference frames in special relativity, *American Journal of Physics* 55, pp. 252–261, 1987. Zitiert auf Seite 83.
- 81 R. H. GOOD, Uniformly accelerated reference frame and twin paradox, *American Journal of Physics* 50, pp. 232–238, 1982. Zitiert auf den Seiten 84, 85, and 88.
- 82 DWAYNE HAMILTON, The uniformly accelerated reference frame, *American Journal of Physics* 46, pp. 83–89, 1978. Zitiert auf Seite 85.
- 83 The best and cheapest mathematical formula collection remains the one by K. ROTTMANN, *Mathematische Formelsammlung*, BI Hochschultaschenbücher, 1960. Zitiert auf Seite 85.
- 84 C. G. ADLER & R. W. BREHME, Relativistic solutions to a falling body in a uniform gravitation field, *American Journal of Physics* 59, pp. 209–213, 1991. Zitiert auf Seite 86.
- 85 See for example the excellent lecture notes by D. J. RAYMOND, A radically modern approach to freshman physics, on the www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html website. Zitiert auf den Seiten 86 and 101.
- 86 L. MISHRA, The relativistic acceleration addition theorem, *Classical and Quantum Gravity* 11, pp. L97–L102, 1994. Zitiert auf Seite 89.
- 87 EDWARD A. DESLOGE, The gravitational red-shift in a uniform field, *American Journal of Physics* 58, pp. 856–858, 1990. Zitiert auf Seite 88.
- 88 One of the latest of these debatable experiments is T. P. KRISHER, L. MALEKI, G. F. LUTES, L. E. PRIMAS, R. T. LOGAN, J. D. ANDERSON & C. M. WILL, Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards, *Physical Review D* 42, pp. 731–734, 1990. Nicht zitiert.
- 89 H. C. OHANIAN, The role of dynamics in the synchronization problem, *American Journal of Physics* 72, pp. 141–148, 2004. Nicht zitiert.

- 90 EDWIN F. TAYLOR & A. P. FRENCH, Limitation on proper length in special relativity, *American Journal of Physics* 51, pp. 889–893, 1983. Zitiert auf Seite 91.
- 91 Clear statements against such a change are made by Michael Duff in several of his publications. See, for example, M. J. DUFF, Comment on time-variation of fundamental constants, arxiv.org/abs/hep-th/0208093. Zitiert auf Seite 93.
- 92 The quote is from a letter of Gibbs to the American Academy of Arts and Sciences, in which he thanks the Academy for their prize. The letter was read in a session of the Academy and thus became part of the proceedings: J. W. GIBBS, Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences, 16, p. 420, 1881. Nicht zitiert.
- 93 It seems that the first published statement of the principle was in the year 2000 edition of this text, in the chapter on gravitation and relativity. The present author discovered the maximum force principle in 1998, when searching for a way to derive the results of chapter ?? that would be so simple that it would convince even a secondary-school student. The reference is CHRISTOPH SCHILLER, *Motion Mountain – The Adventure of Physics*, found at www.motionmountain.net. The idea of a maximum force was also proposed by Gary Gibbons in 2002 (see reference below). Nowadays Gary Gibbons is more cautious than the author about whether the maximum force can be seen as an actual physical principle (despite the title of his paper). The approach of a maximum force was discussed in various usenet discussion groups in the early twenty-first century. These discussions showed that the idea of a maximum force (and a maximum power) were known to some people, but that before Gibbons and the author few had put it in writing. Also this physics discovery was thus made much too late. In short, only the idea to raise maximum force or power to a *principle* seems to be original; it was published first in the reference following this one and then in C. SCHILLER, General relativity and cosmology derived from principle of maximum power or force, *International Journal of Theoretical Physics* 44, pp. 1629–1647, 2005, preprint at arxiv.org/abs/physics/0607090. Nicht zitiert.
- 94 C. SCHILLER, Maximum force and minimum distance: physics in limit statements, part of this text and downloadable at www.motionmountain.net/MotionMountain-Part6.pdf, preprint at arxiv.org/abs/physics/0309118. Nicht zitiert.
- 95 G. W. GIBBONS, The maximum tension principle in general relativity, *Foundations of Physics* 32, pp. 1891–1901, 2002, or arxiv.org/abs/hep-th/0210109. Gary Gibbons explains that the maximum force follows from general relativity; he does not make a statement about the converse. See also L. KOSTRO & B. LANGE, Is c^4/G the greatest possible force in nature?, *Physics Essays* 12, pp. 182–189, 1999. See also C. MASSA, Does the gravitational constant increase?, *Astrophysics and Space Science* 232, pp. 143–148, 1995. Nicht zitiert.
- 96 H. C. OHANIAN & R. RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994. Another textbook that talks about the power limit is IAN R. KENYON, *General Relativity*, Oxford University Press, 1990. The maximum power is also discussed in L. KOSTRO, The quantity c^5/G interpreted as the greatest possible power in nature, *Physics Essays* 13, pp. 143–154, 2000. Nicht zitiert.
- 97 See for example WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001, p. 70 ff, or RAY D’INVERNO *Introducing Einstein’s Relativity*, Clarendon Press, 1992, p. 36 ff. Nicht zitiert.
- 98 See for example A. ASHTEKAR, S. FAIRHUST & B. KRISHNAN, Isolated horizons: Hamiltonian evolution and the first law, arxiv.org/abs/gr-qc/0005083. Nicht zitiert.
- 99 T. JACOBSON, Thermodynamics of spacetime: the Einstein equation of state, *Physical Review Letters* 75, pp. 1260–1263, 1995 or arxiv.org/abs/gr-qc/9504004. Nicht zitiert.

- 100 See for example EKKEHART KRÖNER, *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*, Springer, 1958, volume 5 of the series 'Ergebnisse der angewandten Mathematik'. Kröner shows the similarity between the equations, methods and results of solid-state continuum physics and those of general relativity. Nicht zitiert.
- 101 EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. Nicht zitiert.
- 102 This counter-example was suggested by Steve Carlip. Nicht zitiert.
- 103 E. R. CAIANIELLO, *Lettere al Nuovo Cimento* 41, p. 370, 1984. Nicht zitiert.
- 104 R. PENROSE, Naked singularities, *Annals of the New York Academy of Sciences* 224, pp. 125–134, 1973. Nicht zitiert.
- 105 G. HUISKEN & T. ILMANEN, The Riemannian Penrose inequality, *International Mathematics Research Notices* 59, pp. 1045–1058, 1997. Nicht zitiert.
- 106 S. A. HAYWARD, Inequalities relating area, energy, surface gravity and charge of black holes, *Physical Review Letters* 81, pp. 4557–4559, 1998. Nicht zitiert.
- 107 C. WILL, *Was Einstein Right? – Putting General Relativity to the Test*, Oxford University Press, 1993. See also his paper arxiv.org/abs/gr-qc/9811036. Nicht zitiert.
- 108 The measurement results by the WMAP satellite are summarized on the website map.gsfc.nasa.gov/m_mm.html; the papers are available at lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map_bibliography.cfm. Nicht zitiert.
- 109 The simplest historical source is ALBERT EINSTEIN, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* II pp. 844–846, 1915. It is the first explanation of the general theory of relativity, in only three pages. The theory is then explained in detail in the famous article ALBERT EINSTEIN, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik* 49, pp. 769–822, 1916. The historic references can be found in German and English in JOHN STACHEL, ed., *The Collected Papers of Albert Einstein*, Volumes 1–9, Princeton University Press, 1987–2004.

Below is a selection of English-language textbooks for deeper study, in ascending order of depth and difficulty:

- An entertaining book without any formulae, but nevertheless accurate and detailed, is the paperback by IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990.
- Almost no formulae, but loads of insight, are found in the enthusiastic text by JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990.
- An excellent didactical presentation is EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman, 2000.
- Beauty, simplicity and shortness are the characteristics of MALCOLM LUDVIGSEN, *General Relativity, a Geometric Approach*, Cambridge University Press, 1999.
- Good explanation is the strength of BERNARD SCHUTZ, *Gravity From the Ground Up*, Cambridge University Press, 2003.
- A good overview of experiments and theory is given in JAMES FOSTER & J. D. NIGHTINGALE, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998.
- A pretty text is SAM LILLEY, *Discovering Relativity for Yourself*, Cambridge University Press, 1981.
- A modern text is by RAY D'INVERNO *Introducing Einstein's Relativity*, Clarendon Press, 1992. It includes an extended description of black holes and gravitational radiation, and regularly refers to present research.

- A beautiful, informative and highly recommended text is HANS C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994.
- A well written and modern book, with emphasis on the theory, by one of the great masters of the field is WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001.
- A classic is STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, Wiley, 1972.
- The passion of general relativity can be experienced also in JOHN KLAUDER, ed., *Magic without Magic: John Archibald Wheeler – A Collection of Essays in Honour of His Sixtieth Birthday*, W.H. Freeman & Co., 1972.
- An extensive text is KIP S. THORNE, *Black Holes and Time Warps – Einstein's Outrageous Legacy*, W.W. Norton, 1994.
- The most mathematical – and toughest – text is ROBERT M. WALD, *General Relativity*, University of Chicago Press, 1984.
- Much information about general relativity is available on the internet. As a good starting point for US-American material, see the math.ucr.edu/home/baez/physics/ website.

There is still a need for a large and modern textbook on general relativity, with colour material, that combines experimental and theoretical aspects.

For texts in other languages, see the next reference. Nicht zitiert.

- 110 A beautiful German teaching text is the classic G. FALK & W. RUPPEL, *Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, third edition, 1983.
A practical and elegant booklet is ULRICH E. SCHRÖDER, *Gravitation – Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2001.
A modern reference is TORSTEN FLIESSBACH, *Allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1998.
Excellent is HUBERT GOENNER, *Einführung in die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1996.
In Italian, there is the beautiful, informative, but expensive HANS C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitazione e spazio-tempo*, Zanichelli, 1997. It is highly recommended. A modern update of that book would be without equals. Zitiert auf Seite 109.
- 111 P. MOHAZZABI & J. H. SHEA, High altitude free fall, *American Journal of Physics* 64, pp. 1242–1246, 1996. As a note, due to a technical failure Kittinger had his hand in (near) vacuum during his ascent, without incurring any permanent damage. On the consequences of human exposure to vacuum, see the www.sff.net/people/geoffrey.landis/vacuum.html website. Nicht zitiert.
- 112 This story is told e.g. by W. G. UNRUH, Time, gravity, and quantum mechanics, preprint available at arxiv.org/abs/gr-qc/9312027. Nicht zitiert.
- 113 H. BONDI, Gravitation, *European Journal of Physics* 14, pp. 1–6, 1993. Nicht zitiert.
- 114 J. W. BRAULT, Princeton University Ph.D. thesis, 1962. See also J. L. SNIDER, *Physical Review Letters* 28, pp. 853–856, 1972, and for the star Sirius see J. L. GREENSTEIN & al., *Astrophysical Journal* 169, p. 563, 1971. Nicht zitiert.
- 115 See the detailed text by JEFFREY CRELINSTEN, *Einstein's Jury – The Race to Test Relativity*, Princeton University Press, 2006, which covers all researchers involved in the years from 1905 to 1930. Nicht zitiert.
- 116 The famous paper is R. V. POUND & G. A. REBKA, Apparent weight of photons, *Physical Review Letters* 4, pp. 337–341, 1960. A higher-precision version was published by R. V. POUND & J. L. SNIDER, *Physical Review Letters* 13, p. 539, 1964, and R. V. POUND & J. L. SNIDER, *Physical Review B* 140, p. 788, 1965. Nicht zitiert.

