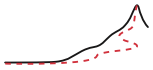
Christoph Schiller

运动岭 | Motion Mountain

物理学奇遇记 - VOL.I

落·流·热

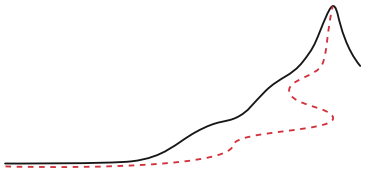
www.motionmountain.net



Christoph Schiller 著

嘉辉 译

Motion Mountain



The Adventure of Physics

Volume I

Fall, Flow and Heat

Edition 31, available as free pdf
with films at www.motionmountain.net

Editio trigesima prima.

Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller
primo anno Olympiadis trigesimae secundae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quae
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

第三十一版。

Copyright © 1990–2023 克理思多福·席勒 (Christoph Schiller)，
从第 24 届奥运会第三年
到第 32 届奥运会第一年。

此 pdf 文件根据 Creative Commons
Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany
Licence 获得许可，其全文可在网站
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de
找到，未经版权所有者书面同意，不得在任何产品或服务中
全部或部分复制、分发和使用，无论是否商业。
pdf 文件过去和现在都是免费的，
每个人都可以阅读、存储和打印供个人使用，
也可以以电子方式分发，但只能以未经修改的形式免费分发。

To Britta, Esther and Justis Aaron

τῷ ἐμοὶ δαὶμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.

前言

Primum movere, deinde docere.*[1]

古语(Antiquity)

本丛书写给对自然万物之运动感兴趣的人。人物、动物、事物、影像和虚空是如何运动的？为求答案，我们踏上这一串奇遇之旅。本卷之奇遇聚焦日常运动。仔细观察日常运动，我们会做出六条基本陈述：日常运动是连续的、守恒的、相对的、可逆的、镜像不变的，以及：懒惰的。大自然好逸恶劳：在每一个动作中，它都将变化最小化。本卷探讨如何得出这六个结论，以及它们与观察结果是如何貌似相违、实则相符的。

现代物理学的结构如 Figure 1 所示，日常运动是其最底部起点的主要部分。本卷是物理学六卷本的第一卷，这六卷本力图达到我自 1990 年以来追求的三重目标：以简单、新颖、引人入胜的方式呈现运动。

为求简单，本文侧重概念，只用最少量的必要数学。理解物理概念比推公式更重要。整篇文本对本科生来说都很简单。

为求新颖，本文收集了诸多散布在科学文献中的理论与实验瑰宝。

为求引人入胜，本文尽量“震惊”读者。普通物理读物应该像一场魔术表演：让读者感到惊讶，不相信自己的眼睛，思考，最后明白窍门。我们观察大自然，常有同样的体验。所以，本文每页都至少有一份惊喜或挑战供读者思考。

本书座右铭是著名的教育学宣言“*die Menschen stärken，die Sachen klären.*”，译为：“To fortify people, to clarify things./ 育人，明理”。澄清事物、坚持真理，是需要勇气的，因为人们恐惧改变思维，恐惧往往伴随愤怒。若克服恐惧，增长力量，会体验到强烈而美好的情感。非常之观，常在于险远，探索运动便是其中之一。享受这次奇遇之旅吧。

克理思多福·席勒 (Christoph Schiller)

---

[1]* “先激励，再教学。” 现代语言把激励(*moving*)(或鼓舞)叫做激励(*motivating*)；这两个词的拉丁词根相同。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

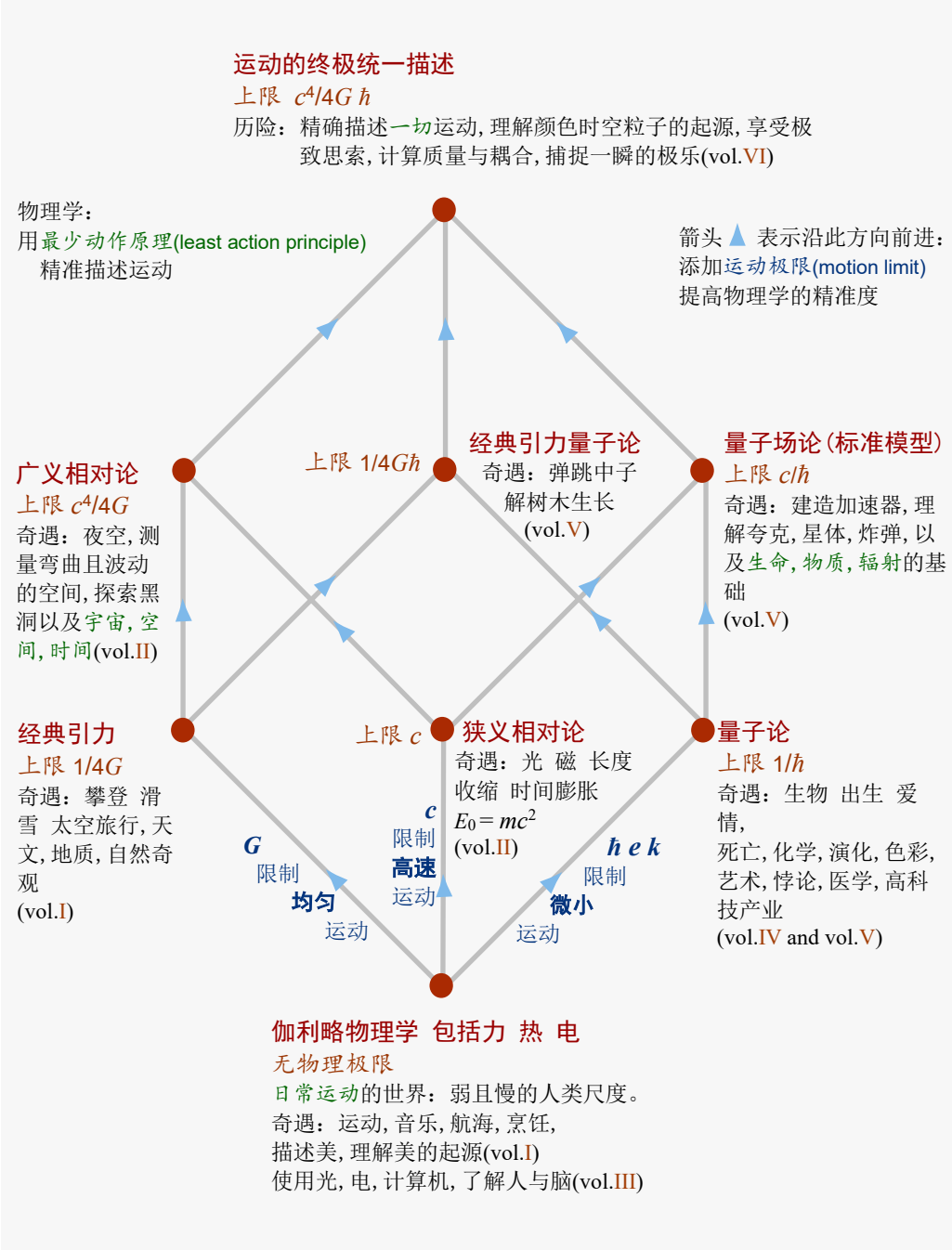


Figure 1 物理学立方体，运动科学與地图。由马特维·布朗斯坦(Matvei Bronshtein, b. 1907 Vinnytsia, d. 1938 Leningrad) 首次提出。布朗斯坦立方体从底部的日常运动开始，展示了现代物理学各个领域的联系。每条边都代表一种运动极限的组合，连接到更精准的描述。引力常数 G 限制均匀运动，高速运动的极限则由光速 c 给出，微小运动的极限分别由(约化)普朗克常数 $\hbar$、基本电荷 e 和玻尔兹曼常数 k 给出。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

本书使用

旁注指向参考文献、其它页面、解答与提示。在彩色版中，旁注、脚注、网站链接等索引都设以绿色。网址链接往往随时间失效，大多数链接都可以通过 www.archive.org 找回，该网站保留了旧网页的副本。本书的免费 pdf 版，可以在 www.motionmountain.net 找到，其中(英文原版的)所有绿色索引和链接都是可点击的。pdf 版本还包含影片，可以直接用 Adobe Reader 观看。

附录给出了挑战的解答和提示。挑战按难度分为容易(e, easy)、学生标准水平(s, standard)、困难(d, difficult)、研究水平(r, research)。书中尚未提供解决方案的挑战标记为(ny, no solution has yet been included in the book)。

对学习者的建议

学习，让我们发现自己可以成为什么样的人。学习，能拓宽知识、提高智力、带来成就感。学一本书，尤其是看一本关于自然界的书，应是高效而愉快的，别像受刑似的学习，那太糟了！也不要给你的书上刑，不要用记号笔、钢笔或铅笔在纸上涂色或划线，那是浪费时间、提供虚假安慰、会使文本难以阅读。不妨改为添加注释和评论！别用屏幕学习，尤其别用视频、游戏、智能手机学习。所有的游戏和几乎所有的视频都是大脑毒品。智能手机是毒品分配器，会让人上瘾、妨碍学习。以你的节奏和速率用纸张学习，让你的思维自由驰骋！没谁能通过在书上乱涂乱画或盯着屏幕来有效学习。

根据我当学生和教师的经验，有种学习方法总能化腐朽为神奇：如果你为了学习而阅读一篇课文，请用你自己的语言和图像总结你阅读的每一部分，朗读出来。如果无法做到这一点，请再次阅读，不断重复，直到能用自己的语言和图像清楚地总结出你读到的内容。享受大声讲述的乐趣！你可以独自或与朋友一起，在房间里或边走边做。如果你对阅读的所有内容都这样做，你将大大减少学习和阅读时间；你会更喜欢学习好文章，更少讨厌坏文章。该方法的大师甚至可以在听讲座时低声使用它，连笔记都不用做。

对教师的建议

老师喜欢学生，喜欢引导学生探索其所学的领域。教师的热情是工作成功的关键。如果你是教师，在上课前，想象、感受并告诉自己：你喜欢这节课的主题；然后想象、感受并告诉自己，你将如何引导每个学生，让他们像你一样享受这个主题。每天有意识地做这个练习。你会减少课堂上的麻烦，最大限度地提高你的教学成功率。

本书非为应试而编；它的问世乃是为让教师与学生理解和享受物理学：这门运动科学。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

反馈意见

本文最新 pdf 现在和将来都可以在网上免费下载。我很高兴收到您的电子邮件，地址为 fb@motionmountain.net，特别是在以下问题上：

Challenge 1 s — 哪些地方没说清，需要改进？
— 你还期待什么故事、主题、谜语、图片或电影？

也欢迎就 www.motionmountain.net/help.html 列出的具体内容提供帮助。所有反馈将用于改进下一版。欢迎您通过邮件或添加注释的 pdf 发送反馈，提供插图或照片，或为网站上的勘误维基做出贡献。如果你想用你的语言翻译这本书，哪怕一章，请告诉我。

我代表所有读者，提前感谢您的意见。对于特别有用的贡献，如果你愿意，你会在致谢中被提及，或者获得奖励，或者两者兼而有之。

支持

欢迎您向制作、翻译和出版本系列书籍的慈善、免税非营利组织捐款。有关详情，请参阅网页 www.motionmountain.net/donation.html。德国税务局会监督您的捐款是否被正确使用。如果你愿意，你的名字将被列入赞助名单。代表世界各地的所有读者，提前感谢您的帮助。

这本书的纸质版，无论是彩色还是黑白，都可以在 www.amazon.com 找到，有英语和某些其它语言的版本。好啦，开始阅读吧。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

目录

7 前言
本书使用 9 • 对学习者的建议 9 • 对教师的建议 9 • 反馈意见 10 • 支持 10

11 目录

15 1 为何应关注运动
运动存在吗 16 • 应如何讨论运动 19 • 有哪些运动类型 21 • 感知变与不变 25 • 世界需要状态吗 28 • 伽利略物理六句义 30 • 奇趣挑战:运动 31 • 小结:初见运动 34

35 2 从运动测量到连续性
何为速度 36 • 何为时间 41 • 时钟 45 • 时钟为啥顺时针 45 • 逝者如斯 49 • 何为空间 49 • 空间与时间是绝对还是相对 52 • 尺寸大小:长度与面积实存，体积不然 56 • 啥叫直 59 • 地空论 61 • 奇趣挑战:日常空间与时间 62 • 小结:日常时间与空间 74

75 3 如何描述运动:运动学
投掷·跳跃·射击 77 • 矢量 80 • 导数:静止与速度 82 • 二阶导数:加速度 83 • 从对象到点粒子 86 • 腿与轮 89 • 奇趣挑战:运动学 94 • 小结:运动学 96

97 4 对象·影像·守恒
运动与接触 98 • 何为质量 100 • 动量与质量 101 • 运动永恒:动量守恒 107 • 能量守恒 109 • 叉积或向量积 114 • 旋转与角动量 115 • 滚轮 119 • 如何奔走 120 • 奇趣挑战:质量·守恒·旋转 121 • 小结:运动中的守恒 131

132 5 从地球自转到运动的相对性
地球如何自转 142 • 地球在动吗 147 • 速度绝对吗:日常相对论 152 • 旋转相对吗 153 • 奇趣挑战:旋转与相对性 154 • 再论腿与轮 164 • 小结:伽利略相对论 167

168 6 引力运动
引力限制匀速运动 168 • 天上引力 169 • 地上引力 174 • 引力性质:G 与 g 177 • 引力势 182 • 地球的形状 183 • 动力学:物体如何运动于不同维度 185 • 月球 185 • 轨道:圆锥曲线之属 188 • 潮汐 192 • 光线会下落吗 196 • 质量:惯性质量·引力质量 196 • 奇趣挑战:引力 199 • 小结:引力 219

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

220 7 经典力学:力与运动的可预测性
用力还是用功 221 • 力 界面 守恒 224 • 摩擦与运动 227 • 摩擦·体育运动·机械·可预测性 228 • 状态完备:初始条件 230 • 宿命已定·天下无奇 232 • 自由意志 234 • 小结:可预测性 236 • 从可预测性到运动的全局描述 236

241 8 动作:度量变化
最少动作原理 246 • 拉格朗日量与运动 249 • 运动有界 251 • 奇趣挑战:拉格朗日量 254 • 小结:动作量 257

258 9 运动与对称
为何我们能思议世界 262 • 视点 263 • 对称性与群 265 • 多元组 266 • 表示 267 • 运动的对称与词汇 269 • 可复现性·守恒·诺特定理 272 • 宇称反演与运动逆转 275 • 相互作用对称 276 • 奇趣挑战:对称性 276 • 小结:对称性 278

279 10 广延体的简单运动:振动与波动
振动 279 • 阻尼 280 • 共振 283 • 波:普遍而和谐 284 • 水波 285 • 波与波动 290 • 何以畅谈:惠更斯原理 293 • 波动方程 296 • 乐音悠扬 297 • 测量声音 299 • 超声成像对宝宝安全吗 302 • 信号 303 • 孤波与孤子 305 • 奇趣挑战:波与振动 307 • 小结:波与振动 319

320 11 广延体存在吗:连续性的极限
山脉与分形 320 • 日取其半万世不竭吗 320 • “三堂会审”伽利略 322 • 动物能跳多高 324 • 伐木 325 • 小硬球 325 • 寂静之声 326 • 计数不可见之物 327 • 体验原子 329 • 看到原子 331 • 奇趣挑战:固体与原子 331 • 小结:原子 339

341 12 流体与流动
孰得动焉:万法皆流 341 • 流体的状态 343 • 层流与湍流 347 • 大气层 351 • 气血运行 352 • 奇趣挑战:流体 355 • 小结:流体 366

367 13 热与运动反演不变
温度 367 • 热能 369 • 为什么气球会占用空间:连续性的终结 373 • 布朗运动 375 • 非光滑·非分形·非硬球 377 • 熵 378 • 熵从粒子来 381 • 自然界的特征熵:信息量子 382 • 万物皆粒子吗 383 • 热动力学第二原理 385 • 为什么我们不记得未来 386 • 熵流 387 • 存在孤立系统吗 388 • 奇趣挑战:热与可逆性 389 • 小结:热与时间不变性 396

397 14 以简驭繁：秩序·混沌·自组织
秩序显现 399 • 沙自组织 400 • 球自组织 400 • 秩序的条件 402 •

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

秩序的数学 403 • 混沌 405 • 涌现 406 • 奇趣挑战:自组织 407 • 小结:自组织与混沌 413

414 15 从物理学局限到运动极限
经典动力学研究课题 414 • 什么是接触 415 •
是什么决定了精确与准确 415 • 自然界的一切都能在一本书中描述吗 416 • 我们对运动的描述有点不对劲 417 • 测量何以可能 418 • 运动无限吗 418

420 A 符号·习惯·约定
拉丁字母 420 • 希腊字母 422 • 希伯来字母和其它文字 424 •
数与数字 425 • 惯用符号 426 • 历法 428 • 人名 429 • 缩写·名祖·概念 430

431 B 单位·测量·常量
SI 单位 431 • 测量的意义 434 • 奇趣挑战:单位 434 •
测量的精确度与准确度 437 • 精准极限 438 • 物理常数 438 • 常用数 446

447 C 关于运动的信息源

453 解答与提示

500 参考文献

537 功德赞

544 姓名索引

558 主题索引

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

落·流·热

于获悉事物运动之探索中，
我们凭经验引入一些概念：
速度时间长度质量温度等。
我们学着用它们度量变化，
并发现自然界使变化最小。
我们知晓了如何遨游太空，
为何人生就双腿而非轮毂，
为什么扰动永远无法平息，
为何最难的科学悬案之一
竟是描述流过管道的水流。

Chapter 1

为何应关注运动?

一切运动皆是假象。

芝诺(Zeno) *[1]

轰！惊雷乍响，闪电猛烈劈中附近树木，打断了林间漫步的宁静，让我们心跳突然加快。我们看到树顶的火在一定尺度上燃起又熄灭。轻风吹拂周围的树叶，帮着恢复此处的宁静。附近有小河淌水，蜿蜒流下山谷，水面映出云卷云舒。

运动无处不在，它和善而凶险，可怖且美丽。我们人类赖以生存，我们需要运动来成长、学习、思考、保持健康跟享受生活。我们靠运动穿越森林，聆听自然万籁，又讲出一切见闻。与所有动物一样，我们也依靠运动来获取食物、避过险厄；与所有生物一样，我们需要运动来繁殖、呼吸和消化；像所有物体一样，运动让我们保持温暖。

运动是对大自然最基本的观察结果，世间一切都是某种运动，无有例外。运动是如此基本，甚至运动(*motion*)这个词的起源都早已埋进语言史的远古尘埃中了。运动的魅力始终让人好奇。到了公元前 5 世纪的古希腊，对运动的研究终于有了一个名
Ref 1 字：*物理学*(*physics*)。

运动对人生也很重要。我们能知道什么？世界从何而来？我们从何而来？世界是什么？我们是谁？我们能做什么？我们该做什么？未来会怎样？什么是死亡？生活与命运将走向何方？所有这些问题都有关运动。对运动的研究提供了深刻而惊奇的答案。

Ref 2 运动是神秘的。虽然它无处不在：在群星之中、潮汐之间、在人眼底，但两千五百年来，无论巫医百工乃至什么圣哲先贤，都没能揭开其核心谜团：*什么是运动*？通常的标准答案说“*运动是位置随时间的改变*”，这虽不错，却不能令人满意。直到最近，终于有了个完整的答案。下面的故事，便是关于这条通往答案之路的。

运动是人经验的一部分。人类经验(experience)好比作一座海岛，命运如海浪裹挟我们到其岸边，海岛中央有崇山峻岭，在最顶峰能俯瞰全岛之景，得见人类一切经验间的关系，特别是种种运动的关系。我称之为：*运动岭*(*Motion Mountain*)*[2]，这还有份登顶指南(见 Figure 2；Figure 1 是更精确的版本，但不那么形象)。此行将是最美妙的心灵奇遇之一。好了，现在，我们遭遇的第一个问题是：运动存在吗？

---

[1]* 埃利亚的芝诺(Zeno of Elea, c. 450 bce) 埃利亚学派的主要代表之一。

[2]* 译者注：用“岭”字来翻译 mountain，是取山脉绵延，高而有道之意。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

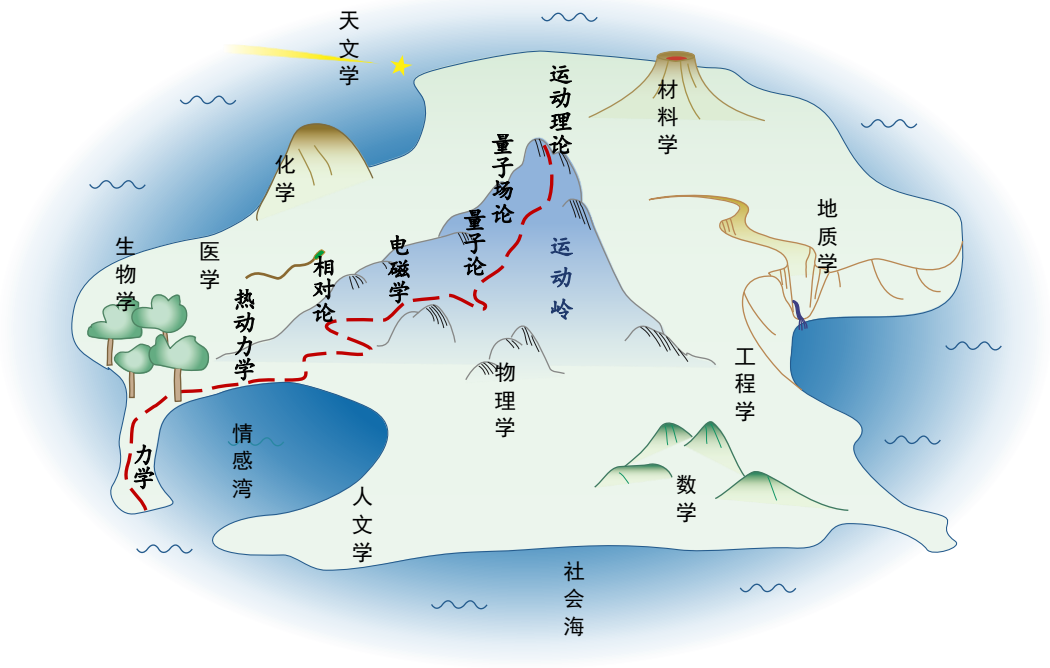


Figure 2 经验岛地图，运动岭，以及我们选择的一条登顶路线。

运动存在吗？

> *Das Rätsel* gibt es nicht. Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so *kann* sie beantwortet werden. *[1]
>
> 维特根斯坦(Ludwig Wittgenstein)
> 《逻辑哲学论(*Tractatus*, 6.5)》

Ref 3 为了提高对运动存在问题的认识，先来看看 Figure 3 或 Figure 4，并按说明操作，它们似乎都在旋转。走过按一定形状排列的鹅卵石路面也会体验到类似的效
Ref 4 果。更不妨看看北岡明佳(Kitaoka Akiyoshi)在 www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka 收集的大量
Challenge 2 s 运动视错觉案例。我们要如何确保真实运动不是诸如此类的运动错觉呢？

许多学者曾声称运动压根不存在，那些观点对运动研究的影响，曾长达几个世
Ref 5 纪之久。例如，希腊哲学家巴门尼德(Parmenides, born *c.* 515 bce in Elea)认为，既然不能无中生有，变化就不可能存在。他强调自然界的恒常性(*permanence*)，坚持认为一切
Ref 6 运动变化都是错觉(*illusion*)。

[1]* “谜是不存在的。若一个问题能被提出，它也就能被解答。”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

赫拉克利特(Heraclitus, *c.* 540 to *c.* 480 bce)持相反观点。柏拉图(Plato)记述到，赫拉克利特做出了著名的命题：πάντα ῥεῖ/panta rhei *[1] 即“万物皆流”。与巴门尼德相反，他认为变化才是自然界的本性。这两种著名观点分庭抗礼，促使许多学者更详细地研究自然界是否存在守恒量(*conserved quantity*)，或者创造(*creation*)是否可能。我们稍后再揭晓答案，在那之前，你可以选择更喜欢哪种说法。

Challenge 3 s

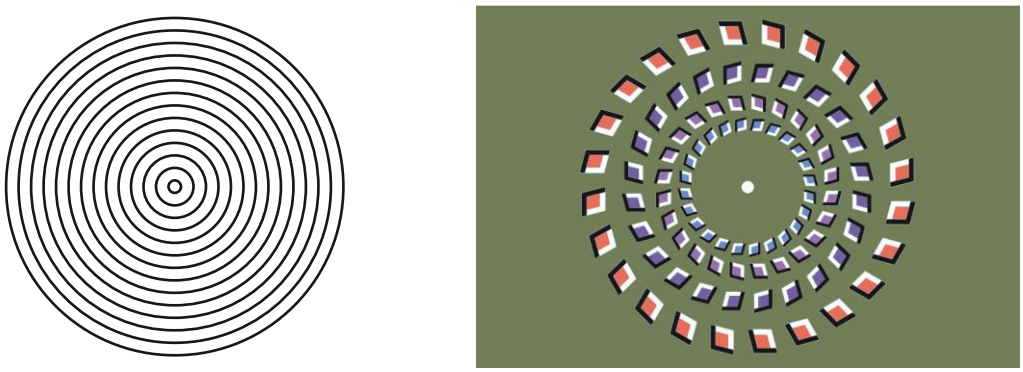


Figure 3 运动错觉：看左图，并稍微移动页面；看右图中心白点，并前后移动脑袋。

门尼德的门生与伙伴，芝诺(Zeno of Elea, born *c.* 500 bce)，强烈反对运动的存在，他的说法至今仍有人关注。他有一则著名的论证，咱用大白话来说就是，他声称不可能掌掴到别人，因为手掌要想碰到脸，必先移动至半程，然后再移动至半程的半程，距离减半、万世不竭，故而巴掌理应永远不会拍到脸上。芝诺的论证聚焦于运动描述中的无限(*infinity*)与有限的对立关系。在现代量子理论中，有个相关的问题至今仍是研究主题。

Ref 7

芝诺还表示，若在单个时刻(*instant*)观察运动对象，人们不能断言它是否在运动。他认为，在单个时刻，物体是运动还是静止没有区别。他据此推断，若在一个时刻上没有差异，则在一个时段内也不会有差异。芝诺质疑，运动是否能清晰地区分于它的对立面：静止(*rest*)。对于这个问题，物理学史上的思想家们在肯定和否定之间来回摇摆、不断扬弃。也正是这类问题促使爱因斯坦发展出广义相对论，那将是我们旅程的高潮之一。在我们的奇遇中，我们将探索运动和静止之间的所有已知差异。最终，我们甚至将敢于发问：究竟是否存在单个时刻。这个问题对于登临运动之巅至关重要。

等我们探索量子理论，我们或许会在某种意义上赞同巴门尼德所言，运动在某种程度上确实是种错觉。更确切地说，我们将证明，只有在人类条件的限制下才能观察到运动。我们会发现，我们能体验运动，必得具足如下因缘：

[1]* Appendix A 解释了如何读希腊文。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

- 我们尺寸有限，
- 我们由大量有限数目的原子组成，
- 我们的运动速率要比光速慢得多，
- 我们的温度有限且适中，
- 我们生活在三维空间中，
- 我们与自身质量的黑洞相比很大，
- 我们与自身的量子波长相比很大，
- 我们与宇宙相比很渺小，
- 我们的记忆有效而有限，
- 我们被大脑强迫将空间和时间近似为连续实体，
- 我们被大脑强迫将自然近似为由不同部分组成。

如果这些条件中有任何一个不被满足，我们就不能观察运动。请注意，具足这些条件无需暇满人身，它们对许多动物和机器同样有效。我们从以下问题开始，发掘这些条件：

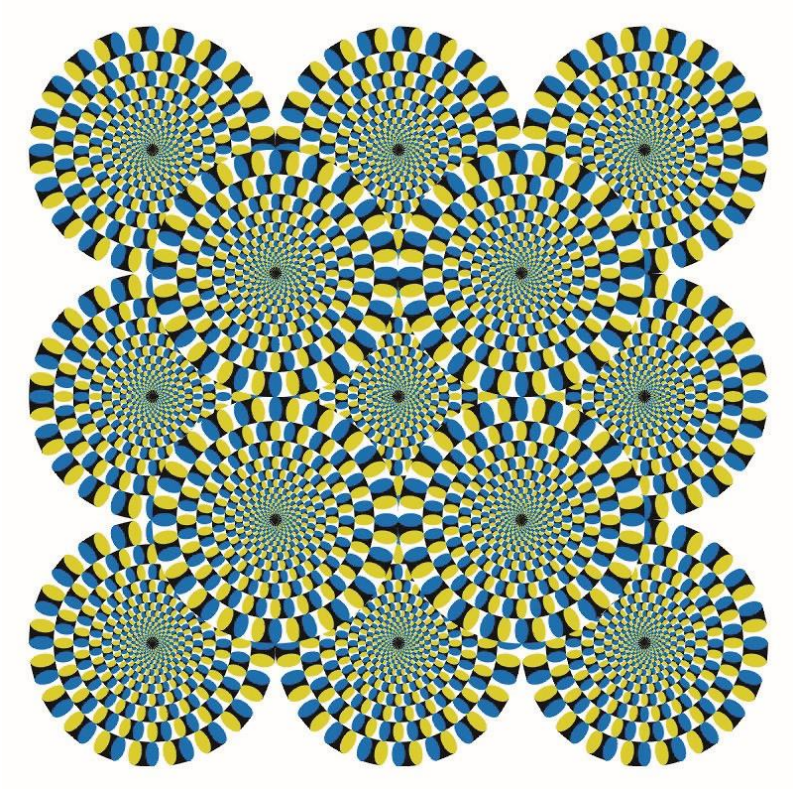


Figure 4 放大此图或靠近此图，以更好地欣赏运动幻象。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 5 古代科学和政治人物时间线。名字末尾对齐逝世年份。例如，犹太妇女玛丽亚(Maria the Jewess)是贝恩-玛丽工艺(bain-marie)的发明者，泰勒斯(Thales)是第一位知名的数学家和科学家。译者注：译者添加了傍轴的上下两行东方名人，字色偏红，用作时间参考，但卒年位置仅供参考。

应如何讨论运动？

Je hais le mouvement, qui déplace les lignes,
Et jamais je ne pleure et jamais je ne ris. *[1]

夏尔·波德莱尔《美人(*La Beauté*)》

作为一门科学，物理学自然要靠两条腿走路：精准(*precision*)和好奇(*curiosity*)。精准度，是我们的描述与观察结果的匹配程度；好奇心，是驱动所有科学家的内在激情。精准使人们的沟通高效而有意义，好奇心则使之具有价值。日月相蚀、乐音悠扬、奥运壮举：世上充满迷人的运动。 Ref 9

Ref 8 [1]* “我不喜欢打乱线条的运动，所以我不哭也不笑。” 夏尔·波德莱尔(Charles Baudelaire, b. 1821 Paris, d. 1867 Paris)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

若你发现自己愈加准确、更深地理解了运动，你就是在攀运动岭。来看看 Figure 6，往竖直悬吊的空桶里装满一定量的水，它就不再竖直悬吊了。(这是为什么？)而如果继续加水，它又会恢复竖直。多少水量引起这种转变？ Figure 6 的右图是问，当以图中所描述的方式拉线，线轴会根据拉线的角度向前或向后运动，这两种可能情况的临界角是多少？

Challenge 4 s

精准，要求深入细节。了解细节会增加探索之乐*[1]，Figure 7 给出了一个示例。咱在运动岭上爬得越高，咱就能看得就越远，我们好奇探索的回报也越多。一路的景致令人叹为观止，尤其是从峰顶俯瞰的时候。我们要走的路线，是许多条可能路线之一，它从生物学的一隅开始，直接进入山脚下的森林。

Ref 10

强烈的好奇驱使我们奔诸极限：理解运动需要探索最长的距离、最快的速度、最小的粒子、最强的力量、最高的精度和最陌生的概念。我们开始吧。

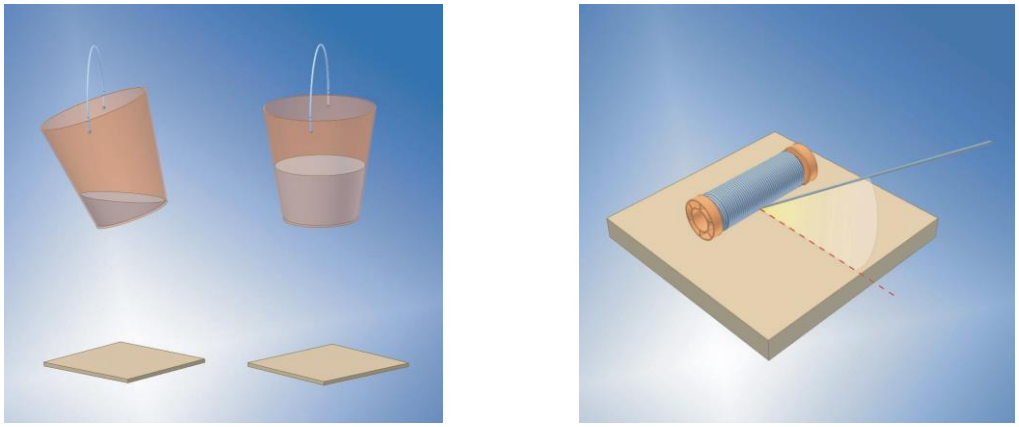


Figure 6 需要多少水才能令水桶竖直悬吊？以什么角度拉线，线轴(画得不好，边缘太小)会改变运动方向？(© Luca Gastaldi)。

Challenge 5 s

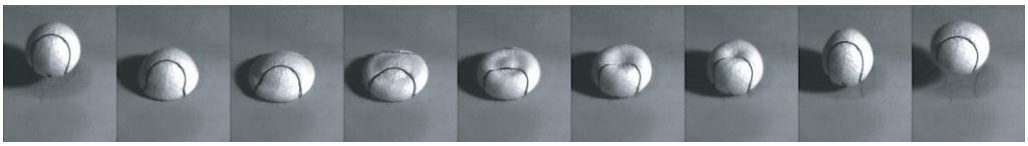


Figure 7 精细观察下发现的新效应：网球在约 6 毫秒的迅速反弹过程中的形变(© International Tennis Federation)

[1]* 别信任何说服你放弃研究细节的人，他在骗你呢。细节很重要。在我们攀登运动岭的这段旅程中要保持警惕。

Challenge 6 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

有哪些运动类型？

一切运动都源于对变化的渴望。

Every movement is born of a desire for change.

古语

大型图书馆是概览运动类型的好去处，Table 1 展示了所获结果。瞧啊，各个领域都离不开运动(motion)、运动(movement)、运动(move)。最早的古希腊研究者们(就是 Figure 5 的那些人)就已经开始猜测：所有类型的运动以及许多其它类型的变化都是相关的。通常认为有三类变化：

1.输运(*transport*)。我们日常所说的运动，就是指材料的输运，比如人走路、树叶飘落、乐器演奏等等变化。输运是对象(包括流体)位置或取向的变化。人们的行为在很大程度上也属于这一范畴。

2.转化(*transformation*)。这类变化是指诸如此类的现象：盐溶于水、水冻成冰、木材腐烂、食物烹熟、血液凝固、金属熔融等等。凡是颜色、亮度、硬度、温度和其它各种材料性质的变化都是转化。转化与输运的联系并不显见。一些古代思想家认为光的发射和吸收也在此列。到了二十世纪，这两种效应终于被证明确实是转化。在太阳和放射性现象中新发现的，物质的出现和消失，这也是转化。还有心意的转变，情绪、健康、教育、性格的改变，也(主要)是转化。 Ref 18

3.生长(*growth*)。这最后一类变化也是特别重要，动物、植物、细菌、晶体、山脉、行星、恒星乃至星系都会生长。生物种群的变化，也就是生物演化，或者叫生物进化(biological evolution)，以及宇宙大小的变化，即宇宙演化(cosmic evolution)，分别在 19 和 20 世纪被归于此列。这些现象曾由不同的传统学科研究，它们都得出结论：生长是输运与转化的结合，只是复杂性和时间尺度有所不同。 Ref 19

Figure 8
输运案例，
埃特纳火山
(Mount Etna)
(© Marco Fulle)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 1 在公共图书馆发现的关于运动话题的书籍内容。

运动话题	运动话题
运动(motion)图像与数字效果	运动(motion)病
运动感知 Ref 11	运动(motion)能力作为健康检查
为健身与健康而运动(motion)	冥想运动(motion)
体育运动(sports)与歌唱中的运动(motion)控制与训练	运动(motion)治疗癌症、糖尿病、痤疮和抑郁症
永恒运动	音乐舞蹈等表演艺术中的运动(motion)
运动作为各路神祇的证明 Ref 12	行星、恒星和天使的运动 Ref 13
运动的经济效益	运动(motional)习惯与情绪习惯的关系
运动(motion)有助于克服创伤	心理治疗中的运动 Ref 14
昆虫、动物、机器人的运动(locomotion)	多细胞生物、山脉、太阳黑子和星系生长
细胞和植物的运动(motion)	原子、汽车、恒星、星系的碰撞
弹簧、关节、机构、液体和气体的运动	大陆、鸟群、阴影和虚空的运动(motion)
动乱(commotion)与暴力	武术或兵法中的运动(movements)
议会动议(motions in parliament)	艺术、科学和政治运动(movements)
手表中的运动(movements)	股市的运动(movements)
运动(movement)教学	儿童运动(movement)发育 Ref 15
乐章(musical movements)	部队调动(movements)Ref 16
宗教运动(movements)	肠蠕动(movements)
下棋的行棋走步(moves)	赌场作弊行为(moves)Ref 17
国民生产总值与公民流动性(mobility)的关系	

文艺复兴时期，现代科学萌芽，那时，只有对输运现象的研究才被视为物理学的主题。运动被等同于输运了，另外两个领域则被物理学家忽略。尽管有此局限，其研究领域还是甚为广大，覆盖了经验岛(Figure 2)的大部分地区。

早期学者根据输运的起源，区分不同的输运类型。举手投足等运动被归为意志运动(volitional motion)，由人的意志(will)控制；而雪花飘落这种外部对象的运动，是不受意志影响的，归为被动运动(passive motion)。年轻人，尤其是年轻男性，要花大量时间学习复杂精细的意志运动，Figure 10 是一极致案例。

人类六岁左右是儿童个体朝着精准描述环境而发展的一个关键阶段，这时便能完全区分被动运动与意志运动了*[1]。这种区分曾产生物理学的历史定义：研究非生物运动的科学；这定义已然过时。

[1]* 该阶段发展不好，可能导致各种奇怪信念，一些成瘾赌徒相信自己能影响轮盘赌球(roulette balls)，某些貌似健康的人相信能用意念力移动外界物体，即心灵致动。魔术师詹姆斯·兰迪(James Randi)在《信念治疗师(*The Faith Healers Prometheus Books*, 1989)》中风趣翔实地描述了这些信念背后的欺骗和自我欺骗。他在其它书中也抛出了许多类似的话题。详情请访问 www.randi.org。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

机械的问世迫使学者们重新思考意志运动与被动运动的区别。机械跟生物一样自主运动，貌似也由什么意志驱动。但仔细瞧瞧，机械中的每个部分都由其它部分驱动，它们的运动其实是被动的。反过来想，生物也是机械的吗？人举手投足皆是被动运动吗？过去百年积累的观察结果清晰表明，意志运动(movement*[1])与非生命系统的被动运动确有同样的物理性质，没必要区分这两种运动。当然啦，从情感角度
Ref 20 来看，二者的差异很重要，例如优雅风度只能归于意志运动。

Figure 9 输运·生长·转化 (© Philip Plisson)

Figure 10 最难的意志运动之一，由 Alexander Tsukanov 表演，他是首个能从一个独轮车跳到另一独轮车的人 (© Moscow State Circus)

[1]* ‘movement’一词相当晚近，它是从古法语舶入英语的，直到 18 世纪末才流行起来。莎士比亚都从没用过这个词。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

由于被动运动与意志运动性质相同，故而我们可以通过研究非生物体的运动，来了解人类自身的状况。这在涉及决定论、因果率、概率、无限、时间、爱与死亡等主题时尤为明显。我们会在奇遇的前路上邂逅这些主题。

到了 19 世纪和 20 世纪，其它关于运动的古典信念都被搁置一旁。广泛的观察研究表明，一切转化和生长现象，包括行为变化以及进化或演化，都是输运的例子。换言之，两千多年的研究表明，古代那套对观察结果的分类是无用的：

▷ 一切变化，皆是输运。

以及

▷ 输运与运动同一。

20 世纪中期，运动研究最终以实验证实了一则更具体的理念，这则理念曾在古希腊被表述为：

▷ 每种类型的变化都归结为粒子的运动。

得出该结论需要时间和努力，不懈追求对自然愈加精准的描述，才有这一结论。本次奇遇的前五卷便是要追溯通向这一结果的路径。(你认可这结论吗？)

Challenge 7 s

然而，20 世纪最后十年又颠覆了这种对运动的描述：粒子的概念被证明是局限和错误的。通过仔细观察和推理得出的这一最新结果将在我们奇遇记的最后一部分探讨。在抵达那个结果之前，我们还有很长的路要走。

总之，历史表明，仅凭粗略观察对各种运动泛泛分类，终究成果寥寥，只有努力追求最高的精度，我们才有望获悉运动的基本性质。精益求精，而不是搞分类学，才是应该遵循的道路。卢瑟福(Ernest Rutherford)调侃道：“一切科学要么是物理学，要么是集邮(All science is either physics or stamp collecting)。”

若要精准描述运动，就要先充分详细地研究具体运动情境，而且情境越简单，越容易精准描述。我们日常环境中无生命小刚体的运动是最简单的，比如抛向空中的石子。孩子会走之前就会扔东西，那是我们亲手做的第一批物理实验之一。抛掷的重要性可以从其派生词看出：例如拉丁语中，主语(subject)是“基掷”、宾语(object)是“对掷”、叹词(interjection)是“掷于其间”；希腊语的符号(symbol)是“共掷”、问题(problem)是“掷出”、象征(emblem)是“掷入”、魔鬼(devil)字面上是“掷穿”等等。我们小时候扔石子、扔玩具、扔任何东西，以此探索感知、探索运动的性质，直到引起家长担忧；我们如今还要在此做同样的事。

Ref 21

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.*[1]

维特根斯坦《逻辑哲学论(6.373)》

感知变与不变

儒夫才专研一般情况；真正的科学家探讨实际。

Michael Berry 改编的 Beresford Parlett 的话

人们享受感知(*perceiving*)，从出生前就在感知，并终其一生尽量长时间享受感知。所以电视或视频就算空洞无物也能大获成功。我们在运动岭脚下的森林中无法避免感知。感知，首先是区分(*distinguish*)的能力。几乎我们生命的每个瞬间都在执行区分这一基本心理功能；例如，在童年时期，我们初次学会区分观察结果之间相似与否。这与另一种基本能力相结合，对经验的记忆(*memory*)能力。记忆使我们能够体验和交谈，从而探索自然。感知、分类、记忆，共同形成学习(*learning*)。这三种能力缺一不可，否则无法研究运动。

孩子们很快就学会区分不变(*permanence*)与可变(*variability*)。他们学会辨认(recognize)人脸，哪怕同一张脸每次看起来都不完全一样。从人脸开始，孩子们将辨认能力扩展到所有其它观察结果。辨认能力对日常生活必不可少，且甚是奏效。能认出朋友是件好事，哪怕是在晚上认出喝醉的朋友(不要轻易尝试)。辨认或者说认知(*recognition*)，总是用到某种形式的概括/推广/泛化(*generalization*)。每当我们观察，我们脑海中总是有些一般性的概念。

在巍峨运动之山脚下的林间草地上，四周树木环合，平静与安宁笼罩我们。我们来思考感知的本质。突然，灌木丛中有什么东西在动，我们立马调转眼球，集中注意。检测运动的神经细胞是我们大脑中最古老的一部分，与鸟类和爬行动物共享：脑干(brain stem)。然后，皮层(cortex)接过来分析运动类型并锁定其来源。我们观察视野中的运动，看到两类不变的实体：固定的景观和运动的动物。我们终于认出那是只小鹿，于是放松了下来。 Ref 22

Figure 11 我们是如何区分鹿及其所处环境的？(© Tony Rodgers)

[1]* “世界独立于我的意志。”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

我们是怎么区分 Figure 11 中的环境背景和鹿的？感知涉及眼与脑中的若干过程。运动对这些过程至关重要，这几页左下角的翻页动画(flip film)或许有助于体会运动对感知的作用。单看每幅图，确实都只是个填充了随机图案的矩形，但当快速翻动页面，你会看到一个正方形在固定的背景中移动。在任何给定时刻，都无法区分正方形与背景，在任何给定的时刻都没有明显的对象。但是很容易感知到它的运动。*[1]诸如此类的感知实验表明，检测随机背景中运动的正方形，并非人类的特异功能，苍蝇乃至一切有眼睛的动物都有同样的能力。

Ref 23

左下角的翻页动画，以及许多类似的实验，说明了运动的两条核心性质。首先，只有当对象(object)可以与背景(background)或环境(environment)区分开来，才能感知到运动。许多运动错觉都聚焦于此。*[2]复次，需要运动来定义(define)对象和环境，并将它们彼此区分开来。其实，空间的概念就是对背景概念的抽象。背景是广延的，移动的实体在其中被定位。这听起来无聊吗？并不，请稍等片刻。

我们把所可改变或者可移动的局域性实体(localized entity)，称为*物理系统*(*physical system*)，简称*系统*。系统是可被认出的，因而是自然界的不变部分。系统既可以是*物理对象*(*physical object*)，或者叫"*物理体*(*physical body*)"，简称*物体*；也可以是*辐射*(*radiation*)。因此，辐射所成的*像*(*image*)本身不是物理系统，却是物理系统的形式要素。Table 2 总结了这些联系。那么，孔洞(hole)是物理系统吗？

Challenge 8 s

换言之，我们把运动过程中保持不变的局域性要素的集合，称为*对象*(*object*)或*物体*(*body*)，例如大小、形状、颜色等的集合。我们将很快收紧定义，以区分对象和像。

我们注意到，要想指定不变的运动对象，我们需要将之与环境区分开来。换言之，我们从一开始就将运动经验为一种相对(*relative*)过程，我们在对象与环境的对立关系中感知运动。

在局部，可隔离对象与广延环境的区别很重要。诚然，这是循环论证 (你觉得呢？)，这个问题以后会让我们有得忙呢。我们擅长将局域系统从环境中隔离出来，我们司空见惯、习以为常。但我们之后将发现，这种区分在逻辑和实验上都是不可能的！*[3]这种不可能的原因将是迷人的。为了发现这种不可能性，我们现在要先注意到，除了运动实体和固定背景，我们还需要描述它们之间的关系。Table 2 总结了必要的概念。

Challenge 9 s
Chapter 15: 有点不对劲儿
Vol.VI, page 85

---

[1]* 人眼相当善于检测运动。例如，哪怕光点运动的角度变化很小，小于静止图像中可以区分的最小角度，眼睛也可以检测到光点的运动。眼睛及其它感官细节的类似主题，是感知研究的领域。

Ref 11

[2]* 运动感知的主题趣味良多。不妨看看 Donald D. Hoffman 的《视觉智能:造作诸色(*Visual Intelligence -- How We Create What We See*, W.W. Norton & Co., 1998)》，介绍得非常棒。他收集的基本运动错觉可以在 www.cogsci.uci.edu/~ddhoff 网站上体验和探索。

[3]* 在量子论中可以区分系统与环境，这与通俗作品中经常读到的不同。只有当量子理论与广义相对论统一时，这才变得不可能。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

智慧就是那洞彻万有而驾驭一切的思想。

Ref 24 赫拉克利特(Heraclitus of Ephesus)

Table 2 基本物理概念谱。

运动

基本变化：系统改变相对于背景的位置

部分/系统 *parts/systems*	关系 *relations*	背景 *background*
不变 permanent		可测量 measurable
有界 bounded	产生边界 produce boundaries	无界 unbounded
有形 have shapes	产生形状 produce shapes	广延 extended

对象 *objects*	辐射 *radiation*	状态 *states*	相互作用 *interactions*	相空间 *phase space*	时空 *space-time*
不可入 impenetrable	可入 penetrable	全局 global	局部 local	复合 composed	单纯 simple

相应要素：

质量 mass	强度 intensity	时刻 instant	来源 source	维度 dimension	曲率 curvature
尺寸 size	颜色 colour	位置 position	范围 domain	距离 distance	拓扑 topology
电荷 charge	成像 image	动量 momentum	强度 strength	体积 volume	距离 distance
自旋 spin	传播 appearance	能量 energy	方向 direction	子空间 subspaces	面积 area
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.	etc.

world – nature – universe – cosmos

所有部分、关系和背景的集合

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

世界需要状态吗?

Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins. Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende; die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.*[1]

维特根斯坦《逻辑哲学论(2.027 – 2.0271)》

是什么区分着每页左下角的不同图案?我们说:是实体的状况(situation)或构型(configuration)。构型以某种方式描述了所有可能因情境而异的要素。通常将一组对象集合的所有可变(*variable*)要素,称为这组对象的运动状态,简称状态(*state*)。如何刻画或者描述状态呢?

首先,在翻动书页时,左下角的构型随时间变化。时间产生对立的可能性:同一个孩子既在屋子里,也在屋子外,这是矛盾的,是时间描述并解决了这种矛盾。而状态不只是在时间上区分各种情况:状态包含一个系统(即一组对象)的所有要素,把一个系统跟所有与之相似的系统区分开来。相似的诸多对象在每个时刻都可能在以下方面不同

位置(position)
速度(velocity)
取向(orientation)
角速度(angular velocity)

这些性质决定了一个物理系统的状态,在该物理系统的众多精细摹本中指出其独特个性(individuality)。或者说,状态描述了对象或系统与其环境的关系。或者,等价来说:

▷ 状态描述了一个系统所有依赖于观测者的要素。

Challenge 10 s 状态的这种定义并不乏味,思考一下:宇宙(universe)有状态吗?以及:刚刚给出的状态性质清单是否完备无遗了呢?

除了状态,物理系统还需由其不变的固有性质,或叫内禀性质(*intrinsic property*)来描述。诸如

[1]* "不变者、实存者和对象同一。对象是不变的、固定的;其构型(configuration)是可变的、不固定的。"

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

质量(mass)
形状(shape)
颜色(colour)
构成(composition)

内禀性质不依赖观测者，与系统状态无关，并且至少在一定的时间间隔内，它们是不变的。内禀性质也能将物理系统们彼此区分。我们又可以问了：自然界中内禀性质的完备列表是什么呢？宇宙有内禀性质吗？

Challenge 11 s

对象及其状态的各个要素称为可观测(物理)量(*observable*)。我们将在后文完善这个粗略的初步定义。

将自然描述为不变实体和可变状态的集合，这是研究运动的起点。对运动的每一次观测都需要区分描述运动对象的不变的内禀性质，跟描述对象运动方式的可变状态。没有这种区分，就没有运动；没有这种区分，运动就无从谈起。

用刚才介绍的这些术语 这些黑话，我们可以说

▷ 运动是不变对象的状态变化。

属于对象的不变的内禀性质(*intrinsic property*)，属于状态的可变的状态性质(*state property*)，这两种要素的确切区分，取决于观测精度。例如，一块木头的长度并非不变，每时每刻都有分子级的收缩和弯曲。确切地说，木块长度并非其固有要素，而是其状态的要素。因此，精确的观测稍微改变了对象与其状态之间的区别；但这种区别还是有的，至少在我们奇遇的前五卷中一直好使。

20 世纪末，神经科学发现，不仅科学家和工程师会区分可变状态和不变对象；大自然也做出了这种区分。其实，正是大自然将这种区分烙印入了我们脑中！视觉皮层的输出信号产生了我们所见的东西；利用这些信号，背侧通路(dorsal stream)处理所见对象的状态，如距离与运动；而腹侧通路(ventral stream)处理内禀性质，如形色与图案。

总之，描述运动确实既需要可变的可能状态，也需要不变的内禀性质。为了完备描述运动，我们需要完备描述可能状态和内禀性质。人们的第一种尝试被称为伽利略物理学(*Galilean physics*)，它开始于尽可能精准地弄清日常环境，以及其中的运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

伽利略物理六句义

伽利略物理学对日常运动的研究颇具价值：开示了诸多与我们通常狭隘经验相反的结果。回忆过往，我们都曾体验过或讨喜或讨厌的 出乎意料的奇事(*surprise*)，它们可能非常重要。但对日常运动的研究表明，自然界决不出奇：运动和世界，都是可预测的(*predictable*)或者说决定论的(*deterministic*)。

我们探索运动发现的真正奇事，就是自然界中没有奇事，天下无奇，大自然是可预测的。我们将揭示日常运动可预测性的六个方面：

1 连续(*Continuity*)。我们知道，眼睛、相机、测量仪器的分辨率有限，它们都有个最小可观测距离。我们知道时钟也都有个最小可测量时间间隔。尽管有这些局限，但所有的日常运动、日常运动的状态以及空间和时间本身，都是连续的。

2 守恒(*Conservation*)。我们虽看到，人体、乐音、汽车等等诸多运动的事物，过段时间都会停止运动。但仔细研究运动却得出相反的结论：运动永不停息。一切情境下一切形式的运动都至少有三个要素不变，它们是被保守的(conserved)：动量、能量、角动量，它们分别守恒。这三种守恒从未有过例外 (质量通常守恒，但不总是守恒)。此外，我们会发现守恒意味着运动及其性质在任何地方和任何时候都是相同的：运动是普遍的(universal)。

3 相对(*Relativity*)。我们都知道运动不同于静止。但仔细研究表明，两者没有固有的内在的区别。运动或静止取决于观测者。运动是相对的(relative)，静止也是相对的。这也是理解相对论的第一步。

4 可逆(*Reversibility*)。我们都看到，许多过程只会单向发生：破镜难圆、覆水难收、青春不再、人死不能复生。但对运动的研究将向我们表明，所有日常运动都是可逆的(reversible)。物理学家称之为运动逆转或反演(*reversal*)下的运动不变性，有时通俗但错误地称为“时间反演(time reversal)”。

5 镜像不变(*Mirror invariance*)。大多数人很难用左手拿剪刀，很难用左手写字，甚至心脏也生得偏左。而我们的探索将表明日常运动是镜像不变的，或称为宇称不变的(parity-invariant)。镜像过程在日常生活中总是有可能发生。

6 变化最小(*Change minimization*)。我们对世界的诸多观察结果实属惊人：形色、音声、福祸、消长、生死、爱恨。自然界变化多端、美丽复杂，实在令人惊叹。我们将确认，所有观测结果皆由运动引起，表象复杂而运动简单。我们的研究将表明，一切观测结果都可以用一则简洁的陈述来概括：自然是懒惰的。所有运动发生的方式都是：使变化最小。而变化可以用一种叫“动作(*action*)”的量来衡量，大自然总把它保持在最低限度。状态演化中，变化量最小。大自然好逸恶劳。

这六个方面对于理解运动、音乐、动物、机械、群星之间的运动至关重要。我们奇遇的第一卷就是对这种运动的探索。特别是，我们将确认，在一切日常运动中，凡与上述六条关键性质相背的，都只是表象。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：运动

不同于大多数动物，像植物或海葵这种定居生物是没有腿的，而且也不能移动太多。为求自保，它们开发出了毒素(*poison*)。这类植物的例子有荨麻、烟草、洋地黄、颠茄、罂粟；毒素包括咖啡因、尼古丁、箭毒。这些毒素是大多数药物(*medicine*)的基础。可以说，大多数药物的存在全仰仗了植物们没有腿。

* *

Challenge 12 s 有人从上午 9 点到下午 1 点刚好爬上了山顶，露宿山顶，第二天上午 9 点到下午 1 点刚好下了山。在这两天里有没有这种情况：同一时刻经过同一地点？

* *

Challenge 13 s 每次肥皂泡破裂，破裂过程中表面的运动都是一样的，不过这太快了，肉眼看不见。你能想象细节吗？

* *

Challenge 14 s 鬼魂的运动是一种运动吗？

* *

Challenge 15 s 有什么东西能令运动真正停止吗？如何证明或展示呢？

* *

Challenge 16 s 若有永远沿直线运动的物体，能否表明自然或空间是无限的？

* *

Challenge 17 s 如 Figure 12 左图所示，用四轮滑轮组(block and tackle)将重物提升高度 h，需要把绳端拉动多长？图中右侧农民在做的事情明智吗？

Ref 25 滑轮组在许多机器中都很重要。特别有用的两种滑轮组是：差动滑轮组(differential)，它易于制造；西班牙式滑车组(Spanish burton)，它用最少的轮子产生最大的效果。还有所谓的傻瓜式滑轮组(fool's tackle)。探索一下叭。 Challenge 18 e

所有这些装置都服从机械黄金法则(*golden rule of mechanics*)：省力则费距离(what you gain in force, you loose in displacement)。或者等价地说：力乘以位移等于功(*work*)，无论用什么机械设备，完成某个目标所需的功是一定的。这是在日常运动中观察到的一种守恒。

* 以“奇趣挑战”为题的部分，是话题与问题的集合，供读者检验和扩展已经引入的概念。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Challenge 19 s 宇宙能移动吗？

* *

Challenge 20 s 要想精确谈论精确，我们需要度量精度本身(to measure precision itself)。要怎么做呢？

* *

Challenge 21 s 我们要是没有记忆，我们还能观察运动吗？

* *

Challenge 22 s 你曾观察到的最低速率是多少？自然界中有一个最低速率吗？

* *

传说，印度象棋游戏，四方棋(*caturaṅga*)的发明者西萨·本·达希尔(Sissa ben Dahir)要求舍罕王(Shirham)为他的发明提供以下奖励：第一个方格放一粒小麦，第二个方格两粒，第三个方格四粒，第四个方格八粒，以此类推。世界上所有的麦田需要多少时间来生产这么多的谷物？ Challenge 23 s

* *

当燃烧的蜡烛被移动，火焰会滞后于蜡烛。如果蜡烛在玻璃罩里燃烧，玻璃罩被加速，火焰会如何表现？ Challenge 24 s

* *

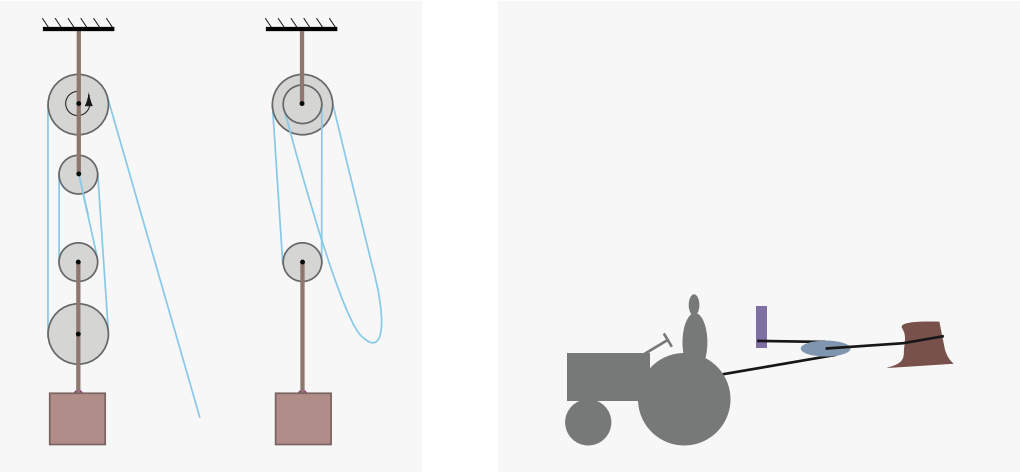


Figure 12 滑轮组，不同的拉动方式(左)以及农民(右)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

一个赚钱的好门路是建造运动探测器。运动探测器是个连有几根电线的小盒子。每当盒子移动起来，盒子都会产生电信号。你能想到哪些类型的运动探测器？你能把这样的盒子做得多便宜？多精准？ Challenge 25 d

* *

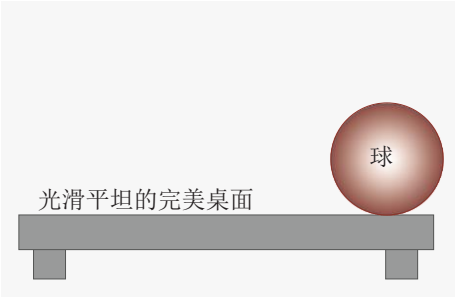


Figure 13 会发生什么？

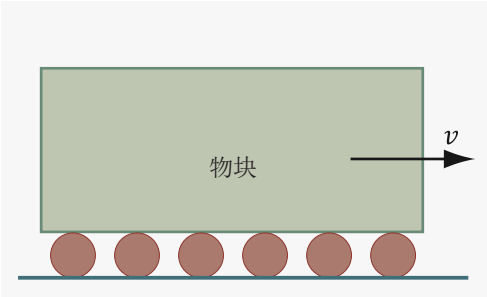


Figure 14 滚柱速率是多少？滚柱可以是别的形状吗？

完全无摩擦的球在完全平坦的、水平的桌子边缘附近，如 Figure 13 所示。会发生什么？在什么时间尺度上？ Challenge 26 d

* *

走进一个没有窗户的封闭箱子，箱子被外面的某种未知的力移动。你能在箱子里确定它是怎么移动的吗？ Challenge 27 s

* *

Challenge 28 s 如 Figure 14，物块在一组滚柱上移动，物块速率和滚柱速率的关系是什么？

* *

Ref 18 你讨厌公式吗？如果你讨厌公式，试试这样做，三分钟改变这种情况。这种方法值得一试，它会让你的阅读体验更愉快。人生短暂，阅读应是一种乐趣。 Challenge 29 s

1. 闭上眼睛，回忆一段绝妙经历，一种让你兴奋、好奇、主动的情况。
2. 睁开眼睛一两秒钟，看看 chapter 9: 诺特定理，或任何其它多公式的页面。
3. 然后再闭上眼睛，回到你奇妙的经历中。
4. 重复观察公式和回忆美妙经历，重复步骤 2 和 3 三次。

然后离开回忆，环顾四周，回到此时此地。再看看 chapter 9: 诺特定理。现在对公式是什么感觉呢？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

16 世纪，塔尔塔利亚*[1]提出了如下问题。三对年轻情侣要渡河，可是只有一艘能载两人的小船。男人们善妒，决不会把新娘跟其他男人留在一起。最少需要多少次渡河之旅？

Challenge 30 s

* *

圆柱可用来在平地上滚运底面平整的物体，如 Figure 14 所示。圆柱体使物体平面始终与地面保持相同的距离。除了所谓的等宽曲线(*curves of constant width*)，还有何种横截面的柱体能实现同样的功能？你能找出多少种？不是柱体行吗？

Challenge 31 s

* *

Challenge 32 s

把画挂在墙上并不容易。第一题：把画挂在一颗钉子上的最好方法是什么？如果重量分布不均匀，该方法一定得允许您在钉子钉入墙后还能水平移动图片。第二题：你能用这么一种方法把一幅画挂在墙上吗：要求用一根绳子以某种方式缠绕两颗钉子，把画挂在墙上，而且抽出任何一颗钉子都会让画掉下来。三颗钉子呢？n 颗钉子呢？

Ref 26

Challenge 33 s

小结：初见运动

运动，即物理系统位置的变化，是最基本的自然现象。日常运动是可预测的、是确定的。可预测性体现在运动的六个方面：连续、守恒、可逆、相对、镜像不变、变化最小。其中一些方面适用于一切运动，而另一些方面仅适用于日常。是哪些？为什么？我们现在就来探讨一下。

Challenge 34 s

[1]* 尼科洛·丰坦纳·塔尔塔利亚(Niccolò Fontana Tartaglia, 1499–1557)文艺复兴时期的重要数学家。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 2

从运动测量到连续性

Physic ist wahrlich das eigentliche Studium des Menschen.*[1]

利希滕贝格

在一个时刻一个地点，只有唯一的事物存在。这是我们对日常运动最简单的描述，哪怕是猫猫跟狗子都知道。这则一般性的描述背后至少有三条假设：一是物质不可透入(*impenetrable*)，二是时间由时刻(*instant*)组成，三是空间由点(*point*)组成。
Challenge 35 s (您认可您仨吗？)没这三条假设，甚至没法定义速度。故此，我们需要嵌(embedded)在连续时间和空间中的点来讨论运动。对自然界的这种描述被称为伽利略物理学(*Galilean physics*)，或者叫牛顿物理学(*Newtonian physics*)。

伽利略·伽利雷(Galileo Galilei, 1564-1642)，是托斯卡纳的(Tuscan)数学教授，是现代物理学的核心奠基人。伽利略非常重视以观察结果检验自然命题，并以此闻名。他毕生寻求并实行这些检验，不断提高运动描述的精准性。例如，伽利略用自制秒表测量位置变化来研究运动。伽利略的实验目标是测量关于运动的所有可测量的东西。他将古希腊的思辨推测性描述，转变为文艺复兴时期意大利的实验物理学。*[2]

伽利略之后，伟大的英国炼金术士(alchemy)、神秘学家、神学家、物理学家、政治家，艾萨克·牛顿(Isaac Newton, 1643-1727)继续以热忱极力探索这一理念：不同类型的运动具有相同的性质；并在证明该理念所需的概念建构方面贡献卓越。*[3]

最重要的是，伽利略的探索和著作普及了关于速率、空间和时间性质的基本实验命题。

---

[1]* “物理学实乃研究人类之妙法。”格奥尔格·克里斯托夫·利希滕贝格(Georg Christoph Lichtenberg, b. 1742 Ober-Ramstadt, d. 1799 Göttingen) 一位重要的物理学家和散文家。

[2]* 关于伽利略生平及其时代的书，要属彼得罗·雷东迪(Pietro Redondi)写得最好、信息量最大(见 chapter 11: 伽利略)。伽利略出生在铅笔发明的那一年。在他之前，不可能做纸笔计算(paper and pencil calculation)。如果你好奇，可以在 www.mpiwg-berlin.mpg.de 阅读伽利略的原稿。

[3]* 牛顿生于伽利略逝世后一年，他一生大部分时间都在寻找贤者之石(philosopher’s stone)。作为英国造币厂负责人，牛顿喜欢亲自监督伪造者绞刑。关于牛顿对炼金术的痴迷，请参阅多布斯
Ref 27 (Dobbs)的书。牛顿厌女(misogynist)；还相信自己是被上帝选中的，他给自己取了拉丁名字
Ref 28 *Isaacus Neuutonus*，形成变位词(anagram)：*Jeova sanctus unus*。关于牛顿及其对经典力学的重要性，请参见 Clifford Truesdell 的作品。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 15 伽利略·伽利雷 (Galileo Galilei, 1564-1642)

Figure 16 一些测速设备：风速计(anemometer)、测速仪(tachymeter)、运动雷达枪(sports radar gun)、飞机上的皮托管(Pitot tube) (©Fachhochschule Koblenz, Silva, Tracer, Wikimedia)

何为速度？

There is nothing else like it.

约亨·林特*[1]

速度(*velocity*)魅力无限。对于物理学家来说，不仅赛车速度有趣，任何运动速度都很有趣，物理学家首先要测量尽量多的案例。Table 3 给出了一些测得的速度大小，Appendix B 详细解释了所用单位及其词头。Figure 16 展示了一些测速装置。

日常生活教给我们许多关于运动的知识：诸对象可以相互追及超越；可以朝不同方向运动；速度可以平滑地改变。如 Table 4 所示，这些性质名目由数学家们总结为一个专门术语，他们说速度形成了一个欧几里德向量空间(*Euclidean vector space*)。*[2]关于这个古怪术语的更多细节稍后再给出。目前只需知道，数学提供了描述自然界的最精确的工具。

Chapter 3: 矢量

[1]* 约亨·林特 (Jochen Rindt, 1942–1970) 著名的奥地利一级方程式赛车手，这是在谈论速率。

[2]* 它以公元前 300 年左右住在亚历山大的伟大希腊数学家欧几里德命名。欧几里德的不朽著作《几何原本(∑τοιχεα, *Elements*)》，堪称人类思想之里程碑，介绍了当时几何学的全部知识。欧几里得首次引入了两种方法，如今甚为流行：所有命题都从少数基本公理(axioms)推出；每则命题都有证明。这本书至今仍在印刷，2000 多年来一直是可供参考的几何教科书。可以在 aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html 找到它。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 3 一些测得的速度大小。

观测对象	速度大小
深海锰结壳的生长	80 am/s
你能找到更慢的吗？	Challenge 36 s
石笋生长	0.3 pm/s
地衣生长	最慢 7 pm/s
典型大陆运动	10 mm/a=0.3 nm/s
人类童年生长，头发生长	4 nm/s
树木生长	最快 30 nm/s
金属导线中的电子漂移	1 μm/s
精子运动	60 to 160μm/s
太阳中心的光速 Ref 29	1 mm/s
番茄酱的移动	1mm/s
地球物质中测得的最慢光速 Ref 30	0.3 m/s
雪花速率	0.5 m/s to 1.5 m/s
人类神经细胞中的信号速率 Ref 31	0.5 m/s to 120 m/s
蒲福 1 级和 12 级风速(软风和飓风)	<1.5 m/s, >33 m/s
雨滴的速率，取决于半径	2 m/s to 8 m/s
游得最快的鱼，旗鱼(*Istiophorus platypterus*)	22 m/s
2009 年超 500 米的速度航行记录(by 三体船 Hydroptère)	26.4 m/s
跑得最快的动物，猎豹(*Acinonyx jubatus*)	30 m/s
打喷嚏时喉咙里的空气速率	42 m/s
最快投掷：在跑步中用棒球技巧投掷的板球	50 m/s
自由落体的人，取决于衣服	50 to 90 m/s
最快的鸟，游隼(*Falco peregrinus*)	60 m/s
最快羽毛球扣杀	70 m/s
室温空气中的氧分子平均速率	280 m/s
海平面标准温度干燥空气的声速	330 m/s
赤道速率	434 m/s
鞭梢爆鸣	750 m/s
步枪子弹的速率	1 km/s
硅断裂时裂纹扩展速率	5 km/s
人类实现的最高宏观速率，*Helios II* 卫星	70.2 km/s
地球穿行宇宙的速率	370 km/s
闪电尖端的平均速率(和峰值速率)	600 km/s (50 Mm/s)
测得我们的星系中的最高宏观速率 Ref 32	$0.97 \cdot 10^8$ m/s
彩色电视管内的电子速率	$1 \cdot 10^8$ m/s
太空中的无线电速率	299 792 458 m/s
测得的光的最高群速度	$10 \cdot 10^8$ m/s
灯塔发出的光，扫过月球时的光点速率	$2 \cdot 10^9$ m/s
人类迄今实现的电子的最高固有速度	$7 \cdot 10^{13}$ m/s
光斑或阴影的最高可能速度	无限

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

若速度被假定为欧几里德向量，它就被称为伽利略速度。速度是个深奥的概念。其实，定义速度未必需要测量空间和时间。你能不能：测量速度而不测量空间和时间？若你能，你或许可以跳到下一卷，跳过两千年的苦寻；若你还没有办法，想想看：每当我们测一个量，我们都假设别人也都能测它，并且每个人都测到相同的结果。换言之，我们都在把测量(*measurement*)定义为：与标准的比较。我们总是默认假设存在一种测量标准。在测量速度方面，也就是默认可以找到一种“完美”速度。从历史上看，研究运动并未首先研究这个问题，因为曾经千百年间都没人找到这样的标准速度。

Challenge 37 d

大家伙儿日常都是如何测速的？动物们有两种方式估测自身速率：一是估测自身运动频率，如迈步频率，二是用视、听、触感等感觉来推断自身位置相对于环境的变化。有几种动物还有其它能力：有些蛇能用红外感应器来确定速率，还有些蛇能用磁场感应器来确定速率。有些动物发出声波并根据回声来高精度测速，还有些动物用星星导航。技术设备也利用一系列类似方案，见 Table 5。

速度并不总是个简单的话题。物理学家总爱说没啥是不能测量的；但你能在空旷虚无的太空中测量自身速度吗？

Challenge 38 s

工程师和进化科学家都对速度感兴趣。一般而言，自我推进的系统越大，也就越快。Figure 17 展示了这规律之于飞行对象巡航速率(cruise speed)的情况。如图中所绘的趋势线所示，巡航速率一般与重量的六次根成比例。(想想为什么呢？)顺便说一句，运动系统的许多其它性质也体现类似的异速标度(*allometric scaling*)关系，我们稍后会看到的。

Challenge 39 d

一些研究人员专门研究自然界中的最低速度：他们是地质学家(geologist)。若有机会，一定要边听他们讲解，边跟他们一道亲临遍历种种地质景观。

Ref 33
Challenge 40 e

速度之所以深奥，还有个原因：我们会发现 Table 4 的所有七条性质都是近似的，较起真来其实没一条对的。改进实验就会颠覆伽利略速度的每条性质。Table 4 最后三条性质失效会导向狭义和广义相对论，中间两条性质失效导向量子理论，前两条性质失效导向对自然的统一描述。但目前，我们要继续使用伽利略速度，继续使用从中衍生出来的另一个伽利略概念：时间。

> 若无地点、无虚空、无时间，就不可能有变化。[…]因此，很明显[…]必须通过分别研究每一个概念来进行调查。
>
> 亚里士多德*[1]《物理学(*Physics* 3.1)》

[1]* 亚里士多德(Aristotle, b. 384/3 Stageira, d. 322 bce Euboea) 相当重要的希腊哲学家和科学家，创建了吕克昂(Lyceum)的逍遥学派(*Peripatetic school*)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 4 日常速度或伽利略速度性质表。

速度表现	物理性质	数学名称	定义
能被区分	可区分性	集合元素	Vol.III, 285
逐渐改变	连续性	实向量空间	Chapter 3: 矢量， Vol.V page 364
指向某处	方向性	向量空间，维度	Chapter 3: 矢量
可以比较	可测量	度量	Vol.IV page 236
可以相加	可加性	向量空间	Chapter 3: 矢量
定义角度	方向性	欧几里得向量空间	Chapter 3: 矢量
任意增大	无限性	无界	Vol.III page 286

Table 5 生物系统与工程系统的测速装置。

观测	装置	量程
昆虫与哺乳动物测自身奔跑速率	体内钟测量抬腿频率	0 to 33 m/s
私家车测自身速率	附在车轮上的测速仪	0 to 150 m/s
捕食者和猎人测量猎物速率	视觉系统	0 to 30 m/s
警察测车速	雷达枪或激光枪	0 to 90 m/s
蝙蝠夜间测量自身和猎物的速率	多普勒声呐	0 to 20 m/s
滑动门测量接近者的速率	多普勒雷达	0 to 3 m/s
人或鱼测自身游速	皮肤的摩擦变形	0 to 30 m/s
海豚和船只测自身游速	到海底的声呐	0 to 20 m/s
鱼、潜水员、动物、潜艇的潜水速率	压强变化	0 to 5 m/s
水上捕食者和渔船测量猎物速率	声呐	0 to 20 m/s
昆虫测自身相对地球的速率	通常没有(蚱蜢)	n.a.
鸟类测自身相对地球的速率	视觉系统	0 to 60 m/s
飞机或火箭测自身相对地球的速率	无线电雷达测角	0 to 8000 m/s
昆虫或鸟类测自身相对空气的速率	羽毛偏斜	0 to 60 m/s
飞机测自身相对空气的速率	皮托管	0 to 340 m/s
气象站测风速	风速计(热/旋转/超声)	0 to 80 m/s
燕子测猎物速率	视觉系统	0 to 20 m/s
蝙蝠测猎物速率	声呐	0 to 20 m/s
地球上的宏观运动	GPS, Galileo, Glonass	0 to 100 m/s
飞行员测量目标速率	雷达	0 to 1000 m/s
恒星运动	光学多普勒效应	0 to 1000 km/s
恒星喷流的运动	光学多普勒效应	0 to 200 Mm/s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

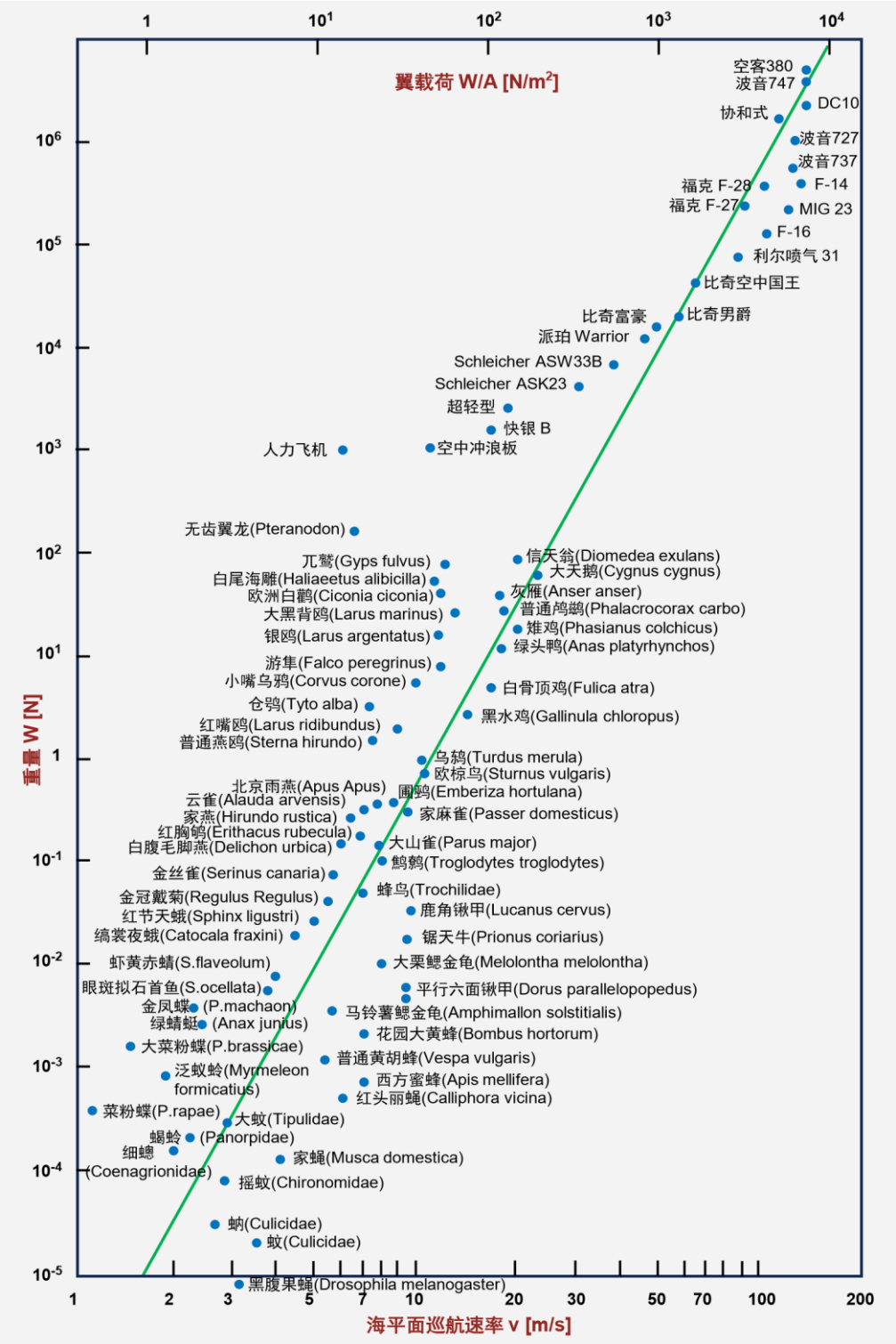


Figure 17 动物与人类飞行器的翼载荷与海平面巡航速率如何随飞行体的重量而变化，直线显示总体趋势 (after a graph © Henk Tennekes)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

何为时间？

时间是运动的副产品。

泰奥弗拉斯托斯*[1]

时间不独存，只通过被感知的对象而存在，过去、现在、未来的概念皆来自诸对象。

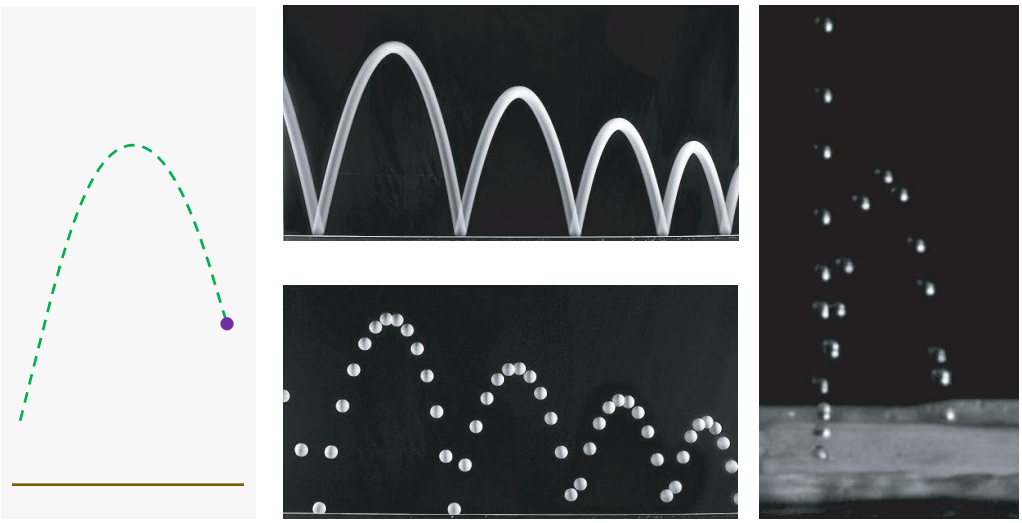
卢克莱修*[2]

《物性论(*De rerum natura* lib. 1, v. 460 ss)》

生命之初的几年，孩子们要花许多时间到处乱扔东西。“对象(object)”本是个拉丁词，意思就是“被扔在面前(in front)的”。发展心理学(developmental psychology)实验表明，孩子们正是从这种经验中抽象出了时间和空间的概念。在大学里研究运动的成年物理学家也这么干。 Ref 21

把石子抛向空中，我们可以定义一个观测序列(sequence)，Figure 18 是其示例。记忆与感官赋予了我们这种能力。听觉记录石子升降着陆过程中的各种声音；眼睛逐点追踪石子的位置。任何观测结果都在某序列中有其位置，其它观测结果在它之前、之后或与之同时。我们说不同的观测结果是在不同的时刻(*instant*)发生的，时刻也称为“时间点”，我们称一切时刻构成的序列为时间(*time*)。

Figure 18 左：物体斜抛的典型路径，抛物线；中：乒乓球在桌面反弹的照片(轨迹图和频闪图)；右：水滴在强疏水表面上反弹的频闪照片(© Andrew Davidhazy, Max Groenendijk)



[1]* 泰奥弗拉斯托斯(Theophrastus of Eresos, c. 371 – c. 287) 一位受人尊敬的 Lesbian(一个地名)哲学家，是亚里士多德吕克昂的继承人。

[2]* 提图斯·卢克莱修·卡鲁斯(Titus Lucretius Carus, *c.* 95 to *c.* 55 bce) 罗马学者和诗人。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 6 一些时长测量结果。

观测	时长
最短可测量时间	10^{-44} s
测得的最短时间	10 ys
光穿过一颗典型原子	0.1 to 10 as
目前产生的最短激光脉冲	200 as
铯基态超精细跃迁周期	108.782 775 707 78 ps
果蝇振翅周期	1 ms
PSR 1913+16 (旋转中子星)脉冲周期	0.059 029 995 271(2)s
人类的“瞬间”	20 ms
生物的最短寿命	0.3 d
4 亿年前一天的平均长度	79 200 s
如今一天的平均长度	86 400.002(1)
从出生到 10 亿秒纪念	31.7 a
现存最长寿的树年龄	4600 a
人类使用语言的历史	0.2 Ma
喜马拉雅山脉的年龄	35 to 55 Ma
最古老的岩石，在格陵兰 Isua 带以及海豚湾，哈德森湾	3.8 Ga
地球年龄	4.6 Ga
最古老的恒星	13.8 Ga
我们体内大多数质子年龄	13.8 Ga
钽核 ^{180m}Ta 的寿命	10^{15} a
铋核 ^{209}B 的寿命	$1.9(2)\cdot 10^{19}$ a

若某观测结果本身不是序列，则被认为是某序列的最小部分，称为事件(*event*)。事件是时间定义的核心，特别是，计时器的启动或停止都是事件。(但事件真的实存(exist)吗？我们记下这个问题，回头再看。)

Challenge 41 s

序列性的现象有个性质，称为延伸(stretch)、广延(extension)、或存续(duration)。Table 6 *[1]给出了一些测量值。存续，就是说序列需要时长(take time)。我们说一个序列需要时长，就是说其它序列可以与之并行发生。

像序列和时长这些时间概念，是如何从观测结果中导出的呢？天文学家、物理学家、制表师、心理学家、哲学家，许多人都研究过这个问题。他们都发现：

▷ 时间是通过比较运动而导出的。

[1]* “年(year)”记作 a (拉丁语“annus”)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

儿童和动物们也是这么干的。从很小的时候开始，他们就通过比较周围的运动
Ref 21
来发展“时间”的概念。成年人以太阳的运动为标准，并将由此产生的时间称为当地时间(local time)；由月相推出的称为月亮历(lunar calendar)；在欧洲某岛上取某特定村庄的时间，称为协调世界时(UTC, universal time coordinate)，旧称“格林威治标准时(Greenwich mean time)” *[1]。天文学家用恒星运动导出各种版本的星历时(ephemeris time)；相对论中的观测者用手表读取固有时(proper time)。都在比较运动。

并非什么运动都是时间的好标准。在公元 2000 年，地球自转一周就不再像
Appendix B: 奇趣挑战：秒
Challenge 43 s
1900 年那样正好需要 86 400 秒，而是要 86 400.002 秒。你能推断出你的生日在哪一年会比一年有 86 400 秒的那年晚一整天吗？

一切定义时间的方法都基于运动比较。为了使时间概念尽可能精确且实用，得选择一种标准的参考运动，用它定义标准序列和标准存续时长。执行此任务的设备称为时钟(*clock*) *[2]。我们可以如是回答章节标题的问题：

▷ 时间就是我们从钟上读到的东西。

注意，物理学各个分支中使用的一切时间定义都与此等同，没有“更深”或更基本的定义了。多惊人呐，刚才给出的时间定义就是终极版本，即使到了运动之巅也不会再改变。顺便一说，“moment”一词来源于“运动(movement)”，语言竟合乎了物理学。许多书都在探讨时间的本质，但它们反而应该研究运动的本质！

▷ 每只时钟都提醒我们，要想理解时间，应先理解运动。

理解运动是我们此行的主线任务，作为此行的支线任务，我们也将发现时间的所有秘密。

时间不仅是观察结果的要素，也是个人经验的要素。在我们内心深处，在我们的思想、感受、梦境中，我们也会体验时刻序列和存续时长。孩子们学着将这种内在的时间体验与外部观察联系起来，并在行动中利用事件的顺序性。对心理时间起源的研究表明，它虽不精准，却与钟表时间相吻合。*[3]人在日常都必须使用时间的概念，将之作为时刻序列与存续时长的组合，这一事实在许多研究中都得到证实。
Ref 36
例如，所有人类语言中都有“何时(when)”这种词。

---

[1]* UTC 用于确定电网相位、电话和互联网公司比特流、GPS 系统信号。GPS 系统被世界各地的许多导航系统使用，特别是在船舶、飞机、手机中。更多详情请访问 www.gpsworld.com。基础计
Challenge 42 s
时设施对现代经济的其它部分也很重要。你能指出最重要的那些吗？

Ref 34
[2]* 最古老的时钟是日晷(sundials)。制造它们的科学被称为 *gnomonics*。

Vol.V, page 42
[3]* 脑内有许多时钟。最精确的短间隔时钟，即脑内间隔计时器，比通常想象的更准确，尤其是训
Ref 35
练过的。对于音乐所需的十分之几秒到几分钟的时长，人类可达百分之几误差的计时精度。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

时间是区分各个观测结果所必需的概念。在任何观测序列中，我们都观察到事件平滑地相继发生，好似无始无终。“平滑”就是说相距不太远的观测结果往往不会差得太多。但在两个时刻之间，无论怎么观察，总还是有其它事件发生的可能。日常生活中，不同的人用不同的时钟测量的存续时长或时间间隔(time intervals)是一致的；而且，一切观测者都同意一个事件序列的次序。因此，时间在日常生活中是唯一的(*unique*)，或者说，时间在日常生活中是绝对的(*absolute*)。

区分观测结果需要时间。所有能区分观测结果的观测设备，大脑、录音机、摄像机等等，都有内部时钟。尤其所有动物脑都有内部时钟。这些脑钟让用户能区分当前、近期和过去的观察结果(当然没有未来的观察结果)。

伽利略在 17 世纪研究运动的时候还没有停表。所以他必须自己造一个，以测量几分之一秒到几秒的时间。你能想到他是怎么做到的吗？ Challenge 44 s

Table 7 精确表述了我们日常经验到的所有时间性质，这种时间称为伽利略时间。用实数描述时间，也就描述了时间的一切性质。大脑那一章会解释，数学家已将实数构造得具有与伽利略时间完全相同的性质。在伽利略时间的情况下，每个时刻都可以用实数来描述，通常记作 t。一系列事件的时长由末事件和初事件的时刻之差给出。 Vol.III, page 295

在我们奇遇的这一卷，我们与伽利略时间相伴。然而，数百年的仔细研究表明，Table 7 列出的伽利略时间的每一条性质都是近似的，没一个是严格正确的。个中缘由将在我们后续的奇遇中讲述。

Table 7 伽利略时间性质表。

时刻表现	物理性质	数学名称	定义
时刻可区分	可区分性	集合元素	Vol.III, page 285
时刻可排序	序列	有序	Vol.V , page 364
能定义时长	可测量	度量	Vol.IV, page 236
存在零时长	连续性	稠密，完备	Vol.V , page 364
时长可相加	可加性	度量	Vol.IV, page 236
无特殊时刻	平移不变	均匀或齐次	Chapter 9: 诺特定理
时间无终结	无限性	无界性	Vol.III, page 286
观测者平等	绝对性	唯一	

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

时钟

人能花费的最宝贵的东西就是时间。

泰奥弗拉斯托斯

时钟是可以被读取位置的运动系统。

有很多种时钟：停表、十二小时钟、日晷、月钟、季节钟等等。Figure 19 展示了一些。如 Table 8 所示，这些种类的时钟中大多也存在于植物和动物中。 Ref 37

Ref 38 有趣的是，动物王国有条严格的规则：大钟走得慢。如 Figure 20 所示，这是异速标度“定律”(*allometric scaling 'law'*)的又一案例。

时钟是可以被读取位置的运动系统。当然，精确的时钟是尽可能规律的运动系统，尽可能少地受到外界干扰。钟表匠是规则运动的制造专家。我们将在下面发现他们的一些技巧。稍后，我们还将探讨时钟精度的极限。

自然界有完美的时钟吗？时钟真的存在吗？我们将继续研究这些问题，并最终得出一个惊人的结论。我们先说一个简单的中间结果：由于时钟确实存在，自然界中存在一种内在的、自然的和理想的测量时间的方法。你能找到它吗？ Challenge 45 s

时钟为啥顺时针？

Challenge 46 s

北极现在几点了？

我们社会中大多数转圈的体育运动，诸如田径、赛马、单车、滑冰，都是逆时针转的。*[1]数学家称之为正向旋转(positive rotation)。每家超市也都引导客人逆时针走。为什么呢？因为多数人是右撇子，而右手在外圈会更自由。故而从几千年前开始，体育场的战车比赛就是逆时针行进的，直至今日，所有的体育场比赛依旧如此，跑步者也是逆时针跑。出于同样的原因，城堡中的螺旋楼梯的建造方式通常是让在上方防守的右撇子将手放在外圈，而下方来敌受到桎梏。

时钟的制式是在模仿日晷的影子，不过显然这只适用于北半球，也只适用于最常见的地面日晷。(在北半球，将水平手表的时针指向太阳，其与 12 点钟方向的角平分线指向南方，在南半球则指向北方。)你瞧，每只时钟都默默诉说着时钟是在哪个半球发明的，它还告诉我们，墙挂式日晷比地平式日晷的使用晚得多。

[1]* 值得注意的例外是大多数(但不是全部)一级方程式比赛。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

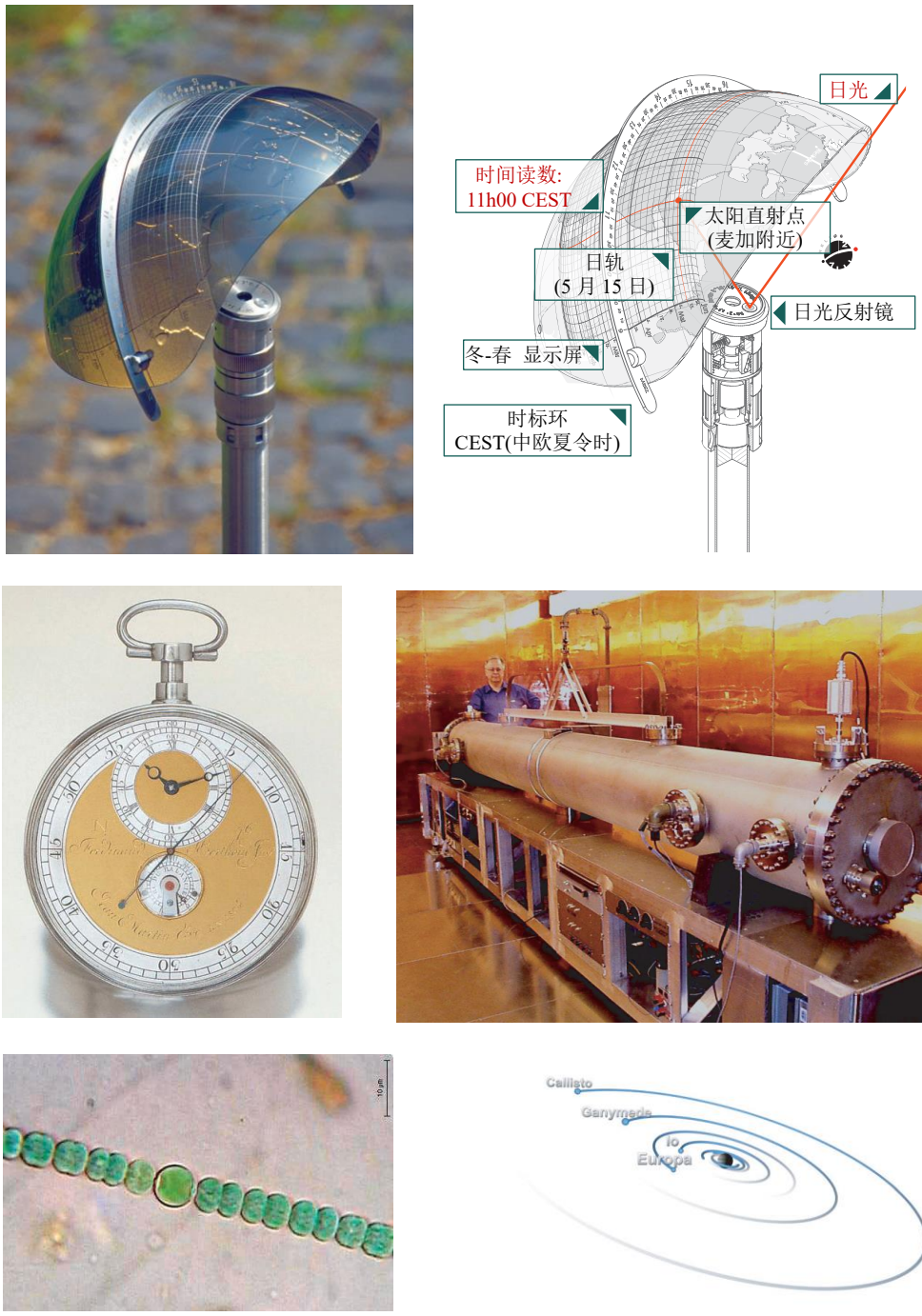


Figure 19 不同类型的时钟：高科技日晷(约 30 厘米)、海军袖珍天文钟(约 6 厘米)、铯原子钟(约 4 米)、一群蓝藻、木星的伽利略卫星 (© Carlo Heller at www.heliosuhren.de, Anonymous, INMS, Wikimedia, NASA)

译者注：2025 年，右上图在 www.helios-sonnenuhren.de/de/helios-subsolaris-0

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 8 生物节律与生物钟案例。

生物	震荡系统	周期
沙蚤(*Talitrus saltator*)	知道从太阳或月亮的位置往哪个方向逃跑	昼夜的
人(*Homo sapiens*)	γ 脑波	0.023 to 0.03 s
	α 脑波	0.08 to 0.13 s
	心跳	0.3 to 1.5 s
	δ 脑波	0.3 to 10 s
	血液循环	30 s
	cellular circhoral 节律	1 to 2 ks
	快速动眼期	5.4 ks
	鼻周期	4 to 9 ks
	生长激素周期	11 ks
	视交叉上核(SCN), 昼夜激素浓度，温度等, 导致时差反应	90 ks
	皮肤钟	昼夜
	月周期	2.4(4) Ms
	built-in aging	3.2(3) Gs
家蝇(*Musca domestica*)	振翅	30 ms
果蝇(*Drosophila melanogaster*)	振翅求偶	34 ms
大多数昆虫	测量昼长以检测冬季的接近； 引发新陈代谢变化(滞育)	年
伞藻(*Acetabularia*)	腺苷三磷酸(ATP)浓度	年
霉菌(e.g. *Neurospora crassa*)	分生孢子形成	昼夜
许多开花植物	花朵开闭	昼夜
烟草植物	开花钟；由天数触发， 由 Garner 和 Allard 于 1920 年发现	年
阿拉伯芥(*Arabidopsis*)	环旋运动	昼夜
	生长	几小时
舞草(*Desmodium gyrans*)	侧叶旋转	200 s
连翘 *Forsythia europaea, F.suspensa, F.viridissima, F.spectabilis*	花瓣摆动， Van Gooch 于 2002 年发现	5.1 ks

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

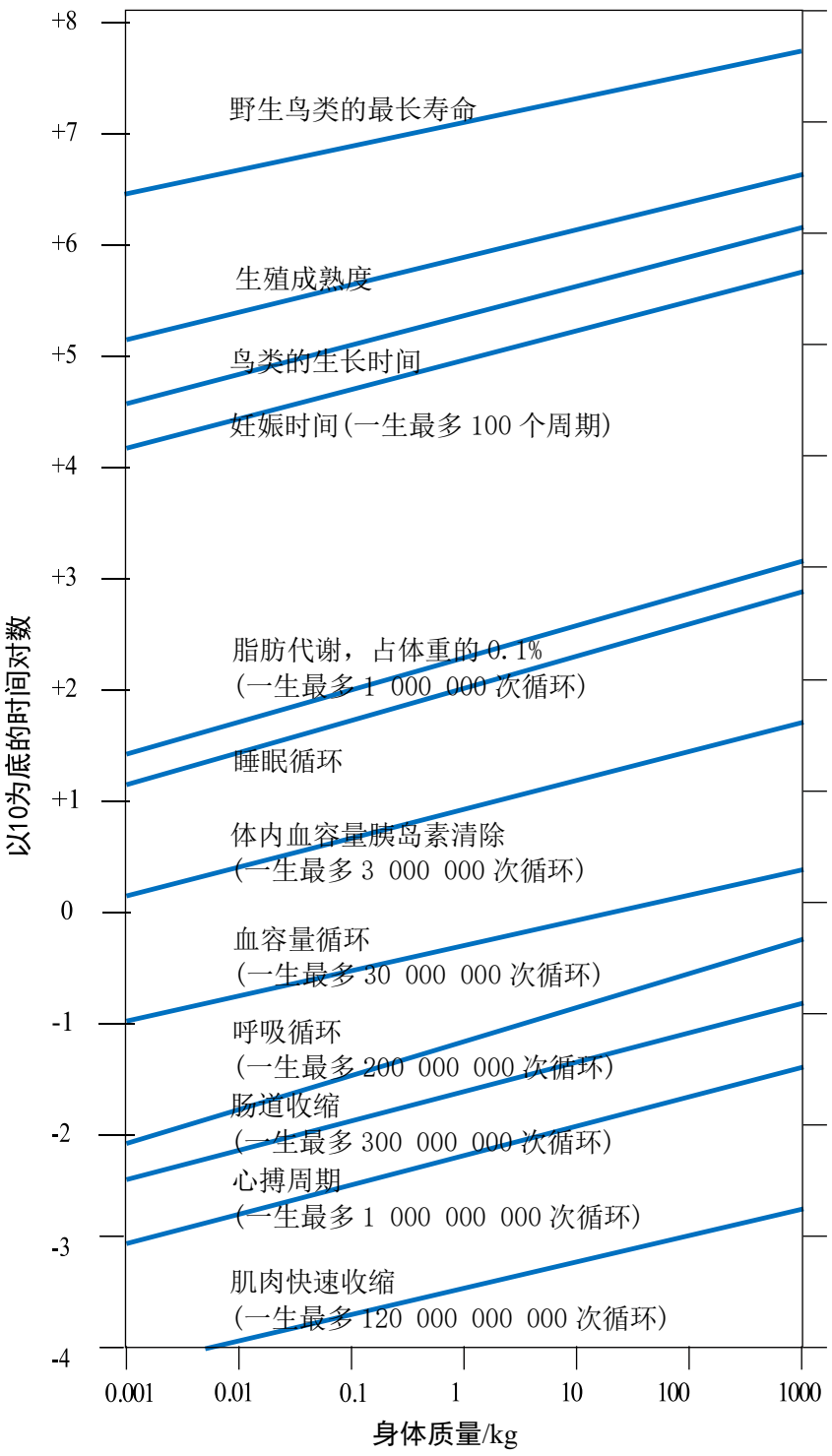


Figure 20 哺乳动物的生物节律如何随大小而变化：所有生物节律或多或少都随质量的四分之一幂而变化 (after data from the EMBO and Enrique Morgado)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

逝者如斯？

Wir können keinen Vorgang mit dem 'Ablauf der Zeit' vergleichen – diesen gibt es nicht –, sondern nur mit einem anderen Vorgang (etwa dem Gang des Chronometers). *[1]

维特根斯坦《逻辑哲学论(6.3611)》

Si le temps est un fleuve, quel est son lit? *[2]

"时间流动(the flow of time)"这种说法是比喻自然界的变化稳定而连续地相继发生。尽管时钟的指针会"流动"，但时间本身并不流动。时间是专门用来描述我们周围事件流动的概念，它描述流动，但它本身不流动。时间不会前进，因而既非线性，也非循环。时间流动的想法是理解自然的障碍，就跟镜像是左右交换的想法似的。

Vol.III page 90

"时间流动"这一不正确的措辞，先是被一些希腊思想家错误传播，后又由牛顿传播，如今还在继续。亚里士多德以谨慎的逻辑思考指出了这种错误，他也有不少随众。然而，诸如"时间逆转"、"时间不可逆"和被滥用的"时间之箭"等表达仍然很常见，随便翻翻科普杂志就能找到。时间当然不能倒转(reversed)，只有运动才可以，更确切地说，只有对象的速度可以反转；时间也不是箭，运动才是；人类无法停止的不是时间之流，而是自然界中所有对象的运动。离谱的是，甚至有受人尊敬的物理学家写书研究不同类型的"时间之箭"，并将它们相互比较。当然咯，这并不会提出切实的或新鲜的结果。

Ref 39
Challenge 47 e
Ref 40

▷ 时间不流动，物体流动。

时间没有方向，运动才有。出于同样的原因，应避免使用"时间的开始(或结束)"等口语表达。运动专家会立即将它们翻译成"运动的开始(或结束)"。

何为空间？

用数字当坐标 […] 是种粗暴行动 […]。

赫尔曼·外尔《数学与自然科学之哲学》*[3]

---

* 译者注:"子在川上曰 逝者如斯夫 不舍昼夜"，本不是指时间流逝，但通俗释义中偶有此义。

[1]* 我们不能将任何过程与"时间的流逝"进行比较，没有这种东西，一个过程只能与另一个过程比较(比如，与计时器的工作比较)。

[2]* "如果时间是一条河，其河床又是什么？"

[3]* 赫尔曼·外尔(Hermann Weyl, 1885-1955) 彼时最重要的数学家，重要的理论物理学家，是这两个领域最后的全才之一，是量子理论和相对论的贡献者，规范理论之父，许多流行文本的作者。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

每当我们区分两个物体，比如区分两颗星星，我们首先得区分它们的位置。我们通过视觉、听觉、触觉、本体感觉(proprioception)来区分位置。位置是对象物理状态的重要要素。一时一地只能由一个对象占据。位置是有限的，所有可能位置的集合，称为(物理)空间(*space*)。空间既是容器又是背景。

尺寸大小(*size*)与空间和位置密切相关，即物体所占据的位置的集合。较小对象所占位置，是较大对象所占位置的子集。我们稍后详细讨论尺寸大小。

Chapter 2: 尺寸

我们是如何从观测结果中导出空间的？在童年时期，人类(和大多数高等动物)学会将各种对空间的感知(*perception*)，即视觉、触觉、听觉、动觉(*kinesthesis*)、前庭等，整合成一套自洽的经验描述。这个学习过程的结果就是脑中的某种空间概念。像“在哪里？”这种问题确实可以用世上所有语言来提问和回答。成年人则从距离测量中获得更精确的空间概念，长度、面积、体积、角度、立体角等等概念都基于测量。地质学家、测量师、建筑师、天文学家、裁缝、地毯推销员、米尺生产商，都以距离测量为事业之基础。

▷ 空间是借助量尺，由物体间的一切位置和距离关系形成的。

人类发展出量尺，以尽可能精准地确定距离、位置、尺寸大小。

尺子要直才比较好用。人类还住在丛林的时候，周围没有直的东西，没有直尺，没有笔直的工具，要啥没啥。如今，城市景观几乎成了一系列直线的集合。人类是如何走到这一步的呢？

Challenge 48 s

人类带着新发明的量尺走出丛林、丈量世界，收集了大量结果。Table 9 总结了一些重大成果，很容易以个人经验证实。诸对象明显以连续的方式占据位置：位置不可数*[1]。尺寸以不同位置间的距离，即以长度(*length*)来定义，或以物体的可见可触区域，即以表面积(*surface area*)来定义。长度和面积可以用尺测量。(Table 10 给出了一些测量结果；Figure 23 展示了一些长度测量设备。)物体的长度与谁来测量、与物体的位置和取向都无关。日常生活中，任何三角形的角度之和都等于 π，距离、长度以及空间都是无限的。

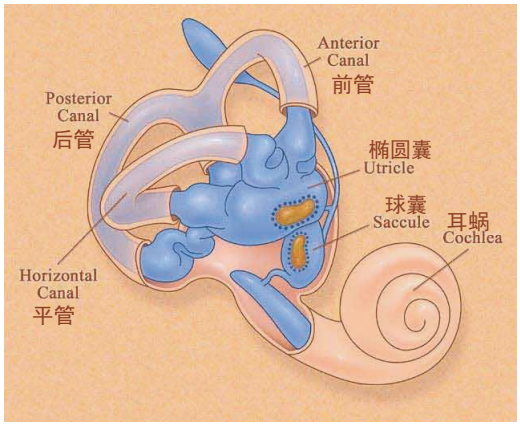
经验告诉我们，空间有三个维度(*dimension*)，我们能定义三个独立的位置序列。事实上，所有脊椎动物的内耳都有三个半规管(*semicircular canal*)，可以感知身体在三维空间中的加速度，如 Figure 21 所示。*[2]同样，每只人眼都由三对肌肉控制(咋是三呢？)。鞋带提供了空间有三维的又一证据：若空间维数大于三，鞋带就没用了，因为扭结(*knot*)只存在于三维空间。为什么空间是三维的？这是物理学的最难问题之一，我们暂且按下不表，第六卷再说。

Challenge 49 s

[1]* 关于不可数的定义，请参阅卷三 page 288。

[2]* 请注意，说空间有三维意味着空间是连续的；数学家和哲学家鲁伊兹·布劳威尔(Luitzen Brouwer, b. 1881 Overschie, d. 1966 Blaricum)表明，维数只对连续集是有效概念。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