- 117 J. C. HAFELE & RICHARD E. KEATING, Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains, *Science* 177, pp. 166–167, and Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains, pp. 168–170, 14 July 1972. Nicht zitiert.
- 118 R.F.C. VESSOT & al., Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser, *Physical Review Letters* 45, pp. 2081–2084, 1980. The experiment was performed in 1976; there are more than a dozen co-authors involved in this work, which involved shooting a maser into space with a scout missile to a height of c. 10 000 km. Nicht zitiert.
- 119 L. BRIATORE & S. LESCHIUTTA, Evidence for Earth gravitational shift by direct atomic-time-scale comparison, *Il Nuovo Cimento* 37B, pp. 219–231, 1977. Nicht zitiert.
- 120 More information about tides can be found in E. P. CLANCY, *The Tides*, Doubleday, New York, 1969. Nicht zitiert.
- 121 The expeditions had gone to two small islands, namely to Sobral, north of Brazil, and to Principe, in the gulf of Guinea. The results of the expedition appeared in *The Times* before they appeared in a scientific journal. Today this would be seen as a gross violation of scientific honesty. The results were published as F. W. DYSON, A. S. EDDINGTON & C. DAVIDSON, *Philosophical Transactions of the Royal Society (London)* 220A, p. 291, 1920, and *Memoirs of the Royal Astronomical Society* 62, p. 291, 1920. Nicht zitiert.
- 122 A good source for images of space-time is the text by G. F. R. ELLIS & R. WILLIAMS, *Flat and Curved Space-times*, Clarendon Press, Oxford, 1988. Nicht zitiert.
- 123 J. DROSTE, Het veld van een enkel centrum in Einstein's theorie der zwaartekracht, en de beweging van een stoffelijk punt, *Verslag gew. Vergad. Wiss. Amsterdam* 25, pp. 163–180, 1916. Nicht zitiert.
- 124 The name *black hole* was introduced in 1967 at a pulsar conference, as described in his autobiography by JOHN A. WHEELER, *Geons, Black Holes, and Quantum Foam: A Life in Physics*, W.W. Norton, 1998, pp. 296–297: 'In my talk, I argued that we should consider the possibility that at the center of a pulsar is a gravitationally completely collapsed object. I remarked that one couldn't keep saying "gravitationally completely collapsed object" over and over. One needed a shorter descriptive phrase. "How about black hole?" asked someone in the audience. I had been searching for just the right term for months, mulling it over in bed, in the bathtub, in my car, whenever I had quiet moments. Suddenly, this name seemed exactly right. When I gave a more formal ... lecture ... a few weeks later on, on December 29, 1967, I used the term, and then included it into the written version of the lecture published in the spring of 1968 ... I decided to be casual about the term "black hole", dropping it into the lecture and the written version as if it were an old familiar friend. Would it catch on? Indeed it did. By now every schoolchild has heard the term.'
- The widespread use of the term began with the article by R. RUFFINI & J. A. WHEELER, Introducing the black hole, *Physics Today* 24, pp. 30–41, January 1971.
- In his autobiography, Wheeler also writes that the expression 'black hole has no hair' was criticized as 'obscene' by Feynman. An interesting comment by a physicist who used to write his papers in topless bars. Nicht zitiert.
- 125 L. B. KREUZER, Experimental measurement of the equivalence of active and passive gravitational mass, *Physical Review* 169, pp. 1007–1012, 1968. With a clever experiment, he showed that the gravitational masses of fluorine and of bromine are equal. Nicht zitiert.
- 126 A good and accessible book on the topic is DAVID BLAIR & GEOFF MCNAMARA, *Ripples on a cosmic sea*, Allen & Unwin, 1997. Nicht zitiert.
- 127 That bodies fall along geodesics, independently of their mass, the so-called weak equivalence principle, has been checked by many experiments, down to the 10^{-13} level. The most

- precise experiments use so-called torsion balances. See, for example, the website of the Eöt-Wash group at www.npl.washington.edu/eotwash/experiments/experiments.html. Nicht zitiert.
- 128** So far, the experiments confirm that electrostatic and (strong) nuclear energy fall like matter to within one part in 10^8 , and weak (nuclear) energy to within a few per cent. This is summarized in Ref. 132. Nicht zitiert.
- 129** J. SOLDNER, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, p. 161. Nicht zitiert.
- 130** See for example K. D. OLUM, Superluminal travel requires negative energies, *Physical Review Letters* 81, pp. 3567–3570, 1998, or M. ALCUBIERRE, The warp drive: hyper-fast travel within general relativity, *Classical and Quantum Gravity* 11, pp. L73–L77, 1994. See also CHRIS VAN DEN BROECK, A warp drive with more reasonable total energy requirements, *Classical and Quantum Gravity* 16, pp. 3973–3979, 1999. Nicht zitiert.
- 131** See the *Astronomical Almanac*, and its *Explanatory Supplement*, H.M. Printing Office, London and U.S. Government Printing Office, Washington, 1992. For the information about various time coordinates used in the world, such as barycentric coordinate time, the time at the barycentre of the solar system, see also the tycho.usno.navy.mil/systime.html web page. It also contains a good bibliography. Nicht zitiert.
- 132** An overview is given in C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, chapter 14.3, Cambridge University Press, revised edition, 1993. (Despite being a standard reference, his view the role of tides and the role of gravitational energy within the principle of equivalence has been criticised by other researchers.) See also C. WILL, *Was Einstein Right? – Putting General Relativity to the Test*, Oxford University Press, 1993. See also his paper arxiv.org/abs/gr-qc/9811036. Zitiert auf Seite 107.
- 133** The calculation omits several smaller effects, such as rotation of the Earth and red-shift. For the main effect, see EDWIN F. TAYLOR, ‘The boundaries of nature: special and general relativity and quantum mechanics, a second course in physics’ – Edwin F. Taylor’s acceptance speech for the 1998 Oersted Medal presented by the American Association of Physics Teachers, 6 January 1998, *American Journal of Physics* 66, pp. 369–376, 1998. Nicht zitiert.
- 134** A. G. LINDH, Did Popper solve Hume’s problem?, *Nature* 366, pp. 105–106, 11 November 1993, Nicht zitiert.
- 135** P. KAARET, S. PIRAINO, P. F. BLOSER, E. C. FORD, J. E. GRINDLAY, A. SANTANGELO, A. P. SMALE & W. ZHANG, Strong Field Gravity and X-Ray Observations of 4U1820–30, *Astrophysical Journal* 520, pp. L37–L40, 1999, or at arxiv.org/abs/astro-ph/9905236. Some beautiful graphics at the research.physics.uiuc.edu/CTA/movies/spm website show the models of this star system. Nicht zitiert.
- 136** R. J. NEMIROFF, Visual distortions near a black hole and a neutron star, *American Journal of Physics* 61, pp. 619–632, 1993. Nicht zitiert.
- 137** The equality was first tested with precision by R. VON EÖTVÖS, *Annalen der Physik & Chemie* 59, p. 354, 1896, and by R. VON EÖTVÖS, V. PEKÁR, E. FEKETE, Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität, *Annalen der Physik* 4, Leipzig 68, pp. 11–66, 1922. Eötvös found agreement to 5 parts in 10^9 . More experiments were performed by P. G. ROLL, R. KROTKOW & R. H. DICKE, The equivalence of inertial and passive gravitational mass, *Annals of Physics (NY)* 26, pp. 442–517, 1964, one of the most interesting and entertaining research articles in experimental physics, and by V. B. BRAGINSKY & V. I. PANOV, *Soviet Physics – JETP* 34, pp. 463–466, 1971. Modern results, with errors less than one part in 10^{12} , are by Y. SU & al., New tests of the universality of free fall, *Physical Review D* 50, pp. 3614–3636, 1994. Several experiments have been proposed to test the equality in space to less than one part in 10^{16} . Nicht zitiert.

- 138 NIGEL CALDER, *Einstein's Universe*, Viking, 1979. Weizmann and Einstein once crossed the Atlantic on the same ship. Nicht zitiert.
- 139 The Thirring effect was predicted in H. THIRRING, Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie, *Physikalische Zeitschrift* 19, pp. 33–39, 1918, and in H. THIRRING, Berichtigung zu meiner Arbeit: “Über die Wirkung rotierender Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie”, *Physikalische Zeitschrift* 22, p. 29, 1921. The Thirring–Lense effect was predicted in J. LENSE & H. THIRRING, Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie, *Physikalische Zeitschrift* 19, pp. 156–163, 1918. See also Ref. 160. Nicht zitiert.
- 140 The feat used the LAGEOS and LAGEOS II satellites and is told in IGNAZIO CIUFOLINI, The 1995–99 measurements of the Thirring–Lense effect using laser-ranged satellites, *Classical and Quantum Gravity* 17, pp. 2369–2380, 2000. See also I. CIUFOLINI & E. C. PAVLIS, A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense–Thirring effect, *Nature* 431, pp. 958–960, 2004. Nicht zitiert.
- 141 The detection of the Thirring–Lense effect in binary pulsars is presented in R. D. BLANDFORD, Lense–Thirring precession of radio pulsars, *Journal of Astrophysics and Astronomy* 16, pp. 191–206, 1995. Nicht zitiert.
- 142 G. HOLZMÜLLER, *Zeitschrift für Mathematik und Physik* 15, p. 69, 1870, F. TISSERAND, *Comptes Rendus* 75, p. 760, 1872, and *Comptes Rendus* 110, p. 313, 1890. Nicht zitiert.
- 143 B. MASHHOON, Gravitoelectromagnetism, arxiv.org/abs/gr-qc/0011014. See also its extensive reference list on gravitomagnetism. Nicht zitiert.
- 144 D. BEDFORD & P. KRUMM, On relativistic gravitation, *American Journal of Physics* 53, pp. 889–890, 1985, and P. KRUMM & D. BEDFORD, The gravitational Poynting vector and energy transfer, *American Journal of Physics* 55, pp. 362–363, 1987. Nicht zitiert.
- 145 M. KRAMER & al., Tests of general relativity from timing the double pulsar, preprint at arxiv.org/abs/astro-ph/0609417. Nicht zitiert.
- 146 This is told in JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990. Nicht zitiert.
- 147 See, for example, K. T. McDONALD, Answer to question #49. Why c for gravitational waves?, *American Journal of Physics* 65, pp. 591–592, 1997, and section III of V. B. BRAGINSKY, C. M. CAVES & K. S. THORNE, Laboratory experiments to test relativistic gravity, *Physical Review D* 15, pp. 2047–2068, 1992. Nicht zitiert.
- 148 A. TARTAGLIA & M. L. RUGGIERO, Gravito-electromagnetism versus electromagnetism, *European Journal of Physics* 25, pp. 203–210, 2004. Nicht zitiert.
- 149 The original theoretical proposal is by S. M. KOPEIKIN, Testing the relativistic effect of the propagation of gravity by Very Long Baseline Interferometry, *Astrophysical Journal* 556, pp. L1–L5, 2001, and the experimental data is E. B. FORMALONT & S. M. KOPEIKIN, The measurement of the light deflection from Jupiter: experimental results, *Astrophysical Journal* 598, pp. 704–711, 2003. See also S. M. KOPEIKIN, The post-Newtonian treatment of the VLBI experiment on September 8, 2002, *Physics Letters A* 312, pp. 147–157, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0212121. Several arguments against the claim were published, such as C. M. WILL, Propagation speed of gravity and the relativistic time delay, arxiv.org/abs/astro-ph/0301145, and S. SAMUEL, On the speed of gravity and the v/c corrections to the Shapiro time delay, arxiv.org/abs/astro-ph/0304006. The discussion went on, as shown in S. M. KOPEIKIN & E. B. FORMALONT, Aberration and the fundamental speed of gravity in the Jovian deflection experiment, *Foundations of Physics* 36, pp. 1244–1285, 2006, pre-