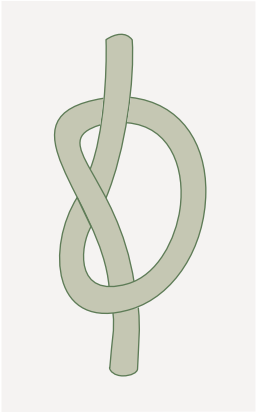


Figure 21 空间有三个维度的两个证明：哺乳动物(这里是人类)内耳中的前庭迷宫，有三个管道以及一个扭结(© Northwestern University)

Table 9 伽利略空间的性质。

位置或空间点	物理性质	数学名称	定义
可区分	可区分性	集合元素	Vol.III, page 285
可连线	序列	有序	Vol.V , page 364
可成形	形状	拓扑	Vol.V , page 363
有三个独立方向	存在扭结	3 维	Vol.IV, page 235
距离可为零	连续性	稠密，完备	Vol.V , page 364
能定义距离	可测量	度量	Vol.IV, page 236
位置可平移	可加性	度量	Vol.IV, page 236
能定义角度	标量积	欧几里得空间	Chapter 3: 矢量
无特殊位置	平移不变	均匀或齐次	
位置无终结	无限	无界	Vol.III, page 286
观测者平等	绝对	唯一	Chapter 2: 绝对时空

Challenge 50 s

人们常说四维不可思议、不可想象。这说法不对的。试试看。例如，你能证明在四维空间中不可能存在扭结吗？

跟时间间隔一样，长度间隔也能用实数精确描述。常用标准单位以简化交流，这样人人都可以用相同的数值来表示相同的长度。单位让我们能用实验探索伽利略空间的一般性质：连续、三维、各向同性、均匀、无限、欧几里德、唯一、“绝对”。在数学上，具有上述所有性质的结构或数学概念称为三维欧几里德空间(*Euclidean space*)，其元素是(数学)点，每个点由三个实参数描述，通常记作

$$(x, y, z) \tag{1}$$

称为坐标(*coordinate*)。一系列坐标具体指出并排序了诸空间点的位置。(关于欧几里德空间的精确定义，请见后文。)

Chapter 3: 矢量

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

这里仅用半页描述的内容实际上花了 2000 多年的时间才弄清楚，发展出“实数”和“坐标”的概念并非易事。以这种方式描述空间点的第一人是著名的数学家和哲学家笛卡尔*[1]，(1)式的坐标冠以他名，称为笛卡尔坐标(*Cartesian coordinate*)。

跟时间一样，空间是描述世界的必要概念。当我们描述有许多对象的情况，确实自动引入了空间。例如，当台球桌上有许多球体时，我们无法避免使用空间来描述它们之间的关系。在谈论自然时，无法避免使用空间概念。

在我们需要空间来谈论自然的同时，追问这何以可能也是很有趣。比如，你瞧，世上确实存在许多测量长度的方法(Table 11 中列出了一些)，而且它们都能产生一致的结果，故而必有一种自然的或理想的方法来测量距离、尺寸、直线度。你能找到它吗？ Challenge 51 s

跟时间一样，我们必须检查方才列出的每条空间性质。仔细观测将再次表明，每条性质都是近似的，简单粗暴来说，它们都是错的，就如本节开头赫尔曼·外尔所言。世上每片森林都在附议他关于引入数字坐标是粗暴行动的话。我们接下来的奇遇将展示这一点。

Μέτρον ἄριστον.*[2]

克莱俄布卢(Cleobulus)

空间与时间是绝对的还是相对的？

几百年来，对日常空间与时间有两种影响深远的矛盾看法。一方面，空间与时间好似自然界一切事物永恒不变的大容器。由此观之，时间与空间都独立于事物，堪称基本或绝对。另一方面，空间与时间是我们描述物体间关系的工具，由此观之，它们脱离了对象就没意义，它们是对象间关系的派生，是相对的。你倾向哪种观点？物理学的不同成果交替支持不同观点。我们将在这场奇遇中复现这种摇摆，直至寻得解决之道，那是第三条路。 Challenge 52 e Ref 41

[1]* 勒内·笛卡尔(René Descartes or Cartesius, b. 1596 La Haye, d. 1650 Stockholm)，数学家和哲学家，他有句名言“*je pense, donc je suis*”，他将之翻译为“*cogito ergo sum*”，我思故我在(I think therefore I am)。在他看来，这是一个人唯一可以确认的命题。

[2]* “测量是最好的(事)。” 克莱俄布卢(Cleobulus of Lindos, *c.* 620–550 BCE) 古希腊七贤之一。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 22 勒内·笛卡尔(1596-1650)

Table 10 一些测得的距离值。

观测	距离
银河系康普顿波长	10^{-85} m (仅为计算值)
普朗克长度，最小可测量距离	10^{-35} m
质子直径	1 fm
电子康普顿波长	2.426 310 215(18) m
人耳可检测的最弱空气振动	11 pm
氢原子半径	30 pm
小细菌尺寸	0.2 μm
可见光波长	0.4 to 0.8 μm
剃须刀刃半径	5 μm
点: 裸眼可见最小对象直径	20 μm
人发直径(从细到粗)	30 to 80 μm
冰雹直径最大记录	20 cm
每个人体细胞 DNA 总长	2 m
人用回旋镖投掷任意对象的最远距离	427 m
哈利法塔，人类最高建筑	828 m
最大的生物，蜜环菌(*Armillaria ostoyae*)	3 km
墨西哥最大蜘蛛网	*c*.5 km
地球赤道周长	40 075 014.8(6) m
人体血管总长(估计)	$4to16 \cdot 10^4$ km
人体神经总长(估计)	$1.5to8 \cdot 10^5$ km
平均地日距离	149 597 870 691(30) m
光年	9.5 Pm
到典型夜空恒星的距离	10 Em
银河系直径	1 Zm
到仙女座星系的距离	28 Zm
绝大多数可见对象的距离	125 Ym

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 23 长度和距离测量设备，三种机械的(游标卡尺、千分尺螺钉、胡子)，三种光学的(眼睛、激光计、光幕) (© www.medien-werkstatt.de, Naples Zoo, Keyence, and Leica Geosystems)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 11 生物系统与工程系统中的长度测量设备。

测量	设备	量程
人类		
测量身体形状，例如指距，眼距，齿距	肌肉传感器	0.3 mm to 2m
测量与对象的距离	立体视觉	1 to 100 m
测量与对象的距离	回声效应	0.1 to 1000 m
动物		
测量洞口大小	胡须	高达 0.5 m
沙蚁测量行进距离	计步器	高达 100 m
蜜蜂测量飞行距离	眼睛	高达 3 km
鲨鱼测量游泳距离	磁场地图	高达 1000 km
蛇测量猎物的距离	红外传感器	高达 2 m
蝙蝠、海豚、座头鲸测量猎物的距离	声呐	0.1 to 1000 m
猛禽测量猎物距离	视觉	高达 0.5 m
机械		
激光测量对象距离	反光	0.1 m to 400Mm
雷达测量对象距离	无线电回声	0.1 to 50 km
测量对象长度	干涉仪	0.5 μm to 50 km
测量恒星、星系、准星体距离	强度衰减	高达 125 Ym
测量粒子尺寸	加速器	低至 10^{-18} m

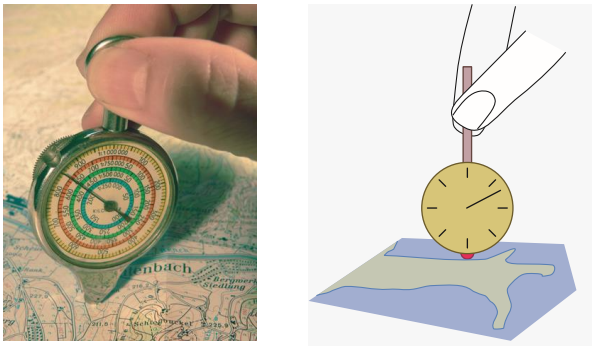


Figure 24 曲线计(curvimeter)或计程器(photograph © Frank Müller)

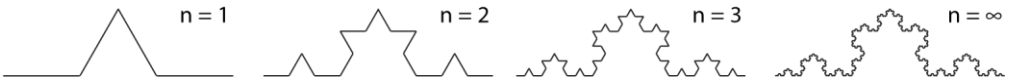


Figure 25 分形的一个例子：无限长的自相似曲线(最右边)及其构造过程。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

尺寸大小：长度与面积实存，体积不然

对象的一个核心要素是其大小(*size*)。每个学龄前儿童都在学习如何在行动中利用大小和空间的性质。追求精度的成年人则将距离定义为坐标之差，这让人能够以可靠的方式定义长度。然后人们又用了几百年发现事实并非如此。物理和数学的几项研究揭示了情况之复杂。

这个物理问题始于路易斯·理查德森*[1]提出的简单问题：英国西海岸线有多长？

理查德森用计程器(odometer, Figure 24 所示的设备)在地图上沿着海岸线走，发现海岸线的长度 l 取决于所用地图的比例尺 s (比如 1:10000 或 1:500000)：

$$l = l_0 s^{0.25} \tag{2}$$

(理查德森还发现其它海岸有其它指数。) l_0 是比例尺为 1:1 的长度。主要结论是，地图越大，海岸线越长。照此说，要是地图放大到超过原始地图的图幅，乃至一直增大下去，测得海岸线长度甚至可以无限长。可是海岸线真有无限长吗？是的，确实如此。其实数学家已经描述了许多这样的曲线；如今，它们被称为分形(*fractal*)。分形有无数种，Figure 25 展示了一例。*[2]你能再构造一种吗？ Challenge 53 e

长度还有其它奇怪的性质。数学家朱塞佩·维塔利(Giuseppe Vitali)率先发现，可以将长度为 1 的线段分割成小部分，然后沿线段的方向移动，就可以将它们重新组装成长度为 2 的线段。你知道是怎么做的吗？(提示，分割成无限多的部分。) Challenge 54 d

总结一下

▷ 长度存在。但长度仅对直线或对良好曲线才有良好定义，而对复杂线条或者可以切成无限多份的线条则没有良好定义。

因此，我们后文要避免使用分形或其它形状奇怪的曲线，尤其当我们谈论无限小的片段。这是本书前五卷的核心假设，应当始终牢记！我们将在奇遇的最后一部分回顾这些假设。

上面的问题与以下问题相比，是小巫见大巫。通常，面积和体积是用长度来定义的。你觉得这很容易吗？别介，谁要这么想，那是被学校传播的偏见毒害了。面积和体积的精确定义必须具有两大性质：值必须是可加的，即对于有限和无限的对

---

[1]* 路易斯·弗莱·理查德森(Lewis Fray Richardson, 1881 - 1953)，英国物理学家、心理学家。

[2]* 这些曲线大多是自相似的(self-similar)，也就是遵循与上文类似的标度“定律”。“分形(fractal)”一词由数学家伯努瓦·曼德勃罗(Benoît Mandelbrot)提出，是指一种奇怪的性质：尽管它们的结构是一维的，但在某种意义上却是非整数维的。曼德勃罗发现非整维数D与理查德森指数 e 的关系为D=1+e，因此，D也因情况而异，在上述示例中，D=1.25。葡萄牙陆地边界的测量值D=1.14，澳大利亚海岸D=1.13，南非海岸 D=1.02。 Ref 42

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

象集，总面积和总体积必须是该集每个元素的面积和体积的总和；这些值必须是固定的(*rigid*)，也就是说，如果我们将一个区域或体积切成块，然后不管怎么重新排列这些小块，其值都必须保持不变。这样的定义可能吗？换言之，这种体积和面积的概念存在吗？

对于平面面积，继续走标准流程：将边长为 a 和 b 的矩形的面积定义为 $A=ab$；
Challenge 55 s
由于任何多边形都可以通过有限的割补变成矩形，因此我们可以为所有多边形定义一个面积值。进一步地，可以将良好的弯曲形状的面积定义为无限多个多边形面积
Figure 193
之和的极限。这种方法称为积分(*integration*)，在动作量章节详细介绍。

Challenge 56 s
但是积分不足以让我们为任意有界区域定义面积。(你能想到反例吗？) 完备的面积定义所需的复杂工具，由著名数学家巴拿赫*[1]于 1923 年提出。他证明，人们确实可以为任何一组点定义一个面积，即使边界弯曲不良且非常复杂，例如前面提到的分形曲线。如今，这种广义的面积概念，在技术上是一种“有限可加等度量不变测度(finitely additive isometrically invariant measure)”，叫*巴拿赫测度*(*Banach measure*)。数学家们总结说，因二维中有一个巴拿赫测度，故而有一种方法可以为任何一组点定义面积的概念，使之满足可加性和测度不变。*[2]简言之，

▷ 面积存在。对于平面和其它表现良好的曲面，面积定义良好，但对于复杂的形状则不然。

三维之体积又当如何？不妨以与面积相同的方式开始，将边长为 a, b, c 的长方体体积 V 定义为 $V=abc$。但马上就遇到了第一个问题：一般多面体不能割补成立方体！这种局限由马克斯·德恩*[3]于 1900 年和 1902 年发现。他发现这种可能性取决于二面角(dihedral angle，见 Figure 26)的值。德恩发现：若给一般多面体的每条边指定一个数，该数由其长度 l 乘以函数 $g(\alpha)$给出，α 是相应的二面角，那么只要函数满足 $g(\alpha+\beta)=g(\alpha)+g(\beta)$和 $g(\pi)=0$，则多面体所有边的所有数之和在分割前后不变，称为*德恩不变量*(*Dehn invariant*)。这种古怪函数 g 的一个案例是，将值 0 分配给 π 的任何有理倍数，将值 1 分配给 π 的无理倍数。然后，多面体的所有其它二面角的值
Challenge 57 s
可以通过这些基角的有理倍数的组合来构造。用此函数，您可以亲自推断立方体不能分解为正四面体，因为它们各自的德恩不变量不同。*[4]

---

[1]* 斯特凡·巴拿赫(Stefan Banach, b. 1892 Krakow, d. 1945 Lvov) 重要数学家。

[2]* 这只适用于平面集合。曲面(如球面)情况更复杂，在此不讨论。此外，如果要测量的表面不平坦，分形中的长度问题也会复现在面积问题上。一个典型的例子是人肺的面积：根据细节水平，面积值会从几平方米到一百多平方米不等。

[3]* 马克斯·德恩(Max Dehn, b. 1878 Hamburg, d. 1952 Black Mountain)，数学家，希尔伯特的学生。

[4]* 这也在《M. A igler & G. M. Z iegler, *Proofs from the Book*, Springer Verlag, 1999.》中有所说明。其标题在致敬伟大数学家保罗·埃尔德什(Paul Erdős)的著名习惯，他想把所有精妙的数学证明都总集于“证明之书”中。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

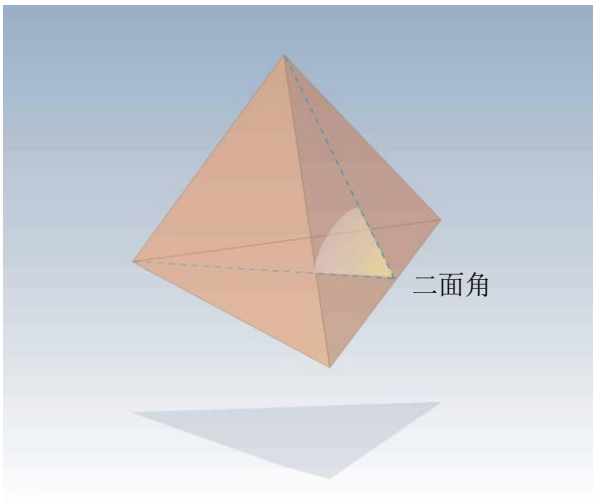


Figure 26 一个多面体及其一个二面角 (©Luca Gastaldi)

虽有德恩不变量之事，但多面体确实有满足不变性和可加性的体积概念，因为一般来说，所有多面体和所有“良好弯曲”的形状，其体积都可以用积分来定义。

现在让我们考虑三维一般形状的割补，且不仅仅是方才提到的“良好”形状与割补。让我们以分球悖论邂逅著名的巴拿赫–塔斯基定理(*Banach-Tarski theorem*)。1924 年，巴拿赫与塔斯基*[1]证明，可以将一个球体切成五份，这五份可以重组成两个球体，每个球的体积都与原球体相同。这反直觉的结果就是巴拿赫-塔斯基定理。更吓人的是，该定理的某个版本指出：任取两个集合，它们都不延伸到无穷，且每个都包含一个实心球体(solid sphere)，那么，总能通过有限次割补，将一个割补成另一个。特别是，可以将豌豆割补成地球，反之亦然。这体积是没法算了！*[2]简言之，体积压根不是个有用的概念！

Ref 43

巴拿赫-塔斯基定理引出两个问题：第一，该结论能用于金条或者面包吗？能可就太好了。第二，可以用在空的空间吗？换言之，物质和空间是连续的吗？我们稍后探讨这两个话题，它们都有其特殊后果。目前，还是暂且将我们的视野限制在光滑弯曲的形状(及其割补)，回避那些令人不安的问题。在此限制下，物质和空间的体积确实表现良好：都是可加的、不变的，没有矛盾之处。*[3]而巴拿赫-塔斯基悖论所需的切

Challenge 58 s

[1]* 阿尔弗雷德·塔斯基(Alfred Tarski, b. 1902 Warsaw, d. 1983 Berkeley) 有影响力的数学家。

[2]* 证明该结果无需太多数学；伊恩·斯图尔特(Ian Stewart)在《*Paradox of the spheres*, New Scientist, 14 January 1995, pp. 28–31.》中对此进行了很好的解释。该证明基于之后将提到的选择公理(axiom of choice)。巴拿赫-塔斯基悖论也存在于四维与任何更高维中。更多数学细节可以在 Stan Wagon 的著作中找到。

Vol.III page 286

[3]* 数学家说，在物理学中，所谓的勒贝格测度(*Lebesgue measure*)就足够了。这种可加等度量不变测度提供了定义体积的最一般方法。

Ref 44

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

割并不光滑，需要用无限锐利的刀来完成无限多次无限锐利的弯曲，不可能用日常刀刃实现。无论如何，我们要记着，一个对象或一块虚空的体积是个棘手的量，每当我们谈论体积，都需要小心。总之，

▷ 体积仅近似存在。体积仅对表面光滑的区域定义良好。若允许无限锐利的切割，一般不存在体积。

往后，我们避免使用形状古怪的体、面、线，当我们谈论无穷小实体，我们得特别小心。我们只能在这种限制下讨论长度、面积和体积。这种回避是本书前五卷的核心假设。再次强调：我们要始终牢记这种限制，即使它们在日常生活中不成问题。我们将在奇遇的尾声，也就是第六卷回到这些假设。

啥叫直？

凡见到直的东西，就有 99%的把握说它是人造的。当然也有 Figure 27 那样的例
Ref 46 外*[1]。迄今发现的最大晶体长 18 米。但总的来说，在城市中看到的玩意：建筑、家具、汽车、书本、电线杆子、纸壳盒子，显然不同于森林中的东西：花草树木、云水山石，森林中没有什么是直的或平的，而城市中比比皆是。

Figure 307 任何一片森林都在向我们启示“直”的起源：穿过高大树冠的阳光。如果一条线贴合于铅垂线或光线，我们称之为直(*straight*)线。这两种定义其实是等价的。你能
Challenge 60 s 证明吗？你能再找个定义吗？又，若某个面在一切位置、朝任意取向，总是贴合铅垂线或光线，我们称之为平(*flat*)面。

总之，直线性和平面性的概念，是用物体或辐射定义的。其实，一切空间概念，跟一切时间概念一样，都需要运动来定义。

Challenge 59 ny [1]* 为什么晶体有直边？自然界中一个与原子结构无关的直线案例是一种著名的爱尔兰地质构造，
Figure 299 称为巨人堤道(Giant’s Causeway)。其它可能想到的，如某些(几乎)方形或(几乎)三角形的细菌，则
Ref 45 只是近似。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 27 自然界中的直线：白铅矿(图宽约 3 mm, © Stephan Wolfsried) 和透明石膏(图宽约 15 m, © Arch. Speleoresearch & Films/La Venta at www.laventa.it and www.naica.com.mx)

Figure 28 从太阳方向看地球的照片 (NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 29 一个说明地空论的模型，展示了昼夜的形成(© Helmut Diehl)

地空论？

空间和直线性带来了微妙的挑战。有些怪人认为，人类生活在一个球壳内壁，他们称之为空心大地模型(*hollow Earth model*，简称“地空论”)：日月星辰都在球壳中心附近，如 Figure 29 所示。他们还解释说，光在天空中沿弯曲路径传播。传统物理学家口中与地心相距 r 的位置，对应于地空论位置 $r_{he}=R^2_{Earth}/r$。你能证明该模型错误吗？Roman Sexl*[1]曾常问他的学生和物理学家同事这个问题。

Ref 47
Challenge 61 s

答案很简单：你要是觉得你能证明地空论模型是错误的，那是你错了！无法证明这种观点是错的。如 Figure 29 所示，它可以解释地平线、昼夜交替，以及地球周围的卫星照片。解释月球旅行中会发生的事也很有趣。恰当的地空论模型完全等价于通常无限空间的图景。我们将在广义相对论部分回顾这个问题。

Challenge 62 e
Vol.II page 285

[1]* Roman Sexl, (1939–1986) 重要的奥地利物理学家，著有几本引力和相对论的有影响力的教科书。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：日常空间与时间

Challenge 63 s 不用电子设备，如何在 1 立方米的空间内用秒表测量枪弹的速率？提示：同样的方法也可以用来测光速。

* *

一个交互式小游戏 https://htwins.net/scale2/，可以在普朗克长度到可观测宇宙大小之间缩放，体会各种事物长度的比例。

* *

Challenge 64 s 哪个更快：射出的飞箭还是摩托车？

* *

Challenge 65 s 为什么下水井总是圆的？

* *

Ref 48 除了光速，自然界中还有另一种重要速率：耳朵生长速率。已发布的研究表明，平均而言，老年男性的年龄 t 和耳廓周长 e 之间的关系为 $e = t\ 0.51\ \mathrm{mm/a} + 88.1\ \mathrm{mm}$。表达式单位中的“a”来自拉丁语“annus”，表示“年”。

* *

Challenge 66 e 你能向孩子证明，三角形内角和等于两倍直角吗？球面或马鞍上的三角形怎么样？

* *

你有一个高度大于其最大周长的玻璃杯吗？

* *

Challenge 67 e 园丁想种九棵树，每三棵树共线，形成十条直线。怎么做？

* *

Challenge 68 d 死神走得有多快(How fast does the grim reaper walk)？ 这个问题是 2011 年《英国医学杂志(*British Medical Journal*)》一篇文章的标题。猜猜它是如何回答的？

* *

测量时间需要周期性现象。树木年轮是四季的痕迹。冰川也有这样的痕迹，称作冰川污线带或冰川弧拱(*ogive*)。牙齿中也有类似的痕迹。你知道更多的例子吗？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 69 s 一架自动扶梯向上运行。一个人在自动扶梯上往上走，走了 60 级阶梯，他以同样的速率在自动扶梯上往下走，走过 90 级阶梯。自动扶梯有多少级阶梯？

* *

Challenge 70 e 有两个沙漏：一个 4 分钟的，一个 3 分钟的。如何用它们来确定出 5 分钟过去了？

* *

Challenge 71 e 你有两根不同长度的保险丝，每根保险丝需要一分钟烧断。不许弯折它们，也不许用尺量。如何确定 45 秒过去了？更难的是：如何确定 10 秒过去了？

* *

Challenge 72 e 有三个葡萄酒桶：一个装满的是 8 升，一个空的是 5 升，还有个空的是 3 升。如何用它们把酒平均分成两份？

* *

Challenge 73 s 怎么样能在明信片上打个洞，让人能穿过它？

* *

Challenge 74 s 如 Figure 30 所示，在锥形玻璃杯中斟半杯美酒，酒面是何高度？

Figure 30 锥形玻璃杯半满的液锥高度是多少？

* *

Challenge 75 s 画一条跟地球赤道一样长的线，需要多少支铅笔？

* *

Challenge 76 e 五枚一样的硬币，如何摆放能让每枚硬币都碰到另外四枚？将六枚硬币分两层，每层呈三角形，这是六枚硬币的解决方案吗？为什么？

Challenge 77 e 若要每枚硬币都正好接触到另外三枚，可以平放在桌上的最少硬币数是多少？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 78 e 你能在围棋盘(正方格子)上找到构成等边三角形的三个交点吗？

* *

这道题很有名：一位猎人离开家，向南走 10 km，向西走 10 km。射杀一头熊，再向北走 10 km 就到家了。熊是什么颜色的？你可能马上就知道答案了。再来道题，这对打赌赢钱很有用。现在，有人在某些地方可以重复上述路径，但是没有熊这回事
Challenge 79 s 了，那么这座房子还可能位于地球上别的什么地方，是哪些地方呢？

* *

如 Figure 31 所示，橡皮筋的一端固定在墙上，另一端系在马身上。橡皮筋上，靠近墙的地方有只蜗牛。蜗牛和马同时开始以其典型速率前进，橡皮筋可以无限伸缩。
Challenge 80 s 问：蜗牛能碰到马吗？

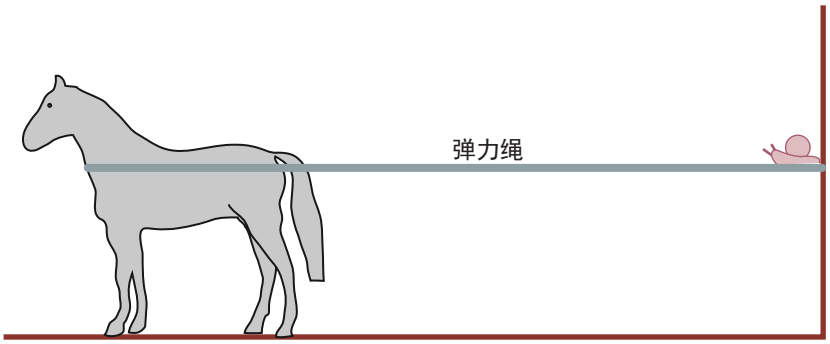


Figure 31 蜗牛能追到飞奔的马么？

* *

对于数学家来说，1 km 就是 1000 m，但对于物理学家来说，两者不同！对于物理学家来说，1 km 是个介于 0.5 km 到 1.5 km 之间的测量值，而 1000 m 是 999.5 m 到 1000.5 m 之间的测量值。所以在写测量值时要小心。专业记法是：1000(8) m 表示
Appendix B: 精度 1000±8 m，即该值有 68.3%的概率介于 992 和 1008 m 之间。

* *

Challenge 81 s 设想白色表面上有块黑斑。黑斑与背景的分界线是什么颜色？这个问题常称为皮尔斯难题(Peirce's puzzle)。

* *

面包也是一种(近似的)分形结构，尽管是不规则的。面包的分形维数约为 2.7。试着
Challenge 82 s 测量一下！

* *

Challenge 83 e 如何用纸和铅笔找到啤酒垫的中心？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Challenge 84 s 24 小时内，时钟的时针和分针重叠几次？有秒针的时钟，三根指针重叠多少次？

* *

Challenge 85 s 时钟的时针和分针在 24 小时内形成直角多少次？

* *

Challenge 86 s 要求二针时钟的两根指针交换位置，而结果仍表示有效时刻。在 12 小时内有多少个这样的时刻？若有秒针，又会怎样？

* *

Challenge 87 s 地球一分钟自转几角分？

* *

Challenge 88 s 用球拍或者不用球拍，人能实现的最高投掷速率是多少？投出去的是什么？

* *

Challenge 89 s 一根绳紧绕在地球赤道上。若将绳延长 1 米，老鼠能从绳下溜过去吗？原来的绳子延长 1 毫米，孩子能从绳子下面钻过去吗？

* *

Challenge 90 s 小明在河上划船。他恰在桥下把一颗球掉进了河里。小明丢球后，继续朝同一方向划了 10 分钟。然后才转向，划回去找球。当他找到球，球已经从桥飘远了 600 米。这条河的流速是多少？

* *

Challenge 91 e 张三李四是兄弟俩。张三 18 岁。张三跟李四如今这么大的时候，李四的年龄是现在的一半。李四多大了？

* *

Challenge 92 s “我在哪里？”这是个常见的问题；“我在什么时候？”几乎没听说过，即使在其它语言中也是如此。为什么？

* *

Challenge 93 s 自然界中有最小的时间间隔吗？最小的距离呢？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 94 s 如何用数来表征或定义曲线的曲率呢？面的曲率呢？

* *

Challenge 95 s 你眨眼速率是多少？

* *

Challenge 96 s 人体表面积约 400 平方米。你知道这么大的数是咋来的吗？

* *

游标尺(*vernier*)是何原理？它在其它语言中也叫 *nonius*。前者来自一位法国军事工程师*[1]，但不是他发明的；后者是对一位葡萄牙发明家的拉丁化名字*[2]和拉丁语单词“九”的双关语。我们如今所知的 Figure 32 的这种装置，由克拉维乌斯*[3]于 1600 年左右设计，他的研究是 1582 年格里高利历(Gregorian calendar)改革的基础。游标卡尺不是只能将精度提高 10 倍，而是任意所规定的精度。它能达到的精度有极限吗？ Challenge 97 s

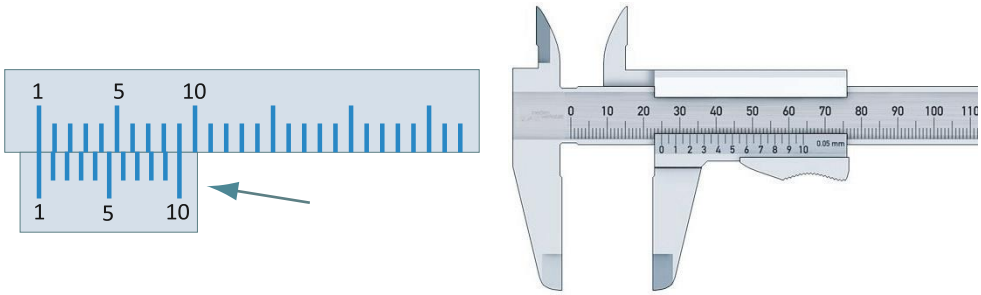


Figure 32 一副 9:10 的游标尺和一把 19:20 的游标卡尺(实际上是 38:40 的游标卡尺) (© www.medien-werkstatt.de).(©www.medien-werkstat.de)

* *

将 Figure 25 分形结构推广至三维：取一正四面体；在每个三角形表面上粘一个较小的正四面体；在新的正三角形表面再粘正四面体；不断将更小的四面体粘到新的三角形表面上。无数次重复后，最终的分形结构是啥样？ Challenge 98 s

[1]* 皮埃尔·维尼尔(Pierre Vernier, 1580-1637)，一位对制图感兴趣的法国军官。

[2]* Pedro Nuñes or Peter Nonnius (1502–1578)，葡萄牙数学家和制图师。

[3]* 克里斯托弗·克拉维乌斯(Christophonius Clavius or Schlüsse,l 1537 – 1612)，巴伐利亚天文学家，那个时代的主要天文学家之一。(译者注:我国出土过王莽新朝的卡尺，约公元 1 年，但是没有游标。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Challenge 99 s
Challenge 100 s
Challenge 101 s

汽车驾驶伴随许多数学问题。一个重要问题是平行停车：不倒档，离开停车位所需的距离 d 是多少？(假设汽车形状如 Figure 33 所示，假设已知每辆车的最小外转弯半径为 R。)下一个问题：若可以随意前后移动，所需的最小间隙又是多少？间隙如何依赖于倒档的次数 n？如今的文献中似乎没有解决方案。(作者为第一个解释充分的解决方案提供了 50 欧元；丹尼尔·霍金斯(Daniel Hawkins)的获胜方案可以在附录中找到。)

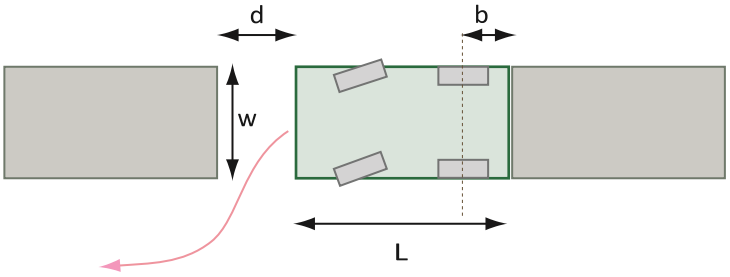


Figure 33
离开停车位。

* *

科学家们用一种特殊的方式来记写大数和小数，叫科学计数法，如 Table 12 所示。

* *

Ref 49
Challenge 102 s

1996 年，费米实验室取得的夸克间的最小探测距离为 10^{-19} m。(要是不用指数形式来记写这个的值，得有多吓人呐。)这个测量值对空间的连续性意味着什么？

Table 12 指数表示法：如何记写小数和大数。

数	指数表示	数	指数表示
1	10^0		
0.1	10^{-1}	10	10^1
0.2	$2\cdot10^{-1}$	20	$2\cdot10^1$
0.0324	$3.24\cdot10^{-2}$	32.4	$3.24\cdot10^1$
0.01	10^{-2}	100	10^2
0.001	10^{-3}	1000	10^3
0.000 1	10^{-4}	10 000	10^4
0.000 056	$5.6\cdot10^{-5}$	56 000	$5.6\cdot10^4$
0.000 01	10^{-5}	100 000	10^5

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

希腊哲学家芝诺详细讨论了运动物体在给定时刻会发生什么。为了加入讨论，你决定
Challenge 103 s 制造最快的相机快门。钱管够。你能达到的最短快门时间是多少？

* *

Challenge 104 s 不用坐标，你能仅用几何手段证明勾股定理吗？(有 30 多种方法。)

* *

Challenge 105 s 为啥绝大多数行星和卫星，包括地球，都几近球形(例如 Figure 28)？

* *

Challenge 106 s 一条橡皮筋连接时钟两根指针的针尖。皮筋中点轨迹是什么？

* *

有两个重要的量与角度有关。如 Figure 34 所示，通常所说的角，即平面角(*plane angle*)，被定义为弧长与半径之比，直角是 π/2 弧度(*radian, rad*)或 90°。

立体角(*solid angle*)是面积与半径平方之比。一个球体的八分之一是 π/2 球面度(*steradian*)或 π/2 sr。(数学家会省略球面度单位。)因此，形状像锥体的小立体角和锥
Challenge 107 s 尖的平角度是不同的，二者是什么关系？

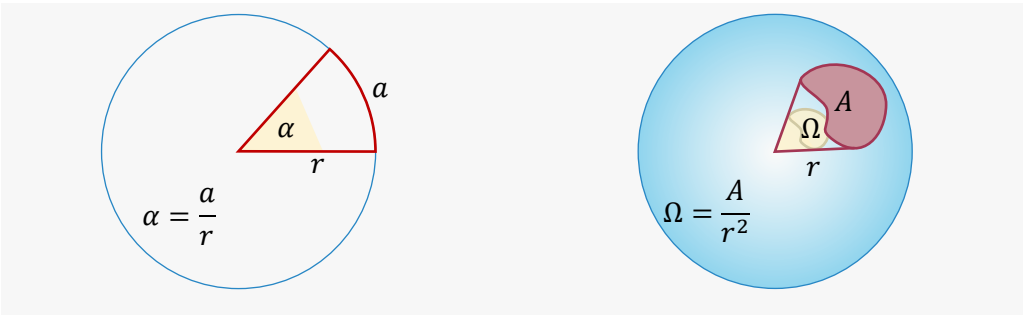


Figure 34 平面角和立体角的定义。

* *

可以用角度确定烟花绽开的大小。从看到烟火在空中炸开，到听到爆炸声，记该时间间隔为 T，用手估测烟花形成的球的(平面)角度 α，则烟花直径 D 为

$$D = \frac{6\ \mathrm{m}}{s^\circ} T\alpha \tag{3}$$

Challenge 108 e 为什么呢？cc.oulu.fi/~kempmp 有关于烟花的更多信息。伸展拳头的指关节之间的角
Challenge 109 s 距离约为 3°、2°和 3°，伸展的手约为 20°。你能确定与手相关的其它角度吗？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如 Figure 35 所示，利用角度，可以定义正弦(*sine*)、余弦(*cosine*)、正切(*tangent*)、余切(*cotangent*)、正割(*secant*)、余割(*cosecant*)。来证明一下

Challenge 110 e

$$\sin 15° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},\ \sin 18° = \frac{-1+\sqrt{5}}{4},\ \sin 36° = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4},\ \sin 54° = \frac{1+\sqrt{5}}{4},\ \sin 72° = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

Challenge 111 e 还有，你能证明下式吗？

$$\frac{\sin x}{x} = \cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cos\frac{x}{8}\cdots \tag{4}$$

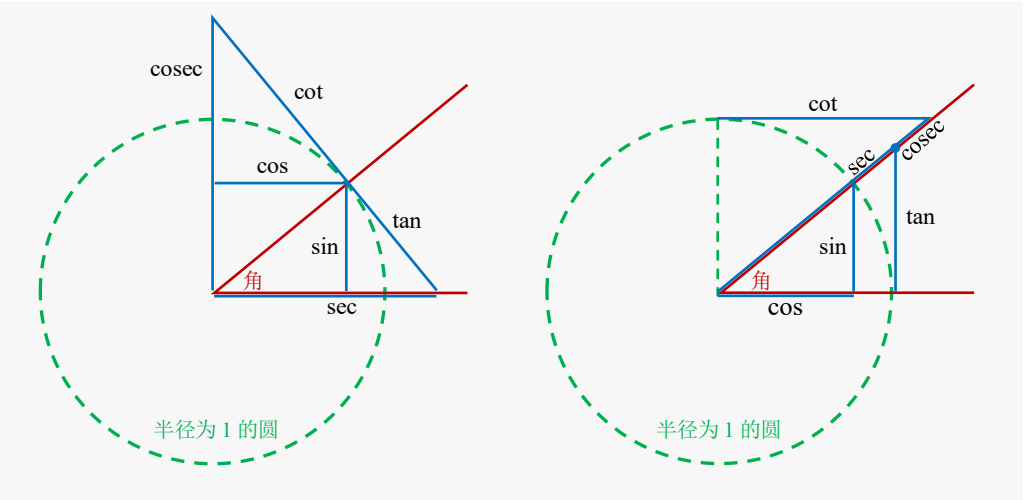


Figure 35 角的正弦、余弦、正切、余切、正割、余割的两种等价定义。

* *

只靠肉眼很难测量角度大小。例如，你能说月亮比你臂展末端的拇指指甲大还是小吗？角尺寸或角直径(*angular size*)，不宜目测，要用仪器测量。 Challenge 112 e

Figure 36 所示的著名案例，说明了估测角度的困难：日月在地平线附近看起来更大。古代的托勒密(Ptolemy)用人脑无意识的视距(apparent distance)的改变来解释这种所谓的月亮错觉(*Moon illusion*)。弯腰，通过双腿看月亮，月亮错觉就会消失。其实，月亮在地平线上时，反而离观测者更远，理应比正当空时更小。你能证明吗？ Ref 50 Challenge 113 s

如 Figure 37 所示，月球绕地轨道的椭圆形造成的月亮角直径的变化更大。

* *

伽利略在《对话(*Dialogues*)》中犯过错，他说悬于两点间的细链形成抛物线，即形如 $y = x^2$ 的曲线。正确的曲线是什么？你可以在悬索桥上观察到(近似)的形状。 Challenge 114 d

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

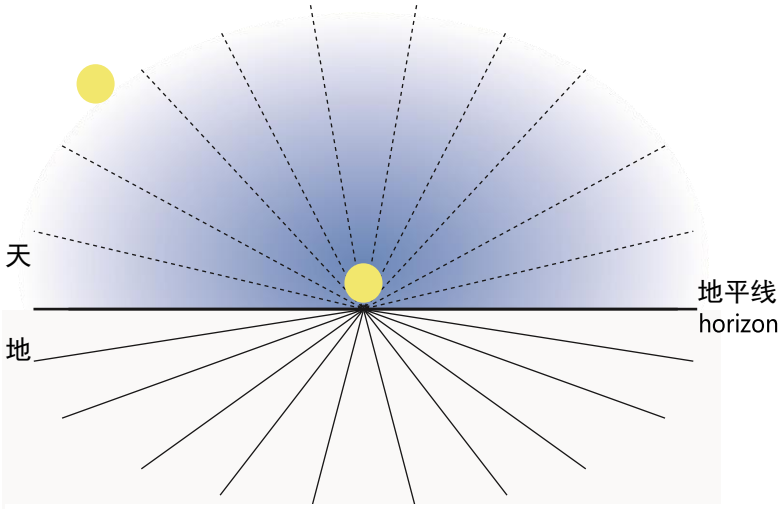


Figure 36 日月的表观尺寸(apparent size)在一天中如何变化。

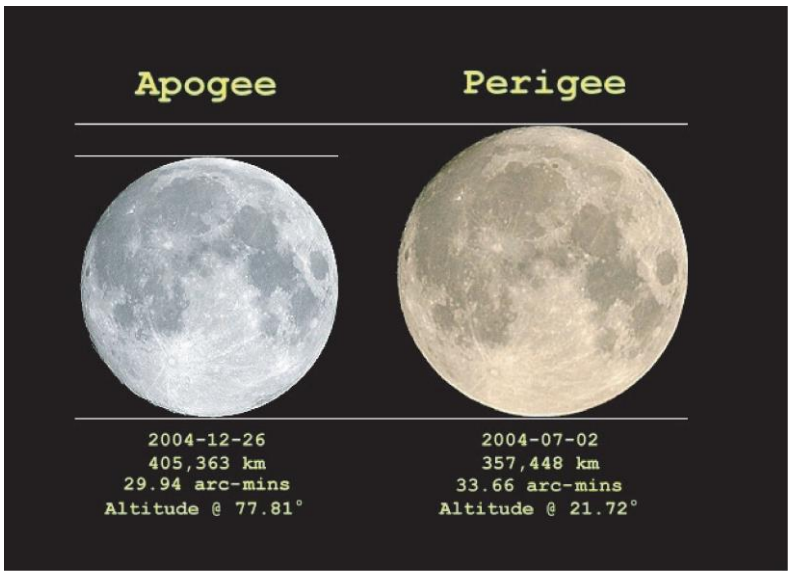


Figure 37 月亮在远地点和近地点的表观大小(© Anthony Ayiomamitis)

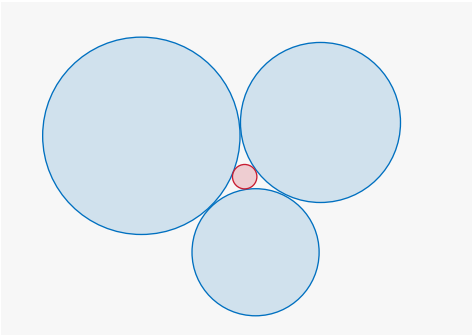


Figure 38 著名问题：四个半径是啥关系？

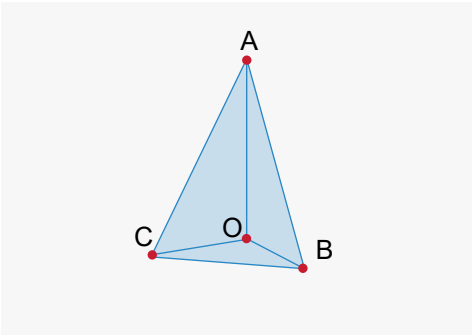


Figure 39 已知三个小三角形的面积，已知从 O 出发的边彼此成直角，三角形 ABC 面积是多少？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如 Figure 38 所示，三个不同大小的圆，彼此相切，在中间的空隙画第四个圆，与外面的三个相切。这四个圆的半径的倒数服从什么简单关系？ Challenge 115 s

* *

如 Figure 39 所示，取一个四面体 OABC，其三角形表面 OAB、OBC、OAC 在 O 点均为直角。换言之，棱 OA、OB、OC 彼此垂直。在该四面体中，三角形 OAB、OBC、OAC 的面积分别为 8、4、1。问三角形 ABC 的面积是多少？ Challenge 116 s

* *

Ref 51 有很多关于梯子的题，Figure 40 展示了两道。5 米长的梯子靠在墙上，刚好碰到一个边长 1 米的方盒子，梯子能达到多高？如果将两架梯子靠在两堵相对的墙上，并且知道梯子的长度和交叉点的高度，那么两墙相距多远？ Challenge 117 s Challenge 118 d

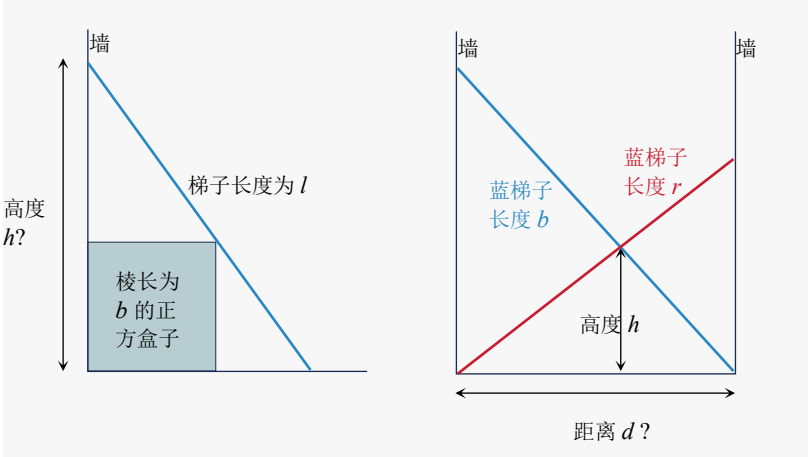


Figure 40 两道梯子题：左题难度中等，右题较难。

* *

两把尺子并置，刻度线重合，就可以做加减运算。你能设计出以相同方式做乘除法的尺吗？ Challenge 119 s

* *

如果地球自转频率等大反向，一年会有多少天？ Challenge 120 s

* *

太阳藏在 Figure 41 所示的壮美景象中，它在哪儿？ Challenge 121 s

* *

背对灯塔，会出现一种稍微不同但同样迷人的景象，这对熟悉透视很有用。你能画下在天空中直到地平线的景象吗？ Challenge 122 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 41 黄昏射线：猜猜此时太阳何在？(© Peggy Peterson)

* *

Challenge 123 s 两个半径相等的圆柱体以直角相交。交叉体积是多少？(先画个图。)

* *

Challenge 124 s 边长为 1 dm 的空心立方体，去除一对侧面，得到一个方形开口的隧道，它可以让边长为 1.06 dm 的立方体穿过。这是真的吗？

* *

Ref 52 可能存在二维宇宙吗？杜德尼(Alexander Dewdney)详细构想了这么个宇宙，还写本名著，描述了房屋、交通、消化、繁殖等等。你能解释为什么二维宇宙是不可能的吗？ Challenge 125 d

* *

Ref 53 绳索构造巧妙：螺旋编织的柔性体，不会解缠或扭曲，几乎不可伸展，几何形状几乎不取决于制造材料。所有这些性质的起源是什么？

捻制绳索是门古老手艺，它基于一种纯几何原理：围绕固定半径的中心结构，铺设的给定长度的 n 股线，在所有可能螺旋中，有一种螺旋的匝数最大。出于纯粹几何原因，具有特定匝数和相应内径的绳索具有上述特性，这使绳索非常实用。两股、三股、四股的理想绳索的几何形状如 Figure 42 所示。

* *

Challenge 126 s 一些研究人员正在研究时间是否可以是二维的。可以吗？

Challenge 127 s 一些研究人员正在研究空间是否可以是三维以上的。可以吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

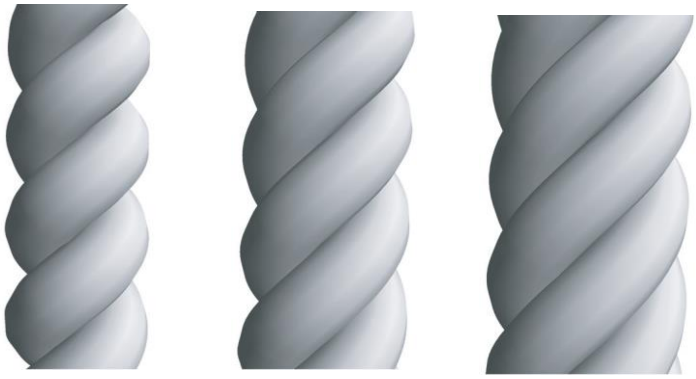


Figure 42 两股、三股、四股绳的理想构型。理想构型中，股绳相对赤道平面的俯仰角分别为 39.4°、42.8°、43.8°，都是无捻结构(zero twist structure)。理想构型的绳索在竖直应变下，不会解旋或旋紧(© Jakob Bohr, from Ref 55)

Ref 54 比较动物和机器速率的一种方法是用“每秒体长”来度量。叩头虫在跳跃阶段的值约为 2000，某些古细菌细胞的值为 500，某些蜂鸟的值为 380。这些是迄今的记录保持者。汽车、飞机、猎豹、猎鹰、螃蟹和所有其它机动系统都慢得多。

* *

Challenge 128 e 为什么管子的横截面通常是圆形的？

* *

Challenge 129 e 能装 1 立方米的水并使用最少材料的无盖长方水箱的尺寸是多少？

* *

Challenge 130 s 一个正方形，各边在顶点处铰接。施加外力，这种结构会变为菱形。为了避免这种形变自由度，为了防止正方形变形，至少需要再补多少根与边长相同长度的线段？要求额外的线段只在端点处彼此相连，且必须与正方形位于同一平面内。

* *

有些面积很难测量。2014 年才弄清，健康成年人的胃肠道面积在 30 到 40 平方米之间。多年来，该面积被错误估计在 180 至 300 平方米之间。

* *

若你还没研究过平面几何，赶紧试试吧。Claud i Alsina 和 Roger B. Nelsen 的《数学图标：探索二十要图(*Icons of Mathematics: An Exploration of Twenty Key Images*, MAA

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Press, 2011)》是本很好的入门书，有许多关于几何的简单而惊人的事实，中学或大学很少提及。你会喜欢的。

* *

三角形充满惊喜。欧拉(Euler)、布利安桑(Charles Julien Brianchon)和彭赛列(Jean-Victor Poncelet)共同发现，在任何三角形中，都有九个点位于同一个圆上：三边中点、三条高线的垂足、顶点与垂心的三条连线的中点。欧拉还发现，三角形的外心、重心、九点圆圆心、垂心都位于同一条线上，现在称为欧拉线。

有关平面三角形的最新研究结果，请看精彩的三角之心全书(*Encyclopedia of Triangle Centers*)：faculty.evansville.edu/ck6/Encyclopedia/ETC.html。

* *

有个关于长度的简单挑战，还没人解决。如 Figure 43 所示，取一根半径恒定、柔软光滑的理想绳，在上面打个紧结。问绳子两端因此靠近了多少？ Challenge 131 r

Figure 43 悬案：紧结绳长是多少？(© Piotr Pieranski, from Ref 55)

小结：日常时间与空间

运动定义了速率、时间、长度。通过将速度描述为向量、将空间描述为三维点集、将时间描述为一维实线(也由点组成)，能方便而精准地描述日常观测与精确实验。我们对环境的伽利略描述依这三条为基础。

将速度、时间和空间建模为连续量真是精确又方便。在后续的大部分篇幅中，这种建模都很有效。可惜这种常见的空间和时间模型无法通过实验证实。例如，没有实验可以检验大于 10^{25} 米或小于 10^{-25} 米的距离，连续体模型在较小尺度上可能不正确。我们将在奇遇的最后一部分发现情况确实如此。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 3

如何描述运动：运动学

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo) ... Egli è scritto in lingua matematica. *[1]

伽利略《试金者(*Il saggiatore* VI)》

实验表明，儿童和动物都能从环境中提取运动、时间和空间的性质，猫、狗、大鼠、小鼠、蚂蚁、鱼类都能。而且大家都得到相同的结果。

首先，运动是位置随时间的变化。从 chapter 6 开始，快速翻过本书的左下角，可以说明该描述。每页都模拟了一个时刻，运动过程中发生的唯一变化就是对象(比如石子)的位置，由黑点表示。由于印刷不完美，从一张图到下一张图的其它变化刚好可以用来模拟不可避免的测量误差。

"运动是位置随时间的变化"既非解释(explanation)也非定义(definition)，而是对运动的描述(*description*)，因为时间和位置的概念都是从运动得出的。该命题是有用的，因为它很精确，我们将通过探索引力和电动力学来发现这一点，毕竟力求精准是我们此行的指导原则。对位置变化的详细描述有其专名：运动学(*kinematics*)。

位置变化的概念意味着运动对象可被追踪。这并不显然。在量子论部分，我们将发现反例。不过日常物体总是可被追踪的。一个对象随时间变化的所有位置的集合形成其路径(*path*)或轨迹(*trajectory*)。轨迹的概念起源非常直观，看看烟花或者看看从 chapter 6 开始的翻页动画。

Ref 56

在日常生活中，人与各种动物和在速度、空间和时间的欧几里德性质上达成一致，即可以如此描述轨迹：指定三个数、三个坐标(x, y, z)，每个维度一个，它们各自都是时间 t 的连续函数。(函数(function)将在之后详细讨论。) 这通常记作

Vol.III page 289

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t) = (\ x(t), y(t), z(t)\ ) \tag{5}$$

举个例子，伽利略用停表和尺子发现，任何抛体或落体的高度 z 都服从

$$z = z_0 + v_{z0}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \tag{6}$$

[1]* "科学载于这部始终敞开在我们面前的巨著之中(那就是宇宙) .....它由数学语言书写。"

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

其中t_0是开始下落的时刻，z_0是初始高度，v_{z0}是竖直方向初速度，$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$是常数，它对于地表各处一切落体在大约 300 分之一的精度内都是相同的。$9.8\ \mathrm{m/s^2}$的值及其微小偏差是咋来的？我们很快就给出初步答案，但完整说明还需不少功夫。

Ref 57

初速度为零的特殊情况很有趣。伽利略及其少数前人明确表示，若忽略空气阻力，则 g对所有物体都是一样的。他对此论述颇多，你能找到一则吗？当然，他在比萨斜塔的著名实验证实了这一说法。(伽利略其实没做过该实验，这是虚假传说。)

Ref 58
Challenge 132 s

若知道了石头落到井底所需的时间，就能用(6)式确定井的深度。该方程还给出了从树上跳下后落地时的速率 v，即

$$v = \sqrt{2gh} \tag{7}$$

3 米的高度产生 27 km/h 的速度。也就是速率仅与高度的平方根成正比。这是否意味着人对跌落的强烈恐惧是高估了其实际影响？

Challenge 133 s

伽利略是首位提出自由落体(free fall)重要结论的人：*水平方向和竖直方向的运动是彼此独立的*。如 Figure 44 所示，他表明，水平射出的炮弹下落所需的时间与火药的火力无关。即使在他去世后，许多伟大的思想家也还不同意这一说法：1658 年，西门托(Cimento)学院甚至组织了一项实验来检验这一说法，比较了飞出的炮弹与竖直下落的炮弹。你能想到他们是如何检验同时性的吗？Figure 44 展示了如何居家实验。在此实验中，无论大炮的弹簧载荷如何，只要桌子够高，两物体总会在空中碰撞，从而验证了这一说法。

Ref 59
Challenge 134 s

换言之，飞弹不会在水平方向上加速。只要空气阻力可以忽略不计，其水平运动就不会改变。也就是说，与(6)式搭配的 x, y 两个坐标的表达式为

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + x_{x0}(t - t_0) \\ y(t) &= y_0 + y_{y0}(t - t_0) \end{aligned} \tag{8}$$

这些就是对掷出的石子所循路径的完整描述。该形状的路径称为抛物线(*parabola*)；如 Figures 18、44、45 所示。(抛物形体也用在手电筒和汽车前灯的反光器中，这是什么原因呢？)

Challenge 135 s

物理学家喜欢推广路径的概念。如 Figure 45 所示，*路径*(*path*)是运动对象在关系图(diagram)中留下的痕迹。根据所用的关系图，这些路径会有不同名称：时空图(*space-time diagram*)，或者位置时间图，有助于理解相对论；*构型空间*(*configuration space*)，或者叫*位形空间*，由系统中所有粒子的坐标张成，对于多粒子系统，它有很高的维数，在自组织中起着重要作用；混沌和有序的差异可以描述为构型空间中的路径性质的差异；*速度图*，或者叫*速端图*(*hodograph*)是“速度空间”中的路径，可以用于天气预报。*相空间*(*phase space*)也称为*状态空间*(*state space*)，在热动力学中至关重要。

Ref 60

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

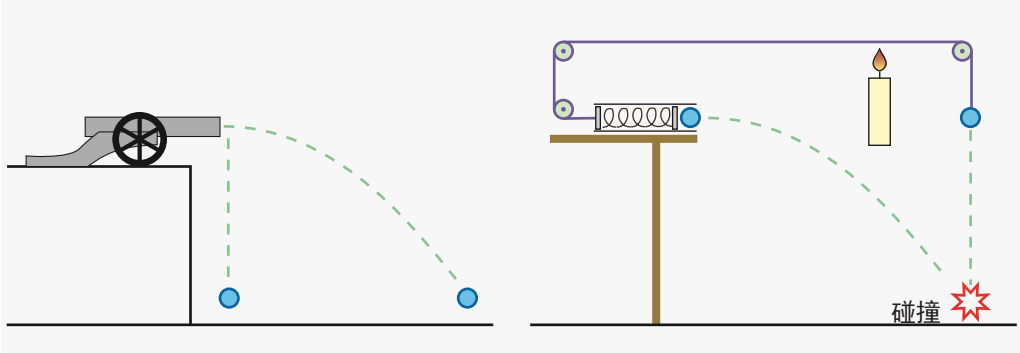


Figure 44 自由落体时间不取决于水平速度的两种检验方法。

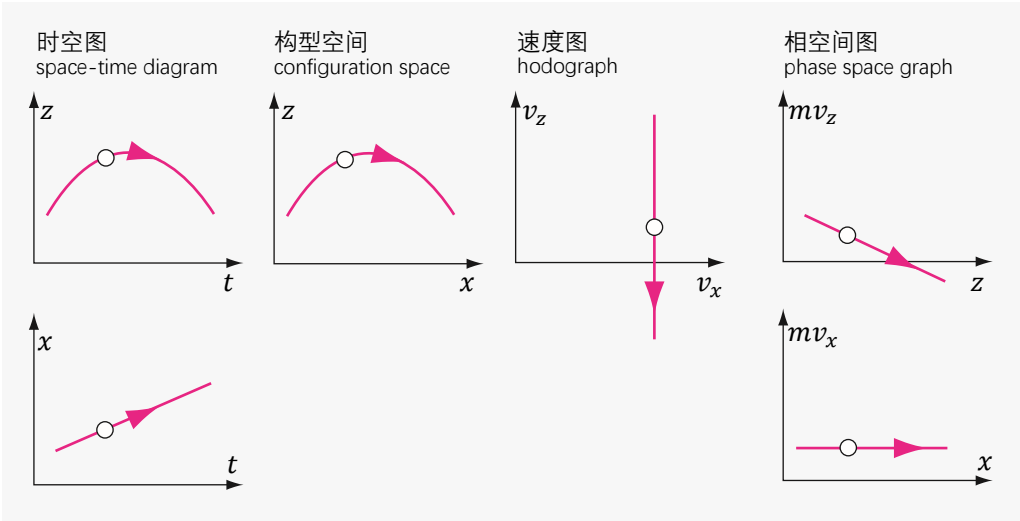


Figure 45 描述同一抛体运动的各种关系图。

奇趣挑战：投掷·跳跃·射击

运动的运动学描述(the kinematic description of motion)对于回答一系列问题很有用。

* *

Ref 61 跳远最远能到多少？2019 年，博尔特(Usain Bolt)创造了超过 12.5 m/s ≈ 45 km/h 的跑步
Ref 62 世界纪录，1997 年的女子纪录是 11 m/s ≈ 40 km/h。然而，男子跳远者却从未快跑到
9.5 m/s。如果他们全速助跑，他们能跳多远？他们怎么做到？此外，跳远运动员以约
Ref 63 20°的角度起跳，因为他们在奔跑速率下无法达到更大的角度。如果他们能达到
Challenge 136 s 45°，他们能跳多远？45°是最佳角度吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

为什么篮球运动员诺维茨基(Dirk Nowitzki)如此成功？他的教练霍尔格·格希维德纳(Holger Geschwindner)告诉他：要让球与水平面成约 47 度角入筐，能减少失误，最为稳妥；因为球在一个平面上飞行，因此手臂也应该只在那个平面中运动；当球脱手时，它应该像火车在铁轨上行驶一样，在最后两根手指上滚动。在这些投球标准的检查和改进下，诺维茨基成为了世上最棒的篮球运动员之一。

* *

撰写本文时，200 米短跑的两位世界纪录保持者是博尔特和约翰逊，他们有什么共同点？他们高大、健壮、肌肉中有许多迅速收缩的纤维。这些特征使他们成为优秀的短跑运动员。还有一点使他们成为世界级短跑运动员：他们脊椎扁平，几乎没有 S 形。骨骼精奇，万中无一，他们的脊柱不如普通人的灵活形变，却让他们每跨一步都比常人节省一点时间。这使他们在短距离比赛中脱颖而出。

* *

运动员在不断提高速率记录，赛马却没有，为啥？赛马的呼吸节奏与步态(gait)有关，人类则不然。赛马不能改进技术，因而测到赛马的速率基本上不变。

* *

人掷出物体的最高高度是多少？人投掷的最长距离是多远？如何澄清规则？比较这些结果与 1988 年德雷克(Harry Drake)用弩创造的 1871.8 米的记录、1987 年德雷克用脚弓达到的 1854.4 米，以及布朗(Don Brown)用手持弓创造的 1222.0 米纪录。

Challenge 137 s

* *

Challenge 138 s
Vol.II page 17

如何用伞测量雨落速率？这方法很重要：我们会在后面发现，同样的方法也可以用来测光速。是怎么做到的呢？

* *

Challenge 139 s

舞者在空中跳跃，在 Ta 回到地面之前，可以绕自身竖直轴转几圈？

* *

Ref 64

许多种蛾与蝶的毛虫会射出粪便，用气味妨碍捕食者定位它们。Stanley Caveney 及其团队拍下了该过程的照片。Figure 46 展示了一只巴西白斑弄蝶(*Calpodes ethlius*)的黄色毛虫在卷起的绿叶中被捕获。假设观测到的距离记录为 1.5 米(尽管这是银斑弄蝶(*Epargyreus clarus*)的数据)，喷射速率是多少？毛虫是如何做到的？

Challenge 140 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

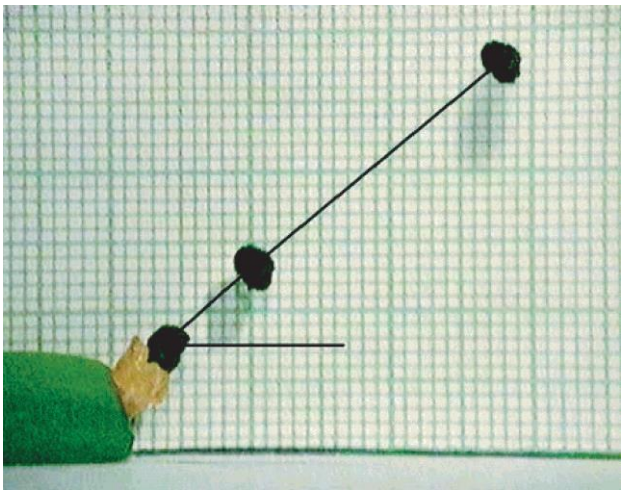


Figure 46
三张叠加的照片，一颗屎蛋被一只卷在树叶里的毛虫射出(©Stanley Caveney)

* *

Challenge 141 s 已知所掷石子的速率及其与水平线的夹角，石子可以达到的最远水平距离是多少？

* *

Challenge 142 s 抛球杂耍中，最多可以同时玩多少球？

* *

Challenge 143 s 如果没有空气阻力，雨滴会快到致命吗？冰雹呢？

* *

Challenge 144 s 用枪射向空中的子弹，再落回时是否危险？

* *

Challenge 145 s 警方在 30 米高的悬崖底部，距离悬崖 12 米远处发现了一具尸体。是自杀还是谋杀？

* *

Ref 65 如 Figure 47 所示，所有陆地动物，无论大小，跳跃高度最多 2.2 米。只需三言两语
Challenge 146 s 就能解释该现象，你能解答吗？最后还有两个问题。描述自由落体的公式(6)并非在所有情况下都成立，例如对落叶或薯片就不成立。正如伽利略所知，这是空气阻力的结果，我们很快就会讨论这个问题。由于空气阻力，石子的轨迹也不是抛物线。

其实，还有些情况下，即使没有空气阻力，落体轨迹也不是抛物线。你能举例
Challenge 147 s 吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

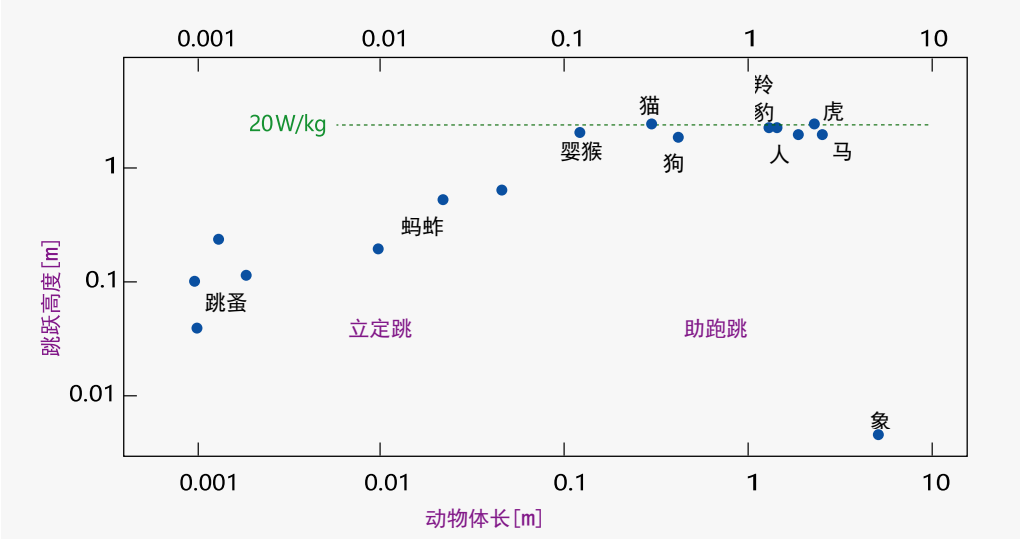


Figure 47 陆地动物跳跃所能达到的高度。

矢量

有些物理量有一个确定的方向，需用三个数或者说三个分量(component)来描述，称为矢量(*vectors*)，也译作向量，例如速度就是矢量。学着用这种多分量的量进行计算，是许多学科的重要能力。

矢量可以用小箭矢*[1]表示。注意，矢量没有特定的起点：两根方向相同、长度相同的箭矢是同一矢量，即使它们从空间中的不同点开始。矢量的行为类似于箭矢，可以相加或数乘。例如，在分量表示法中，将箭矢 $\boldsymbol{a} = (a_x, a_y, a_z)$ 拉长到原长的 c 倍，对应于$c\boldsymbol{a} = (ca_x, ca_y, ca_z)$。

在精确的数学语言中，向量是被称为向量空间(*vector space*)的集合中的元素。对于向量空间中的一切向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$，以及所有数 c 和 d，都有如下性质：

$$c(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = c\boldsymbol{a} + c\boldsymbol{b} \quad , \quad (c+d)\boldsymbol{a} = c\boldsymbol{a} + d\boldsymbol{a} \quad , \quad (cd)\boldsymbol{a} = c(d\boldsymbol{a}) \quad , \quad 1\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \qquad (9)$$

向量空间的例子有，一个对象的一切可能位置的集合，或其一切可能速度的集合；
Challenge 148 s 其一切自转的集合是否形成一个向量空间？

一切向量空间都允许定义唯一的零向量(*null vector*)，以及允许为每个向量定义
Challenge 149 e 唯一的负向量。

大多数描述自然的重要向量空间，都可以引入向量长度的概念，即向量的“大小或幅度(magnitude)”。这是通过引入两个向量的标量积(*scalar product*)做到的，顾名思

[1]* 译者注：arrow 翻译成了箭/矢/箭矢，而不是“箭头(arrow head)”，箭=箭头+箭身。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

义，标量积的结果是一个标量。标量(scalar)是对所有观测者都相同的数，例如对于空间取向不同的观测者而言相同。*[1]两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之间的标量积满足如下条件

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a}\boldsymbol{a} &\geq 0 \ , \\ \boldsymbol{a}\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{b}\boldsymbol{a} \ , \\ (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}')\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}'\boldsymbol{b} \ , \\ \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}') &= \boldsymbol{a}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}' \ , \\ (c\boldsymbol{a})\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{a}(c\boldsymbol{b}) = c(\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}) \ . \end{aligned} \tag{10}$$

服从该定义的标量积不是唯一的；不过有一种标准(standard)标量积，该标准标量积可以用笛卡尔坐标表示为

$$\boldsymbol{a}\boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \tag{11}$$

既可以写成 $\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}$，也可以用中间带点的表示法 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$。如果两个向量的标量积为零，
Challenge 150 e 则这两个向量是正交的(*orthogonal*)，即彼此成直角。(验证一下！)

向量的长度(*length*)或大小(*magnitude*)或范数(*norm*)可以定义为向量与其自身的标量积的平方根：$a = \sqrt{\boldsymbol{a}\boldsymbol{a}}$。通常，在本文中，长度用斜体书写，而向量**加粗**。大小也通常写作$a = \sqrt{\boldsymbol{a}^2}$。具有标量积的向量空间称为欧几里德(*Euclidean*)向量空间。

标量积对于确定方向特别有用。事实上，两个向量之间的标量积编码了它们之间
Challenge 151 s 的角度。你能推导这则重要关系吗？

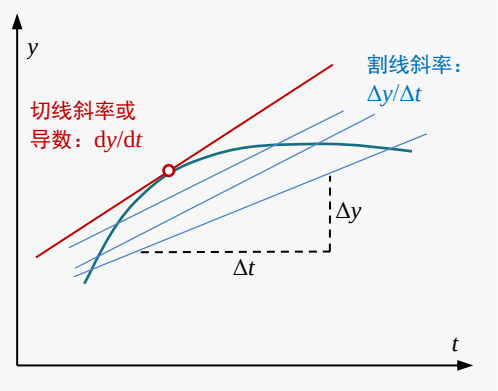


Figure 48 一点处的导数是割线的极限。

Figure 49 戈特弗里德·威廉·莱布尼茨(1646-1716)。

[1]*在数学中，标量是数(*number*)；在物理学中，标量是不变数(*invariant number*)，即对所有观测者都相同的数。在数学中，向量是向量空间的元素；在物理学中，矢量是向量空间的不变(*invarian*)元素，即当被不同的观测者观测时，其坐标会像速度分量一样变化的量。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

导数: 静止与速度

在自然界的伽利略式描述中，运动(motion)和静止(rest)是对立的。若一个物体的位置(即其坐标)，不随时间变化，它就处于静止状态。换言之，(伽利略式)静止被定义为

$$\boldsymbol{x}(t) = \text{const.} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{x}(t)$ 是三个坐标 $\big(x(t), y(t), z(t)\big)$ 的简写。稍后我们将看到，静止的这一定义其实用处不大，须以扩展。但不论怎么定义静止，总意味着可以通过比较位移快慢，也就是速度，来区分非静止的对象们。对象的速度(*velocity*) $\boldsymbol{v}$定义为其位置 $\boldsymbol{x}$ 随时间 t 的变化。通常记作

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} \tag{13}$$

此表达式中，算符 $\mathrm{d}\ /\mathrm{d}t$ 分别作用到每个坐标，表示“随时间变化”，我们说速度是位置对时间的导数(*derivative*)。速率(*speed*) $\boldsymbol{v}$ 是速度(*velocity*) $\boldsymbol{v}$ 的大小：$v = \sqrt{\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}}$ 。导数被写成分数形式，以提醒读者它来自斜率(slope)的概念。表达式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad \text{是对} \quad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta}{\Delta t} \quad \text{的略写} \tag{14}$$

如 Figure 48 所示，简单来说，一点处的导数(*derivative at a point*)是该点邻域内割线(secant)斜率的极限(*limit*)。该定义暗含了如下运算规则

Challenge 152 e

$$\frac{\mathrm{d}(s+r)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}(cs)}{\mathrm{d}t} = c\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}(sr)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}r + s\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \tag{15}$$

其中的 c 可以是任何数。对于物理学中的导数，所需知道的就这么多。像 $\mathrm{d}t$ 和 $\mathrm{d}s$ 这样的量，称为微分(*differential*)，有时它们本身就很有用。

这些概念归功于莱布尼茨*[1]。导数是所有基于空间和时间连续性的计算的基础。我们能在物理公式中描述和使用速度，特别是计算在给定时刻或空间点的速度，莱布尼茨居功甚伟。

---

[1]* 戈特弗里德·威廉·莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Leibniz, b. 1646 Leipzig, d. 1716 Hannover)律师、物理学家、数学家、哲学家、外交家、历史学家，人类伟大的思想家之一。他(在牛顿之前)发明了微积分(differential calculus)，还在他探索的各个领域出版了许多有影响力的著作，诸如《论组合术(*De arte combinatoria*)》、《新物理假说(*Hypothesis physica nova*)》、《形而上学论(*Discours de métaphysique*)》、《人类理智新论(*Nouveaux essais sur l'entendement humain*)》、《神正论(*Théodicée*)》、《单子论(*Monadologia*)》。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

速度的定义，取了极限 $\Delta t \to 0$，也就是假设自然界中确实存在无穷小时间间隔。之所以能用导数定义速度，是因为空间和时间皆由连续(*continuous*)集合描述，用数学语言来说，时与空是连通(*connected*)而完备(*complete*)的。自打经典物理学之初，无穷(*infinitie*)就存在于对自然界的描述中。无穷小是我们对速度定义的一部分。微积分实乃对无穷及其应用的研究。无穷的出现并不必然使描述变得荒谬或不精准。为了保持精准，物理学家只用到各种可能类型的无穷中最小的两种。我们之后再介绍它们的精确定义并概览其它类型的无穷。

Vol.III page 288

在对运动的通常描述中，无穷的出现首先遭到巴门尼德的门徒芝诺的讽刺批判。芝诺在他所谓的第三论证中说，由于每一时刻，给定对象都只占据了与其大小相对应的一部分空间，因此在给定时刻，速度没意义。他得出激进的结论：运动不存在。如今，我们不说这则论证反对了运动的*存在*，而说它反对了对运动的通常*描述*，特别是反对使用无限可分的空间和时间。(你同意吗？) 然而，芝诺所批判的描述在日常确实很有效。原因简单而深刻：日常变化确实是连续的。

Ref 66

Challenge 153 e

自然界的显著变化是由诸多细微变化组成的。这种自然性质并不明显。注意，我们默认对象的路径不是分形或其它行为不良的实体，这在日常无疑正确，但在其它自然领域不然。芝诺的质疑将在我们此行后期复现一部分，并随着我们此行渐远，愈演愈烈。只是部分地复现，因为最终的解决方案将与他设想的不同；另一方面，对“某一点的速度”这一概念的怀疑将是有充分根据的。不过，目前我们只有一条路：继续贯彻基础假设，即自然界的变化是光滑发生的。

Vol.VI page 65

为何速度是必要概念？为了精确描述运动，我们得找到明确对象状态所需要素的完备列表。速度的概念显然在列。

二阶导数:加速度

物体的加速度(*acceleration*) $\boldsymbol{a}$，是速度 $\boldsymbol{v}$ 随时间的变化

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t^2} \tag{16}$$

当大地震动、飞机起飞、自行车转弯，我们都能感受到加速。Table 13 中给出了更多示例。加速度是速度对时间的导数，加速度跟速度一样有大小和方向，加速度也是矢量，一如既往要用**粗体**字母来表示。

我们在汽车或摩托上可以感觉到被加速 (这些加速度低于1 g，当然是无害的)，这种加速感源自我们体内某些部分与其它部分的相对移动：加速度使我们形变。移动部分可以是耳朵里的小东西，可以是胃，或是四肢相对于躯干。所有加速度传感器，例如 Table 14 中列出的传感器和 Figure 50 中展示的传感器，无论是生物的还是科技的，都以这种方式工作。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 13 一些测得的加速度大小。

观测	加速度大小
你能找到的最小值是多少？	Challenge 154 s
M82 星系被其喷流反向加速	10 fm/s^2
年轻恒星被喷流加速	10 pm/s^2
太阳在银河系轨道上的加速度	0.2 nm/s^2
由于热辐射不平衡，先驱者卫星们减速	0.8 nm/s^2
地球自转引起的赤道离心加速度	33 mm/s^2
交流电引起的家用电线中的电子加速	50 mm/s^2
高速地铁加速度	1.3 m/s^2
月表引力加速度	1.6 m/s^2
根据法律，汽车在柏油路上的最小减速度	5.5 m/s^2
地表引力加速度，取决于位置	9.8±0.3 m/s^2
标准重力加速度	9.806 65 m/s^2
引擎驱动的汽车或摩托车的最高加速度	15 m/s^2
航天火箭起飞	20 to 90 m/s^2
猎豹加速	32 m/s^2
木星表面的引力加速度	25 m/s^2
家蝇(*Musca domestica*)	*c*.100 m/s^2
扔石子的加速度	*c*.120 m/s^2
能触发汽车安全气囊的加速度	360 m/s^2
最快的腿部加速(牧草长沫蝉，*Philaenus spumarius*)	4 km/s^2
网球撞墙	0.1 Mm/s^2
步枪子弹加速	2 Mm/s^2
最快的离心机	0.1 Gm/s^2
大型加速器中的质子加速度	90 Tm/s^2
原子核内质子的加速	10^{31} m/s^2
自然界的最大可能加速度	10^{52} m/s^2

加速度可感，当身体形变，体内的传感器就能检测它。更大的加速度效果更显著。例如，若坐着的人以两到三倍的重力加速度向上加速，眼睛会失灵，视野会变灰，因为血液无法到达。在 3 ~ 5g的加速下，或 7 ~ 9g的短时加速下，人会丧失意识，因为大脑缺血，血液甚至可能从脚或小腿渗出。给坐着的人施加朝向脚部的高加速度，会导致大脑出血性中风。故而喷气式飞机飞行员是高危职业，他们有特殊的衣服，可以将压缩空气输送到飞行员身体上，以避免血液积聚在错误的地方。

Ref 67

Challenge 155 s

你能想到一种你被加速但感觉不到的情况吗？

速度是位置的时间导数；加速度是位置对时间的二阶导数；还可以定义比加速度更高阶的时间导数。但我们稍后将看到，它们对描述自然几乎没啥帮助，这些更高阶导数甚至加速度本身都不能用于描述系统的运动状态。

Challenge 156 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 14 一些加速度传感器。

测量对象	传感器	量程
植物(根、干、枝、叶)测重力方向	细胞平衡石(statolith)	0 to 10 m/s^2
哺乳动物测加速度方向和大小	内耳椭圆囊和球囊(测线性加速度)； 每个半规管中的膜(测旋转加速度)	0 to 20 m/s^2
现代徒步旅行者的计步器测加速度的方向和大小	压电传感器	0 to 20 m/s^2
汽车测碰撞加速度的方向和大小	压电陶瓷气囊传感器	0 to 2000 m/s^2

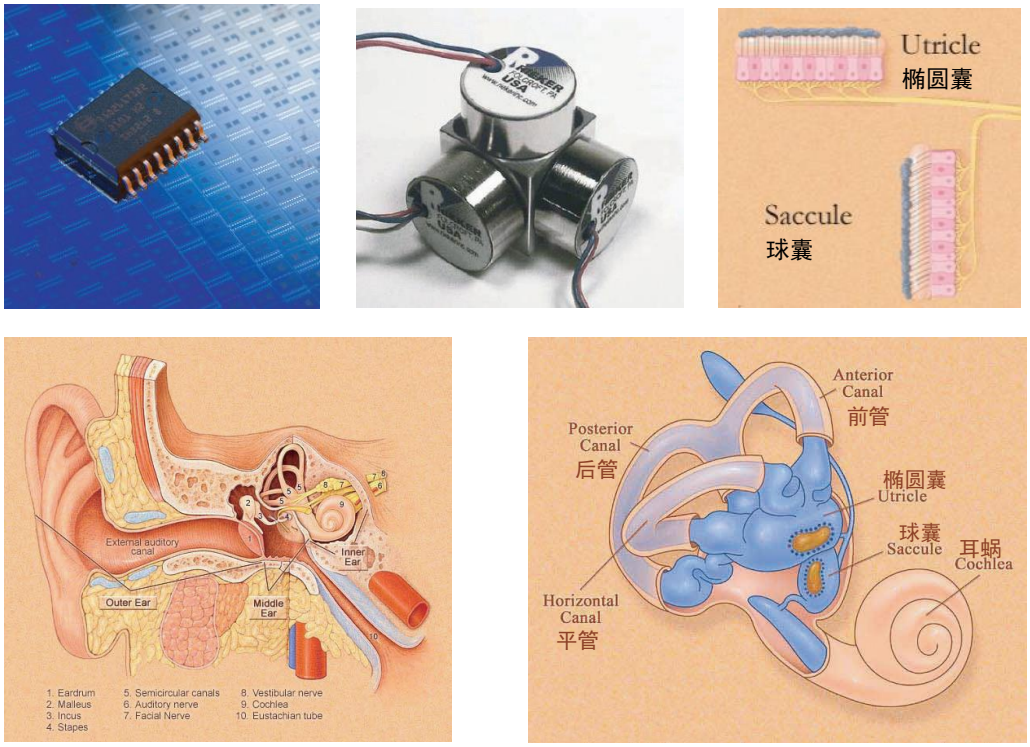


Figure 50 三种加速度计：单轴压电气囊传感器、三轴电容式加速计、人耳半规管及其附近的囊状物 (© Bosch, Rieker Electronics, Northwestern University)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

从对象到点粒子

Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch sämtliche Möglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten.*[1]

维特根斯坦《逻辑哲学论(2.0123)》

研究运动的目的之一，是找到对状态与对象的完备精准描述。借助空间概念，可以很细致地描述对象。特别是，我们从经验得知，日常对象都有条重要性质：可以被分成诸部分(*parts*)。这种观察结果可以表述为，任何对象(object)或物体(body)都有如下两条性质：一是，由*物质*(*matter*)构成*[2]，物质是物体不可入性(impenetrability)的要素，即阻止两个对象在同一个地方；二是，物体具有某种*形式*(*form*)或形状(shape)，定义为这种不可入性在空间中的精确分布方式。

Challenge 157 e

要精准描述运动，最好从简单对象入手。一般来说，物体越小越简单。小到不需要考虑其诸部分的物体被称为*粒子*(*particle*) (旧术语 *corpuscle* 已经过时了)。粒子是理想化的小石子。极端情况下，粒子的大小与其运动尺度相比可以忽略不计，这时，其位置完全由一组三元坐标来描述，这种粒子被称为点粒子(*point particle*)，或点质量(*point mass*)，或质量点(*mass point*)。(6)式假设石子就是这种点粒子。

日常有点状对象吗，也就是比任何可观测对象都小的对象？有也没有。星星最典型了。目前，受大气涨落所限，能测量的星星角直径小至 2 μrad；太空中的望远镜，由其直径决定的角度极限在 10 nrad 量级。若无条件限制，星星们的角直径理应比这还小，故而堪称“点状”。

少数大型或邻近恒星(大多是红巨星)的大小却是例外，可以用特殊仪器测量。*[3]人们测量了一些恒星的大小，例如 Figure 51 所示的参宿四(Betelgeuse)，还有米拉(Mira in Cetus)，心宿二(Antares)，毕宿五(Aldebran in Taurus), 天狼星(Sirius in Canis Major)，它们都离地球不到两千光年。诸星体尺寸比较见 Figure 52。虽然一切恒星的大小都是有限的，但人们无法通过在照片中测量它们的尺寸来证明这一点。(真的吗？)

Ref 69
Challenge 158 s

---

[1]* “若我知晓一个对象，那么我也知晓其在诸原子事态中出现的所有可能性。”

[2]* 物质(matter)一词源自拉丁语“materia”，意为“木料”，从意为“母亲”的“mater”辗转派生而来。(译者注：“物质”一词有歧义，最重要的是：matter 指抽象的母料，与形式相对，强调非分化、统一、“在”；substance 是承载了形式的不同主体或实体，强调差异、强调“是”；等等。)

Ref 68

[3]* stars.astro.illinois.edu/sow/sowlist.html 介绍了各种恒星。www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations (译者注：若不可用，试试 user.astro.wisc.edu/~dolan/constellations)提供了详细而有趣的星座信息。

行星的介绍，请参阅《Kenneth R. Lang & Charles A. Whitney, *Vagabonds de l'espace – Exploration et découverte dans le système solaire*, Springer Verlag, 1993》。在《Dav id Malin, *A View of the Universe*, Sky Publishing and Cambridge University Press, 1993》中可以找到令人惊叹的精美恒星图片。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

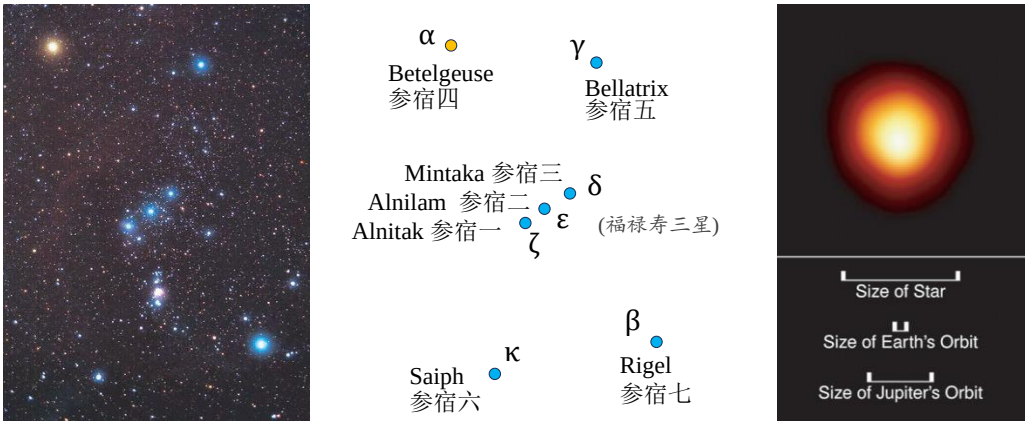


Figure 51 左：猎户座(Orion，也即我国古代的参宿)自然色图片 (© Matthew Spinelli)；
右：猎户座 α 特写(Betelgeuse，即参宿四) (ESA, NASA)

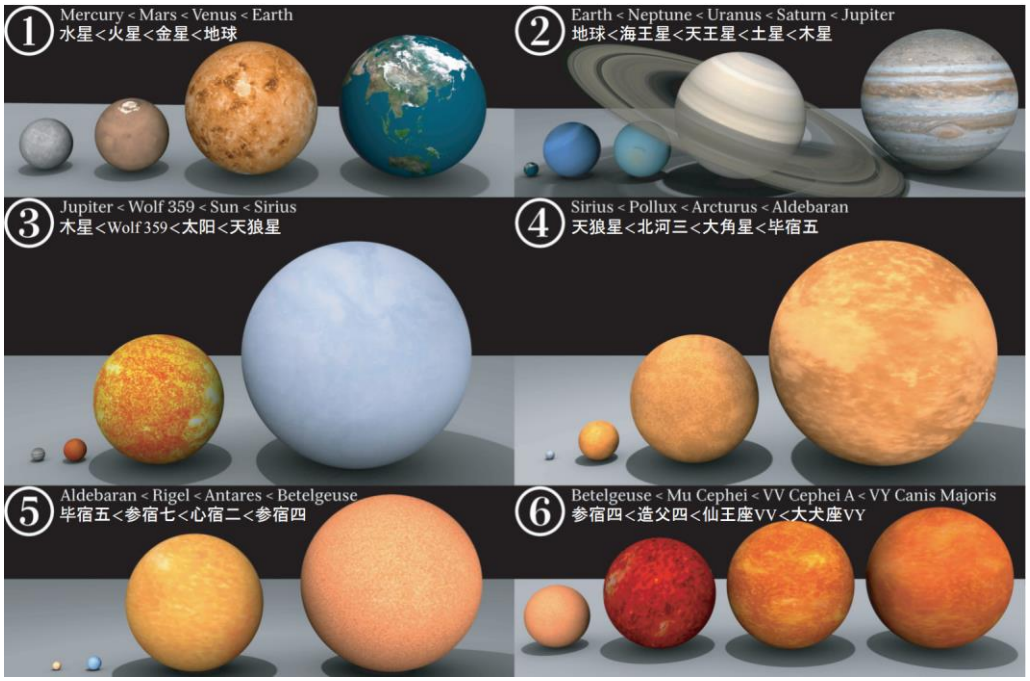


Figure 52 星体比大小(© Dave Jarvis)

Challenge 159 e

“点”源跟有限尺寸源的区别肉眼可见：(瞧！)恒星在夜空闪烁，但行星不。星星闪烁由空气湍流造成，Figure 53 展示了一种漂亮的可视化。微弱的湍流使光线发生微小偏移(deflection)，这对几近点状的恒星才有影响，不会让角直径较大的源闪烁，如行星或人造卫星*[1]，因为微小偏移会被平均掉。

[1]* 卫星(*satellite*)是绕行星运行的物体，如月球；人造卫星是人类送入轨道的系统，如人造卫星。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

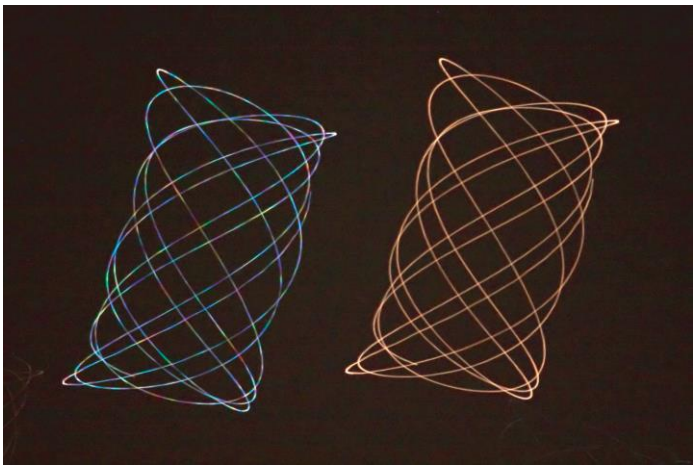


Figure 53
轩辕十四(Regulus)和火星，于 2010 年 6 月 4 日用晃动着的相机(wobbling camera)拍摄，曝光时间为 10 秒，显示了闪烁的点状恒星和不闪烁的广延行星的区别(© Jürgen Michelberger)

对于肉眼来说，角直径小于 2′ = 0.6 mrad 的对象就算是点状的了。你能估计“点状”尘埃颗粒的大小吗？顺便说一句，对于点状对象，如果其光度(luminosity)，即物体到达眼睛的光的强度，低于某个临界值，那么对象就肉眼不可见了。估计一下，从月球或航天飞机上能否看到任何人造对象？

Challenge 160 s
Challenge 161 s

上述对“点状”的日常定义显然有点牵强，是高仿货。有没有货真价实的点粒子呢？能不能证明一枚粒子直径为零？同样，我们要质问并检验是否存在空间点。此行将使我们得出惊人结论：这些问题的答案都是否定的。咋回事呢？如果你觉得这不好理解，别灰心，许多聪明人都有同样的问题。

Challenge 162 s

然而，许多粒子，如电子、夸克、光子，对一切实用目的都是点状的。只需描述点粒子的运动，即可描述广延体的运动，无论广延体是刚性还是可形变：我们都假设它们由诸部分组成。这与组合动物各个身体部位的运动来描述动物整体运动的方法相同。最简单的描述是连续体近似(*continuum approximation*)，将广延体描述为点粒子的无限集合。这让我们能理解并预测奶与蜜的运动、飓风与香水的运动，让我们能描述火与所有其它气体的运动、竹子在风中的弯曲、口香糖形变以及动植物的生长，对一切土水火风屡试不爽。

Ref 70

迄今一切观测都证实，大物体的运动可以完全精确地描述为其各部分运动的结果。所有人造机器都基于这一理念。之后会给出比连续体近似更精确的描述。用物体各部分的运动来描述物体的运动将指导我们完成登山的前五卷，我们也以这种方式理解生活。直到最后一卷，我们才会发现，在基本尺度上，这种分解是不可行的。

Vol.IV page 15

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

腿与轮

物体的各个部分决定了其形状。形状是物体的重要要素：它告诉我们如何计数物体。特别是，生物总是由一个身体组成的。这并非空话：从这个事实，我们可以推断出动物不能有大轮子或大螺旋桨，只能有腿、鳍、翅膀。为什么呢？

Vol.V page 365
Ref 71

生物只有一个表面，就是说只有一张表皮。从数学上讲，动物是连通的(*connected*)。人们经常提到，血管、神经、淋巴之类的，要是连在一个旋转的部分上，就会缠结在一起，这可不易证明。你看，Figure 54 就指出了一种可能性：一个物体相对于另一物体连续旋转，而不使连线缠结：三维空间允许拴系自转(*tethered rotation*)。你能在自己身说找到这种所谓拴系自转运动吗？在不阻碍自转的情况下，能连接多少绳带到图中的旋转体上？

Challenge 163 s
Challenge 164 s

动物虽可能有旋转部件，但 Figure 54 或 Figure 55 的方法并不能用于制造实用的轮子或螺旋桨。(为什么呐？)因而进化必须避免动物体出现(大型)定轴转动部件。这就是自然界没有螺旋桨和轮子的原因。不过这一限制并未排除生物体作为一个整体自转的可能：风滚草、各种树木的种子、一些昆虫、蜘蛛、某些其它动物、儿童、舞者，都偶尔会作为一个整体来滚动或自转。

Challenge 165 s
Ref 72

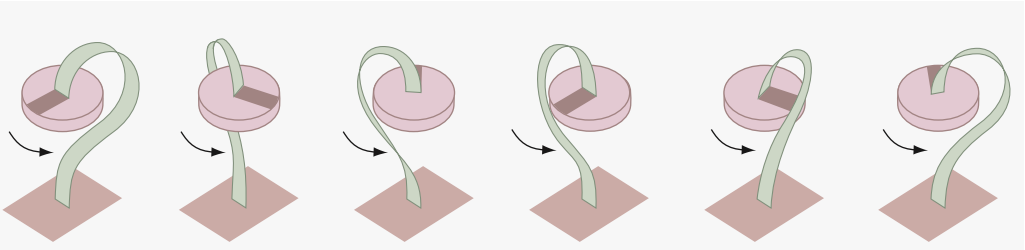


Figure 54 拴系自转：一个对象如何连续自转而不与另一对象缠结。

Figure 55
拴系自转(三维版)：附着于环境的对象连续旋转
(QuickTime film © Jason Hise)

(译者注:该视频可在英文原版观看，或在油管、推特等平台观看博主 Jason Hise 的视频与动图。拴系自转是运动岭的核心理念之一。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

因此，大型单体(*large single body*)以及所有大型生物，只能通过自身形变来移
Ref 73 动，即，仅限于行走、奔跑、跳跃、翻滚、滑翔、爬行、摆鳍、扇翅。移动腿脚是使身体形变的常见方式。

Ref 74 Figure 56 与 Figure 57 展示了用腿的极端案例。有几种会滚动的蜘蛛，其中最极
Ref 75 端的是生活在摩洛哥沙地上的塞布蛛(*Cebrennus*)。它们用腿滚动，能控制滚动方向，甚至能滚上坡度 30%的坡*[1]——这是人类无法完实现的壮举。滚动运动的视频可以
Vol.V page 281 在 www.bionik.tu-berlin.de 找到*[2]。水上行走如 Figure 127 所示；稍后还将给出翅膀的
Vol.V page 282 例子，以及水中游泳的各种形变。

与此不同，自行车、脚踏船或其它机器，这种由若干物体组合而成的系统可以在不改变其各部件形状的情况下移动，从而可以使用带有轮子、螺旋桨和其它旋转装置的轴。*[3]

简言之，只要我们观察到某结构中的某个部分在不断转动(并且没有 Figure 54 中的那种“拴系”)，我们立即就知道该结构是人工制品：它是台机器，不是个生物。然而，就像许多关于生物的陈述一样，这也有例外。

如果整个系统仅由几个分子组成，那么一个和两个物体之间的区别就很难界定。这种情况在细菌内部最为明显。大肠杆菌(*Escherichia coil,* 人类肠道中常见的细菌)或沙门氏菌(*Salmonella*)家族等生物体都利用鞭毛游泳。鞭毛(*Flagella*)是一种细丝，类似于伸出细胞膜的细小毛发。1970 年代的研究表明，由一个或几个直径为几
Vol.V page 282 十纳米的长分子组成的每根鞭毛，实际上都在绕着它的轴转动。

细菌能顺时针和逆时针旋转鞭毛，每秒能转 1000 多圈，并且可以完美同步地
Ref 76 旋转所有鞭毛。这些轮子非常小，无需机械连接；Figure 58 展示了细菌中发现的许
Ref 77 多运动模型。这些惊人构造的运动和结构在 Figure 59 和 Figure 60 的影片中有更详细的展示。

总之，轮轴确实存在于生物中，但只能是微型的。这些轮子的生长和运动是大自然的奇迹。宏观生物可以滚动，但不可能生有轮子。

---

[1]* 译者注：坡度是坡高与坡距的比值，即坡角的正切值，例如此处 30%坡度的坡角约为 17°。

[2]* 纳米比亚的 *Carparachne* 属的轮蛛也以滚动闻名，它们的运动视频可以在网上找到。

[3]* 自然界的运动结构(通常称为动物, animal)虽不能使用旋转部件，且只能一体化构造，这都是不利的，但自然界的运动结构通常还是优于人造机械的。例如，将进化建造的最小飞行系统的大小与人造飞行系统进行比较。(参见 pixelito.reference.be) 这种差异有两个原因。首先，自然系统集成了维修养护系统；其次，大自然可以在小口容器内建造大型结构。大自然非常擅长在玻璃瓶中
Challenge 166 s 造帆船这种事。人体充满了这样的例子，你能举几个例子吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 56 生物们的腿与“轮”：赤首马陆 *Aphistogoniulus erythrocephalus*(体长 15 cm)，玻璃板上的壁虎(体长 15 cm)，变形虫 *Amoeba proteus* (1 mm)，滚动的虾 *Nannosquilla decemspinosa* (体长 2 cm，每 1.5 转/s，甚至可以在稍微上坡的斜坡上滚动)，滚动的毛毛虫 *Pleurotya ruralis* (只能滚下坡，躲避捕食者) (©David Parks, Marcel Berendsen, Antonio Guillén Oterino, Robert Full, John Brackenbury / Science Photo Library)

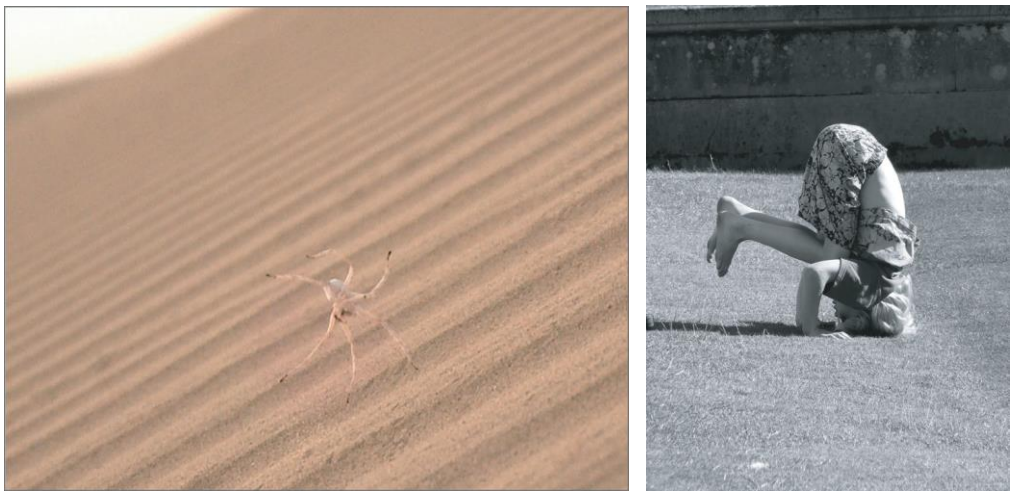


Figure 57 两种能滚上陡坡的罕见生命形式：沙漠蜘蛛 *Cebrennus villosus* 和智人 *Homo sapiens* (© Ingo Rechenberg, Karva Javi)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

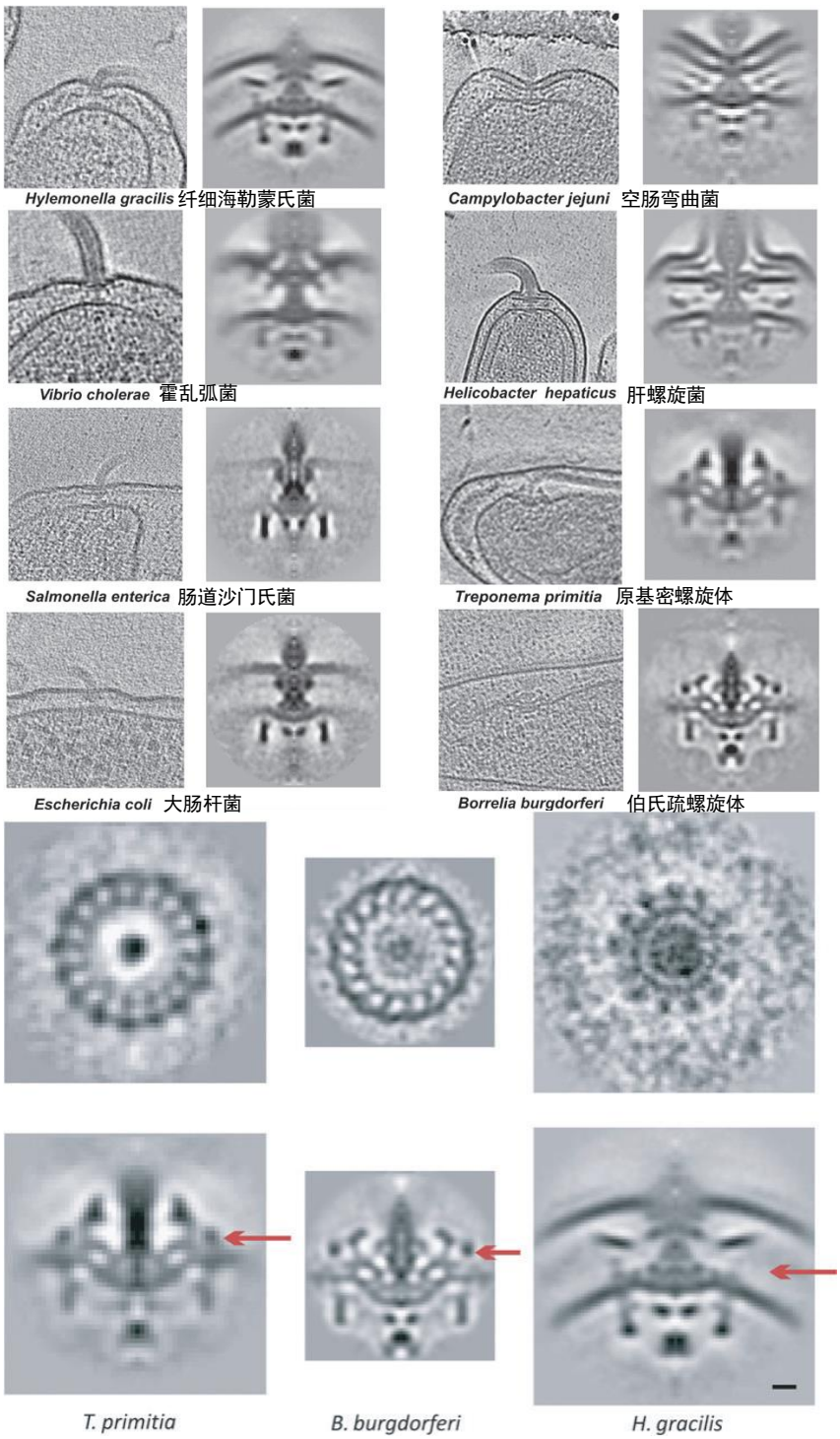


Figure 58 自然界中发现的几种鞭毛马达的纵向剖面图以及其中三种的横切图，这些图像是用冷冻断层摄影术(cryotomography)拍摄的。所有黄色标尺的长度均为 10 nm (© S. Chen & al., EMBO Journal, Wiley & Sons)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

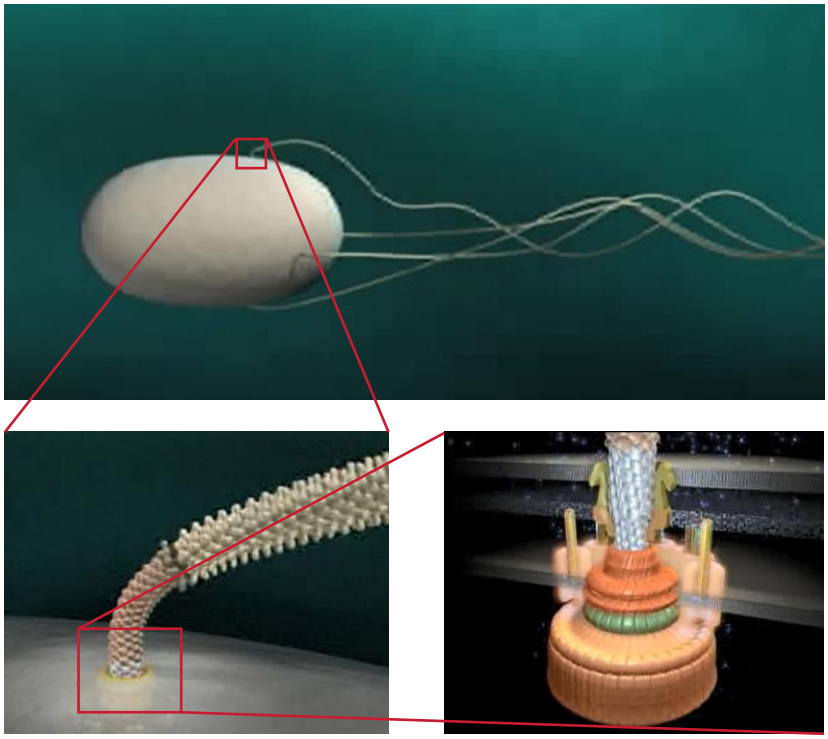


Figure 59 细菌鞭毛的旋转运动及其逆转(QuickTime film © Osaka University)

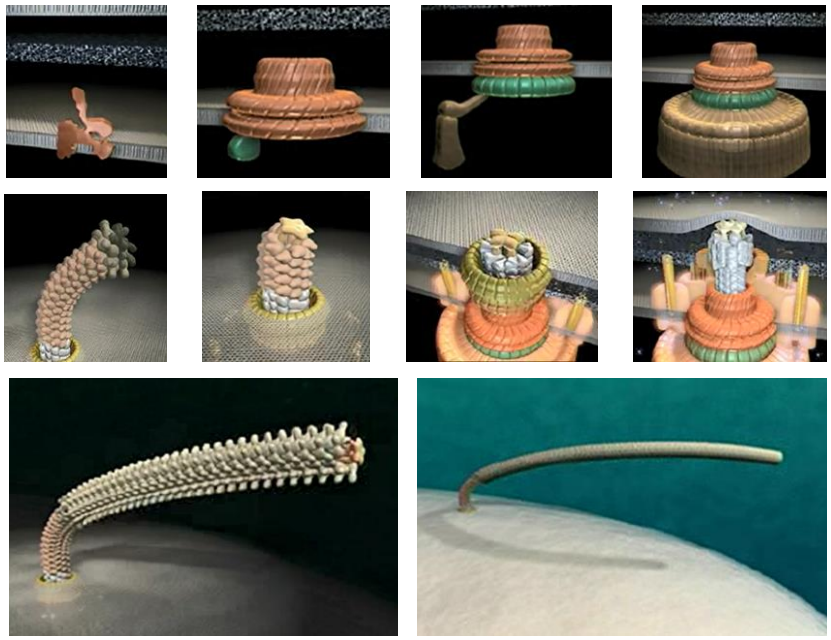


Figure 60 细菌鞭毛的生长，展示了分子组装(QuickTime film © Osaka Univer-sity)

(译者注:这两支视频可在英文原版观看，或在 B 站、油管、推特等视频平台搜索观看细菌鞭毛的相关视频。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：运动学

Challenge 167 s 迄今所造的最大的轮子是什么？

* *

守门员以大约 30 m/s 的速率射出足球。用视频计算足球理应飞出的距离，并与足球
Challenge 168 s 在比赛中实现的距离进行比较，发现二者不符。差异从何而来？

* *

一列火车以 10 m/s 的恒定速率在相距 36 km 的 A 和 B 两市间行驶。这趟火车要花一个小时。与火车同时，一只飞快的鸽子以 20 m/s 的速率从 A 飞到 B。鸽子比火车快，先到达 B。然后鸽子飞回 A。当它遇到火车时，它又折返到城市 B。它继续来
Challenge 169 e 回飞行，直到火车到达 B。鸽子飞了多少路程？

* *

Figure 62 显示，大炮周围有这么一条线，在这之外的对象不会被击中。早在 17 世纪，托里拆利(Evangelista Torricelli)就在没有代数的情况下证明了这条线是抛物线，并称之
Challenge 170 e 为安全抛物线(parabola of safety)。你能证明吗？又，你能证明所有轨迹的最高点都在某个椭圆上吗？哦对了，安全抛物线也出现在某些喷泉中。

Figure 61 彗星，比如 2007 年看到的美丽的麦克诺特(McNaught)，它是像还是体？如何说明？(为什么尾巴是弯曲的？) (© Robert McNaught)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

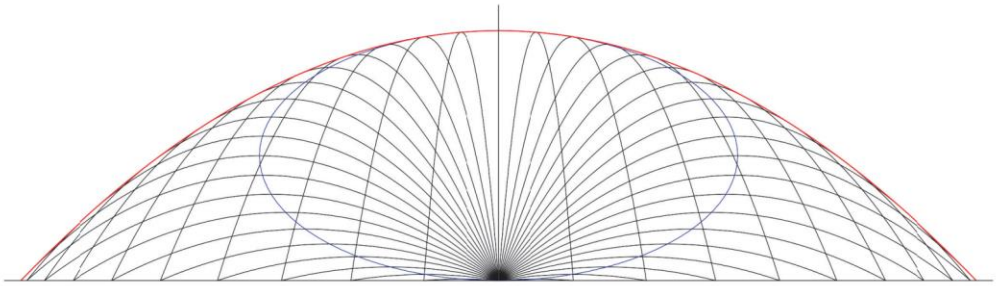


Figure 62 围绕大炮的安全抛物线(三维则为抛物面)，以红色显示。所有轨迹的最高点形成一个椭圆，以蓝色显示(© Theon)

* *

在桌子边缘附近的一张纸上竖直平衡一支铅笔(尖端朝上！)。怎么能不让铅笔倒下，就把纸抽出来呢？ Challenge 171 e

* *

Challenge 172 e 乘飞机从 A 点飞到 B 点再飞回 A 点，有风或无风，哪个更快？

* *

不威胁人类生命的加速度大小，取决于其持续时间。在 0.1 秒内，飞机弹射座椅产生的 30 g = 300 $\mathrm{m/s^2}$是可以接受的。(似乎人类幸存下来的最大加速度记录约为 80 g = 800 $\mathrm{m/s^2}$)但通常，15 g = 150 $\mathrm{m/s^2}$以上的加速度就是致命的。

* *

在粒子碰撞中观测到的最高微观加速度，高达 10^{35} $\mathrm{m/s^2}$；最高宏观加速度可能出现在超新星坍缩中，爆炸的恒星即使在白天也可见。地球上最高加速度的一个候选现象是出现于液体中的气泡坍缩，这一过程称为空化(*cavitation*)。空化通常会发光，这是 Ref 78 Frenzel 和 Schultes 在 1934 年发现的一种效应，称为声致发光(*sonoluminescence*)。(见 Figure 63)当水中的气泡被水下扬声器以约 30 kHz 的频率膨胀和收缩时最明显，可以精确测量气泡的运动。在某一阈值强度下，气泡半径以 1500 m/s 的速率变化，变 Ref 79 化幅度仅为几 μm，加速度高达 10^{11} $\mathrm{m/s^2}$。

* *

腿易造。大自然甚至培育出了一种有 750 条腿的千足虫：*Illacme plenipes*(伊尔卡米千足虫)。该动物体长 3 至 4 厘米，宽约 0.5 毫米。这似乎是迄今为止的多腿记录。与它的名字相反，千足虫其实没有一千条腿。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

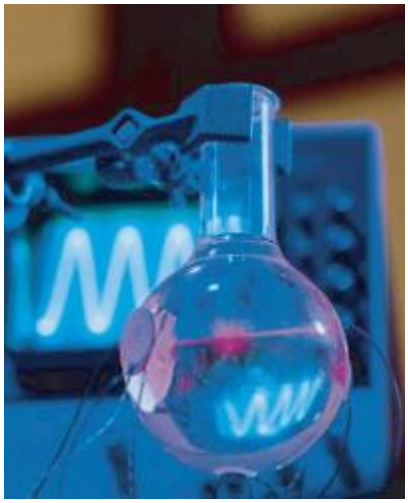


Figure 63
用超声波水中聚焦的简单装置观察声致发光
(© Detlef Lohse)

小结：运动学

用三个坐标 $(x(t), y(t), z(t))$ 描述质量点的日常运动是简单、精准、完备的。对路径的这种描述是运动学的基础。如是，空间被描述为三维欧几里德空间，速度和加速度被描述为欧几里德向量。

用路径描述运动，假设了对象的运动可以沿其路径追踪。这种描述往往不适用于一种重要的情况：像的运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 4

对象·影像·守恒

在森林中，我们看到两种截然不同的运动：微风吹动树叶，地上叶影婆娑。阴影是一种简单的影像。影像(image)与对象(object)都能运动，二者的位置都能随时间变化。奔跑的老虎、飘落的雪花、火山喷出的物质、我们身后的影子、灯塔在薄雾中的光晕，以及与我们保持不变视距的彩虹，都能运动。

Ref 80

影像与对象都有别于其环境，因为它们有规定其大小和形状的边界(*boundary*)。但看过动画片的人都知道，影像的运动远比对象令人惊讶。影像可以改变其大小和形状，甚至可以改变颜色，这是只有少数对象能做到的壮举*[1]。影像可以毫无征兆地出现、消失、倍增、重叠、逆转、不受重力等各种外力影响。影像，即使是普通的影子，也可以比光移动得更快。影像可以在空间悬浮，可以与试图靠近的对象总保持相同的距离。对象几乎一条都做不到。总之，“动画片物理定律(law of cartoon physics)”与自然界物理定律大有不同。其实，与对象运动相比，影像运动似乎不遵循任何规则。看来有必要制定精确的标准，以区分对象与影像。

Ref 82

明确区分影像与对象的方法，与儿童或动物第一次站在镜子前所使用的方法相同：尝试触摸所见。的确，

▷ 若能触及所见，或更确切地说，若能通过碰撞来移动它，则称之为对象(*object*)，否则称之为影像或像(*image*)。*[2]

影像不能被触及，但对象可以；影像不能相互碰撞，但对象可以。触摸某物意味着感觉到它在抵抗被移动。像蝴蝶这种轻小物体，阻碍较弱，容易移动，而其它物体，如船只，阻碍较大，移动起来更困难。

Vol.IV page 139

---

[1]* 除了秋天树叶变色等非常缓慢的变化外，自然界中只有某些晶体、章鱼等头足动物、变色龙等一些动物能够做到这一点。而在人造对象中，电子显示器、被加热的物体和某些激光都可以变色。你知道更多例子吗？关于色彩的一个很好的信息源是《K. Nassau, *The Physics and Chemistry of Colour – the fifteen causes of colour*, J.Wiley & Sons, 1983》；精美科普书《Flemish astronomer MarcelG. J. Minnaert, *Light and Colour in the Outdoors*, Springer, 1993》是根据他的系列丛书《*De natuurkunde van't vrije veld*, Thieme & Cie, 1937》改编而来的版本。每位自然科学家都该读读。还有个很棒的简洁网站 webexhibits.org/causesofcolour。

Challenge 173 s

Ref 81

[2]* 有人建议考虑物体可以被旋转的要求，但该要求在原子的情形中带来困难，如第四卷 page 85 所解释的那样。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 对运动的阻碍——更确切地说，对运动变化的阻碍——称为惯性(*inertia*)，物体被移动的难度称为其(惯性)质量。

影像既没有惯性也没有质量。

总之，为了描述运动，我们必须区分可触及且不可入的物体，与不可触及且可入的影像。一切可见的东西要么是对象，要么是影像，没有第三种可能(你同意吗)。如果对象太远，无法触达，比如恒星或彗星，那么很难判断是在处理影像还是对象，我们会反复遭遇这种困境。你如何证明例如 Figure 61 中的彗星是对象，而非伽利略(错误)声称的影像？

Challenge 174 s
Challenge 175 s

物体由物质(*matter*)构成，影像由辐射(*radiation*)构成。影像是皮影戏、电影、电视、计算机图形学、信仰体系、drug 专家们的领域。照片、影片、鬼魂、天使、梦境和许多幻象都是影像(有时伴随大脑功能障碍)。为了理解影像，我们需要研究辐射(以及眼与脑)。不过，出于对象的重要性，我们先研究对象，毕竟我们自己也是对象。

Ref 83

运动与接触

德谟克利特断言，唯有一种运动：碰撞产生的运动。

Ref 84

埃提乌斯(Aetius), *Opinions*.