- print at arxiv.org/abs/astro-ph/0311063. Both sides claim to be right: the experiment claims to deduce the speed of gravity from the lack of a tangential component of the light deflection by the gravity of Jupiter, and the critical side claims that the speed of gravity does not enter in this measurement. If one compares the situation with analogous systems in transparent fluids or solids, which also show no tangential deflection component, the critical side has a point. Nicht zitiert.
- 150 The quadrupole formula is explained clearly in the text by Goenner. See [Ref. 110](#). Nicht zitiert.
 - 151 For an introduction to gravitational waves, see B. F. SCHUTZ, Gravitational waves on the back of an envelope, *American Journal of Physics* 52, pp. 412–419, 1984. Nicht zitiert.
 - 152 The beautiful summary by DANIEL KLEPPNER, The gem of general relativity, *Physics Today* 46, pp. 9–11, April 1993, appeared half a year before the authors of the cited work, Joseph Taylor and Russel Hulse, received the Nobel Prize for the discovery of millisecond pulsars. A more detailed review article is J. H. TAYLOR, Pulsar timing and relativistic gravity, *Philosophical Transactions of the Royal Society, London A* 341, pp. 117–134, 1992. The original paper is J. H. TAYLOR & J. M. WEISBERG, Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+16, *Astrophysical Journal* 345, pp. 434–450, 1989. See also J. M. WEISBERG, J. H. TAYLOR & L. A. FOWLER, Pulsar PSR 1913+16 sendet Gravitationswellen, *Spektrum der Wissenschaft*, pp. 53–61, December 1981. Nicht zitiert.
 - 153 D. R. LORIMER, Binary and millisecond pulsars, in www.livingreviews.org/lrr-2005-7, and J. M. WEISBERG & J. H. TAYLOR, The relativistic binary pulsar B1913+16: thirty years of observations and analysis, pp. 25–31, in F. A. RASIO & I. H. STAIRS, editors, *Binary Radio Pulsars*, Proceedings of a meeting held at the Aspen Center for Physics, USA, 12 January - 16 January 2004, volume 328 of ASP Conference Series, Astronomical Society of the Pacific, 2005. Nicht zitiert.
 - 154 W. B. BONNOR & M. S. PIPER, The gravitational wave rocket, *Classical and Quantum Gravity* 14, pp. 2895–2904, 1997, or arxiv.org/abs/gr-qc/9702005. Nicht zitiert.
 - 155 L. LERNER, A simple calculation of the deflection of light in a Schwarzschild gravitational field, *American Journal of Physics* 65, pp. 1194–1196, 1997. Nicht zitiert.
 - 156 A. EINSTEIN, Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes, *Annalen der Physik* 35, p. 898, 1911. Nicht zitiert.
 - 157 I. I. SHAPIRO & al., Fourth test of general relativity, *Physical Review Letters* 13, pp. 789–792, 1964. Nicht zitiert.
 - 158 I. I. SHAPIRO & al., Fourth test of general relativity: preliminary results, *Physical Review Letters* 20, pp. 1265–1269, 1968. Nicht zitiert.
 - 159 J. H. TAYLOR, Pulsar timing and relativistic gravity, *Proceedings of the Royal Society, London A* 341, pp. 117–134, 1992. Nicht zitiert.
 - 160 W. DE SITTER, On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences, *Monthly Notes of the Royal Astronomical Society* 77, pp. 155–184, p. 418E, 1916. For a discussion of De Sitter precession and Thirring–Lense precession, see also B. R. HOLSTEIN, Gyroscope precession in general relativity, *American Journal of Physics* 69, pp. 1248–1256, 2001. Zitiert auf Seite 108.
 - 161 B. BERTOTTI, I. CIUFOLINI & P. L. BENDER, New test of general relativity: measurement of De Sitter geodetic precession rate for lunar perigee, *Physical Review Letters* 58, pp. 1062–1065, 1987. Later it was confirmed by I. I. SHAPIRO & al., Measurement of the De Sitter precession of the moon: a relativistic three body effect, *Physical Review Letters* 61, pp. 2643–2646, 1988. Nicht zitiert.

- 162 WOLFGANG RINDLER, *Essential Relativity*, Springer, revised second edition, 1977. Nicht zitiert.
- 163 This is told (without the riddle solution) on p. 67, in WOLFGANG PAULI, *Relativitätstheorie*, Springer Verlag, Berlin, 2000, the edited reprint of a famous text originally published in 1921. The reference is H. VERMEIL, Notiz über das mittlere Krümmungsmaß einer n-fach ausgedehnten Riemannschen Mannigfaltigkeit, *Göttinger Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse* p. 334, 1917. Nicht zitiert.
- 164 M. SANTANDER, L. M. NIETO & N. A. CORDERO, A curvature based derivation of the Schwarzschild metric, *American Journal of Physics* 65, pp. 1200–1209, 1997. Nicht zitiert.
- 165 MICHAEL H. SOFFEL, *Relativity in Astronomy, Celestial Mechanics and Geodesy*, Springer Verlag, 1989. Nicht zitiert.
- 166 RICHARD P. FEYNMAN, FERNANDO B. MORINIGO, WILLIAM G. WAGNER & BRIAN HATFIELD, *Feynman Lectures on Gravitation*, Westview Press, 1995. Nicht zitiert.
- 167 C. G. TORRE & I. M. ANDERSON, Symmetries of the Einstein equations, *Physical Review Letters* 70, pp. 3525–3529, 1993, or arxiv.org/abs/gr-qc/9302033. Nicht zitiert.
- 168 H. NICOLAI, Gravitational billiards, dualities and hidden symmetries, arxiv.org/abs/gr-qc/0506031. Nicht zitiert.
- 169 Y. WANG & M. TEGMARK, New dark energy constraints from supernovae, microwave background and galaxy clustering, *Physical Review Letters* 92, p. 241302, 2004, or [arxiv.org/astro-ph/0403292](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0403292). Nicht zitiert.
- 170 Arguments for the emptiness of general covariance are given by JOHN D. NORTON, General covariance and the foundations of general relativity, *Reports on Progress in Physics* 56, pp. 791–858, 1993. The opposite point, including the discussion of ‘absolute elements’, is made in the book by J. L. ANDERSON, *Principles of Relativity Physics*, chapter 4, Academic Press, 1967. Nicht zitiert.
- 171 For a good introduction to mathematical physics, see the famous three-women text in two volumes by YVONNE CHOQUET-BRUHAT, CECILE DEWITT-MORETTE & MARGARET DILLARD-BLEICK, *Analysis, Manifolds, and Physics*, North-Holland, 1996 and 2001. The first edition of this classic appeared in 1977. Nicht zitiert.
- 172 See for example R.A. KNOP & al., New constraints on Ω_M , Ω_Λ , and w from an independent set of eleven high-redshift supernovae observed with HST, *Astrophysical Journal* 598, pp. 102–137, 2003. Nicht zitiert.
- 173 RICHARD P. FEYNMAN, ROBERT B. LEIGHTON & MATTHEW SANDS, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison Wesley, 1977, volume II, p. 42–14. Nicht zitiert.
- 174 A recent overview on the experimental tests of the universality of free fall is that by R. J. HUGHES, The equivalence principle, *Contemporary Physics* 4, pp. 177–191, 1993. Nicht zitiert.
- 175 See for example H. L. BRAY, Black holes, geometric flows, and the Penrose inequality in general relativity, *Notices of the AMS* 49, pp. 1372–1381, 2002. Nicht zitiert.
- 176 See for example the paper by K. DALTON, Gravity, geometry and equivalence, preprint to be found at arxiv.org/abs/gr-qc/9601004, and L. LANDAU & E. LIFSHITZ, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon, 4th edition, 1975, p. 241. Nicht zitiert.
- 177 EKKEHART KRÖNER, *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*, Springer, 1958. Kröner shows how to use the Ricci formalism in the solid state. Nicht zitiert.
- 178 Black hole analogues appear in acoustics, fluids and several other fields. Nicht zitiert.

- 179 The equivalence of the various definitions of the Riemann tensor is explained in ... Nicht zitiert.
- 180 K. TANGEN, Can the Pioneer anomaly have a gravitational origin?, arxiv.org/abs/gr-qc/0602089. Nicht zitiert.
- 181 H. DITTUS & C. LÄMMERZAHN, Die Pioneer-Anomalie, *Physik Journal* 5, pp. 25–31, January 2006. Nicht zitiert.
- 182 This famous quote is the first sentence of the final chapter, the ‘Beschuß’, of IMMANUEL KANT, *Kritik der praktischen Vernunft*, 1797. Nicht zitiert.
- 183 AETIUS, Opinions, III, I, 6. See JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 445. Nicht zitiert.
- 184 A beautiful introduction to modern astronomy was PAOLO MAFFEI, *I mostri del cielo*, Mondadori Editore, 1976. Nicht zitiert.
- 185 See for example A. N. COX, ed., *Allen’s Astrophysical Quantities*, AIP Press and Springer Verlag, 2000. An overview of optical observations is given by the Sloan Digital Sky Survey at skyserver.sdss.org. More details about the universe can be found in the beautiful text by W. J. KAUFMANN & R. A. FREDMAN, *Universe*, fifth edition, W.H. Freeman & Co., 1999. The most recent discoveries are best followed on the sci.esa.int and hubble.nasa.gov websites. Nicht zitiert.
- 186 P. JETZER, Gravitational microlensing, *Naturwissenschaften* 86, pp. 201–211, 1999. Measurements using orbital speeds around the Galaxy gives agree with this value. Nicht zitiert.
- 187 D. R. LORIMER, A. J. FAULKNER, A. G. LYNE, R. N. MANCHESTER, M. KRAMER, M. A. McLAUGHLIN, G. HOBBS, A. POSSENTI, I. H. STAIRS, F. CAMILO, M. BURGAY, N. D’AMICO, A. CORONGIU & F. CRAWFORD, The Parkes multibeam pulsar survey: VI. Discovery and timing of 142 pulsars and a Galactic population analysis, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* preprint at arxiv.org/abs/astro-ph/0607640. Nicht zitiert.
- 188 D. FIGER, An upper limit to the masses of stars, *Nature* 434, pp. 192–194, 2005. Nicht zitiert.
- 189 G. BASRI, The discovery of brown dwarfs, *Scientific American* 282, pp. 77–83, April 2001. Nicht zitiert.
- 190 P. M. WOODS & C. THOMPSON, Soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars: magnetar candidates, arxiv.org/abs/astro-ph/0406133. Nicht zitiert.
- 191 B. M. GAENSLER, N. M. McCLOURE-GRIFFITHS, M. S. OEY, M. HAVERKORN, J. M. DICKEY & A. J. GREEN, A stellar wind bubble coincident with the anomalous X-ray pulsar 1E 1048.1-5937: are magnetars formed from massive progenitors?, *The Astrophysical Journal (Letters)* 620, pp. L95–L98, 2005, or arxiv.org/abs/astro-ph/0501563. Nicht zitiert.
- 192 An opposite idea is defended by ... Nicht zitiert.
- 193 C. WIRTZ, *Scientia* 38, p. 303, 1925, and K. LUNDMARK, The motions and the distances of the spiral nebulae, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 85, pp. 865–894, 1925. See also G. STROMBERG, Analysis of radial velocities of globular clusters and non-galactic nebulae, *Astrophysical Journal* 61, pp. 353–362, 1925. Nicht zitiert.
- 194 G. GAMOW, The origin of the elements and the separation of galaxies, *Physical Review* 74, p. 505, 1948. Nicht zitiert.
- 195 A. G. DOROSHKEVICH & I. D. NOVIKOV, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 154, p. 809, 1964. It appeared translated into English a few months later. The story of the prediction was told by Penzias in his Nobel lecture. Nicht zitiert.

- 196 ARNO A. PENZIAS & ROBERT W. WILSON, A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mcs, *Astrophysical Journal* 142, pp. 419–421, 1965. Nicht zitiert.
- 197 MACROBIUS, *Somnium Scipionis*, XIV, 19. See JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 61. Nicht zitiert.
- 198 On the remote history of the universe, see the excellent texts by G. BÖRNER, *The Early Universe – Facts & Fiction*, Springer Verlag, 3rd edition, 1993, or BARRY PARKER, *Creation – The Story of the Origin and the Evolution of the Universe*, Plenum Press, 1988. For an excellent popular text, see M. LONGAIR, *Our Evolving Universe*, Cambridge University Press, 1996. Nicht zitiert.
- 199 The first oxygen seems to have appeared in the atmosphere, produced by microorganisms, 2.32 thousand million years ago. See A. BECKER & al., Dating the rise of atmospheric oxygen, *Nature* 427, pp. 117–120, 2003. Nicht zitiert.
- 200 GABRIELE WALKER, *Snowball Earth – The Story of the Great Global Catastrophe That Spawned Life as We Know It*, Crown Publishing, 2003. Nicht zitiert.
- 201 K. KNIE, Spuren einer Sternexplosion, *Physik in unserer Zeit* 36, p. 8, 2005. The first step of this connection is found in K. KNIE, G. KORSCHINEK, T. FAESTERMANN, E. A. DORFI, G. RUGEL & A. WALLNER, ^{60}Fe anomaly in a deep-sea manganese crust and implications for a nearby supernova source, *Physics Review Letters* 93, p. 171103, 2004, the second step in N. D. MARSH & H. SVENSMARK, Low cloud properties influenced by cosmic rays, *Physics Review Letters* 85, pp. 5004–5007, 2000, and the third step in DE MENOCAL, Plio-Pleistocene African climate, *Science* 270, pp. 53–59, 1995. Nicht zitiert.
- 202 A. FRIEDMAN, Über die Krümmung des Raumes, *Zeitschrift für Physik* 10, pp. 377–386, 1922, and A. FRIEDMANN, Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes, *Zeitschrift für Physik* 21, pp. 326–332, 1924. (In the Latin translation, the author acquired a second 'n' in his second paper.) Nicht zitiert.
- 203 H. KNUTSEN, Darkness at night, *European Journal of Physics* 18, pp. 295–302, 1997. Nicht zitiert.
- 204 See for example P.D. PEŠIĆ, Brightness at night, *American Journal of Physics* 66, pp. 1013–1015, 1998. Nicht zitiert.
- 205 PAUL WESSON, Olbers' paradox and the spectral intensity of extra-galactic background light, *Astrophysical Journal* 367, p. 399, 1991. Nicht zitiert.
- 206 STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley, 1972. An excellent book written with a strong personal touch and stressing most of all the relation with experimental data. It does not develop a strong feeling for space-time curvature, and does not address the basic problems of space and time in general relativity. Excellent for learning how to actually calculate things, but less for the aims of our mountain ascent. Nicht zitiert.
- 207 Supernova searches are being performed by many research groups at the largest optical and X-ray telescopes. ... Nicht zitiert.
- 208 The experiments are discussed in detail in the excellent review by D. GIULINI & N. STRAUMANN, Das Rätsel der kosmischen Vakuumenergiedichte und die beschleunigte Expansion des Universums, *Physikalische Blätter* 556, pp. 41–48, 2000. See also N. STRAUMANN, The mystery of the cosmic vacuum energy density and the accelerated expansion of the universe, *European Journal of Physics* 20, pp. 419–427, 1999. Nicht zitiert.
- 209 A. HARVEY & E. SCHUCKING, Einstein's mistake and the cosmological constant, *American Journal of Physics* 68, pp. 723–727, 2000. Nicht zitiert.

- 210** The author of the bible explains *rain* in this way, as can be deduced from its very first page, Genesis I: 6-7. Nicht zitiert.
- 211** Up to his death, Fred Hoyle defended his belief that the universe is static, e.g. in G. BURBIDGE, F. HOYLE & J. V. NARLIKAR, A different approach to cosmology, *Physics Today* 52, pp. 38–44, 1999. This team has also written a book with the same title, published in 2000 by Cambridge University Press. Nicht zitiert.
- 212** STEPHEN W. HAWKING & G. F. R. ELLIS, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge, 1973. Among other things, this reference text discusses the singularities of space-time, and their necessity in the history of the universe. Zitiert auf Seite 116.
- 213** AUGUSTINE, *Confessions*, 398, writes: ‘My answer to those who ask ‘What was god doing before he made Heaven and Earth?’ is not ‘He was preparing Hell for people who pry into mysteries’. This frivolous retort has been made before now, so we are told, in order to evade the point of the question. But it is one thing to make fun of the questioner and another to find the answer. So I shall refrain from giving this reply. [...] But if before Heaven and Earth there was no time, why is it demanded what you [god] did then? For there was no “then” when there was no time.’ (Book XI, chapter 12 and 13). Nicht zitiert.
- 214** STEPHEN HAWKING, *A Brief History of Time – From the Big Bang to Black Holes*, 1988. Reading this bestseller is almost a must for any physicist, as it is a frequent topic at dinner parties. Nicht zitiert.
- 215** Star details are explained in many texts. See for example ... Nicht zitiert.
- 216** J. PELT, R. KAYSER, S. REFSDAL & T. SCHRAMM, The light curve and the time delay of QSO 0957+561, *Astronomy and Astrophysics* 305, p. 97, 1996. Nicht zitiert.
- 217** F. ZWICKY, Nebulae as gravitational lenses, *Physical Review Letters* 51, p. 290, and F. ZWICKY, On the probability to detect nebulae which act as gravitational lenses, p. 679, 1937. The negative view by Einstein is found in A. EINSTEIN, Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field, *Science* 84, pp. 506–507, 1936. A review on gravitational lensing can even be found online, in the paper by J. WAMBSGANSS, Gravitational lensing in astronomy, *Living Reviews in Relativity* 1-12, pp. 1–80, 1998, to be found on the www.livingreviews.org/Articles/Volume1/1998-12wamb website.
- There is also the book by P. SCHNEIDER, J. EHLERS & E. E. FALCO, *Gravitational Lenses*, Springer Verlag, Berlin, 1992. Nicht zitiert.
- 218** M. LACHIÈZE-REY & J. -P. LUMINET, Cosmic topology, *Physics Reports* 254, pp. 135–214, 1995. See also B. F. ROUKEMA, The topology of the universe, arxiv.org/abs/astro-ph/0010185 preprint. Nicht zitiert.
- 219** Thanks to Steve Carlip for clarifying this point. Nicht zitiert.
- 220** G. F. R. ELLIS & T. ROTHMAN, Lost horizons, *American Journal of Physics* 61, pp. 883–893, 1993. Nicht zitiert.
- 221** A. GUTH, *Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts – Die Theorie des inflationären Universums*, Droemer Knaur, 1999. Nicht zitiert.
- 222** Entropy values for the universe have been discussed by ILYA PRIGOGINE, *Is Future Given?*, World Scientific, 2003. This was his last book. For a different approach, see G. A. MENA MARUGÁN & S. CARNEIRO, Holography and the large number hypothesis, arxiv.org/abs/gr-qc/0111034. This paper also repeats the often heard statement that the universe has an entropy that is much smaller than the theoretical maximum. The maximum is often estimated to be $10^{120} k$, whereas the actual value is ‘estimated’ to be $10^{100} k$. However,

- other authors give $10^{84} k$. In 1974, Roger Penrose also made statements about the entropy of the universe. Nicht zitiert.
- 223** C. L. BENNET, M. S. TURNER & M. WHITE, The cosmic rosetta stone, *Physics Today* 50, pp. 32–38, November 1997. The cosmic background radiation differs from black hole radiation by less than 0.005 %. Nicht zitiert.
- 224** The lack of expansion in the solar system is shown in ... Nicht zitiert.
- 225** A pretty article explaining how one can make experiments to find out how the human body senses rotation even when blindfolded and earphoned is described by M. - L. MITTELSTAEDT & H. MITTELSTAEDT, The effect of centrifugal force on the perception of rotation about a vertical axis, *Naturwissenschaften* 84, pp. 366–369, 1997. Nicht zitiert.
- 226** The independence of inertia has been tested ... Nicht zitiert.
- 227** The present status is given in the conference proceedings by JULIAN BARBOUR & HERBERT PFISTER, eds., *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, Birkhäuser, 1995. Various formulations of Mach's principle – in fact, 21 different ones – are compared on page 530.
In a related development, in 1953, Dennis Sciama published a paper in which he argues that inertia of a particle is due to the gravitational attraction of all other matter in the universe. The paper is widely quoted, but makes no new statements on the issue. See D. W. SCIAMA, On the origin of inertia, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 113, pp. 34–42, 1953. Nicht zitiert.
- 228** Information on the rotation of the universe is given in A. KOGUT, G. HINSHAW & A. J. BANDAY, Limits to global rotation and shear from the COBE DMR four-year sky maps, *Physical Review D* 55, pp. 1901–1905, 1997. Earlier information is found in J. D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D. H. SONODA, Universal rotation: how large can it be?, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 213, pp. 917–943, 1985. See also J. D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D. H. SONODA, Structure of the cosmic microwave background, *Nature* 309, pp. 397–402, 1983, or E. F. BUNN, P. G. FERREIRA & J. SILK, How anisotropic is the universe?, *Physical Review Letters* 77, pp. 2883–2886, 1996. Nicht zitiert.
- 229** The issue has been discussed within linearized gravity by RICHARD TOLMAN, in his textbook *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*, Clarendon Press, 1934, on pp. 272–290. The exact problem has been solved by A. PERES, Null electromagnetic fields in general relativity theory, *Physical Review* 118, pp. 1105–1110, 1960, and by W. B. BONNOR, The gravitational field of light, *Commun. Math. Phys.* 13, pp. 163–174, 1969. See also N. V. MITSKIEVIC & K. K. KUMARADTYA, The gravitational field of a spinning pencil of light, *Journal of Mathematical Physics* 30, pp. 1095–1099, 1989, and P. C. AICHELBURG & R. U. SEXL, On the gravitational field of a spinning particle, *General Relativity and Gravitation* 2, pp. 303–312, 1971. Nicht zitiert.
- 230** See the delightful popular account by IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. The consequences of light decay were studied by M. BRONSTEIN, Die Ausdehnung des Weltalls, *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* 3, pp. 73–82, 1933. Nicht zitiert.
- 231** C. L. CARILLI, K. M. MENTEN, J. T. STOCKE, E. PERLMAN, R. VERMEULEN, F. BRIGGS, A. G. DE BRUYN, J. CONWAY & C. P. MOORE, Astronomical constraints on the cosmic evolution of the fine structure constant and possible quantum dimensions, *Physical Review Letters* 85, pp. 5511–5514, 25 December 2000. Nicht zitiert.