孩子骑独轮车的时候，会利用世界的一条普遍规则：一个物体作用于(act on)另一物体会改变其运动。其实，只需约六小时，谁都能学会骑独轮车。一切生活乐趣，诸如玩具、机器、动物、男人、女人、孩子、大海、轻风、电影、杂技、漫步、爱，都变现为：*一些东西推动着另一些东西*。因此，我们的第一个挑战是更精确地描述由接触和碰撞引起的运动传递(transfer of motion)。

接触(contact)并非推动事物的唯一方式，比如苹果从树上落下，或者磁铁互相吸引。非接触式影响颇具魅力：明明没什么隐藏的玄机，却发生了一些神秘的事情。接触式运动似乎更易把握，所以人们通常从它开始研究。我们也从接触开始，这将使我们获得与骑自行车类似的经验。(见 Figure 64。)若我们以恒定速率骑自行车，并试图通过推动右侧转向杆来左转，我们却会右转。摩托车手也知道这种令人惊讶的效应，它显然只在某个最低速率以上才有效。你能确定这个速率是多少吗？小心！推得过猛会使你跌倒。

Challenge 176 s

类似的事情也会发生在我们身上，虽然我们选择了接触运动，但前路很快就会迫使我们研究非接触式相互作用。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

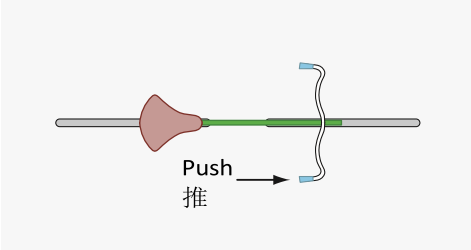


Figure 64 自行车会往哪边转？

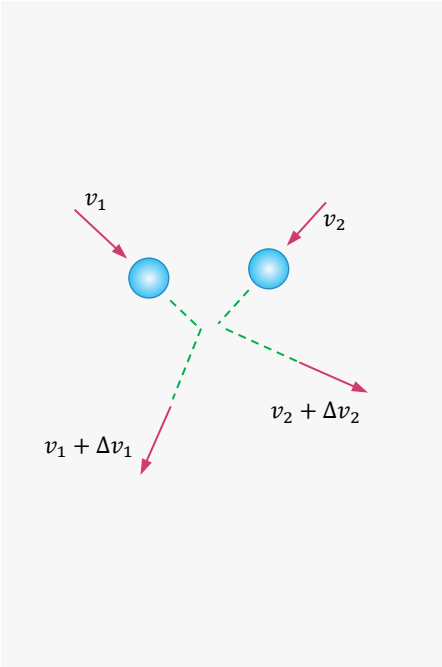


Figure 65 碰撞定义质量。

Figure 66 标准千克(2019 年之前) (© BIPM)

Figure 67 安托万-洛朗·拉瓦锡及其妻子。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

何为质量？

Δός μοί (φησι) ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν.
Da ubi consistam, et terram movebo.*[1]
阿基米德(Archimedes)

当我们去推一些不熟悉的东西，比如在街上踢一个物体，我们自动注意到的要素与孩子们第一次站在镜子前或第一次看到红色激光点时所探索的要素相同：试探陌生实体是否能被推动或抓住，并注意未知对象在他们的影响下是如何移动的。这都是碰撞实验。碰撞实验的高精度版本如 Figure 65 所示。用不同的对象重复这样的实验，我们发现：

▷ 每个对象 i 都有一个固定的量 m_i，它由如下关系决定

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta \boldsymbol{v}_2} \tag{17}$$

其中 $\Delta \boldsymbol{v}$ 是碰撞产生的速度变化。量 m_i称为对象 i 的质量(*mass*)。

对象质量越大，其速度越难改变。为了让大家都得出同样的质量数值，必须预先确定一个特选对象的质量值。如 Figure 66 所示，世上确曾有个叫标准千克(*standard kilogram*)的特殊对象，精心存放于巴黎附近塞弗尔(Sèvres)的玻璃容器内。直到 2019 年，以标准千克为单位，决定了世上所有其它物体质量的数值。标准千克每几年才被接触一次，以防灰尘、潮湿、划痕改变其质量。标准千克并未保存在真空中，以防脱气(outgassing)影响质量。可就算再怎么留心，也无法避免诸行之无常，所以 2019 年，千克单位已经用 Figure 1 所示的基本常数 G (间接通过铯跃迁频率)、c、$\hbar$ 重新定义。如此，人人都能在实验室复现标准千克，只要足够细心。

质量衡量的是移动物体的难度，大质量体比小质量体更难移动。显然，对象才
Ref 68 有质量，影像没有。(顺带一提，“质量(mass)”这个词是通过拉丁语从希腊语 *μαζα*(面包)或希伯来语“mazza”(无酵面包)派生来的。含义变化巨大。)

对象的日常实验还表明，在任何碰撞过程中，总质量守恒：

$$\sum_i m_i = \text{const} \tag{18}$$

[1]* “给我一个支点，我将撬动大地(Earth/Terra)。”阿基米德(Archimedes, c. 283–212)，希腊科学家和
Ref 85 工程师。这句话是帕普斯(Pappus)归给他的。阿基米德已经知道可移动和不可移动对象的区分是无意义的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

质量守恒原理最早由拉瓦锡*[1]提出。质量守恒也意味着复合系统的质量是各组分质量之和。简言之，质量也是对物质之量(*the quantity of matter*)的度量。(译者注:注意不是 *amount of substance*。)

在 16 世纪的一次著名实验中，伽利略的朋友桑托里奥(Santorio, 1561-1636)在几周的时间里，带着他所有的食物和饮料，以及他的厕所，生活在一个大秤上。他想检验质量守恒。他测得的重量是如何随时间变化的呢？ Challenge 177 s

古今各种邪教(cult)领袖都假装他们自己可以无中生有地产生物质。这会破坏质量守恒。如何戳破这些人的谎言呢？ Challenge 178 s

动量与质量

还可以用另一种方式定义质量。我们可以为每个对象 i 赋予一个数 m_i，对于不受外界干扰的碰撞，如下总和在整个碰撞过程中保持不变：

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = \text{const} \tag{19}$$

速度 $\boldsymbol{v}_i$ 和质量 m_i 的乘积称为物体的(线性)*动量*(*momentum*)。碰撞前后，系统的总动量是相同的，动量是个*守恒量*(*conserved quantity*)。

▷ 动量守恒定义了质量。

(18)和(19)这两大守恒原理最早由重要物理学家惠更斯*[2]提出：动量和质量在物体的日常运动中是守恒的。特别是，这两个量都不能定义于影像的运动。Table 15 给出了一些典型的动量值。

---

[1]* 安托万-洛朗·拉瓦锡(Antoine-Laurent Lavoisier, b. 1743 Paris , d. 1794 Paris)天才化学家。拉瓦锡是首位理解燃烧是与氧气反应的人。他发现了水的组分，将质量测量引入化学。有则关于他性格的轶事：他在法国大革命期间被(不公正地)送上断头台，他决定利用这机会进行科学实验。他宣布，在他的头被砍下后，他将尽量频繁眨眼，以展示失去意识需要多长时间。拉瓦锡设法眨眼了 11 次。目前尚不清楚这故事真假，可能是真的吧。其实在没有痛苦或震荡的情况下，人被斩首后可以保持意识长达半分钟。 Ref 86

[2]* 克里斯蒂安·惠更斯(Christiaan Huygens, b. 1629 's Gravenhage, d. 1695 Hofwyck) 是他那个时代的主要物理学家和数学家。惠更斯澄清了一些力学概念，也是最早证明光是波的人之一。他写了关于概率论、时钟机制、光学和天文学的有影响力的著作。惠更斯还证明了猎户座星云由恒星组成，发现了土卫六(Titan, 泰坦星)，并表明土星环由岩石组成(这与密度比水低的土星本身形成对比)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 68 克里斯蒂安·惠更斯。

Table 15 一些测得的动量值。

观测	动量大小
像，影像	0
一颗绿光子的动量	$1.2 \cdot 10^{-27}$ Ns
空气中氧分子平均动量	10^{-26} Ns
X 射线光子动量	10^{-23} Ns
γ 射线光子动量	10^{-17} Ns
加速器中的最高粒子动量	1 fNs
普朗克动量：单个基本粒子最高可能动量	6.5 Ns
快速台球	3 Ns
飞行的步枪子弹	10 Ns
拳击(box punch)	15 to 50 Ns
舒适行走的人类	80 Ns
狮爪拍击	*c*. 0.2 kNs
鲸尾拍击	*c*. 3 kNs
高速路上的汽车	40 kNs
直径 2 km 的陨石的撞击	100 TNs
星系碰撞中的一个星系的动量	高达 10^{46} Ns

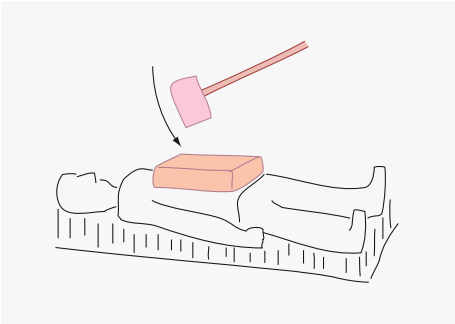


Figure 69 这危险吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

动量守恒意味着，当一颗运动球体撞击一颗同等质量的静止球体，且没有能量损失，则碰撞后两球的方向夹角有一条简单的规律。你能找到这条规律吗？这在打台球时特别有用。我们稍后还会发现，该规则在近光速下无效。

Challenge 179 s
Vol.II page 67

动量守恒的另一个结果如 Figure 69 所示：人躺在钉床上，胸口有一大块混凝土。另一人用大锤砸混凝土。除非砸偏了，没砸混凝土上，否则冲击主要被混凝土吸收，是无痛和无危险的。为什么？

Challenge 180 s

上述质量定义(17)被物理学家和哲学家马赫*[1]推广：即使两个对象非接触式相互作用，只要它们沿着彼此连线相互作用，就也是有效的。

▷ 两个物体的质量之比被定义为加速度之比的负倒数，即

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\boldsymbol{a}_1}{\boldsymbol{a}_2} \tag{20}$$

其中 $\boldsymbol{a}$ 是相互作用期间每个物体的加速度。

物理学界主要在十九世纪对质量的定义进行了详细的探讨。，成果可总结为：

- 质量的定义中暗含着总动量 $\sum m\boldsymbol{v}$ 守恒。动量守恒不是独立的原理。动量守恒无法用实验检验，因为质量是以动量守恒为基础来定义的。
- 质量的定义意味着 $m_1 a_1$ 和 $-m_2 a_2$ 等大。这种乘积被称为*力(force)*。作用力(acting force)和反作用力(reacting force)相等不是独立的原理，质量是以该原理为基础来定义的。
- 质量的定义与是否接触以及加速度是否由电、引力或其它相互作用(interaction)引起无关。*[2]所以用电、核、引力相互作用定义的质量值都是一致的，只要动量守恒就行。所有已知的相互作用都保守动量。但由于一些不幸的历史原因，用电或核相互作用测量的质量值称为“惯性”质量，用引力测量的质量称为“引力”质量。但这种人为的区分其实没有意义，当我们取远离所有物体的观测点，这尤为明显。
- 质量的定义要求观测者处于静止或惯性运动状态。

[1]* 恩斯特·马赫(Ernst Mach, 1838 Chrlice–1916 Vaterstetten)奥地利物理学家和哲学家。飞机速率单位以他之名称为马赫(mach)，约为 0.3 km/s。他研究了力学(mechanics)的基础，他对质量和惯性的思想影响了广义相对论的发展，导致了马赫原理(Mach's principle)，该原理将在后文出现。他还为自己是最后一位否认原子存在的科学家而感到自豪，但是他错了，他违背了所有证据。

[2]* 上面提到，有心力(*central force*)才服从定义质量的关系式(20)。有心力作用于物体质心之间。由于所有基本力都是有心力，所以这不成问题。我们稍后给出更精确的定义。不过似乎有个明显例外：磁力。于此情形，质量的定义还有效吗？

Challenge 181 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

测量我们周遭物体的质量，是对实验科学与实验艺术的探索。Table 18 和 Figure 71 给出了质量测量装置的概览。Table 16 列出了一些测量结果。

测量周遭质量，我们得出质量的主要性质。日常质量是可加的(*addictive*)，组合体的质量，等于各组件质量之和；质量是连续的(*continuous*)，它似乎可以取任何正值；质量在日常是守恒的(*conserved*)，若系统与世界其它区域隔离，则系统的质量(定义为所有组分的质量之和)不随时间变化。质量不仅在碰撞中保持不变，而且在熔化、蒸发、消化、一切日常过程中都保持不变。

Table 16 一些测得的质量值。

观测	质量
可能是已知最轻的对象：中微子	$c.\ 2\cdot10^{-36}$ kg
吸收一颗绿色光子而增加的质量	$4.1\cdot10^{-36}$ kg
已知最轻的带电体：电子	$9.109\ 381\ 88(72)\cdot10^{-31}$ kg
氩原子	39.962 383 123(3)u = 66.359 1(1) yg
称重到的最轻的物体(一颗金粒子)	0.39 ag
人类受精卵	10^{-8} g
吸附在一公斤金属上的水	10^{-5} g
普朗克质量	$2.2\cdot10^{-5}$ g
指纹	10^{-4} g
蚂蚁	10^{-4} g
水滴	1 mg
蜜蜂(*Apis mellifera*)	0.1 g
欧元硬币；一元人民币(第五套 前 2019 版)	7.5 g；约 6 g
蓝鲸(*Balaenoptera musculus*)	180 Mg
最重的生物，如真菌 *Armillaria ostoyae* 或大红杉 *Sequoiadendron giganteum*	10^{6} kg
最重的火车	$99.7\cdot10^{6}$ kg
最大的远洋轮船	$400\cdot10^{6}$ kg
人类移动的最大物体(Troll 钻机)	$687.5\cdot10^{6}$ kg
南极大冰山	10^{15} kg
地球上的水	10^{21} kg
地球质量	$5.98\cdot10^{24}$ kg
太阳质量	$2.0\cdot10^{30}$ kg
银河系可见质量体	$3\cdot10^{41}$ kg
银河系估算总质量	$2\cdot10^{42}$ kg
室女座超星系团	$2\cdot10^{46}$ kg
宇宙中可见的总质量	10^{54} kg

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 17 日常质量性质表。

质量表现	物理性质	数学名称	定义
能被区分	可区分性	集合元素	Vol.III page 285
能被排序	序列	有向	Vol.IV page 224
可以比较	可测量	度量	Vol.IV page 236
逐渐改变	连续性	完备	Vol.V, page 364
可以相加	物质(matter)之量	可加性	Chapter 3: 矢量
任意增大	无限	无界	Vol.III page 286
不会改变	保守	不变性	$m = \text{const}$
不会相消	不可入性	正性	$m \geq 0$

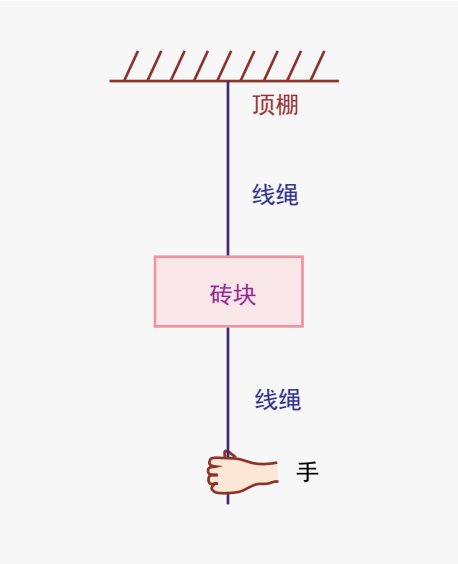


Figure 70 根据你拉动的方式不同，可以让或上或下的绳子断掉。怎么做呢？

Table 17 总结了日常质量的所有性质。稍后我们会发现，其中几条性质是近似的，高精度实验表明存在偏差*[1]。不过在我们的整个奇遇中，质量的定义保持不变。

用动量守恒定义质量，意味着，当物体下落，大地也会微微向上加速。如果能测出这个微小的量，我们就可以确定地球的质量。可惜不可能测得出。你有更好的方法来确定地球质量吗？ Challenge 182 s

质量和动量的定义可以回答 Figure 70 所问。用线绳挂起一块砖；第二根线绳从砖底垂下，你可以拉它。你如何调整拉动方法，使上面或下面的线绳断开？ Challenge 183 e

[1]* 例如，为了定义质量，我们必须能够区分不同物体。这要求貌似不足挂齿，但我们将会发现，这在自然界中并不总能办到。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 71 质量测量设备：门捷列夫(Mendeleyev)于 1890 年使用的真空天平、现代实验室天平、测量太空中宇航员质量的设备、汽车衡(© Thinktank Trust, Mettler-Toledo, NASA, Anonymous)

Table 17 总结起来就是，物体质量用正实数来描述最为精确，常记作 m 或 M。这是物质不可入性的直接结果。而负(惯性)质量(*negative (inertial) mass*)则意味着该物体会在任何受力的相反方向上加速。这样的物体不可能放在盒子里，它会冲破任何试图阻碍它的墙壁。奇怪的是，负质量体仍会在一个大的正质量体的场中向下坠落(不过会比等大的正质量体更慢)。你能证明吗？然而，小的正质量体却会从大的负质量体旁飘走，通过比较所涉及的各种加速度，你可以很容易地推断出来。故而相同值的正质量体和负质量体将保持恒定距离，沿着连接两质量体的线自发加速离开。请注意，在所有这些情况下，能量和动量都是守恒的。*[1]人们从未观测到负质量体。即使是之后将讨论的反物质(anti-matter)的质量也是正的。

Challenge 184 e
Challenge 185 e
Vol.II page 72
Vol.IV page 192

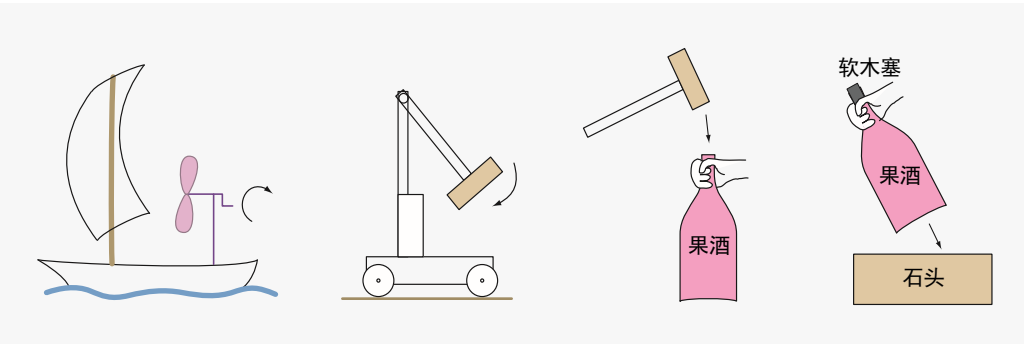
[1]* 更多请参见《R. H. Price, *Negative mass can be positively amusing*, American Journal of Physics 61, pp. 216 – 217, 1993》。盒子中的负质量粒子在穿过其壁时要加热并加速正质量的盒子，同时失去能量。它们将允许建造第二类永动机(*perpetuum mobile*)，即绕过热动力学第二定律的装置。这样的系统也没有热动力学平衡，因为它的能量可能会永远减少。人们越考察负质量，就越会发现与观测结果相矛盾的奇怪性质。顺便一问，快子(tachyon,超光速粒子)质量的可能范围是多少？

Challenge 186 e
Challenge 187 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 18 一些质量传感器。

测量对象	传感器	量程
精密尺度	天平，摆，弹簧	1 pg to 10^3 kg
粒子碰撞	速率	低于 1 mg
触觉	压感细胞	1 mg to 500 kg
物体反光的多普勒效应	干涉仪	1 mg to 100 g
宇航员身体质量测量装置	弹簧频率	约 70 kg
汽车衡(磅秤)	液压平衡器	10^3 to $60 \cdot 10^3$ kg
船重	测量水体积	高达 $500 \cdot 10^6$ kg



Challenge 188 s Figure 72 这四种情况会发生什么？

运动永恒：动量守恒

Every body continues in the state of rest or of uniform motion in a straight line except in so far as it doesn't.

亚瑟·爱丁顿*[1]

质量和速度的乘积 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ 称为粒子的动量(*momentum*)，它描述了物体在碰撞过程中保持运动的趋势。物体动量越大，就越难阻尼物体。动量和速度一样有方向和大小，是个矢量。在法语中，动量被称为"运动的量(*quantity of motion*)"，这个术语更恰当。过去就是用"运动(motion)"来指今天"动量(momentum)"的含义，牛顿就是这么用词的。因此，动量守恒关系式(19)表示相互作用中的运动守恒。

动量是广延量(*extensive quantity*)。这就是说，它在物体间流动(*flow*)，并且可以汇聚累积(*accumulated*)在物体中，就像水流到容器中积聚一样。描述运动物体的时候，将动量想象成物体在碰撞中可交换的东西总是很有用。 Ref 87

[1]* 亚瑟·爱丁顿(Arthur Eddington, 1882 – 1944)，英国天体物理学家。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

动量守恒。这解释了人在完全无摩擦的表面上可能会受到的限制，比如在冰面或抛光涂油的大理石上，是不能靠拍自己的背来推动自己前进的。(你有没有试过把猫放在这样的大理石表面上？它甚至不能用四条腿站立。人也不能。你能想象为什么吗？)动量守恒也回答了 Figure 72 的难题。 Challenge 189 s

动量和质量的守恒也意味着瞬间转移(teleportation)，比如某科幻作品的经典台词“beam me up(传送我)!”，在自然界是不可能的。你能向非物理学家解释缘由吗？ Challenge 190 s

动量守恒意味着动量可以想象成一种不可见的流体(*fluid*)，它伴随相互作用，在物体间转移。在其转移过程中，流体的量始终恒定。

动量守恒意味着运动永不停息，只会转化(*transform*)。可是，你看苹果落地或是球在滚动，日常运动时常“消失(disappear)”呀；我们还常看到日常运动的创生(creation)，真的是“易如反掌”(动动手就产生运动)。这符合动量守恒定律吗？

动量貌似消失，是由系统的微观要素造成的。比如肌肉只会转化而非创生运动，把某些化合物中的电子运动*[1]变为肢体运动。肌肉就像汽车发动机，后者将燃料中的电子运动转化为车轮运动。这些系统都需要燃料，并在此过程中升温。

说到球在地上滚停的行为。表观运动的消失称为摩擦(*friction*)。仔细研究还会发现地与球在此过程中会略变热些。摩擦将可见运动转化为热(*heat*)。Figure 273 展示了自行车的摩擦生热。我们稍后讲到物质结构，会发现热是每种物质微观组分的无序运动。若微观组分都朝着同一方向运动，则物体作为一个整体运动；若诸组分随机振动，则物体静止且温热。热是一种运动形式，故曰，摩擦只是貌似消灭了运动，其实是将有序运动向无序运动转化了。

尽管动量守恒，但宏观的永动机并不存在，因为不能完全消除摩擦。*[2]只有在微观尺度上运动才是永恒的。换言之，日常运动的消失和出现是感官局限造成的“幻觉”。即使是生物的运动，也在其生前长有、死后永存、不生不灭、不增不减，其能量亦然。这可能是最接近永生的现象。莱布尼茨和其他许多人曾将能量称为“活力(*vis viva*)”，这或许并非巧合。

因为运动守恒，所以它并无起源(origin)。行至此处，我们仍无法回答基本问题：运动为何存在？其起源是什么？我们的奇遇远未结束，刚刚拉开序幕。

Ref 88 [1]* 大多数动物过程的燃料通常是三磷酸腺苷(ATP, triphosphate)。

[2]* Stanislav Michel 的《永动机(*Perpetuum mobile*, VDI Verlag, 1976)》描述了过去建造永动机的趣闻。永恒运动的概念约在 1200 年左右由印度经伊斯兰世界传入并流行于欧洲，与地上所有运动都随着时间推移而消失的标准观点相反。另请参阅 web.archive.org/web/20040812085618/http://www.geocities.com/mercutio78_99/pmm.html 以及 www.lhup.edu/~dsimanek/museum/unwork.htm。怪人和骗子都宣称有望克服摩擦。(这是第二类永动机，第一类甚至试图无中生有地产生能量。)

若机械构造精良，摩擦很小，它可以从微妙的环境效应获取维持运动所需的少量能量。例如，在伦敦的维多利亚和阿尔伯特博物馆，可以欣赏到一个由气压随时间变化驱动的精妙时钟。 Ref 89

低摩擦意味着运动需要很长时间才会停止，例如行星运动。地球和太阳间虽有摩擦(你能想到其中一种机制吗？)，但它太弱了，地球已经绕太阳转了数千万年，而且还会再绕太阳转下去。 Challenge 191 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

能量守恒

仔细研究碰撞，会发现又一守恒量。实验表明，在完全弹性碰撞(elastic collision)中，即在无摩擦的碰撞中，系统的*动能*(*kinetic energy*) T 也是守恒的：

$$T = \sum_i \frac{1}{2} m_i \boldsymbol{v}_i^2 = \text{const} \tag{21}$$

动能是物体能使它所撞击的物体发生变化的能力，故而取决于物体质量及其速率 v 的平方。“动能(kinetic energy)”之名由科里奥利*[1]引入。Table 19 是一些能量值。

目前提到的实验和理念可以概括为如下定义：

▷ *能量*(*energy*)度量改变运动的能力。

物体能量越多，就越能致动更多其它物体。与动量不同，能量没有方向，能量是标量。两个质量相等、速度等大反向的物体，总动量为零但总能量不为零。能量也度量运动，但方式与动量不同。能量以更全局性的方式度量运动。

等价定义如下：

▷ 能量是做功的能力。

功这个物理概念只是日常工作(work)概念的精确版本。*功*(*work*)*是力和力方向位移的乘积*。换言之，功是力和位移的标量积(scalar product)。功这个物理量，描述了沿一定距离推动物体的效果。故而在物理学中，功是一种能量变化的形式。

能量的另一个等价定义很快就会变得清晰：

▷ 能量可以转化为热(heat)。

能量(energy)一词来自古希腊语，最初用以描述性格，指“智识或道德的活力(vigour)”。1807 年，托马斯·杨(Thomas Young, 1773-1829)将之引入物理学，因其字面意思是“内在的力量”。(字母 E, W, A 和其它一些字母都用于表示能量。)

动量反映系统随距离的变化，是*动作量*(*action*)或变化量(change)除以距离，需要动量来比较此处与彼处的运动；能量衡量系统随时间的变化，是动作量或变化量除以时间，需要能量来比较此时与彼时的运动。

---

[1]* 古斯塔夫·加斯帕德·科里奥利(Gustave Gaspard Coriolis, b. 1792 Paris, d. 1843 Paris)，工程师和数学家。他引入了“功(work)”和“动能”的现代概念，还探索了拉普拉斯发现的科里奥利效应。科里奥利还引入了动能 T 的 1/2 因子，以满足 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}v = p$ 的关系。(为什么？)

Chapter 5: 科里奥利效应
Challenge 192 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

若你没一下把握到动量与能量的区别，别急：物理学家可是花了百年时间才弄清呢！曾有那么数十年，英国物理学家坚持对二者使用同一术语。没开玩笑，牛顿就认为：上帝的存在意味着能量与动量无二。莱布尼茨则知道能量随速度平方增加，并证明牛顿是错的。1722 年，斯格拉维桑德(Willem Jacob 's Gravesande)用实验证明了能量与动量不同。他让不同质量的金属球从不同高度落入泥中，通过比较印记深浅，他证实牛顿的物理陈述和神学陈述皆错。 Ref 90

Table 19 一些测得的能量值。

观测	能量
空气中氧分子的平均动能	6 zJ
绿光子能量	0.37 aJ
X 射线光子能量	1 fJ
γ 光子能量	1 pJ
加速器中最大粒子能量	0.1 μJ
飞行中的蚊子的动能	0.2 μJ
舒适行走的人类	20 J
飞行的箭矢	50 J
右勾拳	50 J
电筒电池(torch battery)能量	1 kJ
1 g TNT 爆炸能量	4.1 kJ
1 kcal 能量	4.18 kJ
飞行中的步枪子弹	10 kJ
一克脂肪	38 kJ
一克汽油	44 kJ
苹果的消化或降解(digestion)	0.2 MJ
高速路上的汽车	0.3 to 1 MJ
激光脉冲最大能量	1.8 MJ
闪电	高至 1 GJ
普朗克能量	2.0 GJ
小型核弹(2 万吨 TNT 炸药当量)	48 TJ
7 级地震	2 PJ
最大核弹(50 兆吨 TNT 炸药当量)	210 PJ
直径 2 km 的陨石	1 EJ
全球每年使用的机械能	420 EJ
地球自转能量	$2 \cdot 10^{29}$ J
超新星爆发	10^{44} J
伽马射线暴	高至 10^{47} J
太阳质量对应的能量$E = mc^2$	$1.8 \cdot 10^{47}$ J
星系中心黑洞包含的能量	$4 \cdot 10^{53}$ J

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 193 e 探索能量与动量之间差异的一种方法是思考如下挑战。更难阻止哪个跑步的人？质量 m 速率 v 的人，还是质量 $m/2$ 速率 $2v$的人，亦或质量 $m/2$ 速率$\sqrt{2}v$的？你可以问问玩橄榄球的朋友确认一下。

田径运动说明了能量与动量的又一区别：跳远世界纪录近 10 米，仍然由一名运动员保持，他在二十世纪初带着两个重物助跑，并在起跳时把重物扔在身后。你能解释一下这一壮举吗？ Challenge 194 s

Challenge 195 s 一辆以 100 m/s 行驶的汽车迎面撞上一辆停着的同型号汽车，哪辆车受损更严重？若停放的汽车踩着刹车，会有什么变化？

为了更好地体会能量，咱再看个案例。2000 年，全球约 60 亿人口，通过机器消耗的能量(来自太阳、地热、生物质、风、核、水力、天然气、石油、煤炭、动物)约为 420 EJ *[1]。为了体会这份能量消耗意味着什么，我们将之换算为人均功率消耗，约 2.2 kW。瓦特(watt) W 是功率的单位，简单地定义为 1 W=1 J/s，即每单位时间使用的能量。确切地说：*功率*(*power*)是指单位时间内通过规定表面的能量流。自然界中的一些功率值见 Table 20，测量设备见 Table 21。 Ref 91

由于人可以产生约 100 W 的机械功率，因此人类的平均能耗相当于大约 22 个人每天工作 24 小时。特别是，如果我们看看第一世界国家的能源消耗，那里的普通居民拥有相当于几百名“仆人”的机器为之工作。机器有很多好处。你能列举一些机器吗？ Challenge 196 s

动能在日常并不守恒。例如口香糖撞到墙上这种非弹性碰撞，会损失动能。摩擦会把动能转化为热。这是物理学的一则重大发现，如果热也是一种能量形式，那么总能量是守恒的。因此，摩擦是将动能(即与物体运动相关的能量)转化为热量的过程。在微观尺度上，能量总是守恒的。

任何能量不守恒的案例都只是表象。*[2]如果没有能量守恒，甚至时间的概念都无法定义！我们稍后将阐释这一重要联系。

总之，除了保守质量和动量，日常的线性运动还保守能量。为了发现最后一个守恒量，我们再探索一种运动：旋转。

---

[1]* 缩写 E 的解释见 Appendix B。

[2]* 其实直到 1842 年，尤里乌斯·罗伯特·迈耶(Julius Robert Mayer)才公开全面阐述了能量守恒。他是受过训练的医生，《物理学年鉴(*Annalen der Physik*)》拒绝发表他的论文，称其中有“基本错误”。编辑们所说的错误其实主要是与他们偏见的矛盾。后来，亥姆霍兹、汤姆森-开尔文、焦耳和其他许多人承认了迈耶的天才。不过，首位以现代形式阐述能量守恒的是 1820 年的法国物理学家萨迪·卡诺(Sadi Carnot, 1796-1832)。对他来说，这个问题太清楚了，但他没有公布结果。其实他还继续发现了热动力学第二“定律”。如今，能量守恒也称为热动力学第一“定律”，是物理学支柱之一，它在所有领域都是有效的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 20 一些测得的功率值。

观测	功率
伽利略号太空探测器从木星发出的无线电信号	10 zW
细菌鞭毛马达的功率	0.1 pW
典型细胞的功率	1 pW
耳朵听力阈值的声功率	2.5 pW
CR-R laser, at 780 nm	40-80 pW
钢琴演奏强音(fortissimo)时的声音输出功率	0.4 W
鸽子(0.16 kg)基础代谢率	0.97 W
大鼠(0.26 kg)基础代谢率	1.45 W
鸽子(0.30 kg)基础代谢率	1.55 W
母鸡(2.0 kg)基础代谢率	4.8 W
白炽灯的光输出频率	1 to 5 W
狗(16 kg)基础代谢率	20 W
绵羊(45 kg)基础代谢率	50 W
女性(60 kg)基础代谢率	68 W
男性(70 kg)基础代谢率	87 W
白炽灯的耗电功率	25 to 100 W
工作中的人，八小时内	100 W
奶牛(400 kg)基础代谢率	266 W
工作中的马，八小时内	300 W
牛(680 kg)基础代谢率	411 W
伟大的自行车运动员 Eddy Merckx，一小时内	500 W
公制马力(horse power)(75 kg·9.81 m/s^2·1 m/s)	735.5 W
英制马力	745.7 W
大型摩托车	100 kW
发电站输出	0.1 to 6 GW
2000 年全球发电功率 Ref 91	450 GW
地球发电机功率	200 to 500 GW
风能极限 Ref 92	18 to 68 TW
地表输入功率：太阳对地球的照射 Ref 93	0.17 EW
地表输入功率：地球内部的热能	32 TW
地表输入功率：潮汐(即地球自转)的能量	3 TW
地表输入功率：人类从化石燃料中产生的电力	8 to 11 TW
地表损失功率：植物光合作用储存的能量	40 TW
激光功率的世界纪录	1 PW
地表输出功率：反射到太空的阳光	0.06 EW
地表输出功率：以 287 K 辐射到太空的功率	0.11 EW
最大核弹的峰值功率	5 YW
太阳输出功率	384.6 YW
自然界最大功率 $c^5/4G$	$9.1\cdot10^{51}$ W

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 73 罗伯特·迈耶(1814 - 1878)

Table 21 一些功率传感器。

测量对象	传感器	量程
心跳作为功率计	形变传感器和时钟	75 to 2 000 W
健身功率计	压电传感器	75 to 2 000 W
家用电表	旋转铝盘	20 to 10 000 W
汽车发动机功率表	电磁制动器	高至 1 MW
激光功率计	半导体光电子效应	高至 1 GW
化学反应热量计(calorimeter)	温度传感器	高至 1 MW
粒子热量计	光探测器	高至几 μJ/ns

Figure 74 一些功率测量设备:自行车功率计、激光功率计、电功率计(© SRAM, Laser Components, Wikimedia)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

叉积或向量积

若我们再为向量引入一种乘法，讨论旋转就很容易了。两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 之间的这个新的乘积记作 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，称为叉积(*cross product*)或向量积(*vector product*)。

标量积的结果是标量，向量积的结果是向量。向量积得到的这个新向量：

- 与参与相乘的两个向量正交(orthogonal)，
- 其方向由右手定则(*right-hand rule*)给出，
- 其长度由两个向量张成的平行四边形的面积给出，即 $ab\,\sin\sphericalangle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$。

该定义意味着，当且仅当两向量平行，其叉积结果大小为零。还可以根据定义证明向量积有如下诸性质

Challenge 197 e

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}\\
&\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}\\
&\lambda\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\times\lambda\boldsymbol{b}\\
&\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}=0\\
&\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=\boldsymbol{b}(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a})=\boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\\
&\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}\boldsymbol{c})\boldsymbol{b}-(\boldsymbol{a}\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}\\
&(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d})=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}))=(\boldsymbol{a}\boldsymbol{c})(\boldsymbol{b}\boldsymbol{d})-(\boldsymbol{b}\boldsymbol{c})(\boldsymbol{a}\boldsymbol{d})\\
&(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d})=((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{d})\boldsymbol{c}-((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{c})\boldsymbol{d}\\
&\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})+\boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a})+\boldsymbol{c}\times(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})=0
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Vol.IV page 234

向量积仅存在于三维向量空间中。我们以后再探讨更多有关细节。

向量积能描述旋转系统(也能描述磁力系统)。轨道物体的运动总是垂直于轴线和辐线。在旋转中，转轴、半径、线速度形成一组相互正交的右手向量。这种关系是向量积的基础。

Challenge 198 e

试试看，用分量计算向量积 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 的分量的最佳方法由如下行列式给出

$$
\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}\quad\text{或不严谨地记作}\quad \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}+ & - & +\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}
\tag{23}
$$

其中，$\boldsymbol{e}_x$是 x 方向的单位向量。这种行列式记法易于记忆与计算。展开来写，行列式等价于如下关系，但这可不太好记：

$$
\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(a_yb_z-b_ya_z\ ,\ b_xa_z-a_xb_z\ ,\ a_xb_y-b_xa_y)
\tag{24}
$$

Challenge 199 e
Challenge 200 e

由任意三个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 张成的平行六面体的体积为 $V=\boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$；由这三个向量形成的四面体的体积为该体积的六分之一。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

旋转与角动量

旋转维持着我们的生命：若无昼夜交替，地球上不同地方就会是冰与火的生命荒漠了。如 Table 22 所举，旋转出现于诸多情境，探索旋转实乃情理之中。

一切对象都能旋转。我们说物体不愿改变运动，这种性质用质量描述；物体也不愿改变转动，这性质用*转动惯量*或者叫*惯性矩*(*moment of inertia*)描述，常记作 Θ，读作“theta”。旋转速率由*角速度*(*angular velocity*)描述，常记作ω，读作“omega”。Table 22 是一些测量值。

Table 22 一些测得的旋转频率值。

观测	角速度 $\omega = 2\pi/T$
银河系自转	$2\pi\cdot 0.14\cdot 10^{-15}$ /s = 2π / ($220\cdot 10^{6}$ a)
太阳绕其轴的平均自转	$2\pi\cdot 3.8\cdot 10^{-7}$ /s = 2π /(30 d)
典型灯塔	$2\pi\cdot 0.08$ /s
单脚尖旋转(pirouetting)的芭蕾舞者	$2\pi\cdot 3$ /s
船用柴油机	$2\pi\cdot 5$ /s
直升机旋翼	$2\pi\cdot 5.3$ /s
洗衣机	高至 $2\pi\cdot 20$ /s
细菌鞭毛	$2\pi\cdot 100$ /s
快速 CD 刻录机	高至 $2\pi\cdot 458$ /s
赛车引擎	高至 $2\pi\cdot 600$ /s
速度最快的涡轮机	$2\pi\cdot 10^{3}$ /s
最快的脉冲星(旋转恒星)	高至至少 $2\pi\cdot 716$ /s
超速离心机	$> 2\pi\cdot 3\cdot 10^{3}$ /s
牙钻	高至 $2\pi\cdot 13\cdot 10^{3}$ /s
技术记录	$2\pi\cdot 333\cdot 10^{3}$ /s
质子自转	$2\pi\cdot 10^{20}$ /s
最快可能角速度，普朗克角速度	$2\pi\cdot 10^{35}$ /s

如 Table 24 所示，描述旋转的可观测量与描述线性运动的可观测量可以类比。与质量一样，惯性矩的定义方式是：在不与外界相互作用的系统中，总的*角动量*(*angular momentum*) L (惯性矩与角速度的乘积)是守恒的：

$$\sum_i \Theta_i \omega_i = \sum_i L_i = \text{const} \tag{25}$$

角动量守恒定义了惯性矩，正如线动量守恒定义了质量。角动量是由莱昂哈德·欧拉和丹尼尔·伯努利在 1730 年代和 1740 年代引入的概念。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

惯性矩与物体的质量和形状(即质量分布)有关。如果将物体想象为由诸多小部分或质元组成，则得到的表达式为

$$\Theta = \sum_n m_n r_n^2 \tag{26}$$

Challenge 201 e 其中 r_n 是从质元 m_n 到转轴的距离。你能证明该式吗？如是，物体的转动惯量取决于
Challenge 202 s 所选的旋转轴，你能以砖块为例说明吗？

与质量不同，惯性矩不守恒。惯性矩的值取决于轴的方向和位置。对于任意方向的轴，都可以区分：轴穿过物体质心时的内(*intrinsic*)惯性矩和不穿过质心时的外(*extrinsic*)惯性矩。*[1] 同样，能区分内角动量和外角动量。(顺带一提，物体质心(*centre of mass*)是在竖直下落过程中沿直线移动的虚点、非物质点，即使物体在旋转。你有办法确定具体
Challenge 204 s 物体的质心位置吗？)

我们现在定义转动能量(*rotational energy*)为

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2 = \frac{L^2}{2\Theta} \tag{28}$$

该式很像粒子动能表达式。对于形状固定的旋转体，旋转能守恒。

Challenge 205 s 你知道地球的转动能量相较于人类每年的用电量有多大吗？谁能找到利用地球自转能量的方法，他注定功成名就。

Challenge 206 s 每个有取向的物体都有内角动量。(球体呢？)点粒子没有内角动量，至少在经典物理学中没有。(这一说法将在量子论中改变。)点粒子的外角动量 $\boldsymbol{L}$ 定义为

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} \tag{29}$$

其中，$\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 是粒子动量与位置矢量。故而，如 Figure 75 所示，角动量沿转轴方向，遵
Challenge 207 e 循右手定则。Table 23 是一些观测值。该定义意味着角动量也可以用下式表示

$$L = \frac{2A(t)m}{t} \tag{30}$$

其中，$A(t)$是时间间隔 t 内，粒子位矢 $\boldsymbol{r}$ 扫过的面积。可用望远镜确定该扫掠面积(swept area)，开普勒在 1609 年发现，绕日运行的每颗行星的角动量都是常数。

---

[1]* 外惯性矩和内惯性矩的关系如下

$$\Theta_{\text{ext}} = \Theta_{\text{int}} + md^2 \tag{27}$$

Challenge 203 s 其中 d 是质心和外转轴的距离。这叫施泰纳平行轴定理(*Steiner's parallel axis theorem*)。你能推导吗?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 23 一些测得的角动量值。

观测	角动量
自然界最小可观测角动量 $\hbar/2$ (基本费米子)	$0.53\cdot10^{-34}$ Js
自转的小陀螺	$5\cdot10^{-6}$ Js
播放着的光盘	*c.* 0.029 Js
行走的人(绕身体轴线)	*c.* 4 J
单脚尖旋转(pirouetting)的芭蕾舞者	5 J
30 m/s 的典型车轮	10 J
12 m/s(蒲福 6 级风)中的典型风力发电机	10^4 J
地球大气层	1 to $2\cdot10^{26}$ Js
地球的海洋	$5\cdot10^{24}$ Js
地球绕地轴旋转	$7.1\cdot10^{33}$ Js
月球绕地球	$2.9\cdot10^{34}$ Js
地球绕太阳	$2.7\cdot10^{40}$ Js
太阳绕其轴	$1.1\cdot10^{42}$ Js
木星绕太阳	$1.9\cdot10^{43}$ Js
太阳系绕太阳	$3.2\cdot10^{43}$ Js
银河	10^{68} Js
宇宙中一切物质	0 (在测量误差范围内)

Table 24 直线运动和旋转运动的对应关系。(译者注:与英文原版略有不同。)

量	线性运动		旋转运动	
基本状态	时间	t	时间	t
	位置	$\boldsymbol{x}$	角度	$\boldsymbol{\varphi}$
运动状态	速度	$\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$	角速度	$\boldsymbol{\omega} = \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}/\mathrm{d}t$
	动量	$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	角动量	$\boldsymbol{L} = \Theta\boldsymbol{\omega}$
	能量	$\boldsymbol{E} = mv^2/2$	能量	$\boldsymbol{E} = \Theta\omega^2/2$
运动状态改变	加速度	$\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$	角加速度	$\boldsymbol{\alpha} = \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}/\mathrm{d}t$
	力	$\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$	力矩或扭矩	$\boldsymbol{M} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$
		$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$		$\boldsymbol{M} = \Theta\boldsymbol{\alpha}$
抗拒运动改变	(惯性)质量	m	惯性矩	Θ

一个物体可以同时绕若干根轴旋转。Figure 108 的影片便是一例：陀螺同时围绕自转轴和竖直轴旋转。仔细研究表明，旋转是一种矢量，该陀螺的精确旋转由这两种旋转的矢量和给出。为了找出答案，可以在每个时刻“冻结”不断变化的旋转轴。旋转是一种向量。

Challenge 208 e
Chapter 5: 奇趣挑战：赝矢量

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

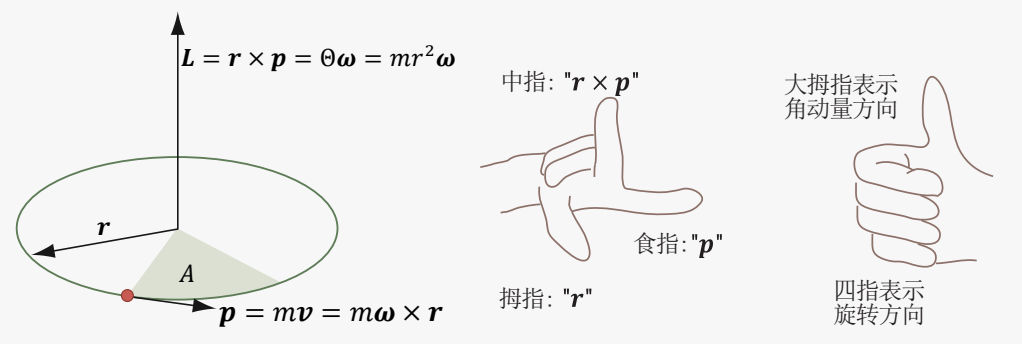


Figure 75 点粒子圆周运动的角动量和其他量，以及右手定则的两个版本。

Figure 76 猴子能拿到香蕉么？

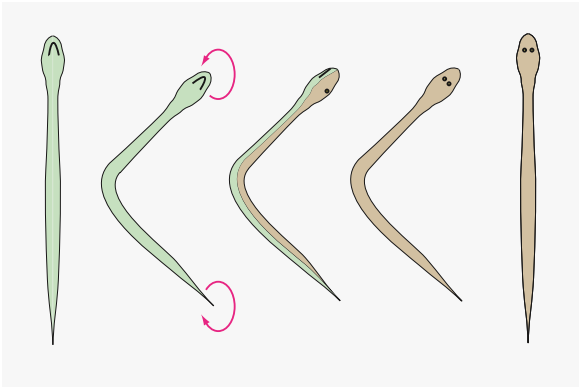


Figure 77 蛇绕着自身中轴，自转翻身。

与线性运动一样，转动能量和角动量在宏观世界并不总是守恒：转动能量会因摩擦而变化，角动量会因外力(扭矩)而变化；但对于封闭(不受干扰的)系统，角动量和转动能量总是守恒的。尤其在微观尺度上，大多数对象都不受干扰，故而在微观尺度下旋转能量守恒和角动量守恒通常成立。

角动量守恒。只要没有外力(扭矩)作用，该命题对物理系统的任何轴都有效。为了说明这一点，莱维-莱布隆(Jean-Marc Lévy-Leblond)提出了 Figure 76 的问题。假设转盘可以绕轴无摩擦转动，起初一切静止，猴子能在不离开转盘的情况下够到香蕉吗？

Ref 2

Challenge 209 s

我们注意到，许多旋转效应与加速效应相同：汽车的加速或旋转都会把我们推到椅背上。确实，许多旋转传感器与我们之前了解的加速度传感器相同。但一些旋转传感器完全不同，尤其是我们很快就会见到的陀螺仪。

Figure 50 加速传感器

Figure 101 陀螺仪

在无摩擦表面上，不可能向前移动。例如在光滑冰面或抛光打蜡的大理石板上，要想移动，我们总得推点什么、抓点什么才行。转动也是如此吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

惊人的是，就算不推东西也能转动。你可以在一把润滑良好的旋转办公椅上检验：只需在头顶上方转动一只手臂。每次转手，椅子的方向都会发生微小变化。角动量与转动能量的守恒都不禁止物体转向。猫在小时候就学会了这技巧：如果猫被四脚朝天扔下，
Ref 94 它们可以转身，并总是脚先着地；如 Figure 77 所示，蛇也能翻转自身；甚至人也能，在奥运期间，你可以看到跳水运动员和体操运动员表演类似的技巧。如是，旋转在这一重
Challenge 210 d 要方面不同于平移，谁也不能单靠自己平移。(为什么呢？)

滚轮

旋转现象，趣味良多。你瞧，滚轮并不绕其轴线转动，而是绕其接触点转动。若半径为 R 的车轮正在滚动(*rolling*)，记其轮轴的平动速率为 v_{axis}，则角速度 ω 为

$$\omega = \frac{v_{\text{axis}}}{R} \tag{31}$$

轮上任何点 P 的速度 v_P都是轴的平动与点绕轴的转动之和。Figure 78 显示，v_P与 d 正
Challenge 211 e 交，d 是点 P 与轮触地点间的距离。该图还显示，v_P与 d 之比跟 v_{axis}与 R 之比相同。故而，我们可以写

$$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{d} \tag{32}$$

这表明滚轮确实是绕其与地面的接触点旋转的。

惊人的是，当轮子滚动，它上面的一些点会朝着轮轴运动，一些点会保持固定的距
Challenge 212 s 离，另一些点会远离轴。你能确定这些不同点的位置吗？当给带有辐条的滚轮(如自行
Ref 95 车车轮)拍照时，它们共同形成了一种有趣的图样，如 Figure 79 所示。
Ref 96 用这些结果，可以应对这么个奇妙挑战：把转动的自行车车轮放在某表面上，它会先
Challenge 213 d 滑动一段，然后滑动并滚动，最后纯滚动。始末速率和摩擦是何关系？

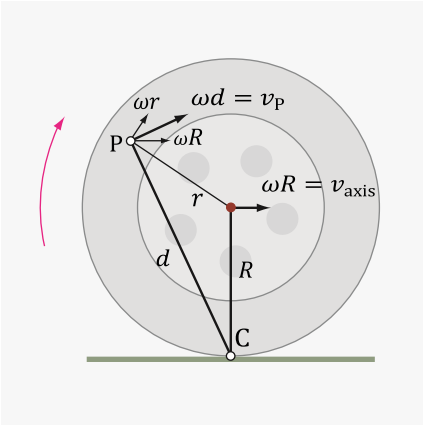


Figure 78 滚轮的诸速率与诸单位矢量。

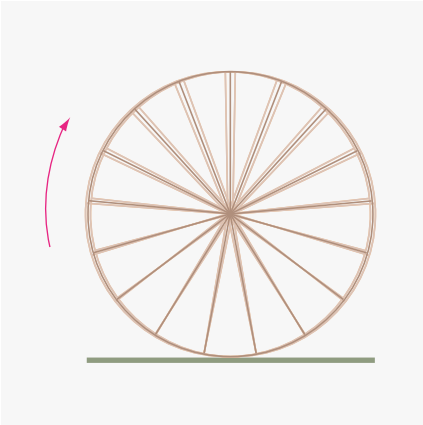


Figure 79 带辐条的滚轮的模拟图。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如何奔走？

Golf is a good walk spoiled.

The Allens

为啥我们走路或跑步都要摆臂呢？为了节能还是优雅？其实耗能尽量少的身体动作既自然又优雅。这种联系可被视作优雅的实际内涵。这是舞蹈界的常识，也是演员学习如何尽可能优美运动的一则心法。 Ref 20

试试顺拐奔走，或不摆臂：明显费力得多。腿部运动绕身体轴线产生的扭矩必得加以平衡，如 Figure 80 所示，耗能最少的方法就是摆臂。因臂比腿轻，须摆到离身体轴线更远的位置，以补偿动量。也因此，进化使臂膀附着点比胯骨附着点离轴线更远。你看企鹅跟鸽子，这些有双腿但没有手臂的动物，行走更困难，每迈一步都得扭动整个身子，看着就不大优雅。

Ref 97 测量显示，一切动物的行走都遵循

$$v_{\text{max walking}} = (2.2 \ \pm \ 0.2 \ m/s)\sqrt{l/m} \tag{33}$$

行走是交替相继的腿部运动，可视作一系列(倒立)摆动。摆长约为腿长 l；周期尺度为 $t \sim \sqrt{l/g}$；故步行的最大速率为 $v \sim l/t \sim \sqrt{gl}$，最大至一恒定系数，即测量结果。

Ref 98 专家们所说的步态(*gait*)，主要来自哪些肌肉呢？Serge Gracovetsky 于 1980 年发现，人类步态中很大一部分力量来自脊柱肌肉，而非腿部肌肉。(没腿的人也能走路，但必需某些腿部肌肉才能正常行走。)人迈步时，腰部肌肉使脊柱伸直，并自动使之稍微转向一侧，从而使该侧膝盖自动向前。当脚移动时，腰部肌肉放松，如此往复。若行走而不摆臂，人能感到背部肌肉张力增加，那是脊柱引擎(*spinal engine*)的位置。 Challenge 214 e

人腿与猿类的腿有处基本不同：人能奔跑。整个人体都针对跑步这项其他灵长类动物所没有的能力进行了优化。人体褪落了大部分毛发以更快散热，进化出跑步中保持头部稳定的能力，进化出在跑步时能保持平衡的手臂长度，甚至背部有一条特殊的韧带作为跑步减震器。换言之，跑步是所有运动形式中最“人性化”的。

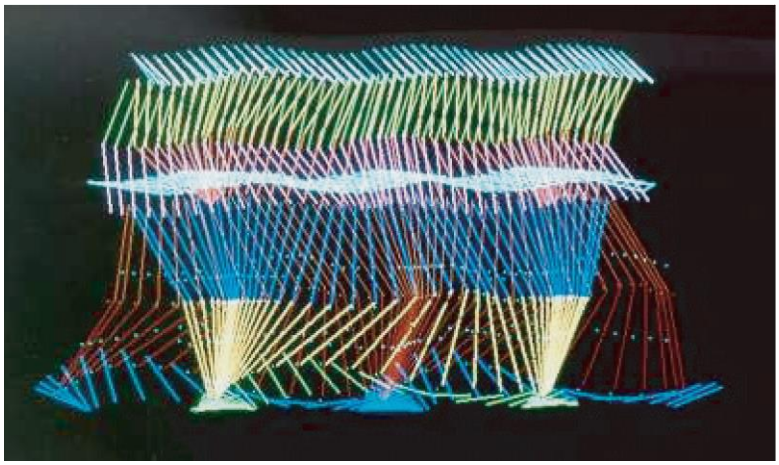


Figure 80
行人运动测量
(© Ray McCoy)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：质量·守恒·旋转

我扔出这块鹅卵石就能改变宇宙的重心，这是个数学事实。

托马斯·卡莱尔*[1]

《拼凑的裁缝(*Sartor Resartus* III)》

如 Figure 81 所示，将装有水的杯子放在秤上。把拴在绳上的一块金属挂在水中，
Challenge 216 e 视重如何变化？

* *

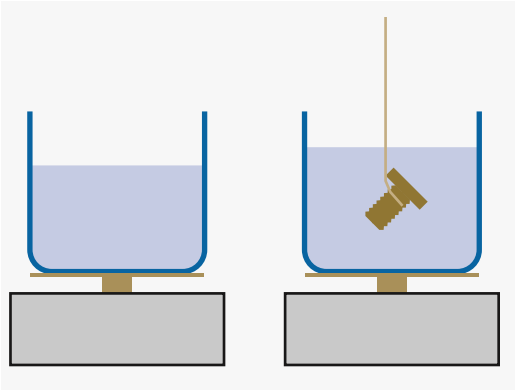


Figure 81 物体入水前后，显示的读数如何变化？

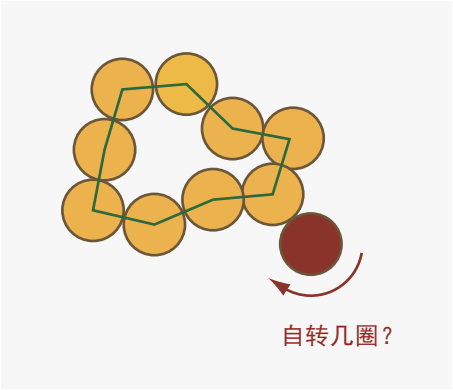


Figure 82 第十枚硬币滚一轮，自转多少圈？

取十枚相同的硬币，把其中九枚放在桌面上，形成一个任意形状的闭环，如 Figure 82 所示。(这九枚硬币看起来就像一串珍珠项链，珍珠相互接触。)现在，
Challenge 217 e 让第十枚硬币，绕环纯滚动，莫要滑动。这枚硬币滚动回原位，自转多少圈？

* *

通过打台球来研究动量守恒再好不过了。网上的台球技巧影片介绍得非常好。你
Challenge 218 e 能用动量守恒来推断出提高台球技能的方法吗？

探索动量守恒的另一种方法是研究马略特(Edme Mariotte)发明的球链或球碰撞摆。它也叫牛顿摆，因为几十年后，牛顿声称这是他的发明，他常这么对待别人的成果。玩这玩具有意思，解释其行为更有趣：若在一边抬起并释放三颗球，则
Challenge 219 d 另一边也弹起三颗球，动量守恒与能量守恒并不足以解释该行为。你能造出高精度的球链吗？

* *

Challenge 215 s [1]* 托马斯·卡莱尔(Thomas Carlyle, 1797 – 1881) 苏格兰散文家。你同意他这句话吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

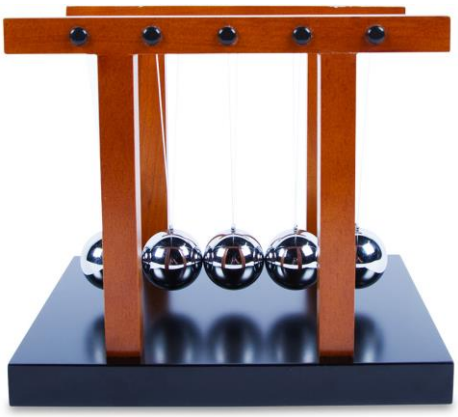


Figure 83 马略特发明的球链摆，可以让人探索动量守恒、能量守恒和精密制造的困难 (© www.questacon.edu.au)

* *

Challenge 220 s 有种著名方法可以在 80 天内经历 81 次日出。怎么做的呐？

* *

Ref 99 行走是颇多物理问题之源。最节能的爬山方法并不总是沿最陡的山路攀登，有时
Challenge 221 s 候，曲折回转的盘山路更节能。为什么？你能估计发生这种情况的倾斜角度吗？

* *

来自同名漫画的阿斯泰利克斯(Asterix)和他的朋友们只担心一件事：天可能会塌下
Challenge 222 e 来。天(sky)是对象吗？还是影像？

* *

死亡是个可探究的物理过程。一般来说，动物寿命 T 与其质量 M 的四次方根成比例，即 $T \sim M^{1/4}$，细菌、昆虫、蓝鲸皆是如此。动物的单位质量功耗或单位质量代谢率(*metabolic rate*)则与四次根倒数成比例。结论是：当达到一定的单位质量能耗，不管是什么动物都会死亡。事实的确如此，大多数动物在耗能约 1 GJ/kg
Ref 100 以后就会死亡。(人类会再多些。)这惊人的简单结果大致适用于所有已知动物。

请注意，这仅在比较不同物种时有效。若比较同一物种的不同样本，这种对质量的依赖性是无效的。(也就是吃得少未必长寿。)

简言之，动物代谢 1 GJ/kg 之后会死亡。换言之，一旦我们摄入了设计给我们的所有卡路里，我们就会死亡。

* *

Challenge 223 s 一辆汽车以一定的速率行驶，每 100 公里需要 7 升汽油。空气与滚动的总阻力是多少？(假设发动机效率为 25%)

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如 Figure 84 所示，手拿一颗软木塞，软木塞系着一米长的细绳，细绳搭在一根水平杆上，另一端悬吊一支酒杯。松手释放软木塞，酒杯不会摔碎。为啥？会发生什么？

Challenge 224 s

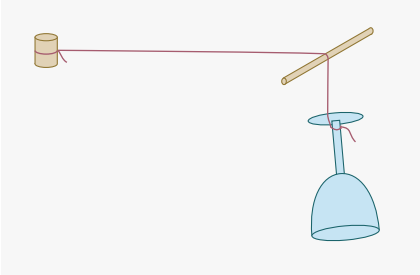


Figure 84 释放软木塞安全吗?
(译者注:2018、2019 年以后，这东西一般叫循环摆 looping pendulum。)

* *

Ref 101

1907 年，邓肯·麦克杜格尔(Duncan MacDougalls)测量了濒死者的体重，想看看死亡是否会导致大的变化。他发现死亡时体重突然下降了 10 到 20 克，他将之归因于灵魂离体。你有更令人满意的解释吗？

Challenge 225 s

* *

Challenge 226 e

一岁孩子有多沉，取决于它是想被抱着还是想被放下。这与质量守恒矛盾吗？

* *

Challenge 227 s

地壳密度(2.7 kg/L)低于地幔(3.1 kg/L)，地壳漂浮在地幔上。因此，山脊下方的地壳一定比平原下方深得多。若一座山高出平原 1 km，那么它下面的地壳到底要有多深？Figure 85 所示的简单块状模型差强人意，它解释了为什么在山脉附近，自由落体与铅垂线的实测偏差，比未计深地壳的预期值小得多。声音测量也直接证实，山脉下的大陆地壳确实更厚。

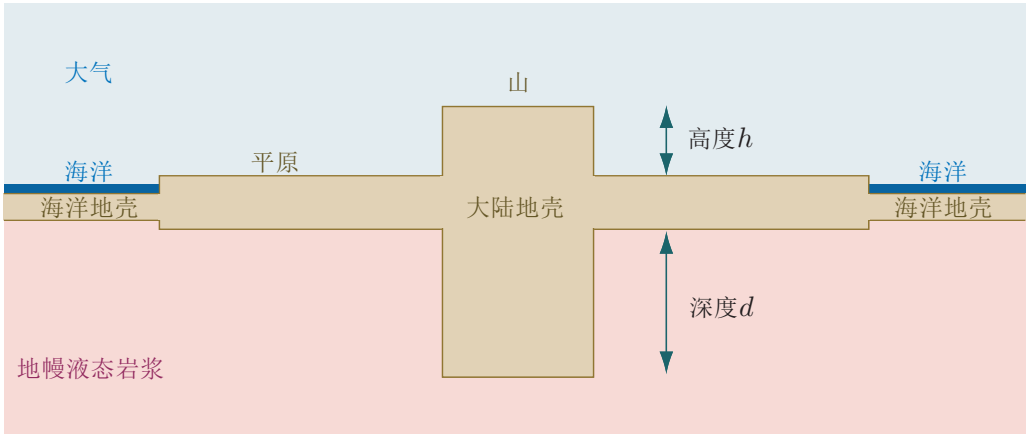


Figure 85 一个简单的山海地壳模型。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Challenge 228 e 所有均质圆柱都以相同的方式滚下斜面吗？球嘞？你能证明球比圆柱滚得快吗？

* *

Challenge 229 s 谁滚得快：装满水的汽水罐还是装满冰的汽水罐？(如何做一个装满冰的罐子？)

* *

Challenge 230 e 两个罐子，等大等重，一罐饺子，一罐豆子。谁在斜面上滚得更快？

* *

物质跟影像有个区别是：物质有气味。其实鼻子是个物质传感器。舌头和味觉也是。

* *

Challenge 231 e 用一枚硬币击出一摞硬币最下面的一枚。这有助于直观二维动量守恒。

* *

2004 年初，有三人在伦敦一家赌场一晚赚了 120 万英镑，全靠伽利略力学公式致
Ref 102 胜。他们用了 1950 年代各路物理学家开创的方法，那些物理学家造了各种小型计算机，可根据荷官施予的初速度预测轮盘赌球的结果。该英国组织在智能手机上加了台激光扫描仪，能测量轮盘赌球的路径，并预测它将到达的位置。通过这种方式，他们将一颗球出现某种结果的概率从 1/37 提高到约 1/6。经过六个月的调查，苏格兰场(Scotland Yard, 即英国警方)裁定他们可以保留赢得的钱。

约在同一时间，德国有些人用相同的方法在几周内赚了大约 40 万欧元，但根本没用电脑。某些赌场用机器投掷轮盘赌球。一些赌徒用肉眼测量就能增加他们在最后几秒钟内下注的几率，从而纯粹通过快速反应赢得可观的金额。

* *

Challenge 232 s 宇宙在旋转吗？

* *

Figure 86 的玩具显示出有趣的行为：让几颗球抬起、落下、撞击静止的球，相同数量的球就在另一侧飞离，而之前落下的球变为静止。乍一看，这似乎就是能量
Challenge 233 d 和动量守恒。但能量和动量守恒只提供了两个方程，不足以解释多个球的行为。到底为什么球会这样动呢？为什么随着时间的推移，它们又都同步摆动了？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

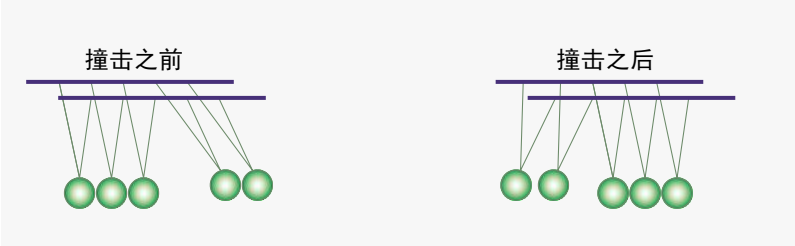


Figure 86
一种著名玩具。

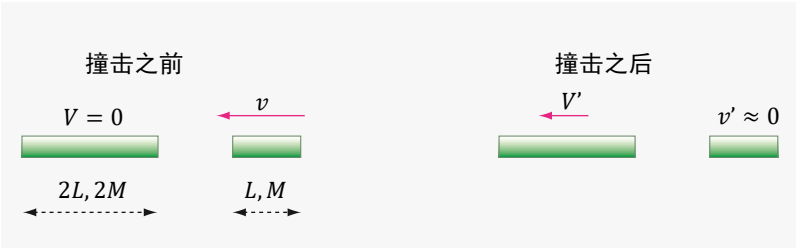


Figure 87
一种貌似违反能量守恒的弹性碰撞。

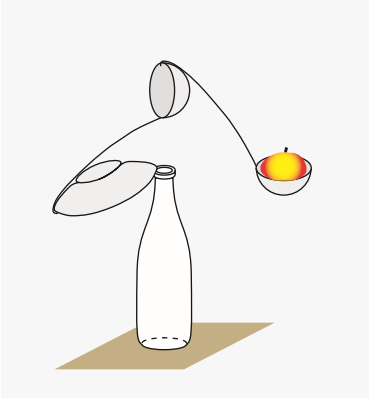


Figure 88 这可能吗？

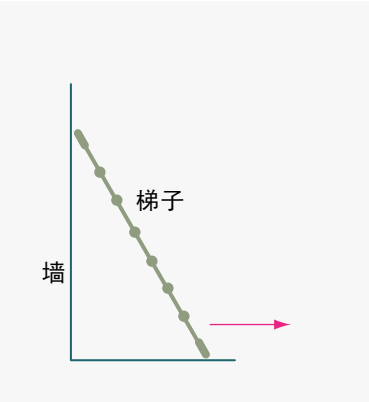


Figure 89 梯子如何倒下？

Figure 90 这种情况是可能的吗？还是一张假照片呢？(© Wikimedia)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

锤钻(hammer drill)等家用工具利用了一种惊人的效应。我们知道，当一颗小球与一
Ref 103 颗静止的大球弹性碰撞，两球相撞后都会运动，小球运动速率明显快于大球。而当一个短圆柱体撞击一个直径和材料相同但长度是短圆柱体整数倍的长圆柱体时，会发生些怪事。如 Figure 87 所示，撞击后，小圆柱体几乎静止，而大圆柱体运动。虽是弹性碰撞，但在能量守恒似乎不成立了。(这也是之所以学校总是用球
Challenge 234 d 体演示弹性碰撞。)能量到底发生了什么变化？

* *

Figure 88 所示的结构可能吗？

* *

Challenge 235 s 墙被哪种球击中会震动得更剧烈：会从墙上反弹的，还是会粘在墙上的？

* *

Challenge 236 s 家庭主妇知道如何用布头或鞋子拔出酒瓶的软木塞。怎么做的？如果软木塞掉到瓶子里，她们也知道如何用布拔出软木塞。怎么做的？

* *

梯子滑动问题，如 Figure 89 所示，求梯子的运动细节。即使不考虑摩擦，这个问
Challenge 237 s 题也比看起来更难。梯子下端总是触地吗，还是会在某短时段内升到空中？

* *

长 5 m, 重 30 kg的均质梯子靠在墙上，与墙夹角 30°。墙的静摩擦系数忽略不计，地板静摩擦系数 0.3。体重 60 kg的人爬上梯子。在梯子开始滑动之前，人最高爬多高？大量关于梯子的谜题尽在www.mathematische-basteleien.de/leiter.htm。

* *

Ref 104 在一艘重 3 万吨、长 100 米的船的船尾，落下一只普通的苍蝇，船会倾斜不到一
Challenge 238 s 颗原子的直径。如今，这么小的长度也很容易测量。你能想到至少两种方法吗?其中一种花费不应超过 2000 欧元。

* *

Challenge 239 ny Figure 90 的陀螺三层叠罗汉是现实情况的照片，还是数字合成的不可能的情形？

* *

Challenge 240 s 步枪子弹的动能与跑步者的动能相比如何？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 241 s 一颗鸡蛋放在一罐醋里泡几天，其大小会发生什么变化？

* *

Challenge 242 s 摆以多大的幅度摆动，能使其在最低点和折返点的加速度绝对值相等？

* *

Challenge 243 d 你能证明一滴水穿过薄雾时的加速度值是 $g/7$ 吗？

* *

Challenge 244 s 有一铜一铝两个空心球，重量相等，外径相同，颜色一致。显然，它们会以相同的速度和加速度下落。若二者都从斜面滚下，又当如何？

* *

Challenge 245 s 跳绳，绳子的形状是什么曲线？

* *

Challenge 246 s 如何只用秤与尺子来确定步枪子弹的速率呢？

* *

Challenge 247 e 为什么枪会在门上穿一个洞，但不能把它推开？手指则会把门推开却很难戳个洞。

* *

Challenge 248 s 梯子从墙上滑下来，其中点轨迹是什么曲线？

* *

Challenge 249 s 有家高科技公司，见 www.enocean.com，销售无电缆、无电池的房间电灯开关。你甚至可以把这样的开关粘在窗户玻璃中央。这怎么可能？

* *

Challenge 250 s 50 多年来，一家著名的瑞士钟表制造商一直在销售带有旋转摆的台钟，这种钟不需要电池，也不需要手动上弦，因为它们从环境中吸收能量。样品如 Figure 91 所示。你能想到这个钟是怎么工作的吗？

* *

Challenge 251 s 如 Figure 92 所示，升船机令人印象深刻。当船进入，升降机的重量如何变化？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 91 一种无需专门供能的商品时钟，它从环境中获取能量 (© Jaeger-LeCoultre)

Challenge 252 e 如何测量一艘船的质量？

* *

所有质量都是直接或间接与巴黎附近塞弗尔的标准千克进行比较来测量的。多年来，人们严重怀疑标准千克是否在减重，例如由于脱气，估计减重速率约为 0.5 μg/a。这就尴尬了，于是全世界都在努力寻找更好的千克定义。必须更简单、更精确，并且无需去往塞弗尔。最终在 2019 年找到并定义了一种替代方案。

* *

哪种发动机效率更高：电动车还是骑自行车的人？

* *

Challenge 253 e 质量和转动惯量都可以在有接触和无接触的情况下定义和测量。你能做到吗？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 92 位于比利时的，壮观的斯特勒比-蒂厄(Strépy-Thieux)升船机。如果左右升降机是通过绳索或液压系统连接的，那么提升一艘船需要多大引擎功率？(© Jean-Marie Hoornaert)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 93 展示的是所谓的凯尔特魔石(*Celtic wobble stone*)，也叫 *anagyre* 或抖退石
Ref 103 (*rattleback*)，上下拨弄振动它，它却开始沿平面旋转。其尺寸在几厘米到几米不等。其实只需像图中那样(不完全对称地)弯折勺子，就可以实现这种古怪装置的摹本。旋转方向始终相同，若故意让石头转错方向，过段时间它就会自动停止并
Challenge 254 d 反向旋转！你能解释这种貌似违反角动量守恒的效应吗？

* *

Steve Mould在 2013 年发现一种有趣的效应：珠链喷泉(*chain fountain*)。从容器中流出的链条，会先飞到空中。可在www.youtube.com/embed/dQJBBklpQQ观看视
Challenge 255 ny 频，并在stevemould.com上了解其故事。你能向你的奶奶解释一下这种效应吗？

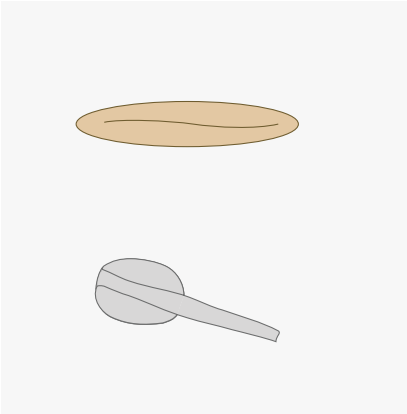


Figure 93 著名的凯尔特摇摇石(右图)；弯曲勺子制成的简易版本(左图) (© Ed Keath)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

小结：运动中的守恒

众神不似人所想的那般富有：祂们赐予一人的，
必从另一人处夺走。

古语

我们邂逅了四则守恒原理，它们适用于一切日常封闭系统的运动：

- 总线动量守恒(conservation of total linear momentum)
- 总角动量守恒(conservation of total angular momentum)
- 总能量守恒(conservation of total energy)
- 总质量守恒(conservation of total mass)

这些守恒原理都不适用于影像的运动，故能用以区分对象与影像。

守恒原理是最伟大的科学成果。它们不让自然界出奇搞怪：守恒意味着线性动量、角动量、质量-能量都既不能凭空产生，也不能消散于虚无。守恒限制了创生。本节标题下方的引文就是在表达这一理念。

Chapter 9: 诺特定理

稍后我们会发现，这些结果可以从三个简单现象推断出来：封闭系统的行为无关于它们在哪、朝向什么方向、何时建立。更抽象地说，物理学家喜欢说，所有守恒原理都是自然界不变性(*invariance*)或对称性(*symmetry*)的结果。

狭义相对论将表明，能量与质量结合在一起才能守恒。许多奇遇仍等待着我们。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 5

从地球自转到运动的相对性

Eppur si muove!

佚名*[1]

大地在转动吗？对其答案的探寻构成了经典物理学史的一条线索。公元前 4 世纪的西塞塔斯(Hicetas)和菲洛劳斯(Philolaus)就指出大地在转动。公元前 265 年，阿利斯塔克(Aristarchus of Samos)率先详细探讨了此问题。他测量了月亮的视差(目前已知高达 0.95°)和太阳的视差(目前已知为 8.8′)。*[2]视差(*parallax*)是种有趣的效应，它描述地表观测者与假想的地心观测者观测同一天体的角度差异。(见 Figure 94。) 阿利斯塔克注意到日月摇摆(*wobble*)穿梭于天穹，摇摆周期为 24 小时。他的结论是，大地在转动。阿利斯塔克似乎为他的结论遭到了死亡威胁。

Challenge 256 e
Challenge 257 s

阿利斯塔克的观测结果所提供的证据，比 Figure 95 所示的星轨更有力。你能解释为什么吗？(全球各地最繁华之处所见的星轨是何模样？)

Ref 136
Challenge 258 s

许多人梦想前往极点，亲历 Figure 95 之景象，但极地酷寒难近，许多人尝试失败。骗子罗伯特·皮里(Robert Peary)声称于 1909 年到过北极。(事实上，是罗尔德·阿蒙森(Roald Amundsen)率先抵达了南极和北极。)别的先不提，皮里声称在那拍了张照片，但那臭名昭著的照片反而证明了他没去过。为什么呢？

Challenge 259 e

有不信者说，若地球自转而非静止，赤道速率足有 0.46 km/s，如何解释为什么我们没有感觉到或注意到这个速率？

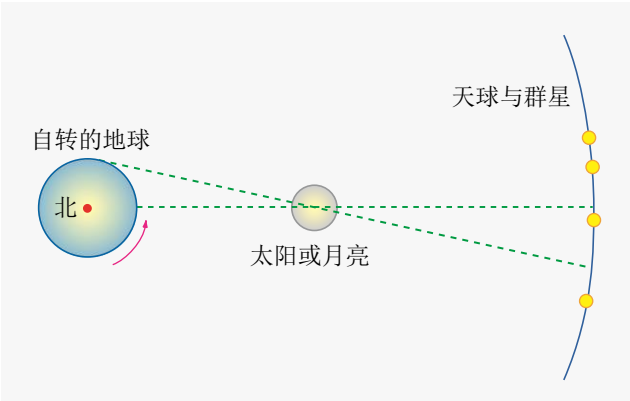


Figure 94 视差(非现实比例)。

[1]* 自 1640 年代，常把“她仍在动!/其犹动焉!”这句地动说口号归于伽利略，可能归错人了。他在审判中被迫公开撤回了地动说以求保命。有关这则轶事的更多细节，请见 chapter 11 伽利略。

[2]* 角度概念的定义见 Figure 34，角度测量单位的规定见 Appendix B。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

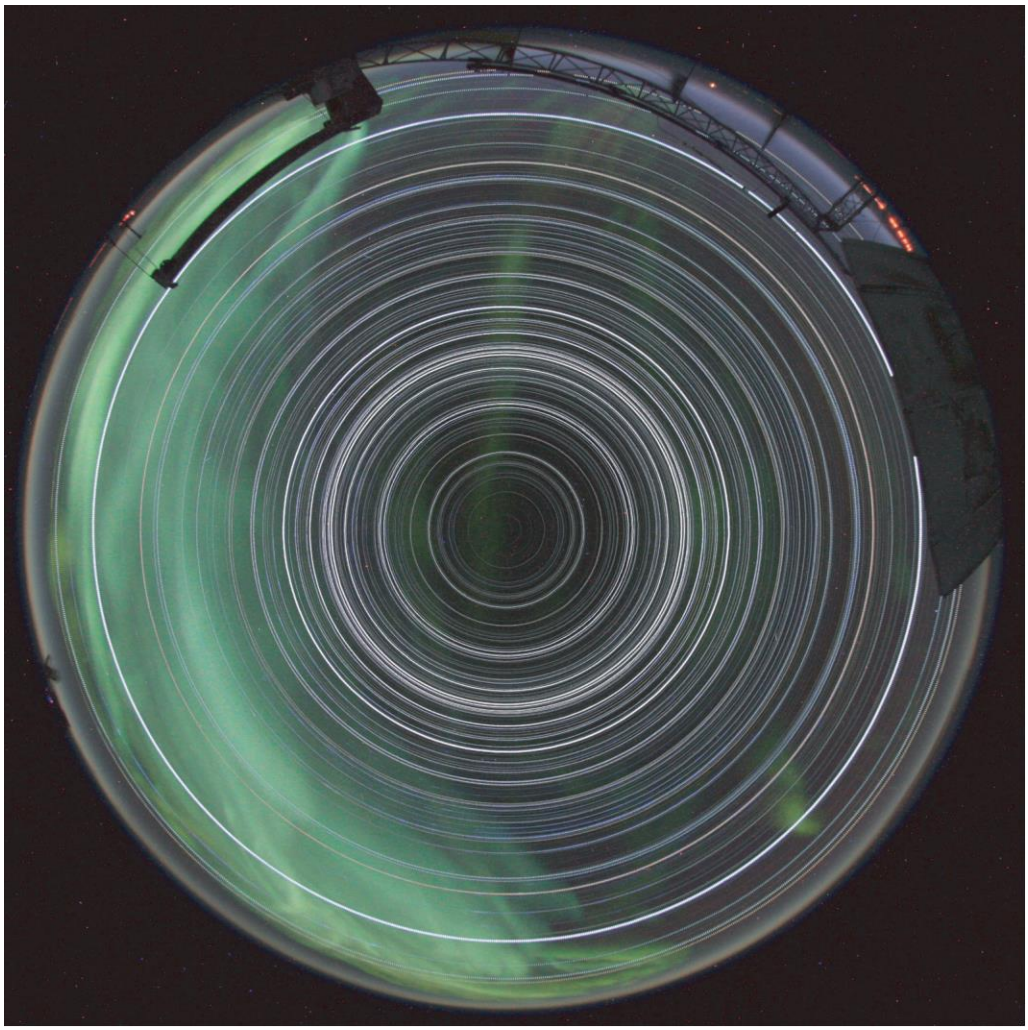


Figure 95 2012 年 5 月 1 日夜间，在南极观测到的恒星运动轨迹，以及绿色极光 (© Robert Schwartz)

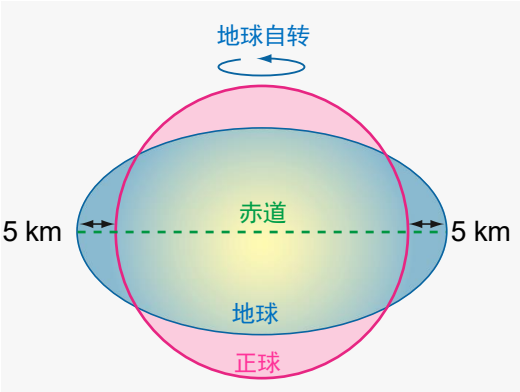


Figure 96 地球因自转而偏离正球形(比例夸张)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

用望远镜观测星体而探测到的光行差也显示了地球自转。*光行差*(*aberration*)是光线预期方向的变化，我们之后还会讨论。在赤道，地球自转增加了 0.32′的偏角，每 12 小时变一次符号，而地球绕日运动引起的光行差约 20.5′。现代天文学家发现了地球自转的诸多证据，可惜街上的行人是见不到的。

Vol.II page 17

此外，测量表明地球并非正球，它赤道隆起、两极略扁，这也佐证了地球的自转。Figure 96 示意了这种情况。不过十八世纪物理学家和数学家莫培督*[1]所提出的这一测量还是无法日常观察。

伽利略与牛顿预言了地球自转的最简证明：在自转的地球上，物体不会竖直下落，而是略微向东偏移。这落体偏东效应是因为物体会保持它开始下落时，在高处的较大的水平速度，如 Figure 97 所示。1790 年至 1792 年，在博洛尼亚，古列尔米尼(Giovanni Battista Guglielmini, 1763-1817)终于成功测到该效应，其结果成为地球自转的首个非天文证据。1802 年，本岑贝格(Johann Friedrich Benzenberg, 1777-1846)重复了这些实验。本岑贝格从汉堡的米歇尔塔(高为 76 米)上扔下金属球，发现它向东偏移 9.6 mm。你能证明本岑贝格的测量值几乎与地球每 24 小时自转一圈的假设相符吗？还有个朝赤道的更小偏移，古列尔米尼、本岑贝格以及后人们直到今天都没有测到，这是地球自转对自由落体影响的最后一项。

Challenge 260 d

Chapter 6: 轨道

下落物体绕地球画出椭圆，利用这一结果(如后文所述)，很容易理解上述两种对竖直下落的偏离。椭圆轨迹表明，对于地表观测者而言，落体径迹并不位于平面内，于地表观察测者所见，落体的确切路径无法在一张平直的纸上画出！

1798 年，拉普拉斯*[2]解释了物体如何在旋转的地球上运动，并表明它们能感受到明显的力。1835 年，科里奥利(Gustave-Gaspard Coriolis)将之简化表述。设想一颗球在桌上滚动，于地上之人而言，球沿直线滚动。现在设想桌面旋转，于地面之人所见，球仍然沿直线滚动；但对于桌面上的人来说，球的轨迹弯曲。简言之，任何在旋转背景中运动的物体都会受到横向加速度的影响。拉普拉斯发现的加速度如今称为*科里奥利加速度*，或者*科里奥利效应*(*Coriolis effect*)。在旋转背景中，运动物体偏离直线。认识科里奥利效应的最佳方法是亲自体验：如 Figure 98 所示，登上转盘；在网上观看相关视频也很有帮助。在转盘上，想撇中或者投中目标可没那么容易。

Chapter 4: 科里奥利生平

Ref 106

Ref 107

---

[1]* 皮埃尔·路易·莫培督(Pierre Louis Moreau de Maupertuis, 1698–1759)物理学家和数学家，柏林科学院创始院长，探索最少动作原理的关键人物之一，也是他将之如此命名。莫培督认为该原理反映了宇宙至善。伏尔泰在《阿卡基亚博士(*Histoire du Docteur Akakia et du natif de Saint-Malo*, 1753)》中嘲讽了其观点 (可在 gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6548988f.texteImage 阅读)。莫培督测量了大地，以辨明牛顿与笛卡尔的引力理论，笛卡尔预言地球两极略长，而非略扁。

[2]* 皮埃尔-西蒙·拉普拉斯(Pierre Simon Laplace, b. 1749 Beaumont-en-Auge, d. 1827 Paris)重要数学家。他的名著《天体力学(*Traité de mécanique céleste*)》于 1798 至 1825 年间分五卷出版。他是第一个提出太阳系由旋转气体云形成的人，也是最早设想和探索黑洞的人之一。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地球是个旋转着的背景。从北半球看，地球逆时针自转。因而任何运动体都会稍向右偏(而其速度的大小保持不变)。在地球上，跟在所有旋转背景上一样，科里奥利加速度 $\boldsymbol{a}_C$ 依赖到转轴的距离。科里奥利加速度表达式为 $\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$，你能推导吗？ Challenge 261 s

地球上的科里奥利加速度通常较小，最好在大规模或高速现象中观察它。科里奥利加速度决定了许多大尺度螺旋现象的手性，如 Figure 99 所示的气象学中的气旋和反气旋的方向，以及地球上的一般风型、洋流、潮汐的偏转。这些现象在北半球和南半球具有相反的手性。最妙的是，科里奥利加速度解释了为啥冰山在远离极地冰盖时不会跟随风向。科里奥利加速度在炮弹飞行(这是科里奥利最初的兴趣)、卫星发射、太阳黑子运动甚至在分子中的电子运动中也都起着重要作用。所有这些科里奥利加速度在北半球和南半球的符号相反。例如，在第一次世界大战中，南半球的许多舰炮都射偏了目标，因为工程师们设计补偿的是北半球的科里奥利效应。 Ref 108 Ref 109

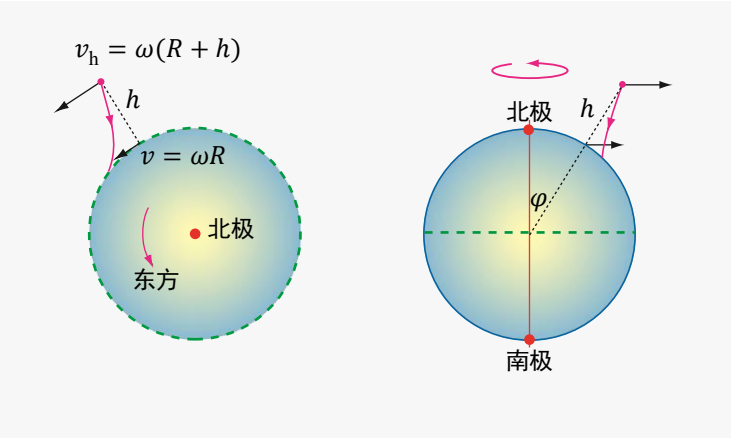


Figure 97 由于地球自转，落体向东方和赤道偏移。

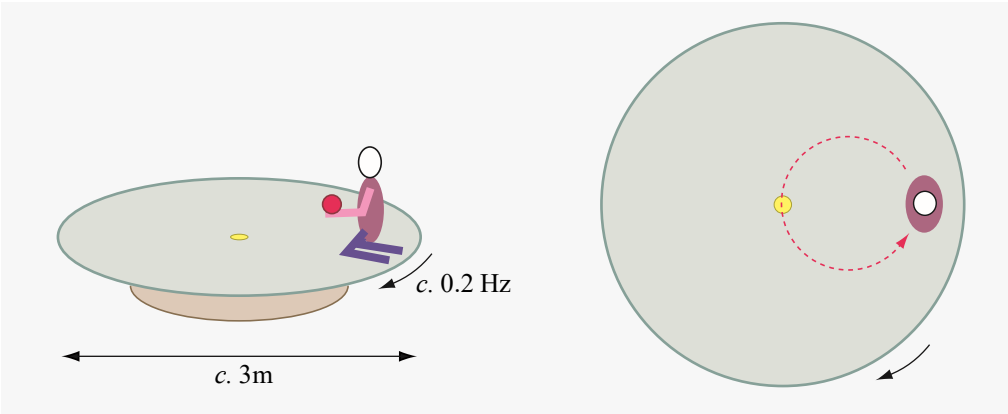


Figure 98 转盘可以让人观察到科里奥利效应最显著的效应：如果一个人让球以适当的速度滚动，球会大幅偏转，乃至转回到她身旁。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

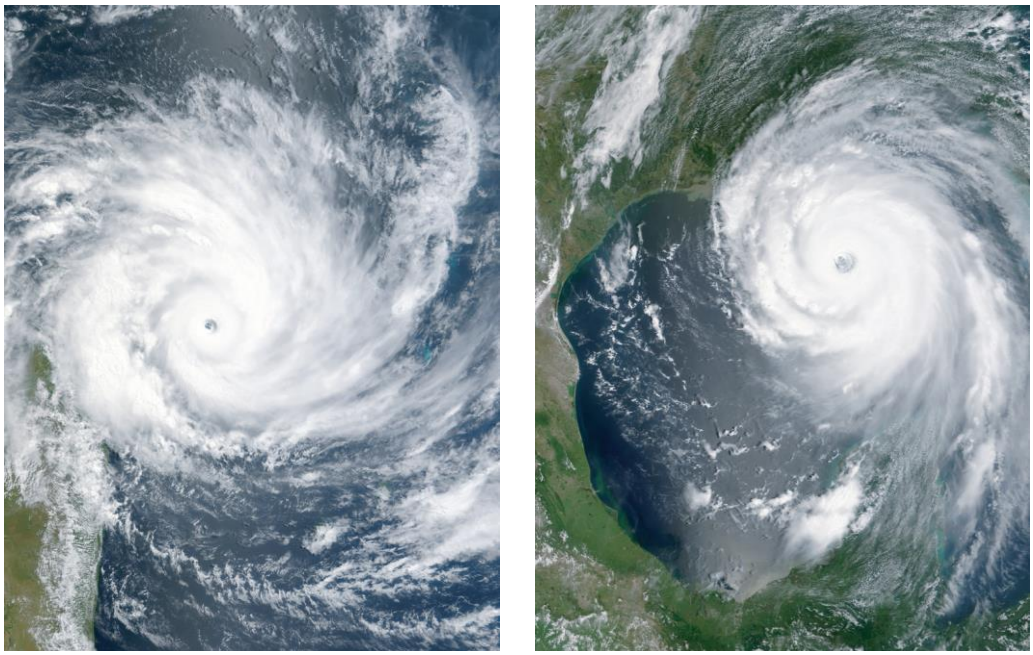


Figure 99 气旋及其低压中心，它们在南半球和北半球的旋转方向不同，南半球的是 2006 年的飓风拉里(Larry)，北半球的是 2005 年的飓风卡特里娜(Katrina) (Courtesy NOAA)

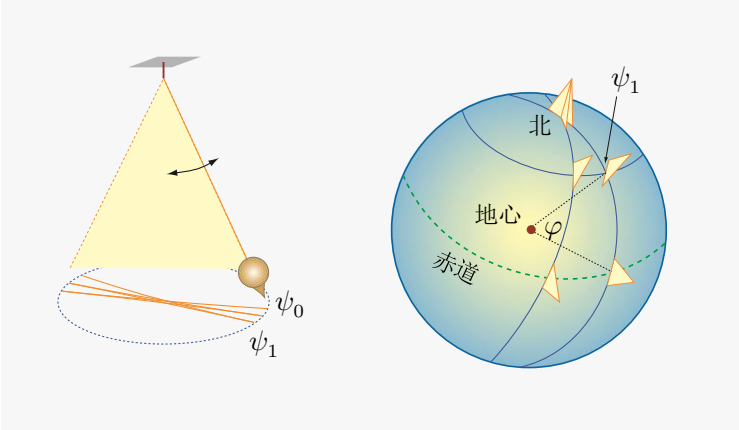


Figure 100 显示地球自转的摆面进动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref 110 直到 1962 年，在其他研究人员进行了几次早期尝试后，阿舍尔·夏皮罗(Asher Shapiro)率先证实科里奥利效应对浴缸排水漩涡方向影响很小。他精心设计了实验装置，而非用普通浴缸，因为与常见说法不同，普通浴缸中其实见不到科里奥利效应。他必须仔细消除一切干扰才能成功。例如，他在水池注满水后等待了 24 小时，以免受水的任何残留运动干扰；他还精心设计了完全旋转对称的开启机制。有
Ref 110 人在南半球重复该实验，发现旋转方向相反，从而证实了这一结果。换言之，通常浴缸漩涡的手性并非由地球自转造成，而是由水的初始流动方式导致。(赤道穿过厄瓜多尔北部的基多市(Quito)，那有些骗子向容易上当的游客表演：当穿过画在路上的赤道线时，水槽中的漩涡会发生变化。)好了，让我们继续地球自转的故事。

1851 年，医生出身的物理学家傅科(Jean Bernard Léon Foucault, b. 1819 Paris, d. 1868 Paris)所做的实验，扫除一切狐疑，几乎使他一夜成名。他在巴黎先贤祠(译者注:“巴特农” Panthéon,是一类建筑的名字，直译为万神庙)挂起一根 67 米长的摆*[1]，其摆动方向随着时间变化，摆面缓慢旋转，震惊公众。这个实验向任何有几分钟耐心观察方向变化的人证明地球在自转。如果地球不转，摆动将始终沿同一方向。而在旋转的地球上，在巴黎，方向右偏，即顺时针进动，如 Figure 100 所示。摆若位于赤道，摆动方向不会改变，在南半球则向左偏*[2]。可在 pendelcam.kip.uni-heidelberg.de 观看现代版傅科摆的网络直播；也可在 www.kip.uni-heidelberg.de/oeffwiss/pendel/zeitraffer/ 下载傅科摆昼夜运动的快放电影。

可以算出摆动方向转一整圈的时间，即*进动*(*precession*)时间。考虑初始南北摆动
Challenge 263 d 的摆，你会发现进动时间 T_{Foucault} 由下式给出

$$T_{\text{Foucault}} = \frac{23\ \text{h}\ 56\ \text{min}}{\sin\varphi} \tag{34}$$

其中 φ 是摆锤位置的纬度，赤道为 0°，北极为 90°。该式是伽利略运动学中最美妙的结果之一。*[3]

傅科也是*陀螺仪*(*gyroscope*)的发明者和命名者。1852 年，即傅科摆问世一年后，他建造了如 Figure 101 和 Figure 102 所示的装置，再次证明了地球自转。陀螺仪若自转，其轴就在空间中保持固定(相对于遥远群星)。(顺带一提，这与绝对空间不同。
Challenge 264 s 为什么？)对于地球观测者，其轴向以 24 小时为周期变化。陀螺仪如今常用于船只

Challenge 262 d [1]* 为啥要这么长的摆？其实只要把握了原理，就可以用一些技巧在家用短至 70 cm 的摆来复现
Ref 111 实验。可以在办公椅上挂个摆，然后慢慢旋转椅子，以此简单装置观察傅科效应。commons.wikimedia.org/wiki/Foucault_pendulum 有一些夸张的摆动动画。

[2]* 这一发现还展现了细致与天赋的结合。其实早在 1661 年，伽利略的学生维维亚尼(Vincenzo Viviani)就第一个观察到这一效应！傅科就是在灵粹学院(Accademia dei Lincei)的出版物上读到了维维亚尼的工作。但傅科的天才才将这一效应与地球自转联系起来，前无古人。

[3]* 傅科摆周期的计算假设进动率在旋转过程中是恒定的。这只是一个近似(通常是很好的近似)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

与飞机以确定北方，比磁罗盘更加精确可靠。最现代的陀螺仪用环行激光(laser light running in circle)而非旋转的质量体。*[1]

1909 年，厄缶(Roland von Eötvös)测到个惊人的微弱效应：由于地球自转，物体重量取决于其运动方向。绕竖直轴线旋转的天平不会完全保持水平：天平会轻微振荡。你能解释这种效应的起源吗？

Challenge 266 s

Ref 112

1910 年，约翰·哈根(John Hagen)发表了潘索(Louis Poisot)在 1851 年提出的一个更简单实验的结果。将两个质量块放在一根可以绕竖直轴转动的水平杆上，即所谓的地球自转测试仪(*isotomeograph*)，其总质量为 260 kg。若两质量块向支架中间缓慢移动，如 Figure 103 所示，如果摩擦力足够小，杆就会旋转。显然，要是地球不旋转，就不会发生这种情况了。你能解释该结果吗？这种鲜为人知的效应对于跟物理学家打赌也很有用。

Challenge 267 s

1913 年，康普顿(Arthur Compton)证明，充满水和一些小浮子(或气泡)的环状封闭管能显示地球自转。该装置被称为康普顿管(*Compton tube*)或康普顿轮。康普顿表明，当充满水的水平管绕水平轴旋转 180°，会发生一些事情，能证明地球在旋转。如 Figure 104，该实验甚至能测量实验点的纬度。猜猜会发生什么？

Ref 113

Challenge 268 d

1913 年，萨格纳克*[2]首次实现利用光检测地球自转的方法。在他的干涉仪中，两束光分别沿着顺、逆时针方向环行，产生明暗相间的条纹。若整个系统旋转，干涉条纹就会偏移，旋转越快，偏移越大。Figure 105 展示了该实验的现代高精度版本，它使用激光而非灯光。(关于干涉和条纹的更多细节见第三卷。)萨格纳克还确定了条纹偏移与实验细节之间的关系。具有角频率(矢量) $\boldsymbol{\Omega}$ 的光环绕整个环形干涉仪产生的条纹偏移对应的角相位 $\Delta\varphi$ 为

Vol.IV page 56

Ref 114

Vol.III page 104

Challenge 269 s

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{a}}{c\lambda} \tag{35}$$

其中 $\boldsymbol{a}$ 是两条干涉光线所包围的面积(矢量)，λ是其波长，c 是光速。这种效应如今被称为萨格纳克效应(*Sagnac effect*)，以纪念其发现者。而洛奇*[3]早在其 20 年前就预言了这一点。如今萨格纳克干涉仪是激光陀螺仪的核心部分，如 Figure 101 所示，在客机 导弹 潜艇上都有安装，用以测量载具的运动变化，从而确定其实际位置。

Ref 115

Challenge 265 s

[1]* 这咋就能检测地球自转了呢?