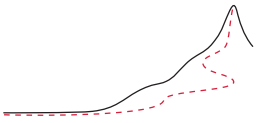
- 232** The observations of black holes at the centre of galaxies and elsewhere are summarised by R. BLANDFORD & N. GEHRELS, Revisiting the black hole, *Physics Today* 52, pp. 40–46, June 1999. Nicht zitiert.
- 233** An excellent and entertaining book on black holes, without any formulae, but nevertheless accurate and detailed, is the paperback by IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. See also EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman 2000.
For a historical introduction, see the paper by R. RUFFINI, The physics of gravitationally collapsed objects, pp. 59–118, in *Neutron Stars, Black Holes and Binary X-Ray Sources*, Proceedings of the Annual Meeting, San Francisco, Calif., February 28, 1974, Reidel Publishing, 1975. Nicht zitiert.
- 234** J. MICHELL, On the means of discovering the distance, magnitude, etc of the fixed stars, *Philosophical Transactions of the Royal Society London* 74, p. 35, 1784, reprinted in S. DETWEILER, *Black Holes – Selected Reprints*, American Association of Physics Teachers, 1982. Nicht zitiert.
- 235** The beautiful paper is R. OPPENHEIMER & H. SNYDER, On continued gravitational contraction, *Physical Review* 56, pp. 455–459, 1939. Nicht zitiert.
- 236** R. P. KERR, Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics, *Physical Review Letters* 11, pp. 237–238, 1963. Nicht zitiert.
- 237** E. T. NEWMAN, E. COUCH, R. CHINAPARED, A. EXTON, A. PRAKASH & R. TORRENCE, Metric of a rotating, charged mass, *Journal of Mathematical Physics* 6, pp. 918–919, 1965. Nicht zitiert.
- 238** For a summary, see P. O. MAZUR, Black hole uniqueness theorems, pp. 130–157, in M. A. H. MACCALLUM, editor, *General Relativity and Gravitation*, Cambridge University Press, 1987, or the update at arxiv.org/abs/hep-th/0101012. See also D. C. ROBINSON, Four decades of black hole uniqueness theorems, available at www.mth.kcl.ac.uk/staff/dc_robinson/blackholes.pdf Nicht zitiert.
- 239** H. P. KÜNZLE & A. K. M. MASOOD-UL-ALAM, Spherically symmetric static SU(2) Einstein-Yang-Mills fields, *Journal of Mathematical Physics* 31, pp. 928–935, 1990. Nicht zitiert.
- 240** For information about the tendency of gravitational radiation to produce spherical shapes, see for example ... Nicht zitiert.
- 241** R. PENROSE & R. M. FLOYD, Extraction of rotational energy from a black hole, *Nature* 229, pp. 177–179, 1971. Nicht zitiert.
- 242** The mass–energy relation for a rotating black hole is due to D. CHRISTODOULOU, Reversible and irreversible transformations in black hole physics, *Physical Review Letters* 25, pp. 1596–1597, 1970. For a general, charged and rotating black hole it is due to D. CHRISTODOULOU & R. RUFFINI, Reversible transformations of a charged black hole, *Physical Review D* 4, pp. 3552–3555, 1971. Nicht zitiert.
- 243** J. D. BEKENSTEIN, Black holes and entropy, *Physical Review D* 7, pp. 2333–2346, 1973. Nicht zitiert.
- 244** The paradox is discussed in M. A. ABRAMOWICZ, Black holes and the centrifugal force paradox, *Scientific American* 266, pp. 74–81, March 1993, and in the comment by DON N. PAGE, Relative alternatives, *Scientific American* 266, p. 5, August 1993. See also M. A. ABRAMOWICZ & E. SZUSZKIEWICZ, The wall of death, *American Journal of Physics* 61, pp. 982–991, 1993, and M. A. ABRAMOWICZ & J. P. LASOTA, On traveling round

- without feeling it and uncurving curves, *American Journal of Physics* 54, pp. 936–939, 1986. Nicht zitiert.
- 245** For information about black holes in the early universe, see ... Nicht zitiert.
- 246** For information about black holes formation via star collapse, see ... Nicht zitiert.
- 247** FREDERICK LAMB, APS meeting 1998 press conference: Binary star 4U1820-30, 20 000 light years from Earth, *Physics News Update*, April 27, 1998. Nicht zitiert.
- 248** The first direct evidence for matter falling into a black hole was publicised in early 2001. ... Nicht zitiert.
- 249** For a readable summary of the Penrose–Hawking singularity theorems, see ... Details can be found in [Ref. 212](#). Nicht zitiert.
- 250** For an overview of cosmic censorship, see T. P. SINGH, Gravitational collapse, black holes and naked singularities, arxiv.org/abs/gr-qc/9805066, or R. M. WALD, Gravitational collapse and cosmic censorship, arxiv.org/abs/gr-qc/9710068. The original idea is due to R. PENROSE, Gravitational collapse: the role of general relativity, *Rivista del Nuovo Cimento* 1, pp. 252–276, 1969. Nicht zitiert.
- 251** G. J. STONEY, On the physical units of nature, *Philosophical Magazine* 11, pp. 381–391, 1881. Nicht zitiert.
- 252** The geometrodynamical clock is discussed in D. E. BRAHM & R. P. GRUBER, Limitations of the geometrodynamical clock, *General Relativity and Gravitation* 24, pp. 297–303, 1992. The clock itself was introduced by R. F. MARZKE, in his Ph.D. thesis *The theory of measurement in general relativity*, 1959, with John Wheeler as thesis adviser. Nicht zitiert.
- 253** R. GEROCH, Einstein algebras, *Commun. Math. Phys.* 26, pp. 271–275, 1972. Nicht zitiert.
- 254** A. MACDONALD, Einstein’s hole argument, *American Journal of Physics* 69, pp. 223–225, 2001. Nicht zitiert.
- 255** ROMAN U. SEXL, Die Hohlwelttheorie, *Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht* 368, pp. 453–460, 1983. ROMAN U. SEXL, Universal conventionalism and space-time., *General Relativity and Gravitation* 1, pp. 159–180, 1970. See also ROMAN U. SEXL, Die Hohlwelttheorie, in ARTHUR SCHARMANN & HERBERT SCHRAMM, editors, *Physik, Theorie, Experiment, Geschichte, Didaktik – Festschrift für Wilfried Kuhn zum 60. Geburtstag am 6. Mai 1983*, Aulis Verlag Deubner, 1984, pp. 241–258. Nicht zitiert.
- 256** T. DAMOUR, Experimental tests of relativistic gravity, arxiv.org/abs/gr-qc/9904057. It is the latest in a series of his papers on the topic; the first was T. DAMOUR, Was Einstein 100 % right?, arxiv.org/abs/gr-qc/9412064. Nicht zitiert.
- 257** H. DITTUS, F. EVERITT, C. LÄMMERZahl & G. SCHÄFER, Die Gravitation im Test, *Physikalische Blätter* 55, pp. 39–46, 1999. Nicht zitiert.
- 258** See S. BÄSSLER & al., Improved test of the equivalence principle for gravitational selfenergy, *Physical Review Letters* 83, pp. 3585–3588, 1999. See also C. M. WILL, Gravitational radiation and the validity of general relativity, *Physics Today* 52, p. 38, October 1999. Nicht zitiert.
- 259** The inverse square dependence has been checked down to 60 μm , as reported by E. ADELBERGER, B. HECKEL & C. D. HOYLE, Testing the gravitational inverse-square law, *Physics World* 18, pp. 41–45, 2005. Nicht zitiert.
- 260** For theories competing with general relativity, see for example C. M. WILL, The confrontation between general relativity and experiment, *Living Reviews of Relativity* 2001, www.iew.org/lrr-2001-4. For example, the absence of the Nordtvedt effect, a hypothetical 28-day oscillation in the Earth–Moon distance, which was looked for by laser ranging experiments

- without any result, 'killed' several competing theories. This effect, predicted by Kenneth Nordtvedt, would only appear if the gravitational energy in the Earth–Moon system would fall in a different way than the Earth and the Moon themselves. For a summary of the measurements, see J. MÜLLER, M. SCHNEIDER, M. SOFFEL & H. RUDER, *Astrophysical Journal Letters* 382, p. L101, 1991. Nicht zitiert.
- 261** Almost everything of importance in general relativity is published in the Journal *Classical and Quantum Gravity*. Nicht zitiert.
- 262** Collisions and many body problems ... Nicht zitiert.
- 263** Inflation and early universe ... Nicht zitiert.
- 264** The study of chaos in Einstein's field equations is just beginning. See e.g. L. BOMBELLI, F. LOMBARDO & M. CASTAGNINO, Chaos in Robertson-Walker cosmology, arxiv.org/abs/gr-qc/9707051. Nicht zitiert.
- 265** The ESA satellite called 'Planck' will measure the polarization of the cosmic microwave background. Nicht zitiert.
- 266** A good introduction to the topic of gamma-ray bursts is S. KLOSE, J. GREINER & D. HARTMANN, Kosmische Gammastrahlensausbrüche – Beobachtungen und Modelle, Teil I und II, *Sterne und Weltraum* March and April 2001. Nicht zitiert.
- 267** The field solution database is built around the work of A. Karlhede, which allows one to distinguish between solutions with a limited amount of mathematical computation. Nicht zitiert.
- 268** Torsion is presented in R. T. HAMMOND, New fields in general relativity, *Contemporary Physics* 36, pp. 103–114, 1995. Nicht zitiert.
- 269** Wormholes and nontrivial topologies ... A basic approach is the one by T. DIEMER & M. HADLEY, Charge and the topology of spacetime, *Classical and Quantum Gravity* 16, pp. 3567–3577, 1999, or arxiv.org/abs/gr-qc/9905069 and M. HADLEY, Spin half in classical general relativity, *Classical and Quantum Gravity* 17, pp. 4187–4194, 2000, or arxiv.org/abs/gr-qc/0004029. Nicht zitiert.
- 270** An important formulation of relativity is A. ASHTEKAR, New variables for classical and quantum gravity, *Physical Review Letters* 57, pp. 2244–2247, 1986. Nicht zitiert.
- 271** A well written text on the connections between the big bang and particle physics is by I. L. ROZENTAL, *Big Bang – Big Bounce, How Particles and Fields Drive Cosmic Evolution*, Springer, 1988. For another connection, see M. NAGANO & A. A. WATSON, Observations and implications of the ultrahigh energy cosmic rays, *Reviews of Modern Physics* 72, pp. 689–732, 2000. Nicht zitiert.
- 272** Teaching will benefit in particular from new formulations, from concentration on principles and their consequences, as has happened in special relativity, from simpler descriptions at the weak field level, and from future research in the theory of general relativity. The newer textbooks cited above are all steps in these directions. Nicht zitiert.
- 273** G. E. PRINCE & M. JERIE, Generalising Raychaudhuri's equation, in *Differential Geometry and Its Applications*, Proc. Conf., Opava (Czech Republic), August 27–31, 2001, Silesian University, Opava, 2001, pp. 235–242. Nicht zitiert.
- 274** A well-known approach is that by Bekenstein; he proposes a modification of general relativity that modifies universal $1/r^2$ gravity at galactic distances. This is done in order to explain the hundreds of measured galactic rotation curves that seem to require such a modification. (This approach is called *modified Newtonian dynamics* or *MOND*.) An introduction is given by JACOB D. BEKENSTEIN, The modified Newtonian dynamics – MOND – and its

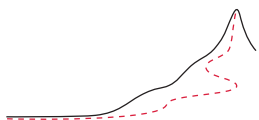
implications for new physics, *Contemporary Physics* 47, pp. 387–403, 2006, preprint at arxiv.org/abs/astro-ph/0701848v2. Nicht zitiert.