[2]* 乔治·萨格纳克(Georges Sagnac, b. 1869 Périgeux, d. 1928 Meudon-Bellevue) 是里尔和巴黎的物理学家，是居里、朗之万、皮兰、博雷尔的朋友。萨格纳克还从他的实验中推断出光速与光源的速率无关，从而证实了狭义相对论的预测。

[3]* 奥利弗·洛奇(Oliver Lodge, b. 1851, Stoke, d. on-Trent-1940, Wiltshire) 是一位研究电磁波并试图与死者沟通的物理学家和通灵师(spiritualist)。他是位古怪而有影响力的人物，他的想法经常被用来开物理学家的玩笑；例如，他是认为 19 世纪末物理学已经完善的(稀有)物理学家之一。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

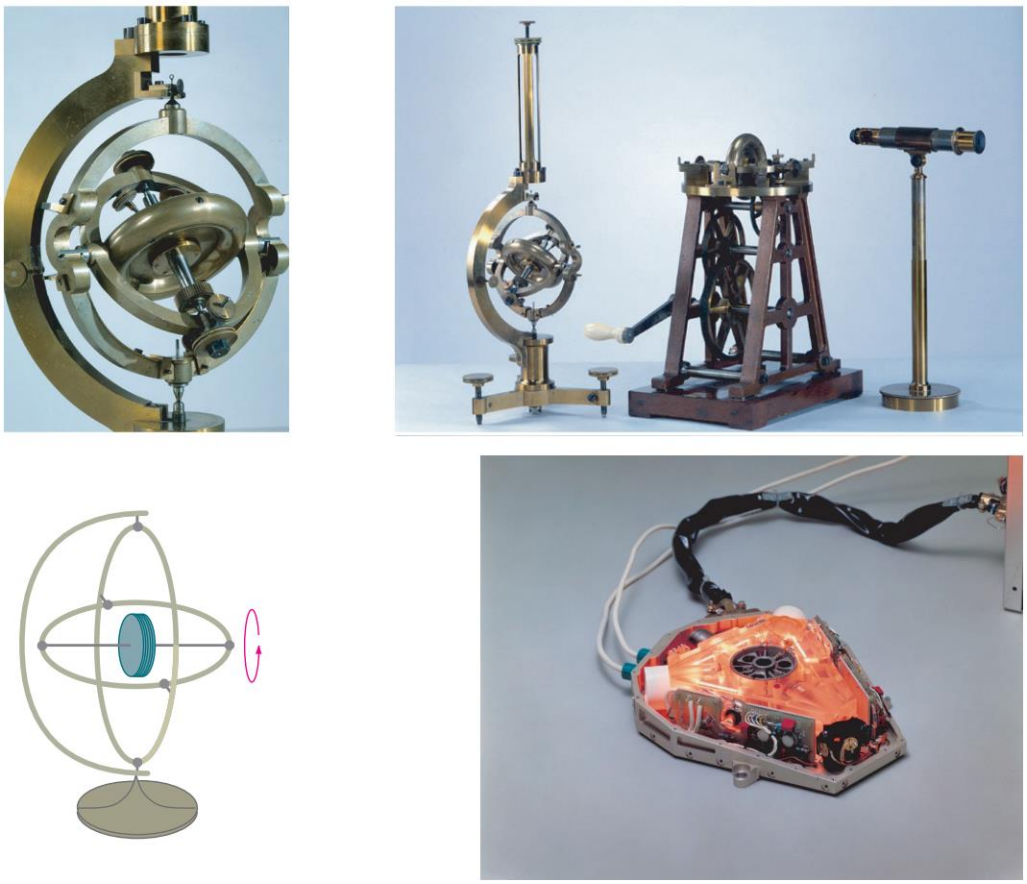


Figure 101 陀螺仪：傅科的原始系统，包括可自由移动的旋转陀螺、使之加速的机械装置、检测其运动的光学装置；一般构造原理示意图；基于旋转激光的颜色变化而不是旋转质量体的角度变化的现代(三角形)环形激光陀螺仪 (© CNAM, JAXA)

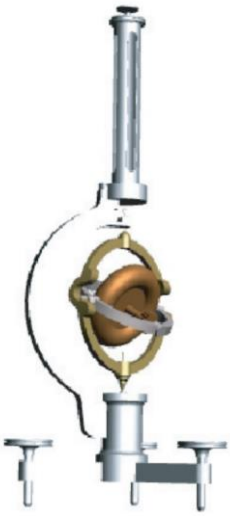


Figure 102 傅科原始陀螺仪的三维模型：在本文的 pdf 版本中，可以通过在模型上移动光标来旋转和缩放模型 (© Zach Joseph Espiritu)

译者注：技术所限，此处只放了普通图片，可尝试英文原版体验此交互模型。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

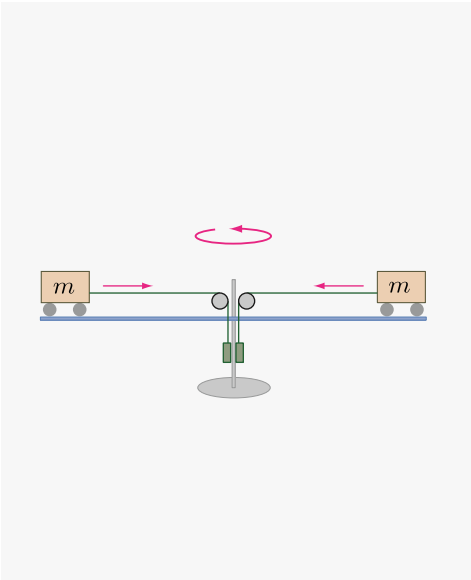


Figure 103 通过绕轴的旋转显示地球自转。

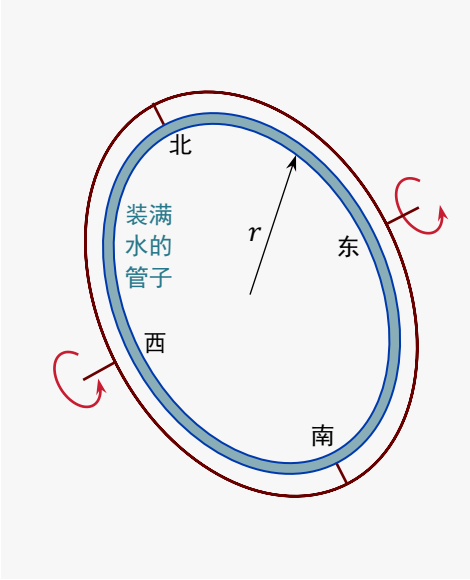
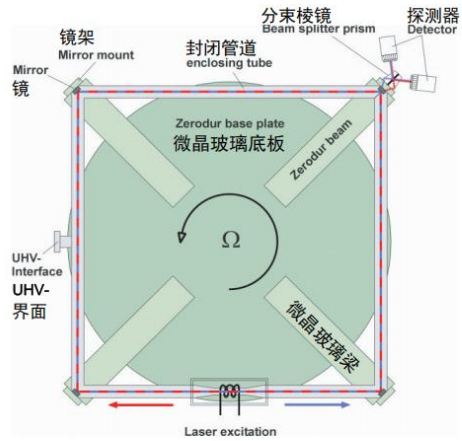


Figure 104 用水显示地球自转。



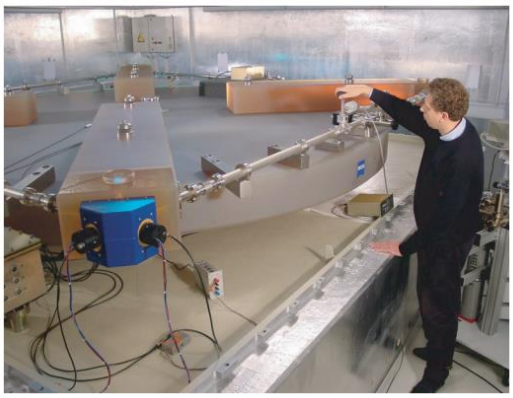


Figure 105
现代精密环形激光干涉仪 (© Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Carl Zeiss)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

条纹偏移的部分原因是地球自转。如 Figure 105 所示的现代高精度萨格纳克干涉仪使用面积为几平方米的环形激光器。这种环形干涉仪能测量到地球自转速率的几百万分之一的变化。在一年中，一天的长度会不规则地变化几毫秒，这主要是由于日月影响、天气变化、地球深处的热岩浆流动。*[1]地震、厄尔尼诺(El Niño)效应、大型水坝填蓄也会对地球的自转产生影响。所有这些效应都可以用这种高精度干涉仪来研究，它们还可以用于研究月球潮汐或地震引起的土壤运动，以及用于检验狭义相对论。

Ref 116

最后，在 1948 年，汉斯·布卡(Hans Bucka)开发了迄今最简单的实验来显示地球的自转。利用 Figure 106 的装置，那些金属棒能让任何人在几秒钟的观测后检测到地球的自转。这个实验很容易在课堂上进行。你能看出它是什么原理吗？

Ref 117

Challenge 270 s

总之：一切观测都表明，地表在自转，赤道线速度约 464 m/s，该值大于空气声速(通常约 340 m/s)。地球的自转也意味着赤道处的加速度为 0.034 m/s^2。我们确实正在宇宙中旋转(*whirling*)。

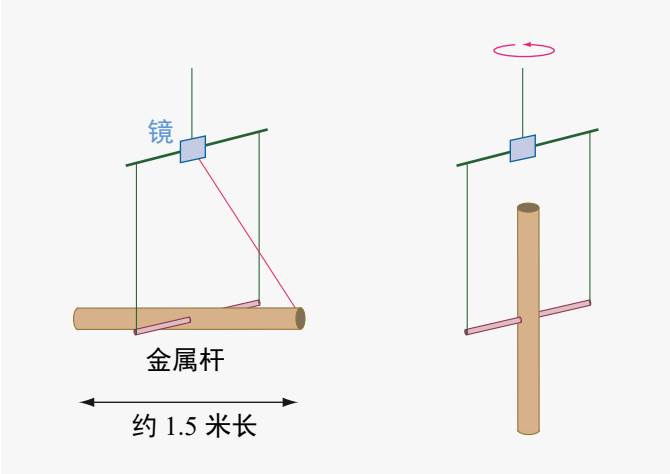


Figure 106 两秒钟观测地球自转。

[1]* 早在 1916 年，哈罗德·杰弗里斯(Harold Jeffreys)认为树叶生长会改变地球转动惯量，只是这种微弱效应淹没于更强的效应而不可见。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地球如何自转

地球自转周期，即一天的长度，在地质时间(geological time)的尺度上是恒定的
Ref 118 吗？这很难回答。如果你有答案，请发布它！(对于一年的长度是否恒定的问题也是如此。)我们很快就会发现，目前只知道不多的几种方法。

反正在人寿尺度上，地球自转周期不恒定，会变化 10^8 分之几。在“长期而非周期的(secular, 也就是久期方程的久期)”时间尺度上，主要由于月球的摩擦与极地冰盖融
Ref 119 化，一天的长度每世纪增加约 1 至 2 ms。这是通过研究古巴比伦和阿拉伯天文学家的天文观测历史得出的。还有“几十年为周期的(decadic)”变化，幅度为 4 到 5 ms，是由地核液态部分的运动造成的。(丹麦地震学家英奇·雷曼(Inge Lehmann, 1888-1993)于 1936 年发现地核中心是固态的；2008 年，两位英国地震学家探测到了内核的剪切波，证实了雷曼的发现。而固态核心周围是液态核心。)

一天长度的季节性变化以半年为周期，六个月内的振幅为 0.4 ms，一年内振幅为 0.5 ms，24 至 26 个月内为 0.08 ms——主要是由于大气(*atmosphere*)的影响。1950 年代，精确测量表明，由于月球的存在，甚至有一个 14 天周期和一个 28 天周期，振幅为 0.2 ms。1970 年代，发现周期约为 50 天的风振荡(*wind oscillations*)也会改变一天的长度，振幅约为 0.25 ms。但最后的这些变化是非常不规则的。

Ref 120 此外，海洋也以潮汐、洋流、风力、大气压力的作用，影响着地球自转。还有些效应是由于冰盖变化以及蒸发和降水造成的。最后，地球内部的流动，无论是地幔还是地核，都会改变自转。诸如：地震、板块运动、冰后期反弹(post-glacial rebound)、火山爆发，都会影响自转。

但是为什么地球会自转呢？太阳系起源于旋转气体云，地球自转也起源于此。这也解释了为何太阳和所有行星(有两颗除外)都以相同的方向绕轴旋转，并且它们
Ref 121 也都以相同方向绕太阳运行。但完整的故事超出了本文的范畴。

绕地轴自转并非地球的唯一运动，人们早知道它还有别的运动。公元前 128 年，希腊天文学家喜帕恰斯(Hipparchos)发现了今天所说的(*春分点*)*进动*(*precession*)。他将自己的测量与一百六十九年前的另一次测量进行了比较。喜帕恰斯发现，地轴在不同的时间指向不同的恒星。他断定天球在移动；如今我们更愿意说是地轴在移
Challenge 271 e 动。(为什么？)在 25800 年的时间里，地轴画出了一个半顶角为 23.5°的圆锥。如 Figure 107 所示，由于地球扁平，这种运动源自日月对地球赤道隆起(equatorial bulge)的潮汐力。太阳和月亮试图使地轴与地球轨道垂直，这个扭矩导致地轴进动。

进动普遍发生在所有旋转系统中：它出现在行星、陀螺、原子中。(进动也是 Figure 184 所示悬轮的奇异现象的原因。)无论是否悬吊，都很容易看到陀螺进动。如 Figure 108 所示，对于原子核或行星，只需设想悬吊它的金属丝不可见，旋转体也不那么扁平即可。在地球上，进动导致赤道大西洋深水上涌，并定期改变藻类生态。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

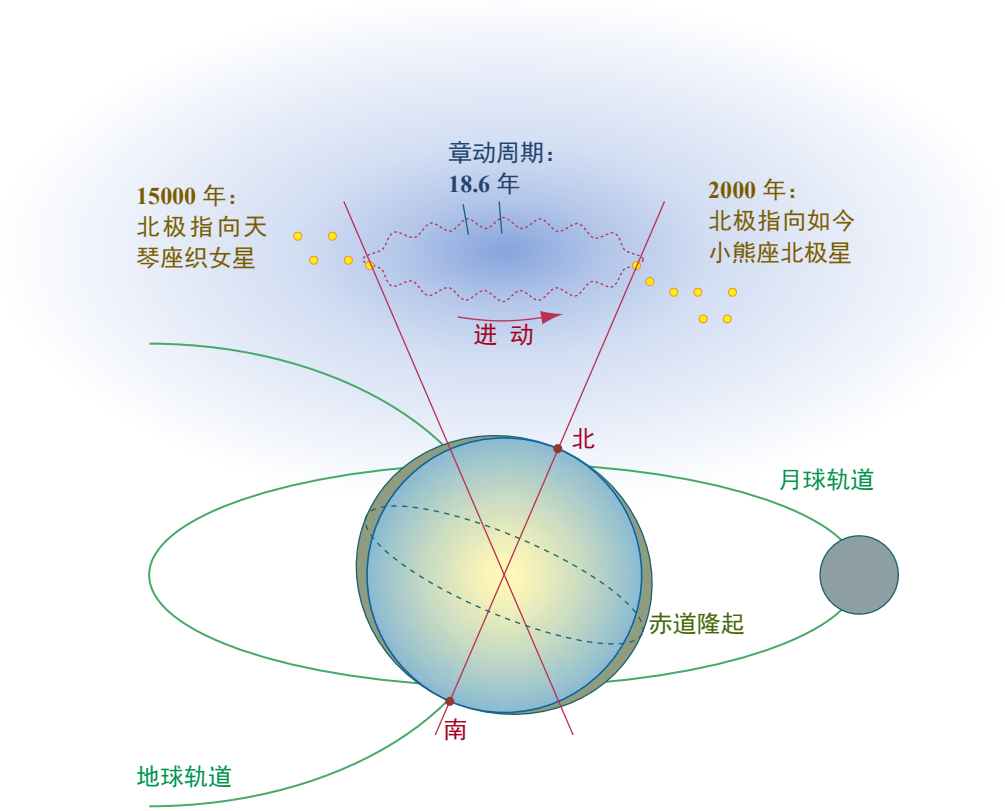
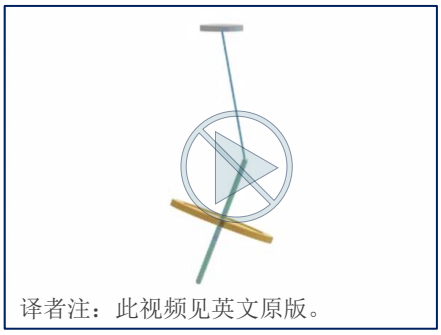


Figure 107 地轴的进动与章动。



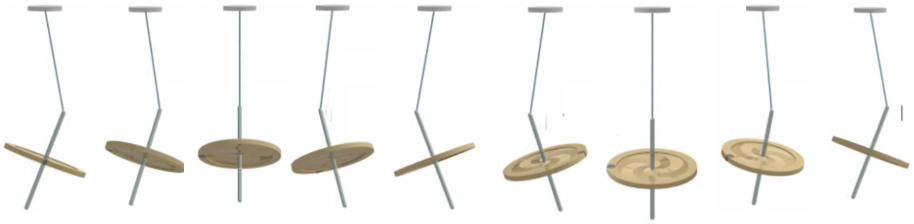


Figure 108 悬挂式陀螺的进动 (mpg film © Lucas Barbosa)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地轴相对地表不固定。1884 年，屈斯特纳(Friedrich Küstner, 1856-1936)通过测量天北极在地平线上方的精确角度，发现地轴相对于地表移动，正如贝塞尔 40 年前提出的那样。国际纬度服务(International Latitude Service)便是屈斯特纳发现的结果。屈斯特纳发现的极移(*polar motion*)由三部分组成：一个机制尚不明确的线性小漂移、一个由空气与水体季节性变化导致的年度椭圆运动、一个圆周运动*[1]，出于海底压力涨落，周期约为 1.2 年。如 Figure 109 所示，北极绕平均中心位置以约 15 米的幅度移动。由大气压力的局部变化、天气变化以及潮汐引起的北极位置的短期变化也已测得。GPS 系统只有在地轴位置精确时才能实现高精度定位。必须有这些知识，才能把人造卫星导航到火星或其他行星。

Ref 122

Ref 123

地球运动的细节已经被非常详细地研究过了。Table 25 概述了目前的知识及其精度。

1912 年，气象学家和地球物理学家魏格纳(Alfred Wegener, 1880-1930)发现了一种更大的效应。在研究了大西洋两岸的大陆架和地质层的形状后，他推测大陆在移动，如今的大陆都是同一块大陆的碎片，是那片大陆约 2 亿年前分裂的结果。*[2]

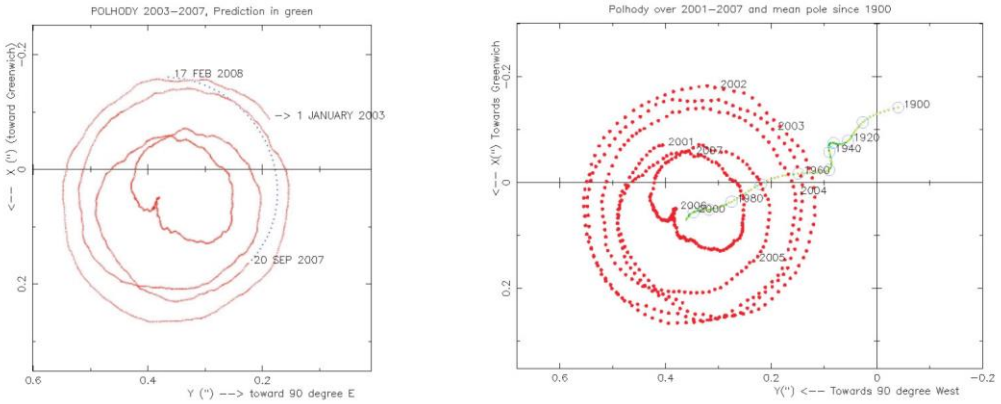


Figure 109 2003 至 2007 年北极(粗略地说，是地球的有效本体极迹(*polhode*))的运动，左图包含直到 2008 年的预测；右图含 1900 至 2006 年的平均位置。0.1 弧秒约为地表 3.1 米，没有显示由潮汐引起的几分之一毫弧秒的昼夜和半日变化 (from hpiers.obspm.fr/eop-pc)

[1]* 这种圆周运动，一种摇摆(a wobble)，是由伟大的瑞士数学家欧拉(Leonhard Euler, 1707-1783)预测的。1891 年，Seth Chandler 声称自己是圆周分量的发现者，这是个恶心的谎言，他盗用了欧拉和贝塞尔的预测以及屈斯特纳的数据。

[2]* 在这块被称为冈瓦纳古陆(Gondwanaland)的古老大陆上，有条巨大的河流从乍得向西流到厄瓜多尔的瓜亚基尔。大陆分裂后，这条河仍向西流。安第斯山脉出现后，水被阻断，数百万年后，它逆转了流向。今天，这条河仍然向东流动：它被称为亚马逊河(Amazon River)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

虽然起初遭到全世界嘲笑，但魏格纳的发现是正确的。如 Figure 110 所示，现代卫星测量证实了这一模型。例如，如 Figure 111 所示，美洲大陆每年远离欧洲大陆约 23 毫米。有人猜测，在过去的某些时期，这种速率可能要高得多。检验这一点的方法是观察沉积岩的磁化，目前仍然是研究的热点。根据被称为板块构造(*plate tectonics*)的现代模型，大陆(密度为 $2.7\cdot10^3$ kg/m3)像水上的软木块一样漂浮在地球的流体地幔(密度为 $3.1\cdot10^3$ kg/m3)上，地幔内的对流驱动着大陆板块运动。

Figure 85 极简板块模型
Vol.III page 223
Ref 124

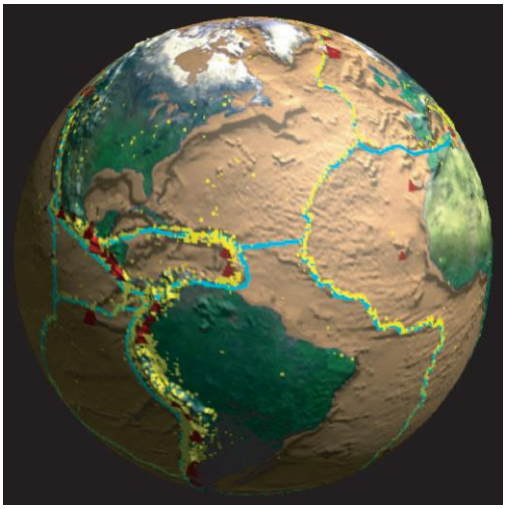


Figure 110 大陆板块是构造运动(tectonic motion)中的对象 (HoloGlobe project, NASA)

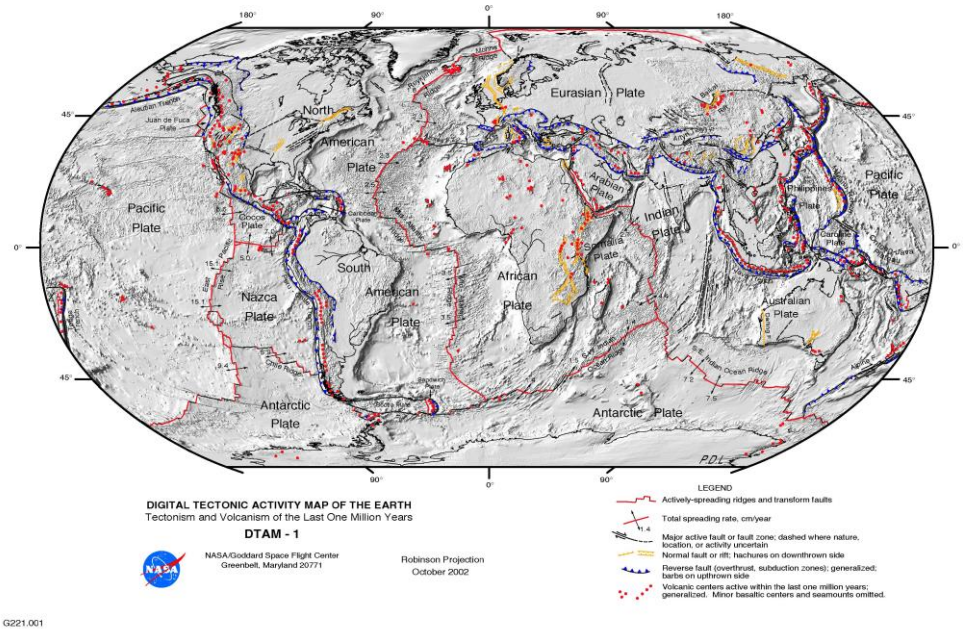


Figure 111 地球的构造板块及其边界处的相对速率 (© NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 25 关于地球运动的现代测量数据 (from hpiers.obspm.fr/eop-pc)

观测	符号	数值
地球平均角速度	Ω	72.921 150(1) μrad/s
地球标称角速度(epoch 1820)	Ω_N	72.921 151 467 064 μrad/s
惯用平太阳日(epoch 1820)	d	86 400 s
惯用恒星(sidereal)日	d_{si}	86 164.090 530 832 88 s
平太阳日与恒星日惯用值之比	$k=d/d_{si}$	1.002 737 909 350 795
标称恒星(stellar)日	d_{st}	86 164.098 903 691 s
平太阳日与标称恒星日之比	$k'=d/d_{st}$	1.002 737 811 911 354 48
黄经总岁差	p	5.028 792(2) ″/a
黄道倾角(epoch 2000)	ε_0	23° 26 ′ 21.4119 ″
地球标架的屈斯特纳-钱德勒周期	T_{KC}	433.1(1.7) d
屈斯特纳-钱德勒峰的品质因数	Q_{KC}	170
天球标架的自由核章动周期	T_F	430.2(3) d
自由核章动的品质因数	Q_F	$2\cdot10^4$
天文单位(Astronomical unit)	AU	149 597 870.691(6) km
恒星年(epoch 2000)	a_{si}	365.256 363 004 d = 365 d 6 h 9 min 9.76 s
回归年	a_{tr}	365.242 190 402 d = 365 d 5 h 48 min 45.25 s
平均月周期	T_M	27.321 661 55(1) d
地球赤道半径	a	6 378 136.6(1) m
第一赤道惯性矩	A	$8.0101(2)\cdot1037$ kg m^2
主惯性轴 A 的经度	λ_A	−14.9291(10)°
第二赤道惯性矩	B	$8.0103(2)\cdot1037$ kg m^2
轴向惯性矩	C	$8.0365(2)\cdot1037$ kg m^2
地幔的赤道惯性矩	A_m	$7.0165\cdot1037$ kg m^2
地幔的轴向惯性矩	C_m	$7.0400\cdot1037$ kg m^2
地球的扁率	f	1/298.25642(1)
天文学的地球动力学扁率	$h=(C-A)/C$	0.003 273 794 9(1)
地球物理学的地球动力学扁率	$e=(C-A)/A$	0.003 284 547 9(1)
地球的核心动力学扁率	e_f	0.002 646(2)
地球重力势的二阶项	$J_2=-(A+B-2C)/(2MR2)$	$1.082\ 635\ 9(1)\cdot10^{-3}$
J_2 的长期变化率	dJ_2/dt	$-2.6(3)\cdot10^{-11}$ /a
Love 数(度量潮汐造成的形状扭	k_2	0.3
长期 Love 数	k_s	0.9383
平均赤道重力	g_{eq}	9.780 3278(10) m/s^2
地心引力常数	GM	$3.986\ 004\ 418(8)\cdot10^{14}$ m^3/s^2
日心引力常数	$GM_\odot$	$1.327\ 124\ 420\ 76(50)\cdot10^{20}$
月球与地球的质量比	μ	0.012 300 038 3(5)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地球在动吗？

地心的位置在宇宙中也不静止。公元前 3 世纪，阿利斯塔克就认为地球绕着太阳转；人们从 17 世纪就知道了地日距离。如 Figure 112 所示的实验证实，地球轨道是个椭圆。但日心说系统有个基本难题：漫天的恒星全年看起来都是一样的。要是地球绕太阳运行，这咋能呢？直到 1837 年，贝塞尔*[1]才成为第一位观察到恒星视差(*parallax*)的人，那是仔细测量和复杂计算的结果，他甚至为此弄出了贝塞尔函数(*Bessel functions*)。他发现天鹅座 61 的视位置在一年中不断变化。从全年来看，这颗星在天穹画出一个小椭圆，长轴约为 0.588″ (这不是贝塞尔的数值，也还有其它现代版本)。在仔细排除了所有其它可能的解释后，他推断这种变化是由于地球绕太阳运动造成的。根据椭圆的大小，他确定到天鹅座 61 的距离为 105 Pm，即 11.1 光年。

Challenge 272 s

贝塞尔首次成功测量了恒星的距离，也证明了地球相对于天球上的恒星不是固定的。地球的移动并不令人惊讶。它证实了布拉德雷*[2]于 1728 年发现的光行差的结果，这将在后面讨论。从天球上看，地球确实绕着太阳转。

Vol.II page 17

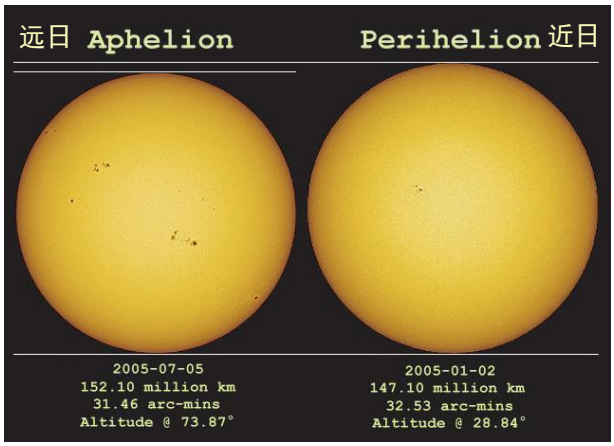


Figure 112 太阳的角直径因地球的椭圆运动而变化 (© Anthony Ayiomamitis)

Figure 113 弗里德里希·威廉·贝塞尔(1784–1846)

[1]* 弗里德里希·威廉·贝塞尔(Friedrich Wilhelm Bessel, 1784–1846) 威斯特伐利亚的天文学家，他离开成功的商业生涯，将一生奉献给星空，成为他那个时代最重要的天文学家。

[2]* 詹姆斯·布拉德雷(James Bradley, b. 1693 Sherborne , d. 1762 Chalford) 重要的天文学家。他是最早意识到精确测量之价值的天文学家之一，并彻底现代化了格林威治天文台。他独立于曼弗雷迪(Eustachio Manfredi)发现了光行差，并证明了地球是在移动的。特别是，这一发现使他能够测量光速并得到 0.3 Gm/s 的值。他还发现了地轴的章动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

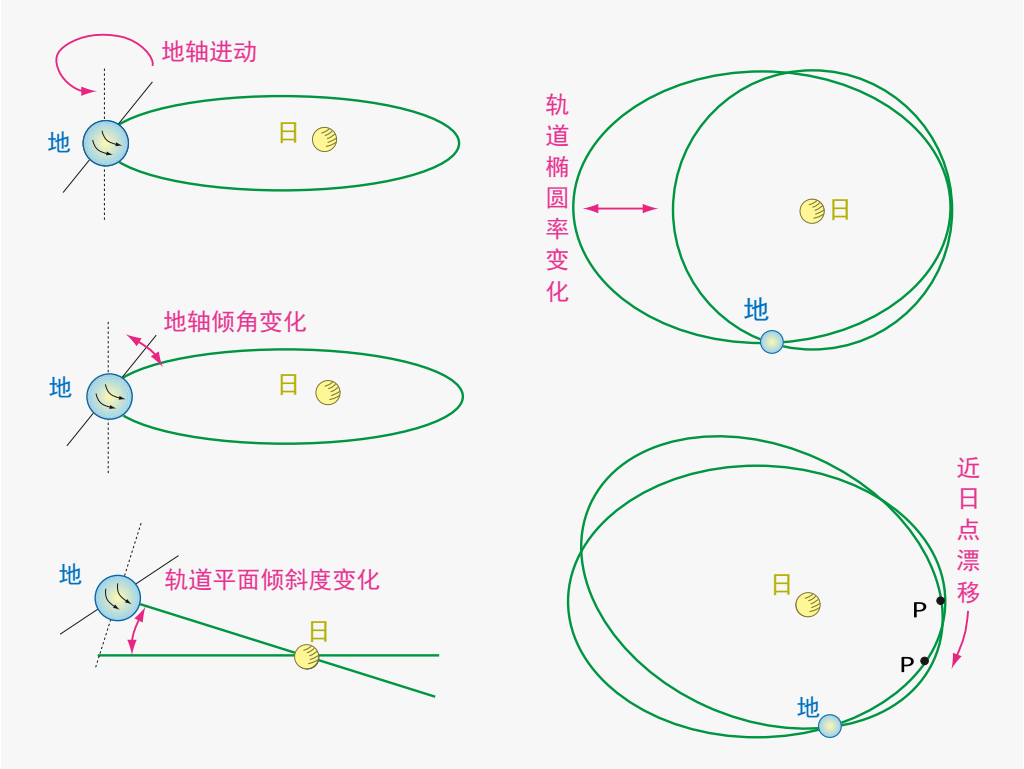


Figure 114 轨道平面外的不同观测者观察到的地球绕太阳运动的变化。

随着望远镜的改进，人们发现了地球的其它运动。1748 年，布拉德雷宣布进动有个规律的小变化，他称之为*章动*(*nutation*)，周期 18.6 年，角幅度 19.2″ 。发生章动是因为月球绕地球的轨道平面与地球绕太阳的轨道平面并不完全相同。你能证明这种情况会产生章动吗？ Challenge 273 e

天文学家还发现，*地轴倾角*(*obliquity*)(如今是 23.5°)，即其内角动量与轨道角动量夹角，会在 41000 年的周期内在 22.1°到 24.5°之间变化。该运动由太阳引力和地球偏离球形造成。1941 年，二战中避世隐居的塞尔维亚天文学家米兰科维奇(Milutin Milankovitch, 1879-1958)研究出，这 41000 年的倾角周期，加上进动导致的 22000 年的平均周期*[1]，在过去的 200 万年里制造了 20 多个冰期(ice age)。这是因为两极日照强度变化，融化冰量变化会，导致平均温度变化。上一冰期大约在 2 万年前达到顶峰，约于 11800 年前结束，下一个还很遥远。通过测量冰芯和海洋沉积物中的氧同位素比值，证实了冰期与天文学的惊人联系，从而可以追溯过去一百万年的平均温度。Figure 115 显示了由于倾角和进动的变化，温度与辐照的变化有多接近。 Ref 125

[1]* 其实，由于进动和近日点偏移之间的相互作用，25800 年的进动导致了 23700 年、22400 年和 19000 年的三个日照周期(insolation period)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

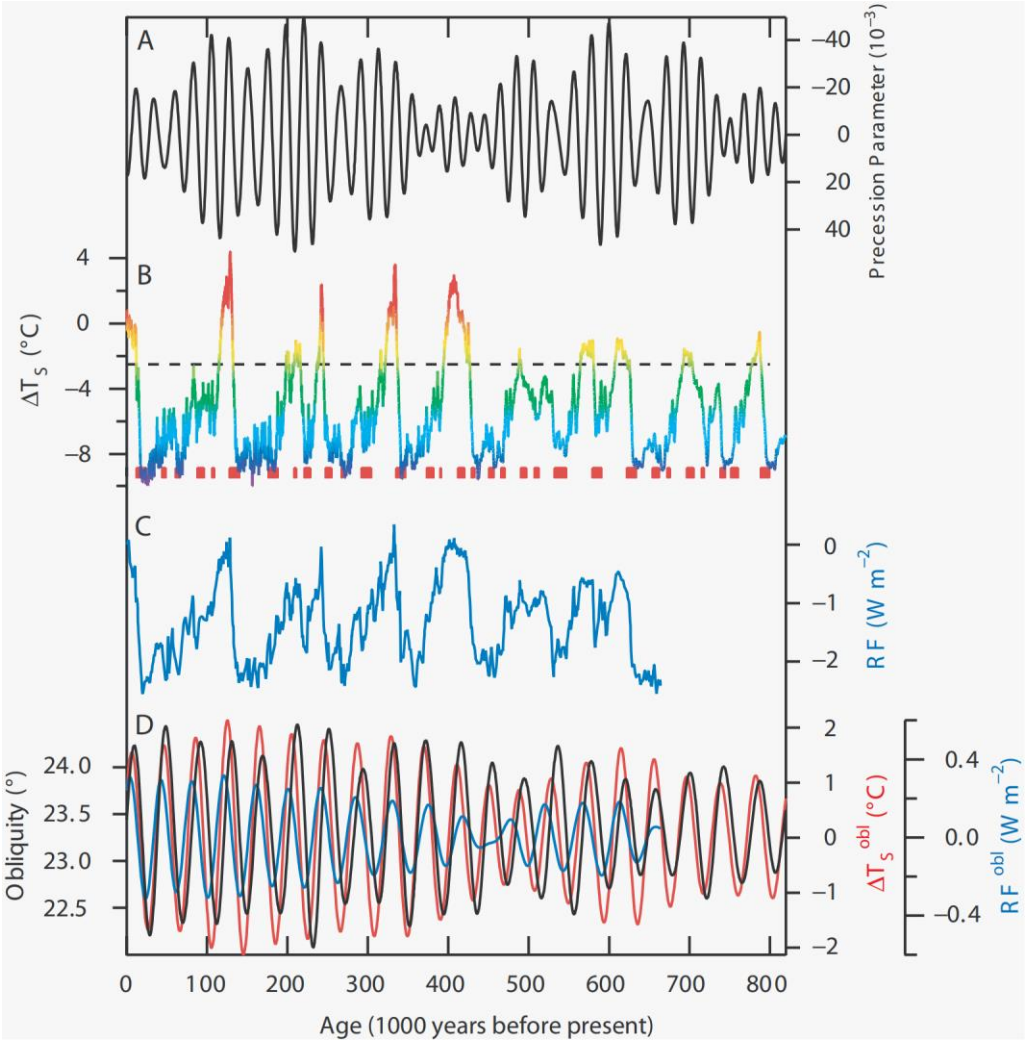


Figure 115 现代测量显示了地球进动参数(黑色曲线 A)和倾角(黑色曲线 D)如何影响过去 80 万年的平均温度(彩色曲线 B)和地球辐射(蓝色曲线 C)：用傅里叶分析从辐射数据 RF(蓝色曲线 D)导出的倾角和用傅里叶分析从温度(红色曲线 D)推导出的倾角与天文数据(黑色曲线 D)中已知的倾角相匹配；当倾角上升而进动参数下降时(在温度曲线下方标记为红色)，就会发生剧烈降温事件 (© Jean Jouzel/Science from Ref 125)

地球轨道还会随着时间改变其离心率(*eccentricity*)，从完全圆形略微变为椭圆形，然后再变回圆形。不过这是以非常复杂的方式发生的，地球轨道会受太阳系大行星对影响，没有周期性规律。典型的时间尺度是 10 万到 12.5 万年。

此外，地球轨道相对于其它行星轨道的倾斜度(*inclination*)，似乎以 10 万年为周期，从+2.5°变为-2.5°，然后再变回。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

甚至椭圆指向的方向也随时间变化。这种所谓的*近日点漂移*(*perihelion shift*)在很大程度上是由于其它行星的影响；剩下的一小部分则在广义相对论中很重要。水星的近日点偏移正是证实爱因斯坦理论的第一个数据。

显然，一年的长度也会随着时间变化。测到的变化约为 10^{11} 分之几，即每年约 1 ms。与地球自转的变化相比，对这些变化及其起源的了解要少得多。

接下来要问太阳是否移动。局部来看，它以 19.4 km/s 的速率向武仙座(Hercules)移动。赫歇尔(William Herschel)于 1783 年表明了这一点。全局来看，其运动更有趣。银河系直径至少 10 万光年，而我们距其中心 26000 光年。(自 1918 年以来，这已为人所知。银河系中心位于射手座(Sagittarius)方向。)在我们的位置，银河系厚度约
Ref 126 1300 光年，我们目前距离中心平面 68 光年。太阳以及太阳系，大约需要 2.25 亿年才能绕银河系中心转一圈，其轨道速度约 220 km/s。太阳似乎将继续远离星系平面，直到它离星系平面约 250 光年，然后折返，如 Figure 116 所示。该振荡周期约估为 6200 万年，并被认为是地球上动物大规模灭绝的机制，可能是因为在途中可能会定期遇到一些气体云或宇宙辐射源。这个问题仍是研究热点。

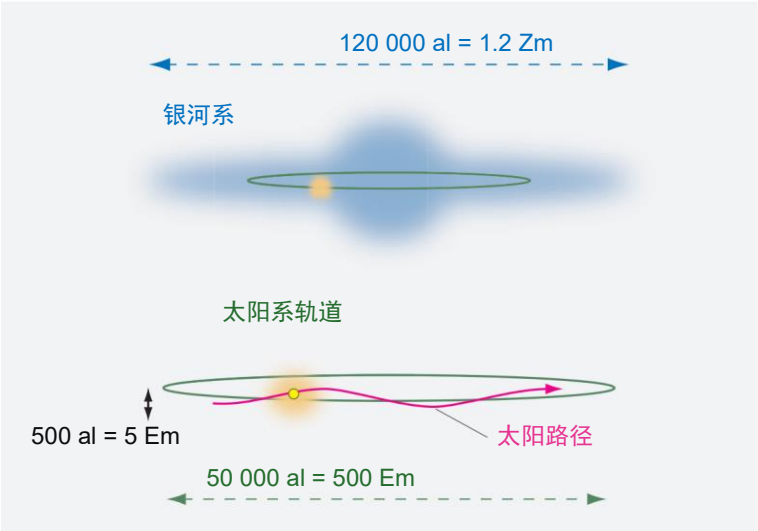


Figure 116
太阳绕银河系的运动。

太阳绕银河系中心的运动意味着太阳系的行星可以被视为随太阳走出螺旋线。Figure 117 显示了它们的螺旋路径。

我们绕着星系中心转，因为星系的形成，就像行星系统的形成一样，总是发生
Challenge 274 s 在漩涡中。顺便一问，你能由自己的观察来证明我们的星系是旋转的吗？

最后，我们可以问银河系是否在移动。确实能观测到其移动，因为可以测出太
Ref 127 阳相对于宇宙背景辐射的运动。这个值被测为 370 km/s。(地球穿过背景辐射的速度

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

当然取决于季节。)这个值由太阳围绕星系中心的运动和星系本身的运动合成，后者是由我们本地星系群中其它附近星系的引力引起的。*[1]

总之，地球确实在运动，而且运动方式相当复杂。正如庞加莱所说，如果我们今天在一个特定的地方，比如巴黎的先贤祠，明天同一时间再到同一个地方，我们其实在 3100 万公里之外了。即使有可能(其实不能)时间旅行，这种状况也将使之无比复杂；你要是想回到过去，你最好准确到达老地方！

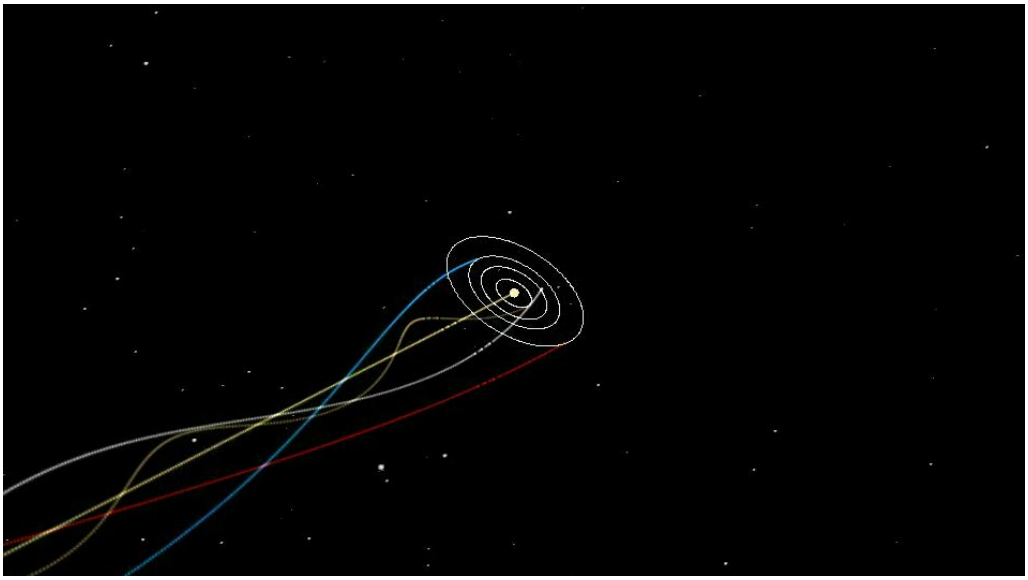


Figure 117 太阳绕银河的轨迹，以及前四颗行星绕日运动的螺旋轨迹。棕色表水星，白色表金星，蓝色表地球，红色表火星 (QuickTime film © Rhys Taylor at www.rhysy.net)

译者注：该视频见英文原书，也可以在网上找到更多精美的太阳系螺旋运动视频。

[1]* 这就差不多到头了。注意，之后将了解的宇宙膨胀不会产生运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

速度绝对吗：日常相对论

咱咋感觉不着地球的种种运动呢？1632 年已经有了答案的两个部分。首先，正如伽利略所解释的那样，我们感觉不到地球的加速度，因为它们产生的影响太小啦，我们的感官无法检测到。刚刚提到的许多加速度确实只在高精度实验中产生可测量的影响，例如在原子钟里。

Vol.II page 155

伽利略提出的第二点同样重要：我们不可能感受到我们的运动速率。我们从理论原理上就不可能感觉到不加速的平移运动。伽利略通过比较两名观测者的观察结果来讨论这个问题：一个在地上，一个在船上，船是当时最先进的非加速运输工具。伽利略问，地上的人和匀速行驶的船上的人是否有任何不同的体验(或“感觉”)。爱因斯坦用火车上的观测者，后来又时兴谈火箭上的旅行者(以后又会是什么？)。伽利略解释说，只有物体之间的相对速度会产生影响，而不是速度的绝对值。对于感觉和一切测量结果，我们发现：

Challenge 275 e

▷ 恒定而不受干扰的运动，无论速度有多快，都与静止没有区别。这叫：伽利略相对性原理(*Galileo's principle of relativity*)。

在日常生活中，确实只有当载具颠簸或加速，或者相对于风运动，我们才会感觉到运动。伽利略故此得出结论，两名观测者在不受干扰的直线运动中无法说出谁在“真正”运动，无论二者相对速度如何，他们都不会“感觉到”运动。*[1]

---

[1]* 1632 年，伽利略在他的《对话(*Dialogo*)》中写道：“你与朋友们闭在大船甲板下的主舱里，让你们带几只苍蝇蝴蝶和别的小飞虫。舱内有只大水碗，里头有几条鱼。挂起个水瓶，水一滴滴落进下面的宽口容器。船静止时，仔细观察，发现小虫们在舱内乱飞，鱼向各个方向随机游动，水滴掉到下面的容器里。把任何东西扔给朋友，只要距离相等，向某个方向扔不会比向另一方向扔更用力。双脚齐跳，无论跳向何方，跳过的距离都相等。仔细观察所有这些事情后(若船静止，一切都无疑必以这种方式发生)，让船匀速运动，随便什么速度，别来回摇晃就好。你会发现上述所有现象没有丝毫变化，无法从任何现象分辨出船是在移动还是静止。若跳跃，虽然当你在空中的时候，脚下地板会朝着与你跳跃方向反向前进，但你会在地板上跳出与之前相同的距离，即使船快速行驶，你也不会向船尾比向船头跳得更远。向同伴扔东西，无论他在船头还是船尾，你都无需更用力就能把东西扔给对面的他。水滴一如既往落入下方容器，不会向船尾滴落，哪怕水滴在空中时，船会驶过许多拃。水中鱼儿向前游不会比向后游费力，并且会同样轻松地游向碗边任何地方的饵料。蝴蝶与苍蝇继续随便乱飞，不会集中在船尾，不会因为滞空而脱离船体，不会为了跟船而更费力。若焚香生烟，可见烟云直挺，不偏不斜。这一切现象皆因船的运动是船上一切事物所共有的，也是空气所共有的。之所以我说你应在甲板下面，是因为如若这露天发生，而空气不随船动，那么上述现象多少会有些显著差异。

译者注：伽利略最著名的两本书是《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话(*Dialogo*), 1632》与《关于两门新科学的对谈(*Discorsi*), 1638》。上述名段出自《对话》“第二天”中间部分。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

静止是相对的。或者更清楚地说：静止是个依赖于观测者的概念。伽利略物理学的这一成果相当重要，以至于庞加莱引入了“相对论(theory of relativity)”这一措辞，爱因斯坦在发表著名的狭义相对论时明确复述了这一原理。这些名字很尴尬，因为伽利略物理学也是一种相对论！静止的相对性是一切物理学的共同原点，这是运动的一个重要性质。

总之，不受干扰的或匀速的运动没有可观测效应，只有运动的改变才可观测。速度不可感，但加速度可感。因此，每名物理学家都可以从维特根斯坦的以下陈述中推断出一些简单的东西：

> Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.*[1]

Challenge 276 s 这个说法是错的。虽然维特根斯坦强烈希望不犯错，但你能解释为什么他在这错了吗？

旋转相对吗？

当我们快速转圈圈，我们的手臂会自动抬起、被甩飞。怎么会这样呢？身体如何检测我们是否在旋转？有两种可能的答案。牛顿提出的第一种方案是说存在一个绝对空间，每当我们相对这个空间旋转，系统就会做出反应。另一个答案是，旋转是相对的，当手臂抬起，群星也在以完全相同的方式旋转：我们的身体之所以能检测到旋转，是因为我们在相对于空间中的平均质量分布运动。

关于这个问题被引用最多的是牛顿。他研究的不是手臂，而是一只旋转的水桶。在旋转的水桶中，水面下凹，而不旋转的桶内，水面是平的。牛顿问为什么会这样。一如既往，牛顿的回答是以他父亲早逝引发的神秘主义(mysticism)为指导的。牛顿将绝对空间视为一个神秘的宗教概念，甚至无法想象另一种选择。如是，牛顿把旋转视为一种绝对运动。大多数现代科学家的个人问题比牛顿少，常识比牛顿多，故而如今的共识是，旋转效应是由宇宙中的质量分布引起的：

▷ 旋转是相对的。

许多高精度实验证实了这一结论，这也是爱因斯坦相对论的一部分。

[1]* “太阳明天会升起，这是一则假设；这意味着我们不知道它是否会升起。”这一著名的陈述可以在维特根斯坦的《逻辑哲学论 6.36311》中找到。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 158 Figure 118 穿过纷纷雪花显示出三维相对运动的效应。当地球在宇宙中加速时，也会看到类似的效果 (© Neil Provo at neilprovo.com)

奇趣挑战：旋转与相对性

在火车上旅行的时候，你可以检验伽利略关于日常运动相对性的命题。闭上眼睛，
Challenge 277 e 让别人把你转几圈：你还能说出火车在朝哪个方向行驶吗？

* *

Challenge 278 s 当人踩上一只良好的体重秤，保持不动，但其示数并不会恒定不变。为什么呢？

* *

Challenge 279 s 如果位于赤道的枪竖直向上射击，子弹会落在哪里？

* *

Challenge 280 s 为什么大多数火箭发射场尽可能靠近赤道？

* *

在赤道，地球的自转速率为 464 m/s，约为 1.4 马赫(即音速的 1.4 倍)。这种超音速运动有两个有趣的影响。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

第一，自转速率决定了典型天气现象的尺寸。这个尺寸，即所谓的罗斯贝半径(*Rossby radius*)，是由声速(或其它一些典型速率)除以当地自转速率的两倍，再乘以地球半径得出的。在中纬度地区，罗斯贝半径约为 2000 km。这与地球半径相比也相当可观，所以在任何特定时刻，地球上只有少数大型天气系统。若地球自转速度更慢，天气将由短暂的局部流动决定，没有普遍规律；如果地球自转更快，天气变化将更加剧烈，就像木星一样，但罗斯贝半径小意味着大型天气结构寿命很长，比如木星上的大红斑，至少持续了几个世纪。从某种意义上说，地球的自转速率产生了最有趣的天气。

第二，地球自转速率影响大气层厚度。粗略地说，马赫数也是空气分子的热速率。该速率足以使一粒空气分子达到大气的特征高度，约 6 km。另一方面，地球的自转速率 Ω 决定了地球的扁率。粗略说来，我们有 $gh = \Omega^2 R^2/2$，约为 12 km。(这太粗略了，实际值为 21 km。)因此，我们发现地球的自转速率意味着其扁率与大气层的厚度相当。

Figure 96 地球扁椭

* *

科里奥利效应影响河流及其沿岸。1860 年，卡尔·恩斯特·冯·贝尔(Karl Ernst von Baer)提出了这一惊人联系，他发现在俄罗斯，许多在低地向北流动的河流的右岸陡峭高耸，左岸低平。(你能解释其细节吗？)他还发现，南半球的河流表现出相反的效果。

Challenge 281 e

* *

科里奥利效应拯救生命，帮助了很多人。如 Figure 119 所示，它在导航系统有重要应用。昆虫利用振动的质量体来稳定自身取向、找到前进的方向与路径。大多数双翅目昆虫(diptera)利用振动的平衡棒(*haltere*)导航，特别是蜜蜂、家蝇、食蚜蝇、大蚊。飞蛾等其它一些昆虫用振动的触须导航。汽车、卫星、手机、遥控直升机模型和电脑游戏也用微小的振动质量体作为方向和导航传感器，就像昆虫一样。

所有这些导航应用中都有一个或若干微小振动体，如果它们所连接的系统转动，方向的变化会导致科里奥利效应。该效应通过检测后续几何学变化来测量，这种变化及其信号强度取决于角速度的大小与方向。这种定向传感器被称为振动科里奥利陀螺仪(*vibrating Coriolis gyroscope*)。它们的开发和生产是高科技行业和生物进化的重要部分。

* *

一位有钱的古怪顾客要求建筑师规划建造一座四面墙都朝南的房子。建筑师是如何实现这一要求的？

Challenge 282 e

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

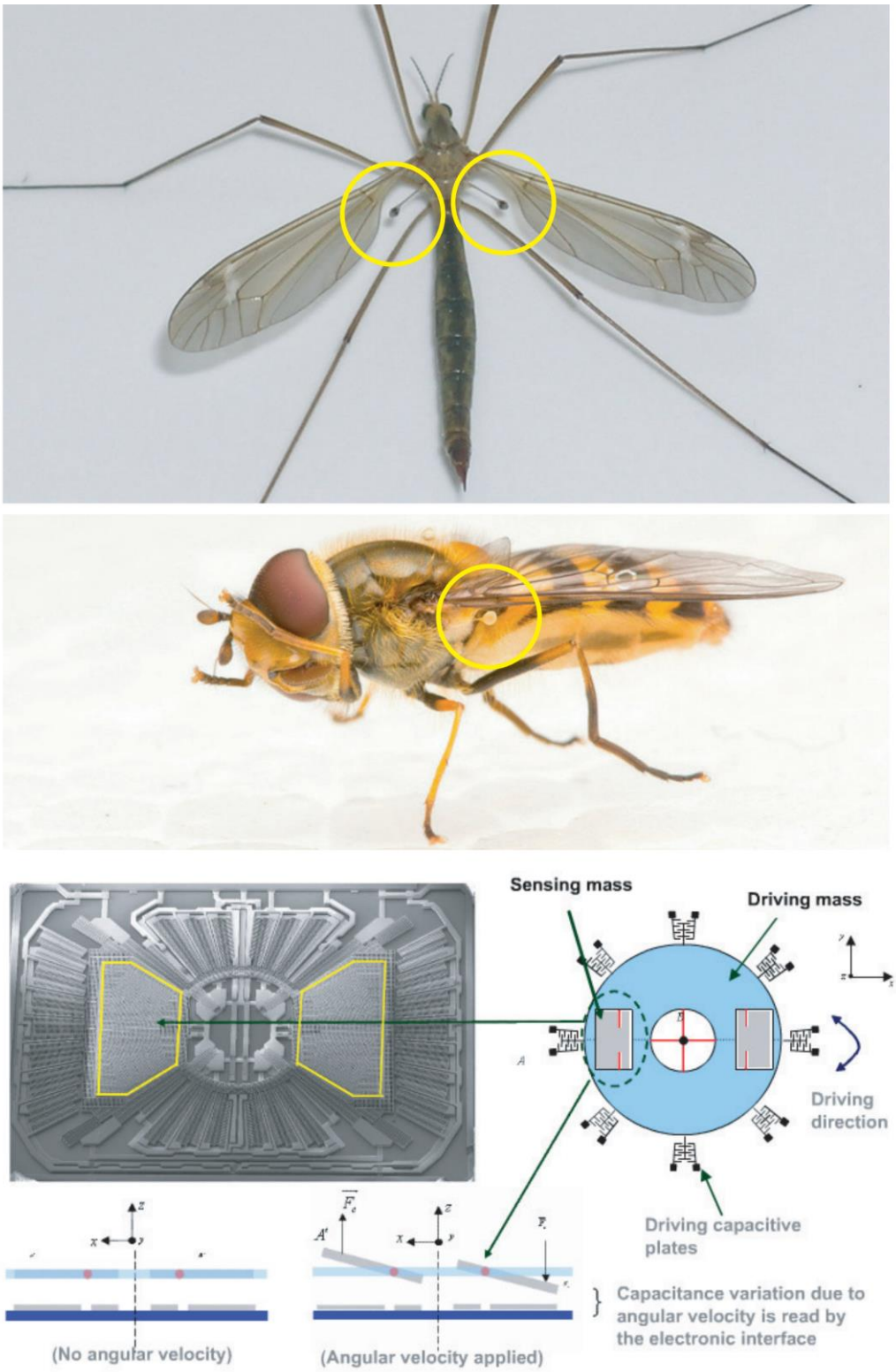


Figure 119 科里奥利效应在昆虫(这处为大蚊与食蚜蝇)和微机电系统(尺寸约几毫米)中的应用，它们都为所连接的系统提供导航信号 (© Pinzo, Sean McCann, ST Microelectronics)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

星际旅行健康吗？人们经常幻想穿越宇宙的长途旅行。实践表明，最大的危险有：宇宙辐射、骨骼衰弱、肌肉退化和心理问题。许多医学专家质疑太空旅行时间能不能持续超过几年。其它危险还有快速晒伤(至少在太阳附近)，以及暴露在真空中。目前只有一个人在没有保护的情况下经历过真空。14 秒后，他失去了意识，不过幸存无恙。

Ref 128

* *

Challenge 283 s

如果火焰在转盘上的罐子里燃烧，它会向哪个方向倾斜？

* *

伽利略相对性原理指出，不可能确定绝对速度。同样不可能确定绝对位置、绝对时间、绝对方向。这么说对吗？

Challenge 284 s

* *

是否存在*离心加速度*(*centrifugal acceleration*)？令大多数大学生感到震惊的是，有的老师对人在转弯车厢内的经验置若罔闻，声称离心加速度是“虚拟(fictitious)”的量、是不存在的。真该问问这些老师如何定义“存在(existence)” (稍后给出物理学家的常用定义)，然后再检验该定义是否适用于该术语，你可以自己来决断。

Vol.III page 324
Challenge 285 s

无论你喜欢“离心加速度”这个词，还是喜欢用它的负值，即代之以*向心加速度*(*centripetal acceleration*)，你都应该知道它是如何计算得出的。我们用一个简单的技巧。对于以半径 r 做圆周运动的物体，速度 $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{x}/dt$ 的大小 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{2\pi r}/T$。矢量 $\boldsymbol{v}$ 随时间的变化与物体位置一样是连续旋转的。故此，离心或向心加速度 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{dv}/\boldsymbol{dt}$ 的大小 $\boldsymbol{a}$ 也应由相同的表达式给出，即 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{2\pi v}/T$。消去 T，我们发现以速率 $\boldsymbol{v}$ 在半径 $\boldsymbol{r}$ 处旋转的物体，其离/向心加速 $\boldsymbol{a}$ 的大小由下式给出

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \tag{36}$$

这就是咱在转弯的汽车里感受到的加速度。

* *

仔细研究旋转运动的人都会惊讶。角动量是个有大小和方向的量，但任何普通的镜子都会显示出，它居然不是个矢量。在平行于镜子的平面内旋转的物体，其角动量与通常的箭矢不同：若它指向镜子，则其镜像不会颠倒！你可以轻易检验一下。故而角动量被称为*赝矢量*(*pseudo-vector*，也译作伪矢量等)。(自转是伪矢量吗？) 这事在经典物理学中还没重大影响，但在我们之后探索核物理的时候，那可就有用了。

Challenge 286 e
Challenge 287 e
Chapter 9: 宇称
Vol.V page 245

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 288 s 运输多杯装满的咖啡或茶，避免洒出的方法是什么？

* *

如 Figure 120 所示，用绳子把乒乓球绑在石头上，整个球都在水罐中的水面之下。
Challenge 289 s 现在，水罐被水平加速，例如在汽车中。球朝哪个方向移动？这会反过来影像你对一个静止水罐的看法吗？

* *

Challenge 290 s 由于摩擦，月球每年远离地球 3.8 厘米。这种效应的机制是啥呢？

* *

什么是地震？地震就像门嘎吱嘎吱地响，大陆板块就对应于门接缝处的金属表面。

地震可以被描述为能量源。里氏震级是这种能量的直接度量。地震的里氏震级 (*Richter magnitude*) M_s 是个纯数，是其能量 E (焦耳)的函数

$$M_s = \frac{\lg(E/1\mathrm{J}) - 4.8}{1.5} \tag{37}$$

式中的奇怪数字是为了使地震值尽量接近之前地震强度的麦加利震级(Mercalli scale, 现称为 EMS98)。不过它给出的值并不都是可能的。当今最灵敏的仪器可以探测到-3 级的地震。有史以来测得的最高值是 1960 年智利的里氏 10 级。12 级以上的震级应
Challenge 291 s 该是不可能的。你能说明原因吗？

* *

若在地球地图上看到太阳位于地表某点的天顶(zenith)(即竖直上方)，该地表点如何
Challenge 292 ny 运动？之后的连续几天的呢？

* *

Challenge 293 s 地球同步电视卫星的碟形卫星天线(卫星锅)会把阳光聚焦到前面的接收器上吗？

* *

Challenge 294 s 为什么从飞机上朝着与飞机运动相反的方向发射火箭很难？

* *

如 Figure 121 所示，小猿挂在绳子上，绳子挂在轮子上，并连接到另一侧垂下的同
Challenge 295 s 等重量的物体上。绳与轮都没有质量和摩擦。当小猿爬绳会发生什么？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

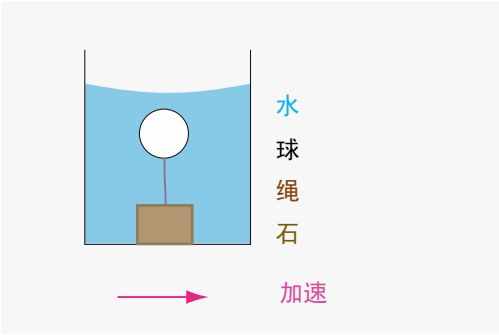


Figure 120 当罐子开始沿箭头方向加速，球将如何运动？

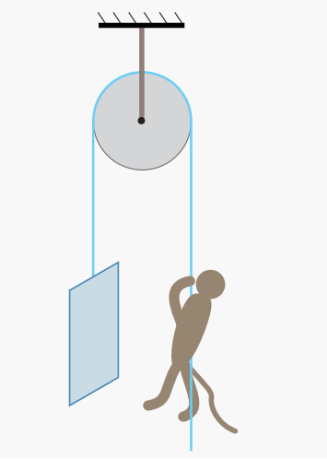


Figure 121 小猿往上攀爬，会发生什么？

* *

Challenge 296 s 滑水者的移动速率能比拉他的船更快吗？

* *

Challenge 297 d 你可能知道“Dynabee(腕力球)”，这是一种手持式陀螺仪，可以通过手的恰当运动加速到高速。它是啥原理？

* *

Challenge 298 s 可以用金属回形针制作陀螺。甚至可以做一种在旋转过程中头脚翻转的陀螺。你能找出方法吗？(译者注：泡利和玻尔有一张玩翻身陀螺的著名照片)

* *

Challenge 299 s 物体的转动惯量取决于其形状；通常，角动量和角速度不指向同一方向。你能举例说明吗？

* *

Challenge 300 s 均质球体的转动惯量是多少？

* *

Challenge 301 s 刚体的完整转动惯量由沿其三根主轴的值决定。球体的三个主轴惯量矩相等，立方体的三个主轴惯量矩也相等。这是否意味着无法通过惯性行为区分球体和立方体？

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

有一些关于自由旋转刚体的数学趣事。即使是自由旋转的刚体，其角速度通常也不是恒定的：例如在空间中自由旋转的砖头有可能会翻滚(tumble)。在此运动中，能量和角动量都是恒定的，但角速度不是，甚至角速度方向都不恒定，换言之，物体北极随时间变化。其实不论是物体上的观测者所见，还是自由空间中的观测者所见，北极都随时间变化。其北极，也就是角速度矢量的端点是如何移动的？(译者注：网上常叫这现象 中间轴定理、网球拍效应、贾尼别科夫效应。)

转动惯量是张量(*tensor*)，可以用椭球来表示。此外，在角速度空间中，自由刚体的运动也可以由动能椭球描述，因为其旋转能量是恒定的。自由运动的刚体，其能量椭球(而非惯性矩椭球体)在垂直于物体初始(且恒定)角动量的不变平面上滚动。这是翻滚运动的数学描述。由物体的角速度或北极的延长线在不变平面上描绘的曲线称为空间极迹(*herpolhode*)，是一条由两个叠加的圆锥运动产生的复杂曲线。旋转体上的观测者所见的另一条曲线更有趣。旋转体的极点在能量椭球上绘出一条曲线，而能量椭球本身就附着在旋转体上，这条曲线被称为本体极迹(*polhode*)。三维空间中的本体极迹是一条闭合曲线，而二维的空间极迹是一条开放曲线。这些曲线由潘索(Louis Poinsot)命名，特别适用于描述不规则形状的旋转体运动。相关的完整可视化，请访问 www.ialms.net/sim/3d-rigid-body-simulation/。

Challenge 302 e

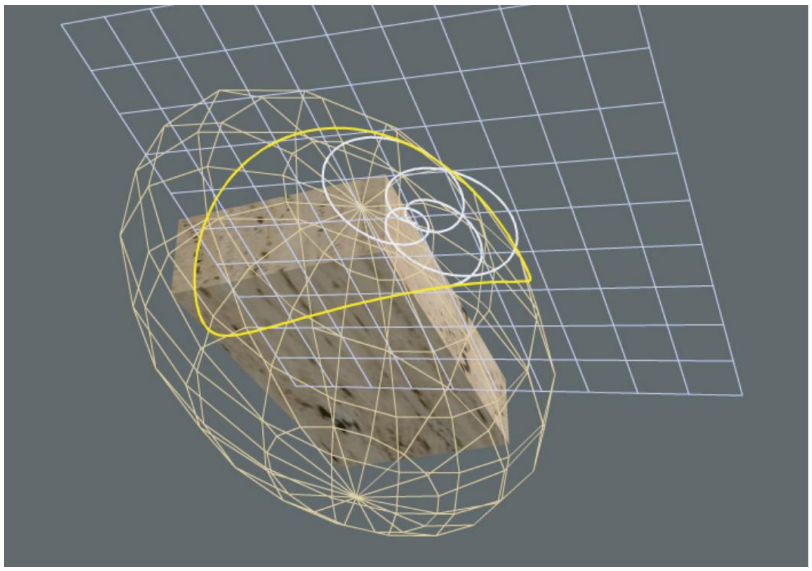


Figure 122 翻滚砖块的角速度运动。角速度矢量尖端沿黄色曲线运动。它与翻滚的物体一起移动，代表能量椭球的椭圆网格也是如此；空间极迹是白色曲线，位于代表不变平面的浅蓝色十字网格上。截图的原动画说明了著名的命题：本体极迹在静止平面上的空间极迹上无滑滚动。完整交互动画请访问 www.ialms.net/sim/3d-rigid-body-simulation/。任何不规则自由旋转刚体都如此运动。地球是旋转的、不规则的，但既不是完全自由的，也不是完全刚性的，用这种方式描述地球只能是一种近似。(© Svetoslav Zabunov)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

仅当刚体具有旋转对称性，本体极迹才是圆。极点运动就是我们之前所说的进
Figure 107 动。如 Figure 109 所示，测得的地球本体极迹与预期形状不符，这种不规则性由若干因素造就，包括我们星球的非刚性。

砖块自由翻滚的角动量在空间中固定，但在随体标架(body frame)中不固定。你
Challenge 303 e 能证明吗？比奈(Jacques Binet)指出，在随体标架中，翻滚砖块的角动量末端沿着另一条曲线移动，该曲线由一个球体与一个椭球体的交点给出。

* *

Challenge 304 s 北半球第一季度的月球看起来像南半球最后一季度的月球，这是真的吗？

* *

若我们一反常态，背对太阳看日落，可以看到大地是球体的一个令人难忘的证据。在东方的天空中，我们可以看到地球阴影的升起：整个地平线上升起巨大阴影，那显然是一个巨大圆圈的一部分。Figure 124 是一示例。其实更精确的研究表明，它不是地球的阴影，是地球电离层的阴影。

* *

Challenge 305 s 如果从赤道上看，Figure 123 会是什么样子？

* *

精确测量表明，并非所有行星都在完全相同的平面上运行。水星偏离得最多。其实没有行星是完全沿椭圆运行的，甚至也没有行星是围绕太阳在平面内运动的。但几乎所有这些效应都太小，太复杂，无法在此道尽。

* *

大地是个球，所以要想沿圆弧从地表某点走到另一个点有诸多方案。这种选择的自由对排球或登徒子都颇有趣。拿颗排球，找到它的进气口。若想通过简单的旋转将
Challenge 306 e 进气口移到其它位置，可以用多种不同的方式选择旋转轴。你能证明吗？换个情境，若想把目光从某个方向转到另一方向，可以用不同的方式选择转轴。人眼的选择在 18 世纪就已经被医学科学家研究过了，称为 Listing“定律”。*[1]它指出，自然地
Challenge 307 s 选择的所有轴线都位于同一个平面上。你能想象它在空间中的位置吗？许多男性真的是严格遵守这一机制的，不然在海滩上看美女可能会导致眼球的运动肌肉抽筋。

[1]* 若有兴趣详细了解大自然和眼睛如何应对三维的复杂，请访问 schorlab.berkeley.edu/vilis/whatisLL.htm 或 www.physpharm.fmd.uwo.ca/undergrad/llconsequencesweb/ListingsLaw/perceptual1.htm。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 123 夜空群星的长时间曝光：一次是在夏威夷的双子望远镜上空朝北，一次在阿尔卑斯山上空，上面有天赤道和地球同步卫星(© Gemini Observatory/AURA, Michael Kunze)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 124 地球阴影，这是一张在南极拍摄的全景照片，表明大地是球体 (© Ian R. Rees)

* *

设想切开一张柔软床垫，把一颗钢球粘进去，再把床垫粘起来。想象用磁场来旋转粘在里面的钢球。我们通常会认为球只能旋转有限的角度，能转多少受床垫弹性限制。但其实钢球可以无限旋转！这种惊人的可能性正是 Figure 54 和 Figure 55 所示的拴系自转的结果。床垫中的这种连续自转如 Figure 125 所示。尽管这很吸引人，但还没人实现这一壮举。你能吗？

Challenge 308 r

Figure 125 一颗嵌在床垫里的钢球可以一直自转(QuickTime film © Jason Hise)

译者注：该视频请见英文原版或 Jason Hise 的油管频道。拴系自转是运动岭系列的重要概念。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

再论腿与轮

标准轮驱动的汽车，加速度与减速度不会超过约 $1g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，也就是咱地球的重力加速度。摩托车和赛车则用悬架(suspension)将重量转移到轴上、并用气流偏导器(spoiler)，让汽车以大于自重的力下压，实现更高的加速度。现代气流偏导器在将汽车压向赛道方面非常有效，赛车甚至能在隧道顶部比赛而不会摔下。

用上特殊轮胎，能把空气动力学效应产生的向下压力转化为抓地力(grip)。现代赛车轮胎能提供(增速、制动、转弯所需)的向前、向后、侧向加速度约为负载的 1.1 至 1.3 倍。工程师们曾认为，系数 1 就是理论极限，这种极限有时在教科书中也会出现，但轮胎技术的进步，主要是巧妙利用轮胎和路面的联锁(interlocking)，就像齿轮那样啮合，使工程师能实现更高的值。若轮胎部分熔化并粘到地面上，可以获得约 $4g$的最高加速度。为实现该目标而设计的特殊轮胎用于高速赛车(dragster)，高性能的遥控模型车也达到了这种数值。

轮子跟腿谁更好用？跳高运动员可以达到约 2 至 $4g$的峰值加速度，猎豹可以达到 $3g$以上，灌丛婴猴可达 $13g$，蝗虫可达 $18g$左右，跳蚤可以达到 $135g$左右。叩头虫的加速度是动物中最大的，它是种小昆虫，加速度能超过 $2000\ \mathrm{m/s^2} = 200g$，与气枪射出的弹丸大致相同。因此，腿是比轮子更有效的加速装置——猎豹能轻易击败任何汽车或摩托车——因而进化开发了腿而不是轮子，以增加动物遇险时的逃生机率。 Ref 129

简言之，腿的性能优于轮子。但是用腿而不是轮子还有其它原因。(你能说出一些吗？)例如，腿能水上行走，轮子不能。最著名的是一种生活在中美洲的蛇怪蜥蜴(*basilisk*)，*[1]如 Figure 126 所示。这种爬行动物体长达 70 cm，质量高达 500 g，看起来像只迷你霸王龙，能用后腿在水面上奔跑。人们用高速摄像机及其铝制脚模，详细研究了其运动。实验表明，脚拍打水面只提供了在水面上奔跑所需力量的 25%；另外 75%由压缩空气提供，当蛇怪用脚踩水，脚和水之间就会产生压缩空气。蛇怪其实主要在空气中行走。(蛇怪利用的这两种效应也出现在快速皮划艇中。)据计算，只要人脚以 100 km/h 的速率撞击水面，同时使出 15 名短跑运动员的体力，人也能“轻功水上漂”。这么干过的人，那可真是了不得了。 Challenge 309 s Ref 130 Ref 131

还有第二种水上奔走的方法，甚至能在水面上保持不动。如 Figure 127 所示，那就是水黾(strider，黾读 miǎn)所能做到的(有几种蜘蛛也行)，这是种总长可达 15 毫米的黾蝽科(*Gerridae*)昆虫。跟所有昆虫一样，水黾有六条腿(蜘蛛有八条腿) ，身上附有数千细小毛发，利用前后四足在水面游弋。毛发与水面张力共同作用，防止水黾湿水。若将洗发水滴进水里，水黾就会沉下去，再动不能。

[1]* 在中世纪，“蛇怪(*basilisk*)”一词指的是一种神话中的怪物，据说在世界末日前不久出现；如今，它指美洲的一种小型爬行动物。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 126 一只在水面上奔跑的怪蛇蜥蜴(*Basiliscus basiliscus*)，全长约 25 厘米，展示了其支撑腿如何推水 (© TERRA)

Figure 127 水黾，总尺寸约 10 毫米 (© Charles Lewallen)

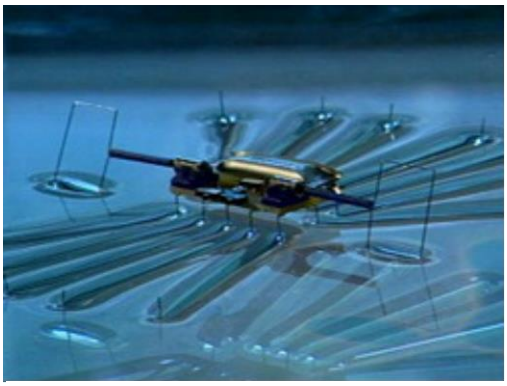


Figure 128 水上行走机器水黾，约 20 毫米 (© AIP)

水黾以其巨大的中足作桨，划行水面，速率高达 1 m/s。简言之，水黾其实在划水。如 Figure 128 所示，Metin Sitti 及其团队开发的小型水面运动机器也利用了相同的机制。 Ref 132

水面机器的设计还处于起步阶段。没有哪种机器能像其试图复刻的动物那样水面疾驰。对于难度最高的双腿机器人来说，其速率记录大约是每秒 3.5 腿长。仿生机械领域正在进行一场竞赛：大家都想率先造出比原型四足动物或两足人类更快的机器，无论是每秒米数还是每秒腿长。实现该目标的困难反映了行走运动之复杂，以及大自然对生命系统优化程度之高。

腿上有许多有趣的问题。工程师们知道，要想让楼梯走着舒适，需每步的深度 l 加上高度 h 的两倍是一个常数：$l+2h = 0.63 \pm 0.02$ m，这叫楼梯公式(*staircase formula*)。为什么这个公式成立呢？ Challenge 310 s

大多数动物都有偶数条腿。你知道什么例外吗？为什么呢？其实人们可以说，没哪种动物的腿少于四条。为什么会这样？ Challenge 311 s

复次，所有双足动物的腿都是左右并排而生，而大多数双轮系统都是一前一后。为什么不是反过来呢？ Challenge 312 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

腿是非常高效的驱动装置。如 Figure 129 所示，大多数小动物每秒能跑约 25 个
Ref 133 体长。相比之下，几乎没有汽车能达到这样的速率。只有体重超过 30 kg 的动物，包括人类，速率较慢。

腿还提供了简单的尺子：以步数测量距离。2006 年，人们发现有些蚂蚁使用这
Ref 134 种方法，如长脚沙漠蚂蚁(*Cataglyphis fortis*)。Matthias Wittlinger 及其团队表示，这种蚂蚁至少可以数到 25000。即使在无结构的沙漠地形中，这些蚂蚁也能找到最短的归路。

Ref 135 为什么 100 米短跑运动员跑得比普通人快？一项研究表明，短跑运动员的速率 v 由下式给出

$$v = fL_{\text{stride}} = fL_{\text{c}}\frac{F_{\text{c}}}{W} \tag{38}$$

其中 f 是迈腿频率，L_{stride}是步幅，L_{c}是接触长度(短跑运动员在脚接触地面时前进的长度)，W 是体重，F_{c}是短跑运动员接触地面时施加在地面上的平均力。事实证明，所有短跑运动员的频率 f 几乎相同；比竞争者更快的唯一方法就是增加步幅 L_{stride}。运动员之间的接触长度 L_{c}变化也很小。故而，增加步幅需要运动员以强有力的方式触地。这就是短跑运动员的运动训练须达到的目标。

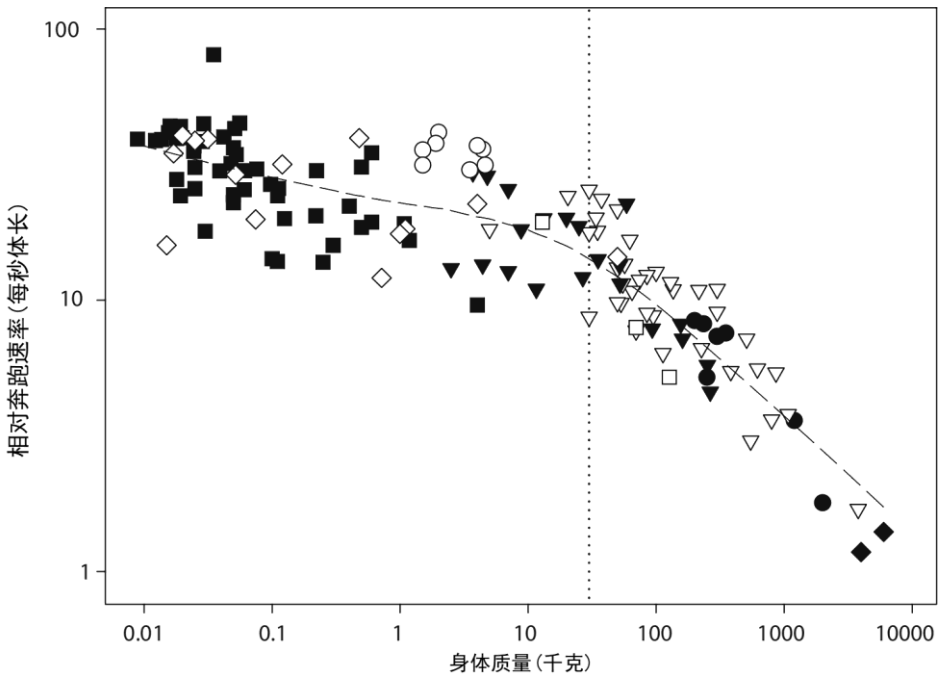


Figure 129 该图展示了 142 种不同陆生哺乳动物的相对奔跑速率随质量的变化。虚线是 30 kg 身体质量。实心正方代表啮齿目(Rodentia)；空心正方代表灵长目(Primata)；实心钻石长鼻目(Probos cidae)；空心钻石有袋目(Marsupialia)；实心三角食肉目(Carnivora)；空心三角偶蹄目(Artiodactyla)；实心圆奇蹄目(Perissodactyla)；空心圆兔形目(Lagomorpha) (©JoséIriarte-Díaz/JEB)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

小结：伽利略相对论

地球在自转。加速度很小，我们感觉不到。旋转速度很大，但我们从原理上就根本感觉不到。

无法感觉或测量不受干扰的惯性运动。不可能区分运动和静止。静止和运动之间的区别取决于观测者：物体的运动是相对的。所以我们脚下的大地对我们来说似乎甚坚实稳定，即使它在宇宙中高速移动。

运动是相对的，速度值取决于观测者。但我们将发现自然界中有种运动的速率不是相对的：光的运动。不过我们先来继续研究非接触运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 6

引力运动

Caddi come corpo morto cade.

但丁《地狱(*Inferno*, c. V, v. 142.)》*[1]

在我们的环境中，无任何接触而改变运动的第一种方式，也是最主要的方式，是利用高度(*height*)，瀑布、雨雪、投球、苹果下落全都靠它。高度具有这种性质是因为每个物体都与地球相互作用，这是物理学的基本发现之一。*引力*(*gravitation*)沿着连接物体重心与地球中心的连心线产生加速度。注意，为了做出这一命题，必须先意识到地球就像石头或月球一样是个有限的物体，它有一个中心和一份质量。这些知识如今家喻户晓，但绝非从个人日常经验就显而易见。

在若干创世神话中，例如在圣经神话或印度神话中，地球并非一个对象，而是个定义不明的实体，比如漂浮或被水包围的岛屿，其边界和悬浮机制一团浆糊。你能说服朋友们大地是球体而非平面吗？除了 Figure 134 所示的，投射在月亮之上的圆形阴影，你能再给条论据吗？

Challenge 313 s

引力限制匀速运动

我们注意到周遭没有物体是沿直线运动的，这就有了一种定义*引力*(*gravitation*)或简称*引力*(gravity)的有效方法。大自然界限制了稳定或恒定的运动：

▷ 引力阻止匀速直线运动。

我们从未看到自然界有什么物体以恒定速率沿直线运动。用运动学的黑话来说：引力对一切物体施以加速度。物体在环境中所受的引力，或弯曲物体的路径，或改变其速率，或两者兼有。这种限制分两个方面。首先，引力阻止无限的均匀运动：

▷ 运动不可能永远笔直。运动不是无界的。

我们稍后将了解这对整个宇宙意味着什么。其次，

[1]* “我如尸骸般倒下。” 但丁·阿利吉耶里(Dante Alighieri, 1265, Firenze–1321, Ravenna) 意大利著名诗人。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 即使在短时间间隔内，运动也不能是匀速直线的。

换言之，若以足够的精度测量，我们总会发现与匀速运动的偏离。(物理学家也说，运动从来都不是惯性的。)无论运动有多强、无论运动体如何想免受外界影响，这些限制都适用。在自然界中，引力阻止了原子、台球、行星、恒星甚至星系的稳定均匀运动。

引力是我们在自然界中发现的对运动的第一条限制，稍后我们将发现另外两条运动限制，这三条基本限制如 Figure 1 所示。为了精准描述运动，我们需要考虑所有运动极限。这就是我们后续奇遇的主要目标。

引力影响一切物体，哪怕彼此相距遥远。引力究竟是如何影响相距甚远的物体的呢？咱先得请教测量遥远天体的专家：天文学家(astronomer)。

天上引力

引力迫使月球绕地球运行，这决定了一月的长度；引力迫使地球绕太阳运行，这决定了一年的长度。太阳引力也决定了所有其它行星在天空中的运动。我们时常设想自己位于太阳中心，然后说行星“绕太阳周转”。太阳阻止行星沿直线移动，迫使它们沿轨道运行。如何检验这一点呢？

Figure 174 夜空六耀

Figure 175 日食

首先，夜观天象，我们可以确认诸行星始终位于黄道带(*zodiac*)内，那是天穹上的一条狭窄区域。黄道带的中心线就是太阳的路径，叫做黄道(*ecliptic*)，(此英文名是)因为月亮必须位于其上才能产生日食(*eclipse*)。诸行星皆行于黄道带，也就是诸行星(大致)在同一个平面内运行。*[1]

为了更了解天体运动，天文学家不断观测月球和行星的运动。最勤奋得数第谷·布拉赫*[2]，他组织了由国王赞助的大规模天文观测，其测量结果成了其年轻助手、施瓦本的天文学家，开普勒*[3]研究新教神学的基础。开普勒给出了行星运动的第一份精确描述。如 Figure 131 所示，这并非易事。经过对黄道带行星运动的艰苦研究，开普勒发现了几条“定律(law)”，或者说图样/模式(pattern)、规则(rule)。一切行星运行都遵循相同的规则，说明是太阳决定了它们的轨道。主要的三条是：

Vol.III page 324

---

[1]* 黄道的视高度在一年中随时间变化，这是季节变化的原因。季节也是一种引力效应。

[2]* 第谷·布拉赫(Tycho Brahe, b. 1546 Scania, d. 1601 Prague) 著名天文学家，乌拉尼堡(Uraniaborg)的建造者。他的研究消耗了丹麦国民生产总值(GNP)的近 10%，该研究产生了第一份星表，是对行星位置的首次精确测量。

[3]* 约翰内斯·开普勒(Johannes Kepler, 1571 Weil der Stadt–1630 Regensburg) 学习了新教神学，是一名数学、天文学、修辞学教师。他在母亲被指控使用巫术的审判中成功帮母亲辩护。他的第一本天文学著作使他出名，他成为第谷的助手，并在老师去世时成为帝国数学家。他是首位用数学描述天文观测结果的人，开启了“天体物理学”的概念和领域。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

1. 每颗行星各自在一个椭圆上运行，太阳位于这些椭圆的一个焦点(1609 年)。
2. 每颗行星都在相等的时间内扫过相等的面积(1609 年)。
3. 所有行星轨道的周期 T 和半长轴 d 都具有相同的比率 T^2/d^3 (1619 年)。

开普勒的结果如 Figure 132 所示。推导这三条“定律”工作量巨大。开普勒没有可用的计算器。他使用的计算技术是那时最新发现的对数。任何使用对数表进行计算的人都能感受到这三条发现背后的工作量。

最后，在 1684 年，关于行星和石头的所有观测结果都被英国物理学家罗伯特·胡克*[1]和其他一些人浓缩为一则惊人简单的结果：

▷ 每个质量为 M 的物体都会以加速度 a 将任何其他物体吸引向其中心，加速度 a 的大小为

$$a = G\frac{M}{r^2} \tag{39}$$

其中，r 是两物体中心的距离。

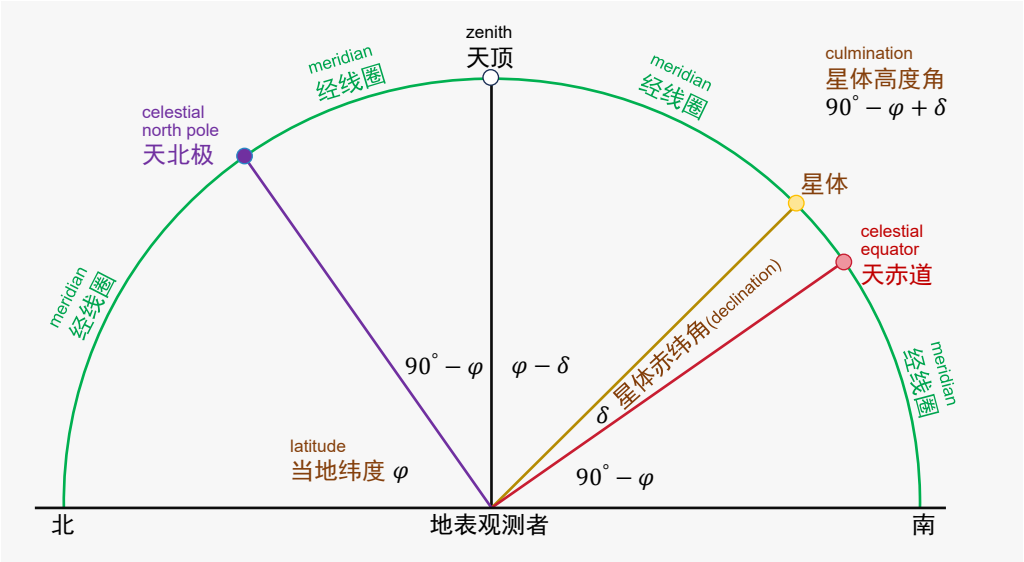


Figure 130 一些夜观天象的重要概念。

[1]* 罗伯特·胡克(Robert Hooke, 1635–1703)重要的英国物理学家，皇家学会秘书。发现了平方反比关系、胡克“定律”，以及其它规律，还著有《显微图谱(*Micrographia*)》，一部关于微观世界的精美插图著作。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

这被称为*万有引力*(*universal gravitation*)，或万有引力“定律”，因为它在天上地下都好使，我们很快就会看到。比例常数 G 称为*引力常数*(*gravitational constant*)，是自然界的基本常数之一，就像光速 c 或动作量子 $\hbar$ 一样。稍后将详细介绍 G。

Eq.42 常数 G

引力的影响随距离增加而减小，反比于距离平方。若物体线度小于距离 r，且为球形，则表达式(39)适用；若物体非球形，则必须分别计算物体每个部分的加速度，然后加和。

Figure 131 “行星(planet)”的意思是“行者(wanderer)”。这张合成图像显示了火星位于太阳对侧时在空中的逆行运动(昴宿星团位于左上角)。这些照片相隔约一周拍摄并叠加。该运动是能用万有引力充分解释的众多例子之一 (© Tunc Tezel)

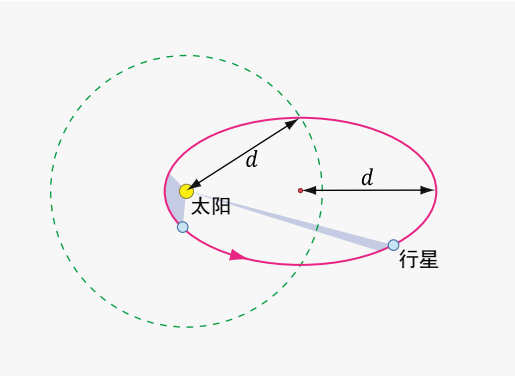


Figure 132 行星围绕太阳的运动，显示了其半长轴 d，这也是它与太阳距离的空间平均值。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref 147 为啥行星轨道通常是椭圆？Figure 133 的论证最简单了。我们知道引力加速度为 $a = GM/r^2$；且已知质量为 m 的轨道物体具有恒定的能量 $E < 0$。如是，我们可以绕太阳画个半径为 $R = -GMm/E$ 的圆，它给出具有能量 E 的物体与太阳的最远距离。连接太阳与位置 P，延长并与圆交于位置 C，这也就是位置 P 在圆上的投影。然后沿着轨道在 P 的切线，将 C 对称过去，得到位置 F。如图所示的位置 F 是不随时间变化的(这需要证明，你能证明吗？)。所以，由 $R = -GMm/E$ 给出的 $SP+PF$ 也不随时间变化。根据椭圆定义(我们知道，椭圆可以用一根绳子画出)，上述距离之和不变的轨道是椭圆。点 F 与太阳是椭圆的两个焦点。这表明，行星运动定义了两个焦点，并运行于由这两焦点确定的椭圆轨道。简言之，我们从万有引力公式导出了开普勒第一“定律”。

Challenge 314 s

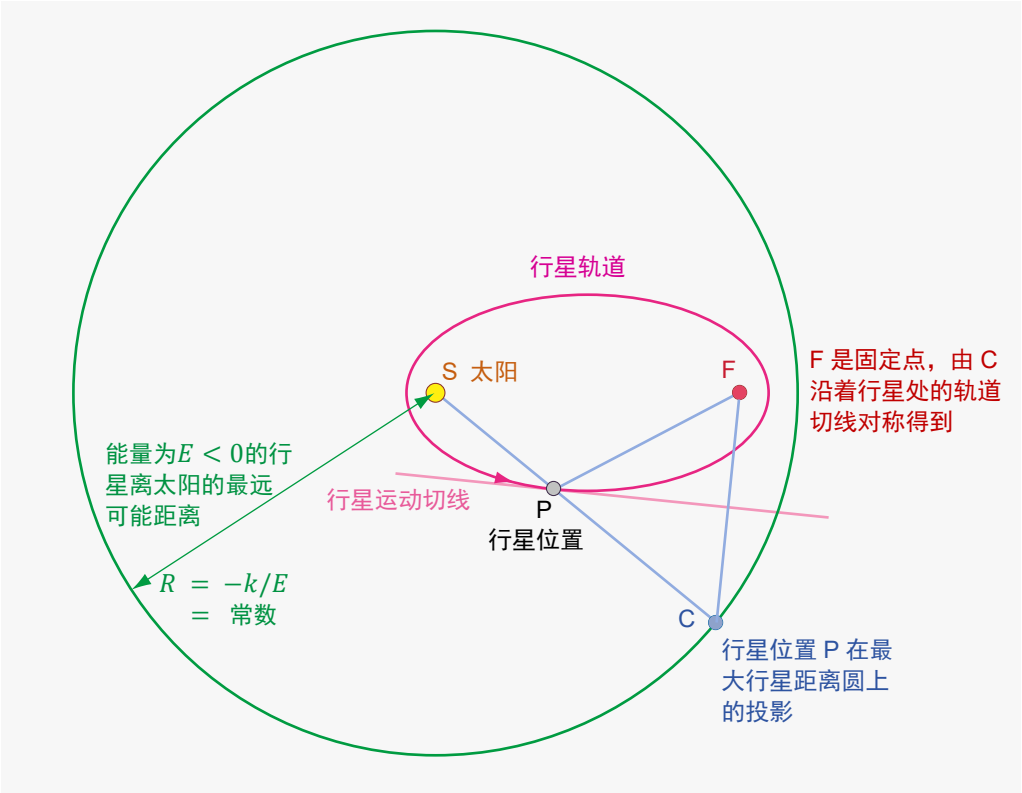


Figure 133 已知引力的距离平方反比关系，证明行星围绕太阳在(洋红色)椭圆上运动。文中详细介绍了证明 SP+PF=R 的关系。由于 R 是常数，轨道是椭圆。

Challenge 315 e 开普勒第二“定律”，扫掠面积相等，意味着行星在靠近太阳时运行得更快。这是角动量守恒的一种简单表述。第三“定律”又是在说什么呢？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 316 s 你能证明开普勒第二、第三“定律”也能从万有引力表达式中得出吗？这些成果是牛顿的成就之一(而这对胡克来说是显而易见的)。试着复现这一成就，它不仅仅是难题，也会向你展现物理学的潜能以及解谜之乐。

牛顿用几何图形解决了这些难题，方法相当复杂。大家都知道牛顿发表引力成
Ref 28 果的时候，不可能写下微分方程，更不用说解它们了。其实牛顿的符号和计算方法很差(比你还差得多！)。英国数学家哈代*[1]曾说，由于坚持使用牛顿的微积分符号，而不是用牛顿的对手 莱布尼茨发明的更早、更好、沿用至今的方法，使得英国数学倒退了 100 年。

总之，开普勒、胡克、牛顿之所以名垂青史，是因为他们使对行星运动的描述有章可循。他们表明，一切由引力引起的运动都遵循相同的描述，即距离的平方反比。因此，距离的平方反比关系 $a = GM/r^2$ 被称为万有引力定律。把对运动的描述统一起来，虽然实际意义不大，但得到了广泛的宣传。主要原因是与占星术有关的古老偏见和幻想。

距离的平方反比关系还解释了许多其它现象，解释了银河系和其它星系的运动与形状，解释了许多气象运动，解释了为什么地球有大气层而月球没有。(你能解释
Challenge 317 s 一下吗？)

Figure 134 如何在月偏食期间比较地球和月球的半径
(© Anthony Ayiomamitis)

[1]* 戈弗雷·哈罗德·哈代(Godfrey Harold Hardy, 1877–1947) 一位重要的数论家，也是名著《一位数学家的辩白(A Mathematician’s Apology)》的作者。他还是著名印度数学家拉马努金(Srinivasa Ramanujan)的伯乐，将拉马努金带到了英国。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地上引力

这种引力加速度的平方反比关系常称为牛顿引力“定律”，但并不正确。神秘学家和物理学家艾萨克·牛顿固然比胡克更优雅地证明了该表达式与天上地下一切观测结果相符，但最重要的还是他组织了更好的公关活动，谎称自己是这一理念的原创者。 Ref 137

牛顿简单地证明了：对天文引力的描述也正确描述了抛向空中的石子。他将月球与石子的加速度 a_{m} 与 g 做比，代入平方反比关系得出 $g/a_{\mathrm{m}} = d_{\mathrm{m}}^2/R^2$，其中 d_m 是地月距离，R 是地球半径。地月距离可以通过三角测量(triangulation)得出，也就是同时从地表不同地点，测量月球在星空的位置，解三角形。*[1]根据月球的轨道位置，结果为 $d_{\mathrm{m}}/R = 60\pm3$，故而根据万有引力预测的平均比值为 $g/a_{\mathrm{m}} = 3.6\cdot10^3$。而这两种加速度都可以直接测量。地表石子的引力加速度为 $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，这由测量石子下落给定距离所需时间确定。大致圆周运动的月球的加速度，由定义 $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 得出 $a_{\mathrm{m}} = d_{\mathrm{m}}(2\pi/T)^2$，*[2]其中 $T = 2.4$ Ms 是月球绕地一周所需的时间。地球半径*[3]的测量值为 $R = 6.4$ Mm，因此平均地月距离为 $d_{\mathrm{m}} = 0.38$ Gm。与上述预测一致，$g/a_{\mathrm{m}} = 3.6\cdot10^3$。通过这则著名的“地月检验(Moon-test)”，我们证明了平方反比的引力确实描述了月球与石子的运动。你还可以推出地球的 GM 值。 Challenge 321 s

如是，万有引力描述了天上地下一切由引力导致的运动，这是物理学走向统一的重要一步。在这一发现之前，亚里士多德和其他许多人根据地上的运动最终都会停止，而天上的运动都是永恒的这一观察得出结论，月下世界的运动与月上世界的运动具有不同的性质。几位思想家批判了这种区分，特别是哲学家和巴黎大学校长 Ref 140

---

[1]* 第一次精确的测量是在 1752 年由法国天文学家拉兰德(Lalande)和拉开耶(La Caille)完成的，他们同时测量了从柏林和勒卡普看到的月球位置。

[2]* 这个向心加速度的表达式很容易推导，因为圆周运动的物体，速度 $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$ 的大小 v 被给定为 $v=2\pi r/T$。矢量 $\boldsymbol{v}$ 随时间的变化，即所谓速端图(*hodograph*)，表明物体速度与位置的行为完全相同。故而加速度 $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ 的大小 a 由相同规律的表达式给出，即 $a=2\pi v/T$。 Challenge 318 s

[3]* 这是最难测的量。确定地球半径最令人惊讶的方法如下：在院子里看日落，手里掐个秒表，手机计时器也成。当最后一缕阳光消失，启动秒表并跑上楼。在那里，太阳仍然可见；当太阳再次消失，停止秒表，时间间隔记为 t。先后观测处，眼睛位置高度差为 h。则地球半径 $R = kh/t^2$，其中 $k = 378\cdot10^6\ \mathrm{s^2}$。 Ref 138 Challenge 319 s

知道了地球半径，就能简单测量地月距离了。当皓月当空，给月亮拍张照片，记其天顶角为 θ，即它与你竖直上方的角度。几小时后，当月亮刚好在地平线上，再拍一张月亮照片。这张照片中，月球较小(与常见的视错觉不同)，因为它离得更远。画画草图，很好理解的。如果 q 是这两个角直径的比值，则地月距离 d_m 由关系式 $d_{\mathrm{m}}^2 = R^2+(2Rq\cos\theta/(1-q^2))^2$ 给出。 Ref 139 Figure 36 Challenge 320 s

另一种可行办法是利用月食来比较月球与地球的半径，从而确定月球半径，如 Figure 134 所示。然后根据月球角直径(约 0.5°)计算地月距离。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

布里丹*[1]。地月检验正是表明这种区分有误的最重要的结果。这就是将胡克表达式(39)称为万有引力的原因。

万有引力使我们能回答一个古老问题。为什么月亮不从天上掉下来？前面的讨论表明，物体下落是由引力引起的运动。所以，月球其实也是在坠落的，但它不是朝着地球坠落，而是不断绕着地球坠落。Figure 135 说明了这一点。月球一直在远离地球。*[2]

月球并非唯一绕着地球下落的物体。Figure 137 展示了另一个。

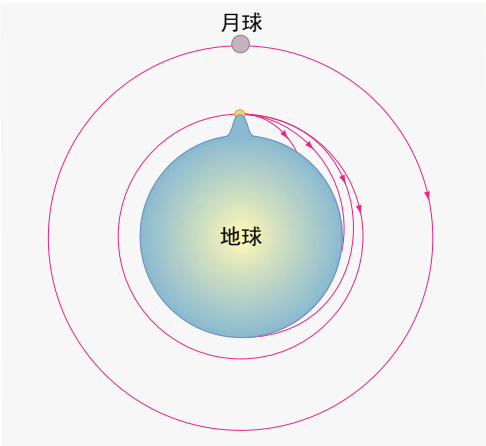


Figure 135 物理学家的月落图景和艺术家的月落映像：克里斯蒂安·惠更斯的示意图(未按比例绘制)和奥古斯特·罗丹(Auguste Rodin)的大理石雕像。
译者注：罗丹是著名雕塑家，代表作包括鼎鼎大名的《思想者》《地狱之门》《吻》等等。此处的作品名为《地与月(*La Terre et la Lune* 或 *The Earth and Moon*)》。

1* 让·布里丹(Jean Buridan, c.1295 to c.1366) 也是最早讨论地球绕轴自转的思想家之一。(译者注：他承继前人而确立的 *impetus* 理论，是惯性、动量、能量、加速度等概念的智识先驱。)

2* 荷兰物理学家克里斯蒂安·惠更斯(Christiaan Huygens, 1629–1695)会说：月球因离心加速度而不会从天上掉下来。正如 chapter 5:奇趣挑战:离心加速度所解释的那样，但这种解释在大学里往往不受欢迎。

Ref 141 Challenge 322 d

Figure 135 左图引出了一个美妙的问题：从山上射击，可以击中地表的哪些点？水平射击可以击中哪些点？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 136 精密秒摆(second pendulum)，摆长度约 1 米；靠近上端的是补偿大气压变化的真空室；靠下的宽大结构，能补偿因温度变化引起的摆长变化；最底部是补偿重力加速度局部变化的螺旋，最终精度约为每个月相差 1 秒 (© Erwin Sattler OHG)

Figure 137 轨道上的人感觉不到重量，蓝色的大气层感觉得到 (NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

引力的性质：G 与 g

Eq.8 抛物轨迹
Figure 133

引力意味着石子的路径并非之前所说的抛物线，而是绕地心的椭圆。这与行星绕太阳以椭圆运动的原因完全相同。你能证明吗？

万有引力使我们能理解方程(6)中遇到的令人费解的加速度值 $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，即

$$g = \frac{GM_{\mathrm{Earth}}}{R^2_{\mathrm{Earth}}} \tag{40}$$

把地球视为正球体，可以从万有引力(39)式导出该表达式。所以说日常重力加速度 g 是由地球的尺寸、质量、万有引力常数 G，共同决定的。如 Table 26 所示，g的值在地表几乎处处相同，因为地球几乎是球体。表达式(40)也解释了为什么 g 随高度升高而减小；地球形状与球形的偏差解释了为什么两极 g 值不同，以及高原 g 值更大。

Challenge 323 s

(月球、火星、木星上的 g 有多大？)

Challenge 324 s

顺便说一句，除了悠悠球，还可以设计一种简单的机械，将有效重力加速度减缓一个已知的量，这样人们就可以更容易地测量它的值。你能构想这样的机械吗？

Table 26 重力加速度的一些测量值。

地点	数值
两极	9.83 m/s^2
特隆赫姆(Trondheim)	9.8215243 m/s^2
汉堡(Hamburg)	9.8139443 m/s^2
慕尼黑(München)	9.8072914 m/s^2
罗马(Rome)	9.8034755 m/s^2
赤道	9.78 m/s^2
月亮	1.6 m/s^2
太阳	273 m/s^2
以下为译者添加，数据来自 WolframAlpha，但仅供参考	
北京	9.80142 m/s^2
上海	9.79414 m/s^2
广州	9.78819 m/s^2
深圳	9.78777 m/s^2
拉萨	9.78229 m/s^2
锦州	9.80094 m/s^2
葫芦岛	9.80191 m/s^2

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

注意到 9.8 约等于 π^2，这并非巧合：所选定的米长单位就是为了使之如此。你
Challenge 325 s 瞧，单摆周期 T 为*[1]

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{41}$$

其中，l 是摆长，$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ 是重力加速度。(假设单摆由一个小小质量体和一根轻绳组成。)单摆周期仅取决于绳长和 g，故而取决于它所在的行星。

若把米定义为：使单摆周期 $T/2$=1 s，则法向加速度 g 值将恰为 $\pi^2\ \mathrm{m/s^2} = 9.869$
Challenge 327 e 604 401 09 $\mathrm{m/s^2}$。其实这就是米的第一个定义提案，于 1673 年由惠更斯提出，并于 1790 年由塔列朗(Talleyrand)复议，但被定义米的会议拒绝，因为 g 值随地点变化，温度会引起摆长变化，甚至气压变化也会引起误差，这些误差太大，达不到定义单位所需的精度。(其实所有这些影响都需要在摆钟中校正，如 Figure 136 所示。)

最后，有人提议将米定义为穿过两极的地球周长(即子午线(*meridian*)长度)的四千万分之一。该提案的数值与单摆提案几乎一致，但要精确得多。1791 年 3 月 26 日，法国国民议会通过了米的子午线定义，声称“子午线从每个人的脚下穿过，所有子午
Ref 142 线都是等长的”。(但从赤道到两极的距离并不都是 10 Ms，确定第一根米尺的两位地理学家之一不诚实，伪造了测量数据，其一般方法如 Figure 138 所示。因此，巴黎的第一根官方米尺比它应该的要短。)

探索重力加速度 g，我们还要问：为啥地球的质量与尺寸是如今这样？G 的值又为何如此这般？前者问到了太阳系历史，仍在研究。第二个问题见 Appendix B。

若引力实乃万有，若一切物体都相互吸引，则任何日常物体也应互相吸引：那么引力应不仅存在于竖直方向，水平方向也会有引力。水平引力太弱啦，以至于在万有引力理论预言了它们很久之后才测出。测量这种效应也是确定引力常数 G 的唯一方法。让我们看看是如何做到的。

我们注意到，测量引力常数 G 同时也是确定地球质量的唯一方法。1798 年，英国物理学家卡文迪许成为第一个这样做的人，他用了米歇尔的机器、理念和方法，而米歇尔在尝试实验的时候已经去世了。米歇尔和卡文迪许*[2]把他们的实验目的和结果叫做“称重地球(weighing the Earth)”。

---

[1]* 注意，式(41)说明单摆周期既不取决于摆体质量，也不取决于摆幅(只要摆动角度小于约 15°就是对的)。伽利略在学生时代观察比萨教堂圆顶上的长绳吊灯时发现了这一点。他用脉搏计时发现，即使摆动振幅越来越小，摆动周期也保持不变。

当人正常行走，腿也像摆一样运动。为啥反而高个子的人往往走得更快呢？对于不同体型的动
Challenge 326 s 物，这种关系也成立吗？

[2]* 亨利·卡文迪许(Henry Cavendish, b. 1731 Nice, d. 1810 London) 是物理学界的伟大天才，他富有、自闭、厌女、未婚、独居，发现了许多自然规律，却从未发表。

约翰·米歇尔(John Michell, 1724–1793) 是教堂牧师、地质学家和业余天文学家。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

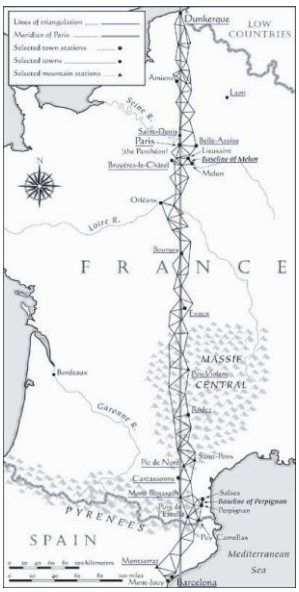


Figure 138 给出米的定义的测量方式 (© Ken Alder)

米歇尔的想法是在一根长金属线的末端悬挂一根横梁，横梁两端各有一个质量体。然后，在横梁两端再各靠近摆放一个大质量体，注意避免气流扰动，并测量横梁旋转了多少。Figure 139 展示了如何在自家地下室复现该实验，Figure 140 展示了经费充足的人是咋做这个实验的。

更精细的米歇尔-卡文迪许实验测得引力常数 G 的值是

$$G = 6.7 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} = 6.7 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/kg\ s^2} \tag{42}$$

卡文迪许的实验就这样首次证明了引力也会水平方向作用。该实验让我们能以地球半径 R 和 $g = GM/R^2$ 算出地球质量 M，进而还能算出地球的平均密度。最后，正如我们稍后将看到的，该实验证明，若我们知道光速是有限且不变的，则空间是弯曲的。所有这些都是通过这套简单装置实现的！

Challenge 328 e
Vol.II page 141

卡文迪许发现地球的质量密度是水的 5.5 倍。这是个令人惊讶的结果，因为岩石密度都才只是水的 2.8 倍。这么高的密度是咋来的？

Ref 143
Challenge 329 e

我们注意到 G 值很小。我们之前提到引力限制了运动。其实我们可以这样写万有引力的表达式：

$$\frac{ar^2}{M} = G > 0 \tag{43}$$

引力阻止了匀速运动。我们还可以说：引力是环境对运动物体产生的最小可能影响。所有其它效应都比引力强。不过要将该表述转化为一则简单公式并不容易。

Challenge 330 d

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

日常物体之间的引力很弱。例如，相距 1 米的两个普通人所感受到的朝向彼此的加速度，比苍蝇落在皮肤上所产生的加速度还小。所以，我们通常不会注意到与其他人相互吸引。能让我们注意到的，都比这要强得多。你看，对 G 的测量证明了引力不是人们坠入爱河的真正原因，也证明了性张力不是引力的起源。爱的物理基础等在前路：是电磁学(*electromagnetism*)。

Challenge 331 s

Vol.III page 15

Figure 139 居家实验：确定引力常数 G、称重地球、证明引力也会水平作用、表明引力会弯曲空间。左上角和右上角：用泡沫和铅做的扭秤，以 pétanque(法式滚球)作为固定质量体；右中：由木头和铅做的扭秤，以石头作为固定质量体；下图：显示石头吸引铅的时间序列 (© John Walker)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

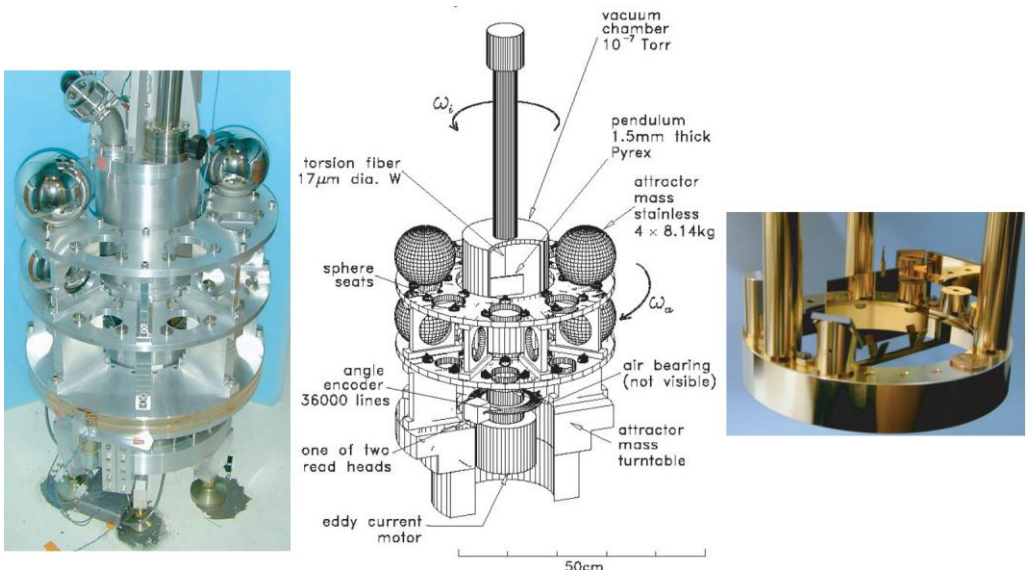


Figure 140 在华盛顿大学进行引力常数测量的现代精密扭秤 (©Eöt-Wash Group)

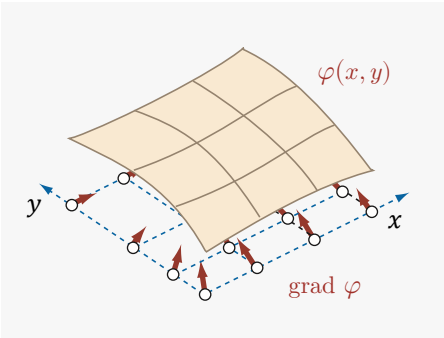


Figure 141 势及其梯度，二维版的可视化。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

引力势

引力有个重要性质：引力的所有效应都可以用另一个可观测量来描述，即用(引力)*势*(*potential*) φ 来描述。加速度由势的负*梯度*(*gradient*)给出

$$\boldsymbol{a} = -\nabla\varphi \qquad \text{或} \qquad \boldsymbol{a} = -\mathrm{grad}\ \varphi \tag{44}$$

梯度是“各点最陡斜率”的同义语。梯度定义于斜坡的每一点，陡峭处梯度大，平缓处梯度小。梯度指向最陡的上坡方向，如 Figure 141 所示。梯度记作 ∇，读作“nabla”，数学定义为 $\nabla\varphi = (\partial\varphi/\partial x, \partial\varphi/\partial y, \partial\varphi/\partial z) = \mathrm{grad}\ \varphi$。*[1] (44)中的负号是习惯约定，以便更高的高度有更高的势。日常忽略地球的球体形状，则引力势由下式给出

$$\varphi = gh \tag{45}$$

势 φ 是个有意思的量，它在空间中的每个位置都指定了一个数，这样就可以就描述引力加速度的矢量性，并自动得出北京天安门的引力方向与阿根廷大盐沼的引力方向相反。此外，势会给出*势能*(*potential energy*) U 为

$$U = m\varphi \tag{46}$$

这样就可以通过如下方式确定物体从点 1 到点 2 的动能 T 的变化

$$T_1 - T_2 = U_2 - U_1 \qquad \text{或} \qquad \frac{1}{2}m_1\boldsymbol{v}_1^2 - \frac{1}{2}m_2\boldsymbol{v}_2^2 = m\varphi_2 - m\varphi_1 \tag{47}$$

换言之，*总能量*(*total energy*)定义为动能和势能之和，它在引力运动中守恒。这是引力的一个性质，引力保守能量和动量。

有这种性质的系统叫*保守系统*(*conservative system*)。但并非任何加速度都可由势给出，摩擦引起的加速度不保守，但电磁引起的加速度却保守。简言之，我们说引力可用势描述，也说它保守能量和动量，一个意思。若忽略地球的球体形状，则物体在高度 h 处的势能可写作

$$U = mgh \tag{48}$$

要体会这是多少能量，不妨算算：一辆质量为 1 Mg 的汽车从 100 米的悬崖上掉下来。用汽车的能量，能将多少水从冰点加热到沸点？ Challenge 332 s

[1]* 在二维及以上，斜率写作 $\partial\varphi/\partial z$，其中 ∂ 仍读作“d”(译者注：也可以读作“偏”或“partial”)，其与表达式 $\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}z$ 的含义略有不同，在此不讨论其细节。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地球的形状

万有引力还解释了为什么地球跟大多数行星(几乎)都是球体。由于引力随距离减小而增大，太空中的液体总是试图形成球状。从大尺度上看，地球确实是液态的，而且它正在冷却，地壳和大陆就是这样形成的。因此，在太空中遇到的较小固体物体(如月球)的球形意味着它们曾几何时为液态。

地球不是平直的，而是大致呈球形。进而我们推断两座高楼的顶部比底部相距更远：这种效应可以测量吗？ Challenge 333 s

球对称体系最容易描述。对于质量为 M 的球体或点状物，势 φ 为 Challenge 334 e

$$\varphi = -G\frac{M}{r} \tag{49}$$

势是可加的，它大大简化了对运动的描述：有了点粒子的势，我们就可以计算任意不规则物体周围的势与运动。*[1]有趣的是，空间维数 d 出现在球形质量体的势 φ 中：φ 对半径 r 的依赖性是 $1/r^{d-2}$。指数 $d-2$ 已经过实验验证，精度极高，从未发现 d 不等于 3 的情况。 Challenge 336 s Ref 144

势的概念有助于我们进一步了解地球的形状。由于从大尺度上看，地球的大部分区域仍然是液体，因此其表面处处垂直于引力与自转的总加速度。简言之，地球不是球体，也不是椭球体。平衡条件所定义的数学形状叫*大地水准面*(*geoid*)。Figure 142 所示的大地水准面形状与适当选择的椭球体最多相差 50 米。你能用数学方法描述大地水准面吗？大地水准面非常接近地球的实际形状，与海平面相差不到 20 米。这些差异可以用卫星雷达测量，地质学家(geologist)和地理学家(geographer)对此很感兴趣。例如，事实证明，南极比北极更靠近赤道平面约 30 米。这可能是由于北半球有大片陆地。 Ref 145 Ref 146 Challenge 337 ny

[1]* 对于一般的广延体，势的梯度的散度(*divergence*)等于其质量(或电荷)密度乘以某个比例常数

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho \tag{50}$$

其中 $\rho=\rho(x,t)$是物体质量的体积密度，Δ 叫*拉普拉斯算子*(*Laplace operator*)，读作“delta”，定义为 $\Delta f = \nabla\nabla f = \partial^2 f/\partial x^2 + \partial^2 f/\partial y^2 + \partial^2 f/\partial z^2$。方程(50)叫*泊松方程*(*Poisson equation*)，用于求解势 φ，以著名法国数学家和物理学家西莫恩·德尼·泊松(Siméon-Denis Poisson, 1781–1840)的名字命名。ρ 非零的位置称为该势的*源*(*sources*)，源项 $\Delta\varphi$，衡量点x处的势$\varphi(x)$与该点邻域的平均值有多大差异(你能通过$\Delta\varphi \sim \overline{\varphi} - \varphi(x)$来证明吗？)。换言之，泊松方程(50)意味着某点的势等于该点周围的平均值减去质量密度乘以 $4\pi G$，而在真空中，某点的势就等于该点周围的平均势。 Challenge 335 e

通常引入的*引力场*(*gravitational field*)，被定义为 $\boldsymbol{g} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi$。但我们此行会避开它，因为我们会发现，根据相对论，引力根本不是由场引起的，甚至即使引力势的概念也只是一种近似。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

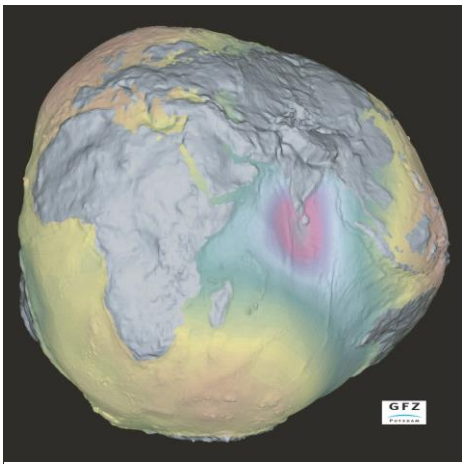


Figure 142 地球的形状(大地水准面)，比例高度夸张(©GeoForschungsZentrum Potsdam)

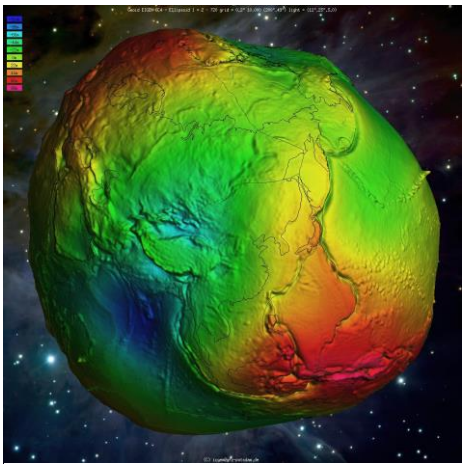


Figure 142 补充：东亚视角 截自 icgem.gfz-potsdam.de (©GFZ Potsdam)

Figure 96

我们之前看到，物质惯性通过所谓的“离心力”增加了地球的赤道半径，使地球两极更扁。赤道半径 a 为 6.38 Mm，而从两极到地球中心的距离 b 为 6.36 Mm，扁率 $(a-b)/a$ 值为 1/298.3=0.0034。因此，厄瓜多尔的钦博拉索山(Mount Chimborazo)顶峰虽然海拔仅 6267 m，但与地球中心的距离比海拔 8850 米的珠穆朗玛峰*[1]多出约 20 km。钦博拉索山的顶峰是地表上距地心最远的点。

Appendix B

地球形状还有个重要的后果。如果地球停止自转(且保持其形状)，海水将从赤道涌向两极，除了阿尔卑斯山上几座海拔超过 4 公里的山峰外，整个欧洲都将被淹没。欧洲北部将被 6 km 至 10 km 的水覆盖。珠峰海拔也就 11 km。咱都得斜着走了，跟迈克尔杰克逊似的。如果考虑到地球形状的变化，这些数字会稍微小一些。此外，形状的变化将产生极其强烈的地震和风暴。只要还没有这些现象，我们就可以肯定太阳明天确实会升起，虽然一些哲学家说这是假设。

[1]*萨迦玛塔峰也叫额菲尔士峰。

译者注：英文原版正文写的是萨迦玛塔而非珠峰。此峰藏语叫珠穆朗玛(ཇོ་མོ་གླང་མ་, Qomolangma)，梵语叫萨迦玛塔 सगरमाथा(sagaramāthā)，英语叫额菲尔士 Everest。此外可以看看《人民日报(1952. 5. 27)》：“中央人民政府内务部、中央人民政府出版总署于五月八日发出通报 …… 通报全文如下：我国西藏喜马拉雅山的最高峰，原名“珠穆朗玛峰”。远在公元一七一七年(即清康熙五十六年)，清朝理藩院主事胜住会同喇嘛绘制西藏地图时，即根据当地藏族的习惯称呼开始用这个名称。“珠穆朗玛”是藏语“圣母之水”的意思。但自一八五二年印度测量局测得此峰高度以后，西人便从一八五八年起，将印度测量局局长额菲尔士(英国人)的名字作为此峰的名字。我国编撰地志舆图的人也盲目地采用了这个名称。用帝国主义殖民官吏的名字来称呼我国的最高山峰，实在是很大的一个错误 ……”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

动力学：物体如何运动于不同维度？

势是强大的概念工具。若某物体只能沿着一条或直或弯的线运动，那么动能和势能的概念就足以完全确定其运动方式。

其实一维运动直接来自能量守恒。对于沿给定曲线运动的物体，每个时刻的速度都由能量守恒给出。

若物体在二维空间(即平面或曲面)内运动，且所涉及的力都是系统内力 (理论上总是如此，但实践不然)，则角动量守恒。如是，完整(full) 二维运动遵循能量和角动量守恒。例如，自由落体的一切性质都遵循能量和角动量守恒。(你能证明吗？) 势一如既往地必不可少。

Challenge 338 s

但守恒律不足以确定二维以上的物体运动，三维运动需要更通用的规则来求解。事实证明，一般运动遵循一则简单的原理：*动能与势能之差的时间平均值必须尽可能地小*。这被称为*最少动作原理*(*least action principle*)*[1]。我们稍后解释其细节。但同样，势是计算变化量的要素，因此也是描述任何运动情况的要素。

Chapter 8

简单引力运动是二维的，在一个平面内。大多数三维问题都超出了本文范畴，其中一些问题非常困难，仍是研究课题。在本次奇遇中，我们将仅针对提供重要见解的特定案例来探索部分三维运动。

月球

月亮上的一天有多长？大约 29 个地球日。即月球观测者在天上同一位置再次看到太阳所需的时间。

人们常听说，月亮总是用同一面朝向地球，这不大精确。肉眼可见：月表的某些纹理，在满月时居中，一周后就不居中了。导致这种变化的各种运动统称秤动/天平动(*libration*)，如 Figure 143 所示。这些运动的出现主要是因为月球轨道不是正圆而是椭圆，且与其绕地球的旋转相比，月球自转轴略微倾斜。故而只有约 45%的月表永远背对地球。

1960 年代，苏联的一颗人造卫星拍摄了月球隐藏区域的第一张照片，现代卫星提供了精确的地图，观察 Figure 144，可见月球背面比可见的这一面更不规则，因为背面拦截了地球吸引来的大多数小行星。月球引力有助于使小行星偏离地球，因而动

Challenge 339 e

[1]* 译者注：一般译作“最小作用量”。但“作用”容易让人想到力的范畴去，而此处 action 是运动变化的范畴，哪怕是匀速运动的质量点也有动作量，但没有“(相互)作用”；又，后文会反复提到，约化普朗克常数是最小(smallest)动作量，也就是动作量的“量子”，为了避免措辞重复、消除歧义，以及出于其它一些考量，此处作“最少(least)”。但是如此措辞译者也不大习惯，不一定总是贯彻。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

物灭绝的次数减少到了一个很小(但还是不可忽视)的数字。换言之，月球引力使人类数次免于灭绝。*[1]

1970 年代的月球之旅还表明，月亮来自地球：很久很久以前，一个物体几乎切向撞击地球，将相当大一部分物质抛向太空。这是能解释月球体积大、铁含量低以及一般物质成分的唯一机制。 Ref 148

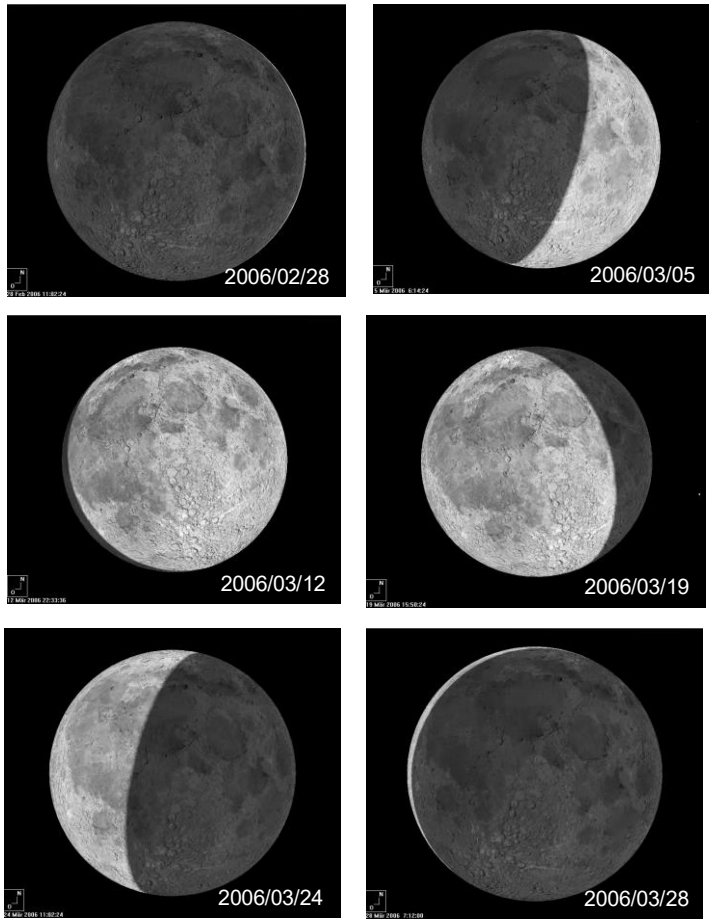


Figure 143 月亮在一个月内的变化，显示出天平动(QuickTime film © Martin Elsässer) (译者注：此视频见英文原书。)

[1]* 网页 www.minorplanetcenter.net/iau/lists/Closest.html 和 InnerPlot.html 展示了每年与地球擦肩而过的物体数量。要是没有月球，咱可就更多灾多难咯。

译者注:月球真的替地球挡枪了吗？是怎么挡枪的？月海为什么都出现在月亮正面？这里面可探究的问题也不算少。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref 149
Challenge 340 s

月球每年远离地球 3.8 厘米。这一结果证实了潮汐减缓地球自转的推论。你能想到是怎么测量的吗？月球使地球减速，地球也因这种效应而形变(地球形状取决于其自转速率)。这些形变会影响地球的构造活动，也可能影响大陆漂移。

Ref 150

月球对动物生命影响颇多。一个著名的例子是生活在潮汐显著之海岸上的一种蚊蠓(midge *Clunio*)，其幼虫期为六到十二周，然后变态，作为飞行成虫的寿命则只有一两个小时，必须在此期间繁殖。这种小虫必须在大潮的低潮阶段变态才能繁殖。大潮(*spring tide*)是满月与新月时发生的特别强烈的潮汐，此时太阳和月亮的影响合在一起，每 14.8 天发生一次。1995 年，迪特里希·诺伊曼(Dietrich Neumann)证明，其幼虫有两套内置时钟：日节律钟和月节律钟，二者共同控制发育，精确定时到昆虫可以繁殖的那几个小时。他还表明，月节律钟与夜间月球亮度同步。换言之，幼虫监测夜月，以此决定何时变态：它们是已知的最小天文学家。

Ref 151

连小虫子都可以有月律周期，那么女性也有这样的周期就不足为奇了，不过这种周期长度的确切来源仍不明确，这是个研究课题。

Ref 152；Ref 153
Chapter 5：地球自转

月球还有助于稳定地轴倾角，使之相对于绕日运动平面保持固定。若无月球，地轴将不规则地改变方向，将没有规律的昼夜节律，将有极大的气候变化，生命亦无演化之可能。若无月球，地球自转会快得多，天气也会剧烈波动。月球使地轴进动，还造成一次次冰河时代。

Ref 154

月球轨道仍是个研究课题。目前尚不清楚为什么月球轨道与黄道夹 5°角，也不清楚自打月球形成以来，其轨道是如何变化的。可能是导致月球形成的那场碰撞使地球和原始月球的旋转轴倾斜，然后在数千万年的时间里，两轴以复杂的方式向黄道移动。在这场演变过程中，地月距离估计增加了 15 倍。

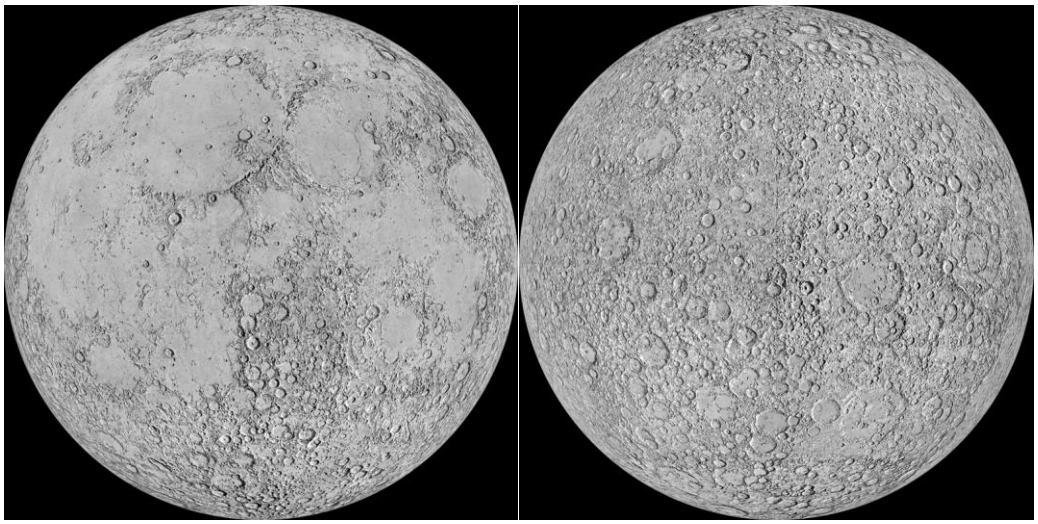


Figure 144 月球向地侧(左)和背地侧(右)地图(非照片)，月背之坑洼显示了月亮救地球于陨石撞击之频率 (courtesy USGS)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

轨道：圆锥曲线之属

物体在引力作用下连续绕行中心物体的路径是个椭圆，中心物体位于椭圆的一个焦点。圆是椭圆的特例，圆轨道也是可能的。两物体靠近一次便渐行渐远，不复相见，可能是抛物线或双曲线，如 Figure 145 所示。圆(*circle*)、椭圆(*ellipse*)、抛物线(*parabola*)、双曲线(*hyperbola*)，都是圆锥曲线(*conic section*)。这些曲线都可以通过切割圆锥体产生，你能证明吗？

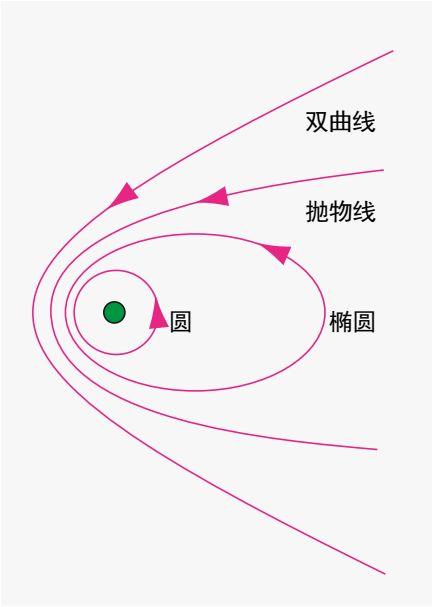
Challenge 341 e

如果轨道主要是椭圆形的，那么彗星就会回归。英国天文学家哈雷(Edmund Halley, 1656-1742)是首位得出该结论并预言彗星回归的人。在他去世后的 1756 年，如今冠以哈雷之名的彗星如期而至。哈雷彗星的周期在 74 到 80 年之间，第一次有记录的目击是在两千两百多年之前，上一次是 1986 年，它已经造访过 30 次，每一次都被见证。

根据物体相对于中心质量体的初始能量和初始角动量，路径可以是椭圆，或抛物线，或双曲线。你能确定出现这些路径所需的能量和角动量的初始条件吗？

Challenge 342 s

其实自然界没有抛物线轨道。(有些彗星的绕日轨道似乎接近抛物；但几乎一切彗星都遵循椭圆轨道，如果远离其它行星的话。)。双曲线路径确实存在，射向行星的人造卫星走的就是双曲线，比如利用“引力弹弓效应”改变卫星穿越太阳系的速度。



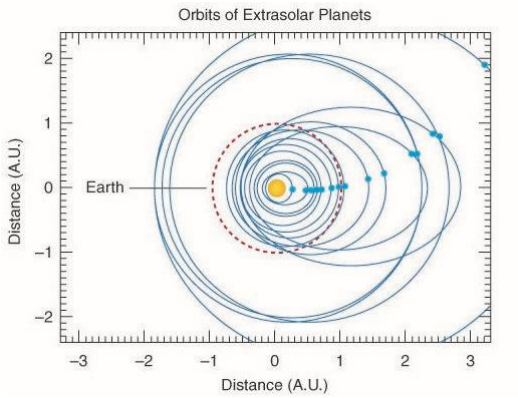


Figure 145 由于万有引力，一个小质量体围绕一个大质量体的可能轨道(左)和一些最新测量的轨道(右)，即一些太阳系外星和地球的轨道，所有这些轨道都围绕它们各自的中心星体绘制，距离以天文单位给出 (© Geoffrey Marcy)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

为什么平方反比“定律”会产生圆锥曲线呢？首先，两个物体的总角动量 L 是个常数：

$$L = mr^2\dot{\varphi} = mr^2\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right) \tag{51}$$

故而，该运动位于一个平面内。能量 E 也是常数

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 - G\frac{Mm}{r} \tag{52}$$

Challenge 343 e

上述两式共同表明

$$r = \frac{L^2}{GMm^2}\frac{1}{1+\sqrt{1+\frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}}\cos\varphi} \tag{53}$$

对比圆锥曲线的一般式

$$r = \frac{C}{1+e\cos\varphi} \qquad \text{或} \qquad r = \frac{C}{1-e\cos\varphi} \tag{54}$$

若 $0 < e < 1$ ，则为椭圆；当 $e = 1$，为抛物线； $e > 1$ 为双曲线。该表达式的一个焦点位于原点。e 称为偏心率或离心率(*eccentricity*)，描述了曲线的压缩程度。总之，绕行中心质量体的物体遵循圆锥曲线。

不管是哪种轨道，大质量体都也会移动：两天体都绕二者共同质心运行。两天体遵循相同类型的曲线，椭圆、抛物线或双曲线，但二者曲线的大小不同。

Challenge 344 e

若两个以上的物体彼此吸引，会出现诸多其它运动的可能性。其分类和运动相当复杂。对于天文学家和数学家来说，这种所谓的多体问题(*many-body problem*)仍然是个研究课题。让我们来看一些观测结果。

绕同一颗星体旋转的几颗行星，它们也会彼此吸引。因此，行星不会沿完美的椭圆运动。最大的偏差是近日点漂移，如 Figure 114 所示。人们已经观测到了水星、地球、其它一些行星的这种现象。还有些偏离椭圆轨道的现象出现在单轨道上。1846 年，观测到天王星运动与万有引力预测的轨道有偏差，这被用来预言另一颗行星的存在，那就是不久后发现的海王星。

Chapter 4: 质量与动量

我们提到，质量总是正的，故而引力总是吸引的，没有反引力(*antigravity*)。但是，可以利用两个以上物体的引力实现悬浮(*levitation*)吗？可以，有两种例子。*[1]一是地球静止卫星(geostationary satellite)，可以方便传输地面信号。

二是拉格朗日平衡点(*Lagrangian libration point*)，以发现者名字命名。如 Figure 147 所示，它们是两体系统(如地-月或地-日系统)中的空间点，是小物体的稳定平衡位

Vol.III page 226

[1]* 悬浮在电动力学一节中有详细讨论。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 345 s
Challenge 346 d

置。你能找到它们的精确位置吗？地-月连线(或太阳-行星连线)上还有三个拉格朗日点。其中有几个是稳定的？

太阳-木星系统的拉格朗日点附近有数千颗小行星，称为特洛伊小行星(*Trojan asteroids*)。1990 年，火星-太阳系统也发现了一颗特洛伊小行星。1997 年，人们发现有颗小行星(3753 Cruithne)是地球的“准特洛伊”小行星，它随地球绕太阳运行(这只是过渡性的、暂时的，其实遵循更复杂的轨道)。地球的这颗“第二卫星”平均直径 5 公里。在地月系统的主要拉格朗日点上，人们观测到了高浓度尘埃。

Ref 156

Figure 146 天上有一排地球静止卫星，相对地表静止相对其它恒星移动，它们列于天赤道的位置(MP4 film © Michael Kunze)
(译者注：此处静态图片无法达到应有效果，可在本书英文原版或 apod.nasa.gov/apod/ap120411.html 观看该视频)

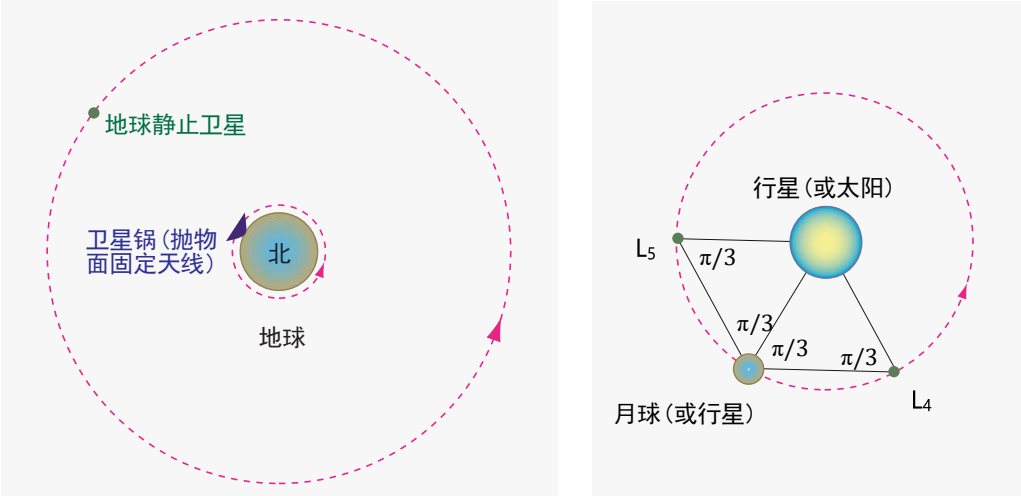


Figure 147 地球静止卫星(左)和主要的稳定拉格朗日点(右)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref 155 天文学家知道许多遵循不规则轨道的物体，尤其是小行星。如小行星 2003YN107 沿着一个不规则的轨道运行，如 Figure 148 所示，该轨道与地球相伴多年。

综上，$\boldsymbol{a} = -GM\,\boldsymbol{r}/r^3$ 这么一个方程就正确描述了天空中的大量现象。拉普拉斯在其名著《天体力学(*Traité de mécanique céleste*)》中首次明确表示该式描述了天上发生的一切。当拿破仑说他在书中没提到造物主，拉普拉斯一语惊人：*Je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse.* "我无需作此假设。" 拉普拉斯还研究了太阳系的稳定性、月球轨道和行星轨道的离心率，计算和测量总是完全一致。

这些成果都是万有引力的伟大成就，也解释了引力为啥冠以"万有(universal)"之名。这则公式有多精准呢？天文学界对引力运动进行了最精确的测量，提供了最严格的检验。1849 年，勒维耶(Urbain Le Verrier)在深入研究后得出结论，只有一个已知观测结果与万有引力的预测之间存在差异，那是对水星的一次观测。(如今，人们已经知道了更多不符案例。)水星轨道离太阳最近的点，即水星近日点(*perihelion*)，绕日速率
Ref 157 略低于预测值：一个微小的差异，约为每世纪 38″。(1882 年，西蒙·纽康(Simon Newcomb)将之修正为每世纪 43″。) 勒维耶认为这种差异是由于水星与太阳之间有一颗祝融星(Vulcan)，他找寻祝融星多年未果。其实没有祝融星。对这种差异的正确解
Vol.II page 164 释还要看爱因斯坦同志。

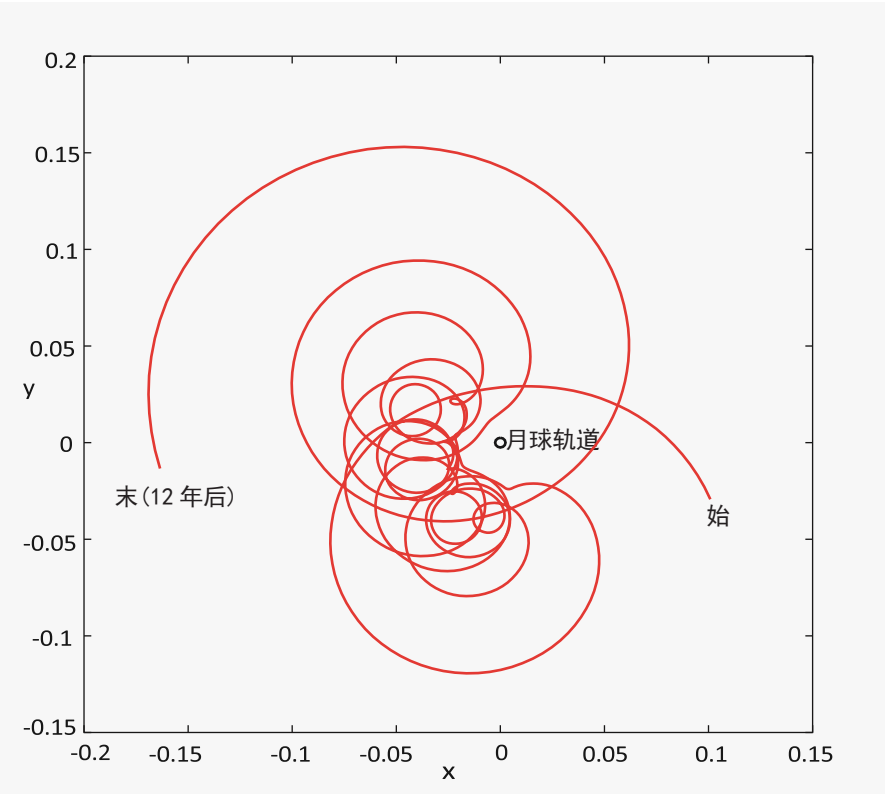


Figure 148 地心坐标系中的临时地球准卫星 2003 YN107 的轨道：若干质量体引力导致轨道不规则，部分是测量的，部分是计算的。直径 20(10)米的小行星在 1995 年左右被困于地球附近的轨道，直到 2006 年。黑色小小圈代表月球绕地轨道 (© Seppo Mikkola)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

潮汐

Ref 158 为什么物理教材总要谈潮汐(tide)？因为正如广义相对论所表明的那样，潮汐证明了空间是弯曲的！有必要认识潮汐。Figure 149 显示了潮汐之力。引力解释说海洋的潮汐是由日月吸引海水导致的。潮汐很有趣，尽管公海上的潮汐振幅仅 0.5 米左右，但在某些海岸附近，潮汐幅度可达 20 米。你能想到为什么吗？卫星测量显示，土壤受日月影响，升降沉浮约 0.3 米。甚至大气也受潮汐影响，相应的压力变化可以从天气测量中过滤出来。

Challenge 347 s
Ref 57
Ref 159

任何在其它物体引力场中运动的广延体都有潮汐。为了理解潮汐的起源，设想一个运行在轨道上的物体，比如地球，设想其诸组分由弹簧相连，就像 Figure 150 中那样。万有引力意味着离中心体越远，轨道速率越慢。因而轨道外侧的部分“希望”比内侧部分慢，但却被连接诸部分的弹簧拉动变快，变快就有向更外层飞出的趋势；反之，内侧部分“希望”更快绕行，却被外侧部分拖累。内部被拖慢，就会朝太阳坠落。总之，物体的内外部分都感觉到远离自身中心的拉力，并被阻碍物体形变的弹簧限制。广延体就这样在场不均匀的方向上形变。

Figure 149 2005 年 9 月 20 日，圣·瓦莱里·昂·考克斯(Saint-Valéry en Caux)的潮汐(©Gilles Régnier)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

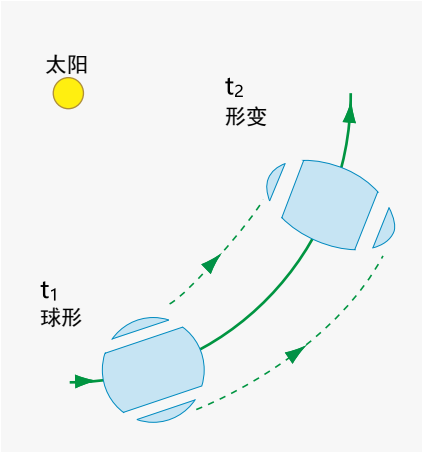


Figure 150 引力导致的潮汐形变。

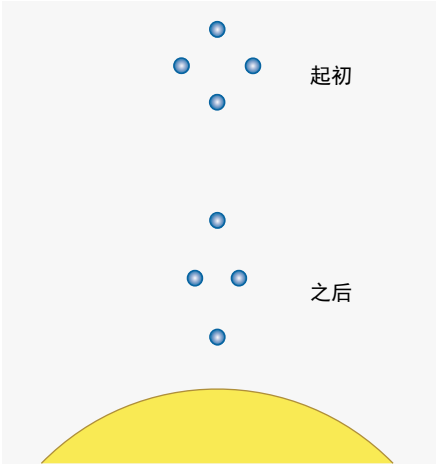


Figure 151 潮汐起源。

例如，由于潮汐力作用，月球总是(大致)以同一面朝向地球(潮汐锁定)。而且它在地球方向上的半径比与此垂直的半径长出约 5 米。如果内部弹簧太弱，物体会被撕裂成碎片，甚至可以形成一个碎片环，例如火星和木星之间的小行星环或土星周围的环。

让我们回到地球。若一个物体被水包围，它将在引力场的方向上隆起。如 Figure 151 所示，我们可以通过研究四个物体的排列来研究引力导致的物体形变。我们可以研究自由落体的情境，因为轨道运动与自由落体是等价的。你看，引力吸引来一些碎片，而它们依据彼此的相对位置散开了。该图清楚地表明，形变的强度(水中没有弹簧)依赖于引力加速度随位置的变化，换言之，导致潮汐的相对加速度正比于引力加速度的导数。

利用 Appendix B 中的数值，在地球上测量到太阳和月球的引力加速度为

$$\begin{aligned} a_{\text{sun}} &= \frac{GM_{\text{sun}}}{d_{\text{sun}}^2} = 5.9\ \text{mm/s}^2 \\ a_{\text{moon}} &= \frac{GM_{\text{moon}}}{d_{\text{moon}}^2} = 0.033\ \text{mm/s}^2 \end{aligned} \tag{55}$$

如是，月球引力几乎是太阳引力的 180 分之一那么弱。

当一对邻近的物体靠近一个大质量体，相对加速度与它们的距离成正比，遵循 $\mathrm{d}a = (\mathrm{d}a/\mathrm{d}r)\mathrm{d}r$。比例因子$\mathrm{d}a/\mathrm{d}r = \nabla a$，称为*潮汐加速度*(梯度)，是潮汐效应的度量。在球形大质量体M附近，它由下式给出

Challenge 348 e

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}r} = -\frac{2GM}{r^3} \tag{56}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对于日月的值，有

$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{sun}}}{\mathrm{d}r} = -\frac{2GM_{\mathrm{sun}}}{d_{\mathrm{sun}}^3} = -0.8 \cdot 10^{-13}\ /\mathrm{s}^2$$
$$\frac{\mathrm{d}a_{\mathrm{moon}}}{\mathrm{d}r} = -\frac{2GM_{\mathrm{moon}}}{d_{\mathrm{moon}}^3} = -1.7 \cdot 10^{-13}\ /\mathrm{s}^2 \qquad (57)$$

换言之，虽然月球引力要弱得多，但估算月球的潮汐强度却是太阳潮汐的两倍多，确实如此。当太阳、月亮、地球三点一线，日月潮汐叠加，造成的所谓大潮(spring tide)特别强，每 14.8 天在满月和新月时发生一次。

潮汐出了道谜题。月球潮汐比太阳潮汐强得多，这意味着月球的密度比太阳密度大得多。为什么？

Challenge 349 s

如 Figure 152 所示，潮汐会产生摩擦，并导致地球自转减缓。如今可以用精确的时钟来测量这种减速(尽管由于天气等其它影响导致的短时间变化通常更大)。这一结果与化石结果非常吻合，化石结果表明，在 4 亿年前的泥盆纪，一年有 400 天，一天约 22 小时。据估计，9 亿年前，一年的 481 天中的每一天都有 18.2 小时。导致这种减速的摩擦，也导致地月距离每年增加约 3.8 厘米。你能解释为什么吗？

Ref 116
Vol.II page 231
Challenge 350 s

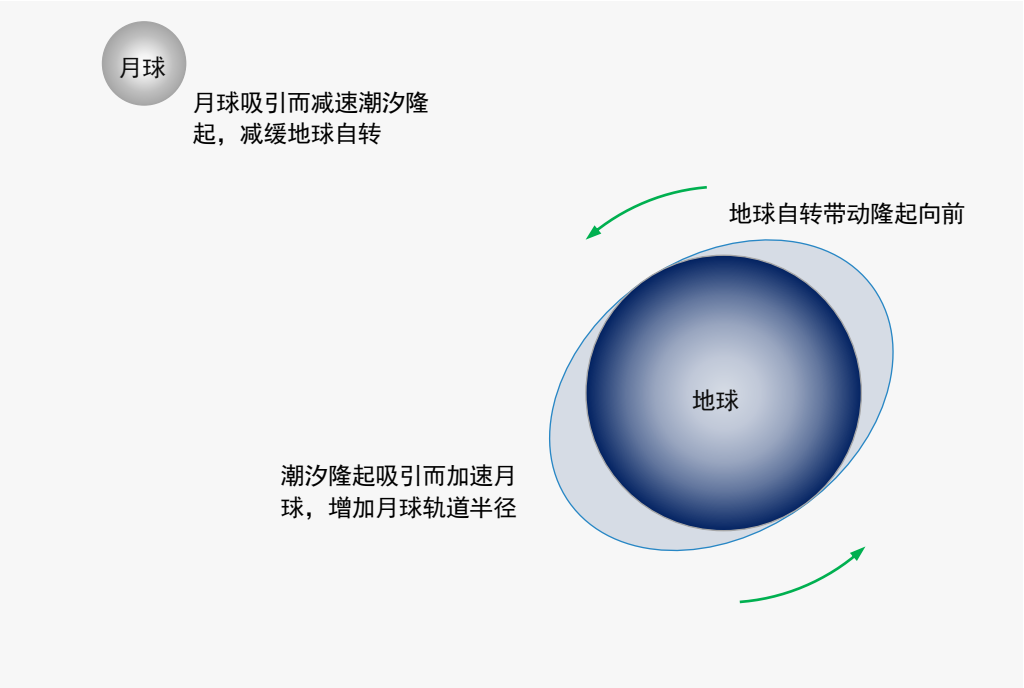


Figure 152 地球、月球、潮汐摩擦效应(未按比例绘制)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如上所述，土壤的潮汐运动也是一种地震诱因。所以说月亮也可能对地球产生危险的影响。(可惜，了解这种机制并不能预测地震。)最迷人的潮汐效应出现在木星的木卫一(Io,伊奥)。如 Figure 153 所示，其处潮汐之伟力会引发强烈的火山活动，烟羽喷流高达 500 公里。若潮汐再强，还可能完全摧毁天体(洛希极限)，例如形成了如今火星与木星之间小行星带的天体，或者(可能)变成了土星环的卫星。

总之，潮汐起源于邻近质量点的相对加速度。这有个重要的后果。在关于广义相对论的章节中，我们会发现：时间乘以光速与长度的地位等同。时间成了一个额外的维度，如 Figure 154 所示。利用这种类比，同向运动的两枚自由粒子对应于时空中的平行线。并肩下落的两枚粒子也对应于平行线。潮汐表明，这些粒子会相互靠近。所以，潮汐意味着平行线相互靠近。但只有当时空弯曲时，平行线才能相互靠近。简言之，潮汐意味着时空和空间的弯曲。这种简单的推理本可以在十八世纪进行，可是直到二百年后，才由天才的阿尔伯特·爱因斯坦发现这一点。

Vol.II page 136

Vol.II page 190

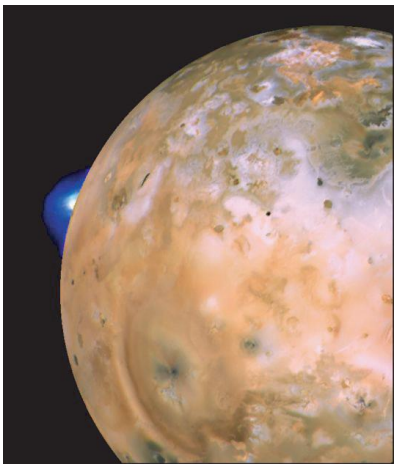


Figure 153 潮汐所致的壮观景象：木卫一上的火山活动 (NASA)

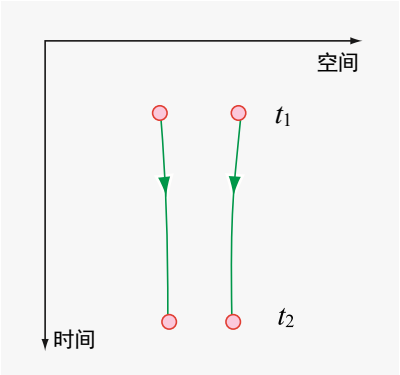


Figure 155 并排落下的粒子随时间逐渐接近。

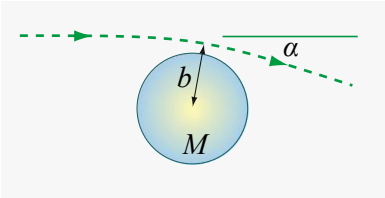


Figure 154 质量体弯曲光线。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

光线会下落吗？

Die Maxime, jederzeit selbst zu denken, ist die Aufklärung.

伊曼努尔·康德(Immanuel Kant)*[1]

Vol.II page 15

17 世纪末，人们发现光速有限，咱后头得好好说道说道这事。以无限速率运动的实体不受引力影响，因为没有时间来产生效果。但速率有限的实体都理应能感受到引力，从而下落(fall)。

光到达地表，其速率会增加吗？近三百年来，人们都无法检测到任何此类效应，所以一直没人研究这个问题。直到 1801 年，普鲁士天文学家约翰·索尔德纳(Johann Soldner, 1776–1833)首次以不同的方式提出了这个问题。作为一名天文学家，他擅于测量恒星及其观测角度。他意识到，光线在巨大物体附近会因引力而偏转。

Ref 160

索尔德纳研究了双曲路径上的一个物体，该物体速度为 c，经过球形质量体 M 时，入射方向线与质量体中心相距为 b，如 Figure 155 所示。索尔德纳推出偏转角为

Challenge 351 ny

$$\alpha_{\text{univ. grav.}} = \frac{2}{b}\frac{GM}{c^2} \tag{58}$$

刚好掠过质量体 M 的光线偏角最大。太阳造成的偏角最大为 0.88″ = 4.3 μrad。在索尔德纳的时代，这个角度太小，没法测量，这个问题也就被遗忘了。若曾求索之，则广义相对论将作为一门实验科学开启，而不是以爱因斯坦的理论工作开启！为什么？刚刚的计算值与测量值不同。第一次测量是在 1919 年*[2]，正确地发现了高达 1.75″ 的偏转，正好是表达式(58)的两倍。原因不容易发现，我们将看到，这是由于空间曲率。总之，光线可以下落，这个问题背后还藏着些惊喜。

Vol.II page 161

质量：惯性质量·引力质量

质量描述若干对象如何交互。我们此行遇到了它的两个方面：惯性质量保持物体运动、阻碍运动变化；(主动)引力质量加速附近物体，(被动)引力质量被附近物体加速。例如，地球的主动引力质量决定了地表物体的加速度；物体的被动引力质量让我们仅通过长度就能称量它们的重量，例如用秤(scale)或天平(balence)。引力质量是重量的基础，也就是举起东西的难度。*[3]

---

[1]* “启蒙(Aufklärung/Enlightenment)”乃善士恒念之真言。

Challenge 352 s

[2]* 顺便问一下，你会如何测量耀眼的太阳附近的光线偏转？

Challenge 353 ny

[3]* 一个 85 公斤的人在抛接三个 0.3 公斤的球时，天平显示的重量是多少？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

物体的引力质量等于它的惯性质量吗？一个粗略的答案是：难以移动的物体也难以抬举。最简单的实验是取不同质量的物体，让它们下落。若所有物体的加速度都相同，则惯性质量等于(被动)引力质量，因为在关系式 $ma = \nabla(GmM/r)$中，左侧 m 是惯性质量，右侧 m 是引力质量。

早在 17 世纪，伽利略就提出了一则更古老的论证*[1]，一个实验都不做就表明，引力加速度确实对所有物体都是相同的。如果较大的质量体比较小的质量体下降得更快，那么就会出现如下悖论。任何物体都可以被看作是由一较个大部分和一个较小部分组成的。若小的物体真的下落得慢，那么小部分会拖缓大部分的下落，这样整个物体就必须比大部分下落得慢；而物体比每个部分都大，它应该比各部分下落得都更快。这显然是不可能的。所以一切物体都必须以相同的加速度下落。

自伽利略最初的讨论以来，人们进行了大量精确实验。这些实验以最高的精度证实，自由落体加速度与质量和材料成分无关。换言之，实验证实：

Ref 161

▷ 引力质量和惯性质量相等。

这种冥冥之中的相等起源于什么？

引力质量等于惯性质量，这压根不是啥玄秘之事。回顾质量的定义：加速度之比的负倒数。我们说过，质量的定义无关于加速度的物理起源：加速度的起源并未出现在定义质量的表达式中。换言之，质量从定义上讲与就与相互作用无关。这意味着，基于电磁相互作用并用电磁相互作用测量的惯性质量于引力质量在定义上是相同的。

Chapter 4: 质量

惯性质量与引力质量相等的最佳证明如 Figure 156 所示：它表明这两个概念只因观测者的视点(viewpoint)而异。惯性质量与引力质量描述了相同的观测结果。

注意，我们并未单独定义一个“被动引力质量”的概念。(这个概念有时出现在研究论文中。) 被引力加速的质量就是惯性质量。更糟的是，没法定义与惯性质量不同的“被动引力质量”。不信试试看！包括称重物体在内，所有测量被动引力质量的方法，都不能区分于根据物体对加速度的反应确定惯性质量的方法。所有这些方法都用到了非引力机制。体重秤就是个典型的例子。

Challenge 354 s

要是“被动引力质量”与惯性质量不同，会将产生奇怪的后果。不仅是在实验中难以区分；若有什么东西的这两种质量不同，我们会在能量守恒方面遇到麻烦。

Challenge 355 e

假设“主动引力质量”不同于惯性质量也会带来麻烦。“引力质量”与惯性质量何以不同？这种差异是取决于相对速度、时间、位置、成分还是质量本身？都不行。这每一种假设都与能量守恒或动量守恒相矛盾。

Challenge 356 s

[1]* 译者注：这则论证在伽利略《对谈(Discorsi)》“第一天”的 2/3 左右。结论虽对，但论证不良。同一对象独自运动，与作为组合体的组分而运动，是不同的，即，同一对象在不同运动情境需要“加脚标”，亚氏学派的《机械学》便强调运动的同一律；伽利略先假设独自运动与在组合体中速度一样，试图归谬，但互相拖拽的假设又否定了组合前后速度相同，其实不是自相否定的归谬法；将伽利略此论证用于有摩擦的落体，或者用于非均匀引力场，问题更是显而易见，快来算一算。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

总之，难怪一切测量都证明各种类型的质量统统相等：因为别无选择。别无选择是由于所有质量定义的基础性等价：

▷ 质量之比等于加速度之比。

Vol.II page 157 这个话题常在广义相对论中再做讨论，但别无新意，因为质量的定义不会变。引力质量和惯性质量还是相等。简言之：

▷ 每个物体的质量唯一。

不过，更深层次的问题仍在：质量的起源是什么？它为什么存在？这个简单而深刻的问题是经典物理学无法回答的。我们需要一些耐心来找出答案。

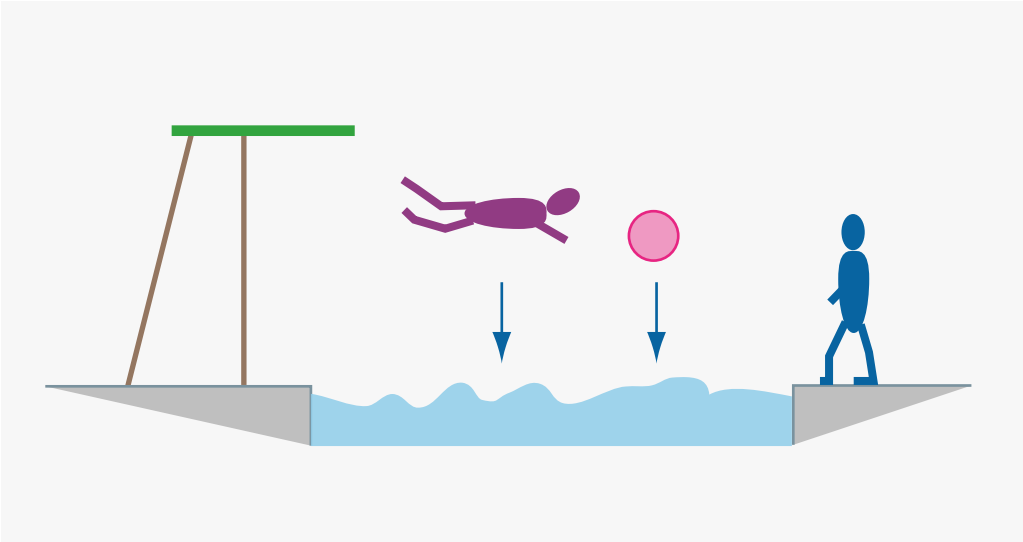


Figure 156 落球对下落观测者来说是惯性运动，对地面观测者而言是引力运动。因此，惯性质量与引力质量相同。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：引力

Fallen ist weder gefährlich noch eine Schande; Liegen bleiben ist beides.*[1]

康拉德·阿登纳

国际空间站上的宇航员要面对两大催命鬼：致癌的宇宙辐射和失重。失重通常会导致第一天的方向感异常和恶心，即太空病(*space sickness*)和运动病(*motion sickness*)。即使这些症状消退，肌肉体积也会每月减少几个百分点，骨骼每周都会变弱，免疫系统一直处于警报状态，血液比平时更多地泵入头部，并产生圆乎乎的“婴儿”脸(在电视上很容易看到)，还有剧烈头痛、腿部缺血、消瘦，体温始终升高超过 1 摄氏度、大脑被血液和脊髓液挤压、视力恶化，因为眼睛也会受挤压。当宇航员在太空中度过六个月后返回地球时，他们的骨骼和肌肉都很虚弱，无法行走和站立。他们需要一两天的时间重新适应跟学习。之后，他们经常得疝，并且因为骨质减少，易得肾结石。还可能存在其它健康问题，但宇航员们一直保密，以维护他们的形象和后续的任务机会。

**

月表引力只有地表的六分之一。为什么这反而意味着在月球上很难快速奔走(从在那录制的影像中可以看出)？

**

Challenge 357 e 理解并解释：梁式天平测的是质量，弹簧秤测的是重量。

**

除了月球和由火箭射入轨道的人造卫星外，地球还有别的卫星吗？有的。地球有许多小卫星和大量准卫星。有颗特别长寿(稳定)的准卫星：2016 HO3，体型细长，直径在 40 到 100 米，于 2016 年被发现。如 Figure 157 所示，它在距地球 40 到 100 倍地月距离处绕地球运行，并将在接下来的几百年里一如既往。

**

不计能量损失，证明一颗弹跳着走下斜面的球，每次弹跳中，撞击斜面后增加的距离都是恒定的。

**

[1]* “跌倒(falling)既不危险也不可耻；继续撒谎却是两者兼有。” 康拉德·阿登纳(Konrad Adenauer, b. 1876 Köln, d. 1967 Rhöndorf) 西德总理。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

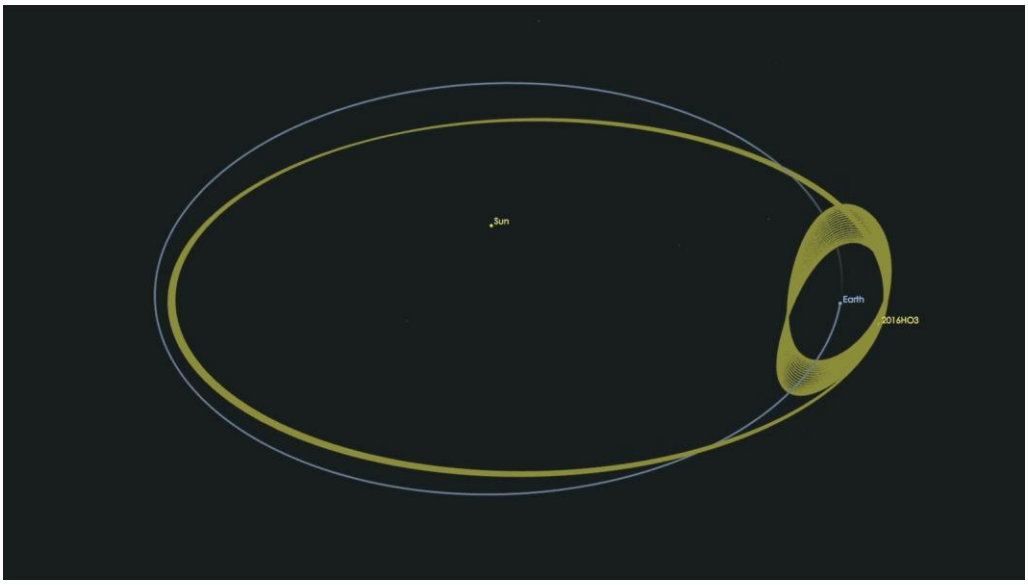


Figure 157 地球的临时伴星，准卫星 2016 HO3 的计算轨道 (courtesy NASA)

Figure 158 英仙座流星雨的合成照片，每年八月中旬可见。地球在那个月穿过斯威夫特-塔特尔彗星产生的碎片云，流星在视觉上来自英仙座，因为地球在 8 月中旬朝该方向运动，这与雪天开车时在挡风玻璃上看到的画面效果相似 (© Brad Goldpaint at goldpaintphotography.com)

Figure 118

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 159 流星破碎：两张间隔约一秒的照片 (© Robert Mikaelyan)

地球的重力加速度是否随时间恒定？不全对。据估计，每天有 108 公斤的物质以陨石和小行星的形式落于地球。(示例见 Figure 158 和 Figure 159。) 但尚不清楚地球的质量是随着时间增加(由于收集陨石和宇宙尘埃)还是减少(由于气体损失)。如果你有解答方法，发表它。

**

顺带说一句，发现物体撞击地球绝非易事。天文学家喜欢指出，若有小行星暗度陈仓，比如从少有望远镜部署的南方袭来，那么即使是能导致恐龙灭绝那么大的小行星也可能会在没有任何天文学家提前注意到的情况下，突如其来地撞向大地。

**

几个人从一千米或更高的飞机上自由落体，没带降落伞。他们中的少数人甚至没受一点伤。这咋可能呢？

Challenge 358 s

**

设想你有十二枚外观相同的硬币，其中一枚是伪造的。假币与十一枚真币质量(重量)不同。只需用简单天平称量三次，就能找出假币。怎么做到的？是更轻还是更重？

Challenge 359 e

你有九颗外观相同的球体，除了一颗更重之外，其余的质量相同。你能用天平两次就确定是哪一颗吗？

**

物理学家所说的反重力或反引力(*antigravity*)是一种排斥力，它在自然界中并不存在。但正如在网上简单搜索所显示的，许多人在误用“反重力”一词。有人把任何克服重力的效应都叫“反重力”。但要这么说的话，那桌椅板凳也是反重力装置了，大多数木材、钢铁、混凝土工厂都在从事反重力业务。网上的恶俗定义毫无意义。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 360 s “关闭”重力 25 秒最便宜的方法是什么？

**

不计空气阻力，是否地表的所有东西都以 9.8 m/s² 的相同加速度下落？并不。家务活里就有反例，你可以亲自检验。如 Figure 160 所示，一把倾角约为 35°的扫帚在石子
Challenge 361 s 落地之前撞到地板，撞击声证实了这一点。你能解释为什么吗？

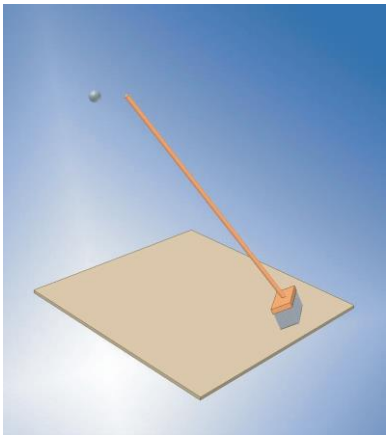


Figure 160 扫帚把比石头落得更快(© Luca Gastaldi)

**

蹦极者的加速度也会比 g 大。若蹦极绳质量为 m，蹦极者质量为 M，则蹦极者的最大加速度 a 为

$$a = g\left(1 + \frac{m}{8M}\left(4 + \frac{m}{M}\right)\right) \tag{59}$$

Challenge 362 s 你能从 Figure 161 中推断出这种关系吗？

**

Challenge 363 s 猜猜：半径 1 米的软木球的质量是多少？

**

Challenge 364 s 猜猜：1000 个直径 1 毫米的钢球。质量是多少？

**

Challenge 365 s 如何在旅行中利用体重秤来证明地球不是平直的？

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

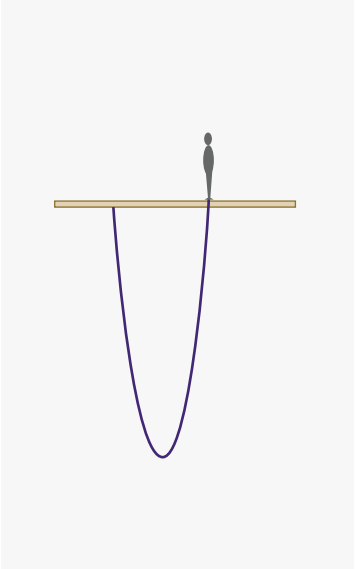


Figure 161 蹦极者的起始位置。

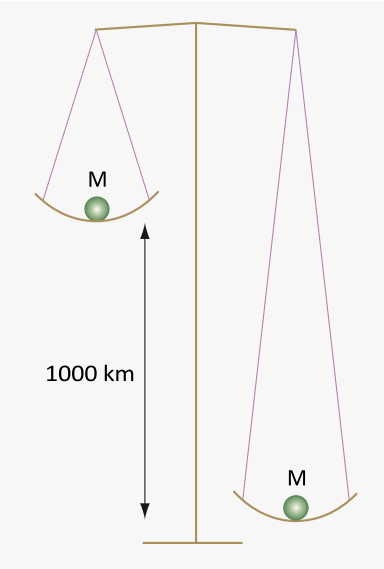


Figure 162 天平公正否？

Figure 163 减少空气阻力可以提高最终速率。左：2007 年，西蒙·奥里冈(Simone Origone)以 69.83 米/秒的速率保持速度滑雪世界纪录；右：2007 年,埃里克·巴龙(Éric Barone)以 61.73 米/秒保持雪地自行车世界纪录(© Simone Origone, Éric Barone)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

地球和月球都会吸引物体。地月系统的质心距离地球中心 4800 公里，非常靠近地表。为啥地上的物体仍然被吸引落向地球的中心？ Challenge 366 s

**

每个球体都以相同的加速度下落吗？不是。如果物体的质量与地球相当，那么距离会以不同的方式减小。你能证明吗？Figure 162 展示了一道相关问题。那么，伽利略关于自由落体运动的加速度恒定性的论述有什么错呢？ Challenge 367 e

**

人类利用重力加速度能达到的最快速率是多少？有各种试验方法，Figure 163 中展示了一些。自由落体跳伞者的最终速率可能更高，但没有可靠的记录值。还有一件事，所有这些记录都将在未来几年被超越。要求在标准高度很重要，因为在平流层的高度，速率值可能是低空速率值的四倍。 Vol.II page 136

**

把一公斤重的东西放在桌子上很容易。二十公斤更难些。一千公斤是不可能的。然而，$6 \cdot 10^{24}$ 公斤易如反掌。为什么？ Challenge 368 s

**

Figure 152
地月之间的摩擦减缓了二者的自转。月球在数百万年前就停止了自转*，地球自转也在刹车。当地球停止自转，月球将不再远离地球。那时月球离地球有多远？而在那在之后，在更遥远的未来，地月系统和太阳之间的摩擦，将使得月亮与地球相互靠近。不过这种效应只有在太阳永远燃烧的情况下才会发生，为什么呢？ Challenge 369 ny Challenge 370 s

**

向东跑，你会减重。这有两个不同的原因：一是“离心”加速度增大，会减小把你向下拉的力，二是科里奥利力，效果相似。你能估计这两种效应的大小吗？ Challenge 371 ny

**

实验室用到两种超速离心机(ultracentrifuge)：制备型(*preparative*)超速离心机分离病毒、细胞器和生物分子；分析型(*analytical*)超速离心机测量大分子的形状和质量。最快的商用型号可达 200 000 rpm 或 3.3 kHz，离心加速度为 $10^6\ g$

**

石子下落经过距离 l 的时间，单摆摆过半径为 l 的半圆的时间，二者有什么关系？(这个问题是由伽利略提出的。)用这种方法可以确定 π 的多少位小数？ Challenge 372 s

**

* 译者注：“自转”“公转”等词有歧义，需在语境中理解。你可能听过“月球自转周期与轨道运动周期相同”，强调说月球尚有“自转①”，这样说是对的，但其中偶尔也称作“公转”的轨道运动，其实不是刚体旋转而是刚体的环行平动。本文中说的月球没有“自转②”，是指月球相对于地月连线不旋转，随地月连线的旋转则堪称一种“公转”。“自转③”一词还在欧拉角中与进动和章动相对，来判断一下，这“自转③”与前两种“自转”分别是什么关系呢？描述航天器时，惯呼偏航、俯仰、滚转，只有滚转是“自转”吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

绕行星飞行的航天器可以利用*引力弹弓效应*(*slingshot effect*)加速，这是无视动量守恒
Challenge 373 s 吗？据推测，该效应也是银河系中观测到的少数异常快速恒星的动力因。例如，恒星
Ref 162 HE0457-5439 以 720 km/s 的速率运动，远比银河系中大多数恒星的 100 到 200 km/s 的速率快。似乎是颗黑洞加速了它。

**

Ref 163 行星绕日轨道有许多有趣的性质。轨道的速端图(hodograph)是啥样？抛物轨道和双曲
Challenge 374 s 轨道的速端图是啥样？

**

Figure 164 所示的木星伽利略卫星用小型业余望远镜就能看到。伽利略于 1610 年发现了它们，并称之为美第奇(*Medicean*)卫星。如今，按照它们与木星距离递增的顺序被命名为木卫一(Io)、木卫二(Europa)、木卫三(Ganymede)、木卫四(Callisto)。它们的(英文)名字几乎都来自神话。它们是发现的第一批明显不绕地球运行的物体，伽利略由此推断地球并非宇宙中心。这些卫星也是标准时钟(*atandard clock*)的第一批候选者，因为它们的运动可以被高精度地预测，从而可以从它们的位置读取“标准时间”。也由于这种
Vol.II page 16 高精度，1676 年，利用它们首次测量了光速，正如狭义相对论卷所述。

**

Challenge 375 s 问：如果一切物体都相互吸引，咋不是所有的恒星都朝彼此坠落、吸到一起？万有引力的平方反比表达式确有局限：它不能让人对宇宙中的物质做出合理陈述。万有引力预言，均匀的质量分布是不稳定的，人们确实看到了不均匀的物质分布。但万有引力不能预测平均质量密度、夜晚的黑暗、遥远星系的观测速率等。其实，“万有引力”是
Vol.II page 211 一条宇宙性质都不能解释或者预测的：我们需要广义相对论。

**

Ref 164 在地下 3000 公里深处，重力加速度 g 为 10.05 m/s^2，比地表高出 2 % 以上。这怎么可能？此外，在青藏高原上，g 受其下方物质影响。

**

月球路径是否有朝太阳凹进去的部分，如 Figure 165 右侧所示；或者只是凸的，如左
Challenge 376 s 侧所示？(离个题，图中两条路径都没显示月球路径与地日轨道的不共面。)

**

www.fourmilab.ch/gravitation/foobar 说，任何人都可以自己搁家做个简单实验来证明物体相互吸引(而不是仅被地球吸引)。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

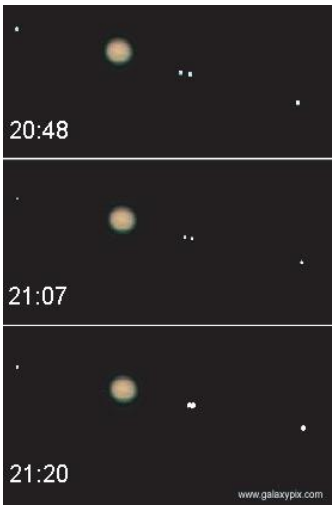


Figure 164 伽利略发现的四颗木星卫星及其运动 (© Robin Scagell)

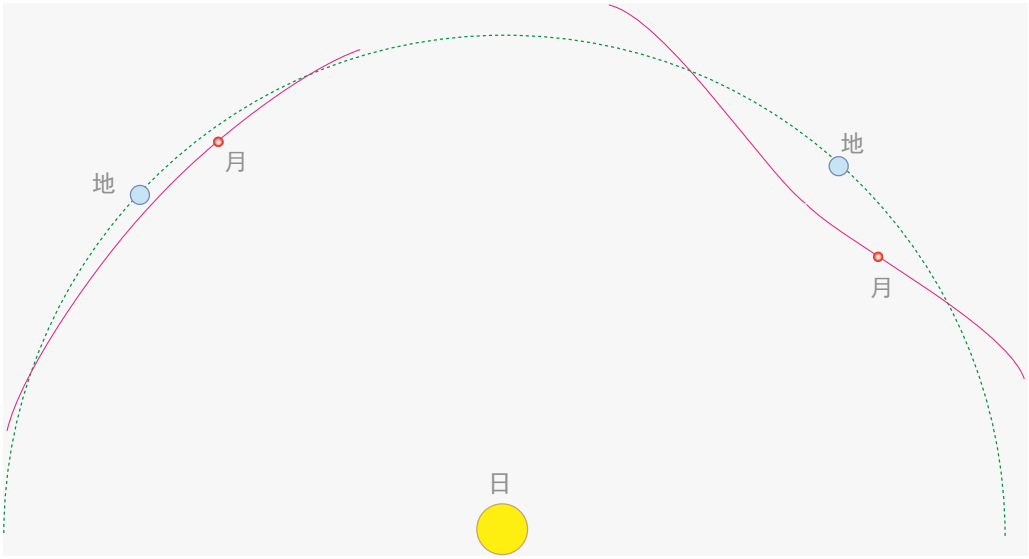


Figure 165 两条月球路径中哪一条是正确的？

物体脱离地球的逃逸速度(*escape velocity*)大小约 11 km/s，物体抛出速率必须大于此值才永不回落。(这曾叫第二宇宙速度(*cosmic velocity*)；第一宇宙速度是最低轨道速度，7.9 km/s)逃逸速率的具体值取决于投掷者的纬度和投掷方向。(为什么？)

Challenge 377 e 物体离开太阳系的逃逸速率(曾称为第三宇宙速度)是多少？顺便说一句，我们银河系的逃逸速率超过 500 km/s。我们不禁要问，若某行星或某系统非常重，乃至从它逃逸的速率需大于光速，会发生什么？ Challenge 378 s

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 379 s 通过跳跃就可以逃逸的最大小行星是什么？

**

Challenge 380 s 形状不规则的物体，其质心与引力中心不同。能证明吗？(提示：用最简单的例子。)

**

Challenge 381 ny 引力能排斥吗？一枚大“质玦”(C 形大质量体)内壁的小物体怎么动？被推向质心吗？

**

Ref 165 Chubykalo 和 Vlaev 提出了一则关于惯性质量与引力质量相等的论证。围绕公共质心旋转的两个物体(如地球和月球)的总动能 $T = GmM/2R$，其中 m 和 M 是两物体的引力质量，R 是它们的距离。该表达式右侧没有惯性质量，他们由此推断惯性质量与引力质量必须成比例。看出来了为啥了吗？推理正确吗？ Challenge 382 s

**

Challenge 383 ny ; Ref 166 大地并非完美球体，铅垂线通常不会指向地球中心。最大的度数偏差是多少？

**

由于地球略扁，密西西比河的源头比河口更靠近地球中心约 20 公里，河水其实在向上流动。这怎么可能？ Challenge 384 s

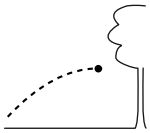
**

如 Figure 166 所示，每天拍摄同一时刻的太阳位置，叠在同一张图上，所得曲线称为日行迹(*analemma*)，由两种效应综合所致：地轴倾斜、地日轨道椭圆。日行迹顶点和(此图中隐藏的)底点对应夏冬至日(solstice)。如果每天正午拍摄，日行迹会是什么样子？为什么不是一条指向正南的直线？ Challenge 385 s

**

太阳正午所处星座为当天当地的“黄道宫(zodiacal sign)”，占星家们说有十二个：白羊(Aries) 金牛(Taurus) 双子(Gemini) 巨蟹(Cancer) 狮子(Leo) 处女(Virgo) 天秤(Libra) 天蝎(Scorpius) 人马(Sagittarius) 摩羯(Capricornus) 水瓶(Aquarius) 双鱼(Pisces)，每个都(精确地)对应一年或黄道的 12 分之一。但核对日历就会发现，如今正午的太阳并不居于它应在的黄道宫中。由于地轴进动，这种关系自定义以来已经改变了约一个月。核对星图又会发现十二宫长度不同，黄道其实有 14 个星座：天蝎射手之间有蛇夫座(*Ophiuchus* or *Serpentarius*)，水瓶双鱼之间有鲸鱼座(*Cetus*)。其实关于黄道星座的天文说法全是错的：占星术名不副实，它跟星星没关系。(在德语中，“Strolch”一词的意思是“骗子”或“无赖”，来源于“占星家(astrologer)”一词。) Chapter 5: 地轴运动 Ref 167

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



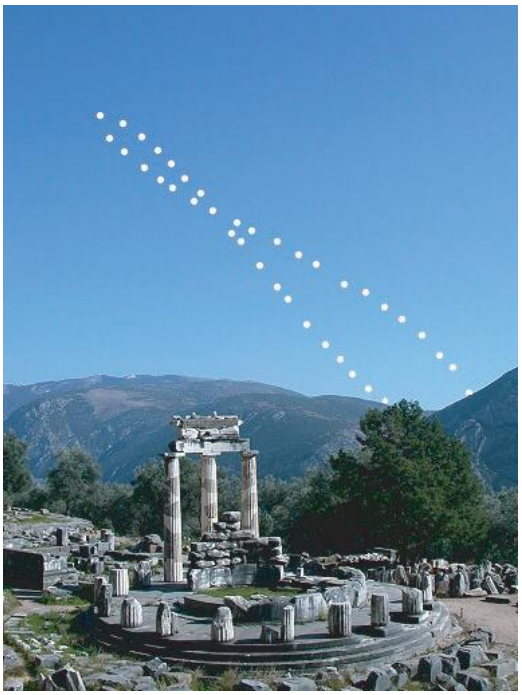


Figure 166 德尔斐(Δελφοί)上空的日行迹，拍摄于2002 年 1 月至 12 月 (© Anthony Ayiomamitis)

**

Ref 168 人们曾长期认为在海王星和冥王星之外的太阳系区域没有别的行星了，因为它们的轨道并未受到其它天体干扰。今天不这么看。如今认为行星只有八颗：冥王星不再是行星，而是柯伊伯带(*Kuiper belt*)中一组较小天体中的第一颗。人们经常发现柯伊伯带天体，目前已知 1000 多颗。

2003 年，发现了两个主要的柯伊伯天体；一个叫塞德娜(*Sedna*)，几乎和冥王星
Ref 169 一样大；一个叫厄里斯(*Eris*)，比冥王星还大，它甚至有一颗卫星。二者都有稳定的椭圆轨道(见 Figure 167)。由于冥王星和厄里斯与小行星谷神星一样，已经清除了轨道上的碎片，这三颗天体如今被归类为矮行星(*dwarf planets*)。

在柯伊伯带之外，太阳系被所谓的奥尔特云(*Oort cloud*)所包围。不同于平直的柯伊伯带，奥尔特云呈球形，半径高达 50000 AU，如 Figure 167 和 Figure 168 所示。奥尔特云由大量结冰体组成，主要成分是水，小部分是甲烷和氨。从奥尔特云进入内太阳系的物体会变成彗星，在遥远的过去，它们将水带到了地球。

**

即使在本世纪，也经常发现新的天文学运动案例。有时是虚惊一场，比如曾推测有种所谓的迷你彗星(*minicomets*)，由几十公斤的冰组成，每隔几秒钟就会撞击地球一次。
Ref 170 现在知道这不会发生。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

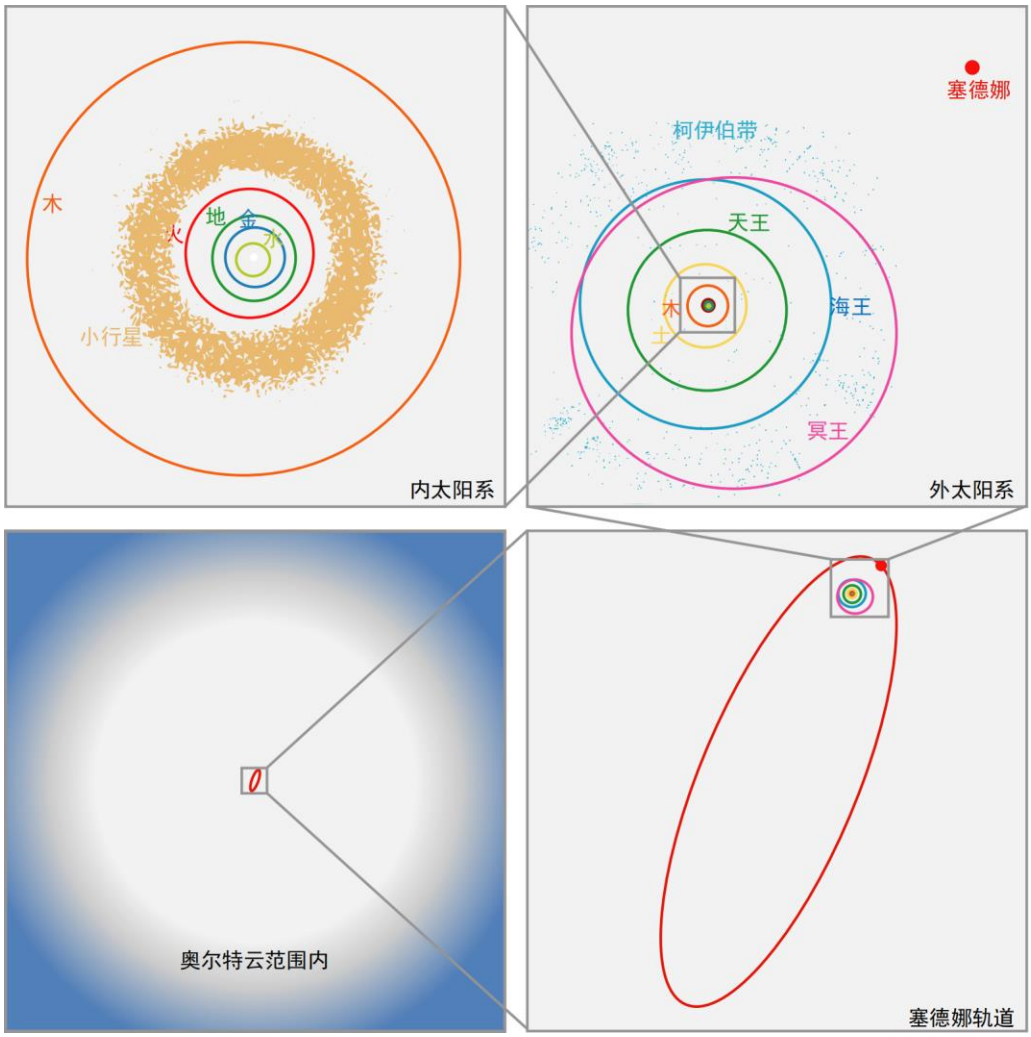


Figure 167 塞德娜轨道与太阳系行星轨道的比较 (NASA)

万有引力只允许椭圆、抛物、双曲轨道。小物体若是靠近一个大物体是不可能被捕获(captured)的，至少我们迄今所学是这样。但所有的天文学书籍都讲述了我们太阳系中的发生的捕获之事，例如土星的几颗外卫星就被捕获了。咋回事？ Challenge 386 s

**

在地球上穿个隧道，什么形状的隧道，才能让石头穿过隧道而不碰壁？(假设密度恒定。)如果地球不自转，隧道将是一条穿过其中心的直线，石头将往复振动。若地球自转，问题要困难得多。从赤道开始的隧道应是何形状？ Challenge 387 s

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

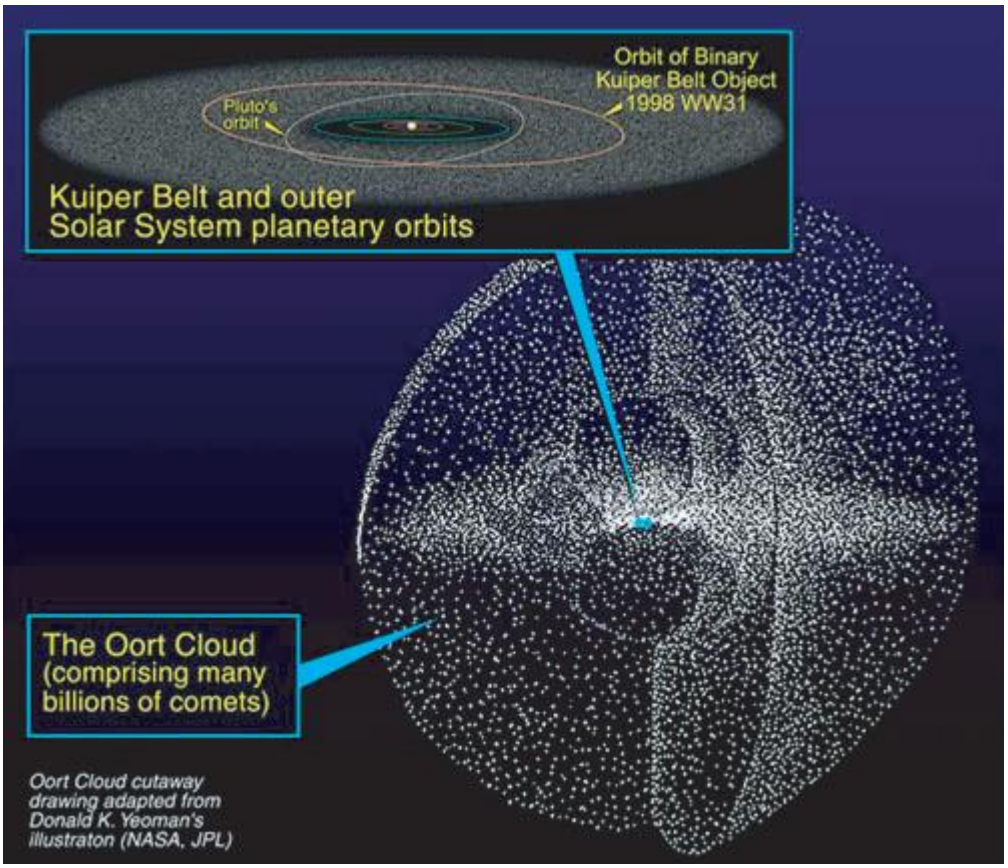


Figure 168 柯伊伯带，主要包含小行星；
奥尔特云轨道，包含彗星，包围太阳系 (NASA, JPL, Donald Yeoman)

国际空间站每 90 分钟绕地球一周，高度约 380 km。可以在 www.heavens-above.com 看到它的位置。顺便说一句，只要空间站刚好在地平线上，它就是夜空中仅次于月亮和金星的第三亮的天体。快去看看它叭。

Challenge 388 e

**

太阳系的质心总在太阳内部，这是真的吗？被行星绕行所造成的太阳或恒星的运动虽然很小，但可以用光或无线电波的多普勒效应精确测量。例如木星使太阳产生 13 m/s 的速率变化，地球 1 m/s。围绕脉冲星 PSR1257+12 和 G 型恒星飞马座 51 的，人们发现的首批太阳系外行星，就是在 1992 年和 1995 年以这种方式发现的。同时，用这种方法和其它方法发现了数千颗系外行星。有些甚至具有与地球相当的质量。这项研究还表明，系外行星的数量比恒星多，但类地行星很少见。

Challenge 389 s
Vol.II page 31

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

并非地球上的所有点在一年中都有相同的日照时数。不过这些效应很难发现。你能找到一种吗？ Challenge 390 d

**

月相(phase of the Moon)是否会对人体产生可观的影响，例如通过潮汐效应？ Challenge 391 s

**

日心说和地心说有个重要区别。日心说宣称，某些行星，如水星和金星，有时候会在地球和太阳之间，还有时候可能在太阳后面。而地心说认为它们总是介于地日之间。为什么如此重要的差异却没有立即证伪地心说？Figure 169 和 Figure 170 所示的相位观测又是如何证伪地心说的？(译者注:地心说不是地球中心参考架。) Challenge 392 s

**

Ref 171 对于 $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\nabla} U$ 给出的运动描述，最怪的重新表述是如下方程

$$\boldsymbol{\nabla} v = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}s \tag{60}$$

是不是很狂野？其中 s 是运动路径长度。它被称为运动方程的线形式(*ray form*)。你能找到它的一个应用案例吗？(译者注: 注意，$\boldsymbol{\nabla}$是矢量、粒子速率 v 是标量；粒子速度 $\boldsymbol{v}$ 是矢量、路径长度微分算符d /ds是标量。) Challenge 393 s

**

海王星上所见的太阳大小，与木星离地球最近时，从地球上看到的木星大小相同。真的假的？ Challenge 394 s

**

Ref 172 球壳内，粒子的引力加速度为零。球壳对内的引力场为零，无关于粒子的形状与位置，无关于球壳厚度。你能借助 Figure 171 证明吗？这仅仅出于引力的 $1/r^2$依赖性。 Challenge 395 s 你能证明该结果不适用于非球状壳层吗？注意，球壳外的其它物质对球壳内的引力一般不会消失。如何才能屏蔽外界物质的影响呢？ Challenge 396 s

**

千古疑难：引力是什么？丢勒(Nicolas Fatio de Duillier)于 1690 年，雷萨吉(Georges-Louis Le Sage)于 1747 年，提出了对 $1/r^2$依赖性的解释。雷萨吉认为，这个世界充满了“超微粒子(corpuscules ultramondains)”，粒子们随机飞行并撞击一切物体。物体一般感觉不到超微粒子撞击，是因为它们从各个方向连续随机撞击。但当两个物体彼此靠近，它们会为另一物体拦截部分通量，形成阴影，从而产生吸引力，如 Figure 172 所示。你能证明这种吸引力模型有$1/r^2$依赖性吗？ Ref 173 Challenge 397 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 169 2007 年夏天在雅典观测到的月球和金星的相位 (© Anthony Ayiomamitis)

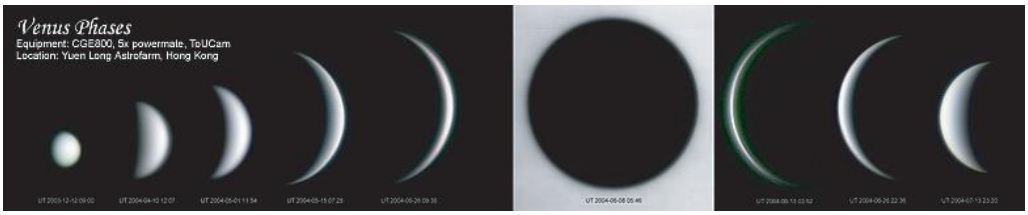


Figure 170 万有引力还解释了对金星的观测，金星是长庚星(黄昏)和启明星(破晓)。特别是，万有引力及其所示的椭圆轨道解释了其相位和角直径的变化。这里展示的照片拍摄于 2004 年和 2005 年。用双筒望远镜或小型望远镜可以很容易地进行观测 (© Wah!; 影片见 apod.nasa.gov/apod/ap060110.html)

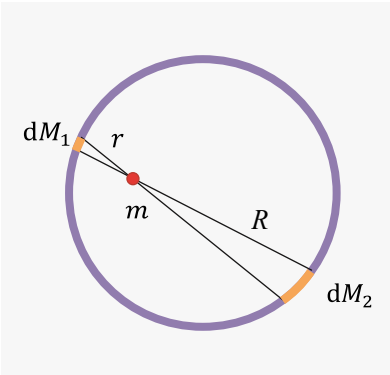


Figure 171 物质球壳对内引力为零。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

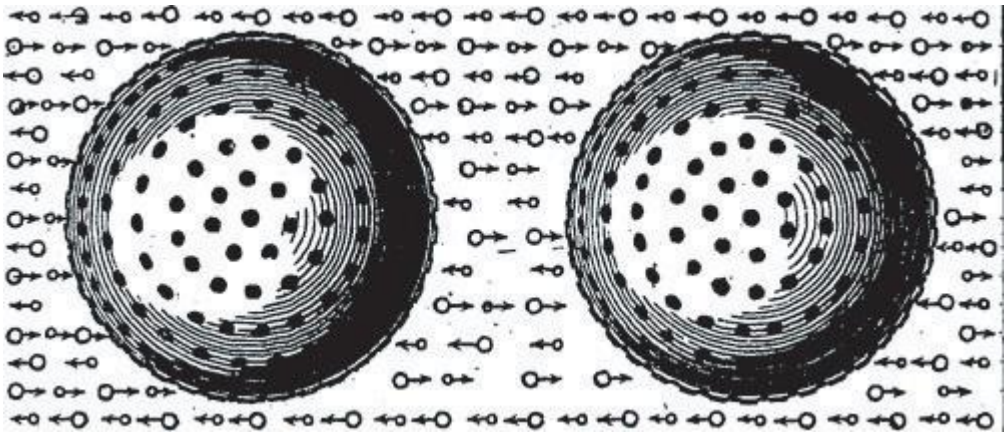


Figure 172 雷萨吉模型图，物体之间“超微粒子”密度较小，二者之外密度较高 (© Wikimedia)

**

Challenge 398 e
Ref 2

雷萨吉模型问题不少。首先，碰撞必须是非弹性的才行。(为什么？)但正如莱布隆德(Jean-Marc Lévy-Leblond)所言，这意味着一切物体都会随时间的推移而升温。其次，自由运动体会在前方比后方被更多或更快的粒子撞击，因而物体会减速。最后，引力将以一种奇怪的方式依赖于尺寸。特别是，共线的三个物体不应该产生阴影遮挡，因为没有观察到这样的阴影，但这朴素的模型预言了种阴影。

尽管有各种批评，但自那以来，引力由粒子引起的这一观点在物理学研究中时常复现。最新版的粒子假说称为*引力子*(*graviton*)。但人们从未观察到这样的粒子。在登山的最后阶段，我们将了解引力的起源。

**

Challenge 399 ny

当你接近哪些物体时，重力会降低？

**

Challenge 400 s

有人能用大炮(canno)把卫星送入轨道吗？答案是否取决于射击的方向？

**

笑话一则:两位老牌电脑用户分享经验：“我把奔腾 III(Pentium III)和奔腾 IV(Pentium IV)扔出了窗外。”“然后呢？”“奔腾 III 更快。”

**

Challenge 401 s

从月球上看，“地出地落”的频率是多少？地球有相位吗？

**

Challenge 402 ny

月球的重量(weight)是多少？它与阿尔卑斯山的重量相比如何？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

Challenge 403 s 若某恒星密度超高，其行星速率可能大于光速。大自然如何避免这种古怪可能性呢？

**

太阳系未来会怎样？这问题出乎意料地难说。该课题的主要专家，法国行星科学家雅克·拉斯卡尔(Jacques Laskar)，用计算机模拟了数亿年的演化，他发现虽有明确证据表明太阳系演化有小量级的混沌，但行星轨道稳定。不同行星以微妙而我们知之甚少的方式相互影响。历史效应也在挖掘中，例如木星曾将一些小行星逐出太阳系而导致自身能量变化，例如海王星的获能。在这个领域还有很多研究要做。

Ref 174
Chapter 14: 混沌

**

太阳系有则描述行星距离的悬案，由提丢斯(Johann Daniel Titius, 1729-1796)于 1766 年发现，由波德(Johann Elert Bode, 1747-1826)发表。提丢斯发现行星与太阳的距离 d 可近似为

$$d = a + 2^n b \tag{61}$$

该距离以天文单位衡量，其中，$a = 0.4$ AU，$b = 0.3$ AU，n 是行星序号。将所得近似值与 Table 27 中的观测值进行比较。

有趣的是，最后三颗行星以及小行星们是在波德和提丢斯去世后发现的，该规则成功预测了天王星和小行星的位置。尽管取得了这些成功(最后两颗行星失败了)，但还没人找到一个解释提修斯规则的行星形成模型。木星和天王星的大型卫星具有规则的间距，但不符合提丢斯-波德规则。

Ref 175
Ref 176

解释或反驳这一规则是经典力学中仍然存在的挑战之一。一些研究人员认为，这一规则是标度不变性的结果，而另一些研究人员则认为这是偶然的，甚至是障眼法。几乎所有太阳系外的行星行为，都不是提丢斯-波德式的。该问题尚未解决。

**

大约 3000 年前，巴比伦人测量了运行于天穹的七颗天体的轨道周期。并按照从长到短的顺序，将之列于 Table 28 中。美丽的 Figure 174 中可以看到其中六颗。巴比伦人还引入了星期，并将一天划分为 24 小时。

他们按照 Table 28 的顺序，将一周 168 小时中的每一个小时都献给一颗天体；还将一整天都献给与当天第一小时相应的天体。若一周的第一天对应土星，则一周的其它日子的顺序如 Table 28 所示。这个故事由卡西乌斯·狄奥(Cassius Dio, *c.*160 to *c.* 230)讲述。在古代(antiquity)末期，这套秩序被罗马帝国接受。在包括英语在内的日耳曼语言中，天体的拉丁名被相应的日耳曼神名所取代。故而，周六(Saturday) 周日(Sunday) 周一(Monday) 周二(Tuesday) 周三(Wednesday) 周四(Thursday) 周五(Friday)的顺序是古代天文观测和占星术迷信的结果。

Challenge 404 e
Ref 177

译者注:这七颗行星在中国古代叫做日、月、木、火、土、金、水，合称七曜；日韩至今仍将一周七天称作日月火水木金土。其中也有颇多故事可说，感兴趣的朋友可以搜一搜。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 27 无法解释的自然现象：行星与太阳的实测距离与提丢斯-波德规则给出的值。

行星	星序 n	预测 天文距离(AU)	实测 天文距离(AU)
水星(Mercury)	-∞	0.4	0.4
金星(Venus)	0	0.7	0.7
地球(Earth)	1	1.0	1.0
火星(Mars)	2	1.6	1.5
小行星(Planetoids)	3	2.8	2.2 to 3.2
木星(Jupiter)	4	5.2	5.2
土星(Saturn)	5	10.0	9.5
天王星(Uranus)	6	19.6	19.2
海王星(Neptune)	7	38.8	30.1
冥王星(Pluto)	8	77.2	39.5

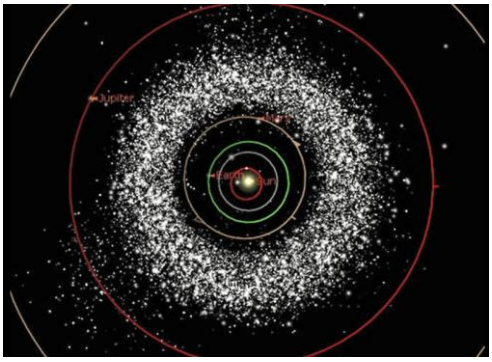


Figure 173 比较小行星与行星的运动 (Shockwave animation © Hans-Christian Greier)
译者注：此视频可在英文原书查看。

Table 28 巴比伦人所知的轨道周期。

星体	周期
土星	29 a
木星	12 a
火星	687 d
太阳	365 d
金星	224 d
水星	88 d
月球	29 d

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 174 这些是夜间肉眼可见的六颗天体，它们都大致处于黄道带内，位置在一年中会有所不同。加上太阳，一共七颗星体，一起用以命名一周七天 (© Alex Cherney)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

1722 年，大数学家欧拉在计算中犯了个错，导致他得出结论，若从地球的一个极点到另一极点挖一条隧道或者说穿个深孔，则落入其中的石子会到达地球的中心，然后立即转向并重新上升。伏尔泰取笑了这个结论多年。(假设密度均匀)你能纠正欧拉并证明石子其实会在两极之间振动吗？你能算出从极点到极点所需的时间吗？ Challenge 405 s

任意长度为 l 的，从地表到地表的直隧道(不必连接两极)，其振荡周期是多少？ Challenge 406 s

之前的挑战规避了地球自转的影响。如果考虑自转，这个话题就更有趣了。什么形状的隧道能让从中下落的石子永远不会碰壁？ Ref 178 Challenge 407 s

**

Figure 175 展示了从俄罗斯和平号空间站(*Mir*)拍摄的日食照片，以及在地球阴影中心拍摄的照片。对一种现象的全局观点可能与局部观点大不相同。影子的速率是多少？ Challenge 408 s

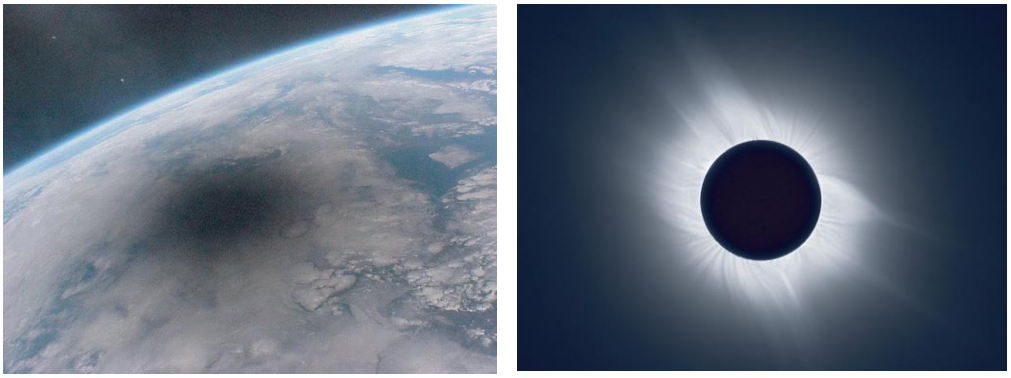


Figure 175 和平号 27 机组成员 Jean-Pierre Haigneré 拍摄的 1999 年 8 月 11 日日食；2006 年 3 月 29 日的日食 (© CNES and Laurent Laveder/PixHeaven.net)

**

2005 年，卫星测量表明，亚马逊河水流在丰水期比在枯水期把大地多下压 75 毫米。 Ref 179

**

设想有根不会断的线缆，将之如 Figure 176 所示那样连于赤道。这种线需要多长才能在空中直立？能用这种方式造一部太空电梯吗？ Challenge 409 s

**

通常每天约有两次潮汐。但有些地方，比如越南海岸，每天只有一次潮汐。请访问 www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/marees_m2k1_fr.html。为什么呢？ Challenge 410 ny

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

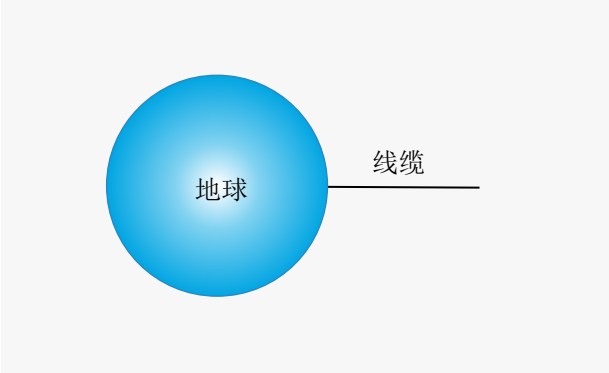


Figure 176
连接到地球赤道的线缆。

Challenge 411 s 离心力足以表明土星环不可能由大团物质构成，必由分散碎片构成。怎么证明？

**

火星为啥没大气了？没人知道。最新研究表明，太阳风太弱，不可能导致这种情况。这是太阳系众多未解之谜之一。

**

太阳系一切天体都以相同的方向绕太阳运行。一切吗？并不。2015 年，在木星附近发现了一颗反向绕太阳运行的有趣小行星，直径 3 公里。有关它与所有特洛伊小行星逆向而行的动画，见 www.astro.uwo.ca/~wiegert。

**

Chapter 8: 动作最少原理
Challenge 412 s 可证明现实的引力运动是一切可能性中最简单的。若用 $\int mv^2/2 - mgh\,\mathrm{d}t$ 度量落体的变化，那么引力导致的恒定加速度会使一切落体的变化最小。你能证明吗？

**

引力运动很有趣：想想过山车。若想了解有关其搭建之事，请见 www.vekoma.com。

**

引力加空气摩擦会产生有趣的效果。直升机飞行时，挂在直升机上的绳子是什么形状的？当绳子末端有重物时，又是何形状？(网上有答案。)

我最喜欢的科学理论是土星环由丢弃的航空行李组成。

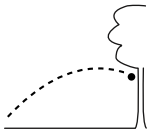
马克·罗素(Mark Russel)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

小结：引力

质量为M的球体会引起朝向它们的加速度，以此吸引其它物体，在与之相距 r 处，该加速度大小为 $a = GM/r^2$。这个表达就是万有引力，它描述了滑雪板运动员、滑翔伞运动员、“沙发土豆”、低能量老鼠人、单摆、石子、大炮、火箭、潮汐、日食、行星形状、行星运动等等。万有引力是首例统一性描述：一句话就描述了万事万物如何坠落。引力产生加速度，限制了匀速运动出现于自然界。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



Chapter 7

经典力学：力与运动的可预测性

以质量为对象的唯一不变属性的一切运动类型，形成了*力学*(*mechanics*)这一领域。该领域的研究专家与该领域同名。我们可以将力学视为物理学中有关运动的部分*[1]。无论是在体育运动中还是在力学中，都只测量长度、时间、质量，只对这些感兴趣。

确切说来，我们目前的研究主题被称作*经典力学*(*classical mechanics*)，以区分于*量子力学*(*quantum mechanics*)。主要区别在于，经典物理学假设存在任意小的量，量子物理学则不然。经典力学通常也被称为*伽利略物理学*(*Galilean physics*)或*牛顿物理学*(*Newtonian physics*)。*[2]

经典力学认为运动是*可预测的*(*predictable*)：在经典力学中，运动不会出奇。这总是对的吗？要是有摩擦，还有可预测性吗？自由意志存在吗？大自然真的不会搞怪出奇吗？这些问题值得讨论，它们将伴我们度过一段奇遇之旅。

我们知道世上不止有引力。随便看看就会发现支持力与摩擦力。此二者都不可能出于引力。地面支持而不塌陷，这不是引力所描述的；天上的运动纯粹出于引力，没有观察到摩擦*[3]，地上的摩擦同样与引力无关，你可以亲自检验。所以必是别的什么相互作用导致了摩擦，我们在第三卷中研究。现在有几个问题值得立即讨论。

Challenge 413 e

---

[1]* 这与“力学(mechanics)”一词的实际起源形成鲜明对比，其起源的意思是“机械科学(machine science)”，来自希腊语 μηκανή，意思是“机械”，也是英语中“机械(machine)”的词源。曾几何时，“力学(mechanics)”这个词只用于指称对固体运动的研究，而不包括流体力学。这种用法到了二十世纪物理学不再流行。

译者注:至少在牛顿时代，mechanics 便已可以分化为应用几何(物理力学)与机械工艺(机械学)，若对概念和历史感兴趣，可以看看牛顿《原理》对 mechanics 的(历史性)评述。

[2]* 经典力学的基础，即仅用时间与空间来描述运动(motion)，称为*运动学*(*kinematics*)。例如，用 $z(t)=z_0+v_0(t-t_0)-\frac{1}{2}g(t-t_0)^2$ 来描述自由落体。经典力学的另一个主要部分是描述物体之间相互作用引起的运动，称为*动力学*(*dynamics*)，例如万有引力公式。在相对论力学、热力学、电力学中，也都可以做运动学与动力学的区分。