HERAUSFORDERUNGEN: LÖSUNGEN UND TIPPS

Kommt noch.



DANKSAGUNGEN



Seit Mai 2007 wird die Produktion und kostenlose Verteilung dieses Textes durch die Klaus Tschira Stiftung gefördert.

FILME

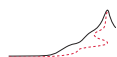
Die schöne Animation eines relativistischen Würfels auf [Seite 51](#) wurde von Ute Kraus erstellt und zur Verfügung gestellt. Die Animation kann auf dem wunderbaren Portal www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de gefunden werden, das noch viele weitere Filme bietet. Die schöne Animation eines beschleunigten Beobachters auf [Seite 80](#) ist von Anthony Searle erstellt und von Craig Savage zur Verfügung gestellt. Die Rechte sind bei der Australian National University, und man findet die Animation auf dem schönen Portal www.anu.edu.au/Physics/Savage/TEE. Die ebenso schöne Animation eines beschleunigten Beobachters zwischen den Häusern auf [Seite 83](#), ist auch von Anthony Searle erstellt und von Craig Savage zur Verfügung gestellt. Die Rechte sind bei der Australian National University, und man findet die Animation auf dem schönen Portal www.anu.edu.au/Physics/Searle.

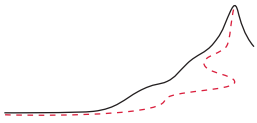
BILDER

Die Photographie des Nachthimmels auf [Seite 12](#) wurde von Anthony Ayiomamitis aufgenommen und zur Verfügung gestellt; man findet sie auf seiner schönen Webseite www.perseus.gr. Die Photographie des Nachbaus von Fizeaus Experiment auf [Seite 17](#) wurde vom AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg aufgenommen und von Jan Frercks, Peter von Heering und Daniel Osewold zur Verfügung gestellt. Die Photographie des Lichtpulses auf [Seite 17](#) ist von Tom Mattick aufgenommen und zur Verfügung gestellt. Die Photographien und Zeichnungen des Michelson-Morely Experiments auf [Seite 35](#) sind von Stephan Schiller aufgenommen und zur Verfügung gestellt. Die relativistischen Bilder des Flugs durch Stonehenge auf [Seite 49](#) sind von Nicolai Mokros und von Norbert Dragon zur Verfügung gestellt. Die relativistischen Bilder auf [Seite 50](#) und [50](#) sind von Daniel Weiskopf aufgenommen und zur Verfügung gestellt. Die Photographie der Stalaktite auf [Seite ??](#) ist von Richard Cindric aufgenommen und zur Verfügung gestellt; man findet sie auf www.kcgrotto.org. Die Photographien der Galaxien auf [??](#), [??](#), [??](#), [??](#), [??](#), [??](#), [??](#) and [??](#) wurden von der NASA zur Verfügung gestellt. Die Übersichten des Weltalls auf [Seite ??](#) und das Hertzsprung-Russell-Diagramm auf [Seite ??](#) sind von Richard Powell erstellt und zur Verfügung gestellt; man findet sie auch auf seinen Webseiten www.anzwers.org/free/universe und www.atlasoftheuniverse.com. Die Rechte der

Zeichnungen sind von Christoph Schiller. Wenn Sie vermuten, daß Ihre Rechte falsch wiedergegeben oder nicht korrekt erhalten wurden, ist das ein Versehen und geschah ohne Absicht; bitte nehmen sie in so einem Fall mit dem Autor Kontakt auf.







NAMENSVERZEICHNIS

A

ABRAMOWICZ

Seitenzahlen in *Kursiv* verweisen auf Textstellen, in denen die Person genauer vorgestellt wird.

A

Abramowicz, M.A. 115
Adelberger, E. 116
Adler, C.G. 102
Aetius 111
Ahmad, Q.R. 98
Aichelburg, P.C. 114
Alcubierre, M. 107
Alspector, J. 96
Alvåger, T. 96
Anderson, I.M. 110
Anderson, J.D. 102
Anderson, J.L. 110
Antonini, P. 97, 99
Arago, François 34
Aristarch von Samos 16
Aristarchos 95
Aristotle 95
Ashtekar, A. 103, 117
Augustine 113
Australian National
University 80, 83, 120
Ayiomamitis, Anthony 14,
120

B

Baggett, N. 96
Bailey, J. 99, 100
Bailey, J.M. 96
Banday, A.J. 114
Barbour, Julian 114
Barrow, J.D. 114
Bartocci, Umberto 67, 101
Basri, G. 111
Bateman, H. 99
Baylis, W.E. 99

Becker, A. 112
Bedford, D. 108
Behroozi, C.H. 97
Bekenstein, J.D. 115
Bekenstein, Jacob D. 117
Bender, P.L. 109
Bennet, C.L. 114
Bertotti, B. 109
Besso, Michele 67
Bilaniuk, O.M. 100
Bilaniuk, O.M.P. 100
Blair, David 106
Blandford, R. 115
Blandford, R.D. 108
Blau, Stephen 41
Bloser, P.F. 107
Bohr, Niels 21
Bombelli, L. 117
Bondi, H. 105
Bondi, Hermann 97
Bonnor, W.B. 109, 114
Born, Max 99
Boughn, S.P. 100
Boyce, K.R. 101
Brace, Dewitt 34
Bradley, James 15, 16
Braginsky, V.B. 107, 108
Brahm, D.E. 116
Brault, J.W. 105
Braxmeier, C. 97
Bray, H.L. 110
Brecher, K. 96
Brehme, R.W. 102
Briatore, L. 106
Briggs, F. 114
Bronstein, M. 114

Brown, J.M. 101
Bruyn, A.G. de 114
Bunn, E.F. 114
Burbidge, G. 113
Burgay, M. 111
Bäßler, S. 116
Börner, G. 112
Börner, H.G. 101

C

Caianiello, E.R. 104
Calder, Nigel 108
Camilo, F. 111
Carilli, C.L. 114
Carlip, Steve 104, 113
Carneiro, S. 113
Cassini, Giovanni 14
Castagnino, M. 117
Caves, C.M. 108
CERN 60
Chinnapared, R. 115
Choquet-Bruhat, Yvonne 110
Christodoulou, D. 115
Cindric, Richard 120
Ciufolini, I. 108, 109
Ciufolini, Ignazio 108
Clancy, E.P. 106
Cohen, M.H. 100
Conway, J. 114
Copernicus, Nicolaus 16
Cordero, N.A. 110
Cornell, E.A. 97
Corongiu, A. 111
Costa, S.S. 101
Costella, J.P. 101
Couch, E. 115

Cox, A.N. 111
 Crawford, F. 111
 Crelinsten, Jeffrey 105

D

D'Amico, N. 111
 Dalton, K. 110
 Damour, T. 116
 Davidson, C. 106
 Deshpande, V.K. 100
 Deslattes, R.D. 101
 Desloge, E.A. 102
 Detweiler, S. 115
 Dewey, M.S. 101
 DeWitt-Morette, Cecile 110
 Dicke, R.H. 107
 Dickey, J.M. 111
 Diemer, T. 117
 Dietze, H. 98
 DiFilippo, F. 101
 DiFilippo, Frank 101
 Dillard-Bleick, Margaret 110
 Dittus, H. 111, 116
 Doppler, Christian 27
 Dorfi, E.A. 112
 Doroshkevich, A.G. 111
 Dragon, Norbert 48, 49, 120
 Droste, J. 106
 Duff, M.J. 103
 Duguay 16
 Duguay, M.A. 95
 Dumont, Jean-Paul 95, 111, 112
 Dutton, Z. 97
 Dyson, F.W. 106

E

Eckstein, G. 98
 Eddington, A.S. 106
 Ehlers, J. 113
 Ehrenfest, P. 102
 Eichenwald, Alexander 34
 Einstein, A. 109, 113
 Einstein, Albert 20, 21, 22, 39, 56, 67, 96, 97, 101, 104
 Ellis, G.F.R. 106, 113
 Empedokles 13
 Eötvös, R. von 107
 Eshelby, J. 98

Everitt, F. 116
 Exton, A. 115

F

Faestermann, T. 112
 Fairhurst, S. 103
 Falco, E.E. 113
 Falk, G. 105
 Farley, F.J.M. 96
 Faulkner, A.J. 111
 Fekete, E. 107
 Ferreira, P.G. 114
 Figer, D. 111
 Fitzgerald, George F. 38
 Fizeau, Armand 34
 Fizeau, Hippolyte 16
 Fließbach, Torsten 105
 Floyd, R.M. 115
 Ford, E.C. 107
 Formalont, E.B. 108
 Foster, James 104
 Fowler, E.C. 96
 Fowler, L.A. 109
 Frank, F.C. 98
 Fredman, R.A. 111
 French, A.P. 103
 Frenkel, J. 98
 Frercks, J. 95
 Frercks, Jan 16, 120
 Fresnel, Augustin 34
 Friedman, A. 112
 Friedmann, A. 112
 Frisch, D.H. 99
 Fukuda, Y. 98
 Fölsing, Albrecht 97

G

Gabuzda, D.C. 100
 Gaensler, B.M. 111
 Galilei, Galileo 14
 Gamow, G. 111
 Gavin, Maurice 29
 Gearhart, R. 98
 Gehrels, N. 115
 Geroch, R. 116
 Gibbons, G.W. 103
 Gibbons, Gary 103
 Gibbs, J.W. 103
 Giltner, D.M. 98

Giulini, D. 112
 Goenner, Hubert 105
 Good, R.H. 102
 Green, A.J. 111
 Greenstein, J.L. 105
 Greiner, J. 117
 Grindlay, J.E. 107
 Gruber, C. 100
 Gruber, Christian 47
 Gruber, R.P. 116
 Guiragossian, Z.G.T. 98
 Gutfreund, Hanoch 96
 Guth, A. 113
 Göckli, E. 97

H

Hadley, M. 117
 Hafele, J.C. 99, 106
 Hall, D.B. 99
 Halley, Edmund 14
 Hammond, R.T. 117
 Hanns Ruder 48
 Harris, S.E. 97
 Hartmann, D. 117
 Harvey, A. 100, 112
 Hasenöhrl, F. 101
 Hasenöhrl, Friedrich 67
 Hatfield, Brian 110
 Haverkorn, M. 111
 Hawking, Stephen 113
 Hayward, S.A. 104
 Heckel, B. 116
 Heering, Peter von 120
 Hentig, Hartmut von 7
 Hestenes, D. 99
 Hestenes, David 99
 Hinshaw, G. 114
 Hirth, J.P. 98
 Hobbs, G. 111
 Hoek, Martin 34
 Holstein, B.R. 109
 Holzmüller, G. 108
 Hoyle, C.D. 116
 Hoyle, F. 113
 Hoyle, Fred 113
 Hughes, R.J. 110
 Huiskens, G. 104
 Hulse, Russel 109
 Huygens, Christiaan 14