[3]* 这并不完全正确：1980 年代发现了第一种引力摩擦：引力波的发射。我们将在广义相对论章节中详细讨论它。不过这一发现不改变主要观点。

Vol.II page 174

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 177 被加速的水束形成的抛物线形状表明，日常生活中的运动是可预测的(© Oase GmbH)

Table 29 一些自然界的力值。

观测	力值
磁共振力显微镜中的力	820 zN
拉 DNA 分子两端将之扯断所需力	600 pN
人的最大咬合力	2.1 kN
股四头肌施加的力	高至 3 kN
大锤施加的典型峰值力	5 kN
1 cm^2 优质粘合剂能承受的力	高至 10 kN
撕裂优质攀岩绳索所需的力	30 kN
自然界的最大可测力	$3.0 \cdot 10^{43}$ N

用力还是用功？

直接动用蛮力(physical force)是非常糟糕的解决方案 [...] 通常只有小孩和大国这么干。

大卫·弗里德曼(David Friedman)

人人都得在这个问题上有个立场，尤其是物理系学生。我们日常使用和观察到诸多类型的“力(force)”，例如人力、重力、精神力、性张力、魔力、超自然力、社会力量、政治力量、经济力量和许多其它方面的力。物理学家所着眼的力最为简单。他们将对象之间不同类型的力称为相互作用(*interaction*)，并通过详细研究表明，所有这些相互作用都起源于电或引力。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

物理学家曰，一切变化皆由运动而起。故而“力”也有了更严格的定义：

▷ *力(force)*者，动量随时间之变化也

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} \tag{62}$$

Table 29 中列出了一些测量值。

Ref 87 飞奔的马儿，蹄子只有 20%的时间触地。触地过程中，腿承受的载荷是多少？

Challenge 414 s 力是动量的变化(*change*)。由于动量守恒，我们也可以说力是*动量流(flow)*的度量。我们稍后将看到，每当一个力加速一个物体，动量都会流入其中。动量确实可以被想象成某种无形的东西。力度量单位时间内有多少这种东西流入或流出物体。 Ref 87

▷ 力是动量流。

动量守恒便是这种流体的守恒。与任何流体一样，动量流过界面。

利用线性动量的定义 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$，若质量恒定，我们可以还可以将力的定义写作

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \tag{63}$$

其中$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(t, \boldsymbol{x})$是作用在质量为 m 的对象上的力，$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{dv}/\boldsymbol{dt} = \boldsymbol{d^2x}/\boldsymbol{dt^2}$是该对象的加速度，也就是其速度的变化。*[1]该式精确指出，力是改变质量体速度的东西，这个量被称为“力(force)”，因为它在诸多方面(但不是所有方面)都与日常的肌肉力量(force)一致。例如通常用力越大，就能把石子扔得越远，或者说，向石头中注入的动量越多，就能把它扔得越远。再举个例子，*重量(weight)*描述了重力引起的动量流。

▷ 引力持续地将动量注入有质量的物体。

沙子在沙漏中流下，沙漏在磅秤上，磅秤的视重是大于、小于还是等于沙子落完后体系静止时的重量？ Challenge 415 s

力是利用物体形变来测量的。日常力值可以通过测量弹簧伸长量来测量；利用激光束反射，测量小杠杆的偏转，更是可以检测到 1 nN 量级的微小力值。

---

[1]* 该式最早由数学家和物理学家莱昂哈德·欧拉(Leonhard Euler, b. 1707 Basel, d. 1783 St. Petersburg)在牛顿去世 20 年后的 1747 年写下，通常被错误地归给牛顿。是欧拉，这位有史以来最伟大的数学家之一，而不是牛顿，率先理解了力的这则定义的普适性，无论是对点粒子还是广延体，无论是对刚体、形变体还是流体。方程(63)甚至在相对论中也成立，这与常见的说法相反。 Ref 28 Vol.II page 83

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

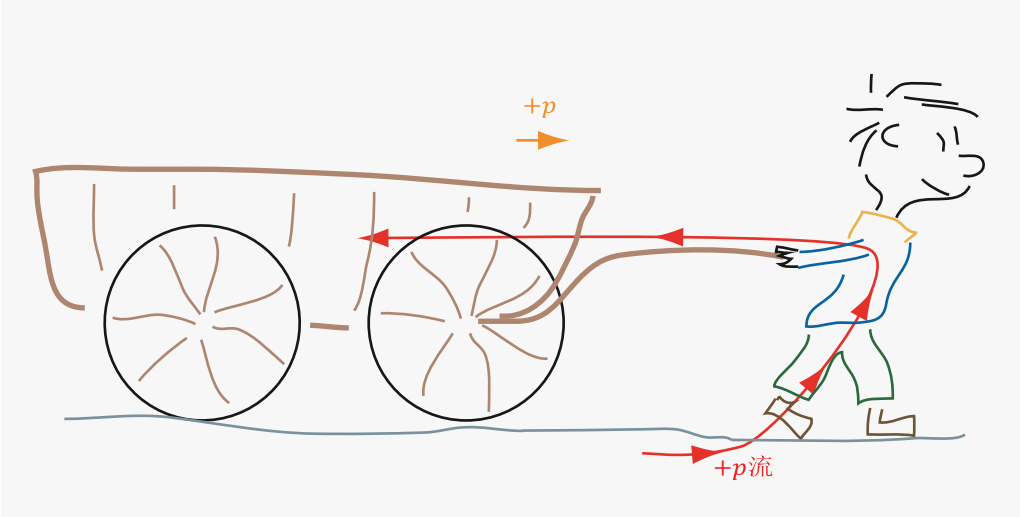


Figure 178 拉车的孩子把动量从大地泵给车子。由于动摩擦，一些动量会流回大地(未绘出)。

物理学中的力不同于日常说的使劲儿或努力。努力(effort)或许最好用*功率*(*power*)来近似，常记作P，若力恒定，则功率为

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{dt} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{v} \tag{64}$$

其中，*功*(*work*) $W = \boldsymbol{F}\boldsymbol{s}$， $\boldsymbol{s}$ 是力的作用距离。功度量能量变化，作为一种能量形式，在检验能量守恒时必须把它考虑在内。

Challenge 416 s
Challenge 417 d
Challenge 418 s
Ref 180

你可以用功的定义解决如下难题。若你在自动扶梯上行走而不是站着不动，电梯的功耗会有什么变化？功率的定义对科学家的工资有什么影响？一个背着沉重帆布包走路的人几乎没做什么功，那他为什么会累呢？

当有学生答题说，施于抛体上的力在轨迹最高点最小，教师通常会判他错误，说他有亚里士多德式的观点(*Aristotelian view*)：力的大小与速率成正比。批评者还会语气优越地挖苦到：这也能错？但这是智识误导。其实每个学生都知道，更努力(*effort*)地去骑车、抛物、拉货，真能提高速率。学生是对的，那些判定学生没理解力(*force*)的概念的理论家才是错的。学生只是用了日常版本，即努力(effort)，而不是力(force)的物理学概念。其实重力对抛体施加的努力(effort)确实在轨迹的最高点最小。理解物理力和日常努力的区别，是入门力学的主要障碍。*[1]

(62)式的动量流通常不被视作力的定义。这主要是出于日常观察：貌似有些力不涉及加速度或动量变化，如绷紧的绳子或高压的深水，又如 Figure 179，人推着树，

[1]* 这个门槛还是太高了，许多职业物理学家都没真正接受它，从无数论文评论就能看出来，这些评论指出物理力是用质量定义的，同时质量是用力定义的 (后半句是个基本错误)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

没有运动却有力，若力是动量流，动量安在？其实动量流入了手臂和树的轻微形变中。事实上，当人开始推动并因此形变时，可以观察到两个物体的分子、原子或电子的相关动量变化。形变建立后，在两个方向上都有连续且相等的动量流。

Ref 87

力是净动量流，描述运动并不一定需要力的概念。但有时力的概念颇为实用。若日常净动量很小或可忽略不计，力就很有用。又如，压强其实是单位面积的动量流，但将之定义为单位面积的力也很实用；但在微观层面，用动量就足以描述运动。

章节标题是在问力与功率的实用性，在得出结论之前，还需要更多论据。力与功率相互区分，也区分于“质量”“动量”“能量”。但力源自何处？或问，自然界的哪些效应可以给物体泵入动量，从而加速物体？Table 30 给出了一份概览。

力·界面·守恒

我们知道力是动量的变化；我们还知道动量守恒。这俩命题咋结合呢？设想一个封闭的界面，它是某块空间体积的边界或表面。守恒就意味着：界面内的守恒量只能以流过该界面的方式改变*[1]。一切守恒量都是如此。

自然界的一切守恒量，如能量 线动量角动量 电荷，只有流过界面才会改变。若是物体动量改变，必有动量流过其表面。动量变化以动量流的形式发生，力的概念总是意味着动量流过了某界面。

▷ 力是穿过界面的动量流。

Ref 299

这对于理解物理力至关重要。力总是需要一个界面来定义。

Challenge 419 e

为了完善力的概念，你可以在绳拉车、手推树、汽车加速等情境中找寻相关界面。比较力的定义与功率的定义：这两个量都是穿过界面的流。总之，我们可以说：

▷ 马达(*motor*)是动量泵。

---

[1]* 数学上，量 q 的守恒由如下三个量表示：体积密度 $\rho = q/V$；流强度(current) $I = q/t$ ；流密度(flow)或通量(flux) $\boldsymbol{j} = \rho \boldsymbol{v}$ ，其大小 $j = q/At$ 。而守恒意味着

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \int_V \frac{\partial q}{\partial t} dV = -\int_{A=\partial V} \boldsymbol{j}\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} = -I \tag{65}$$

或等价地，

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{j} = 0 \tag{66}$$

这是量 q 的连续性方程(*continuity equation*)。以上这些乱七八糟的，其实只是在说封闭体积 V 中的守恒量只能以流过其表面 $\boldsymbol{A}$ 的方式改变。这是复杂数学式遮蔽简单物理内涵的典型案例。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

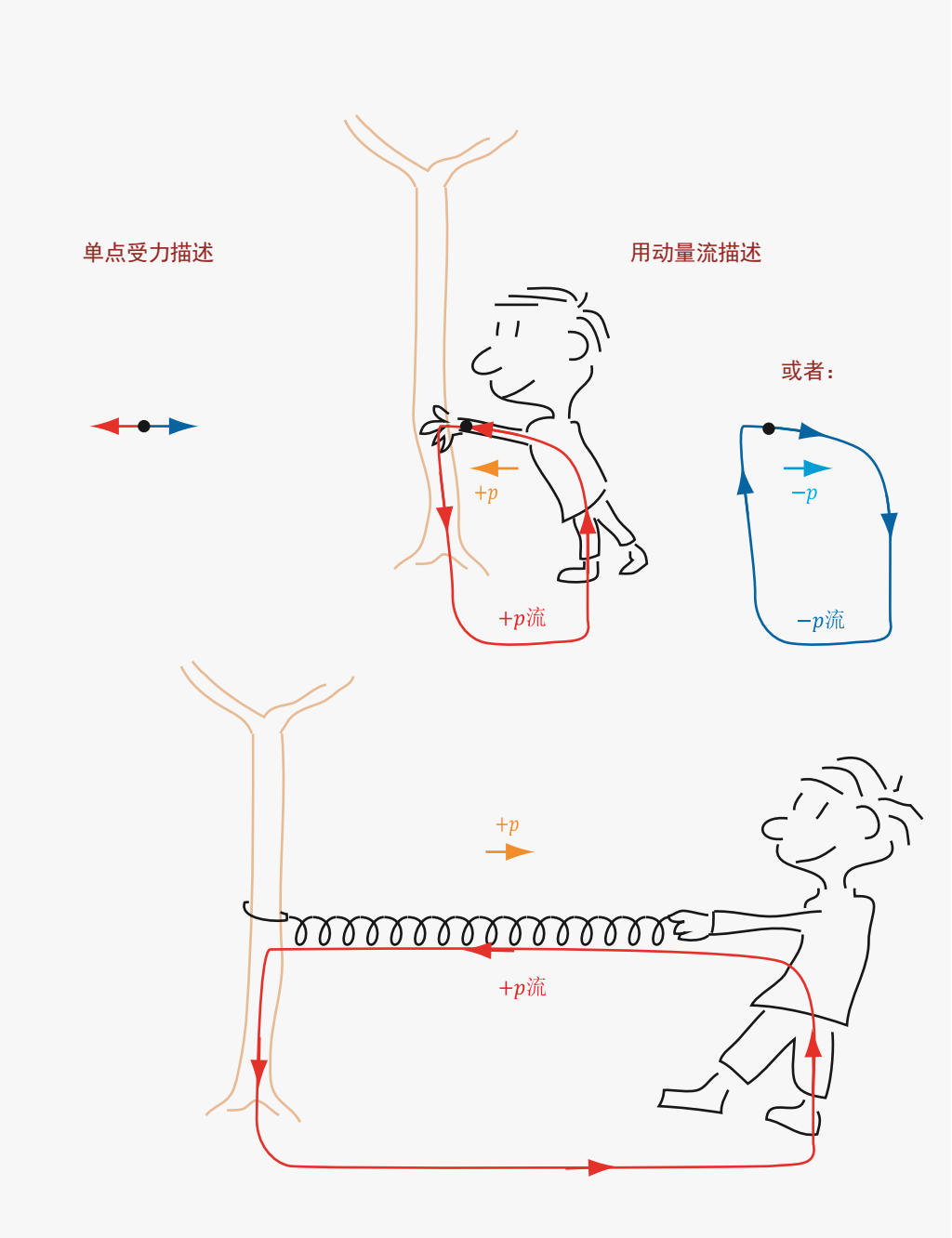


Figure 179 对两种具有闭合动量流的情况，即对两种净力为零的情况的等效描述。当动量流和动量指向同一方向，发生压缩；当动量流和动量指向相反方向，发生张拉。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 30 相互作用：一些改变物体运动的过程与设备。

导致加速	导致减速	驱动器与制动器
压电(*piezoelectricity*)		
对石英施加电压	热致发光	步进式压电马达
碰撞(*collision*)		
卫星与行星相遇	撞车	火箭发动机
山脉生长	陨石撞击	昆虫幼体游泳
磁(*magnetic effect*)		
磁铁附近的指南针	电磁制动	电磁炮
磁致伸缩	变压器损耗	线性电动机
载流导线靠近磁体	电加热	电流计
电(*electric effect*)		
静电体吸引轻小物体	固体间的摩擦	静电电动机
炸弹	火	肌肉，鞭毛
阴极射线管	电子显微镜	布朗马达
光(*light*)		
光使物体悬浮	光浴停止原子	真·光压风车
卫星太阳帆	恒星内部光压	太阳能电池
弹性(*elasticity*)		
弓箭	恒力作用于弹簧	超声波马达
弯曲的树木恢复挺直	安全气囊，枕头	压电双晶片
渗透(*osmosis*)		
植物蒸腾作用	腌制食品	osmotic pendulum
电渗		可调 X 射线屏蔽
热与压强(*heat & pressure*)		
冷冻啤酒瓶(会炸)	冲浪板水阻力	液压引擎
蒸汽顶动水壶盖	流沙	蒸汽引擎
气压计	降落伞	气枪
地震	滑动阻力	地震计
行驶列车的吸力	减震器	水轮机
核(*nuclei*)		
放射性	(NASA 航天器)冲入太阳	超新星爆炸
生物(*biology*)		
竹子生长	血管直径收缩	分子马达
引力(*gravitation*)		
落体运动	发射引力波	滑轮

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

摩擦与运动

蝴蝶御风而行，逍遥山岭之间，其加速减速的一切运动，都可归入 Table 30 左侧的两列中。这两列可以按如下物理标准来划分：在第一列中，物体的加速度可能与其速度方向不同；从制动介质的参考架来看，第二列的加速度均与速度反向，这种阻力称为摩擦(*friction*)、拖曳(*drag*)、阻尼(*damping*)。第二列的所有案例都是摩擦。Figure 180 展示的过程都由摩擦所致。

Challenge 420 e

Challenge 421 s

一道关于自行车的题：侧向的风会制动吗？为什么？

摩擦若是足够强，物体就不能相对于其环境运动。这种类型的摩擦称为静摩擦(*static friction*, 静力学摩擦)或粘着摩擦(*sticking friction*)，它常见且重要：没有它，自行车、火车、汽车轮胎就算转得再快也没用，由马达驱动的车轮将没有抓地力；螺丝没法保持旋紧、发夹夹不住头发、我们也不能在林中奔走，因为土壤会比冰面更滑，当然不仅我们人类，而是一切生物的一切运动都依赖摩擦，所有机械亦然。若无静摩擦，船舶、飞机、直升机上的螺旋桨就不会有任何效果，飞机机翼也不能产生升力来保持飞行。(为什么？)

Challenge 422 s

简言之，当生物或引擎想要相对于环境运动，静摩擦必不可少。

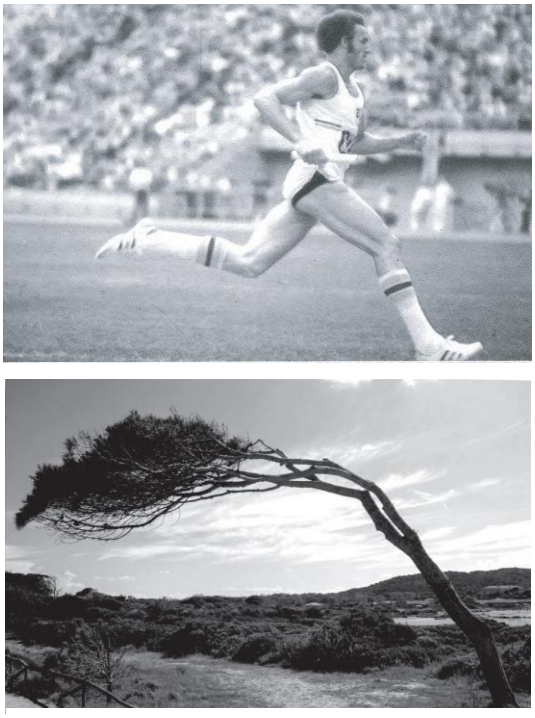


Figure 180 基于摩擦的过程 (courtesy Wikimedia)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

摩擦·体育运动·机械·可预测性

只要物体在环境中移动，就会受到*动摩擦*(*dynamic friction*, 动力学摩擦)的阻碍，它
Ref 181 作用于一切相对运动的物体之间。*[1]若没有动摩擦，落体总是会反弹到原本的高度，永远不会停止；降落伞和刹车都不起作用；更糟的是，我们将没有记忆，我们稍后会看到这一点。

Table 30 第二列的一切运动情况都含摩擦。在这些情况中，宏观能量不守恒：系统是*耗散的*(*dissipative*)。在第一列中，宏观能量恒定：系统是*保守的*(*conservative*)。

前两列还可以用较抽象的数学标准来区分：左列的加速度可以由势得到，右列的减速度不能由势得出。与引力的情况一样，势可以大大简化对任何运动的描述：只需空间每个位置的标量势，便可计算物体轨迹，无需三个分量的加速度或力。此外，物体在任何点的速度大小都可以直接由能量守恒算出。

第二列的过程不能用势描述。在这些情况下，最好用力描述系统运动。例如，由风阻产生的摩擦力或拖曳力 F 的大小大致由下式给出

$$F = \frac{1}{2} c_{\mathrm{W}} \rho A v^2 \tag{67}$$

其中 A 是其横截面面积，v 是其相对于空气的速率，ρ 是空气密度。*拖曳系数*(*drag coefficient*) c_{W}是个取决于运动体形状的纯数，Figure 181 给出了几个例子。只要阻力由湍流引起，该公式就适用于所有低于声速的流体，不仅仅是空气。这是空气和水中的常见情况。(在非常低的速度下，当流体运动不是湍流而是层流，阻力被称为*粘滞*(*viscous*)阻力，与速度(几乎)呈线性关系。)你可以检验拖曳阻力或空气动力学阻力不
Challenge 423 e 能由势得出。*[2]

拖曳系数 c_{W}是测出来的。即便给定了物体形状和流体特性，用计算机计算拖曳系数也是最困难的科学任务之一，尚未解决。流线型汽车的值在 0.25 到 0.3 之间；许多跑车与货车的值高出 0.44，而赛车的值可能高达 1，具体取决于将汽车固定在地面上所用的力的大小；已知的最低值来自海豚和企鹅。*[3]

---

[1]* 可能有个例外。最新研究表明，在某些晶体系统中，如硅基钨体(tungsten bodies on silicon)，在理想
Ref 182 条件下，滑动摩擦可能非常小，在某些运动方向上甚至可能为零。这种*超润滑*(*superlubrication*)是目前的研究课题。

Challenge 424 s [2]* 关于摩擦的这种说法只在三维正确，也就是自然界的情况；而在一维的情况下，总能找到势。

[3]* 目前尚不清楚自然界中是否存在阻力系数的最小可能值。

流体的空气动力学形状也是有趣的话题。流体会因*表面张力*(*surface tension*)缩紧。表面张力使
Vol.V page 308 浸湿的刷毛粘在一起，也决定了雨滴的形状。实验表明，直径小于 2 毫米的雨滴是球形的，而较大
Ref 183 的雨滴是透镜形的，较平的面朝下。在水滴将要滴落的时候，会出现近似的“水滴形”，但在落下过程中则不会出现这种形状。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

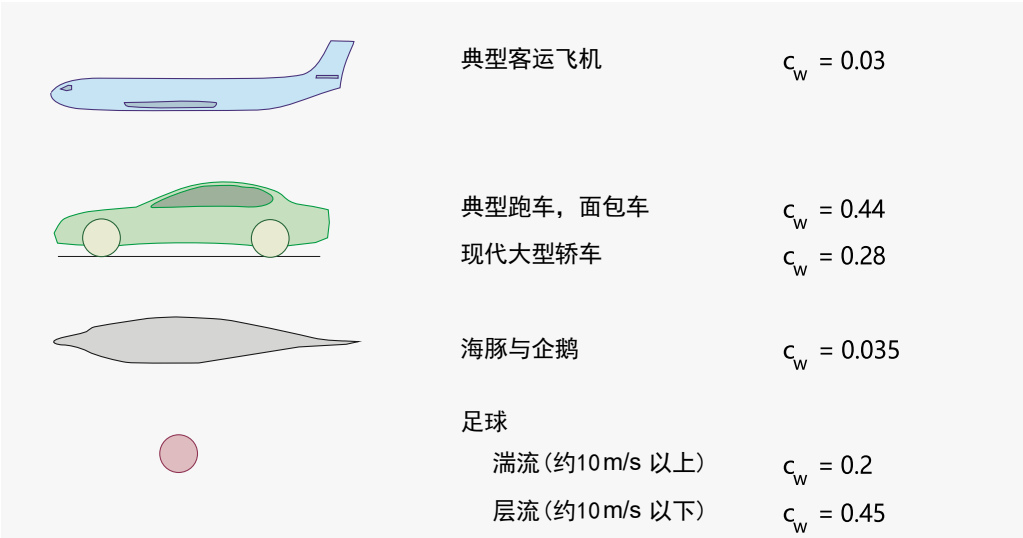


Figure 181 形状与空气或水的阻力。

Ref 184 风阻对人类也很重要，特别是在田径运动中。据估计，100 米短跑运动员功率的3%到 6%用于克服阻力。不同的风速 w，会导致不同的冲刺时间 t_w，有如下关系

$$\frac{t_0}{t_w} = 1.03 - 0.03\left(1 - \frac{wt_w}{100\ \mathrm{m}}\right)^2 \tag{68}$$

此处按较保守的 3%估计。若逆风风速为–2 m/s，则时间会增加 0.13 s，足以将潜在的世界纪录变成“仅仅”优秀的成绩。(你能从公式中推出跑步者的 c_W值吗？)

Challenge 425 ny

同样，有风阻才能跳伞。假设形状和拖曳系数不变，你能确定有或没有降落伞的落体速率分别如何随时间变化吗？

Challenge 426 s

Ref 185 静摩擦的性质与此不同，它与将两个物体压在一起的力成正比。为什么呢？详细研究发现粘着摩擦与实际接触面积成正比。其实让两个固体接触就像把云南颠倒过来，放在福建上，微观的实际接触面积比宏观平面面积要小得多。重要的是，实际接触面积与法向力成正比，即垂直于表面的分力。不过接触区域具体发生了什么仍是个研究课题，研究人员正在用原子力显微镜、侧向力显微镜、摩擦镜(triboscope)等仪器研究这些问题。这些工作能延长计算机硬盘寿命，因为磁盘和读取头之间的摩擦是决定其寿命的核心参数。

一切形式的摩擦都伴随着运动体温度的升高，其原因在发现原子后变得清晰起来。由少数(两三个)粒子构成的系统，观察不到摩擦；摩擦只出现在大量粒子构成的系统中，一般怎么着也得数百万以上的粒子，这种系统被称为耗散系统。温度与摩擦都是由大量微观粒子相对运动造成的，这种运动不包括在伽利略描述中。在此视角下，其实没有摩擦和能量损失，整个过程依然可以用势来描述；还会出现微观加速度，并发现运动仍然守恒。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

简言之，一切运动在微观尺度上都是保守的。在微观尺度上，可以不用力的概念就描述一切运动，这也是最实用的。*[1]

以上这节故事有两条主旨：首先，只有一种情况必须用力和功率：有摩擦且不想深究细节*[2]；其次，摩擦不妨碍可预测性，运动仍然是可预测的。

> Et qu'avons-nous besoin de ce moteur, quand l'étude réfléchie de la nature nous prouve que le mouvement perpétuel est la première de seslois ?*[3]
>
> 唐纳蒂安·德·萨德(Donatien de Sade)《朱斯蒂娜或美德之厄/淑女之泪(*Justine, ou les malheurs de la vertu*)》

状态完备：初始条件

> Quid sit futurum cras, fuge quaerere ...*[4]
>
> 贺拉斯(Horace)《颂诗集(*Odi*, lib. I, ode 9, v. 13.)》

让我们继续探索运动的可预测性。我们常常通过明确物体位置对时间的依赖性来描述物体的运动，例如

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0(t-t_0) + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}_0(t-t_0)^2 + \frac{1}{6}\boldsymbol{j}_0(t-t_0)^3 + \cdots \tag{69}$$

式中脚标为 0 的量称为*初始条件*(*initial condition*)，如初位置 $\boldsymbol{x}_0$、初速度 $\boldsymbol{v}_0$等。初始条件对于任何运动描述都是必要的。不同的物理系统有不同的初始条件，初始条件指

---

[1]* 著名的电磁波发现者海因里希·鲁道夫·赫兹(Heinrich Rudolf Hertz, b. 1857 Hamburg, d. 1894 Bonn)，是第一位不用力描述自然的科学家，并在力学教科书《力学原理(*Die Prinzipien der Mechanik*, Barth, 1894, republished by Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1963)》中剔除了力。他的理念在当时受到强烈批评，直到一代人之后，当量子力学悄然摆脱了这个概念，其理念才被普遍接受。(许多人认为，如果赫兹并未英年早逝，他将在量子力学和广义相对论的发展中建功立业。) 赫兹在他的书中还阐述了最直路径原理(the principle of the straightest path)：粒子走测地线(geodesic)。我们稍后将看到，这正是广义相对论的支柱之一。

Ref 186 [2]*在人际关系中，还是应更仔细地洞察摩擦，虽然费事，但对暴力事件的研究是这么显示的。

[3]* "既然理性研究证明了运动永恒是自然界第一定律，那我们干嘛还需要这个马达呢？"

Ref 85 [4]* "莫问明日之事…" 贺拉斯(Horace)的全名为昆图斯·贺拉斯·弗拉库斯 (Quintus Horatius Flaccus, 65–8 bce) 伟大的罗马诗人。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

定了每个系统的独特性。初始条件也使我们能区分系统的当前状况与其一切历史：初始条件明确了系统的变化要素，总结了一个系统的历史。

Chapter 1:完备状态表

初始条件正是我们一直在寻找的描述系统的状态性质。因而要找到状态的完备描述，我们只需完备描述初始条件，我们也可以称之为*初始状态*(*initial state*)。事实证明，对于引力和所有其它微观相互作用，无需初始加速度 $\boldsymbol{a}_0$、初始急动度 $\boldsymbol{j}_0$或更高阶的什么初始量。自然界中的加速度和急动度仅取决于物体及其环境的性质，而不依赖于自身历史。例如万有引力 $\boldsymbol{a} = GM/\boldsymbol{r}^2$，给出了一个小物体在大物体附近的加速度，它并不取决于大小物体的历史，而只取决于环境。其它基本相互作用亦然，我们很快就会看到。

运动质量点的完备状态是通过指定其在一切时刻的位置和动量来描述的。我们现在已经用质量完备描述了点对象的内禀性质，用动量 能量 位置 时间完备描述了其运动状态。对于广延刚体，我们还需要其取向和角动量，就这么多，无需其它的可观测状态量了。

Challenge 427 s

对于广延弹性体和流体，你能明确还有哪些必要的可观测状态量吗？你能举一例

Challenge 428 s

我们目前没考虑到的内禀性质吗？

一个系统一切可能状态的集合被赋予了一个专门的名称：*相空间*(*phase space*)。我们将反复用到这个概念。与任何空间一样，它有许多维度。由 N 个点粒子组成的

Challenge 429 s

系统，其相空间有几维呢？

Challenge 430 s

回想之前的一道挑战，再问一次：宇宙有初始条件吗？它有相空间吗？

若我们现在已经描述了点粒子、刚体、形变体的性质与状态，我们就能预测所有的运动了吗？还不能哦。自然界物体的运动还取决于质量以外的特征，甚至会取决于

Challenge 431 s

其颜色(你能举一例吗？)、温度以及我们很快就会发现的其它一些性质。对于每种内禀性质，都有可观测状态量需要发掘。每种内禀性质都是一方物理领域的研究基础，速率是力学的基础，温度是热动力学的基础，电荷是电动力学的基础，等等。故而，我们必须得出结论，我们暂时还不能完备地描述运动。

乐观主义者认为未来是不确定的。

佚名

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

宿命已定·天下无奇

Die Ereignisse der Zukunft *können* wir nicht aus den gegenwärtigen erschließen. Der Glaube an den Kausalnexus ist ein Aberglaube.*[1]

路德维希·维特根斯坦《逻辑哲学论》 5.1361

自由就是对必然性的认识。

弗里德里希·恩格斯(Friedrich Engels, 1820–1895)

如果我们爬上树再跳下来，坠落过程是不能中途暂停的；与所有被动运动一样，从起跳开始就是不可扭转的、是决定性 宿命性的了。但我们却可以任意停止或改变举手投足的动作，或痛击或爱抚。自愿主动的动作似乎并非不可扭转或宿命的。这两种情况哪种才是普遍的？

Challenge 432 e

让我们从目前能最精确描述的情境开始：物体下落。只需给定作用在粒子上的引力势 φ，我们就可以用下式

$$\boldsymbol{a}(x) = -\boldsymbol{\nabla}\varphi = -GM\boldsymbol{r}/r^3 \tag{70}$$

结合一组给定时刻的状态，比方说如下的初始条件

$$\boldsymbol{x}(t_0) \quad 与 \quad \boldsymbol{v}(t_0) \tag{71}$$

来预先确定粒子的运动。有了这两条信息，我们就可以算出完整的轨迹 $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t})$。

有潜力预测事件进程的方程称为*演化方程*(*evolution equation*)。例如，方程(70)是物体下落的演化方程。(注意，“evolution”一词在物理学和生物学中含义不同。)演化方程支持这样一个观测结果：并非所有类型的变化都能在自然界观察到，而只有某些特定情形能现实发生；并非所有可设想的事件序列都被观察到，而只有少数事件序列能实现。特别是，方程(70)支持这样一个理念：从一个时刻到下一个时刻，下落的物体根据所受引力势来改变自身运动。

演化方程不仅适用于引力运动，也适用于自然界任何力引起的运动。给定一个演化方程和初始状态，系统的整个运动就唯一固定下来，这是运动的一大性质，常称为*确定性*或*决定论*或*宿命论*(*determinism*)。例如，天文学家可以提前数千年高精度地计算行星的位置。

让我们仔细区分确定性和几个相近概念，以避免误解。在实践中，运动可以既是确定的(deterministic)，同时也是*不可预测的*(*unpredictable*)。运动的不可预测性常有四个原因：

Vol.V page 46

[1]* “我们不能从现在的事件推出未来的事件。相信因果关系是迷信。” 然而，我们的奇遇将证明该说法有误，并肯定日常观察。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

1. 对象繁多，涉及摩擦；
2. 初始条件，信息不足；
3. 演化方程，数学复杂；
4. 时空形状，古怪离奇。

例如天气系统，前三条都满足，所以很难预测超过一两周的天气。(1942 年，希特勒外行瞎指挥，再次在德国出糗，他居然要求提供未来 12 个月的精确天气预报。) 天气虽变化莫测，却是确定的或决定论的。再举个例子，在黑洞附近，所有这四条都占了。我们将在广义相对论章节讨论黑洞。尽管不可预测，但黑洞附近的运动也是确定的。

Chapter 4:奇趣挑战:赌博作弊
Vol.IV page 157

运动可以既是确定的也是随机的(*random*)，即在相似试验中得到不同的结果。轮盘赌球的运动是确定的，但也是随机的*[1]。我们稍后将看到，量子系统也属于这一类，所有不可逆运动均属此类，比如一滴墨水在清水中散开。掷骰子也是既确定又随机，关于如何借助计算机预测掷骰子结果的研究正在取得快速进展，这些研究还展示了如何掷骰子能增加获得特定点数的几率。所有这些情况中的随机性和不可再现性只是表面现象，如果能考虑微观的状态和初始条件，它们就不见了。简言之，确定性并不与(宏观的)不可逆性(*irreversibility*)相矛盾，虽说在微观尺度上，确定性的运动总是可逆的。

Ref 188

与确定性相区分的最后一个概念是非因果性(*acausality*)。因果性就是要求原因必须先于结果。这在伽利略物理学中稀松平常，但在狭义相对论中变得很重要，狭义相对论的因果性意味着光速是影响力传播的极限。似乎，(物质与能量的)确定性运动不可能是非因果性的，也就是确定性运动不能比光快。你能证明吗？这个话题将在狭义相对论一节中更深入地探讨。

Challenge 433 s

说运动是“确定性的”或“决定论的”意味着运动在过去和未来都是固定不变的。有时说，预测未来是成功描述自然的关键检验，但考虑到人类影响未来的巨大能力，这未必是个好的检验。任何理论都必须首先正确描述以往的观测结果。正是我们没有改变过去的自由，导致我们在描述自然方面没有选择，而描述自然是物理学的核心。从这个意义上说，“初始条件”一词选得不好，因为初始条件其实总结了系统的过去。*[2] 确定性描述的核心要素是，一切运动都可以简化为演化方程加上一组具体状态。这组状态可以是初始状态、中间状态或最终状态。确定性运动在过去和未来都是唯一确定的。

---

[1]* 数学家开发了大量测试来确定一组数字是否可以称为随机，轮盘赌结果通过了所有这些测试，当然啦，只在诚信的良心赌场。这些测试中，典型的是检验：数、数对、三元数组等的均匀分布，其它测试还有卡方(χ^2)测试、蒙特卡洛测试、猩猩测试等等。

Ref 187

[2]* “初始条件“一词在大爆炸附近问题明显：在大爆炸时，宇宙没有过去，但人们常说它有初始条件。这个矛盾将在我们稍后的奇遇中探讨。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

为了弄清确定性的概念，要提醒自己，为什么在我们在对世界的描述中引入了“时间”的概念。我们引入时间，首先是因为我们观察到我们能够在观察中定义序列。其次，不受限制的变化是不可能的。不像在电影中，人穿过一扇门就可以到另一个大陆或另一个世纪。在自然界中，我们也没有观察到化形(metamorphose)，比如人变成烤面包机，狗变成牙刷。我们之所以能够引入“时间”，是因为我们观察到的次第变化非常有限。如果大自然不可复现，时间就无用了。简言之，确定性表达了这样一种观察结果：运动变化的次序，受诸多限制而只有唯一可能。

Challenge 434 s

由于确定性或决定论与时间概念的使用有关，每当时间概念发生变化，新的问题就会出现，就像狭义相对论、广义相对论和高能理论物理学中发生的那样。前方满是乐趣。

总之，凡是用到时间概念的自然描述，如日常生活、经典物理、量子力学的描述，本质上都是不可扭转的、是确定性的，因为它将过去和未来的观察结果联系起来，没有其它可能。简言之，

▷ 时间的使用就意味着确定性，反之亦然。

Vol.V page 46

不论是做形而上学讨论，还是讨论量子力学，人们都不应该忘记这种联系。若有谁用着时钟却否认确定性，那是在培养分裂型人格*[1]！未来是确定的。

自由意志

你可以给自己一个惊喜。

理查德·班德勒(Richard Bandler)

约翰·格林德(John Grinder)

运动是确定的，或者说决定论、宿命论的，这一理念往往使人恐惧，因为我们被教导着将决定论与缺乏自由联系起来。而我们又确实在行动中体验到自由，并称之为自由意志(*free will*)。我们知道这对我们的创造力和幸福感是必要的。因而，确定性似乎会剥夺幸福。

但究竟什么是自由意志呢？人们不惜笔墨去讨论其精确定义。有人试将自由意志说成任意选择初始条件的自由，但初始条件本身也必由演化方程产生，故而其实没有选择的自由。有人想从不可预测性或类似的性质(如不可计算性)来定义自由意志，但这些定义也面临着简单问题：无论定义如何，都无法通过实验证明一个动作是自由执行的。能想到的定义都没用。简言之，自由意志不能被定义，所以它不能被观测。(心理学家还有别的根据来支持这一结论，但那是另一个话题了。)

[1]* 但这可能会很有趣。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

任何渐变过程都不可能是自由意志造成的，渐变过程由时间描述，是确定性的。从这个意义上讲，关于自由意志的问题变成了关于自然界是否存在突变的问题。这个话题将在此行前路上反复出现。大自然会出奇、搞怪、带给我们意外吗？生活会，但大自然不会，从来没有观察到毫无征兆的突然变化。当然，除了日常领域，我们仍需在其它领域调查研究这个问题，或在微观，或在宇观。我们会在奇遇中多次改变我们的观点，但结论不变。

我们有时觉得生活中没有奇事，这是出于我们的天性：进化发展了我们的好奇心，因为我们发现的一切都可能是有用的；但如果大自然不断让我们惊奇，发展好奇心反而没有意义了。

观察结果都不支持奇事的存在：我们此行之初曾用运动的连续性来定义时间；后来我们说时间是能量守恒的结果。而守恒与出奇对立。来个挑战：你能证明即使只有很少的奇事出现，时间就会是不可定义的吗？ Challenge 435 s

总之，目前尚无证据表明自然界中存在奇事。时间之所以存在，正是因为自然是确定性的。自由意志没法像物理概念一样精确定义。鉴于没有突变，答案只有一个：自由意志是一种感受(*feeling*)，特别是独立于他人、独立于恐惧、接受自己行为后果的感受*[1]。自由意志是某种满足感的诨名。这调和了明显的矛盾，即使一切事物不由自主地变异、在某些意义上尽皆“非我”，但自由意志仍作为一种感觉、作为一种人类体验而存在，这并不矛盾。 Ref 189 Ref 190

即使人类行为是确定的、决定论的、宿命论的，却也同样是真实的。那，为什么决定论如此可怕呢？每个人都必须思考，世界是或不是决定论，对你的生活、行为、选择、责任和快乐意味着什么不同。*[2]如果你认为被决定就是不自由，你应该改变你的生活！对决定论的恐惧通常源于拒绝接受现实世界：恰恰是那些坚持自由意志存在的人在逃避责任。 Challenge 437 e

---

[1]* 自由意志是一种感受，这可以通过细致的内观(introspection)来证实。其实自由意志总是在行动开始后才出现。有个精妙的实验：在安静的环境中坐下来，想着在不确定的几分钟后做出一个小动作，比如合掌。如果你仔细观察自身内在于决策时刻发生了什么，不放过一切细节，你会发现一种导致决策的机制，或者一片弥漫的无明之雾。你永远找不到自由意志。这样的实验是一种深入体验自我奇迹(wonders of the self)的精妙方式。这种经历也可能是人类精神灵性(spirituality)的起源之一，因为这种体验表明了个人与大自然其它部分的联系。 Challenge 436 e

[2]* 如果自然的“定律”是确定性的，那它们与伦理道德的“定律”矛盾吗？人们能为自己的行为负责吗？ Challenge 438 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

小结：可预测性

尽管很难预测具体情况，但我们目前遇到的一切运动都是确定的、可预测的。原则上，如果我们考虑到物质的微观细节，即使是摩擦也是可预测的。

简言之，经典力学认为未来是确定的。我们还会发现，即使在量子理论和广义相对论的领域，自然界中的一切运动依然都是可预测的。

运动是可预测的。这结果并不令人惊讶。若运动不可预测，我们一开始就不可能引入“运动”和“时间”的概念。我们能谈论和思考运动，正是多亏它的可预测性。

从可预测性到运动的全局描述

Πλεῖν ἀνάγκε, ζῆν οὐκ ἀνάγκη.*[1]

庞培(Pompeius)

物理学家的目标是尽量高精度地谈论运动。可预测性是精准性的要素。尽可能全局地描述运动，可以获得最高的可预测性，从而获得最高的精度。

在全世界，无论在东亚还是南美，人们都观察到石子往“下”落。这一古老的观察结果是万有引力的一个基础；只需再认识重力随高度的变化规律即可，就能凑出一种在全球范围内都有效的引力描述 $a = GM/r^2$。

简言之，*全局性整体性的*(*global*)思维有助于我们更精确地描述运动，使我们的预测更有用。我们如何尽量全局性地描述运动呢？解决这个问题有六种方法，每种方法都有助于我们登顶运动岭。我们先在此作一概述，后续章节逐一探讨。

1.*动作量原理*(*action principle*)或*变分原理*(*variational principle*)是第一种全局运动描述法，当我们克服目前所学知识的基本局限时就会出现。我们之前用演化方程以粒子的加速度预测粒子的运动，实乃最局域性的运动描述。我们用的是粒子在特定位点和特定时刻的加速度来确定它在该时刻之后以及该位置邻域的位置和运动。因此，演化方程有个半径为零的“视界(horizon)”。

Chapter 7: 运动方程

Challenge 439 d

变分原理与演化方程不同。最著名的入门问题如 Figure 182 所示，找到从高点滑到低点的“*最速降线 或叫捷线 或叫短时线*(*brachistochrone*)”，这个(英语)词来自古希腊语，意为“最短时间”，该问题涉及一切时刻和一切位置的整体运动性质。这种问题所要求的全局方法叫做*宇宙懒惰原理*，也叫*最少动作原理*(*the principle of least action*)，它能让我们对运动进行简单、精确、引人入胜的描述。

[1]* Navigare necesse, vivere non necesse. “宁舍性命，不舍航行。”格涅乌斯·庞培(Gnaeus Pompeius Magnus ,106–48 bce) 由普鲁塔克(Plutarchus, c. 45 to c.125) 这样引用。

Ref 191

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

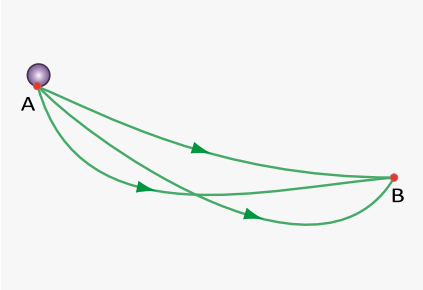


Figure 182 什么形状的轨道能让小球从 A 点最快地滑落到 B 点？

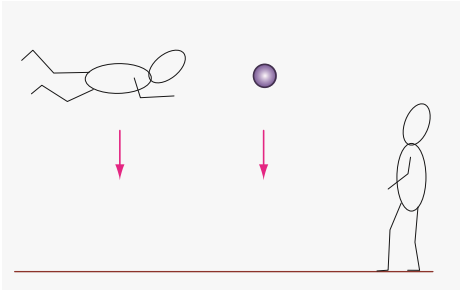


Figure 183 可以用对所有观测者通用的方式来描述运动吗？

2.相对性或相对论(*relativity*)是第二种全局运动法，当我们比较所有可能观测者对同一系统的各种描述，相对性就出现了。例如 Figure 183 所示，从悬崖上坠落的人、过山车上的乘客和地面上的观测者的观测结果通常会有所不同。这些观测结果之间的关系，即所谓的对称变换(*symmetry transformation*)，使我们能对运动进行全局描述，对每个人都有效。这种方法将引领我们找到爱因斯坦的狭义和广义相对论。

3.理解日常物体、植物、动物，需要的是刚体力学(*mechanics of extened and rigid bodies*)，而非质量点的力学。对于此类物体，我们关注其各个部分(*part*)是如何运动的。例如 Figure 184 中的反直觉结果，显示出该主题的价值。仅在转轴一端悬挂的高速转轮几乎保持水平，并围绕绳索缓慢旋转。 Challenge 440 e

要想设计机械，必得了解一组刚体如何互动。以 Figure 185 所示的珀塞利埃连杆机构(Peaucellier-Lipkin linkage)为例。点 F 固定在墙上，以两根活动杆连接到活动菱形的一对顶点。这种机构有几条惊人性质。首先，它暗中定义了一个半径为 R 的圆，使得关节 C 与 P 到该圆心的距离始终有 $r_C = R^2/r_P$ 的关系，这称为圆反演(*inversion at a circle*)。你能找到这个特殊的圆吗？其次，若将一支铅笔放在关节 P 上，让关节 C 沿着某个圆走，铅笔会随 P 点画出一条直线。你能找到那个圆吗？也就是说，用该机构配上圆规可以画直线。 Ref 192 Challenge 441 s Challenge 442 s

一个著名机械挑战是设计指南车：一辆木制马车，用一些齿轮将轮子连接到箭头上，无论马车怎么走，箭头总是指向南方(见 Figure 187)。我们将看到，这题的答案甚至将有助于理解广义相对论。这种车可以测量表面和空间的曲率。 Challenge 443 d Ref 193 Vol.II page 206

还有种重要的机器部件是差动齿轮箱(*differential gearbox*)。没有它，汽车就无法在路上转弯。你能向你的朋友讲解其原理吗？ Challenge 444 e

大自然也用机械零件。2011 年，在一种象甲(*Trigonopterus oblongus*)的关节中发现了螺丝和螺母。2013 年，人们发现了第一例生物齿“轮”：在飞虱(*Issus coleoptratus*)身上，啮合的齿“轮”确保了两条后腿同步跳跃，Figure 186 展示了一些细节，可以在 www.youtube.com/watch?v=Q8fyUOxD2EA 欣赏相关视频。 Ref 194 Ref 195

(译者注：齿“轮”之所以加了引号，是因为飞虱的 gear 并不真的是连续定轴转动的“轮”，只是齿状传动结构，译者不知道专门的机械名称，或可姑且说是弯曲的齿条。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

刚体运动的另一个有趣的例子是，人类的运动。例如手臂的一般性运动是由少数
Ref 196
基本运动组成的。所有这些例子都来自迷人的工程领域，不幸的是，我们此行匆匆，无暇探讨这个话题。

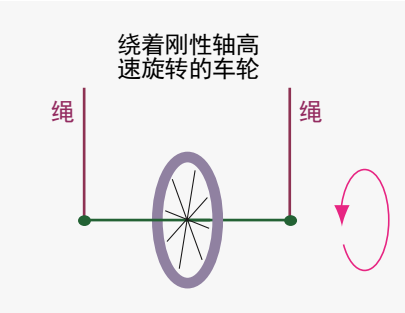


Figure 184 剪断一根绳子会发生什么？

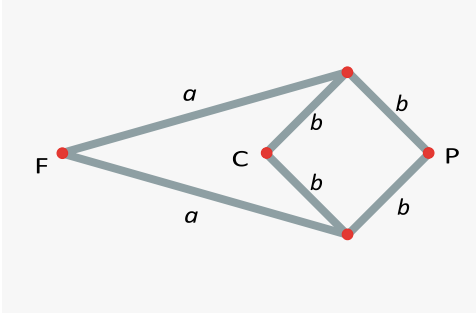


Figure 185 著名的珀塞利埃连杆机构，由(灰)杆和(红)关节组成：固定点 F，用圆规使 C 沿圆周运动，则 P 走出直线段。

4.下一种全局运动描述法是描述非刚性广延体的。例如*流体力学*(*fluid mechanics*)研究流体(如蜂蜜、水或空气)在固体(如勺子、船、帆或翅膀)周围的流动、了解流体
Ref 197
各个部分是如何运动的。流体力学描述了昆虫、鸟类、飞机是如何飞行的，*[1]为什么帆船可以逆风航行，当一颗煮熟的鸡蛋在一层薄薄的水上旋转时会发生什么，或者如
Challenge 445 s
何以最快的方式倒空一瓶葡萄酒。

除了流体，我们还可以研究可形变固体的行为。这个研究领域被称为*连续介质力学*(*continuum mechanics*)。它处理广延结构的形变和振动。例如，它试图解释为什么屋
Challenge 446 s
顶被制成特定的形状；大型物体(如 Figure 188 所示的倒落烟囱)或小型物体(如钻石)在压力下如何破裂；以及猫在跌倒时如何爬起来。我们此行将反复遇到这个领域的问题，它甚至影响到广义相对论和基本粒子世界。

(译者注：感兴趣的读者还可以了解或挑战一下流变学(rheology)。)

5.*统计力学*(*statistical mechanics*)是研究大量粒子运动的学科。统计力学是研究运动的又一种全局方法。描述气体所需的概念，如温度、熵、压强(见 Figure 189)，是该学科的重要工具。特别是，统计物理学有助于我们理解为什么自然界中的一些过程不会逆向发生。这些概念还将帮助我们迈出理解黑洞的第一步。

[1]* 昆虫飞行机制仍是个课题。传统上，流体动力学着眼于大型系统，例如船只或飞机。但能以可控方式飞行的最小人造物体(比如无线电控制的飞机或直升机)也比进化设计出的诸多飞行体要大得多、重得多。事实证明，控制小东西飞行比控制大东西飞行，需要更多知识和技巧。卷五 page 278 有更多关于这个主题的内容。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

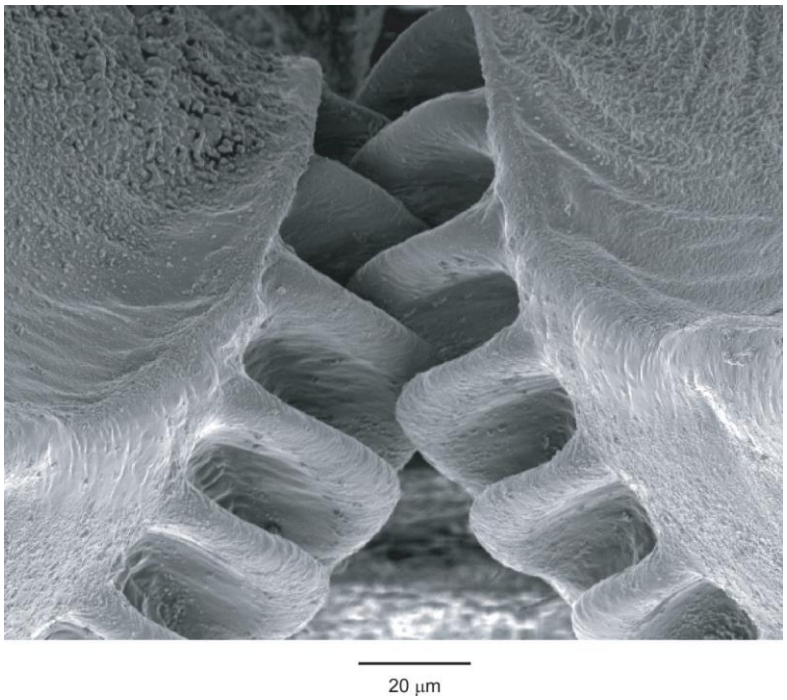


Figure 186
飞虱身上的齿“轮”
(© Malcolm Burrows)

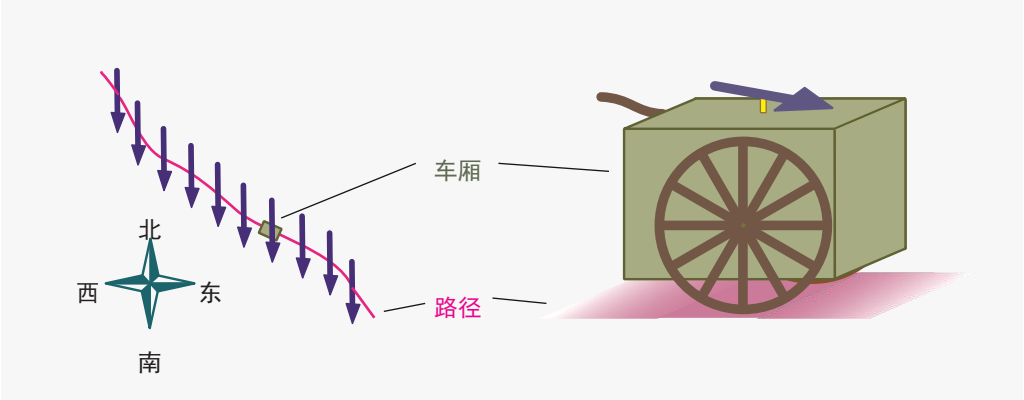


Figure 187 指南车：无论走什么路径，上面的箭头总是指向南方。

6.最后一种全局运动方法，自组织(*self-organization*)，同时涉及上述所有观点。这种方法是理解日常经验和生活本身所必需的。如 Figure 190 所示，为什么花朵会长出特定数量的花瓣？胚胎在子宫内是如何发育？是什么让我们心跳？山脉和云层如何形成？恒星和星系如何演化？风如何掀起海浪？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

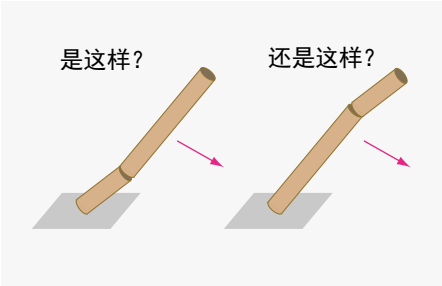


Figure 188 倒落的砖砌烟囱是如何以及在哪里断裂的？

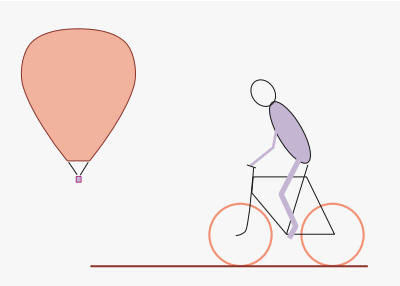


Figure 189 为什么热气球会保持充气状态？如何只用尺子来测量自行车骑手的体重？

Figure 190 为什么玛格丽特花(*Leucanthemum vulgare*, 滨菊, 牛眼菊)通常有大约 21 片花瓣(左和中)或大约 34 片花瓣(右)？ (© Anonymous, Giorgio Di Iorio and Thomas Lüthi)

所有这些现象都是自组织过程的例子，生命科学家叫它们生长(*growth*)。无论我们如何称呼它们，所有这些过程都以规律、图样、周期的自发出现为特征。自组织过程是诸多学科的共同研究主题，比如生物学、化学、医学、地质学和工程学。

我们接下来逐一探讨六种全局运动描述法。从第一种方法开始：用变分原理描述运动。这种描述、理解和预测运动的精妙方法是几个世纪以来集体努力的成果，也是伽利略物理学的高光。变分原理为刚才提到的所有其他全局方法提供了基础。我们之后探讨的一切关于运动的进一步描述也都需要它。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 8

动作：度量变化

数(numbers)能描述运动(motion)。对于一枚运动粒子，可以用$(x(t), y(t), z(t))$ 描述其位置如何随时间变化，描述其运动也就是说明其速度 $(v_x(t), v_y(t), v_z(t))$ 如何随时间变化。意识到这两个表达式就完全描述了运动点粒子的行为，是现代物理学发展的一座里程碑。

现代物理学的下一座里程碑是对一则简短难题的回答。若如古希腊人所言，运动是一种变化，那么，

Chapter 1: 运动类型

▷ 如何度量变化量(*amout of change*, 变化的多少)？

物理学家们花了近两个世纪的时间找寻度量变化的方法。其实，用一个数就可以度量变化。经过漫长的求索，如今用以度量变化的量有个怪名：动作(*action*)*[1](或译为动作量、作用量等)，通常记作 S。“动作”与变化的联系就像好莱坞电影：动作(action)越多意味着变化越大。

引入动作量作为变化的度量标准很重要，因为它为运动提供了第一种，也是最有用的一种全局描述。我们已经掌握了足够的知识，可以马上定义动作量。

设想在不同时刻给一个系统拍摄两张快照。如何定义两时刻间的变化量？什么情况事物变化很大，什么时候变化很小？首先，一个有许多运动部件的系统会显示出许多变化。因此，一个由诸多独立子系统组成的系统的动作量应该是这些子系统动作量的总和。

1* 注意，这个“动作量(action)”与“每个作用(action)都有一个等大反向的反作用(reaction)”等命题中出现的“作用(action)”不同。后者是牛顿为某些力创造的用法，但没有坚持下来；因此，该术语已被回收再利用。在牛顿之后，“动作(action)”一词几经流变，最终被赋予了这里所使用的现代含义。这种现代意义是本文中使用的唯一意义。

“最少动作原理(principle of least action)”也是回收再利用的术语。它在旧书中的含义与本章中不同。如今，它指的是盎格鲁-撒克逊世界中曾称为哈密顿原理(Hamilton’s principle)的东西，尽管它(主要)归功于其他人，尤其是莱布尼茨。旧的名字和含义正在被废弃，在此不用。

这些术语转变的背后，是一场长达两个世纪的激烈尝试，试图用所谓的极值(extremal)原理或变分(variational)原理来描述运动：目标是完成并改进莱布尼茨创始的工作。这些原理如今只有历史意义，因为它们都是这里描述的最少动作原理的特例。

Ref 198

(译者注：之前在 page 185 解释过为什么要译成“动作”而非“作用”。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 191 约瑟夫·拉格朗日(Joseph Lagrange, 1736 – 1813)

Figure 192 动作量度量变化：一例动作量较大的过程(© Christophe Blanc)

其次，高能或高速的系统，如 Figure 192 所示的爆炸，相较于低能或低速系统，显示出更大的变化。人们确实引入了能量(功)作为衡量系统随时间变化的量。

第三，在一些情境中，变化量随时间积累；在另一些情境中，系统会恢复到初始状态，也就是新近变化可以补偿先前的变化，如单摆。变化可以随时间或增加或减少。

最后，若系统中的运动可以在不同子系统之间存储(*stored*)、转移(*shifted*)、转化(*transformed*)，则当动能被存储或转化为势能，变化量随时间减小。

所有这些性质合在一起意味着：

▷ 变化的自然度量，是动能与势能之差的平均，乘以经过的时间。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

综上，这个量需具足一些合理性：若所有子系统独立，则总量为所有子系统相应量之和；通常随时间增加；若系统将运动转化为势能，系统的动作量减小。

Challenge 447 e

如是，将度量物理系统变化的动作量(*action*) S定义为

$$S = \overline{L}\Delta t = \overline{T-U}(t_{\mathrm{f}} - t_{\mathrm{i}}) = \int_{t_{\mathrm{i}}}^{t_{\mathrm{f}}} (T-U)\mathrm{d}t = \int_{t_{\mathrm{i}}}^{t_{\mathrm{f}}} L\ dt \tag{72}$$

Chapter 6: 引力势

式中，T 是动能，U 是势能，L 是二者之差，上横线表示量对时间的平均值。L 被称为系统的拉格朗日量(*Lagrangian*)或拉格朗日函数(*Lagrangian function*)*[1]，它描述事物变化过程中某种随时间积累的东西。符号$\int$ 是拉长的“S”，指某种求和(sum)，读作“某某的积分(integral of)”，这种叫积分(*integration*)的操作，直观地说，在该情境中是：将变量 L 乘以对应的无穷小时间步长 $\mathrm{d}t$，再累加。该运动过程的初(initial)时刻 t_i与末(final)时刻 t_f分别写在积分符号的下方和上方。Figure 193 说明了一个简单的理念：L 的积分就是曲线 $L(t)$ 下方的阴影面积。

Challenge 448 s

在数学上，拉格朗日量的积分，其实也是任意曲线 $L(t)$ 的积分定义为

$$\int_{t_{\mathrm{i}}}^{t_{\mathrm{f}}} L(t)\ \mathrm{d}t = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{\mathrm{m=i}}^{\mathrm{f}} L(t_{\mathrm{m}})\Delta t = \overline{L} \cdot (t_{\mathrm{f}} - t_{\mathrm{i}}) \tag{73}$$

换言之，当所划分的时间段 Δt 趋于零，曲线下方小矩形面积之和的极限(*limit*)便是积分(*integral*)。符号 $\sum$ 代表求和，无穷小的 Δt 在极限下写作 $\mathrm{d}t$。我们可以这样理解积分：积分是对划分的求和。莱布尼茨开发的符号就是为了表明这一点。

从物理上讲，拉格朗日量的积分衡量L 随时间累积的总效果。其实，在例如德语的某些语言中，动作量被称为“效果量(*effect*)”*[2]，效果就是系统中的总变化。总之，

▷ 拉格朗日量的积分，即动作量，度量系统中发生的总变化。

动作量是总的变化，是拉格朗日函数对时间的积分。

---

[1]* 该量以约瑟夫·路易斯·拉格朗日(Giuseppe Lodovico Lagrangia/Joseph Louis Lagrange, b. 1736 Torino, d. 1813 Paris)之名命名。他是那个时代最重要的数学家，其职业生涯始于都灵，后在柏林工作 20 年，最后在巴黎工作 26 年。他从事数论和分析力学方面的工作，开发了现在用于经典力学和经典引力计算的大部分数学工具。他成功将这些工具应用于太阳系的许多运动。

[2]* 译者注：在德语通常叫 *Wirkung*(效果)，法语叫 *action*，俄语叫 действие，日语叫“作用”，中文一般叫“作用量”，西班牙语 *acción*，越南语 *tác dụng*(效果、影响)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

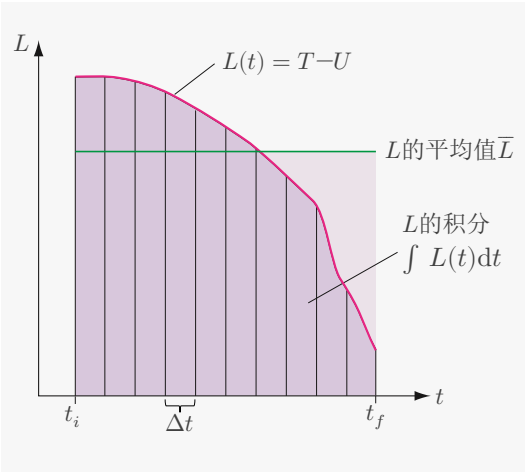


Figure 193 总的变化量或动作量，定义为随时间变化的微小变化量或动作量的累积(相加或积分)(为清楚起见做了简化)

动作量的单位，也就是变化的单位，是能量单位焦耳(J)乘以时间单位秒(s)

▷ 变化以 Js 计量。

值越大意味着变化越大。Table 31 展示了自然界中动作量的一些观测值。为了更详细地理解动作量的定义，我们从最简单的情况开始：没有势能的系统，例如自由运动的粒子。显然，动能越高，在给定时间内变化越大。另外，如果我们在两个瞬间观测该粒子，运动的距离越远，变化就越大。自由粒子的变化随时间积累。这是意料之中的。

接下来，我们研究单个粒子在势场中的运动。例如，一枚下落的石子失去势能，换取动能。储存在势能中的能量越多，变化就越小。因此，L 的定义中有负号。如果我们研究的粒子先被抛向空中，然后下落，$L(t)$的曲线先在时间轴下面，然后在上面。我们注意到，积分的定义让我们把时间轴下的阴影面积计为负数，因此，变化可以是负的，并被后续变化补偿。

由若干独立组分组成的系统，要度量其变化，只需将所有动能相加，再减去所有势能。这就能让我们定义气态、液态和固态物质的动作量了。简言之，动作量是可加量。即使各组分相互作用，我们也能得到一个合理的结果。

总之，动作量以单个数衡量两个时刻之间观测到的系统变化。动作量或变化量以 Js 计量。动作量量化了物理过程引起的变化。这适用于一切观测，适用于所有过程和所有系统：烟花的绽放、爱人的爱抚、计算机显示器的颜色变化。稍后我们会发现，在相对论和量子论中，也能用一个数来描述变化：在任何自然系统中发生的任何变化，无论是输运、转化还是生长，都可以用一个数来度量。

Chapter 1：运动类型

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 31 一些观测或想象到的变化和过程的动作量。

系统与过程	动作量近似值
最小可测动作量	$1.1 \cdot 10^{-34}$ Js
光	
照相胶片的最轻微地发黑	$< 10^{-33}$ Js
照相闪光灯	$c.10^{-17}$ Js
电	
从原子或分子中射出电子	$c.10^{-33}$ Js
闪电电流	$c.10^{4}$ Js
力与材料	
撕开两个相邻的铁原子	$c.10^{-33}$ Js
折断钢筋	$c.10^{1}$ Js
树被风吹得大幅摇摆	$c.500$ Js
用“真·魔法”把兔子变没	$c.100$ PJs
用“真·魔术”把兔子隐藏	$c.0.1$ Js
撞车	$c.2$ kJs
行驶的车在眨眼间停下	$c.20$ kJs
悬浮 1 米高并保持 1 分钟	$c.40$ kJs
大地震	$c.1$ PJs
行驶的车在眨眼间消失	$c.1$ ZJs
日出	$c.0.1$ ZJs
化学	
室温液体中的原子碰撞	$c.10^{-33}$ Js
闻一颗分子	$c.10^{-31}$ Js
汽车发动机气缸燃油的燃烧	$c.10^{4}$ Js
完好与摔碎的玻璃杯	$c.0.8$ Js
生命	
空气分子撞击鼓膜	$c.10^{-32}$ Js
胚珠受精	$c.10^{-20}$ Js
细胞分裂	$c.10^{-15}$ Js
果蝇拍打翅膀	$c.10^{-10}$ Js
清晨花开	$c.1$ nJs
脸红	$c.10$ mJs
1 分钟内大脑的最大变化	$c.5$ Js
人行走一个身长	$c.10^{2}$ Js
出生	$c.2$ kJs
人一生导致的变化	$c.1$ EJs
核，恒星与其它	
恒星单核聚变反应	$c.10^{-15}$ Js
γ 射线暴	$c.10^{46}$ Js
1 秒钟后的宇宙	不可定义

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

最少动作原理

乐观主义者认为，这是所有可能世界中最好的了，
而悲观主义者也这么想。
罗伯特·奥本海默(Robert Oppenheimer)

我们现在有了变化的精确度量，它将给出简洁、全局、有力的运动描述。在自然界中，两个时刻之间发生的变化总是最小的。

▷ 自然界中，动作最少。

这就是著名的*最少动作原理*(*the principle of least action*)的精髓，适用任何运动情境*[1]。在一切可能的运动中，大自然总是选择变化最小的运动。让我们研究几则案例。

对于不考虑势的自由粒子，最少动作原理意味着粒子匀速直线运动：因为所有其它路径都会使动作更多。你能证明吗？引力使抛体沿抛物线(准确说是沿椭圆)飞行，任何其它路径，比如抛体在空中转圈，都意味着动作更多。算一下嘛。

Challenge 449 e
Challenge 450 e

一切观测结果都支持一个简单而基本的说法：*事物的运动，总是使自身动作最少*。这命题适用于整条路径或其任何小区段。罗素称之为“宇宙懒惰定律(law of cosmic laziness)”，我们也可以称之为自然界的*最高效率*(*maximal efficiency*)原理。

有不同方式表达变化最小之理念。动作量会随路径改变，实际路径是动作最少的路径。如 Figure 194 所示，我们在学校学过，函数在其最小值处导数为零：极值点斜率水平。但我们不是改变自变量，而是改变整条路径，所以我们不说导数或斜率，而是说*变分*(*variation*)。通常把动作量变分记作 δS。这样，最少动作原理可以表述为：

▷ 指定始末端点，其间的实际轨迹满足$\delta S = 0$。

数学家称之为*变分原理*(*variational principle*)。注意：只能比较始末状态相同的运动。

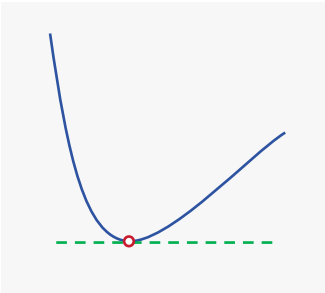


Figure 194 曲线最低点斜率为零。

[1]* (无穷)小尺度的动作总是最少；某些宏观情况的动作量可以是鞍点，故也有“平稳(stationary)动作量原理”的说法。但动作量从不取最大值，这与常听到的不同。“变分为零”将一切情况一网打尽。

Ref 199

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

在进一步讨论最少动作原理之前，我们先检验它是否确实等价于演化方程*[1]。我们可以用一套标准程序做到这一点，即所谓的变分法(*calculus of variations*)。$\delta S = 0$表示动作最少，即 Figure 193 中曲线下的面积最小。

---

[1]* 若有兴趣，这有些关于拉格朗日量与演化方程等价性的评论。首先，非保守系统或耗散系统没有拉格朗日量。凡涉及摩擦的(一维以上)运动都没有势，故而这些情境也没有动作量。克服这种局限的一种方法是改用广义的最少动作原理。若没有势，也可将不同轨迹间功的变化 δW 表示为

Chapter 7: 摩擦

$$\delta W = \sum_{\mathrm{i}} m_{\mathrm{i}}\, \ddot{x}_{\mathrm{i}} \delta x_{\mathrm{i}} \tag{74}$$

然后按如下方式描述运动：

$$\triangleright \quad \text{实际轨迹满足} \int_{t_{\mathrm{i}}}^{t_{\mathrm{f}}} (\delta T + \delta W)\, \mathrm{d}t = 0\,, \ \text{要求}\ \delta x(t_{\mathrm{i}}) = \delta x(t_{\mathrm{f}}) = 0 \tag{75}$$

Challenge 451 e

这则变分尚无专名，它代表了一种广义的变化概念。你可以检验它是否能导出正确的演化方程。如是，虽然拉格朗日量只存在于保守系统，但对于耗散系统，该原理可以在推广后继续适用。

数学家所说的“一般”对物理学家却是“特殊”。许多物理学家更喜欢另一种方法：原理(75)隐含了这样一个事实：若考虑到一切微观细节，那么结果总是源自通常的最少动作原理。微观领域没有摩擦，摩擦是一种宏观近似。

但更数学的观点是有用的。例如，它们揭示了拉格朗日函数应用的有趣局限。只有当世界被视为纯粹的经典世界(但世界并非如此)，这些局限才适用。这些局限发现于约一百年前，那时没有计算机可用，探索新计算技术很重要。

与拉格朗日量有关的坐标不必是笛卡尔坐标。若有运动约束(*constraints on motion*)，则广义坐标(*generalized coordinates*)特别有用。例如单摆的重物必须始终与悬挂点保持相同的距离，又如溜冰者的溜冰鞋必须沿其指向的方向运动，这都是约束。广义坐标甚至可以是位置和动量的混合，它们可以分为几种一般类型。

Ref 200

以固定的方式与笛卡尔坐标相关，与时间无关的广义坐标叫合络定常(*holonomic–scleronomic*)坐标：此类坐标描述单摆、势中的粒子等物理系统。若依赖关系涉及时间，则坐标称为合络非定常(*holonomic–rheonomic*)。非定常系统的一个例子是摆长依赖时间的单摆。非定常(*rheonomic*)和定常(*scleronomic*)这两个术语由路德维希·玻尔兹曼提出。这两种仅由其几何构造描述的系统，被归为合络系统(*holonomic system*)，这个术语由海因里希·赫兹提出。

Chapter 13: 玻尔兹曼生平
Vol.III page 99

(译者注：holo = whole，一般意译为“完整”或音译为“和乐”。在此用“络”字表示对位置或路径的约束，“合络”意为全部的路径约束，或完全由位置路径来约束；同时照顾到读音。)

更一般的情况是非合络的(*anholonomic* 或 *nonholonomic*)。拉格朗日量只适用于合络系统(也就是一般译作的完整系统)。不幸的是，“非合络”一词的含义正在流变。如今，该术语也用以指称某些非定常系统。现代用法把任何涉及速度的系统都称为非合络系统。因此，溜冰鞋或转盘通常也被称为非合络系统。需要谨慎确定非合络一词在具体语境中指的是什么。

尽管拉格朗日量和动作量的用法有其局限性，但这些都不会在微观层面困扰我们，因为微观系统总是保守的、完整的、定常的：在基本层次上，演化方程和拉格朗日量是等价的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

稍加推导便知，若拉格朗日函数形如 $L(x_\mathrm{n}, v_\mathrm{n}) = T(v_\mathrm{n}) - U(x_\mathrm{n})$，则阴影面积的
Challenge 452 e 极值条件是

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial v_\mathrm{n}}\right) = -\frac{\partial U}{\partial x_\mathrm{n}} \tag{76}$$

此中，脚标 n 区分不同粒子(译者注:此处还不是广义坐标，所以还不是广义的自由度)*[1]。对
Challenge 453 e 于单粒子运动，这组拉格朗日运动方程(*Lagrange's equations of motion*)可以简化为

$$m\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{\nabla} U \tag{78}$$

这就是演化方程，它在说：加速度乘以粒子质量就是势能 U的梯度。如是，最少动
Challenge 454 s 作原理暗含着运动方程。(你能证明反过来推导也是正确的吗？)

换言之，一切系统演化，都使变化最小或者说使动作最少。自然界是节俭、经济、高效的，或者说：大自然是懒惰的。大自然可不是好莱坞惊悚片，在好莱坞惊悚片中，动作被最大化；大自然更像是一位智者，祂把自身行动控制在最低限度。

最少动作原理指出，实际轨迹使轨迹上的平均拉格朗日量最小(见 Figure 193)。
Challenge 455 e 你能证明吗？这种观点能让我们直接推导拉格朗日方程(76)。

最少动作原理将实际轨迹与其它所有可设想的轨迹区分开来。该结果使莱布尼茨得出了他的著名理念：现实世界是“所有可能世界中最好的”*[2]。即使剔除其中的形而上学假说，其魅力依旧不减。最少动作原理使莱布尼茨感到振奋，因为这是第一次将实际观测与其它所有可能性区分开来；叩问万事万物之所以如此的原因，终于成为物理研究的一部分。世界有可能与现在的不同吗？根据最少动作原理，我们得到否定的
Challenge 456 s 答案。莱布尼茨还从这个结果推断：诸神不能选择祂们的动作(action)。(你怎么看？)

---

[1]* 用广义合络坐标 q_n最一般地表示拉格朗日量 $L(q_\mathrm{n}, \dot{q}_\mathrm{n}, t)$，可给出如下形式的拉格朗日方程

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\mathrm{n}}\right) = -\frac{\partial L}{\partial q_\mathrm{n}} \tag{77}$$

为了推导这些方程，我们还需要关系式 $\delta\dot{q} = \mathrm{d}(\delta q)/\mathrm{d}t$。此关系仅适用于上一脚注中介绍的合络坐标(*holonomic coordinates*, 即完整坐标)。

要指出，运动系统的拉格朗日量不唯一，但研究给定运动系统的各种拉格朗日量之间的关系并
Ref 201 不是本文的一部分。

顺带说一句，是数学家卡尔·雅可比(Carl Jacobi b. 1804 Potsdam, d. 1851 Berlin)在物理学中引入了表示位置的字母 q 和表示动量的字母 p 。

[2]* 这一理念被有影响力的哲学家伏尔泰(Voltaire, b. 1694 Paris, d. 1778 Paris)在其著作中嘲弄，尤其是他在 1759 年的杰作《老实人(*Candide*, 憨第德)》中，至今仍广为流传。

(译者注：亚里士多德在他的《物理学(第三章)》对运动做出的定义是：运动是潜在者(dynamei)的实现。这一理念终于以变分原理的形式得到了数学表达。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

拉格朗日量与运动

切莫混淆运动(movement)与动作(action)。

Ref 202 欧内斯特·海明威(Ernest Hemingway)

系统的演化使变化最小。变化量或动作量是拉格朗日量的时间积分。作为一种描述运动的方法，拉格朗日量相较于演化方程优点颇多。首先，拉格朗日量通常比相应的演化方程更简洁(*compact*)。例如，一个系统只需一个拉格朗日量，不论包含多少粒子。人犯的错会更少，尤其是符号错误，计算的时候就知道了。试着写写由若干弹簧-质量体组成的链条的演化方程，然后再用拉格朗日量推导一下，看看怎么样。(人们常研究这种系统，因为它在许多方面表现得像一条原子链。)我们很快还会遇到另一个案例：希尔伯特用拉格朗日方法，只用了几周时间就导出了广义相对论的运动方程，而爱因斯坦花了十年。

Challenge 457 e

此外，无论用什么坐标描述对象，都可以表示拉格朗日量。坐标不必是笛卡尔坐标，可以根据我们的需要，选择：柱坐标、球坐标、双曲坐标等等。实践中有些机械系统的行为过于复杂，无法用笛卡尔坐标描述，但用特定坐标却能快速计算。例如编程机器人手臂的运动，用关节角度作为非笛卡尔坐标，比用臂端位置的笛卡尔坐标更清晰，能大大简化计算。找到最经济的方法将机器人的手从一点移动到另一点，用角度变量更容易解决。

更重要的是，拉格朗日量使我们能够快速推导出系统的基本性质，即系统的对称性和守恒量。我们将很快了解这个重要的理念，并在此行全程常利用之。

Chapter 9: 拉格朗日量与对称

最后，拉格朗日函数可以推广到一切类型的相互作用。由于动能和势能的概念是普遍的，最少动作原理除了力学还能用于电学、磁学、光学；它也是广义相对论和量子理论的核心，使我们能很容易地将这两个领域与经典力学联系起来。

Ref 198

随着最少动作原理逐渐为人所知，人们将之应用于越来越多的问题。如今，从研究基本粒子碰撞，到编程 AI 机器人运动，拉格朗日方法被广泛应用。(Table 32 给出了一些例子。)尽管拉格朗日公式简单实用，但不要忘记，它与演化方程是等价的，既不更一般，也不更具体。尤其它不是对任何类型运动的解释，而只是一种不同的描述和观点。其实，寻找一条新的物理运动“定律”就是寻找一个新的拉格朗日量，这么说是有道理的，因为描述自然总是需要描述变化。自然界的变化总能由动作量和拉格朗日量来描述。

Challenge 458 s

最少动作原理指出，当运动的端点固定，特别是当它们的时刻固定，动作量要取最少的可能值。不太为人所知的是，反过来说也成立：如果动作量保持不变，也就是变化量保持不变，那么实际运动所用的时间是最长的可能值。你能证明吗？

Ref 203

Challenge 459 ny

最少动作原理并非对运动的解释，它们反而需要解释。不过，我们需要一些耐心。等到我们探索量子理论，自然界为什么遵循最少动作原理，以及是如何做到的，将变得很清楚。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 32 一些拉格朗日量。

系统	拉格朗日量	诸量
非相对论性自由粒子	$L=\frac{1}{2}mv^2$	质量 m 速率 $v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$
引力势中的粒子	$L=\frac{1}{2}mv^2-m\varphi(x)$	引力势 φ
弹簧-质量体系统	$L=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}kx^2$	伸长量 x 弹簧常数 k
弹簧-质量体系统在无摩擦桌面上	$L=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}k(x^2+y^2)$	弹簧常数 k 坐标 x,y
弹簧质量体链条(线性晶体原子链简单模型)	$L=\frac{1}{2}m\sum v_\mathrm{i}^2-\frac{1}{2}m\omega^2\sum_{\mathrm{i,j}}(x_\mathrm{i}-x_\mathrm{j})^2$	坐标 x_i 晶格频率 ω
相对论性自由粒子	$L=-c^2m\sqrt{1-v^2/c^2}$	质量 m 速率 v，光速 c

Figure 195 宇宙中的运动是受缚的或者说有界的(©Mike Hankey)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

运动有界

环顾天地，物质分布并不均匀。物质趋向于彼此接近，集聚成团，Figure 195 便
Ref 204 是典型。Figure 196 和 Table 33 列出了聚集体的一些主要示例。所有聚集体都有质量和尺寸。Figure 196 质量-尺寸图中的横纵轴均为对数其中有三条直线：$m \sim l$ 线从普朗克质量*[1]向上，通过黑洞，达到宇宙本身； $m \sim l^{-1}$线，从普朗克质量向下延伸至最轻的可能聚集体；$m \sim l^3$线，从原子向上延伸，经过日常物体，从地球到太阳。第一条线是黑洞极限，由广义相对论解释；后两条是聚集极限和一般物质线，由量子理论解释。*[2]

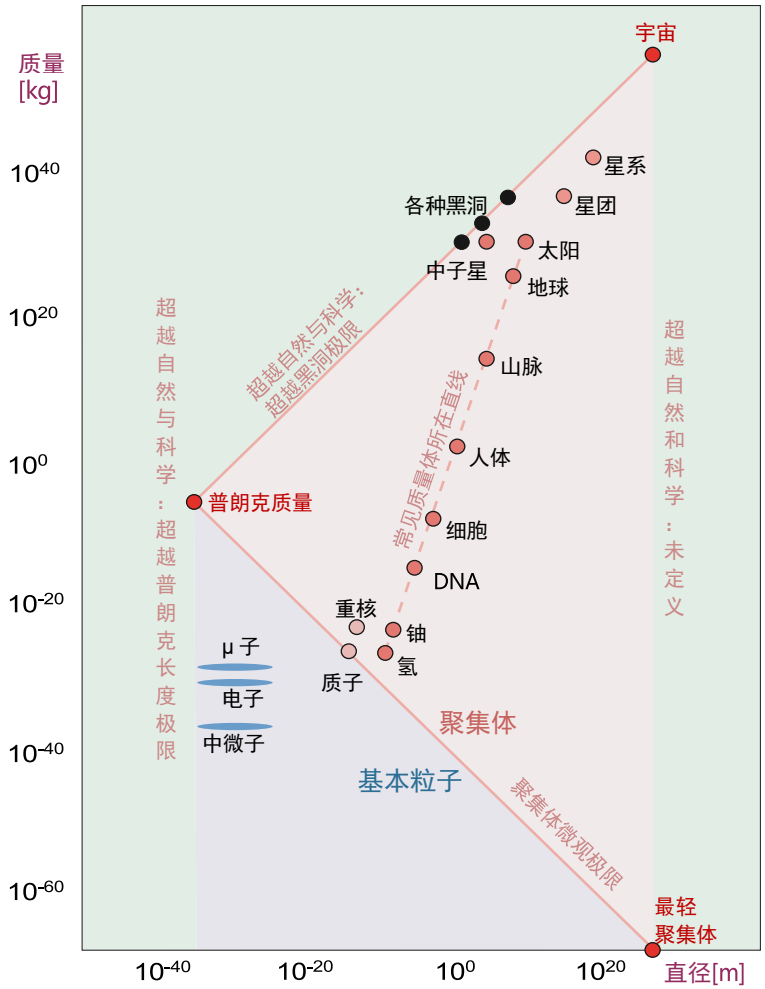


Figure 196 自然界中发现的基本粒子及其聚集体。

[1]* 普朗克质量 $m_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G} = 21.767(16)\ \mu\mathrm{g}$

[2]* Figure 196 似乎说存在超越物理的领域；但并非如此，因为质量和长度在这些区域无法定义。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 33 自然界中观察到的一些主要聚集体。

聚集体	尺寸(直径)	数量	组分
引力约束聚集体			
全宇宙的物质	*c.* 100 Ym	1	超星系团，氢氦原子
类星体(quasar)	10^{12} to 10^{14} m	$20\cdot10^{6}$	重子(baryon)与轻子(lepton)
超星系团	*c.* 3 Ym	10^{7}	星系群与星系团
星系团(cluster)	*c.* 60 Zm	$25\cdot10^{9}$	10 到 50 个星系
星系群(group)	*c.* 240 Zm		50 到 2000 以上个星系
本星系群	50 Zm	1	*c.* 40 个星系
一般星系	0.5 to 2 Zm	$3.5\cdot10^{12}$	10^{10} 到 $3\cdot10^{11}$ 颗恒星，尘埃与气体云，可能有恒星系统
本星系，银河系	1.0(0.1) Zm	1	10^{11} 颗恒星，尘埃与气体云，恒星系统
星际云	高至 15 Em	$\gg 10^{5}$	氢，冰，尘埃
恒星行星系统	未知	> 400	恒星，行星
太阳系 [a]	30 Pm	1	太阳，行星(冥王星轨道直径：11.8 Tm)，卫星，小行星，彗星，小星体，尘埃，气体
奥尔特云(Oort cloud)	6 to 30 Pm	1	彗星，尘埃
柯伊伯带(Kuiper belt)	60 Tm	1	小行星，彗星，尘埃
恒星 [b]	10 km to 100 Gm	$10^{22\pm1}$	离子气体：质子，中子，电子中微子，光子
本恒星，太阳	1.39 Gm		
行星 [a](如木星，地球)	143 Mm, 12.8 Mm	8+ >400	固体，液体，气体，尤其是重原子
小行星(planetoid)	50 to 1 000 km	> 100(est.10^{9})	固体
卫星(月球)	10 to 1 000 km	> 50	固体
中子星	10 km	> 1000	主要是中子
电磁约束聚集体 [c]			
矮(dwarf)行星 微(minor)行星 小星体(asteroid) [d]	1 m to 2400 km	> 10^{6}	通常是一整块固体
彗星(comet)	10 cm to 50 km	> 10^{9}	冰与尘埃
山川，固体，液体，气体，奶酪	1 nm to > 100 km	n.a.	分子，原子
动植物	5 μm to 1 km	$10^{26\pm2}$	各种器官，各种细胞
脑，人	0.2 m	10^{10}	各种细胞

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

聚集体	尺寸(直径)	数量	组分
细胞：		$10^{31\pm1}$	细胞器，膜，分子
最小(*Nanoarchaeum equitans*)	*c.* 400 nm		分子
阿米巴(amoeba)	*c.* 600 μm		分子
最大(鲸鱼神经，单细胞植物)	*c.* 30 m		分子
分子(molecule)：		$10^{78\pm2}$	原子
氢气(H_2)	*c.* 50 pm	$10^{72\pm2}$	原子
DNA(人)	2 m (每细胞内总长)	10^{21}	原子
原子(atom)，离子(ion)	30 pm to 300 pm	$10^{80\pm2}$	原子核，电子(electron)
弱相互作用约束聚集体 [c]			
无			
强相互作用约束聚集体 [c]			
原子核(nucleus)	0.9 to > 7 fm	$10^{79\pm2}$	核子
核子(nucleon)	0.9 fm	$10^{80\pm2}$	夸克(quark)
介子	*c.* 1 fm	n.a.	夸克
中子星：见前行			

a. 直到 1994 年，才首次发现对象围绕太阳以外的恒星旋转的证据；迄今发现的 5000 多颗太阳系外行星，大多是在 F、G、K 型恒星周围发现的，包括中子星。例如，有三个对象环绕脉冲星
Ref 205 PSR1257+12，有一个物质环围绕绘架座 β (β Pictoris)，这些对象似乎是暗星、褐矮星或像木星这样的大型气态行星。由于观测系统的局限性，迄今为止所发现的系统中没一个是我们能居住的，目前只发现的类地(Earth-like)行星也实在不多。

b. 太阳是 7%最亮的恒星之一。在所有的恒星中，80%是 M 红矮星，8%是 K 橙矮星，5%是 D 白矮星：它们都很弱。几乎所有在夜空中可见的星星都属于最明亮的 7%。其中一些是罕见的蓝 O 型或蓝 B 型(如角宿一(Spica)、轩辕十四(Regulus)、参宿七(Rigel))；0.7%为明亮的白 A 型(如天狼星(Sirius)、织女星(Vega)、牛郎星(Altair))；2%为黄-白 F 型(如老人星(Canopus)、南河叁(Procyon)、北极星(Polaris))；3.5%属于黄色 G 型(如南门二(Alpha Centauri)、五车二(Capella)、太阳)。例外情况包括少数可见的 K 巨星，如大角星(Arcturus)、毕宿五(Aldebaran)，以及罕见的 M 超巨星，如参宿四
Vol.II page 250 (Betelgeuse)、心宿二(Antares)。下一卷介绍更多星体信息。

Vol.V page 342 *c.* 有关微观的更多细节，请参阅复合体(composite)表。

Ref 206 *d.* 据估计，太阳系中有多达 10^{20} 个重量超过 100 kg 的小天体(小星体(asteroid)、流星体(meteoroid)、小行星(planetoid))。顺便说一句，到目前为止，还没有发现水星和太阳之间的小星体：假想的祝融星/火神星(Vulcanoids)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

常见物质线以外的聚集体还表明，使组分聚集在一起的相互作用越强，聚集体越小。但为什么物质大多结团呢？

首先，聚集体由对象之间吸引性(*attractive*)的相互作用形成；其次，它们由摩擦(*friction*)形成：彼此接近的组分要想聚集，必须把能量转化为热量并释出。第三，集聚体的尺寸有限，是因为有防止组分完全坍塌的排斥(*repulsive*)效应。这三个因素共同确保了在宇宙中，受缚运动比自由运动更为常见。

只有三种能导致聚集的吸引力：引力、电荷吸引力、强核相互作用。同样只观察到三种类型的排斥：旋转、压强、泡利不相容(之后会遇到)。所以有九种可能的吸引-排斥组合，但它们并不都出现于自然界。试试从 Figure 196 和 Table 33 中找出缺少哪些，以及为什么？

Vol.IV page 136

Challenge 460 s

吸引、摩擦、排斥，共同导致并维持了物体的集聚，同时使变化量或动作量被最小化。最少动作原理意味着集聚的稳定性。顺便说一句，形成历史也解释了为什么这么多的集聚体都在旋转。你知道为什么吗？

Challenge 461 s

但为什么会存在摩擦呢？又为什么存在吸引和排斥的相互作用？为什么在遥远的过去，物质并没有结团成块呢？为了回答这些问题，我们必须先研究运动的另一种全局性质：对称性。

奇趣挑战：拉格朗日量

最少动作原理作为一种数学描述源于莱布尼茨，他 1707 年就领悟了其效用。1746 年，莫培督重新发现并命名了它，他写道：

Chapter 5：莫培督生平

> Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la quantité d'action nécessaire pour ce changement est la plus petite qu'il soit possible.*[1]

1751 年，柯尼希(Samuel König)首次公开指正这一原理是莱布尼茨而非莫培督的功劳，他因言获罪，被普鲁士科学院开除，是时任科学院院长莫培督在暗中整他。这一阴谋也让“动作(action)”这个奇怪的术语留了下来。虽有此丑闻，但莱布尼茨的原理还是很快就流行开来，然后被欧拉、拉格朗日、哈密顿使用和推广。

**

动作最少的基本理念，即自然界尽可能懒惰，也被称为简约律(*lex parsimoniae*)。托勒密(Ptolemy)、费马(Fermat)、马勒伯朗士(Malebranche)、斯格拉维桑德(Willem Jacob 's Gravesande)都先后表达过这般理念。是莱布尼茨率先理解到其效力和描述一切运动的数学功用。

[1]* “当自然界发生某种变化，这种变化所需的动作(action)尽可能小。”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

1788 年，拉格朗日出版了《分析力学(*Mécanique analytique*)》，该著作乃力学史上的一座高峰，建立了变分原理的应用。他为没用一张图就写出了一部系统的力学论著而深感自豪。显然，这本书很难读而且销量也差。因此，他的方法又过了一代人才被广泛使用。

**

由于动作量是描述运动的基本量，我们可以把能量定义为单位时间的动作量，把动量定义为单位距离的动作量。如是，系统的能量是其时间变化率，动量是其空间(距离)变化率。角动量和转动能量呢？

Challenge 462 s

**

在伽利略物理学中，拉格朗日量是动能与势能之差。之后会推广这个定义，以加深我们对这个差值的理解：拉格朗日量是自由粒子项与相互作用项之差。换言之，粒子运动是持续的妥协折中(compromise)，是自由运动和其它粒子希望它如何运动的调和。(译者注：勒让德变换连接了拉格朗日量与哈密尔顿量。一般，哈密顿量确实是动能 $p^2/2m$ 加势能；但“拉格朗日量等于动能减势能”是经典特例，其实拉格朗日量是余动能(*complementary kinetic energy* or *kinetic coenergy*) $mv^2/2$ 减势能，不同之处将在相对论中显著。)

**

念力(telekinesis)或祈祷(prayer)对自然界是无效的，因为在大多数情况下，脑内的变化要比外部世界的变化小得多。这么说对吗？

Challenge 463 s

**

Challenge 464 ny 如何测量动作量？测量动作量的最佳装置或方法是什么？

**

Challenge 465 s 来解释一下：为什么 $T+U$ 是常数，而 $T-U$ 取最小？

**

在自然界中，动能与势能之和 $T+U$ 在运动过程中是恒定的(对于封闭系统)，而动作量是最小的。把这两则事实结合起来，可以推断系统趋向于势能最小的状态吗？

Challenge 466 s

**

Ref 207 还有种最小原理可用来理解动物体的构造，特别是它们的大小以及内部结构比例。例如脉搏和呼吸频率均随动物体质量m变化，正比于$m^{-1/4}$，耗散功率按$m^{3/4}$变化。结

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

果表明，这些指数由生物的三条性质决定。首先，生物体通过分支式血管网络，也就是用一些越分越小的管道，在生物体内传递能量和物质。其次，所有血管都具有相同的最小尺寸。第三，对网络进行优化，使传输所需的能量最小。这些关系也一起解释了许多标度规则：例如为什么动物寿命正比于$m^{-1/4}$，或者为什么大多数哺乳动物一生的心跳次数大致相同。

Chapter 4: 奇趣挑战：代谢

一种基于另类最小原理的解释指出，任何使流动以最直接(most direct path)的路径到达目的地的网络都会产生四分之一次幂。不过这有争议。

Ref 208

**

光线运动的最小原理更是美妙：光总是走最短时路径。如 Figure 197 所示，人们很久以前就知道，这则理念准确描述了光从空气入射水中会如何偏折。光在水中走得更慢；光在空气和水中的速率之比称为水的折射率(*refractive index*)。折射率通常记为 *n*，取决于材料。水的折射率约为 1.3。这个速率比加上短时原理，就能导出折射定律，即两个角度正弦之间的简单关系。你能推导吗？

Challenge 467 s

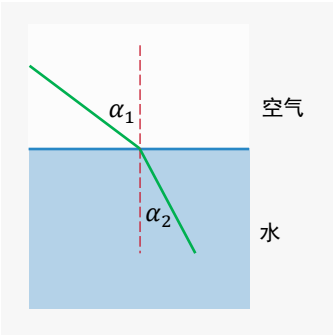


Figure 197 光的折射是由于时间优化(optimization)。

**

你能证明所有这些最小原理——树木生长，动物体内网络，光线运动——都是最少动作原理的特例吗？其实自然界所有已知最小原理，都跟最少动作原理一样，是变化最小原理。

Challenge 468 s

**

在伽利略物理学中，动作量的值取决于观测者的速度，不取决于其位置或取向。但是，定义良好的动作量不应依赖观测者。一切观测者应就观测到的变化量达成一致。只有狭义相对论能满足动作量独立于观测者速度的要求。如何定义相对论动作量？

Challenge 469 s

**

自大爆炸以来，宇宙中累积的变化量是多少？测量宇宙中正在发生的所有变化的前提是宇宙是一个物理系统。是这样吗？

Challenge 470 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

Ref 209 在自然界中，有种对我们很重要的动作被特地优化至最少：行走。有大量研究试图设计一种机器人，模仿人腿的节能和控制能力。例如，请参见 Tao Geng 的网站：cswww.essex.ac.uk/tgeng/research.html。

**

Challenge 471 d 试试这道积分挑战怎么样？

$$\int_0^{\varphi} \sec t \, \mathrm{d}t = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \tag{79}$$

**

滑板 U 池的理想形状是什么？“理想(ideal)”意味着什么？什么要求需要摆线(*cycloid*)？
Challenge 472 s 什么要求不能是摆线？

**

Chapter 4: 奇趣挑战：代谢
Challenge 473 e 如前所述，动物死亡是个物理过程，当动物消耗或代谢了约 1 GJ/kg 以后就会死去。试试看说明动物的总动作量正比于 $M^{5/4}$。

小结：动作量

系统以变化最小的方式运动。变化量，或动作量，是动能减势能的时间平均值。“运动使变化量最小”，这句话表达了运动的可预测性和连续性，还暗示着一切运动都是尽可能简单的。

系统以变化最小的方式运动。等价地，系统通过最大化两个状态之间的时间来运动。这两种说法都表明大自然是懒惰的。

系统以变化最小的方式运动。在接下来的几章中，我们将证明该命题暗含了日常运动的观测者不变性、守恒性、镜像不变性、可逆性和相对性。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 9

运动与对称

Am Anfang war die Symmetrie.*[1]

Ref 210 沃纳·海森堡(Werner Heisenberg)

第二种描述运动的全局方法是，用一切观测者都同意的方式描述运动。若对于不同观测者，观测结果都完全相同，我们称该观测结果为不变的(*invariant*)、绝对的(*absolute*)、对称的(*symmetric*)。若对于不同观测者，观测结果有所不同，我们称之为相对的(*relative*)。探索相对性意味着探索不变性和对称性。

Chapter 7：全局描述

▷ 对称(*symmetry*)是变化后的不变。

发生的变化，既可以是观测者的变化，或者说视点(viewpoint)变换；也可以是操作被观测系统本身。如 Figure 198 所示，我们说勿忘我花是对称的，因为它在旋转 72 度前后看起来一样，许多果树花都有同样的对称性。也可以说在某些视点变换下，花有某种性质未变，这性质即其形状。若有许多这样的可能视点，就说对称性高，少则是对称性低，例如四叶草的对称性高于三叶草。在物理学中，这些视点通常被称为参考系或译作参考架(*frame of reference*)。

我们常提到花朵、生活、建筑、艺术中的对称，通常指的是镜像对称、旋转对称、中心对称或某种组合，这些是几何对称(*geometric symmetry*)。与所有对称性一样，几何对称性意味着在特定操作变化下的不变性。人们早就找到了几何对称性的完备列表，Table 34 概述了其基本类型。Figure 199 和 Figure 200 给出了一些重要案例。其它几何对称性还包括交换颜色的颜色对称性(*colour symmetries*)，还有自旋群(*spin groups*)，自选群的对称对象不仅包含点，还包含自旋以及它们在旋转下的特殊行为。同样，分形的标度对称性(scale symmetry)与弯曲背景的变化的组合是对基本列表的扩展。

Ref 211

更高对称性意味着更多变化能让观测结果不变。乍一看，自然界似乎没有多少物体或观测结果是对称的：毕竟，在我们周围的自然界中，几何对称只是不常见的

Challenge 474 e

[1]* “太初有对称(In the beginning, there was symmetry.)”你同意该说法吗？对称性在寻求物理学统一的过程中误导了许多研究人员。也许海森堡的意思是说，起初存在简单性(*simplicity*)。不过，对称性和简单性之间有许多概念和数学差异。

(译者注：这里化用了《圣经·约翰福音》的第一句话：太初有**道** (בראשית היה הדבר / Εν αρχη ητο ο **Λογος** / In principio erat **Verbum** / Im Anfang war das **Wort** / In the beginning was the **Word**. / 在起初已有**圣言** / 太初に**言**あり)。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

特殊情况。但这是误见。相反，从我们有能力谈论自然这一简单事实，就能推断出自然作为一个整体是对称的！自然的对称性远高于勿忘我的对称性或 Table 34 中的任何其它对称性。这种高度对称性的结果之一是著名的表达式 $E_0 = c^2 m$。

Challenge 475 s

Figure 198
勿忘我(Forget-me-not)，也叫 *Myosotis*，具有五重对称性 (© Markku Savela)

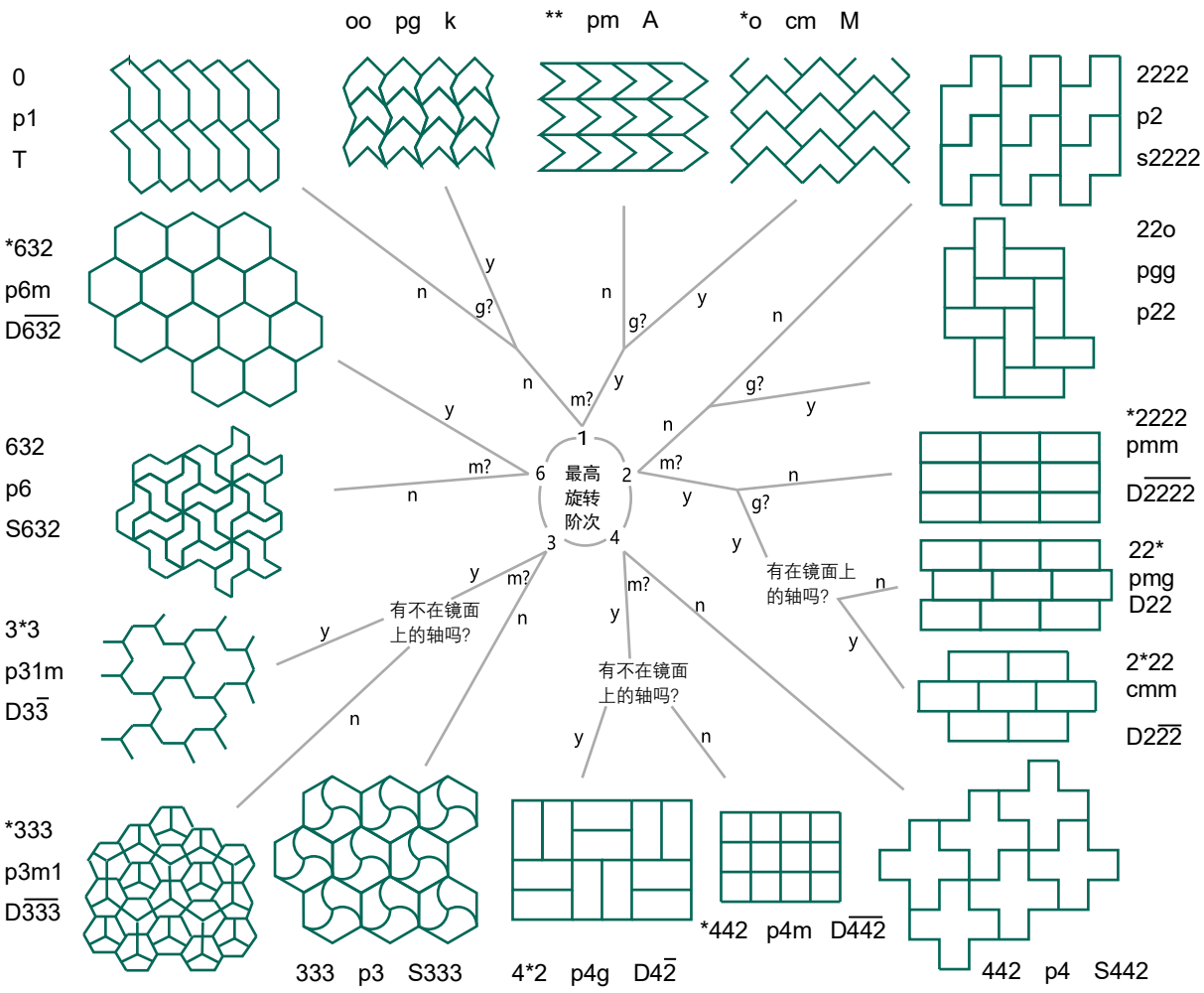
Table 34 简单几何对称的类型与数目。

维度数	重复体的类型	变换(群) 0 点群	1 线群	2 平面群	3 空间群
1	1 种行点阵	2 种群	2 种群	n.a.	n.a.
2	5 种平面网格或点阵: 正方(square) 长方(rectangle) 有心长方(centred rectangle) 斜交(oblique) 六角(hexagonal)	2 种群： 旋转(cyclic)群、 镜面(dihedral)群 或者说 10 种点群： $C_1, C_2, C_3, C_4, C_6,$ $D_1, D_2, D_3, D_4, D_6.$	7 种 饰带 (frieze)群	17 种 壁纸群 (wall-paper) (地板革群)	n.a.
3	14 种布拉菲(Bravais)格子： 3 种立方(cubic) 2 种四方(tetragonal) 4 种正交(orthorhombic) 1 种六方(hexagonal) 1 种三角(trigonal) 2 种单斜(monoclinic) 1 种三斜(triclinic)	32 种三维点群 也叫 空间点阵 也叫 晶体学点群	75 种 杆(rod)群	80 种 层群	230 种 晶体结构 也叫 空间群、 费多洛夫 (Fedorov)群 也叫 晶体学群

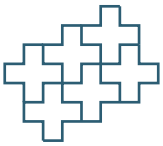
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

17 种壁纸图案及其快速识别法。

旋转对称轴最多有多少重，1, 2, 3, 4, 6？
镜像对称吗(m)？是否存在不可分解的滑移镜像对称性(g)？
镜面上有旋转轴吗?有不在镜面上的旋转轴吗?



每种图案都可以分别用三套符号系统进行标识：



442 康威–瑟斯顿(Conway-Thurston)符号
p4 国际晶体学联盟(IUCr)符号
S442 蒙特西诺斯(Montesinos)符号，如他在《经典镶嵌与三种流形(Classical Tesselations and Three Manifolds)》一书中所说

Figure 199 壁纸图案的可能对称性：壁纸群的完整列表，它们的常用名称，以及区分它们的方法(© Dror Bar-Natan)

(译者注：此图见 www.math.utoronto.ca/drorbn/Gallery/Symmetry/Tilings/Sanderson/index.html)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

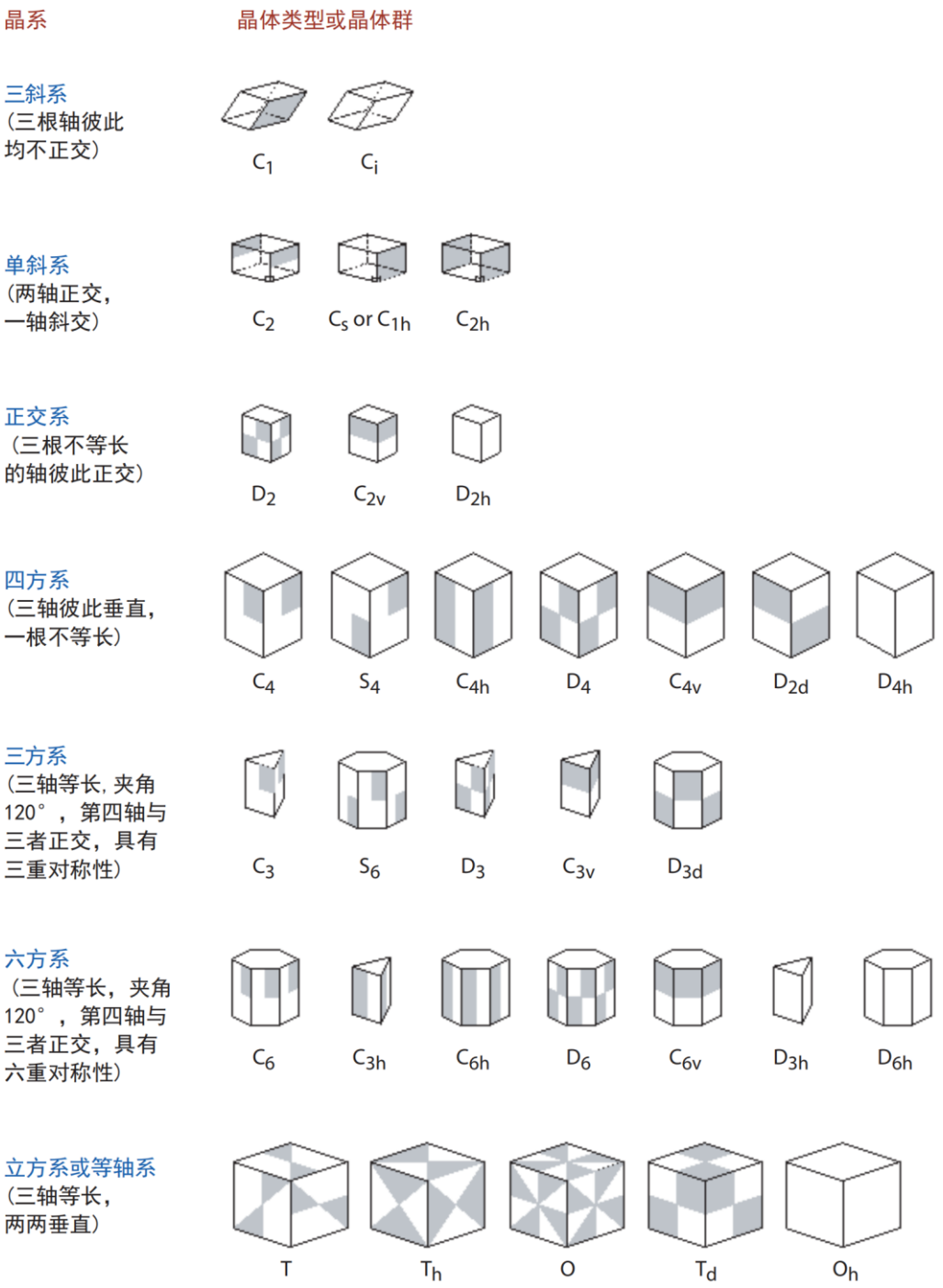


Figure 200 七大晶系：晶体中的晶胞，晶体学点群，晶体群，晶体类型的可能对称性的完整列表 (© Jonathan Goss, after Neil Ashcroft and David Mermin)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

为何我们能思议世界？

冥冥中的和谐比显现的更强。

Ref 212 赫拉克利特(Heraclitus of Ephesus, *c*.500 BCE)

我们不是别人，为什么却能理解别人所谈论的世界？这有两个原因：因为从不同的视点来看，大多数事情看起来确实颇为相似，而且我们大多数人都曾经有相似的经验。

“相似(*similar*)”意味着我们和其他人观测到的东西在某种程度上是一致的。换言之，观测结果的诸多要素并不取决于视点。例如，一朵花的花瓣数目对所有观测者来说都一样，我们可以说这个量有最高的对称性。下面我们将看到质量也是这样对称的量。在物理学中，具有最高对称性的可观测量被称为标量(*scalar*)。当然也有随观测者不同而变化的东西，例如，表观尺寸随观测距离而变，但实际大小与观测者无关。一般而言，

▷ 每一种视点无关性，都是一种对称性。

人们从不同视点看待同一事物而能相互理解，这证明自然界是对称的。我们从本节开始探索这种对称性的细节，并在接下来的大部分行程中继续探索。

我们在周遭世界中注意到另一种普遍性质：不仅同一现象在不同的观测者看来相似，而且不同的现象在同一观测者看来也相似。例如，火在厨房里有可能烧伤手指，火在房子外面、在任何其它地方、任何其它时间，也都有可能烧伤手指。大自然显示出可重复性，没有任何特立独行、出奇搞怪之事。其实之所以我们能记忆和思考，也是多亏了大自然的这一基本性质。(你能说明吗？)我们将要看到，可重复性也严格限制了对自然的描述。 Challenge 476 s

若是没有视点无关性和可重复性，就不可能与他人或自己交流。更重要的是，我们会发现视点无关性和可重复性不仅决定了彼此交流的可能性：它们也决定了我们彼此可以交流的大部分内容(但不是全部内容)。换言之，我们将看到，我们对自然的大部分描述都必须合乎逻辑，几乎没有选择。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

视点

Toleranz ... ist der Verdacht der andere könnte Recht haben.*[1]

库尔特·图霍夫斯基(Kurt Tucholsky, b. 1890 Berlin, d. 1935 Göteborg), 德国作家

Toleranz – eine Stärke, die man vor allem dem politischen Gegner wünscht.*[2]

Wolfram Weidner (b. 1925) 德国记者

当儿童开始接触人群，他很快就会发现某些经验是共同的，而梦境等另一些经验则不然。我们在此专注于第一种经验的一部分：物理观测，并将之进一步细分。我们日常习惯于假设重量、体积、长度、时间间隔都与观测者的视点无关。我们可以与任何人交流这些观测量，而且只要测量正确，就能对它们的值与人达成一致。也有一些量依赖于观测者。设想有人从我们正路过的一棵树上跳下来，他会说地面正在高速接近，而地面观测者会认为地面静止。显然，这些陈述之间的差异是由于视点不同。所以说物体速度(在这个例子中是地面或人的速度)的对称性比重量或尺寸低。并非所有观测者都认可速度或者方向的值。

不过，只要稍加努力，依赖视点的观测结果仍然可以被相互理解：每个观测者都可以设想从对方的视点观测，并检验设想的结果是否与对方的陈述一致。*[3]如果设想某视点的陈述与该处观测者的实际陈述一致，那么观测就是一致的，这时，陈述的差异只是由于视点不同造成的；否则，分歧就是根本性的，他们将无法达成一致或进行对话。来想想，人们的感受、判断或品味是否源于根本性差异。

Challenge 477 s

不变量(视点无关量)与相对量(视点相关量)之间的区别至关重要。不变量，如质量或形状，描述系统的内禀性质，而相对量，取决于观测者，构成系统的状态。所以，为了找到物理系统状态的完备描述，我们必须回答如下问题：

— 哪些视点是可能的？
— 如何变换不同视点的描述？
— 这些对称性承认哪些可观测量？
— 这些结果告诉我们关于运动的什么？

---

[1]* “宽容.....就是怀疑对方可能是对的。”

[2]* “人们主要希望政治对手是宽容的。”

Ref 213

[3]* 人类在大约四岁的时候就有能力想象他人可能处于与自己不同情况。在四岁之前，人类无法想象狭义相对论，但这之后，他们就可以了。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

目前，在我们对运动的探索中，我们所研究的第一种视点，随着位置、取向、时间和运动而不同。观测者可以相对于彼此静止、旋转、匀速移动或是加速。这些“具体的(concrete)”视点变化是我们首先要研究的。在这种情况下，要求不同观测者的观测结果一致，这种要求叫*相对性原理*(*principle of relativity*)。与这种不变性相关的对称性也称为*外在对称性*(*external symmetry*)。它们列于 Table 36 中。

Chapter 5:伽利略理论

第二类根本的视点变化涉及“抽象的”变化。视点可能因所用的数学描述而异，这种变化叫*规范*(*gauge*)变化，放在电动力学的部分中介绍。要求所有命题在不同的数学描述中保持一致，这种要求叫*规范不变性原理*(*principle of gauge invariance*)。相关的对称性称为*内在对称性*(*internal symmetry*)。

Vol.III page 85

第三类改变，关乎系统某些部分被交换前后的系统行为，其重要性或许在日常并不明显。相关的不变性称为*交换对称性*(*permutation symmetry*)，这是种离散的对称性，当我们探索量子理论时，我们将之作为一条基本原理。

Vol.IV page 112

这三条一致性要求被称为“原理”，因为这些基本命题非常强，几乎完全决定了物理“定律”，即决定了对运动的描述。我们稍后会发现，寻找对象状态的完备描述也会产生对其内禀性质的完备描述。好了，让我们来谈谈这个话题的核心吧。

Figure 201 一朵景天树/玉树/万年青/燕子掌(Crassula ovata)的花，展示出三组五元组结构：5 片花瓣(pletal)、5 根雄蕊(stamen)、5 支雌蕊(carpel) (© J.J. Harrison)

(译者注：照片之外，这种花的萼片(sepal)也是 5 对称结构，一朵花共有四组 5 对称结构。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对称性与群

我们正在寻找一份对运动的完备描述，故而需要理解和描述自然界的全部对称性。但什么是对称性呢？

若从不同视点观察一个系统，系统看起来一样，就说该系统是*对称的*(*symmetric*)或具有*对称性*(*symmetry*)，也说该系统具有视点变化下的*不变性*(*invariance*)。视点改变等价于系统的对称性操作或对称变换。如此，对称性是使系统保持不变之变换的集合。不过对称性不仅仅是个一般集合：连续应用两个对称操作得是另一个对称操作。也就是说：对称性是这样一种集合 $G = \{a, b, c, \dots\}$，它以变换为元素，配备着称为*拼接*(*concatenation*)或*乘法*(*multiplication*)的二元运算，记作“$\circ$”，读作“after”或“乘(times)”，对其所有元素 $a, b, c, \dots$ 都满足如下性质：

$$\begin{aligned} \text{结合性}(associativity) \quad & (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c) \\ \text{存在一个中性元素}(neutral\ element)\ e, \text{使得} \quad & e \circ a = a \circ e = a \\ \text{存在一个逆元素}(inverse\ element)\ a^{-1}, \text{使得} \quad & a^{-1} \circ a = a \circ a^{-1} = e \end{aligned} \tag{80}$$

任何满足这三条规定性或公理的集合都被称为*群*(*group*)。历史上，群是首次以完全抽象的方式定义的数学结构*[1]。你能举一个群的日常案例吗？我们将看到，群在物理学和数学中经常出现，因为对称性几乎无处不在*[2]。你能列出 Figure 202 图案的对称操作吗？

Challenge 478 s
Ref 214
Challenge 480 s

---

[1]* “群(group)”一词是由埃瓦里斯特·伽罗瓦(Evariste Galois, b. 1811 Bourg-la-Reine, d. 1832 Paris)提出的，其结构是由奥古斯丁·路易·柯西(Augustin Louis Cauchy, b. 1789 Paris, d. 1857 Sceaux)提出的；其公理化定义是由阿瑟·凯莱(Arthur Cayley, b. 1821 Richmond upon Thames, d. 1895 Cambridge)提出的。

[2]* 原则上，数学群未必是对称群，但可以证明，所有群都可以被视为适当定义的数学空间中的变换群，因此在数学中，我们可以互换使用术语“对称群(*semmetry group*)”和“群(*group*)”。

如果一个群的拼接操作是可交换的，即如果对于所有元素对 a 和 b 都有 $a \circ b = b \circ a$，则该群被称为*阿贝尔*(*Abelian*)群。在这种情况下，这种拼接有时被称为*加法*(*addition*)。旋转操作形成阿贝尔群吗？ Challenge 479 e

群 G 的子集 $G_1 \subset G$ 本身也可以是群，并称之为一个*子群*(*subgroup*)，并经常不大严谨地说 G 大于 G_1，或者 G 是比 G_1 更高(*higher*)的对称群。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

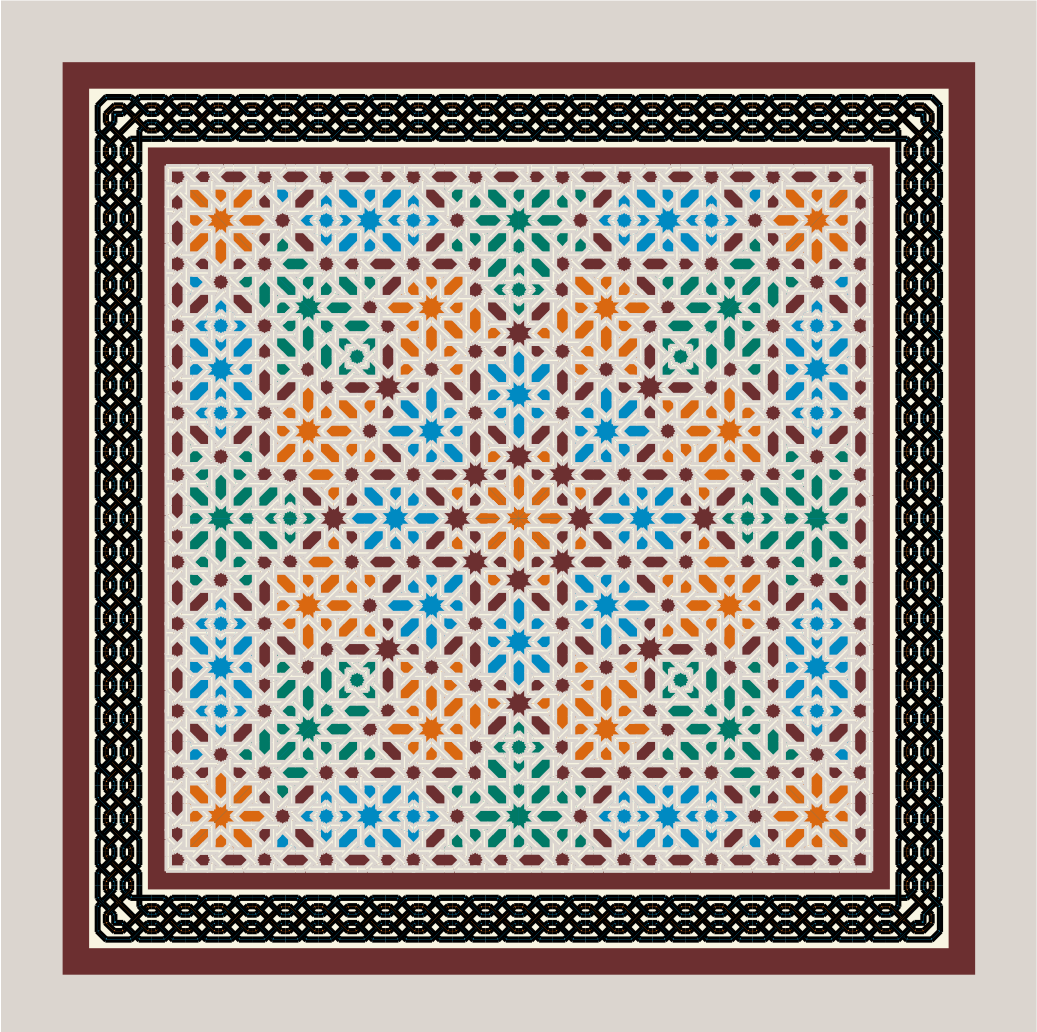


Figure 202 塞维利亚总督府的西班牙-阿拉伯装饰品 (© Christoph Schiller)

多元组

Challenge 481 e

观察 Figure 201 或 Figure 202 这种复合对称系统，其中的每个部分都与同它相似者构成集合(例如所有红色块构成一组)，这样的一个集合称为一个多元组(*multiplet*)。

▷ 对称系统的各个部分(part)或组分(component)，都可以根据其所属的多元组类型进行分类。

对于 Figure 202 中的一些色块，需要四个对象组成完整的一组，而另一些色块只需两个或一个，比如中间的星形。每个多元组的对称性都不低于整个系统的对称性。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如是，我们有两个挑战需要解决。首先，我们需要找到自然界的所有对称性。其次，我们要确定我们观察到的自然界每个部分所属的完整多元组。最重要的是，我们需要确定自然界中最小部分(即基本粒子)的多元组。

▷ 若一些部分在对称变换下变换为彼此，
则这些部分构成一个多元组(*multiplet*) *[1]。

表示

数学家常把抽象的多元组称为表示(*representation*)。我们通过明确一个部分或组件属于哪个多元组或表示，来描述该组件是整个系统的一部分。让我们看看这种分类是如何实现的。

在数学语言中，对称变换通常用矩阵来描述。例如，在平面中，沿第一对角线的反射(reflection)或镜面对称，由如下矩阵来表示(represente)

$$D(\text{refl}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{81}$$

Challenge 482 e

每个点 (x, y) 乘以矩阵 $D(\text{refl})$ ，都相应变换为 (y, x)，所以对数学家来说，一个对称群 G 的一个表示，就是为每个群元素 a 指定一个矩阵 $D(a)$，使得两个元素 a 与 b 之连接的表示，是这两元素之表示的乘积：

$$D(a \circ b) = D(a)D(b) \tag{82}$$

例如，式(81)，以及所有其它对称操作的矩阵，都有这种性质*[2]

---

[1]* 译者注：n 元组具体译名可根据语境变化，例如：doublet = 双重态、一对异体字、一对夫妇；triplet = 三重态、三连音、三胞胎；multiplet 在具体情境中也可以叫多重态等等。

[2]* 表示显然有些重要的附带条件：矩阵$D(a)$必须是可逆的(invertible)或说非奇异的(non-singular)，G的恒等运算(identity operation)必须映射到单位矩阵。更简要地说，表示是从 G 到非奇异或可逆矩阵群的同态(*homomorphism*)。如果矩阵D的行列式 det D 非零，则矩阵D是可逆的。

一般来说，如果从某个群G到另一个群G'的映射f满足

$$f\ (a \circ_G b) = f\ (a) \circ_{G'}\ f\ (b) \tag{83}$$

则该映射f称为同态(*homomorphism*)。同态映射f如果是一一映射(内射)(one-to-one (injective))且是到上映射(满射)(onto (surjective))，则称为同构(*isomorphism*)。如果一个表示也是内射的，它就被称为忠实的(*faithful*)、真实的(*true*)、适当的(proper)。

与群一样，更复杂的数学结构，如环(ring)、域(field)、结合代数(associative algebra)，也可以用恰当的矩阵类来表示。复数域的表示将在后面给出。

Vol.IV page 223

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对于每个对称群，一项重要任务是构造并分类其所有可能表示，这对应于对称系统中所有可能多元组的分类。因此，如果我们理解了 Figure 202 中出现的所有多元组和部分的分类，我们也就理解了如何将组成一个物体或一种运动情境的所有可能部件分类！

如果所有矩阵$D(a)$都是酉的(*unitary*,也译作幺正的)，则该表示 D 是酉的*[1]。物理学中出现的所有表示，除了少数例外，都是酉的：这个术语是最具限制性的，因为它指定了相应的变换是一对一的、是可逆的，这意味着一个观测者永远看不到比别的观测者更多或更少的东西。显然，若某观测者能与另一观测者交谈，那么后者也能与前者对话。幺正性(*unitary*)是自然系统之表示的自然性质。

多元组或表示的最后一则重要性质是其结构。如果一个多元组可以看作是由子多元组构成的，那么它就被称为可约的(*reducible*)，否则就是不可约的(*irreducible*)；表示也是如此。不可约表示显然不能进一步分解。例如，Figure 202 的对称群，通常
Challenge 483 e 称为 D_4，有八个元素。它具有一般、忠实、幺正、不可约的矩阵表示

$$\begin{pmatrix} \cos n\pi/2 & -\sin n\pi/2 \\ \sin n\pi/2 & \cos n\pi/2 \end{pmatrix} \quad n=0,1,2,3 \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (84)$$

该表示是个八元组(*octet*)。群 D_4 的不可约表示的完备列表还包括单元组(*singlet*)、二
Challenge 484 e 元组(*doublet*)和四元组(*quartet*)。你能全都找到吗？这些表示可以对图中出现的所有黑白色带以及所有彩色斑块进行分类。对称性最强的元素是单元组，对称性最弱的元素是四元组的成员。完整的系统也总是个单元组。

有了这些概念，我们现在可以更精确地讨论运动和运动系统了。

---

[1]* 对于矩阵 A 的运算：

A^T 是矩阵 A 的转置(*transpose*)，由$(A^T)_{ik} = A_{ki}$ 逐个元素定义。

A^*是矩阵 A 的复共轭(*complex conjugate*)，由$(A^*)_{ik} = (A_{ik})^*$定义。

$A^\dagger$是矩阵 A 的伴随(*adjoint*)，由 $A^\dagger = (A^T)^*$定义。

对于矩阵 A：

若 $A^T = A$，则称 A 为对称(*symmetric*)矩阵；$A^T = -A$ 叫反(*anti-*)对称或斜(*skew-*)对称；

若 $A^T = A^{-1}$，则 A 叫正交(*orthogonal*)矩阵；

若 $A^\dagger = A$，则称 A 为厄米(*Hermitean*)或自伴(*self-adjoint*)矩阵(在所有物理应用中，这两种矩阵都是同义的)，厄米矩阵具有实本征值；反(*anti-*)厄米矩阵的定义为 $A^\dagger = -A$；

若 $A^\dagger = A^{-1}$，称 A 为酉矩阵/幺正(*unitary*)矩阵。酉矩阵具有范数为 1 的本征值。与酉矩阵相乘，是做一一映射；由于物理系统的时间演化是从一个时刻到另一时刻的映射，因此演化往往是用酉矩阵来描述的。反(*anti-*)酉矩阵由 $A^\dagger = -A^{-1}$ 定义。

以上所有相应的映射都是一一映射(one-to-one mapping)。

若 $\det A = 0$，则 A 是奇异的(*singular*)，相应的向量变换不是一一的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

运动的对称与词汇

我们每天都在互相交谈关于运动之事。因此必能找到至少一种描述运动的不变量。我们已经知道那就是动作量，是对变化的度量。例如说点燃火柴这种变化，无论是在这里还是那里，无论朝这个方向还是朝那个方向，是今天还是明天，变化的程度都是一样。(伽利略式)动作量的值对每个静止观测者都相同，与他的取向或何时观测无关。

对称性使我们推断出，哪些多元组或表示能作为 Figure 202 的阿拉伯图案的组件。这种方法也必须适用于运动系统。Table 35 展示了如何对应。在阿拉伯图案的情况中，从各种可能的观察视点，我们推知带状物分为单元组、双元组等等；对于运动系统，与带状物相对应的组件是可观测量(*observable*)。我们观察到，自然界在许多不同的视点变化下都是对称的，我们可以按这个性质来分类所有可观测量。为此，我们首先需要获取所有视点变换的列表，然后推断出其表示的列表。

日常生活表明，在位置、取向、观测时刻发生变化后，世界不变，我们把这些性质称作空间平移不变性、旋转不变性、时间平移不变性。这些变换与阿拉伯图案的变换有两点不同：它们是连续的、是无界的。因此，它们的表示通常是无界的连续变量，它们是量(*quantities*)或大小(*magnitudes*)。换言之，

▷ 由于观测结果连续变化，所以必须用(实)数构造可观测量。

通过这种方式，我们推知为何数字对于任何运动的描述都是必要的。*[1]

由于观测者的取向可能不同，因此表示将是具有方向的数学对象。位置、取向、时刻变化前后的观测对称性，导致一切可观测量要么是“标量”、“矢量”，要么是更高阶的“张量”*[2]

▷ 标量(*scalar*)是对一切观测者都不变的可观测量。

标量对应于单元组。例如物体质量或电荷、两点间距离、视界距离等等。标量的可能值(通常)是连续的、无界的、无取向的。标量的例子还有某点的势、温度等等。速度显然不是标量，点的坐标也不是。你能举出更多的例子和反例吗？ Challenge 486 s

能量是个让人迷惑的可观测量。要是只考虑位置、取向和观测时刻的变化，它就是个标量。但如果考虑观测者速度的变化，能量就不是标量了。只有爱因斯坦将能量推广，使之对于运动观测者来说依然是标量，此前无人尝试。很快讲到关于这个问题的更多信息。 Vol.II page 65

Challenge 485 e

[1]* 与向量和高阶张量不同，只有标量能只取离散值，例如仅取+1 或-1。简言之，只有标量可能是离散的可观测量。

[2]* 到后面，旋量(spinors)也将添加到此列表中并完成此列表。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 任何具有大小和方向，并且在视点改变前后相对于环境“保持不变”的量，都是矢量(*vector*)。

例如，地板上两个固定点之间的箭头是个矢量，其长度对一切观测者来说都一样，其方向随观测者的不同而变化，但与环境无关。另一方面，一棵树与彩虹触地点之间的箭头不是矢量，因为当观测者改变，这个地方不会保持固定。

数学家说矢量是有向实体(entity)，在坐标变换前后保持不变。速度、加速度、场强，都是矢量(你能证明吗？)。矢量的大小是标量，对任何观测者来说都一样。顺便说一句，19 世纪一些实验的一个著名而令人困惑的结果是，光线的速度不是汽车速度那样的矢量，光束的速度不是伽利略变换的矢量*[1]。这个谜团很快就会解开。

Challenge 487 e
Vol.II page 15

张量(*tensor*)是广义的矢量。以惯性矩为例，它明确了角动量与角速度的关系：对于任何对象，角速度加倍，角动量也加倍；但若对象不是球体，则这两个矢量不平行。一般来说，如果任何两个矢量成比例(也就是一个矢量大小加倍，另一个矢量大小也加倍)但不平行，那么“比例因子”就是一个(二阶)张量。与所有比例因子一样，张量也有大小，张量有一个方向和一个形状(*shape*)：它们描述了该张量所关联的两个矢量的联系。矢量是具有大小和方向的最简单的量，张量是具有大小、方向和形状的最简单的量，其方向取决于两个选定的方向。正如矢量可以被视为有向箭头一样，对称张量(不是非对称张量)能可视化为有向椭球(*ellipsoid*)。*[2]你能再举个张量的例子吗？

Ref 215
Chapter 4：角动量
Figure 122 砖头转动
Challenge 489 s

Table 35 显示，在物理系统中，就像在西班牙-阿拉伯装饰中一样，我们总是必须区分整个拉格朗日量的对称性(对应于整个图案的对称性)与可观测量的表示(对应于图形组件的多元组)。由于动作量必须是标量，并且由于所有可观测量都必须是张量，因此拉格朗日量仅包含：组合起来形成标量的张量的和与积，也就是拉格朗日量只包含标量积及其推广。简言之，拉格朗日量总是形如

$$L = \alpha a_i b^i + \beta c_{jk} d^{\,jk} + \gamma e_{lmn} f^{\,lmn} + \cdots \tag{85}$$

---

[1]* 伽利略变换是在两名相对运动的观测者之间的视点变化。“伽利略变换”只是日常事态的一个术语，在日常生活中，即便速度不同，时间对每个人还都是一样的。这个术语由菲利普·弗兰克(Philipp Frank)于 1908 年提出，主要用于与狭义相对论中常见的洛伦兹变换做对比。

[2]* 秩 n 张量是秩 1 张量(即向量)和秩(n−1)张量之间的比例因子。向量和标量是秩为 1 和秩为 0 的张量。标量可以被描绘成球体，向量可以被描绘为箭头，对称秩 2 张量可以被描绘成为椭球。一般的非对称秩 2 张量可以唯一地分为解对称张量和反对称张量。反对称秩 2 张量对应于极向量(polar vector)。更高阶的张量对应着越来越复杂的形状。

对于每个观测者，矢量都具有相同的长度和方向；对于所有观测者，张量(秩为 2)都具有相同的行列式、相同的迹和相同的对角子行列式之和。

向量在数学上由一系列分量描述；张量(秩为 2)由分量矩阵描述。这样，张量的秩(rank)或阶(order)给出了可观测量的索引数量。你能证明一下吗？

Challenge 488 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

其中 a, b, c 等拉丁字母指标上下成对出现，表示求和(经常这样省略求和号，这叫爱因斯坦求和约定)。希腊字母表示常数。伽利略物理学中自由点粒子的动作量为

$$S = \int L \, \mathrm{d}t = \frac{1}{2} m \int v^2 \, \mathrm{d}t \tag{86}$$

这确是方才提到的形式。在我们研究运动的过程中，还会遇到许多其它案例。*[1]

Chapter 5:伽利略理论

伽利略已经明白，在不同速度视点的变化下，运动是不变的。但刚才给出的动作量并没有反映这一点。找到正确的推广属实花了些年头，直到狭义相对论才给出。但在我们研究狭相之前，我们先要完成当前的主题。

Table 35 装饰、花朵和运动的对称性之间的对应关系。

系统	西班牙阿拉伯图案	花朵	运动
结构与组件	色带色块的集合	花瓣花蕊的集合	运动路径与可观测量
系统对称性	图案对称性	花朵对称性	拉格朗日量对称性
对称群的数学描述	D_4	C_5	位置, 取向, 时刻, 速度变化的伽利略对称性
不变量	多元组成员数目	花瓣数	坐标数, 标量, 矢量, 张量
组件的表示	元素的多元组类型	组件的多元组类型	张量、标量、矢量
最高对称表示	单态	部分的旋转对称	标量
最简忠实表示	四元组	五元组	矢量
最低对称表示	四元组	五元组	无限(无限秩张量)

[1]* 顺便一问，通常的观测视点列表(即不同位置、不同观测时刻、不同取向、不同速度)，对于动作量(86)是否完备无遗？答案是否定的。1972 年，尼德尔(Niederer)成为首先注意到这事的人之一。通过研究点粒子的量子理论，他发现伽利略自由点粒子的动作量在其它一些变换下也是不变的。若两个观测者分别使用坐标 (t, x) 和 (τ, ξ)，则动作量(86)在如下变换下不变

Ref 216

Challenge 490 ny

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{r}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}t}{\gamma t + \delta} \quad \text{以及} \quad \tau = \frac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta} \quad \text{其中} \quad \boldsymbol{r}^T \boldsymbol{r} = \mathbf{1} \, , \alpha\delta - \beta\gamma = 1 \tag{87}$$

其中，张量 $\boldsymbol{r}$ 描述了两个观测取向间的旋转，$\boldsymbol{v}$ 是两个观测者的相对速度，$\boldsymbol{x_0}$是零时刻两个原点之间的矢量。该群包含了两个重要的特殊变换：

$$\begin{aligned} \text{连通(connected)静态(static)伽利略群} \quad & \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{r}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}t \quad \text{以及} \quad \tau = t \\ SL(2, R)\text{变换群} \quad & \boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{x}}{\gamma t + \delta} \quad \text{以及} \quad \tau = \frac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta} \end{aligned} \tag{88}$$

后面这个三参数群涉及空间反演、膨胀/拉伸(*dilation*)、时间平移以及一组时间相关的变换，如$\xi = x/t$、$\tau = 1/t$，称为扩张/扩展/展开(*expansion*)。膨胀和扩展很少被提及，因为它们只是点粒子的对称性，不适用于日常对象和系统。不过，稍后它们将再次变得重要。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

可复现性·守恒·诺特定理

我将把我的质量、电荷和动量留给科学。

Graffito

观测结果的可复现性(reproducibility)，即时刻变化前后的对称性，或“时间平移不变性”，是一种视点无关性。(这并不显然；你能找到它的不可约表示吗？)这种联系有几个重要的结果。我们已经看到对称意味着不变性。而对于连续对称性，如时间平移对称性，如下说法更精确：

Challenge 491 ny

▷ 拉格朗日量的任何连续对称性，都对应一种运动守恒量(*conserved constant of motion*)，反之亦然。

这种联系的精确公式就是诺特定理(*Noether's theorem*) *[1]。1915 年，她在帮助挣扎和竞争于构建广义相对论的爱因斯坦和希尔伯特时发现了这一结果。该结果适用于任何类型的拉格朗日量。

Ref 217

诺特研究了依赖于连续参数 b 的连续对称性。如果动作量 S 不依赖于 b，则视点变换是对称的。例如，若将位置变换为

$$x \mapsto x + b \tag{89}$$

而动作量

$$S_0 = \int \big(T(v) - U(x)\big)\mathrm{d}t \tag{90}$$

保持不变，即 $S(b) = S_0$。这意味着

$$\frac{\partial T}{\partial v} = p = \text{const} \tag{91}$$

简言之，位置变化的对称性意味着动量守恒。反之亦然。

Challenge 492 e

在观测时刻的对称中，我们发现

$$T + U = \text{const} \tag{92}$$

换言之，时间平移不变性意味着能量恒定。反之亦然。

1* 埃米·诺特(Emmy Noether, b. 1882 Erlangen, d. 1935 Bryn Mawr) 数学家。该定理只是她职业生涯的一条支线，她主要致力于数论。该定理也适用于规范对称性，它指出，每个规范对称性都对应一个运动方程的恒等式，反之亦然。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

连续对称的守恒量也被称为诺特荷(*Noether charge*)，在理论物理中，荷(*charge*)一词用于表示守恒广延可观测量。所以，能量和动量都是诺特荷，“电荷”、“引力荷(即质量)”、“拓扑荷”也都是常见的例子。旋转不变性的守恒荷是什么？

Challenge 493 s

我们注意到，“能量守恒”这一表述有多种含义。首先，这意味着单个自由粒子的能量在时间上恒定。其次，这意味着任何数量的独立粒子的总能量都是恒定的。最后，这意味着相互作用的粒子构成的系统，其能量随时间恒定。碰撞就是最后一种情况的案例。诺特定理同时指出了所有这些，你可以用相应的拉格朗日方程来验证。

Challenge 494 e

诺特定理也提出，或者说是复现了一则更有力的命题：如果能量不守恒，就无法定义时间。我们在介绍物体、状态和环境的概念时就注意到，对自然的整个描述都需要守恒量的存在。例如，我们将对象定义为不变实体，即以守恒量为特征的实体。我们还看到，之所以能引入时间，是因为自然界“不出奇”。诺特定理准确指出了这种“出奇(*surprise*)”就是：能量不守恒。我们从未观察到能量跃变，即使在量子水平上也没有。

Chapter 1

Chapter 7: 天下无奇

对称性对于描述自然非常重要，Table 36 概述了我们将遇到的所有自然对称性及其主要性质。除了那些被标记为“近似”的，若用实验证明其余任何一个是错的，都会是巨大的奇闻，发现者必将名垂青史。还有关于其它对称性的各种猜测，但目前所有这些猜测都被证明是错的。对称性列表也是科学家所做的普遍命题的列表。例如，当说“所有的石头都会下落”，这句话暗示了时间和空间平移不变性的存在。若有哲学家对逻辑归纳(*induction*)感兴趣，这个列表对他也很重要。

Table 36 已知的自然界对称性及其性质；也是物理学中使用逻辑归纳的完整列表。

对称性	类型 [参量数目]	动作量空间	群拓扑	可能表示	守恒量或荷	真空对称/物质对称	主要效应
几何对称性，或时空对称性，外在对称性							
时间平移 空间平移	$R\times R^3$ [4 参]	空间，时间	非紧	标量，矢量	动量，能量	是/是	日常
旋转	SO(3) [3 参]	空间	S^2	张量	角动量	是/是	日常
伽利略变速变换	R^3 [3 参]	时空	非紧	标量，矢量，张量	质心速度	是/低速	运动相对性
洛伦兹	齐次李群 SO(3,1) [6 参]	时空	非紧	张量，旋量	能动张量 $T^{\mu\nu}$	是/是	光速恒定
庞加莱群 ISL(2,C)	非齐次李 [10 参]	时空	非紧	张量，旋量	能动张量 $T^{\mu\nu}$	是/是	

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对称性	类型 [参量数目]	动作量空间	群拓扑	可能表示	守恒量或荷	真空对称/物质对称	主要效应
Dilation 不变	R^+ [1 参]	时空	射线	n 维连续体	无	是/否	无质量粒子
狭义共形不变	R^4 [4 参]	时空	R^4	n 维连续体	无	是/否	无质量粒子
共形不变	[15 参]	时空		无质量张量，旋量	无	是/否	光锥不变性
动力学的，相互作用相关的对称性：引力							
$1/r^2$ 引力	SO(4) [6 参]	构型空间	SO(4)	矢量对	中心指向	是/是	闭合轨道
微分同胚不变	[∞参]	时空		时空	局域能动张量	是/否	近日点漂移
动力学的，经典与量子力学的运动对称性							
宇称(空间)反演 P	离散	希尔伯特或相空间	离散	奇, 偶	P-宇称	是/否	存在镜像世界
运动(时间)反演 T	离散	希尔伯特或相空间	离散	奇, 偶	T-宇称	是/否	可逆性
电荷共轭 C	全局, 反线性, 反厄米	希尔伯特或相空间	离散	奇, 偶	C-宇称	是/否	存在反粒子
CPT	离散	希尔伯特或相空间	离散	偶	CPT-宇称	是/是	使场论可能
动力学的，相互作用相关的，规范对称性							
电磁经典规范不变	[∞参]	场空间			电荷	是/是	无质量光子
电磁量子力学规范不变	阿贝尔李群 U(1) [1 参]	希尔伯特空间	圆 S^1	场	电荷	是/是	无质量光子
电磁对偶	阿贝尔李 U(1)[1 参]	场空间	S^1	抽象	抽象	是/否	无
弱规范	非阿贝尔李 SU(2) [3 参]	希尔伯特空间	SU(3)	粒子	弱荷	否/近似	
色规范	非阿贝尔李 SU(3) [8 参]	希尔伯特空间	SU(3)	有色夸克	色	是/是	无质量胶子

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对称性	类型 [参量数目]	动作量空间	群拓扑	可能表示	守恒量或荷	真空对称/物质对称	主要效应
手征对称性	离散	费米子	离散	左,右	螺旋度	近似	“无质量”费米子 [a]
置换对称性							
粒子交换	离散	福克空间等	离散	费米子和玻色子	无	n.a./是	吉布斯佯谬

Vol.III page 320 有关对称性和归纳法之间联系的详细信息，请参阅后文。

表中术语的解释将在本文的其余部分完成。

R 表示实数。

a.仅为近似，“无质量”是指 $m \ll m_{\mathrm{Pl}}$，即$m \ll$ 22 μg。

宇称反演与运动逆转

Table 36 的对称性中，有两种所谓的离散(*discrete*)对称性对讨论运动很重要。

第一种是空间反演前后，对象或过程的宇称不变性(*parity invariance*)，也称为镜像不变性或左右对称性。对象和过程都可以是镜像对称的。单只手套或一把剪刀不是镜像对称的。你的左右手分别能把石子扔多远？大多数人都更习惯用某一只手，两只手差异非常明显。大自然有这样的左右偏好吗？日常的答案很明确：任何存在或发生的事物，也都可能以镜像方式存在或发生。

许多精密实验已经检验了镜像不变性，表明

▷ 由引力或电磁引起的每个过程都能以镜像方式发生。

没有例外。你瞧，有些人的心脏在右边、有左旋蜗牛、有些行星会反向自转或反向公转，虽与多数者互为镜像，但并不更加特殊。引力和电磁所支配的天上地下的一切过程，都是镜像不变的(*mirror-invariant*)。我们也说引力和电磁是宇称不变的。我们之后会发现，某些罕见过程宇称不守恒，它们不是出于引力或电磁，而是出于弱核相互作用。 Vol.V page 245

镜像对称有两种表示：例如自身呈镜像对称的对象叫“+ 或 单元组(singlet)”， 一对手性对象则称“− 或 双元组(doublet)”。镜像对称性也把标量分为温度这样的真标量与磁通量或磁荷那样的赝标量(*pseudo-scalar*)。真标量在镜面反射前后不会变号，而赝标量会。同样，可以区分速度这种真矢量或极(*polar*)矢量，与角速度、角动量、扭矩、涡度、磁场这样的赝矢量或轴(*axial*)矢量。(你能举个赝张量的例子吗？) Challenge 495 ny

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

还有种离散对称是*运动逆转/运动反演*(*motion reversal*)，有时也被误称为“时间逆转/时间反演”。现象会反向发生吗？正反运动是否沿着同样的路径？这个问题并不简单。研究发现，引力运动总能逆向发生。(运动逆转中的可观测量也用+或–表示。)而对于电磁引起的运动，例如原子在气体、固体和液体中的行为，这个问题更为复杂。破碎的物体可以复原吗？我们将在热动力学部分讨论这个问题，尽管出现了相反的情况，我们仍将得出相同的结论：

▷ 由引力或电磁引起的一切运动都能逆向发生。

运动逆转是由引力和电磁相互作用引起的一切过程的对称性。日常运动也是可逆的。当然，某些更罕见的核过程还是将提供例外情况。

相互作用对称

我们观察一个自然系统的时候往往会忽略其所处环境。许多过程的发生确实独立于周围的其它事情。这种独立或者无关也是对称的。考虑到观测对环境细节的独立性，我们推断系统与环境之间的相互作用随距离的增加而减弱。特别是，我们推断，对于遥远的物体，引力、电、磁的吸引与排斥都必须为零。你能证明吗？ Challenge 496 e

规范对称也是一种相互作用对称，我们将在量子物理学的探索中与它邂逅。从某种意义上说，这种对称性是相互作用随距离减弱的更具体的情况。

奇趣挑战：对称性

左右对称性是日常生活中的一条重要性质，例如说人们更喜欢高度左右对称的面孔，也更喜欢墙上的物体具有左右对称的形状。事实证明，眼睛和大脑都内置了对称检测器。它们可以检测到与完美左右对称的偏差。

**

如果四只乌龟从正方形的四个角出发前进，速率相等而恒定，速度方向总是朝着下一只乌龟，那么它们走出的路径是什么？他们走过的距离会有多远？ Challenge 497 s

**

Challenge 498 s 简单振动的对称性是什么？一列波的呢？

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 499 s 哪些系统的运动逆转是对称变换？

**

Challenge 500 s 连续旋转的对称性是什么？

**

Challenge 501 s 球体有一个惯性矩张量，其对角线上是三个相等的数。立方体也是如此。你能通过旋转行为区分球体和立方体吗？

**

Challenge 502 s 自然界中有完美对称的运动吗？

**

你能证明在二维空间中，有限对象只能具有旋转和反射对称性，而无限对象还可以有平移和滑移反射对称性吗？你能证明对于二维有限对象，如果不存在旋转对称性，则只有一个反射对称性吗？且所有可能的旋转总是围绕同一个中心？你能由此推断出，
Challenge 503 e 在所有对称的有限二维对象中，至少有一个点是不变的吗？

**

Challenge 504 s 20 世纪的什么寻常之物有七重对称性？

**

一道关于缺乏对称性的小谜题。有种锐角三角形，其三个角彼此相差至少 15 度，与
Challenge 505 e 直角相差也至少 15 度。证明这种三角形只有一个，并解出其三个角度。

**

你能证明在三维空间中，有限对象只能具有旋转、反射、反演、旋转反演对称性，而无限对象还可以有平移、滑移反射、螺旋对称性吗？你能证明对于三维有限对象，如果不存在旋转对称性，则只有一个反射平面吗？对于所有反演或旋转反演，中心必须位于旋转轴上或反射平面上？你能由此推断出，在所有对称的有限三维对象中，至少
Challenge 506 e 有一个点是不变的吗？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

小结：对称性

对称，是变化中的不变。最简单的对称性是几何对称性，例如花朵的点对称性或无限晶体的平移对称性。一切能使系统保持不变的变化，即系统的所有可能的对称变换，形成一个数学群。除了几何对称群，还有一些运动对称群。

运动是普遍的。任何普遍性命题都含藏对称性。自然界的可复现性与可预测性暗含诸多基本的连续对称性。单从我们能够谈论自然这件事，我们就可以推断出，自然界在时间和空间的平移和旋转下是对称的。时空对称性形成一个群。更确切地说，它们形成了一个连续对称群。

从自然界的连续对称性出发，利用诺特定理，我们可以推导出“守恒荷”，就是能量、线动量、角动量等等，它们由实数来描述。换言之，质量、空间和时间的定义，以及它们的对称性，等价于能量和动量的守恒。守恒与对称是表达自然界同一种性质的两种方式。简言之，我们能够谈论自然，就意味着能量、线动量和角动量是守恒的，并由数来描述。

运动还有两种基本的离散对称性：第一，日常观测结果是镜像对称的；第二，许多简单运动在运动逆转下是对称的。

系统与其周围环境的隔离性，意味着相互作用在遥远距离处必定没有影响。自然界对称性的完整列表还包括规范对称性、粒子交换对称性和某些真空对称性。

运动的一切要素，就像对称系统的一切组分一样，可以通过它们的对称行为进行分类，即通过它们所属的多元组或表示来分类。因而可观测量可以是标量、矢量、旋量、张量。

阐述自然“定律”(即写出物理系统的拉格朗日量)的一种有效方法是先寻找完整的自然对称性。这对振动、波动、相对论、量子物理、量子电动力学都有帮助。我们将在整段旅程中使用这种方法。在我们奇遇的最后一部分，我们将发现一些比相对性和相互作用更令人难以置信的对称性。不过，在下一节中，我们将继续讨论对运动进行全局描述的下一种方法。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 10

广延体的简单运动：振动与波动

变化，是自然界的基本要素，周期性变化在我们周遭很常见。我们日常总要观察振动与波动：没有它们，我们将眼不能见、耳不能闻、口不能言。探索振动与波动，是我们奇遇中的有一种描述运动的全局方法，实用而美丽。

振动

振动是往复变化，是*循环的*(*cyclic*)或说*周期的*(*periodic*)变化。我们之前将动作和变化定义为拉格朗日量的积分，将拉格朗日量定义为动能与势能之差，这两种能量在振动系统中周期性地互相转化。自然界中最简单的振动系统之一是附着在线性*弹簧*(*spring*)上的质量体。质量体位置 x 的拉格朗日量为

Chapter 8

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2 \tag{93}$$

其中 k 是表征弹簧的量，即所谓的劲度系数或者弹簧常数。该拉格朗日量可以追溯到十七世纪的罗伯特·胡克。你能证明该表达式吗？

Challenge 507 e

如 Figure 203 所示，拉格朗日量(93)产生周期性运动，描述了弹簧长度随时间的*振动*(*oscillation* 或 *vibration*)，其运动规律与小振幅单摆完全相同。这种运动叫*谐运动*(*harmonic motion*)，因为以该模式快速振动的物体会产生纯净和谐的乐音。(产生最纯净谐波的乐器是长笛(transverse flute)，它给出了“谐音”的理想听感。)

这种谐振动也叫线性振动，其如 Figure 203 所示的图像称为*正弦曲线*(*sine curve*)，可以被视为一切振动的基础。自然界中所有其它非谐振动都可以由谐振动(即正弦曲线)组合而成，我们稍后会看到。任何谐振动的量 $x(t)$ 都由三个量描述：*振幅*(*amplitude*)A、*角频率*(*angular frequency*) ω 、*相位*(*phase*) φ ，即

Figure 205

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{94}$$

振幅和相位取决于振动初始条件，而角频率 ω 是系统的固有性质。来证明一下，对于附着在弹簧上的质量体，我们有 $\omega = 2\pi f = 2\pi/T = \sqrt{k/m}$ 。

Challenge 508 s

每个谐振动都如是仅由三个量来描述：振幅、频率、相位。Figure 205 所示的相位区分了相同振幅和周期的振动，相位由振动的初始条件给出。

Table 37 列出了一些观测到的振动频率。Figure 203 显示了谐振与假想旋转的关系。因此，相位最好用 0 到 2π 之间的角度值来描述。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

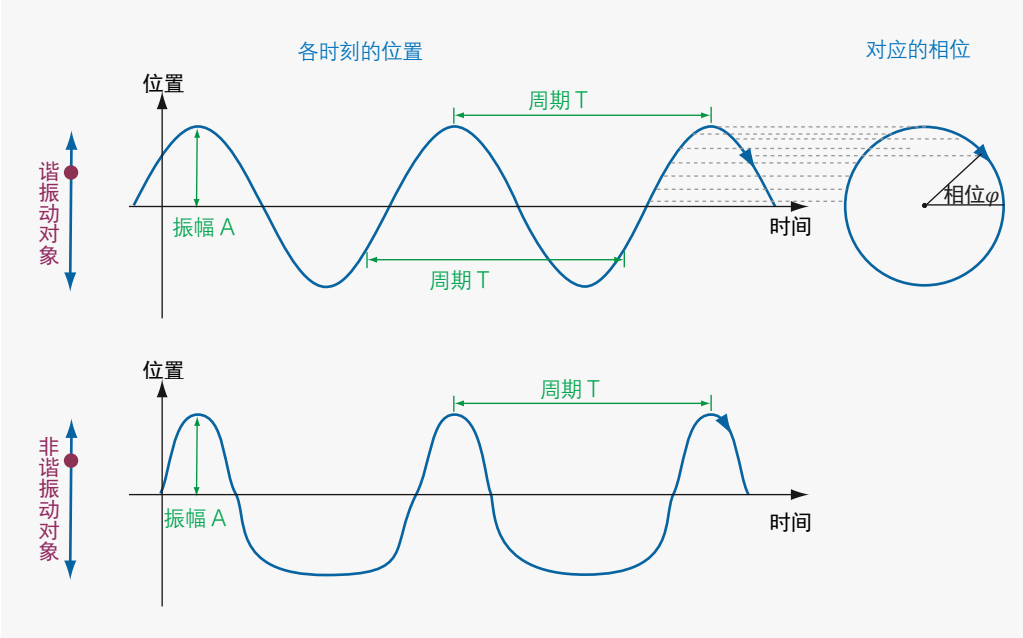


Figure 203 位置如何随时间变化，及其与旋转的关系：上图是最简单的振动，线性振动或谐振动；下图是一例非谐振动。

阻尼

每种振动都不断将动能与势能来回转化，周而复始。潮汐、摆动、无线电接收器都是如此。许多振动随时间衰减：它们被阻尼了(*damped*)*[1]。阻尼(*damping*)大的系统用于避免振动，如汽车中的减震器；阻尼小的系统可用于制造长久运行的精密时钟。对阻尼最简单的度量，是系统振幅减小到原始值的 $1/e \approx 1/2.718$ 所需的振动次数，这个特征数就是所谓的 Q 因子，以“品质因子(*quality factor*)”的缩写命名。较差的 Q 因子能比 1 还小，而极好的 Q 因子则比 100000 更大。(若给定某阻尼振动的 Q 因子，你能写出一个简单的拉格朗日量吗？)在自然界中，阻尼振动通常不会保持恒定的频率，不过单摆的频率高精度恒定，因为单摆频率并不明显依赖振幅(只要振幅小于约 20°)。所以单摆被用作机械钟的振子(oscillator)。

Challenge 509 ny

精良时钟的振动，不仅必须表现出较小的阻尼，还必须与温度无关、对其它外部影响也不能敏感。二十世纪的一大发展就是引入石英晶体作为振子。几粒沙子大小的工艺石英晶体，在被施加电信号后产生的振动，对温度的依赖性很小，Q 因子很大，能耗很低，因此可以由小型电池驱动。石英振子的内部如 Figure 204 所示。

[1]* 译者注：尼[动词]阻碍，停止。如《孟子·梁惠王下》：行或使之 止或尼之；《稗编·卷二十一》：人之从善 当奖劝之 而不可以阻尼；《国民之薪胆》：英国亦以扬子江铁路问题相为尼阻。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

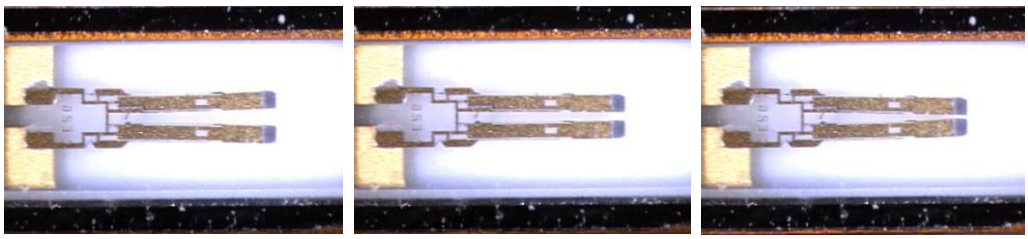


Figure 204 商用石英振荡器的内部，尺寸几毫米，以高振幅驱动 (QuickTime film © Microcrystal)
译者注：本视频可在英文原版查看。

Table 37 自然界中的一些声音频率值。

观测	频率值
黑洞发出的声音在气体中的频率	*c*. 1 Hz
太阳振动频率的测量精度	低至 2 nHz
太阳的振动频率	低至 *c*. 300 nHz
干扰引力辐射探测的振动频率	低至 3 μHz
地球的最低振动频率 Ref 218	309 μHz
胃和内脏器官的共振频率(产生“腹鸣”)	1 to 10 Hz
常见音乐节拍	2 Hz
放屁鱼(鲱鱼)放屁交流的频率	*c*. 10 Hz
扬声器(号筒;电磁;压电;驻极体;等离子体;激光)的声音	*c*. 18 Hz 至 150 kHz 以上
年轻人可以听到的声音	20 Hz 至 20 kHz
电器的嗡嗡声，取决于国家标准	50 或 60 Hz
成年男性说话的声音基频	85 Hz 或 180 Hz
成年女性说话的声音基频	165 Hz 至 255 Hz
音符“A”或“la”的 ISO 16 标准音高 (以及许多国家电话线信号)	440 Hz
管弦乐队使用的音符“A”或“la”的常见值	442 Hz 至 451 Hz
最小的飞虫拍打翅膀	*c*. 1000 Hz
金领娇鹟(*Machaeropterus deliciosus*)羽毛产生的声音基频	1 至 1.5 Hz
蟋蟀的声音基频	2 kHz 至 9 kHz
石英振子的频率	20 kHz 高至 350 MHz
蝙蝠所用的声呐	高出 100 kHz
海豚使用的声呐	高出 150 kHz
超声成像使用的声频	2 至 20 MHz
在单晶中测量的声子频率	高出 20 THz

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

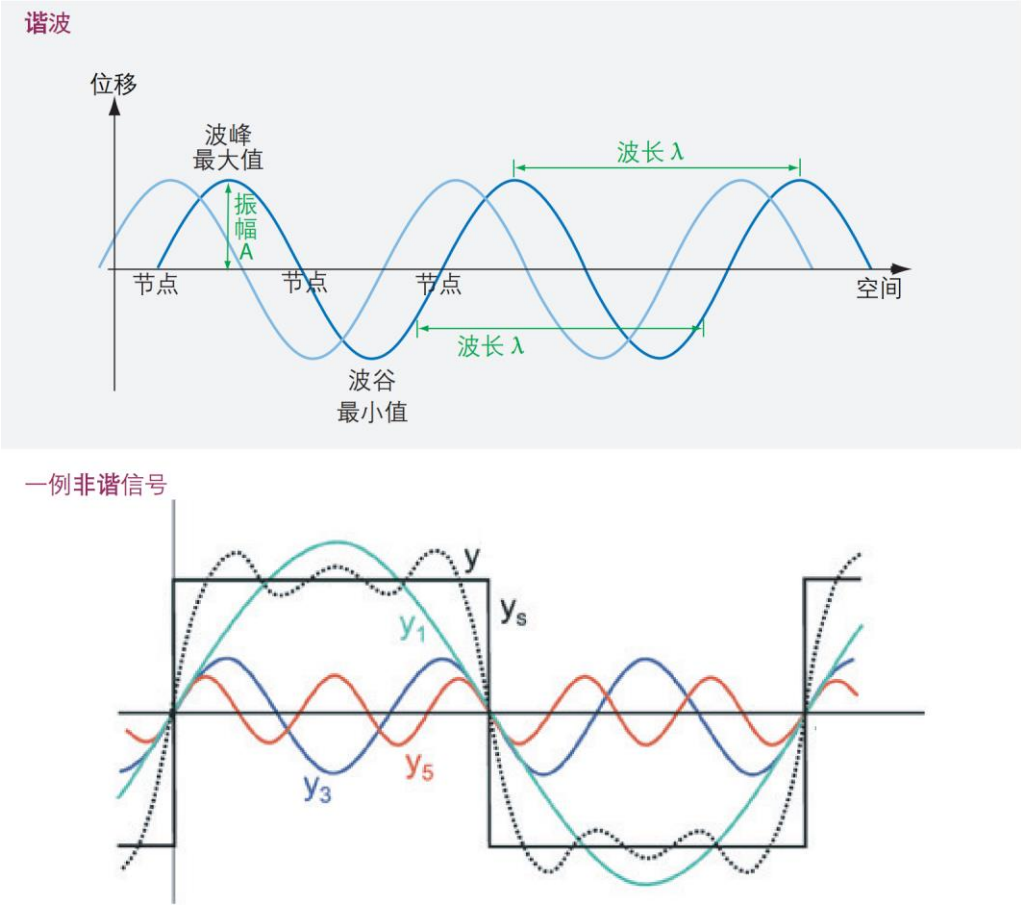


Figure 205 上图：谐波或正弦波的主要性质。下图：普通周期信号或非谐波(这里是黑方波)可以唯一分解为一组谐波。此处只显示了前三阶分量(绿、蓝、红)以及它们的和(黑虚线)，未显示分解的唯一性。这被称为傅里叶分解(Fourier decomposition)，也是傅里叶分析(Fourier analysis)的一般方法。(© Wikimedia)

Figure 206 钟铃的基本振动模式。一切振动源，无论是原子、分子、乐器还是人声，都表明自然界的一切振动由波动产生 (© H.Spiess & al.)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

共振

大多数由外部振源带着振动的物理系统，其振幅依赖于频率。使振幅最大的特定频率称为*共振频率*(*resonance frequency*)简称*共振*(*resonance*)。例如，Figure 204 的石英振子、吉他弦、钟铃(如 Figure 206)的常见振动频率也都是共振频率。

通常，当系统被短促的撞击激发振动，振动频率也在共振频率上，几乎一切系统都有几个共振频率，大多数乐器都是如此，例如管乐、弦乐、钟玲。

不同于乐器或电子产品，许多情况是需要避免共振的。例如地震引发的建筑物共振、风引发的桥梁共振、许多机器中的共振，都需被阻尼或限制，以避免共振幅度过大而破坏系统。现代高档汽车的每个部件和结构的共振都被计算和调整好了，使驾驶员或乘客免受振动搅恼。

一切振动系统都会发射波(*wave*)。其实共振之所以发生，也是因为一切振动实际上都是局域波。振动只出现在广延系统中，振动只是对广延系统重复运动的简化描述。而广延系统完整一般的重复运动是波动。

Table 38 一些波速。

波	速
海啸(津波 つなみ tsunami)	0.2 km/s 左右
声音在大多数气体中	0.3±0.1 km/s
声音在 273 K 空气中	0.331 km/s
声音在 293 K 空气中	0.343 km/s
声音在 273 K 氦气中	0.983 km/s
声音在大多数液体中	1.2±0.2 km/s
地震(seismic)波	1 到 14 km/s
声音在 273 K 水中	1.402 km/s
声音在 293 K 水中	1.482 km/s
声音在 298 K 海水中	1.531 km/s
声音在金中	4.5 km/s
声音在钢中	5.8 到 5.960 km/s
声音在花岗岩中	5.8 km/s
声音在玻璃中(纵波)	4 到 5.9 km/s
声音在铍中(纵波)	12.8 km/s
声音在硼中	高至 15 km/s
声音在金刚石中	高至 18 km/s
声音在富勒烯(C_{60})中	高至 26 km/s
InGaAs 中的等离子体波速	600 km/s
光在真空中	$2.998 \cdot 10^8$ m/s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

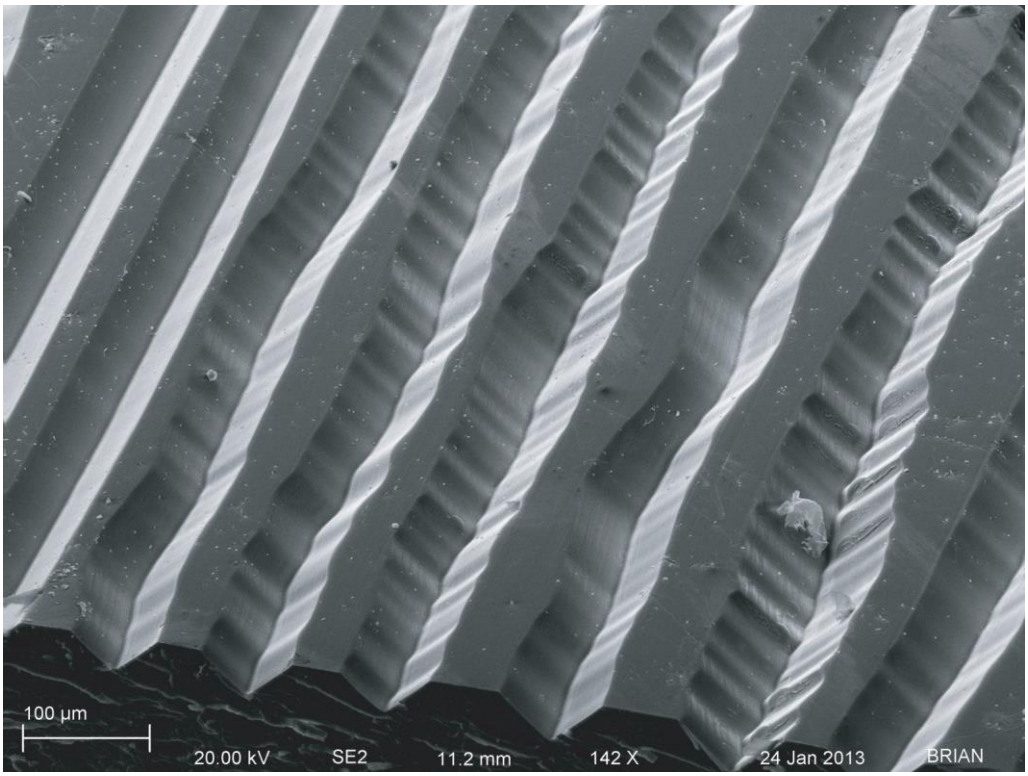


Figure 207 旧黑胶唱片上的凹槽，显示了两个立体声通道上的平均声压振幅 (scanning electron microscope image by © Chris Supranowitz/University of Rochester)

波：普遍而和谐

波是失衡在流动(travelling imbalance)，是振动在传播(travelling oscillation)。波会传播，但其基质(substrate)不会。任何波都可以看作是谐波的叠加，每种声音效果都可以被认为由谐波组成。如 Figure 205 所示，谐波(*harmonic wave*)也称为正弦波或线性波，是构建广延体内部一切运动的基础。你能描述纯谐音、乐音、噪音、爆破音的波形差异吗？ Challenge 510 e

从 Figure 205 来看，每列谐波的特征有：振动频率 f、传播速度或相速度 c、波长 λ、振幅 A、相位 φ。谐波中的每个位置都在谐振动。波的相位指定了波(或波峰)在给定时刻的位置，它是一个介于 0 和 2π 之间的角度。小振幅的水波是谐波，大振幅的水波则不然。

相速度 c 是波峰的移动速率。Table 38 列出了几个例子。你能证明波的频率和波长有 $f\lambda = c$ 的关系吗？ Challenge 511 e

波出现在一切广延体内部，无论是固体、液体、气体还是等离子体。流体内部的波是纵波(*longitudinal wave*)，这种波的振动方向平行于其传播方向，空气中的声波就

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

是纵波。固体内的波还可以是横波(*transverse wave*)，这种波振动的方向垂直于其传播方向。

波也出现在物体之间的介面/界面(*interface*)上：水-空气界面是最常见的例子；盐水-淡水界面，即所谓的死水(dead water)，也会出现波：即使水的上表面不动，它们也会出现；飞机飞行为研究大气冷暖空气界面处的规则云列提供了机会；沿着海床和海水分界面传播的地震波也是广为人知的。小振幅的水面涟漪是横波，而一般的表面波通常既不是纵波也不是横波，而是混合型的。

为了对波有个初步的了解，我们来看看水波。

水波

水面上的水波展现出一系列引人入胜的现象。首先，有两种不同类型的表面水波。第一种波的回复力是表面张力，这种表面张力波(*surface tension wave*)在几厘米的尺度。第二种更大的波，回复力是重力，称为重力波(*gravity wave*)*[1]。很容易注意到二者差异：表面张力波是正弦波；而重力波的波峰更尖、波谷更宽，这是因为水粒子在这种波中移动的特殊方式。如 Figure 208 所示，(短)重力波中的水粒子做圆周运动，如此形成了典型的水波形状：波峰尖而短、波谷浅而长，它不是上下对称的。在波峰处，水粒子顺着波传播的方向移动；在波谷处，水粒子逆波而动。只要无风且水底是水平的，重力波在前后镜面反射下就是对称的。如果振幅很大或者风很强，波就会破碎，因为尖角是不可能超过 120°的，这时候波就没有前后对称性了。

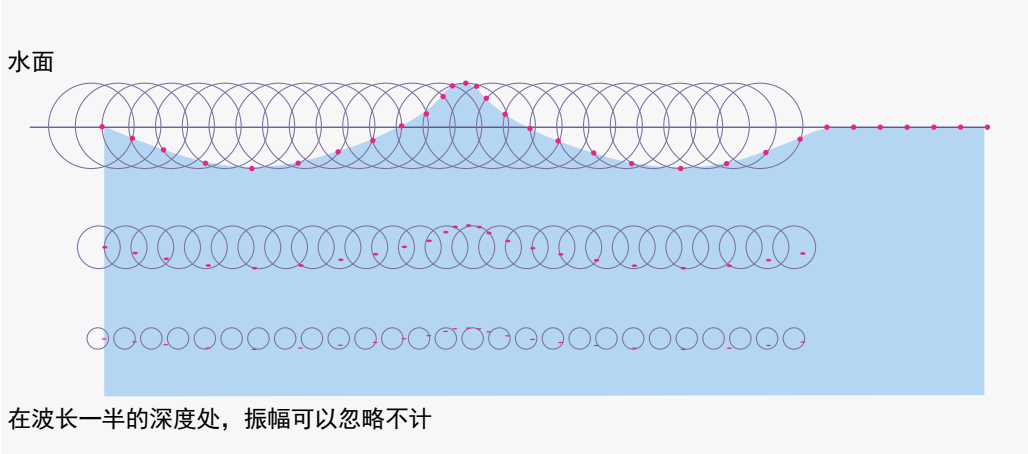


Figure 208 深水重力波的形状由水面上下的水粒子的圆周运动形成的。注意波的非正弦形。

[1]* 气象学家还知道第三种水波：以科里奥利力为回复力的长波长的波。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

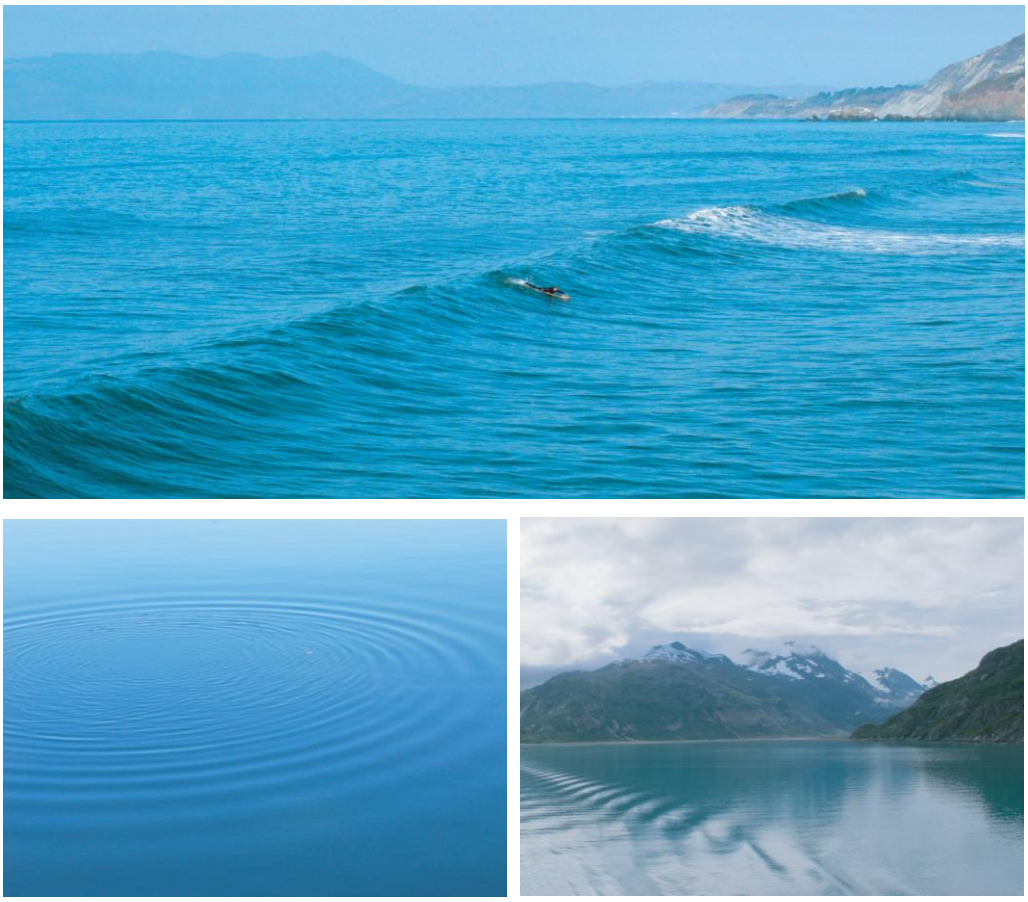


Figure 209 四种主要水波的三种。顶部：浅水重力波，非正弦曲线。左下：深水涟漪，正弦表面张力波。未展示的浅水涟漪看起来与深水涟漪是一样的。右下：深水重力波，这里是船尾流，也是非正弦的 (© Eric Willis, Wikimedia, allyhook)

水波还可以根据波长与水深的比例来分类。当水非常深，好似深不见底，乃至水底不起作用，即水深而波短，就说这波是短波(*short wave*)或深水波(*deep water wave*)。反之，水浅而波长，就说波是长波(*long wave*)或浅水波(*shallow water wave*)。两种情况之间，波长与水深之比能在两倍至二十倍之间。事实证明，所有深水波和所有涟漪都是色散的(*dispersive*)，即波的传播速率依赖于其频率；只有浅水重力波是非色散的(*non-dispersive*)。

水波可以由风、风暴、地震、日月以及任何别的什么效应产生。水波的频谱范围从短于 100 毫秒到长于 24 小时。Table 39 为概览。该表还包括鲜为人知的次重力波、超重力波、潮汐、跨潮汐波。

根据回复力和水底的影响来对周期性水波进行分类，给出了四种极限情况，如 Figure 210 所示。四种极限情况中的每一种都很有趣。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 39 各种水波。

类型	周期	性质	产生
表面波/张力波/涟漪	< 0.1 s	波长低于几厘米	1 m/s 以上的风，其它扰动，温度
超重力波 (ultra-gravity)	0.1 to 1 s	回复力是表面张力和重力	风与其它扰动
寻常重力波 (ordinary gravity)	1 to 30 s	振幅可高达数米 回复力是重力	风
次重力波/碎波拍 (infra-gravity wave/ surf beat)	30 s to 5 min	振幅可达 30 cm 与假潮(seiche)有关 回复力是重力	风，重力波
长周期波 (long-period wave)	5 min to 12 h	深水振幅常低于 10 cm ，浅水可达 40 m，回复力是重力和科里奥利力	风暴，地震，气压变化
寻常潮汐 (ordinary tide)	12 h to 24 h	振幅依赖地点，回复力是重力和科里奥利力	日月
跨潮汐波 (trans-tidal wave)	超过 24 h	振幅依赖地点，回复力是重力和科里奥利力	日月，风暴，季节，气候变化

实验和理论表明，重力波(Figure 210 中的下边两种情况)的相速率与波长 λ 和水深 d 有关(假设振幅远小于波长*[1])，具体如下：

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\tanh\frac{2\pi d}{\lambda}} \tag{95}$$

其中 g 是重力加速度。该公式取两种极限，分别对应图中下面两个象限。

第一种是当水深大于波长的一半左右时，出现的所谓的深水重力波或短重力波，通常的海浪便是深水重力波，船舶尾流(*wake*)也是。由当地的风产生的深水重力波称为海浪(*sea*)，由远处的风产生的叫涌浪(*swell*)。重力波的典型相速率约为产生它的风速。深水波的相速度与波长的关系为 $c \approx \sqrt{g\lambda/2\pi}$，也就是说相速度与波长有关。所有的深水波都是色散的，因而较短的深水波较慢。群速度是相速度的一半。冲浪者们“近水知波性”，知道由远处风暴引起的波浪是分开到达的：先是长周期波浪，然后是短周期的。色散对波群的一般影响如 Figure 211 所示。

[1]* 求解线性区的流体运动可以得出该相速度表达式，但这与我们此行目的相去甚远。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

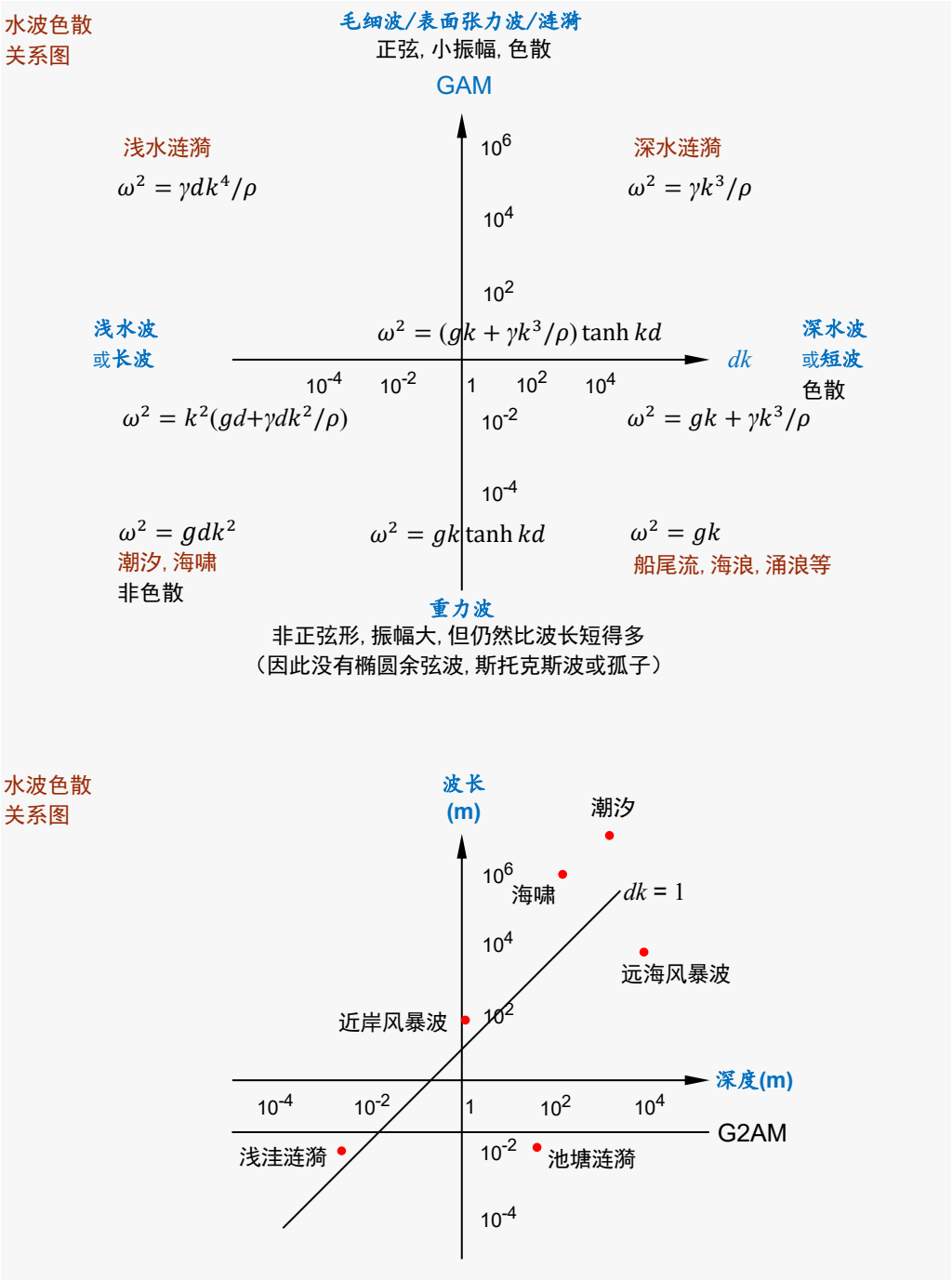


Figure 210 不同类型的中低振幅周期性水波的两种关系图。其中，深度为 d、波数为 $k=2\pi/\lambda$、表面张力 γ =72 mPa。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

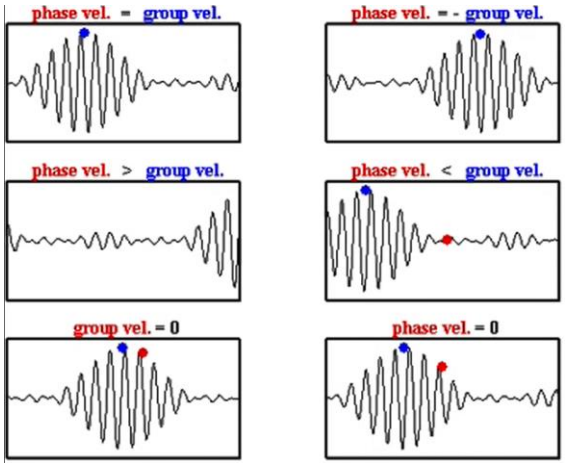


Figure 211 不同类型色散波之群速度(蓝色)与相速度(红色)的可视化(QuickTime film © ISVR, University of Southampton)

译者注：此视频可在英文原版观看。并且在其它地方也很常见。

船舶产生的典型尾流是由具有船体相速度的波浪组成的。这些波形成的波群，以一半的速率传播。从船上看，尾流尾随于船后，就是因为其群速度低于其相速度。我
Figure 230 们将在后面更详细地探讨尾流。

第二种极限是水深短于 1/20 波长的浅水重力波或长重力波。浅水重力波的相速度为 $c \approx \sqrt{gd}$，群速度与相速度相等，没有色散。在浅水波中，水粒子沿着非常扁的椭圆路径移动。

潮汐便是一种浅水重力波。最震撼的浅水重力波是海啸(*tsunamis*)，由海底地震引发的巨浪。海啸作为浅水波，也没有或几乎没有色散，故而可以长距离传播，甚至能绕地球几圈。海啸的典型振动周期在 6 到 60 min 之间，波长在 70 到 700 km 之
Challenge 512 e 间，远海速率在 200 到 250 m/s 之间，接近喷气式飞机；远海振幅通常在 10 cm 左右，但到了近岸，振幅尺度变成 $1/d^4$ (d为深度)。2004 年 12 月 26 日在印度洋观察到的大规模灾难性海啸，以及 2011 年摧毁了几座日本核电站的海啸都高达 40 米左右。测量海啸速率还可以用来断定海洋深度，这使得研究人员早在声呐和其它高科技系统问世之前就推断出，北太平洋深度约为 4 至 4.5 km。

Figure 210 一二象限是表面张力波，也称为毛细波(*capillary wave*)或涟漪(*ripple*)。水的表面张力压强为 72 mPa。第一种涟漪是深水涟漪，其相速度为 $c = \sqrt{\gamma k/\rho}$。如
Challenge 513 e 前所述，所有的深水波都是色散的，深水涟漪的群速度是相速度的 3/2 倍，故而，涟漪船前荡漾，尾流船后随行。

Challenge 514 e 深涟漪有个最小速率。把石子扔在湖中，我们看到的就是短涟漪的最小速率。一般石子激起的涟漪波长约为 1 cm。这类水波的最小群速度为 17.7 cm/s，最小相速度
Challenge 515 e 约 23 cm/s。石子入水，会激起各种波长的波，波长在 1 cm 左右的那些是最慢和最清晰的。涟漪最小相速度的存在也意味着，如果昆虫在水面上行走的速度比最小相速度慢，它们就不会激起涟漪，这样，它们感觉到的阻力会很小，行走自如。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

最后一种极限情况是浅水涟漪。例如雨滴落在比一毫米还薄的浅水中所激起的波纹。其相速度为 $c=\sqrt{\gamma dk^2/\rho}$，群速度是该值二倍。因此，浅水涟漪也是色散的。Figure 210 显示了目前讨论的四种水面波。所有这些波的一般色散关系为

Challenge 516 e

$$\omega^2=(gk+\rho)\frac{\gamma k^3}{\tanh kd} \tag{96}$$

还有其它几种水波，如假潮(*seiche*)，即湖泊中的驻波；分层水系统中的内波(*internal wave*)；以及孤波(*soliton*)，一种非周期性行波。我们稍后探讨孤波。

Chapter 10：孤波

波与波动

研究运动可少不了研究波动，波可以击打甚至摧毁目标，我们凭经验得知，每一列波都携带能量和动量，哪怕是(平均而言)没有物质沿着波传播的方向移动。波的能量 E 是其动能和势能的总和。动能(密度)取决于给定点位置 u 的时间变化率：位移快速变化的波携带更大的动能。势能(密度)依赖于位移的梯度，即其空间变化：陡波的势能密度比缓波大。(你能解释为什么势能不取决于位置本身吗？)对于沿 z 方向传播的谐波，即正弦波，每种类型的能量各自与位置时空变化的平方成正比：

Challenge 517 s
Ref 219

$$E\sim\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2+v^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \tag{97}$$

能量密度与频率又是什么关系呢？

Challenge 518 ny

波的动量沿着波的传播方向。动量值依赖于位移 u 的时间和空间变化。对于谐波，动量(密度) P 与这两个量的乘积成正比：

$$P_z\sim\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial z} \tag{98}$$

当两列线性波相遇或干涉，总动量在整个碰撞过程中不变。动量守恒的一个重要结果是，被障碍物反射的波，反射角等于(负的)入射角。相位又会怎样呢？

Challenge 519 s

总之，波与运动物体一样携带能量和动量。简单来说，如果你冲着墙大喊大叫，墙会被声波击中，这种轰击可能会在雪山上引发雪崩。同样地，波和物体一样能携带角动量(传递角动量需要什么类型的波？)。不过，波的运动毕竟不同于物体的运动。波与物体运动的主要区别有六。

Challenge 520 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

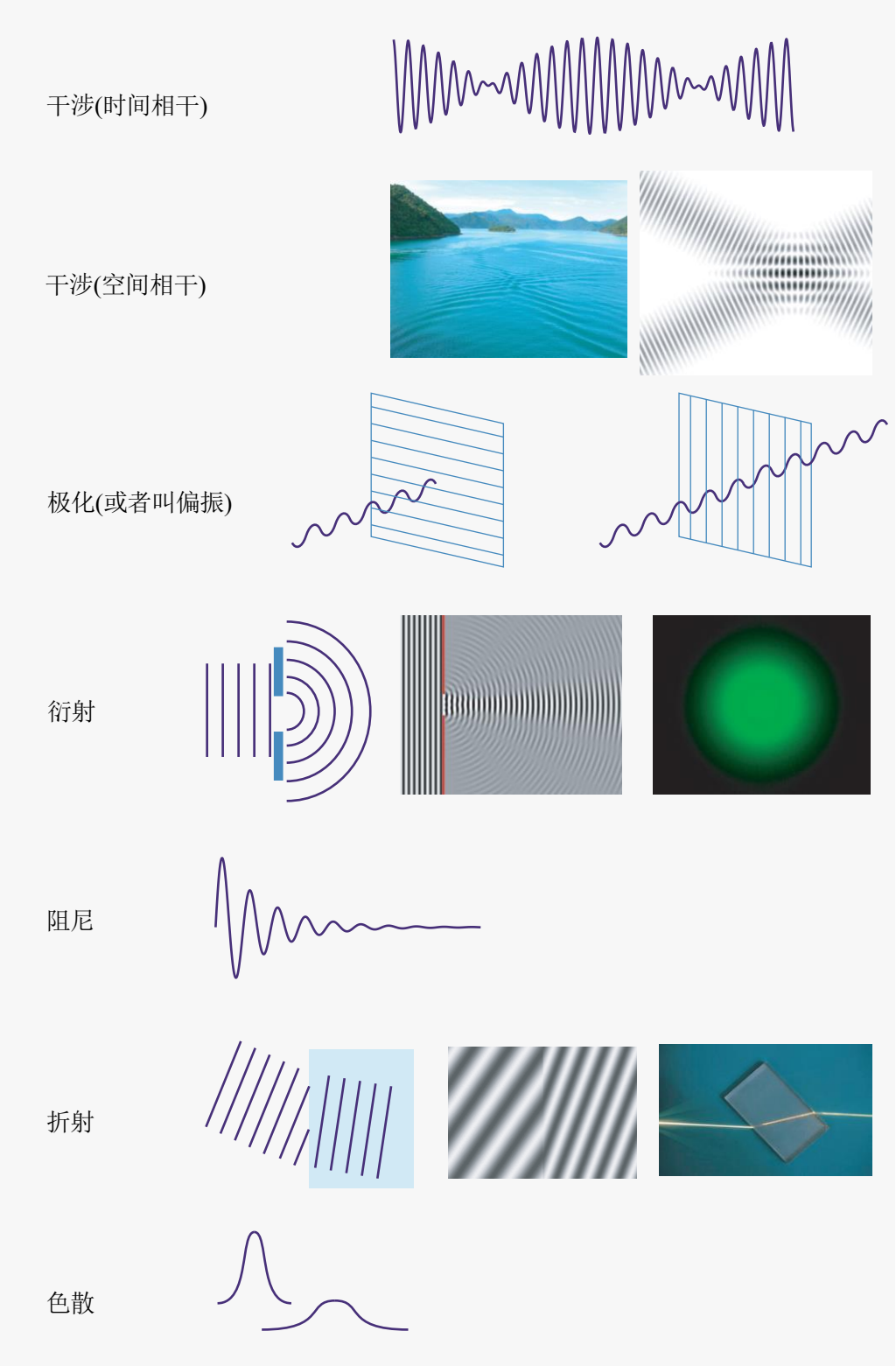


Figure 212 波动的六个主要性质 (© Wikimedia)
(译者注:偏振片示意图的“拉丝”方向，多数时候是透光方向，也就是偏振光振动方向，较少数时侯表示吸收方向，也就是偏振片微观结构的取向。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

1. 波之间可以相长或相消，也就是可以相互透入。这些叫做叠加(*superposition*)和干涉(*interference*)的效应与许多波型的线性(*linearity*)密切相关。
2. 波可以绕过拐角，例如声音。这被称为衍射(*diffraction*)。衍射是干涉的结果，严格来说不是一种单独的效应。
3. 波在介质分界处改变方向。这被称为折射(*refraction*)。折射是成像的核心。
4. 波的传播速度可以与频率相关。这被称为色散(*dispersion*)。它产生彩虹和远处雷鸣绵长的隆隆声。
5. 通常，波幅会随时间而减小：波显示出阻尼(*damping*)。阻尼能在言谈字句间产生停顿。
6. 三维横波可以向不同方向振动：它们表现出极化(*polarization*)*[1]。极化对天线和照片很重要。

与波动不同，日常物体的运动不会表现出这六种效应中的任何一种。之所以出现这六种波动效应，是因为波的运动是广延实体的运动。因此，关于电子是波还是粒子的著名争论要求我们检验能否观察到电子有六种波动效应，不过这是量子物理学的一部分了。在那之前，你能否举一种观察结果，它自动表明电子运动不是波。

Challenge 521 s

频率为 f、传播速度或相速度为 c 的所有正弦波，都以两个相邻波峰之间的距离为特征：这个距离就是波长 λ。所有波都遵循基本关系

$$\lambda f = c \tag{99}$$

在许多情况下，相速度 c 依赖于波长。例如方才提到的许多种水波。这种船舶速度随波长的变化称为色散(*dispersion*)，而空气中的声速在较高的精度上并不依赖波长。空气中的声音(几乎)没有色散，若是有色散，我们就无法在更远的距离上听清和理解彼此的言语了。

或许出乎人意料的是。波也能存在于真空，例如光波、无线电波、引力波。电磁学和相对论的探索将告诉我们更多关于它们的具体性质，我们先来道开胃菜。光是一种波动，虽然其波长只有千分之一毫米左右，且我们通常也不会将光视为波。但光确实展现出了所有的六种典型波动效应。例如，只有考虑到后五种波动效应，才能完全理解彩虹。光的衍射和干涉甚至只需手指就能观察到，怎么做呢？

Vol.III page 97
Challenge 522 s

对于引力波，已经观察到叠加、阻尼和极化，另外三种波动效应尚未观察到。

与所有非谐振动一样，所有非谐波都可以分解为正弦波。Figure 205 给出了示例。若原始波中的各种正弦波成分传播方式不同，则原始波在传播过程中形状会发生变化。这就是回声听起来与原始声音不完全相同的原因；出于同样的原因，近处和远处的雷声听起来也不同。这些都是声波微弱色散的效果。

[1]* 译者注："极化(polarization)"在光学等某些语境中也会译为"偏振"。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

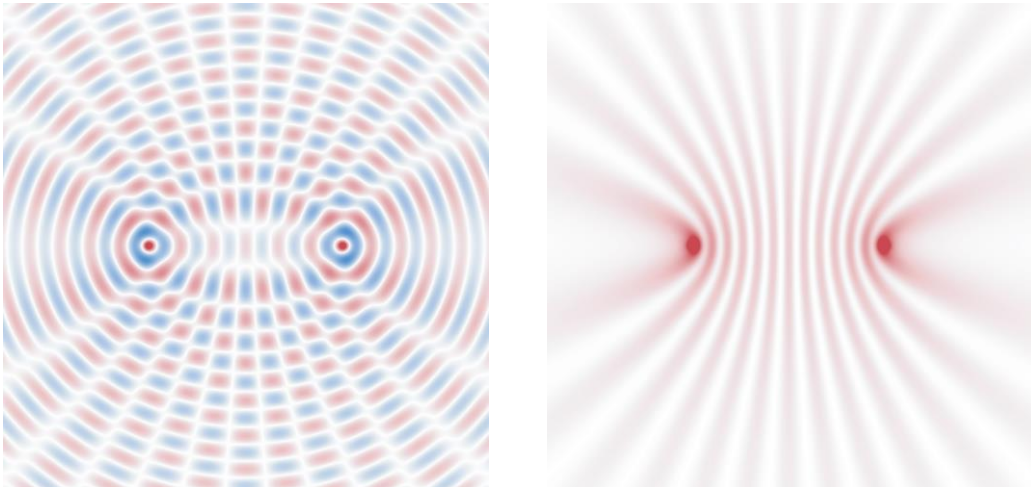


Figure 213 同相的圆形或球形波的干涉：振幅的快照(左)，最有助于描述对水波的观察结果；时间平均强度分布(右)，最有用于描述光波的干涉(© Rüdiger Paschotta)

所有振动系统都会发射波。任何收音机或电视接收器都包含振子，因此任何这样的接收器也都是(弱)发射器。甚至在一些国家，当局会通过监听这些设备发出的无线电波来搜索未经许可收听广播的人。人耳内有许多微小振动结构，毛细胞。所以耳朵也必能发出声音，这一预测由 Tommy Gold 于 1948 年做出，于 1979 年由 David Kemp 证实。可以用灵敏的麦克风检测到这种耳声发射(*otoacoustic emission*)，目前正在研究它们，以揭示未知的耳朵工作原理，并在不需要手术的情况下诊断各种耳病。 Ref 220

由于任何传播着的扰动都可以分解为正弦波，因此物理学家用“波”一词指代所有传播着的扰动，无论它们看着是否像正弦波。其实扰动甚至不必传播。以驻波为例：它是波动还是振动呢？驻波(*standing wave*)并不传播，是振动，但也可以看作两列反向传播的波之叠加。任何我们称之为“振动”的物体都是广延的，而其振动总是驻波(你能证明这一点吗？)。所以我们可以说，自然界中一切振动都是特殊形式的波动。 Challenge 523 e

最重要的传播扰动是那些局域化的。Figure 205 展示了一种局域波(也称为波群(*wave group*)或脉冲(*pulse*))及其谐波分解。波群用于交谈，以及用作信号。

何以畅谈：惠更斯原理

越是稀松平常，越能凸显环境性质的重要。为何能使用收音机？为何能用手机通话？为何人能互相倾听？这些问题的核心答案是：我们生活在奇数维空间。

偶数维空间中无法交谈，因为信息不会停止，或停止得很慢。这个重要的结果很容易通过向湖中扔石子来检验：石子虽然沉没，波却仍从其入水位置发出；可我们停止说话，嘴巴就不再发波了。简言之，二维和三维的波表现不同。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

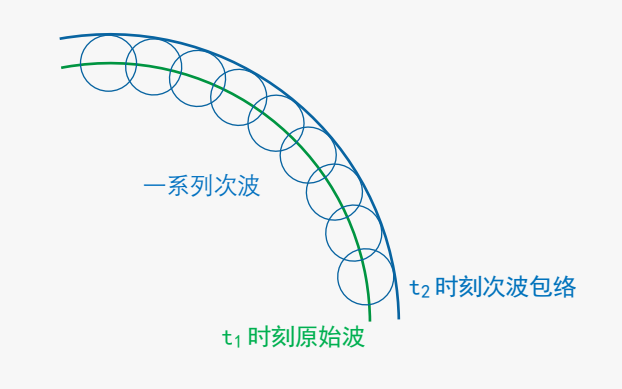


Figure 214 波的传播是惠更斯原理的结果。

在三维空间中，可以用如下方式描述波的传播：(光或声的)波前(*wave front*)上的每个点都可以被视为次波(*secondary wave*)源，所有次波的包络(*envelope*)决定了波前的未来位置。该理念如 Figure 214 所示，它可以不用数学就描述波的传播、反射、折射，甚至由菲涅耳(Augustin Fresnel)扩展到衍射。(试试看！)

Challenge 524 e

次波的理念最早由惠更斯(Christiaan Huygens)于 1678 年提出，被称为惠更斯原理(*Huygens' principle*)。约两百年后，基尔霍夫(Gustav Kirchhoff)证明，该原理是三维波动方程的结果，因此，对于光，它是麦克斯韦场方程的结果。

但是将波前描述为次波包络有个局限：在二维行不通(虽然 Figure 214 是二维示意图)。特别是它不适用于水波，水波传播不能以这种方式精确计算。(它只对单色波适用于二维。)水波的次波不仅依赖原本的波前，还取决于其内部。因为二维(以及其它偶数维)中，不同频率的波必有不同速率。(海啸不是反例，它们只在极限情况下不色散。)石子入水确实像爆炸一样：会产生各自频率的波。相比之下，三维(以及更大的奇数维)中，所有频率的波都有相同速率。

数学上讲，如果波动方程的解是圆形波，且后方没有余震，就可以说惠更斯原理成立。数学家说，需要演化函数 $\delta(c^2t^2 - r^2)$ 满足波动方程 $\partial_t^2\delta = c^2\Delta\delta$，其中的 δ 函数在原点无限大，而在其它地方都是零，还有一些性质精确描述了δ函数*[1]。简言之，δ函数是理想的、无限短、无限大的爆炸。结果表明，只有当空间维数为奇数且至少为 3 时，δ函数才是波动方程的解。换言之，球面波脉冲是可能的，但环状脉冲波不可能：环状波的中心无法恢复并保持平静。(见 Figure 215。)这正是扔石子实验所显示的。下次在水边，不妨试试弄个环形脉冲(也就是只有少数几个波峰的波)：我打赌你不会成功的。

Challenge 525 e

总之，关灯后房间变暗，是因为我们生活的空间是奇数维度的，且维数大于 1。

[1]* 主要性质是$\int \delta(x)\mathrm{d}x = 1$。精确的数学黑话来说，δ 函数是一种分布(distribution)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

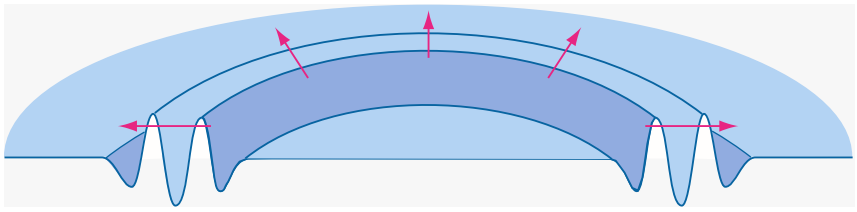


Figure 215 一种不可能的重力波：真实的重力波中心永远不会完全平坦。

Table 40 一些信号。

系统	信号	速率	传感器
物质信号			
人体	神经中的电压脉冲	高至 120 m/s	脑,肌肉
	血流中的激素	高至 0.3 m/s	细胞器中的分子
	免疫系统信号	高至 0.3 m/s	细胞器中的分子
	歌声	340 m/s	耳
大象和昆虫	土壤颤抖	*c.* 2 km/s	足
鲸	歌声，声呐	1500 m/s	耳
狗	化学追踪	1 m/s	鼻
蝶	风媒介化学交配信号	高至 10 m/s	触角
树	空气媒介化学攻击信号	高至 10 m/s	叶片
漂砾(Erratic block)	由冰川携带	高至 0.1 μm/s	foot
邮递	车、船、飞机	高至 300 m/s	快递站点,家庭邮箱
电磁场			
人体	打哈欠	300 Mm/s	眼
电鳗	电压脉冲	高至 300 Mm/s	神经
虫,鱼,软体动物	光脉冲序列	高至 300 Mm/s	眼
旗语信号	旗子的指向	300 Mm/s	眼
无线电发射	电磁场强度	高至 300 Mm/s	收发器
核信号			
超新星	中微子脉冲	接近 300 Mm/s	特定的化学与辐射探测器
核反应	胶球(如果有的话)	接近 300 Mm/s	专门的粒子探测器

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

波动方程

波动现象魅力无穷，其数学描述同样引人入胜。

一、二、三维的线性波是最简单的波动，其振幅 $A(\boldsymbol{x},t)$ 服从如下方程

$$\frac{\partial^2 A(\boldsymbol{x},t)}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 A(\boldsymbol{x},t) \tag{100}$$

该方程表示，振幅的加速度(左侧项)由平方梯度(即空间变化)乘以相速度 v 的平方给出。在许多情况下，振幅是个矢量，但方程是一样的。更准确地说，波的振幅是一种物理学家所说的*场*(*field*)，一种依赖于时间和空间的数(或向量，或张量)。

式(100)属于*波动方程*(*wave function*)，属于数学中的*线性偏微分方程*(*linear partial differential equation*)。其解为 $A = \sin(\boldsymbol{x} - vt + \varphi)$ 型的正余弦波。该波动方程由某些介质的弹性行为推导而来。称为线性，是因为振幅 A 是线性的：两列波的振幅之和也是一种可能的波型，这*叠加原理*(*superposition principle*)适用于所有线性波动方程(以及一些罕见而重要的非线性波动方程)。任何一般的线性波都可以分解为无穷多正余弦波之和。该发现归功于约瑟夫·傅里叶(Joseph Fourier, b. 1768, Auxerre, d. 1830, Paris)。

Challenge 526 e

波动方程(100)也是*齐次的*(*homogeneous*)，这意味着没有独立于 A 的项，也就是没有持续驱动着波的能量源。傅里叶分解也有助于理解与求解非齐次波动方程，即被外源驱动着的弹性介质。

Challenge 527 e

Challenge 528 e

某些维度的波前形状也很有趣。在二维，方程(100)描述的最简单的情况是线形与环状的波。在三维，方程(100)描述的最简情形是平面波与球面波。

Challenge 529 e

当有限的弹性介质以特定的方式被激发时，方程(100)会近似导致驻波。驻波是沿相反方向传播的波的叠加。

气体液体和固体中的声音、地震、真空中的光、某些小振幅水波以及各种其它小振幅波，都由线性波动方程描述。

从数学上讲，所有的波动方程，无论是否线性，都是双曲型偏微分方程：空间二阶导的符号与时间二阶导相反。非线性波动方程才最有意思，最著名的非线性方程是 KdV 方程(*Korteweg-de Vries*)，它是一维波动方程

$$\partial_t A + A\partial_x A + b\partial_{xxx} A = 0 \tag{101}$$

Eq.105 KdV

直到很晚才发现，场$A(x,t)$的演化方程可以纸笔求解。

其它各种非线性波动方程描述了各种具体情况。布森内斯克(Boussinesq)方程、正弦-高登方程和许多其它波动方程在数学和实验物理学中开辟了广泛的研究领域。非线性偏微分方程在自组织研究中也必不可少。

Chapter 14 自组织

* 初读可跳过本节。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

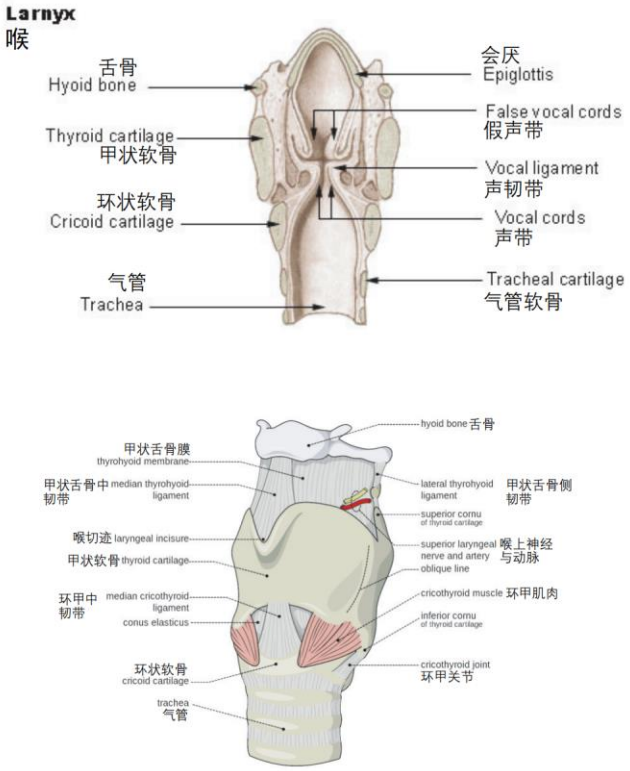


Figure 216 人类喉部是包含语音声源(即声带)的解剖部位(© Wikimedia)

乐音悠扬

乐者，乐也，人情之所不免也。音乐联系情感，使我们想起出生前曾经验的声音(以及与之相关的情感)。打击乐让我们想起母亲和我们自己的心跳，管弦乐让我们回忆起当时听到的种种声音。技巧高超的演奏者可以将乐器调整并演奏得十分优美。所有经典乐器都经过优化，可以调节和表达情感。与音乐家联系最为紧密的乐器是人声，其次是管乐。

每种乐器，包括人声，都由四个要素组成：能量源、振动源、一或多个共鸣器、辐射表面或孔口。人声的能量源是胸部和腹部的肌肉，声源是声带，共鸣器是声道，口鼻作为孔口。

歌手或管乐演奏者的呼吸为声音供能，并为决定音高的反馈回路提供输入。唱歌时，空气穿过声带，高速气流降低了气压，气压让声带相互贴近，从而减小气流的横截面。(这种压力降低由伯努利方程描述，后面介绍。)横截面减小，故气流减少，则压强升高，声带再次打开。这会导致气流增强，并开启又一个循环。声带间距的周期性变化非常快，从而产生声音，然后，声音在口腔中被取决于口腔形状的共振放大。用现代用语来说，唱出一个稳定的音符是一种自组织，是极限环(limit cycle)的一个例子。

Eq.111 伯努利方程
Ref 221
Chapter 14 自组织

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

但是声道这么小的乐器怎么发出了比长号还强的声音呢？长号展开可是有几米长呢。人声是咋覆盖 80 dB 强度范围的？仅凭两片声带，声音基频怎么能跨五个甚至八个八度音？人声如何产生无与伦比的音色变化？尽管人们如今知道了一般规律，但这些问题的许多细节仍是研究主题。

人类声带平均只有拇指指甲那么大，但其长度与张力可以变化。声带由三部分组成，其中最重要的是一根韧带，它可以承受张力或应力的巨大变化，并形成基础结构，有了这种韧带才能实现宽频域；其次，声带的 90%是肌肉，因此压力和频率范围可以进一步增加；最后，声带被粘膜覆盖，粘膜是一种含流体的膜，当空气经过时，它通过表面波振动。这个强非线性系统在优秀歌手身上实现了高达五个八度音的基本音高范围。

人声的共鸣器也很特别。可用的尺寸虽很小，但声道谐振器的非线性特性(尤其是称为*惰性声抗*(*inertive reactance*)的效应)使之产生高强度的声音。有这个复杂系统，配以勤奋训练，产生了我们在歌剧、爵士和所有其它声乐表演中所喜爱的频率、音色、音乐序列。应用磁共振成像，也得出了一些人声研究成果，这些成果如今常用于训练和教导歌手，尤其是何时开口、何时闭口、何时放低喉位。

Ref 222 歌声之所以优美，也因为它是非线性效应。其实所有乐器都是非线性振动器。在单簧管等簧片(*reed*)乐器中，簧片起着声带的作用，而管则起着共鸣器的作用，那些变换开孔的机构起到嘴和嘴唇的作用。在长号等铜管(*brass*)乐器中，嘴唇扮演着簧片的角色。在长笛等气鸣乐器中，反馈回路由另一种效应建立：在产生声音的气孔处，气流被腔体内的声音振动所偏转，在边棱的内外两侧来回振荡。

音乐之所以优美，第二个原因是音符频率的选择方式。某些频率一同演奏或彼此靠近演奏会悦耳，另一些则会产生紧张感。古人发现，这些感觉取决于频率比，或者如音乐家所说，取决于音高之间的*音程*(*interval*)。

更具体地说，频率比为 2(音乐家称该音程为一个*八度 octave*)是最令人愉悦的和声(consonance)；3/2 的比例(称为纯五度 perfect fifth)是第二令人满意的，接下来依次为 4/3 比例(纯四度 perfect fourth)、5/4 (大三度 major third)、6/5 (小三度 minor third)。一种音阶(scale)中的前三个音的选择对音乐所表达的平均情绪有重要影响。C 大调通常更欢快，而 A 小调往往听起来更悲伤。

最令人不悦的频率比，即不和谐音(dissonances)，是 7/5 的三全音(tritone，也叫增四度 augmented fourth 或减五度 diminished fifth)，稍次的，是大小七度(15/8 和 9/5)。三全音用于德国红十字会货车的警笛。长时间的不和谐音会导致恍惚，这在巴厘岛音乐(Balinese music)和爵士乐中很常见。

如 Figure 217 所示，几百年的实验成果，凝结为音符及其频率的标准化排列。这种安排被称为*平均律*(*equal intonation*)或*协调律*(*well-tempered intonation*)，近似包含了以上提到的所有音程，近似的优点是能将音乐变调(transposition)到较低或较高的音符。

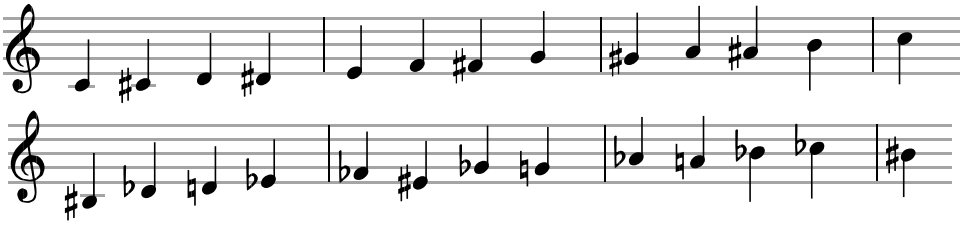
Ref 223 这在理想的、所谓的*纯率*(*just intonation*)中是不可能的。

下次你唱一首你喜欢的歌时，你可以试着确定你是在用纯律还是平均律，或者在

Challenge 530 e 用什么完全不同的律。不同的人有不同的品味与习惯。

(译者注:关于音乐与情绪的关系，译者认为这是复杂的。简单地把调式与情绪挂钩，起名“和谐/不和谐”，是单一文化熏陶的结果，甚至是文化症候。更要尽量深究细节或保持未知，不要变成文化迷信，例如网络上盛行的“中国古代音乐是五音大调”就是典型的可怕迷信。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



平均律频率比	1	1.059	1.122	1.189	1.260	1.335	1.414	1.498	1.587	1.682	1.782	1.888	2
纯律频率比	1		9/8	6/5	5/4	4/3	none	3/2	8/5	5/3		15/8	2
Appears as harmonic nr.	1,2,4,8		9		5,10			3,6			c.7	15	1,2,4,8
意大利与国际唱名 (solfège names)	Do Si#	Do# Reb	Re	Re# Mib	Mi Fab	Fa Mi#	Fa# Solb	Sol	Sol# Lab	La	La# Sib	Si Dob	Do Si#
法语名	Ut Si#	Ut# Reb	Re	R# Mib	Mi Fab	Fa Mi#	Fa# Solb	Sol	Sol# Lab	La	La# Sib	Si Utb	Ut Si#
德语名	C His	Cis Des	D	Dis Es	E Fes	F Eis	Fis Ges	G	Gis As	A	Ais B	H Ces	C His
英语名	C B#	C# Db	D	D# Eb	E Fb	F E#	F# Gb	G	G# Ab	A	A# Bb	B Cb	C B#
从 Do/Ut/C 开始的音程(interval)名	uni-son	min. 2nd	maj. 2nd	min. 3rd	maj. 3rd	4th	triton	5th	min. 6th	maj. 6th	min. 7th	maj. 7th	octave
钢琴琴键													

Figure 217 音乐中使用的十二音符及其频率比。

测量声音

空气中的声波会在空间的每一点产生两种效应：压强变化与速度变化。Figure 218 显示了这两种效应：压强变化会引起分子密度变化，而速度变化会影响分子的平均速率。

局部声压可用麦克或耳朵测量；局部分子速率用*微风速计*(*microanemometer*)或*声音粒子速度传感器*(*acoustic particle velocity sensor*)测量。直到 1994 年，才由汉斯·埃利亚斯·德·布里(Hans Elias de Bree)发明出这样的装置(Microflown)。如 Figure 219 所示，这种微风速计不易制造。两根极细的铂丝被加热到 220°C，二者温差取决于空气速率，可以通过比较它们的电阻来测量。它们尺寸很小，频率量程可达 20 kHz 左右。将三个这样的装置彼此垂直放置，就能定位噪声源的方向。这对汽车的维修和开发，或检查火车与机械都很有用。在方形网格上排列许多这种装置，可以构建“声相机”，甚至

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

构建一种“声雷达”，用以精确定位飞机和无人机的位置。因为微风速计是一种非常小、方向性极强的麦克风，而且在水下也能用，所以军方和间谍也对它们很感兴趣。

Challenge 531 ny 顺便问一下：声音引起的分子速率与空气温度引起的分子的速率相比如何？

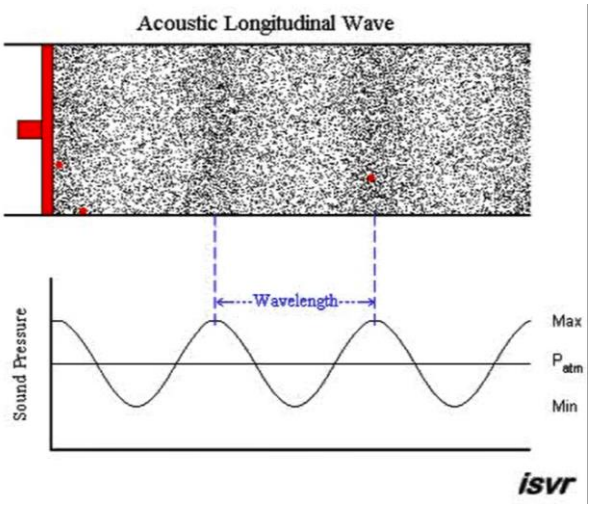


Figure 218 空气声波中分子运动示意图(QuickTime film © ISVR, University of Southampton)

译者注：该视频英文原版查看，也可在网上搜索相似动图或视频。

Table 41 一些声音强度。

观察	声音强度
1 kHz 时的声音阈值	0 dB or 1 pW
人讲话	25 to 35 dB
地铁进站	100 dB
婴儿超声成像	超过 100 dB
常规痛觉阈值	120 dB or 1 W
摇滚音乐会 400 000W 扬声器	135 to 145 dB
烟花	高至 150 dB
枪声	高至 155 dB
导弹发射	高至 170 dB
蓝鲸歌声	高至 175 dB
火山喷发、地震、常规导弹	高至 210 dB
大型陨石撞击、大型核弹	超过 300 dB

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 219 上图：两根微小的被加热的铂丝可以构建一个微风速计，用以精准测定咔嗒声的来源 (© Microflown Technologies)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

超声成像对宝宝安全吗？

如 Figure 220 所示，超声波在医学上用于探测人体内部。*超声成像*(*ultrasound imaging*)一种是实用、方便、广泛应用的技术。不过它有个缺点。妙佑医疗国际研究
Ref 224 发现，与连续超声波不同，脉冲超声波会在体内产生极高水平的可听声音。(Table 41 列出了一些声音强度。)

(译者注：妙佑医疗国际，旧译梅奥诊所(Mayo Clinic in Minnesota)，是全美国最好的医疗机构，规模庞大，水平高超，学科齐全且科研能力强，并不是一个小诊所。)

脉冲超声(pulsed ultrasound)用于超声成像，也用于一些(但不是全部)胎儿心跳监测器。这种机器会在可听范围内产生强烈声响。这貌似无稽之谈，如果你去找妇科医生，把超声波探头放在耳朵或头上，你只会听到非常微弱的噪音，正是这种弱声让每个人都误以为婴儿听到的噪音水平也很低。噪音水平之所以低，是因为大人耳内充满空气；但胎儿耳内满是液体，这彻底改变了声音的传播：成像机器产生的声音现在完全聚焦并直接刺激内耳。总的效果类似于你把手指伸进耳朵里会发生什么：这对你自己来说可能很大声，但其他人啥也听不着。

Ref 224 最新研究表明，超声成像系统会产生超过 100 dB 的声级(sound level)，相当于地铁进站。事实上，每位妇科医生都能证实，成像会干扰胎儿。可是当被问及这个问题时，那几家超声成像设备制造商会说“声音输出功率才仅仅 5 mW”，而这“仅仅”可是双簧管的最大声功率呀！且由于许多超声波检查需要十分钟甚至更长时间，故而万万
Ref 225 不能忽视其对胎儿耳朵的损伤。若无充分理由，就轻易让宝宝暴露在这种水平的噪音中，实属不明智。

简言之，孕妇只应该在必要时使用超声波。超声波对胎儿耳朵有害。(医学超声学会的相反说法是错的。)在所有其它情况下，超声成像都是安全的。不过还应指出
Ref 226 超声成像的另一个潜在问题，即空化(cavitation)引起的组织损伤问题，这尚未得到充分详细的探讨。

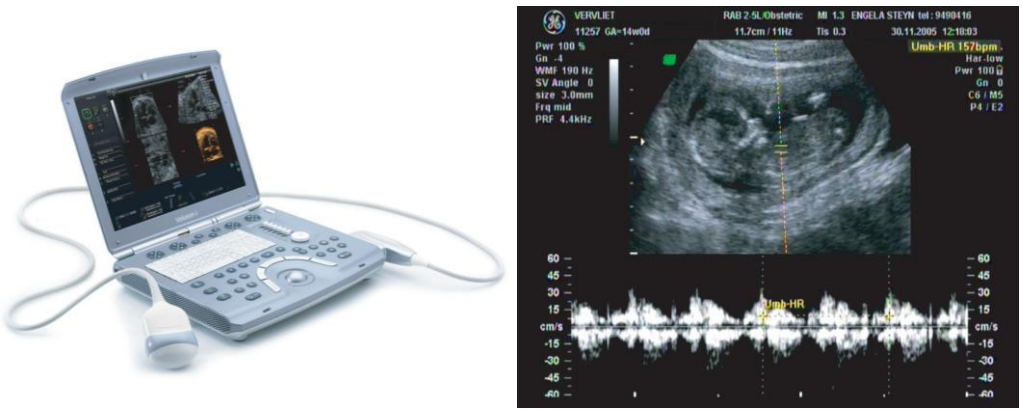


Figure 220 现代超声成像系统，以及常见但有害的胎儿超声图像 (© General Electric, Wikimedia)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

信号

信号(signal)是信息(information)的传输。每个信号都是能量的运动，例如 Table 40 中的那些。信号可以是对象或波。掷出的石子可以是信号，哨声也可以是。波是一种更实用的通信形式，因为它们无需传输物质：通过电话线用电传话可比寄信容易得多。事实上，大多数现代技术进步都可以追溯到信号与物质传输的分离。传输音乐，可以用无线电信号，不必请乐队来；不必再寄纸质信件，只需写电子邮件；甚至不必去图书馆，只需浏览互联网。

通信的最大进步就是发展出了传输大量能量的信号。这也就是电缆的作用：它们传输能量而不传输任何(粗显的)物质。我们无需将家用电器搬到发电站：人人都可以通过铜线获得能量。

由于这些原因，“信号”一词如今常常是指某种波：语音、声音、电信号、无线电信号、光信号都是波信号最常见的例子。

信号以其速率和信息内容为特征。事实证明，这两个量都是有限的。速率极限是狭义相对论的中心话题。

Vol.II page 15

如果信息流不由信号的形状细节给出，也就是波形简单，仅由频率(或波长)及其在时间(或空间)中的位置表征，则可以简单表示每个信号或每列波所载信息内容的极限：到达时刻的误差 Δt 和角频率误差 $\Delta\omega$ 之间存在关系

$$\Delta t\ \Delta\omega \geq \frac{1}{2} \tag{102}$$

这种时-频*不确定性关系*(*indeterminacy relation*)是说：无法完全精确地确定信号到达时刻及其频率。这两个误差(算上数值因子)互为倒数 (我们也可以说时间与带宽(time-bandwidth)之积总是大于 1/4π)。出现这种限制是因为：我们需要尽可能类似于长正弦波的波来精准地确定频率，但另一方面我们也需要尽可能短的信号来精准地确定其到达时间。这两个要求的矛盾导致了不确定性极限。故而，每种波动现象都有这种不确定性关系。你可以用环境中的任何波来检验这种关系。

Challenge 532 e

同样，信号的位置误差 Δx 与波矢量误差 $\Delta k = 2\pi/\Delta\lambda$ 之间存在关系：

$$\Delta x\ \Delta k \geq \frac{1}{2} \tag{103}$$

与上一种情况类似，这种不确定性关系表明：不可能完全精准地确定信号的位置与波长。这种位置-波矢量不确定性关系也是任何波现象的特征。

每种不确定性关系都是因为存在最小实体。波动现象的最小实体是周期(period，旧称循环(cycle))。每当自然现象中存在最小单位，就会产生不确定性关系。我们将在相对论和量子论中遇到其它不确定性关系，它们也都是由最小实体引起的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

信号发出后，其内容总是可能丢失，page 292 列出的六条波动性质中的每一条都可能破坏内容。你能为每一条找个例子吗？当然了，信号的能量、动量等各种守恒性质永远不会丢失。信号的消失类似于运动的消失。运动因摩擦而消失，只是看起来消失了，实际是转化成了热。信号消失也只是貌似消失，实际是转化成了噪声。

Challenge 533 s

▷ 噪声(*noise*)是大量无序信号的集合，恰如热是大量无序运动的集合。

一切信号传播都由波动方程描述。霍奇金(Hodgkin)与赫胥黎(Huxley)发现的方程组也很有名，那是对神经中的电势行为的理想近似。利用钾钠离子行为的事实，他们发现了一个描述神经中的电压 V 的复杂波动方程，可以描述信号沿神经的传播。如 Figure 221 所示，该方程可以描述测得的神经特征电压峰，这也清楚地表明，这些波不同于正弦波：它们不是谐波。非谐是非线性的结果之一，非线性还可能会导致其它更强烈的效应。

Ref 227

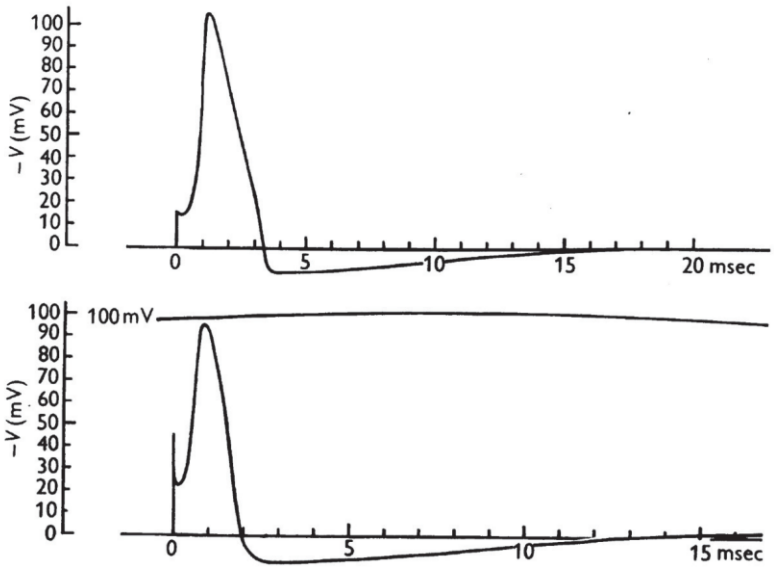


Fig. 13. Upper curve: solution of eqn. (26) for initial depolarization of 15 mV, calculated for 6° C. Lower curve: tracing of membrane action potential recorded at 9·1° C (axon 14). The vertical scales are the same in both curves (apart from curvature in the lower record). The horizontal scales differ by a factor appropriate to the temperature difference.