Hörmann AG 29

I

Ilmanen, T. 104
Inverno, Ray d' 103, 104
Ives, H.E. 97

J

Jacobson, T. 103
Jentschel, M. 101
Jerie, M. 117
Jetzer, P. 111
Johnson, Samuel 95
Juszkiewicz, R. 114

K

Kaaret, P. 107
Kalbfleisch, G.R. 96
Kant, Immanuel 111
Kapuścik, E. 98
Karlhede, A. 117
Kaufmann, W.J. 111
Kayser, R. 113
Keating, R.E. 99
Kennedy, R.J. 97
Kerr, R.P. 115
Kessler, E.G. 101
Kilmister, C.W. 102
Kittinger 105
Kjellman, J. 96
Klauder, John 105
Kleppner, Daniel 109
Klose, S. 117
Knie, K. 112
Knop, R.A. 110
Knutsen, H. 112
Kogut, A. 114
Kontorowa, T. 98
Kopeikin, S.M. 108
Korschinek, G. 112
Kostro, L. 103
Kramer, M. 108, 111
Kraus, Ute 51, 120
Kreuzer, L.B. 106
Krikalyov, Sergei 44
Krisher, T.P. 102
Krishnan, B. 103
Krotkow, R. 107
Krumm, P. 108

Kröner, Ekkehart 104, 110
Kumaraditya, K.K. 114
Künzle, H.P. 115

L

Lachière-Rey, M. 113
Lamb, Frederick 116
Lambourne, R. 98
Landau, L. 110
Lange, B. 103
Langevin, Paul 67
Lasota, J.P. 115
Laue, Max von 75
Leibfried, G. 98
Lense, J. 108
Lerner, L. 109
Leschiutta, S. 106
Lewis, G.N. 101
Liebscher, Dierck-Ekkehard 97
Lifshitz, E. 110
Lilley, Sam 104
Lindh, A.G. 107
Linfield, R.P. 100
Lintel, Harald van 47
Liu, C. 97
Lodge, Oliver 34
Logan, R.T. 102
Lombardo, F. 117
Longair, M. 112
Lorentz, H.A. 99
Lorentz, Hendrik Antoon 34, 38
Lorimer, D.R. 109, 111
Lothe, J. 98
Low, R.J. 102
Ludvigsen, Malcolm 104
Luke, Lucky 31
Luminet, J.-P. 113
Lundmark, K. 111
Lutes, G.F. 102
Lyne, A.G. 111
Lämmerzahl, C. 111, 116

M

MacCallum, M.A.H. 115
Macdonald, A. 116
Macrobius 112
Maffei, Paolo 111

Mainwaring, S.R. 99
Maleki, L. 102
Manchester, R.N. 111
Marsh, N.D. 112
Marzke, R.F. 116
Mashhoon, B. 108
Mason, W.P. 98
Masood-ul-Alam, A.K.M. 115
Massa, C. 103
Matsas, G.E.A. 100, 101
Matthews, W.N. 102
Mattick 16
Mattick, A.T. 95
Mattick, Tom 17, 120
Maxwell, James Clerk 38
Mazur, P.O. 115
McClure-Griffiths, N.M. 111
McDonald, K.T. 108
McGowan, R.W. 98
McKellar, B.H.J. 101
McLaughlin, M.A. 111
McNamara, Geoff 106
Medison 29
Menten, K.M. 114
Michell, J. 115
Michelson, A.A. 99
Michelson, Albert Abraham 34
Minkowski, Hermann 39, 39
Mirabel, I.F. 100
Mishra 89
Mishra, L. 102
Misner, Charles 102
Mitskievic, N.V. 114
Mittelstaedt, H. 114
Mittelstaedt, M.-L. 114
Mlynek, J. 97
Mohazzabi, P. 105
Mokros, Nicolai 48, 49, 120
Moore, C.P. 114
Morley, E.W. 99
Morley, Edward 34
Murray, J.J. 98
Mutti, P. 101
Myers, E.G. 101
Møller, Christian 102
Müller, H. 97
Müller, J. 117

N

Nagano, M. 117
 Narlikar, J.V. 113
 Natarajan, V. 101
 Nemiroff, R.J. 107
 Newman, E.T. 115
 Nicolai, H. 110
 Nieto, L.M. 110
 Nightingale, J.D. 104
 Nordtvedt, Kenneth 117
 Novikov, I.D. 111
 Novikov, Igor 104, 114, 115

O

Oey, M.S. 111
 Ohanian, H.C. 102, 103
 Okhapkin, M. 97, 99
 Olum, K.D. 107
 Oppenheimer, R. 115
 Osewold, Daniel 120
 Ovid, d.h. Publius Ovidius
 Naro 19

P

Panov, V.I. 107
 Papapetrou, A. 101
 Parker, Barry 112
 Paul, W. 101
 Pauli, Wolfgang 56, 110
 Pavlis, E.C. 108
 Pearson, T.J. 100
 Pekár, V. 107
 Pelt, J. 113
 Penrose, R. 100, 104, 115, 116
 Penrose, Roger 114
 Peres, A. 114
 Perkins, D.H. 99
 Perlman, E. 114
 Pešić, P.D. 112
 Peters, A. 97
 Pfister, Herbert 114
 Philpott, R.J. 102
 Piper, M.S. 109
 Piraino, S. 107
 Planck, Max 56, 72, 77
 Poincaré, Henri 22, 36, 38, 67
 Poincaré, J.H. 101
 Possenti, A. 111
 Pound, R.V. 105

Powell, Richard 120

Pradl, O. 97
 Prakash, A. 115
 Preston, Tolver 67
 Pretto, Olinto De 67, 96
 Prigogine, Ilya 113
 Primas, L.E. 102
 Prince, G.E. 117
 Pritchard, D.E. 101
 Pritchard, David 63
 Pryce, M.H.L. 101
 Pythagoras 98

R

Rainville, S. 101
 Rasio, F.A. 109
 Rawlinson, A.A. 101
 Raymond, D.J. 102
 Readhead, A.C.S. 100
 Rebka, G.A. 105
 Recami, E. 101
 Refsdal, S. 113
 Reinhardt, S. 97
 Rindler, W. 99, 100
 Rindler, Wolfgang 97, 103,
 105, 110
 Ritz 96
 Robinson, D.C. 115
 Rodríguez, L.F. 100
 Roll, P.G. 107
 Rømer, O.C. 95
 Rømer, Ole C. 14
 Rossi, B. 99
 Rothbart, G.B. 98
 Rothenstein, B. 98
 Rothman, T. 113
 Rottmann, K. 102
 Roukema, B.F. 113
 Rozental, I.L. 117
 Ruder, H. 117
 Ruffini, R. 103, 106, 115
 Ruffini, Remo 105
 Rugel, G. 112
 Ruggiero, M.L. 102, 108
 Ruppel, W. 105
 Russell, Bertrand 77
 Rybicki, G.R. 100
 Röntgen, Wilhelm 34

S

Sagnac, Georges 34
 Samuel, S. 108
 Sands, Matthew 110
 Santander, M. 110
 Santangelo, A. 107
 Sastry, G.P. 100
 Savage, Craig 120
 Scarcelli, G. 98
 Schaefer, B.E. 96, 97
 Scharmann, Arthur 116
 Schiller, C. 103
 Schiller, Christoph 103, 121
 Schiller, P. 98
 Schiller, S. 97, 99
 Schiller, Stephan 34, 35, 120
 Schneider, M. 117
 Schneider, P. 113
 Schramm, Herbert 116
 Schramm, T. 113
 Schucking, E. 100, 112
 Schutz, B.F. 109
 Schutz, Bernard 104
 Schwinger, Julian 97
 Schäfer, G. 116
 Sciamia, D.W. 114
 Sciamia, Dennis 114
 Searle, Anthony 48, 80, 83,
 120
 Seeger, A. 98
 Seielstad, G.A. 100
 Selig, Carl 97
 Sexl, R.U. 114
 Shapiro, I.I. 109
 Shaw, R. 100
 Shea, J.H. 105
 Sheldon, E. 99
 Shih, Y. 98
 Silk, J. 114
 Simon, R.S. 100
 Singh, T.P. 116
 Sitter, W. de 96, 109
 Sitter, Willem de 19, 35
 Smale, A.P. 107
 Smith, J.B. 99
 Snider, J.L. 105
 Snyder, H. 115
 Soffel, M. 117
 Soldner, J. 107

Sonoda, D.H. 114
 Stachel, John 104
 Stairs, I.H. 109, 111
 Stark, Johannes 27
 Stedman, G.E. 99
 Stephenson, G. 102
 Stephenson, G.J. 101
 Stilwell, G.R. 97
 Stocke, J.T. 114
 Stodolsky, Leo 98
 Stoney, G.J. 116
 Straumann, N. 112
 Stromberg, G. 111
 Strutt Rayleigh, John 34
 Su, Y. 107
 Sudarshan, E.C. 100
 Sudarshan, E.C.G. 100
 Supplee, J.M. 100
 Svensmark, H. 112
 Synge, J.L. 101
 Szuszkiewicz, E. 115

T

Tangen, K. 111
 Tartaglia, A. 108
 Taylor, J.H. 109
 Taylor, Joseph 109
 Tegmark, M. 110
 Terrell, J. 100
 Thirring, H. 108
 Thomas, Llewellyn 56

Thompson, C. 111
 Thompson, J.K. 101
 Thompson, R.C. 101
 Thorndike, E.M. 97
 Thorne, K.S. 108
 Thorne, Kip 102
 Tisserand, F. 108
 Tolman, R.C. 101
 Tolman, Richard 114
 Torre, C.G. 110
 Torrence, R. 115
 Tuinstra, F. 95
 Turner, M.S. 114

U

Unruh, W.G. 105
 Unwin, S.C. 100

V

Valencia, A. 98
 Vermeil, H. 110
 Vermeulen, R. 114
 Vessot, R.F.C. 106
 Voigt, Woldemar 38

W

Wald, R.M. 116
 Walker, Gabriele 112
 Walker, R.C. 100
 Wallin, I. 96
 Wallner, A. 112

Wambsganss, J. 113
 Wang, Y. 110
 Watson, A.A. 117
 Weinberg, Steven 105, 112
 Weisberg, J.M. 109
 Weiskopf, Daniel 48, 50, 120
 Wertheim, Margaret 98
 Wesson, Paul 112
 Wheeler, J.A. 106
 Wheeler, John 116
 White, M. 114
 Whitney, A.R. 100
 Will, C. 96, 104, 107
 Will, C.M. 102, 108, 116
 Williams, R. 106
 Wilson, Harold 34
 Wirtz, C. 111
 Woods, P.M. 111
 Wright, Steven 94

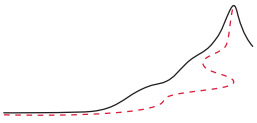
Y

Y, X. 98
 Yearian, M.R. 98

Z

Zeeman, Pieter 34
 Zensus, J.A. 100
 Zhang, W. 107
 Zwicky, F. 113





SACHVERZEICHNIS

A

ABRAMOWICZ

Seitenzahlen in *Kursiv* verweisen auf Textstellen, in denen der Begriff definiert oder genau erläutert wird.

A

α -Strahlen [13](#)
Aberration [15](#)
acceleration [99](#)
Additionstheorem für
Geschwindigkeiten [34](#)
Additionstherem für
Beschleunigungen [89](#)
akausale Effekte [41](#)
allgemeine Relativitätstheorie
[22](#)

ALter [43](#)
Alterung, maximale [77](#)
Antimaterie [65](#)
Aufprall [64](#)

B

β -Strahlen [13](#)
barycentric coordinate time
[107](#)
Behälter [40](#)
Beobachter, mitbewegt [81](#)
Beschleunigung, konstante [84](#)
Beschleunigung,
relativistische Verhalten
[81](#)
Bewegung gibt es nicht [40](#)
Bewegung, hyperbolisch [85](#)
Bewegung, relativistische [92](#)
Bewegung, unbremssbare, d.h.
Licht [26](#)
Bezugssystem, allgemeines [83](#)
Bezugssysteme, beschleunigte
[83](#)
Bilder [48](#)

Billiard [59](#)
black hole [106](#)
black hole radiation [114](#)
black holes [104](#)
Blauverschiebung [27](#)
Blitz [17](#)
Bombe [61](#)
Bradyonen [65](#)
Bus, bester Platz im [51](#)
Bäume [88](#)

C

Čerenkovstrahlung [23](#)
CERN [96, 99](#)
challenges [9, 13, 14, 16, 17,](#)
[19, 23–27, 29–34, 36–43,](#)
[45–48, 51–53, 55, 57–65,](#)
[67, 68, 70–80, 82–93, 113](#)
conformal transformations [78](#)
cosmic background radiation
[114](#)
cosmic censorship [116](#)
crackpots [98](#)

D

Dilatationen [78](#)
Diät [62](#)
Doppelsternen [19](#)
Dopplereffekt [27](#)
Dopplereffekt, transversal [28](#)
Draconis, Gamma [16](#)
Dreivektoren [68](#)
Dunkelheit, Geschwindigkeit
der [53](#)
dunkle Energie [62](#)

dunkle Materie [62](#)

E

Ehrenfestparadox [74](#)
Eigenbeschleunigung [71, 81](#)
Eigengeschwindigkeit [42](#)
Eigenlänge [46](#)
Eigenzeit [39, 68, 70](#)
Einweggeschwindigkeit des
Lichts [90](#)
Ekliptik [16](#)
Elektron, Durchmesser [92](#)
Energie [61](#)
Energie, Beschränktheit der
[73](#)
Energie, frei zugängliche [62](#)
Energie, kinetische [62](#)
Energie, konzentrierte [61](#)
Energie, relativistische
kinetische [72](#)
Energie, relativistische
potentielle [73](#)
Energie-Impuls-Vektor [72](#)
Energie-Impuls-Vierervektor
[72](#)
Entropie [56](#)
Erde, Längenkontraktion [46](#)
Ereignis [68](#)
Ereignishorizont [87](#)
ether, also called luminiferous
ether [99](#)
Evolution [66](#)

F

falsch [22](#)

Fensterrahmen 53
 Ferrari 46
 Formen 47
 Frau, weise alte 76

G

γ -Strahlen 13
 Galileischen Monden 14
 gamma ray bursts 96
 gamma-ray bursts 117
 Gedächtnis 41
 Gegenwart 41
 gehen, olympisches 52
 Geradheit 13
 Geschwindigkeit der
 Dunkelheit 53
 Gesetz der kosmischen
 Faulheit 77
 Gleiter, relativistischer 47
 graue Haare 52
 gravitational radiation 104
 Grund und Folge 40

H

Haare, graue 52
 hand in vacuum 105
 HARP 60
 Heliumkerne 13
 Hintergrund 40
 Horizonte bewegen sich
 schneller als das Licht 53
 hyperbolische Kosinus 85
 hyperbolische Sekans 86
 hyperbolische Sinus 85
 hyperbolische Tangens 86
 Hyperflächen 80
 höher 61

I

imaginäre Masse 65
 Impuls 71
 Impuls, relativistischer 59
 Inertialsystem 36, 82
 inertieller Beobachter 36
 Infrarotstrahlung 13
 Invarianz der
 Lichtgeschwindigkeit 24
 Inversion 78
 Inversionssymmetrie 79

Io 14

J

jewel textbook 101

K

Kanalstrahlen 13
 Kathodenstrahlen 13
 kausal verbunden 41
 konforme Transformationen,
 spezielle 78
 kosmische Strahlung 66
 Kosmonauten 36
 Körper, reelle 65
 Körper, starre 92
 Körper, starrer 74
 Körper, virtuelle 65

L

LAGEOS 108
 Large Electron Positron Ring
 31
 laser distance measurement
 of Moon 95
 Lautsprecher 20
 Leistung-Kraft-Vierervektor
 73
 length contraction 100
 LEP 31
 Lernen, beste Methode 8
 Licht 26
 Licht, longitudinal polarisiert
 27
 Licht, massiv 26
 Licht, unbrembar 26
 Licht, wiegen von 63
 lichtartig 41
 lichtartigen 68
 Lichtbeschleunigung 26
 Lichtgeschwindigkeit,
 Einweggeschwindigkeit 90
 Lichtgeschwindigkeitspeed,
 Hypothesen mit
 veränderlicher 93
 Linux 16
 Lorentz boosts 79
 Lorentztransformationen für
 Raum und Zeit 38
 Lotto 41

Längenkontraktion 38, 47

M

Mannigfaltigkeit 39
 Masse als konzentrierte
 Energie 61
 Masse, imaginäre 65
 Masse-Energie Äquivalenz 62
 Massendefekt, chemischer 62,
 63
 Massendefekt, nuklearer 63
 Massenmittelpunkt 66
 Massenunterschiede zwischen
 Nahrung und
 Ausscheidungen 62
 Massenverhältnis 58
 Metrik 69, 77
 Milch 16
 minkowskische Raumzeit 39
 modified Newtonian
 dynamics 117
 MOND 117
 Moon, laser distance
 measurement 95
 Motorrad 85
 Motorrads 91
 muons 99, 99
 Mut 23

N

neutrino 98
 Nordtvedt effect 117
 Nullvektor 41
 Nullvektoren 68

O

Orion 64
 Oszilloskopen 53
 oxygen, appearance in
 atmosphere 112

P

π 74
 Parallaxe 16
 Penningfallen 63
 Penrose-Hawking singularity
 theorems 116
 Perlenkette 51
 Perlenkettenparadoxon 51

Phase einer Welle 76
 Phasengeschwindigkeit 76
 Polder 34
 Pool 59
 Principe, island of 106

Q

Quasare 54
 Quasarenjets 67

R

raumartig 41, 68
 Raumzeit 39
 Raumzeitabstand 68
 Raumzeitintervall 39, 68
 Reaktionen chemische 63
 Regenschirm 16
 Reisen in die Zukunft 44
 relativistische
 Geschwindigkeit 70
 relativistische
 Korrekturfaktor 37
 relativistische Masse 73
 relativistischer Kinematik 36
 Relativitätsprinzip 36
 Relativitätstheorie 22
 riemannsche Raumzeiten 39
 Rotverschiebung 27, 29
 Ruheenergie 63
 Ruhemasse 73
 Röntgenstrahlen 13

S

Schallgeschwindigkeit, Werte 91
 Schallplatte 53
 Schallwellen 28
 Schatten und Strahlung 13
 Schatten, Geschwindigkeit 31
 Schattengeschwindigkeit 18, 53, 53
 search engines 96
 segeln und die
 Lichtgeschwindigkeit 16
 singularities 113
 Sirius 105
 Skalenfaktor 78
 Sloan Digital Sky Survey 111
 Sneooker 59

Snowboarder, relativistischer 46
 Sobral, island of 106
 space, absolute 35
 spezielle Relativitätstheorie 22
 spezielle Relativitätstheorie in vier Sätzen 92
 Spiegelreflexkamera 17
 Spinner 31
 Stababstände 82
 Stalagmiten 16
 Stark Effekt 27
 starren Koordinatensystem 83
 Starrheit 47
 Stein 77
 Sterne,
 Geschwindigkeitsmessung 29
 Stoß 64
 Strahlung 13, 92
 Strahlung, kosmische 44, 66
 Stuhl als Zeitmaschine 44
 Suchstrahleffekt 48
 Synchronisation von Uhren 30

T

Tachyon 54, 65
 Tachyonen 65, 92
 Tachyonenmasse 65
 Taschenuhrzeit 39
 Teilchen, ultrarelativistisches 72
 Temperatur, relativistische 57
 Thomaspräzession 56
 tides 106
 time, absolute 35
 torsion balances 107
 Transformation, konforme 51
 Translation 78
 Türsensoren 29

U

U-boot, relativistisches 48
 Uhrensynchronisation 30
 Uhrparadoxon 43
 ultrarelativistisches Teilchen 72
 Ultraviolettstrahlung 13

ungestörte Bewegung 13
 UNIX 16
 Unschärferelation, relativistische 92
V
 vacuum, hand in 105
 Čerenkovstrahlung 23
 Vergangenheit, Reise in die 41
 Vergangenheitslichtkegel 40
 Verpackungen 91
 Versetzungen 30
 Viererbeschleunigung 71
 Viererdrehimpuls 75
 Vierergeschwindigkeit 70
 Viererimpuls 71
 Viererkoordinaten 68
 Viererruck 71
 Vierervektor 70
 Vierervektors 68
 Viererwellenvektor 75
 vierte Dimension 39
 Voyager Satelliten 16

W

weak equivalence principle 106
 Wellen in der Relativitätstheorie 75
 Weltall, Alter des 67
 Weltlinie 40
 wiegen von Licht 63
 Winkelgeschwindigkeit 75
 Wirkung 76

Z

Zahl, imaginäre 65
 Zahnbürste 20
 Zeit 41
 zeitartig 41, 68
 Zeitdehnungsfaktor 25
 Zeitdilatation 45
 Zeitmaschine 44
 Zug, relativistischer kreisförmiger 75
 Zukunftslichtkegel 40
 zweite Hauptsatz der Thermodynamik 41
 Zwillingparadoxon 43

Ü

Überlichtgeschwindigkeit 53,

74

Überlichtgeschwindigkeit in

Stößen 65



MOTION MOUNTAIN

Das Abenteuer der Physik – Band II

Relativität

Warum gibt es Veränderung und Bewegung?
Wie entsteht ein Regenbogen?
Was ist die fantastischste mögliche Reise?
Ist leerer Raum wirklich leer?
Wie kann man Dinge schweben lassen?
Bei welchem Abstand zwischen zwei Punkten wird es
unmöglich, Platz für einen dritten dazwischen zu finden?
Was sind 'Quanten'?
Welche Probleme der Physik sind ungelöst?



Antworten auf solche Fragen zur Bewegung
bietet diese unterhaltsame und ungewöhnliche
Einführung in die moderne Physik – überraschend
und herausfordernd auf jeder Seite.

Das Abenteuer geht vom täglichen Leben bis zu den
neuesten Ergebnissen aus der Mechanik, Biologie,
Thermodynamik, Elektrodynamik, Relativitätstheorie,
Quantentheorie und Vereinheitlichung.
Es ist für Studenten und alle gedacht, die sich
für Physik und Natur interessieren.

Christoph Schiller, promoviert an der Universität Brüssel,
ist Physiker und hat seit über 25 Jahren Spaß
an der Darstellung von physikalischen Themen.

ISBN 978-3-00-021946-7



9 783000 219467