Figure 221 计算(上图)和测量(下图)的神经电信号。

(译者注，图中文字翻译，但仅供参考，详情见参考文献。

上曲线:方程(26)的解，初始去极化为 15 mV，计算温度为 6°C;下曲线:记录在 9·1°C(轴突 14)时记录的膜动作电位的轨迹。两条曲线的垂直刻度相同(除了下记录中的弯曲)。水平刻度因温度差而不同。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

孤波与孤子

1834 年 8 月，苏格兰工程师约翰·斯科特·罗素(John Scott Russell, b. 1808 Glasgow, d. 1882 London)*[1]记录了爱丁堡附近某条河道中的怪象：一艘驶过河道的船突然停止，激起一股奇怪的水波，这股波只有一个波峰，长约 10 m，高约 0.5 m，速率约 4 m/s。他骑马逐波几公里：这股波消失得非常慢；Figure 222 复现了这一发现。罗素没有观察到任何色散，就像深水波中常见的那样：波峰的宽度保持不变。罗素随后开始在他的实验室中制造这种波，并广泛研究了它们的性质。 Ref 228

斯科特·罗素表明，与线性谐波不同，其速率依赖于振幅。他还发现水渠深度 d 是个重要参数。事实上，这种单峰波的速率 v、振幅 A、宽度 L 之间的关系如下

$$v = \sqrt{gd}\left(1 + \frac{A}{2d}\right) \quad \text{以及} \quad L = \sqrt{\frac{4d^3}{3A}} \tag{104}$$

正如这些表达式和罗素所指出的那样，高波快而窄，矮波慢而宽，且波形在运动过程中是固定的。如今，所有这种单峰稳定波都被称为孤波(*solitary wave*)。它们只出现在系统的色散和非线性效应完全相互补偿的地方。罗素还指出，水道中反向传播的两道孤波，也有可能互相穿过而不被改变，这种孤波称为孤子(*soliton*)。简言之，孤子彼此相遇时是稳定的，如 Figure 223 所示，而通常的孤波不是。

Eq.101 KdV 60 年后，1895 年，科特韦格(Korteweg)和德·弗里斯(de Vries)发现水道中的孤波具有如下形状：

$$u(x,t) = A\ \mathrm{sech}^2 \frac{x - vt}{L} \quad \text{其中} \quad \mathrm{sech}\ x = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \tag{105}$$

以及，斯科特·罗素发现的关系是由如下波动方程引起的*[2]

$$\frac{1}{\sqrt{gd}}\frac{\partial u}{\partial t} + \left(1 + \frac{3}{2d}u\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{d^2}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \tag{106}$$

为了纪念他们，这个方程如今称为 KdV 方程(*Korteweg–de Vries*)。孤波解稳定性非常高，是因为将方程与线性波动方程区分开来的那两项所引起的效应相反：对于孤波解，非线性项精确地补偿了三阶导引起的色散。

曾有几十年，这种孤波被视为数学和物理的奇葩。原因很简单：没人能解出这些方程式。这一切在近一百年发生了变化，事情变得很明显，KdV 方程是弱色散弱非

[1]* 译者注：此罗素非彼罗素。伯特兰·阿瑟·威廉·罗素(Bertrand Arthur William Russell, 1872 –1970)，是英国哲学家、数学家、逻辑学家、历史学家、文学家、分析哲学的主要创始人。

[2]* 该方程可以通过代换变量 u 来简化；最简洁的版本是 $u_t + u_{xxx} = 6uu_x$。只要解是 sech 函数，这种版本以及其它变换版本的方程就都以相同的名称命名。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

线性波的通用模型，因此具有基本的重要性。这一结论是由克鲁思卡尔(Kruskal)与扎布斯基(Zabusky)导出的，他们在 1965 年用数学证明了解(105)在碰撞中不变。这一发现促使他们引入了孤子(*soliton*)这一术语。这些解确实在不改变速度与形状的情况下相互穿透：互相碰撞只会造成每个脉冲的微小位置偏移。 Ref 231

孤波在许多流体流动的案例中起着重要作用。它们存在于洋流中；甚至木星上的大红斑也是，几百年来，大红斑一直是木星照片上的稳定特征。

当固体中产生极高强度的声音时，也会出现孤波。在这些情况下，它们可以产生只有几纳米长的声脉冲。孤子光脉冲也用于某些光通信光纤内，无色散的它们比普通光脉冲具有更高的数据传输率。 Ref 232 Ref 228

二十世纪末，数学家发现孤子服从非线性广义叠加原理(这是由于 Darboux-Backlund 变换和格拉斯曼流形(Sato Grassmannian)的结构)。孤子的数学非常有趣。当量子理论家对孤子产生兴趣，数学的进步引发了人们对孤子数学的第二波兴趣。原因很简单：孤子是粒子和波的“中间物”，它兼具这两个概念的特点，也因此，孤子常被错误当做描述基本粒子的可能方案。 Ref 229

Figure 222 摩托艇追着一股单峰水波，复现了斯科特·罗素的发现 (© Dugald Duncan)

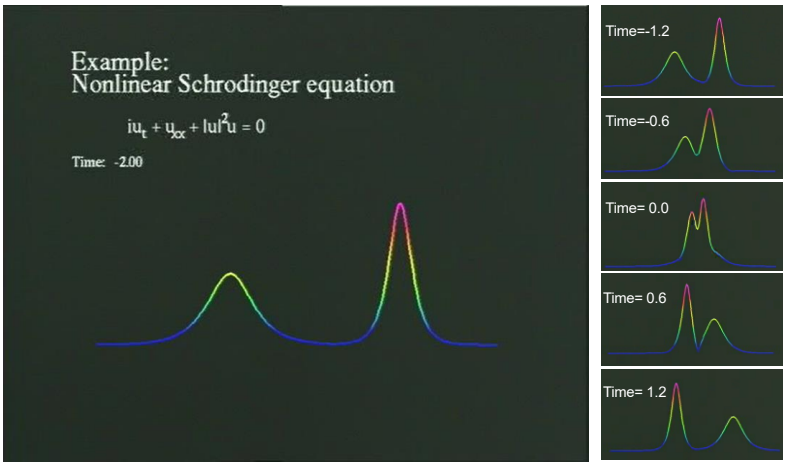


Figure 223 两个孤子相遇时是稳定的 (QuickTime film © Jarmo Hietarinta)

译者注：此视频可在英文原版观看。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：波与振动

社会浪潮滚滚向前，组成它的水却不然。

拉尔夫·沃尔多·爱默生(Ralph Waldo Emerson)

《论自助(Self-Reliance)》

声音很奇妙。如果你喜欢比萨斜塔旁的洗礼堂(Pisa Baptistery)的声音，或者喜欢感受沙子发出的歌声，或者想了解圣保罗大教堂的耳语回廊，不妨看看特雷弗·考克斯(Trevor Cox)的《妙音胜境 /神奇的声音世界 /聲音的奇妙旅程(*Sonic Wonderland*)》一书，它打开了新世界的大门。

**

当声音频率加倍，就说音调高出了一个八度(*octave*)。相差八度的两个音一起演奏，听起来会比较悦耳。另外两个令人满意的频率比(或者音乐家所说的“音程(*interval*)”)是四度(quart)和五度(quint)。它们相应的频率比是多少呢？这个问题的答案是物理和感知研究中最古老的发现之一，被归功于公元前 500 年左右的毕达哥拉斯(Pythagoras)。

Challenge 534 e

**

许多老师会在课上吸氦气，这会让说话音调变很高，因为氦气中的声速很高。用 SF_6 也能玩类似的把戏，它能让声音低沉。但这些实验有危险！氦气虽无毒，但由于其粒子半径小，扩散得快，曾导致许多人血栓(气体栓塞)，甚至少数人死亡。切莫以身犯险！还是看网上的视频稳妥。

**

大人推秋千上的孩子，振幅的增加是由于(直接)共振造成的；而当孩子自己荡秋千的时候，激励秋千的频率是秋千固有频率的两倍，这种效应被称为参数共振(*parametric resonance*)。

把倒立摆连接到上下振动的基座上，也会出现参数共振效应。如 Figure 224 所示，物体可以绕着关节自由地从两侧落下；而如果关节上下振动的频率选择得当，能让摆一直保持竖直倒立的状态，这种垂直驱动的倒立摆，也称为卡皮察摆(*Kapitza pendulum*)。www.youtube.com/watch?v=is_ejYsvAjY 是该现象的众多视频之一。参数共振出现在许多环境中，包括天上：特洛伊小行星通过参数共振保持在轨道上。

**

滑雪坡上的凹凸，即所谓猫跳/雪包/滑雪蘑菇(*ski mogul*)，也是一种波，它们甚至会移动。滑雪蘑菇在许多冬季奥运会项目中都是必不可少的。观察表明，滑雪蘑菇的波长通常为 5 至 6 米，平均移动速度为 8 厘米/天。令人惊讶的是，其速度是向上的，朝滑雪坡顶部移动。你能解释怎么会这样吗？其实，滑雪蘑菇也是自组织的一个例子，后面将更详细地介绍这个话题。

Ref 230
Challenge 535 s
Chapter 14:自组织

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

管弦乐队在大厅里演奏音乐：有人在 30 米远处听音乐，有人在 3000 公里外通过广播收听音乐。谁先听到音乐？

Challenge 536 s

**

质量体 m 附在长度为 l 的轻绳末端，此单摆的周期是多少？若绳比地球半径还长得多，周期又是多少？

Challenge 537 s

**

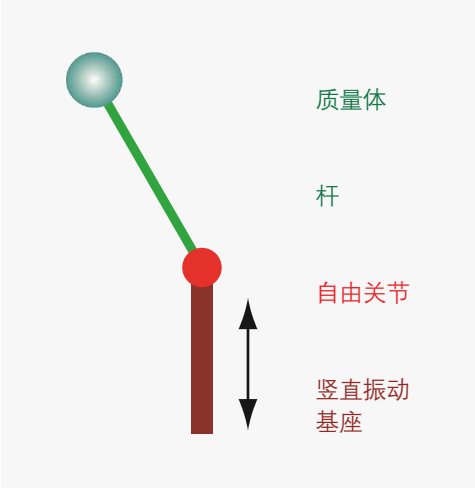


Figure 224 垂直驱动的倒立摆，在频率和振幅的某些组合下稳定处于直立位置。

Figure 225 特别缓慢的波：一片滑雪蘑菇 (© Andreas Hallerbach)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 538 s 一个物体在平面上无摩擦滑动，并由弹簧与平面上的一个固定点相连，问其轨迹？

**

蓝鲸(*Balaenoptera musculus*)是自然界中嗓门最大的动物：它的声音能在数百公里外听到。

**

从鲸鱼交流到海豚声呐，对海洋之声的探索自成一方领域。可以从 www.dosits.org 开始探索。

**

Challenge 539 e 警报器(*siren*)有点意思，它展示了旋转与振动的组合效果。尝试了解其工作原理，并自己做一个。(译者注：这里是指传统的非电力设备，比如防控警报器。)

**

斯威夫特(Jonathan Swift's)笔下的小人国居民(Lilliputian)身高只有常人的十二分之一。这表明他们的声音频率必须比人类高 144 倍，已然在听阈之外，格列佛(Gulliver)不可能听到小人们在说什么。至于比人类高十倍的巨人国居民(Brobdingnagian)，很可能也是
Challenge 540 s 如此，他们讲话频率会低一百倍。

**

光是一种波，从太空射入地球的光会在大气层发生折射。故而星星在夜空中看起来比
Challenge 541 e 实际高一些。是这样吗，你能证明吗？

**

Ref 233 最高的海浪是什么？使用卫星才对这个问题有了系统研究。令人惊讶的结果是，高达 25 米以上的海浪很常见：海上一直都有一些这样的海浪。该结果证实了经验丰富的船长们所讲的奇闻，也解释了许多无法解释的沉船事件。

冲浪者可能会有很多机会乘上 30 米的波浪。(目前的记录刚好低于这个高度。)但也许最令人印象深刻的冲浪波是波罗罗卡(Pororoca 南亚马逊河河口高潮)，这是一系列 4 米高的波浪，每年春天从大海沿亚马逊河逆流而上。这些波浪可以冲浪数十公里。

**

任何水面都有波，就算它看起来完全平坦。由于水温有限，其表面总是有一些粗糙度：即热毛细波(*thermal capillary wave*)。对于表面张力为 72 mPa 的水，通常条件下的
Ref 234 典型粗糙度为 0.2 nm。这些热毛细波被预言了几个世纪，直到最近才被观测到。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

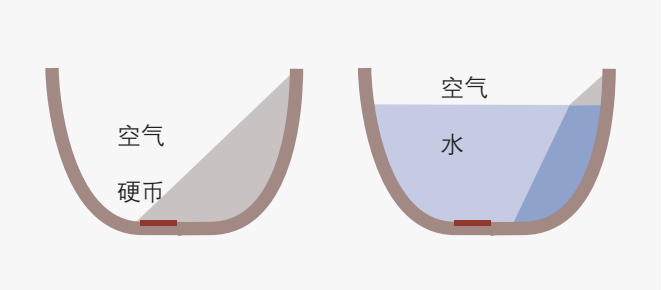


Figure 226 阴影显示了光的折射。

所有的波最终都会被阻尼掉，阻尼效应通常与频率有关。你能证明空气声波的频率-阻尼相关性吗？ Challenge 542 s

**

在黑纸上用针扎个孔，这个小孔可以用作放大镜(试试看)。是衍射产生了透镜效果。顺便说一句，格里马尔迪(Francesco Grimaldi)在 17 世纪就已经注意到光被孔洞衍射，他正确地推断出光是波。他的观察结果后来被牛顿讨论，但牛顿错误地否定了这些观察，因这不符合其信念。 Challenge 543 e

**

如 Figure 226 所示。把空杯子放在灯下附近，杯底会被杯壁遮在阴影里。给杯子装上水，由于灯光折射，一些底部会被照亮。这是折射。折射效应使我们能够制造镜片，成为诸多光学仪器的基础，如望远镜或显微镜。 Challenge 544 e Vol.III page 163

**

水波是横波还是纵波？ Challenge 545 s

**

水波速率限制了船只速率，航速不能比 $v_{\text{crit}} = \sqrt{0.16gl}$ 快太多，其中 $g = 9.8\ \text{m/s}^2$，l 是船身长度，0.16 是实验确定的数字，称为*临界弗劳德数*(*critical Froude number*)。这种关系适用于一切船只，从大型油轮(l =100 m，v_{crit} =13 m/s)到鸭子(l =0.3 m，v_{crit} = 0.7 m/s)。临界速率是波长与船身同长的波速。如果船要高于临界速率地运动，就需要更多能量(或者船在波上冲浪，也可能以更高的速率行驶)。奥运自游泳记录跟这个临界值差多少？ Challenge 546 s

大多数水中的动物和舰艇，在水面以下游泳会比在水面上游得更快，因为没有水面波的限制阻碍。例如，鸭子在水下游泳速率是在水面游速的三倍。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

深水波的*群速度*(*group velosity*)小于*相速度*(*phase velosity*) (即单个波峰的速度)。因此，当一组波峰开始行进，波峰们会从后方移动到前方：不断有新的波峰在最后方出现，向前行进，先变高再变矮，最后不断在前方消失。

**

我们在晚上比在早上更清楚地听到远处的声音，这是一种折射效应。声速随温度升高而加快。入夜，地面冷却得比上方的空气更快，因而离开地面并向上传播的声音会向下折射，导致晚间的听力距离更长。清晨，通常上面的空气更冷，下面的空气较暖，声音向上折射，远处的声音更难到达地面听众。如是，折射使清晨宁静，使夜间可以听得更远。大象在晚上利用声音环境进行 10 公里以上的交流 (它们也利用大地声波进行交流，但那是另一个故事了)。

**

折射现象在海洋中产生一条*声道*(*sound channel*)，大气中也有一条。声速随温度增加、随压力增加。在 1 km 的海洋深度，或在 13 至 17 km 的大气高度(即最高积雨云的顶部或臭氧层中)，这些地方声速最低，因而从此处发出并试图离开的声波又被引导回此处。鲸鱼利用这条声道以优美的歌声交流，可以在网上找到这些歌声的录音。军方成功使用置于海洋声道的麦克来定位潜艇，并用大气声道气球中的麦克来监听核爆炸。

Challenge 547 e

Ref 235

事实上，军方进行的声音实验，会导致鲸鱼失聪、失去方向、搁浅在海岸上。类似的高空气球实验经常被误认为是飞碟，例如著名的罗斯威尔事件(Roswell incident)。

**

Ref 236

小动物们也用声波交流。2003 年，人们发现鲱鱼用放屁声交流。它们放屁的时候，气体会产生咔嗒声，频谱高达 20kHz，可以在网上听到其录音。沟通的细节，如性别的差异，仍在研究。这些声音也可能被捕食者用来探测鲱鱼，以后可能被渔船利用。

**

植物会发声吗？会。许多植物，包括松树和其它一些树木，在运输汁液时会产生低功率超声波；还有些植物，如玉米，在根部产生低功率的可听见的声音。

植物对声音敏感吗？敏感。包括番茄在内的大量植物要受到授粉者发出的特定频率的声音刺激才会释放花粉；玉米等其它一些植物的根似乎朝着某些声源的方向生长。

植物会用声音交流吗？有种很小的可能性，根系以这种方式相互影响，研究仍在进行。目前还没有发现证据。也许你可以发掘这方面，开辟个植物声学(*phytoacoustics*)之类的领域？

Challenge 548 ny

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

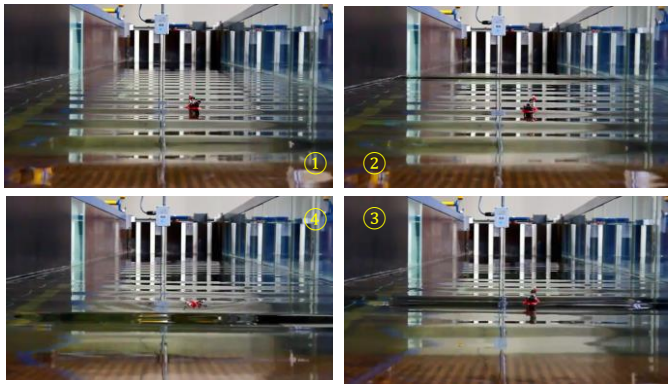


Figure 227 在水箱中产生的人造畸形波 (QuickTime film © Amin Chabchoub)
译者注：该视频见英文原版。

多风海面上的白色波峰有若干重要效应。水泡微小的爆炸(exploding)和内爆(imploding)发出噪音，公海上的波浪噪声正是许多小爆炸的叠加。海洋通过白色波峰从大气中吸收二氧化碳，从而减缓全球变暖。

**

大疯狗(*rogue wave*)，也叫怪物波(*monster wave*)或畸形波(*freak wave*)，是一种公海上高度超过 30 米的单波，会从比它低得多的波浪中突然涌起，几十年来一直是种令人费解的现象。甚至曾经很长一段时间，人们都不清楚它们是否真的发生过，只有船长们和神秘沉船的零星报告指向它们的存在。直到 1995 年才开始由测量证实它们的存在。曾受怀疑的一个原因是其形成机制不明，但从 2010 年开始的实验拓宽了人们对非线性水波的理解。这些实验首先证实，在理想条件下，水波也表现出所谓的呼吸解
Ref 237 (*breather solution*)，即非线性聚焦。最后，在 2014 年，Chabchoub 和 Fink 通过基于时间反演的巧妙实验技术证明，非线性聚焦(包括畸形波)可以出现在振幅小得多的不规则水波中。正如 Amin Chabchoub 解释的那样，视频证明如 Figure 227 所示。

**

Challenge 549 s 为啥许多办公室的天花板上都有很多小孔？

**

Challenge 550 ny 一枚石子扔进池塘，是什么可观测物理量决定了水波的波长？

**

Ref 2 佩雷曼(Yakov Perelman)在他的物理问题书中列出了以下四个问题。

Challenge 551 s 1. 石子落入湖水，会荡开圆形涟漪。石子落入河水，产生的波纹是什么形状？

Challenge 552 s 2. 可以构建声音透镜，就像构建光透镜一样。这样的透镜会是什么样子？

Challenge 553 s 3. 壳体(海螺)内部的声音是什么？

Challenge 554 s 4. 光从太阳到地球约需 8 分钟。这对日出的时间有什么影响？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

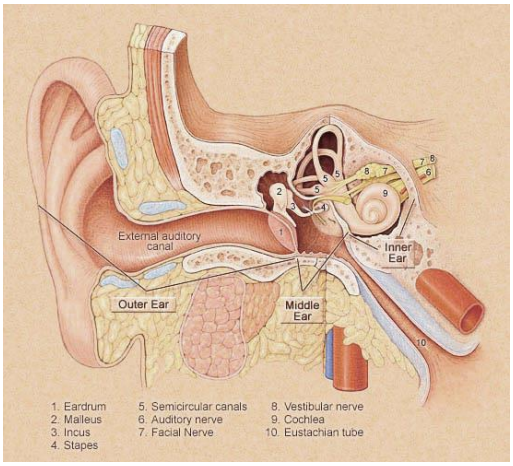


Figure 228 人耳 (© Northwestern University)

**

Challenge 555 ny 通常，人说话的声音会在耳朵上产生 20 mPa 的压强变化。这个值是如何确定的？

耳朵确实是种敏感装置。如前所述，鲸鱼等大多数海洋哺乳动物搁浅岸边都是耳朵出了问题：通常一些军事设备(声呐信号或爆炸)会破坏它们的耳朵，使它们失聪并失去方向感。

**

为什么 Figure 228 所示的人耳如此复杂？外耳将声压集中在鼓膜上，产生 3 dB 左右的增益；鼓膜总是以基本模式振动，其上没有任何节点。鼓膜在 3 kHz 这个耳朵最敏感的频域产生(非常宽的)共振，鼓膜通过听小骨将其运动传递到内耳；空气波在内耳中转化为水波并被检测，这种转化的效率近乎理想，用波动理论的语言来说，听小骨是阻抗变换器(impedance transformer)。为什么耳朵要把空气波变成水波？因为水比空气允许更小的探测器。你能解释一下原因吗？ Challenge 556 ny

**

次声(*infrasound*)是低于 20 Hz 的非听阈声波，它是个现代研究课题。自然界中的次声由地震、火山爆发、风、雷、瀑布、流星、海浪等发出。冰川运动、海震、雪崩、地磁暴也会发出次声。人为因素包括导弹发射、交通、燃料发动机和空气压缩机。 Ref 238

众所周知，高强度的次声会导致呕吐或平衡感紊乱(140 dB 以上, 2 分钟)，甚至导致死亡(170 dB, 10 分钟)。较低强度对人类健康的影响尚不清楚。

正如 1883 年喀拉喀托(Krakatoa)火山的爆发所显示的那样，次声在消失之前可以环球传播几圈。借助现代次声探测器，可以探测到数百公里外的海浪。海浪导致地壳以 3 到 7 mHz 的频率持续“嗡嗡”作响。全球次声网络(*Global Infrasound Network*)利用次声波探测核武器试验、地震和火山爆发，甚至可以数流星。人耳可是很少能听到流星的声音。(参见 can-ndc.nrcan.gc.ca/is_infrasound-en.php)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

如 Figure 205 所示，用于计算信号中包含的正弦波的方法称为傅里叶变换，它在整个科学技术中都很重要。在 1980 年代，一种有趣的推广方法开始流行，称为小波变换 (*wavelet transformation*)。与傅里叶变换相比，小波变换使我们能够及时定位信号。小
Ref 239 波变换可以高效压缩数字存储的图像，诊断飞机涡轮机问题，应用颇广。

**

如果你喜欢工程挑战，这里有一个开放挑战：如何构建一种稳健且高效的系统，将海
Challenge 557 r 浪的能量转化为电能？

**

若对海浪感兴趣，你可能也会喜欢海洋学，这有一些开源资料 oceanworld.tamu.edu。

**

自然界中，表面有驻波的最小结构是什么？最大结构呢？

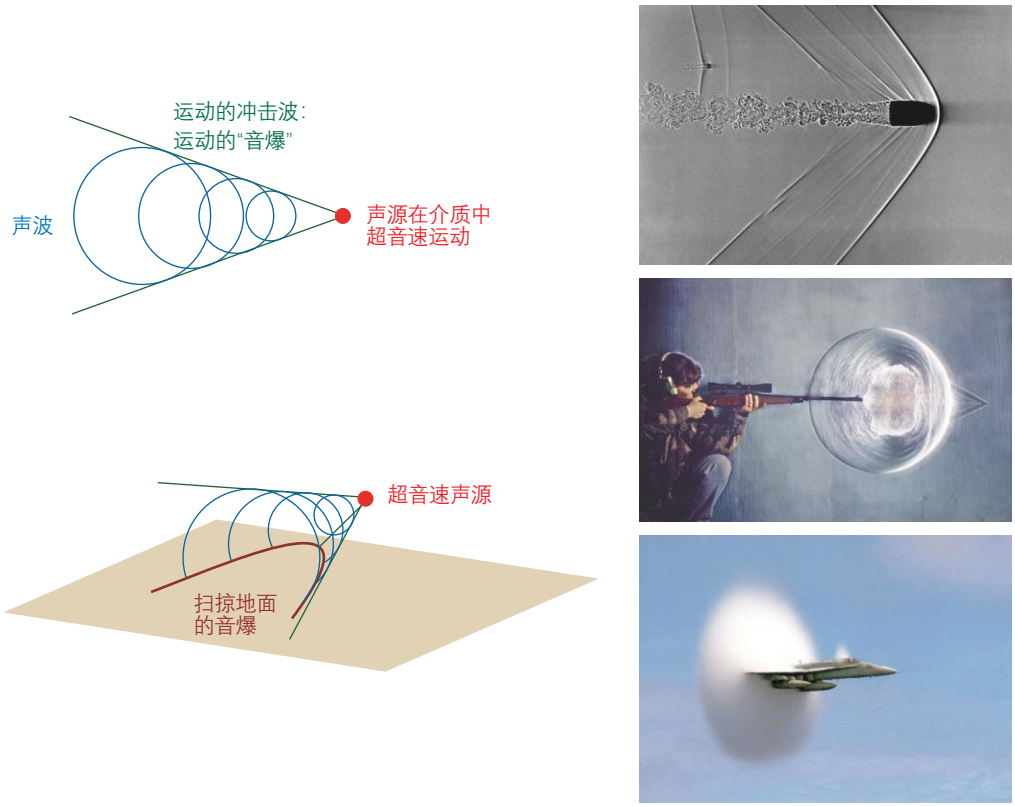


Figure 229 超音速运动的物体产生的冲击波，会产生在空气中移动的“音爆”；可以通过纹影摄影或水气凝结可视化 (photo © Andrew Davidhazy, Gary Settles, NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

我们描述广延体的时候，假设物体的每个点在整个运动过程中都可以被单独追踪。这种假设合理吗？若行不通，会怎样？

Challenge 558 r

**

爆炸和超音速飞行中有种特殊的波：*冲击波*或*激波*(*shock wave*)。在冲击波中，气体的密度或压强在几微米的距离内陡然变化。冲击波影响着爆炸、鞭鸣、子弹飞。对冲击波有专门的研究领域。

在超音速运动的物体周围，声波产生一个锥体，如 Figure 229 所示。当音锥掠过地面观测者，人们会听到*音爆*(*sonic boom*)。不那么常见的是，如果飞机加速穿过音障，某些地面观测者会听到两声巨响，甚至是所谓的超音爆(superboom)，这是因为不同速率的音锥可以叠在地面上的特定位置。执行某些动作的飞机，例如高速转弯的飞机，甚至可以在地面上的预定位置产生超音爆。超音爆会破坏窗户、耳膜、导致创伤，尤其是对儿童。不幸的是，它们经常是由世界各地失意的军事飞行员故意制造的。

Ref 240

**

游泳的天鹅和船有什么共同点？它们身后都有尾流。尽管有相似之处，但这种现象与音爆无关。鸭子和船只的尾流角度是一样的：只要水足够深，尾流角度与它们的行进速度、与运动物体的大小无关。

Chapter 10:水波

如前所述，深水(也就是水深远大于波长的水体)中的水波不同于空气中的声波：深水波的群速度是相速度的一半(你能由深水波的角频率和波矢量之间的色散关系 $\omega = \sqrt{gk}$ 推知吗？)。在大部分能量集中传输的区域，即在群速度附近，水波会互相干涉。因为这种简单的速度关系，Figure 230 中的每个波圆的直径总是其最右侧点 O 到顶点 A 距离的一半。故而尾流顶点的半角 α 遵循

Challenge 559 e

$$\sin\alpha = \frac{1}{3} \quad \text{给出尾流顶角} \quad 2\alpha = 38.942^\circ \tag{107}$$

还可以从 Figure 230 用简单的几何推断出构成尾流波型的曲线。

Ref 241

须注意的是，仅在深水中尾流角才是固定的。换言之，对于给定的深度，尾流只有在达到最大源速度时才具有固定的形状。对于高速率，尾流角度会变窄，尾流内部的图案也会变化。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

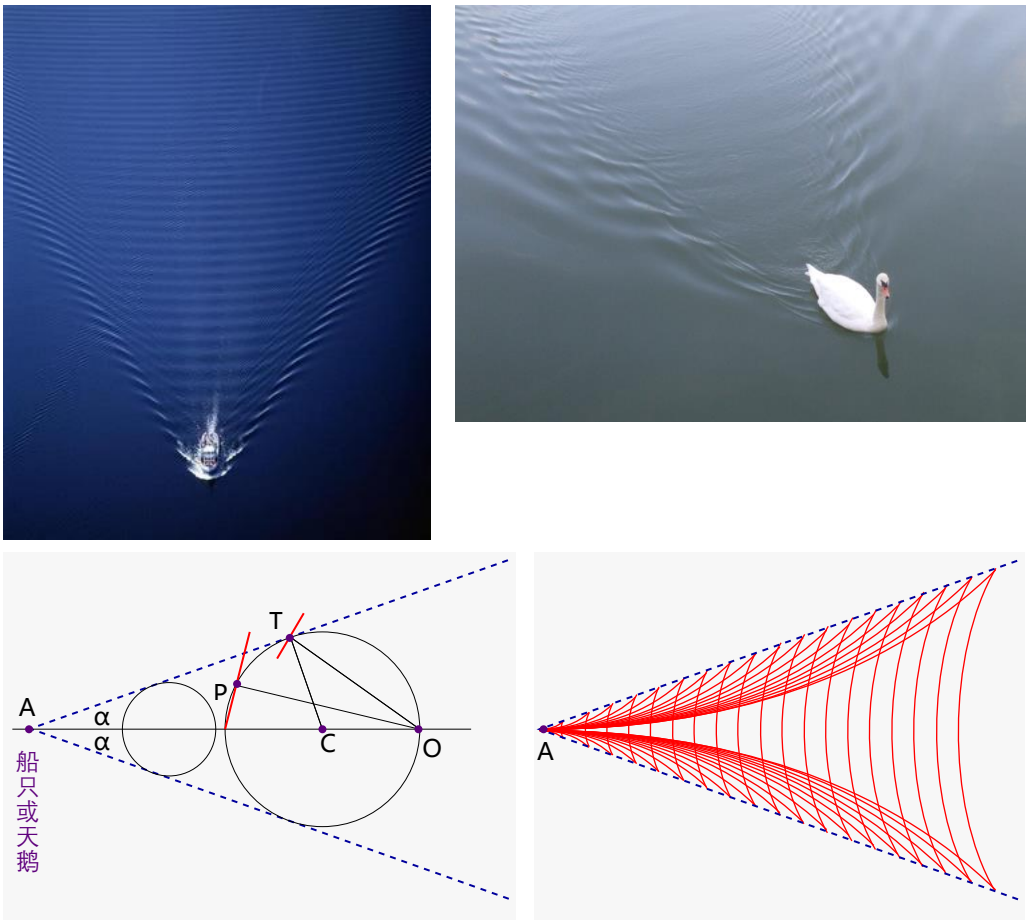


Figure 230 船只与天鹅的尾流，以及推断形状的方法 (photos © Wikimedia, Christopher Thorn)

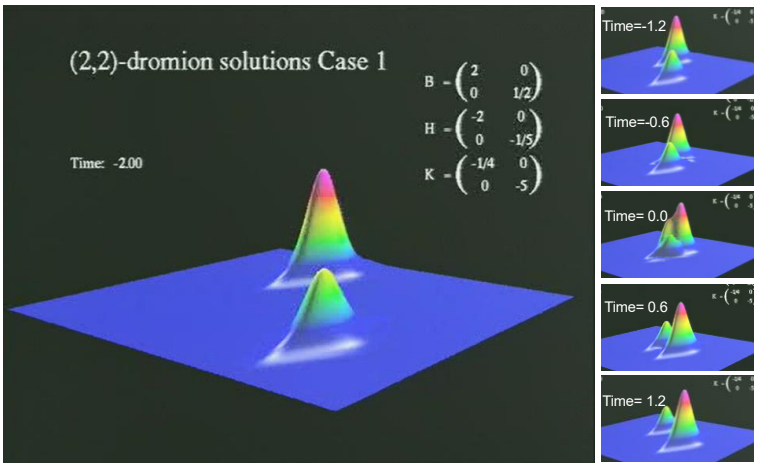


Figure 231 二维基底上 dromion 的计算运动 (QuickTime film © Jarmo Hietarinta)
译者注：此视频可在英文原版观看。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

蝙蝠用回声定位(*echolocation*)在夜间飞行；海豚也是，渔船用以捕鱼的声呐系统，模
Ref 242 仿的就是海豚。鲜为人知的是，人类也有同样的能力，你有没有试过在完全黑暗的房间里用回声来定位墙壁？你会惊讶于这是多么容易。只需发出短促的嘶嘶声或口哨
Challenge 560 e 声，然后聆听回响。你也能可靠地定位墙壁。

**

鸟儿会歌唱。如果你想探索这是如何发生的，不妨看看 www.indiana.edu/~songbird/multi/cineradiography_index.html，这里有一只正在唱歌的鸟的 X 光片。

**

每个孤子都是一维结构。有二维的相似存在吗？这个问题曾多年未决，直到 1988 年，Boiti、Leon、Martina、Pempinelli 发现了一种叫戴维-斯图尔森(Davey-Stewartson)
Ref 243 方程的演化方程可以有二维局域解。这些结果被 Fokas 和 Santini 推广，并被 Hietarinta 和 Hirota 进一步推广。这样的解今天被称为 *dromion*，它是二维的凸起，如 Figure 231 所示，可以在非线性系统中移动，不会由于色散而消失。但是，目前还没有在实验中观察到这样的解，这是非线性科学中最重要的实验挑战之一。

**

水波的魅力至今不减。尤其是水波的二维孤子解，至今仍是研究课题。实验很简单，数学很复杂，问题很有趣。在二维空间中，峰甚至可以形成六边形图案！KdV 方程的二维推广，是称为 KP 方程(*Kadomtsev–Petviashvili*)的浅水方程，它导出了许多不寻常的水波，包括椭圆余弦波(cnoidal wave)、孤子(soliton)、dromion，其中一些如 Figure 232 所示。矩形模式是否存在的问题尚无定论，深水波的精确方程与解也未知。

流水中的波更复杂，如多普勒效应，如涌潮(*bore*)，即河流中来潮形成的波浪。
Ref 244 即使是像水波这样常见的现象，也仍是研究课题。

**

Challenge 561 ny 吹瓶子产生的音调与瓶子尺寸是什么关系？对于体积较大的瓶子，其空腔谐振(*cavity*
Ref 245 *resonance*)的频率 f，依赖于瓶子的体积 V：

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{VL}} \quad 或 \quad f \sim \frac{1}{\sqrt{V}} \tag{108}$$

Challenge 562 e 其中 c 是声速，A 是开口面积，L 是瓶颈长度。这则公式与你的观察一致吗？
Ref 246 音调的产生着实是个复杂过程，这个话题有专门的书籍。例如，在超吹(overblow)时，萨克斯管产生二阶谐波，高出一个八度，而单簧管产生三阶谐波，一个五度音(更确切地说是十二度音)。咋回事呢？其理论很复杂，但结果很简单：横截面沿管增

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

加的乐器，如号角、小号、双簧管或萨克斯管，超吹到八度。对于(主要是)圆柱管的气鸣乐器，超吹效果取决于音调产生机制。长笛超吹至八度，单簧管至十二度。

**

许多声学系统不仅会产生谐波(harmonic)，还会产生亚谐波(*subharmonic*, 也叫分谐/分数谐/副谐等等)。有个简单方法可以观察亚谐波的产生：在浴缸里，让耳朵在水下，然后唱歌。依赖耳朵里剩下的空气，你可以听到自己声音的亚谐波。效果很特别。

**

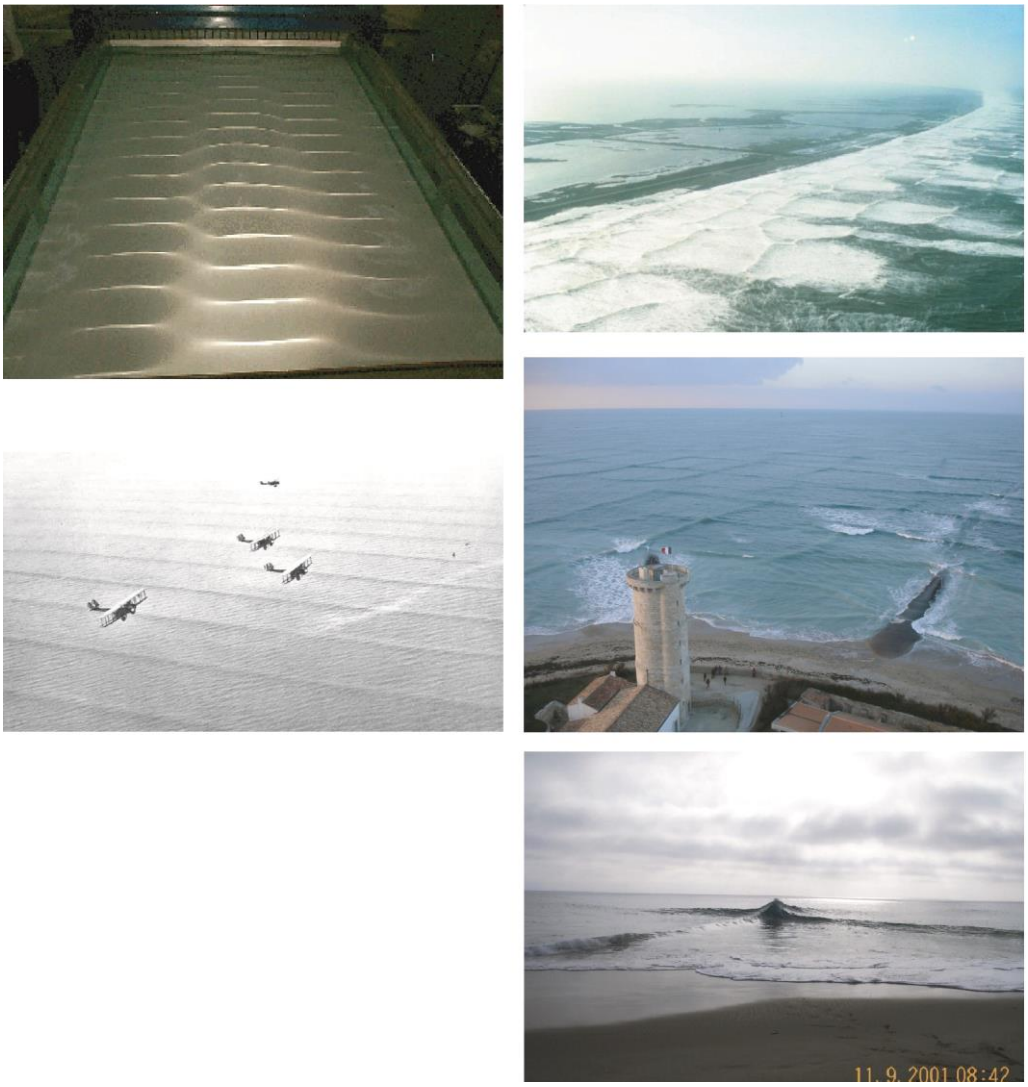


Figure 232 不寻常的浅水波：(上图)北卡罗来纳州的一个实验水箱；一场风暴；(下图)巴拿马附近的一个几乎纯椭圆余弦波和两个这样的波在雷岛(Ile de Ré)交叉相遇(photo © Diane Henderson, Anonymous, Wikimedia)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

很多人都对打响指这种关节声响的起源感兴趣。你将如何检验它是由空化(cavitation)引起的？你如何确定答案？ Challenge 563 e

**

在地球上钻一公里深的洞，并研究坑底的声音，人们发现地球深处充满了较弱的低频声音。振动周期可以长于 300 秒，即频率低至 3 mHz。大部分这种声音由海浪引起，这些声音的频率被非线性效应改变，甚至从海底到大陆中央都能探测到。这些声音如今常用以探寻石油和天然气。特定音带的起源仍是研究课题，有些可能与大气有关，甚至与地幔和火山中的岩浆运动有关。

**

婴儿都会哭。研究表明，它们的声音由四种基本模式组成。研究表明，即使是新生儿，这四种模式的组成也取决于母语。

**

最令人印象深刻的声音体验，是高男高音/假声男高音(*countertenor*)和更高的男性女高音(*male soprano*)的歌唱表演。如果你有机会欣赏，不要错过。

小结：波与振动

在自然界中，除了物体的运动，我们还观察到波的运动。波群常被用作信号。波有能量、动量、角动量。波存在于固体、液体、气体中，也存在于材料界面上。波可以干涉、衍射、折射、散射、衰减，横波还会极化(偏振)。孤立波，即只有一个波峰的波，出现在具有特定非线性色散项的介质中。

振动是波的一种特殊情况；它们通常是驻波。振动和波动只出现在广延系统中。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 11

广延体存在吗：连续性的极限

我们方才讨论了广延体的运动，发现无论是固体还是流体，一切广延体都表现出波动。可是，自然界中真的存在广延体吗？这个问题一直是物理学中讨论最激烈的问题之一，有够怪的。几百年来，随着运动描述的进步，它一次又一次浮现，答案在肯否之间摇摆。许多思想家因给出政治不正确的答案而遭监禁，甚至许多人仍在遭受迫害！其实这个问题早就出现在生活中了。

山脉与分形

我们爬山的时候都是沿着其表面轮廓走。我们常说将这个表面轮廓是弯曲的二维曲面。不过还有其它可能。一个流行的观点是，山脉可能是分形表面。曼德勃罗(Benoît Mandelbrot)将分形(*fractal*)定义为：放大可数无穷倍而依然自相似的集合。我们早就遇到过分形线。Figure 233 右侧是构建(随机)分形表面的算法演示。它产生的形状看起来与真正的山脉非常相似，逼真到被用于好莱坞电影。如果这种描述是正确的，则山脉广延但不连续。

Figure25:科赫雪花

Ref 247

山脉也可能是不同类型的分形，如 Figure 233 左侧所示。山的表面可能有无数个越来越小的洞。事实上，我们也可以设想，山脉被描述为左侧图的三维版本。那么山脉就是某种数学奶酪。你能设计一个实验来确定分形是否能正确描述山脉吗？为了解决这个问题，我们得研究巧克力棒、骨头、树木和肥皂泡。

Challenge 564 s

日取其半 万世不竭 吗？

每个孩子都知道怎么让巧克力棒“一根永流传”：每次只吃现有的一半。但这种方法只在物质是标度不变(*scale-invariant*)的情况下才有效。这就要求：要么物质是分形的(*fractal*)，并对一组离散的缩放因子是标度不变的；要么物质是连续的(*continuous*)，并对任何缩放因子都标度不变。哪种情况适用于自然？

Chapter 2: 巴拿赫-塔斯基

其实我们早见端倪，连续性或许是个值得怀疑的假设：巴拿赫(Banach)与塔斯基(Tarski)表明，连续性将使我们能够通过巧妙的割补(切割重组)来增殖食物或任何其它物质。连续性能让孩子们每天吃同样多的巧克力，而无需反复购买。

▷ 物质不是连续的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

割补法不能排除巧克力有分形结构的可能性，但其它实验解决了这个问题。我们注意到熔融材料的体积并不比固体材料小很多；我们还发现，到某个最高压强下，材料便不再缩小。故此，我们得出结论

▷ 物质不是分形的。

那它是什么结构的呢？

要了解物质的结构，我们可以用液态巧克力，甚至只需用一滴油：毕竟这是巧克力的主要成分。将油铺展在一张大平面上，例如可以在无风无雨的日子里把一滴油滴在水塘里，由于油膜与水面的反射特性不同，反射出的颜色也就不同，不难观察到水的哪些部分被油覆盖而哪些部分没有。一小滴油覆盖的面积不会大于.....(你能猜出这个值吗？)，若试图进一步扩展油膜，则不可避免地会将之撕裂。因此，孩子对巧克力“日取其半”的方法不会永远奏效：巧克力棒，亡也忽焉。油膜实验甚至可以居家进行，油膜的最小厚度约为 2 nm。该实验表明*[1]，油体中有个最小的尺寸单位：油体是由微小的组分组成的。这对一切物质都有效吗？

Challenge 565 s

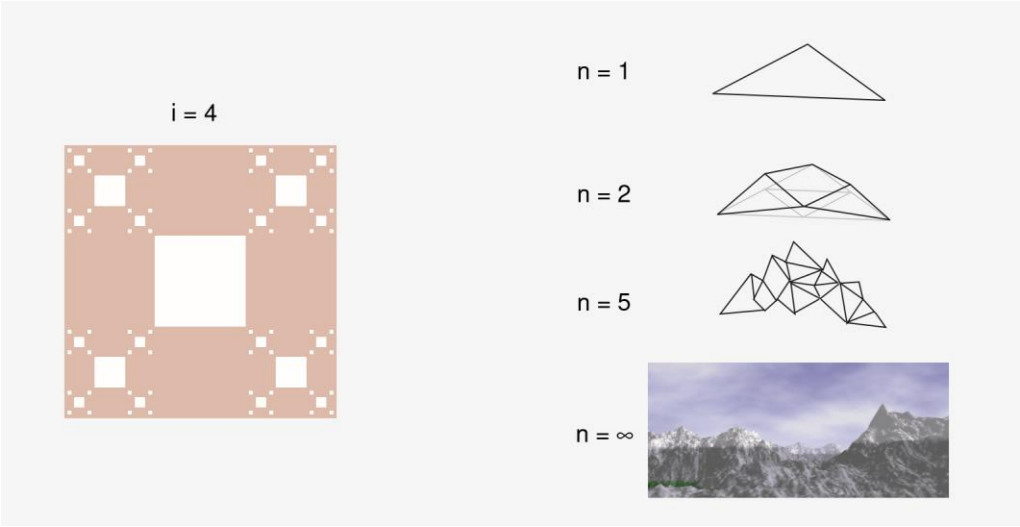


Figure 233 地板(左)和山脉(右)可以是分形的；对山脉形状的这种近似，常用于计算机图形学 (image © Paul Martz)

[1]* 油膜实验是在洛施密特(Loschmidt)确定分子大小几十年后由汤姆孙-开尔文推广的。人们经常声称本杰明·富兰克林(Benjamin Franklin)是第一个做油实验的人，这不对。富兰克林没有测量厚度，甚至没有考虑厚度问题。他确实把油倒在水上，但错过了能从中得出的最重要的结论。看来，即使是天才也不能抓住一切细节。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 234 用微量移液管，将半微升的油滴撒在一平方米的覆盖着薄薄的石松粉的水面上 (© Wolfgang Rueckner)

“三堂会审”伽利略

中世纪过后，伽利略(Galileo, b. 1564 Pisa, d. 1642 Arcetri)首次提出，一切物质都是由最小部分组成的，他称之为 *piccolissimi quanti*，即“最小的量子”；今天，这被称为原子(*atoms*)。然而，伽利略为此付出了沉重的代价。

伽利略一生受到攻击的原因有二：一是地动说，二是原子论。*[1]是伟大的历史学家彼得罗·雷东迪(Pietro Redondi)发掘了这两个重要的问题，他是另一位伟大历史学家皮埃尔·科斯塔贝尔(Pierre Costabel)的合作者。雷东迪的研究课题之一是当时捍卫正统神学的耶稣会会士们(Jesuits)与伽利略等科学家之间的争端史。1980 年代，雷东迪发现了一份当时的文件，一份叫做 G3 的判决书，该文件使他能够证明：伽利略因地动说而被判终身监禁，这件事其实是他的教皇朋友运作安排的，目的是保护他免于因原子论而被判死刑。

[1]* 要想清楚了解伽利略案中的争议问题，特别是物理学家感兴趣的问题，雷东迪的著作《*Galileo eretico* (Einaudi, 1983)》是最佳读物，英译本为《异端：伽利略(*GalileoHeretic*, Princeton University Press, 1987)》。这本书还有许多其它语言的版本。2004 年，一个包含最新发现的更新版本问世。(译者注：本节原标题是“伽利略案”，“三堂会审伽利略”则是一段现代京剧小品的名字，在形式与演绎上是很有趣的。又，伽利略在《试金者(*Il saggiatore*)》中用过 *minimi quanti*、*minima quantità*、*piccolissima quantità* 等等措辞。伽利略时代的科学概念和科学术语相当不成熟，即使是在《对话》跟《谈话》也不成熟。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

伽利略主张：由于物质并非标度不变，故必由“原子”(他所说的 *piccolissimi quanti*)组成。稍后详细解释。这在过去和现在都是异端，因为物质的原子论始终与天主教核心理念冲突：圣餐中的面包与葡萄酒的可感性质(*sensible qualities*)独立于其实体(*substance*)而存在。托马斯·阿奎那(Thomas Aquinas)对实体与感性的区分，对于理解变体/质变/化质 (*transubstantiation*)至关重要，变体是指葡萄酒和面包变成了某人的血与肉，但是一切可感的物理性质不变。这是天主教的一条核心教义。直至今日，真正的天主教徒仍不准相信原子论，因为物质由原子组成这一理念与变体论矛盾；而新教信仰通常不支持变体论，对原子论也没意见。

Ref 248

伽利略时代，教会法庭会判处异端死刑。偏离正统神学就是异端(heresy)。伽利略保住一命多亏教皇运作，教皇确保变体问题不会成为审判的主题，并确保宗教裁判所(Inquisition)的审判由其侄子弗朗西斯科·巴贝里尼(Francesco Barberini)领导的教皇委员会组织。但教皇也希望对伽利略略施小戒，因为他觉着自己的想法在伽利略的《对话(*Dialogo*)》中受到嘲弄，尤其是在他的外交政策受到攻击时，他无法忽视或压制这个问题。

1633 年，70 岁的伽利略因“异端嫌疑(suspicion of heresy)”(因此不是异端)而“以耶稣基督之名”被判入狱，理由是他未遵守早年间不教导地动说的承诺。地动说确实与基督教圣经的说法相矛盾，伽利略坚信真理由观测决定，而宗教裁判所认为真理要由裁判所自己根据某本书来裁定。伽利略一生在许多信件中表达过自己的信念：观测真理绝非异端。可惜人在屋檐下：他被迫声明，教导地动说是个错误。一段时间后，教皇将监禁减为软禁(house arrest)。

Ref 249

Ref 250

伽利略因地动说获罪并非终章。伽利略死后的几年内，在几次针对伽利略及其追随者的审判中，原子论也被问罪。但这些审判的后续影响，偏离了宗教裁判的计划。在那场著名审判的 20 年后，1650 年左右，世上每位天文学家都归依了地动说。别看审判了原子论，结果到 17 世纪末，世上几乎每位科学家都信了原子的存在。这些审判加速使科研创新的中心在伽利略和笛卡尔之后，从意大利或法国等天主教国家转移到了新教国家。而在这些国家，如荷兰、英国、德国或斯堪的纳维亚诸国，宗教裁判也失去权力。这种转变影响至今。

直到 1992 年，天主教会都还没撤销对伽利略的判决，何其可悲。那年，教皇约翰·保罗二世(Pop John Paul II)就伽利略案发表演讲。他早就想对历史表示遗憾，并想为伽利略平反，他曾要求一个研究委员会重估这项审判。该委员会搞了十二年，可惜提交最终报告的主教是个骗子：他避免引用研究委员会的结果，错误地陈述了双方在真理问题上的立场，错误地指出伽利略关于地动说的论证弱于教会的论证，错误地总结了教会过去对地动说的立场，也不提监禁刑罚在意见或异端问题上不是好手段，甚至没有讨论平反问题，当然也没提变体论。在这场权力斗争结束时，伽利略并未得到平反，这与教皇想要的和当时大多数新闻稿所说的相反；教皇只得说“双方都有错”，而这一切背后的骗子却平步青云。*[1]

Ref 252

[1]* 不必太愤慨：许多公司里每天都在发生同样的事情；大多数员工都能讲述类似的故事。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

故事还没完。雷东迪发现时，审判文件一直被锁着，后来教皇约翰·保罗二世向学者们提供了这些文件。于是 1999 年新发现了一份名为 EE 291 的文件，一份关于原子问题的内部专家意见书，它于 1632 年为审判撰写，也就是审判程序开始前的几个月。该文件的作者得出结论，伽利略在原子问题上确实是异端。因此，该文件证明，正如雷东迪所推断的那样，在伽利略审判期间对变体问题的掩盖一定是系统性和彻底性的。事实上，即使在今天，教会官员和天主教教义问答也都小心翼翼地避开了原子的话题；不信可以在梵蒂冈官网 www.vatican.va 搜索。

Ref 251

但伽利略无意攻击变体论，他只是想推进原子的理念。他做到了。即使被判入狱，也以被软禁的盲人老者的身份写成了他的最后一本书《对谈(*Discorsi*)》，继续暗示原子(*piccolissimi quanti*)的存在。今天，玻恩(Max Born)以伽利略对原子的称呼命名的量子(*quantum*)理论，已经成为迄今为止对自然界最精确的描述。

Vol.IV page 15

伽利略毕生致力于发现和讲述运动与原子的真相。让我们探讨一下他是如何得出所有物质都是由原子组成的结论的。

动物能跳多高？

Ref 253

跳蚤可以跳到身长一百倍的高度，而人类只能跳到和自己身高差不多的高度。其实生物学研究得出了一个简单的观察结果：大多数动物，无论大小，都能跳到大致相同的高度，即 0.8 到 2.2 米之间，无论是人、猫、蚱蜢、猿、马还是豹子。我们早些时候已经解释了这一情况(如 Figure 47 所示)。

乍一看，跳高常数的观测结果似乎是标度不变性的一个简单例子。但让我们再仔细看看。在质量范围的两端都有一些有趣的例外。在小端，螨虫等小虫无法达到这样的高度，因为所有小东西都会遇到空气阻力的问题；在大端，大象不能跳那么高，不然容易骨折。但是为什么会骨折呢？

又为什么所有人的体格都差不多？咋没有十米高的巨人？咋没有比大象还大的陆地动物？伽利略已经给出了答案。人和动物的骨骼不允许这样的尺度，巨人的骨骼会被自身体重压塌。你看哈，人若是变高为 10 倍，则体重会变为 1000 倍，但骨头只变粗 100 倍。但是为什么骨骼强度是有限的呢？只有一种解释：骨骼的成分以有限的吸引力结合而成。连续物质则完全不同于骨骼，连续物质根本不会断裂，只能存在于卡通中，而分形物质会无限脆弱。伽利略总结道：

▷ 物质在有限载荷下会断裂，因为它是由微小的基本成分组成的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

伐木

树木有着迷人的结构。为什么树木的大小有限？早在十六世纪，伽利略就知道树木不能无限长高：长到某个临界点后，一棵树的强度将不足以支撑自重。他估计的最大高度约为 90 米，但当时他并不知道的实际记录似乎是澳大利亚桉树的 150 米。但为什么会存在极限呢？答案与骨骼相同：木材强度有限；强度有限，是因其并非标度不变；并非标度不变，是因它由微小结构组成，即原子。*[1]

推导精确的高度极限会更复杂。要想树木不摧折于强风，对于常见粗细的树木 ($0.2\ \mathrm{m} < d < 2\ \mathrm{m}$)，风阻将其高度与粗细之比 h/d 限制在约 50。你知道为什么吗？
Challenge 566 s
Ref 255
较细树木的高度被限制在 10 米以下，因为它们被风弯曲后需要恢复竖直。

这项对自然约束的研究也回答了为什么树木是由木材而不是钢铁构成的问题。你可以自己验证一下，给定质量的柱体的最大高度，决定于弹性模量与质量密度平方之比 E/ρ^2。木材曾长期是这一比值最高的材料。直到最近，材料学家才设法设计出更好的：纤维复合材料。
Challenge 567 s
Ref 256

为什么材料会断裂呢？一切观测都得出了相同的答案，并证实了伽利略的推理：因为材料内部有个最小尺寸单位。例如，承受应力的物体在其强度最弱的位置断裂。若某物完全均匀或真正连续，它就不该被撕裂，任何地方都不可能出现裂缝。若某物的结构是个分形的奶酪结构，则只需无穷小的冲击就能触发碎裂。

小硬球

> 比起成为波斯国王，我更想知道哪怕一件事的原因。
>
> 德谟克利特

精确观测表明，物质既非连续也非分形：一切物质都由最小基本粒子组成。伽利略通过思考巨人和树木推断出它们的存在，称之为“最小的量子”。如今称之为原子 (*atoms*)，以纪念古希腊的著名理论。2500 年前，希腊人发问：若运动与物质守恒，那么变化与转化又何以存在呢？留基伯与德谟克利特的学派*[2]详细研究了两个具体的

Ref 254
[1]* 还有个重要的限制因素：树木内的水柱不能断裂。这两个因素似乎产生了类似的极限高度。

[2]* 留基伯(Leucippus(Λευκιππος) of Elea, *c.* 490 to *c.* 430 bce)，希腊哲学家；埃利亚(Elea)是意大利南部的一个小镇，曾属于大希腊。德谟克利特(Democritus (Δεμοκριτος) of Abdera, *c.* 460 to *c.* 356 or 370 bce)，希腊哲学家，可以说是有史以来最伟大的哲学家，他和他的老师留基伯一道，是原子论的创始人；德谟克利特是一位备受钦佩的思想家，也是苏格拉底同时代的人。虚荣的柏拉图甚至从未提及他，因为德谟克利特对其名誉构成威胁。德谟克利特写了许多书，但都已失传；中世纪垄断复制业的宗教狂热分子认为他科学理性的世界观是一种危险，对其作品不予复制。今人普遍误以为德谟克利特没有原子存在的证据，但那是典型的虚假信息，目的是让我们觉得自己比古人优越。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

观察结果：盐溶于水、鱼游于水。盐溶解前后，水的体积不会改变；游动的鱼必须把水推开。留基伯和德谟克利特推断，既要解释这两个观察结果，又能协调守恒与变化，就只有一种可能：自然界由虚空与不可分割的、守恒的小粒子组成。*[1]

简言之，由于物质坚硬、有形、可分割，留基伯和德谟克利特将之想象为由原子组成。原子是坚硬的粒子，有形状，但不可分割。故而希腊人推断，任何运动、变化、转化的现象，都是这些粒子的重新排列。变化与守恒如此得以调和。

换言之，希腊人把大自然想象成了一大堆乐高积木(Lego)。首先，乐高是坚硬的或不可透入的，靠得太近就互相排斥，这解释了为什么固体不能被压缩太多。其次，乐高在较近距离内互相吸引：它们因而拼合在一起，这解释了固体的存在。最后，相距很远的乐高没有相互作用，这解释了气体的存在。(其实希腊人所说的“原子(atom)”与我们今天所说的“分子(molecule)”有所重合。后者由阿伏伽德罗*[2]于 1811 年提出，以作区分。我们暂不多提。)

由于人看不见原子，着实花了很多年才用实验说服了所有科学家。在十九世纪，原子论得到大量实验的完美验证，例如发现化学定律和气体行为“定律”。我们简要探讨一下最有趣的。

Eq.114 气体定律

寂静之声

设想我们驻足于一片林海雪原。夜幕降临，大地沉睡，了无风丝，万籁俱寂。我们静静站立，屏住呼吸，聆听寂静。(你也可以在录音室，或者晚上在安静的卧室里有同样的体验。)在完全安静的情况下，耳朵会自动变得更加敏感*[3]，然后我们会听到两种声音，一种音调较低，另一种音调较高，这显然是在耳朵里产生的。实验表明，音调高的声音是由内耳神经细胞活动引起的；音调低的声音产生于脉动血液流经头部。但我们究竟为什么会听到噪音呢？

许多类似的实验证实，无论我们做什么，我们都无法从测量中消除噪声，即随机涨落(fluctuation)。这种不可避免的随机涨落在物理学中被称为*散粒噪声*(*shot noise*)。如果流动不是连续物质的运动，而是大量离散小实体的输运，那么这种噪声的统计性

---

[1]* 这个故事由卢克莱修(Lucretius)在约公元前 60 年的名著《物性论(*De rerum natura*)》中完整讲述。(英译本可见 www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Lucr.+1.1) 卢克莱修还提出了许多其他证明；在第一卷中，他证明固体中有真空，可以通过孔隙度和密度差异来证明；气体中也存在真空，可以通过风来证明。他表明气味和蒸发是由颗粒引起的。(你能找到更多的证据吗？)他还解释说，由于颗粒尺寸 r，无法看到它们，但可以感受到它们的影响，并且它们可以解释所有的观察结果。

Challenge 568 ny

把粒子想象成小球，这是种典型的阳性理念(male idea)。与之对应的阴性理念是什么？

Challenge 569 d

[2]* 阿莫迪欧·阿伏加德罗(Amedeo Avogadro, b. 1776 Turin, d. 1856 Turin) 是一位重要的物理学家和化学家。阿伏加德罗数是以他的名字命名的。

[3]* 人耳可以在最敏感的模式下检测到至少小至 20 μPa 的压力变化和小至 11 pm 的鼓膜运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

质将与理论预测精确对应。因此，对噪声的精确测量可以用来证明：空气和液体是由分子组成的，电流是由电子组成的，甚至光是由光子组成的。散粒噪声是寂静之声。

▷ 散粒噪声乃诸原子之声。

若物质是连续的或分形的，则不存在散粒噪声。

计数不可见之物

日常生活中可见不到原子，自然无法计数之。但物理学的进步使计数原子成为可能。如前所述，这些测量方法中的许多，都利用了噪声。*[1]

Ref 257

在物理学中，*噪声*(*noise*)一词不仅用于声学，也用于任何随机过程。最著名的一种噪声是布朗运动(Brownian motion)，即灰尘或花粉等小颗粒在液体中的悬浮运动。此外，空气中下落的小颗粒，如汞球或硒粒子，也有可观察的随机运动。

Chapter 13：布朗运动

用石英纤维悬吊在空气中的镜子，由于空气分子的碰撞，会随机地、少量地改变取向，特别是在低气压下。取向的随机变化，也是一种噪声，可以通过让镜子反光并在远处观察光点来追踪。

液体的密度涨落、临界乳光(opalescence)、临界混溶(miscibility)也都是噪声。这每种噪声都可以用以计数原子，因为自然界中的所有噪声都与物质或辐射的粒子性有关。所有这些方法也确实都被用来计算原子和分子，并确定其大小。天空的颜色也是一种噪音效应，我们可以通过观察天空来计数空气分子！

Ref 258

瑞利(Rayleigh)曾探索散射(scattering)，推导出了散射系数 β、空气折射率 n 和粒子数密度 N/V 之间的关系：

$$\beta = 32\pi^3 \frac{(n-1)^2}{3\lambda^4 N/V} \tag{109}$$

散射系数是使光强度降低为 $1/e$ 所需的距离的倒数，这个距离可以通过在晴朗天气下能看到一座山的最远距离来估算，其至少为 160 km。若将此观测值代入方程，我们可以算出空气中分子数密度的值，从而推导出阿伏加德罗常数！

Challenge 570 s

所有精确测量的结果是，一摩尔物质——即标准压力下 22.4 升任意气体中含有的物质的量——总是含有相同数量的原子。

[1]* 还有各种计数原子的方法。可以通过电解和确定电子电荷，通过放射性，X 射线散射，通过确定普朗克常数 $\hbar$。我们把它们放在一边，因为这些方法真的是在“数”原子，精确而无趣。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 1 摩尔(1 **mol**)含有 $6.02 \cdot 10^{23}$ 个粒子。

这个摩尔常数，以第一位理解到气体体积具有相等分子数的人的名字命名为阿伏加德罗常数(*Avogadro's number*)，或以第一个测量它的人命名为洛施密特数(*Loschmidt's number*)*[1]。一切确定阿伏加德罗常数的方法也都能使我们推断出，大多数原子的直径在 0.1 到 0.3 纳米之间。分子由若干原子组成，比原子更大。

洛施密特*[2]是确定摩尔常数、可靠确定物质组分大小的第一人，他是咋做的呢？

洛施密特知道气体的动力学粘度(dynamic viscosity) $\mu = \rho l v/3$，其中 ρ 是气体密度，v 是粒子平均速率，l 是粒子的平均自由程(mean free path)。根据阿伏加德罗的预测(1811 年做出，但没有指定任何值)，任何体积为 V 的气体，总是包含相同数量的 N 个粒子，且有 $l = V/(\sqrt{2}N\sigma)$，其中 σ 是粒子沿路径前进时，可能发生碰撞的圆柱区域的横截面积。洛施密特假设，当气体液化，液体的体积是颗粒体积的总和，他以此测量了汞的所有相关量，确定出了 N，从而确定了一摩尔物质、一立方厘米物质中的粒子数，以及这些粒子的大小。

Figure 235 肥皂泡显示出分子尺寸的显著效应：在破裂之前，泡泡上出现透明斑点(由于背景是黑色的，它们在这张照片中看起来是黑色的)，这些斑点是泡泡中只有两个分子厚的区域，其间没有液体 (© LordV)

[1] "洛施密特数"一词有时也用于表示一立方厘米气体中的分子数。

[2] 约瑟夫·洛施密特(Joseph Loschmidt, b. 1821 Putschirn, d. 1895 Vienna) 化学家和物理学家。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

体验原子

物质既不连续，也非分形。物质包含具有特征尺寸的最小组分。我们能在日常生活见到单个原子或分子的效应吗？可以的。刚吹出来的泡泡五光十色的，可是瞧啊，Figure 235 的泡泡在即将破裂之前，上半部分的彩色被无色小斑点打断了。为什么呢？因为泡泡的液体向下流动，底部变厚，顶部变薄，过了一段时间，有些地方所有的液体都消失了，这些区域只剩两层肥皂分子。如前所述，肥皂或油分子在水面上的排列可用以测量阿伏加德罗常数，以简单而巧妙的方法产生了极其精确的值。 Ref 257

Figure 236 是一个简单实验，表明固体有个最小组分。从侧面照射纯单晶铝圆柱体，会出现惊人现象：即使它是完美柱体，其亮度也取决于棒的取向。这种角度依赖性是由于棒中铝原子的排列。

通过实验证实晶体中存在最小尺寸并不难。将单晶(如砷化镓晶片)一分为二就足够了。如 Figure 237 所示，断裂面要么是完全平坦，要么出现极小的阶梯。这些阶梯在普通光学显微镜下可见。(为什么？) 类似地，Figure 238 显示了晶体生长中出现的缺陷。事实证明，所有这些阶梯的高度都是最小高度的倍数：其值约为 0.2 nm。最小高度的存在，对应于原子的高度，与物质中一切可能的标度不变性相矛盾。 Challenge 571 e

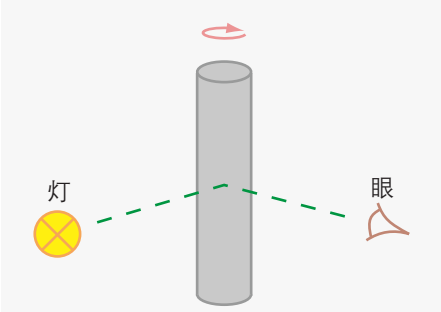


Figure 236 原子存在：旋转一根被照亮的完美单晶铝圆柱，会导致亮度波动，因为它是由原子组成的。

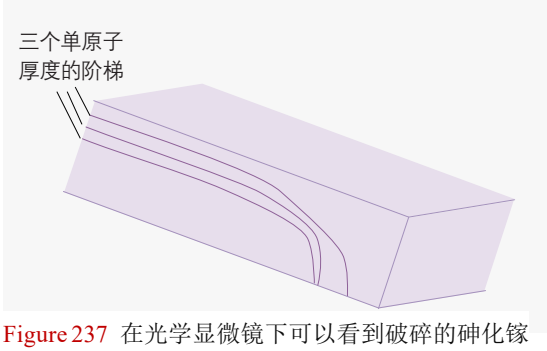


Figure 237 在光学显微镜下可以看到破碎的砷化镓晶体(晶片)中的原子阶梯。

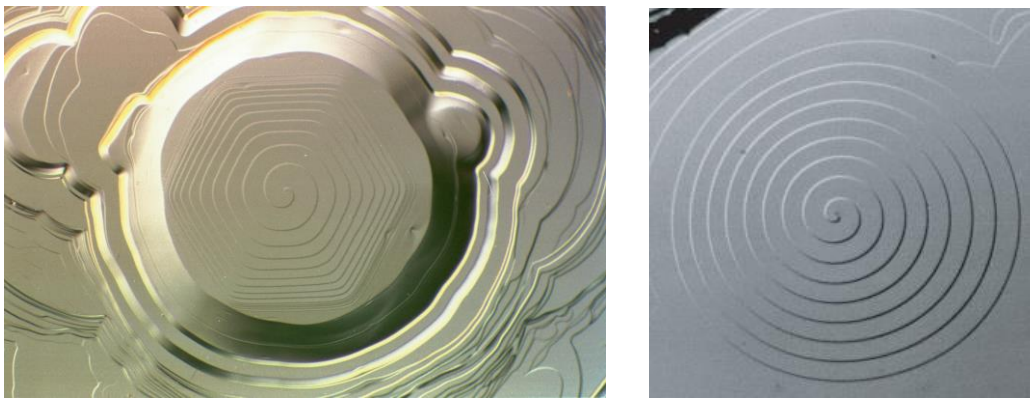


Figure 238 原子效应：单晶表面上的阶梯。在简单光学显微镜下观察到，在碳端基板(左)和硅端基板(右)上生长的碳化硅 (© Dietmar Siche)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

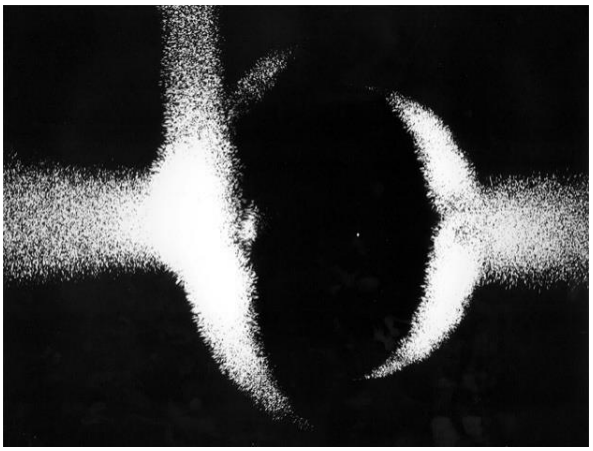


Figure 239 单个钡离子悬浮在图片中心的保罗阱(Paul trap)中，图像大小约为 2 毫米，即使在 1985 年的原始实验中也肉眼可见 (© Werner Neuhauser)

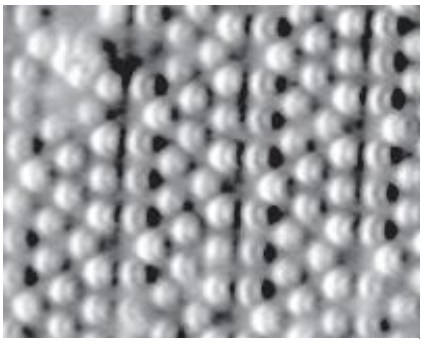


Figure 240 硅晶体表面的原子，用原子力显微镜绘制(© Universität Augsburg)

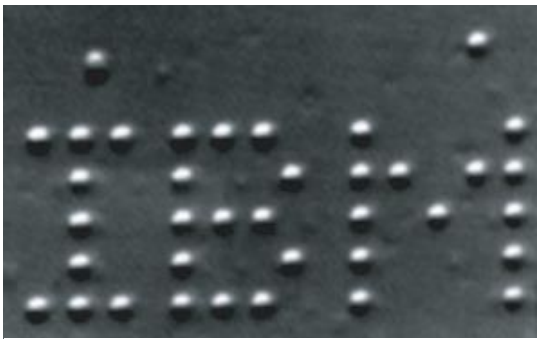


Figure 241 在金属表面移动氢原子的结果。移动和成像都是用原子力显微镜做的 (© IBM)

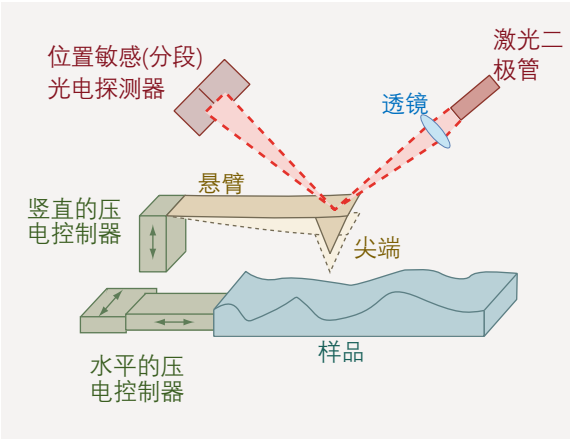


Figure 242 原子力显微镜的原理图和实物图 (photograph © Nanosurf)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

看见原子

如今，技术腾飞，单个原子可以被看到、拍摄、全息、计数、触摸、移动、举起、悬浮、任意安置。所有这些操作都证实，原子跟日常物体一样，也有质量、大小、形状、颜色。单原子甚至被用作灯与激光器。一些实验结果如 Figure 239、Figure 240、Figure 241 所示。

Ref 259 ; Ref 260
Ref 261

希腊人把大自然想象成乐高玩具，现代若干领域的许多研究人员都很喜欢玩原子，真就像孩子们玩乐高一样。原子力显微镜(AFM,atomic force microscope)及其诸多应用便是操弄原子犹如积木的绝佳案例。如果你有机会使用，千万别错过！原子力显微镜是一种简单的台式设备，它用原子级锋利的针尖扫描物体表面*[1]，这种针通常由钨制成，用简单的蚀刻方法很容易制造。如 Figure 242 所示，在偏转光线的帮助下记录了针在表面上沿其路径的高度变化。只要稍加小心，就能感知到物体的原子，并在电脑屏幕上可视化。使用特殊类型的显微镜，可以用针将原子一个接一个地移动到表面上的指定位置。也可以扫描一个表面，拾取一个给定的原子并将之抛向质谱仪，以确定它是什么种类的原子。

Ref 262
Ref 263
Ref 264

原子力显微镜的结构，只是对大自然已有结构的小改进：我们用耳朵听声音，其实是在检测鼓膜的位移，最小能到 11 pm。换言之，我们都有两部内置于脑袋里的“原子力显微镜”。

知道了物质是由原子组成的又有啥用呢？单单是知道了原子的大小，我们就能理解和推断出许多材料的性质。原子尺寸决定了质量密度、弹性模量、表面张力、热膨胀系数、汽化热、熔化热、粘度、比热、热扩散率、导热系数。Just try.

Challenge 572 s

奇趣挑战：固体与原子

玻璃是固体。可是许多教科书认为玻璃是液体。这个错误已传播了大约一百年，可能源于 1933 年塔曼(Gustav Tamman)出版的《玻璃态(*Der Glaszustand*)》某句话的误译。你能给出玻璃是固体而不是液体的至少三个原因吗？

Challenge 573 s

**

竖直悬挂的钢丝的最大长度是多少？可以将一根电线从地球静止卫星悬挂垂降到地面吗？能不能这样搞个太空“电梯”。缆绳需要多长？有多重？你会如何构建这样一个系统？它将面临哪些危险？

Challenge 574 s

**

[1]* 一个便宜的版本只需几千欧元，就可以让你研究硅片(晶体)、面片(颗粒非晶)和开过光的什么片(consecrated wafer)之间的区别。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

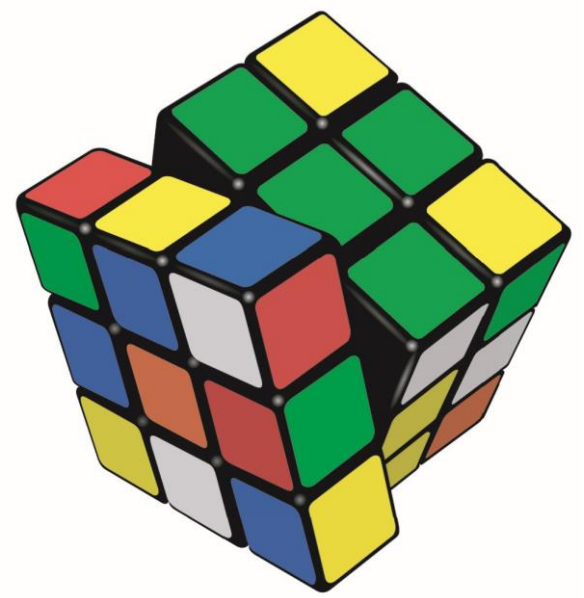


Figure 243 魔方：简单三维运动的复杂性 (© Wikimedia)

魔方(*Rubik's cube*)是一种常见玩具。你能在不看立方体内部的情况下推断出鲁比克(Rubik)是如何构建魔方的吗？各种阶数的魔方呢？魔方阶数有极限吗？这些谜题甚至比还原魔方更难。 Challenge 575 s

**

试试看排列六根火柴，确保每根火柴都接触其它所有火柴。 Challenge 576 e

**

物理学往往有助于赢得赌注。Wolfgang Stalla 的打赌方式见 Figure 244。

**

物质由原子组成。许多人顽固抵制这一理念，甚至导致暴殄天物。一千多年来，人们认为用锤子敲珍珠可以区分真假：只有假珍珠会碎。然而，所有的珍珠都碎了。(钻石也会被砸碎。)由于这种信念，在过去几百年中，世界上最美的珍珠都被砸了个稀巴烂。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

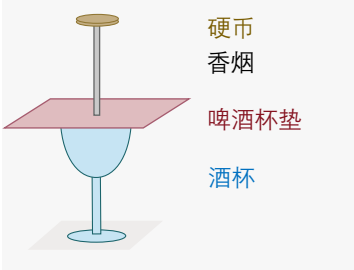


Figure 244 怎么能把硬币移到玻璃杯里而不碰任何东西呢？

漫画是不兼容原子概念的。阿斯泰利克(Asterix)真能用拳头把罗马人扔到空中吗？有幸运卢克(Lucky Luke)那种精密左轮枪吗？蜘蛛侠(Spiderman)的蛛丝能让他在高楼间悠荡吗？BB 鸟(Roadrunner)能在三步内停止跑步吗？太阳能停驻在空中吗？太空船可以用燃料悬停吗？以任何一位漫画英雄为例，想一想，由原子组成的物质是否允许他取得漫画中的成就。你会发现，大多数漫画之所以精彩，正是因为它们假设物质不是由原子组成的，而是连续的！从某种意义上说，原子使生命成为一场严肃的冒险。 Challenge 577 e

**

人类能引发地震吗？能。人类已经引发了几次强烈地震。当水坝被蓄满，或者水被注入钻洞，就会发生这种情况。还有人认为，开采深层地下水也会导致地震。如果未来的研究证实了这一点，那么所有地震中很大一部分可能是人为引发的。关于这个话题，有个简单的问题：如果 10 亿印度人受电视节目指挥，同时从餐桌跳到地面上，会发生什么？ Challenge 578 s

**

许多洞穴都有钟乳石(stalactite)。它们是在两种条件下形成的：从洞穴顶部滴落的水必须含有碳酸钙；洞穴中，水和空气中的二氧化碳浓度之差，必须在某个值以上。如果满足这些条件，碳酸钙就会沉积，形成钟乳石。从上往下长的钟乳石，和从下往上长的石笋(stalagmite)，二者有什么区别？屋檐上垂下的冰凌柱和从地上长起的冰笋，也有这种差异吗？ Challenge 579 s

**

没有真正分形的物理结构。自然界中哪些结构最接近分形呢？肺是一个候选项，如 Figure 245 所示，其支气管一次又一次地分叉，分叉次数在 26 到 28 次之间。所有末端加在一起大概形成 3 亿个肺泡(alveoli)，肺泡是直径 0.25 毫米左右的空腔，氧气在肺泡被吸收到血液中，二氧化碳从肺泡被排出到空气中。

**

如果你站在真空中，体重秤的视重会比以往增加多少？ Challenge 580 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

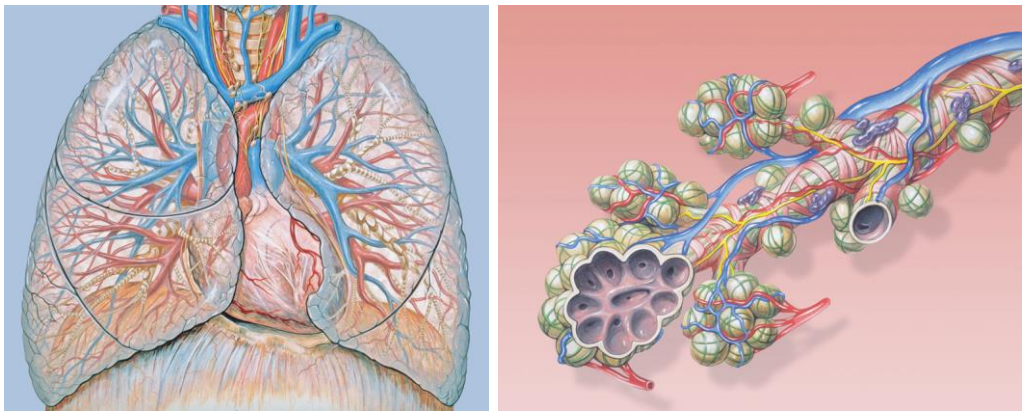


Figure 245 人肺及其肺泡 (© Patrick J. Lynch, C. Carl Jaffe)

**

人体是最复杂的广延体之一。如今模拟车祸的最佳人体模型，会包括肋骨、椎骨、所有其它骨骼和各种器官。对于每个零件，都要考虑其特定的形变特性。通过这些模型和模拟，可以优化对车内乘客和驾驶员的保护。

**

人体结构非凡。它坚固又灵活，符合形势所需。而且人体大多数坚硬的部分，即诸骨骼，并不互相贴附，艺术家和建筑师近年来开始探索这种结构。Figure 246 是这种结构的一个例子。事实证明，类似的结构(有时称为张拉整体(*tensegrity*))是人类脊柱的良好模型。可以在网上搜索更多示例。

**

几何体本身就很有趣。任何具有 f 个面、v 个顶点和 e 条边的凸多面体都服从

$$f + v - e = 2 \tag{110}$$

Challenge 581 ny 这是欧拉多面体公式(*Euler's polyhedron formula*)。证明一下。

**

地球上迄今钻得最深的洞有 12 km 深。2003 年，有人提议扩大这样一个洞，然后将数百万吨液态铁倒入其中，声称铁会向地心下沉。如果将测量通信设备放入铁中，它可以用声波将观测结果发送到地表。你能解释一下这为啥行不通吗？ Challenge 582 s

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 246 一种坚固结构，刚性部件不互相贴附 (© Kenneth Snelson)

你可能不知道它的名字，但肯定玩过：*helicoseir*（螺旋绳），一种小游戏。找根 1 米左右的链条或绳子，捏住一端，让它自然垂下，然后旋转手腕或运动手臂，让绳链旋转起来。根据你的运动技巧，可以让绳链具有不同的节点数。你能实现哪些数量的节点？这里有个机器人演示 www.youtube.com/watch?v=EnJdn3XdxEE。(译者注：菜市场赶苍蝇用的旋转条也是这种。)

**

一个国家的经济实力与生产高质量钢材的能力有关。工业革命正是始于大规模炼钢。科学家都应该知道些关于钢的基本情况。钢(*steel*)是铁(*iron*)与碳的结合，也可以添加其它元素，主要是金属。根据晶体结构，可以区分三种主要类型的钢。铁素体钢(*ferritic steel*)具有如 Figure 247 所示的体心立方结构，奥氏体钢(*austenitic steel*)有面心立方结构，马氏体钢(*martensitic steel*)是体心四方的。Table 42 给出了更多细节。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 42 钢的类型、性能、用途。

铁素体钢	奥氏体钢	马氏体钢
定义		
“寻常”钢	“软”钢	硬钢
体心立方(bbc)	面心立方(fcc)	体心四方(bct)
铁，碳	铁，铬、镍，锰、碳	碳钢与合金
用例		
建筑钢材	大多数不锈钢(18/8 Cr/Ni)	刀刃
汽车钢板	厨房用具	钻具表面
船用钢材	食品工业	弹簧钢，曲轴
12%Cr 不锈钢铁氧体	核反应堆的铬钒钢	
性质		
铁碳相图所描述的相态	舍弗勒图(Schaeffler diagram)所描述的相态	铁碳图和 TTT(时间-温度转变)图描述的相
在室温下处于平衡状态	某些合金在室温平衡	在室温下不平衡，但稳定
机械性能和粒度(grain size)取决于热处理	机械性能和粒度取决于热机械预处理	机械性能和粒度在很大程度上取决于热处理
通过减小粒度、锻造、增加碳含量或硝化来硬化	仅通过冷加工硬化	无论如何都很硬：由激光照射、感应加热等制成。
铁素体和珠光体晶粒，含渗碳体(Fe_3C)	奥氏体晶粒	马氏体晶粒
铁磁性	无磁性或弱磁性	铁磁性

Figure 247 铁素体钢是 bcc 结构(体心立方 body centred cubic)。
图为布鲁塞尔著名的原子球(Atomium)，是放大到 100 多米高的铁晶体晶胞
(photo and building are © Asbl Atomium Vzw – SABAM Belgium 2007)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

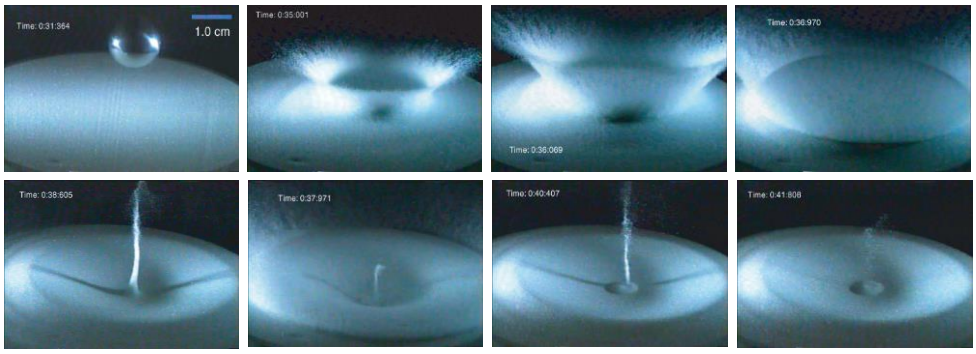


Figure 248 沙子运动的一种特殊情况：颗粒射流 (© Amy Shen)

Ref 265 一种需要复杂解释的简单现象是甩鞭子时的噼啪声，也就是鞭鸣。自 Peter Krehl 的实验工作以来，人们已经知道，当尖端达到声速的两倍时，鞭梢就会噼啪响。你能想到为什么吗？ Challenge 583 ny

**

自行车链条没啥刚性。但若快速旋转，它会获得动力学刚性(dynamical stiffness)，并可以沿斜面或地面滚动，演示见 www.iwf.de/iwf/medien/infothek?Signatur=C+14825。

**

Ref 266 目前，机械设备领域依然在取得很大进步。例如，人们已经制造出会骑独轮车的机器人。但即使是人类骑独轮车的物理学也不简单。试试看，这对保持年轻态是项极好运动。 Ref 267

**

有许多论证，反对原子是一种硬球。汤姆孙-开尔文将之写下，并谈到了“无限强韧刚硬之小物块的可怕假设(the monstrous assumption of infinitely strong and infinitely rigid pieces of matter)”。汤姆逊批判的是对的，但原子也确实存在。这是咋回事？ Ref 268 Challenge 584 s

**

沙子有许多令人惊讶的运动方式，还不时冒出新发现。2001 年，Sigurdur Thoroddsen 和 Amy Shen 发现，一颗落在沙床上的钢球在沉入沙床后会从沙中跳起一股颗粒射流 (*granular jet*)。Figure 248 展示了该效应的系列照片。该发现引发了一系列后续研究。 Ref 269

**

工程学并非本文的一部分。但这确实是个有趣的领域。Figure 249 和 Figure 250 展示了工程师工作的一些情况。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 249 现代工程的明珠：一台用于生产集成电路的光刻机和一台造纸机 (© ASML, Voith)

Figure 250 有时会有“移动城堡”穿过德国的道路 (© RWE)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

小结：原子

物质并非标度不变的：尤其既不是光滑的(连续的)也不是分形的。物质中没有任意小的部分。日常物质由可数的组分单元组成：由原子组成。这已被证实适用于一切固体、液体和气体。原子力显微镜生成的图片显示，原子的大小和排列产生了物体的形状和广延，证实了古希腊的物质乐高模型。不同类型的原子及其各种组合会产生不同类型的物质。

更详细地研究物质(稍后介绍)，产生了如今众所周知的理念，即物质在越来越高的放大倍数下由分子、原子、原子核、质子和中子组成，最后是夸克。原子中还存在电子。还有叫做中微子的物质，来自太阳和某些类型的放射性物质。尽管在二十世纪，基本砖块的尺寸越来越小，但以后不会了。古希腊的基本思想仍然存在：物质是由最小实体组成的，现在被称为基本粒子(elementary partical)。我们到量子理论的部分再详细探讨其成果。我们稍后会发现，物质的离散性本身就是自然界存在最小变化的结果。

Vol.V page 261

由于原子的存在，对广延体日常运动的描述可以还原为对其原子运动的描述。原子运动将是后续主题，其两个结果尤为重要：压强和热量。我们现在就先来研究它们。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

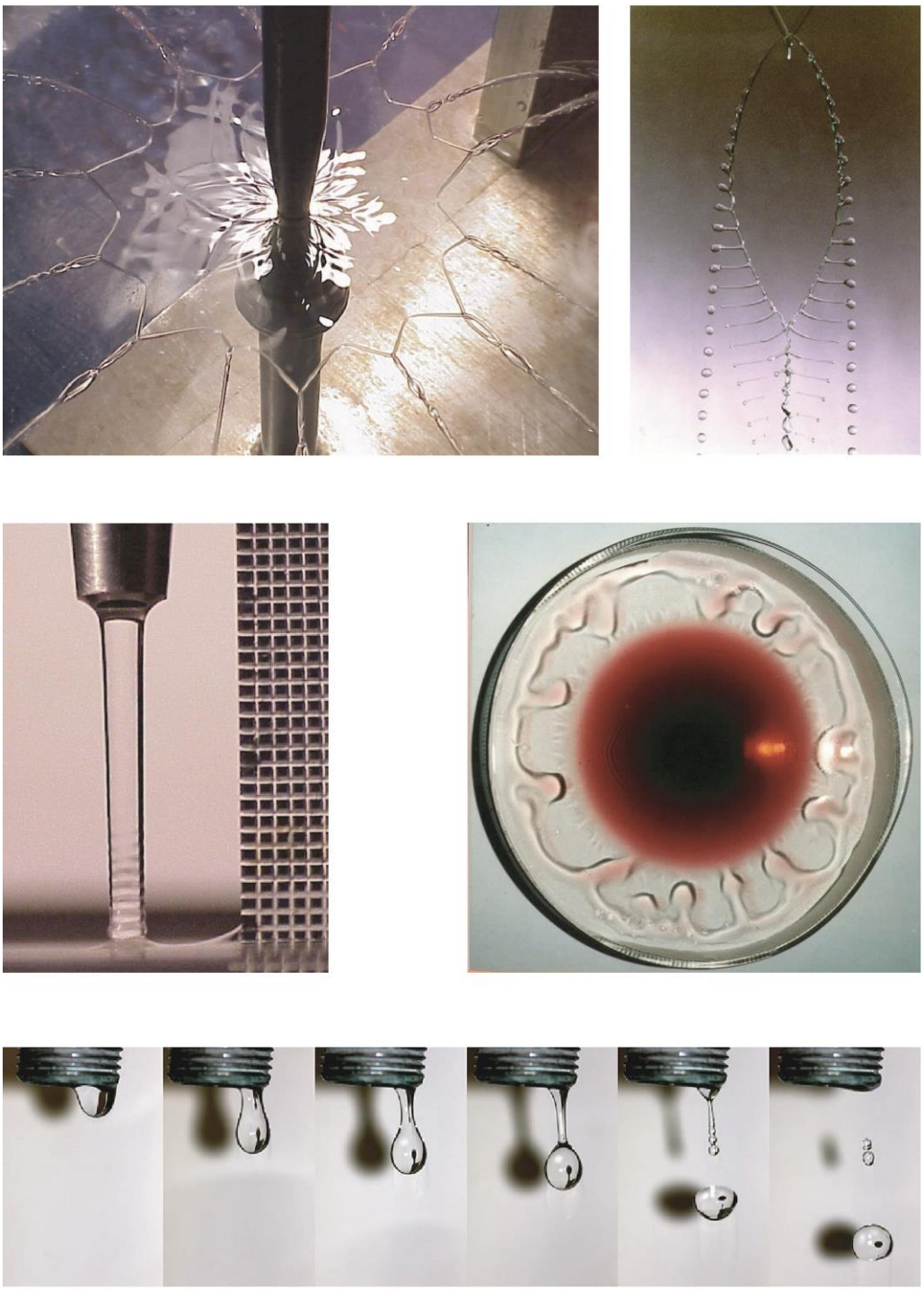


Figure 251 层流(laminar fluid)案例：竖直水流冲击水平物体；两股甘油与水的混合物以斜角碰撞；水流定常地冲击储液罐；一杯“泪汪汪的”葡萄酒(all © John Bush, MIT)；滴水的水龙头(© Andrew Davidhazy)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 12

流体与流动

流体可以是液体或气体，包括等离子体。如 Figure 251 所示，流体运动可以非常复杂。从吐故纳新、气血运行，到风云变幻、沧海桑田，流体运动真的是无处不在且极其重要，值得窥探一番。 Ref 270

孰得动焉：万法皆流

在继续探索流体之前，我们先仔细看看周遭一切不同类型的运动。Table 43 是自然界运动类型的概览，列出了一般自然科学各个领域的运动：流体的、物质的、物质形式的、热的、光的、电荷等等的运动。

该表所列诸量之运动，乃各门连续体物理学领域之核心运动。这些运动各自皆由一个*广延量*(*extensive quantity*)来描述，即一个可累积(accumulate)的可观测量，例如质量、体积、熵、电荷。广延量的运动称为*流动*(*flow*)。自然界中的每一场运动都是一股流，而广延量就是流动的“东西”。

在连续体物理学中，有两个领域我们尚未研究：一是电荷与光的运动，称为*电动力学*(*electrodynamics*)，二是热的运动，称为*热动力学*(*thermodynamics*)。探索完这俩领域，咱就完成了描述运动的第一步：连续体物理学。在连续体物理学中，运动的量和运动实体的量，都可以取任何连续值，可以任意小或任意大。

但自然界并不连续。我们已经看到，物质不能无限细分。我们将会逐渐了解一些精确实验，它们提供给我们连续体物理学各个领域的观测极限。我们将发现，质量、速率、角动量、力、熵、电荷都有下限和上限。这些发现将引我们到描述运动的下一步：相对论和量子论。相对论基于上限，量子理论基于下限。顺便一问，能说所有的广延量都有个最小值吗？我们将在运动描述的最后一部分探索量子理论和广义相对论的统一。 Challenge 585 e

每个物理领域，无论它属于上述哪个分支，都以能量和该领域的特征广延量来描述变化。如果可观测量随系统大小的增加而增加，则称为广延量。 Ref 299

▷ *广延量*(*extensive quantity*)描述了自然界中可以流动的东西。

例如质量、体积、动量、电荷、熵，Table 43 是完整概览。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 43 自然界中的流动：一切广延量(即可积累、可移动、可流动的可观测量)。

领域	广延量 (载能者)	流 (流率)	强度量 (驱动)	能流 (功率)	输运阻碍 (熵产生强度)	
河流	质量 m	质量流 m/t	高度差 gh	$P = ghm/t$	$R_{\mathrm{m}} = ght/m$	[m²/s kg]
气体	体积 V	体积流 V/t	压强 p	$P = pV/t$	$R_{\mathrm{V}} = pt/V$	[kg/s m⁵]
力学	动量 $\boldsymbol{p}$	力 $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$	速度 $\boldsymbol{v}$	$P = \boldsymbol{vF}$	$R_{\mathrm{p}} = \Delta V/F = t/m$	[s/kg]
	角动量 $\boldsymbol{L}$	力矩 $\boldsymbol{M} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$	角速度 $\boldsymbol{\omega}$	$P = \boldsymbol{\omega M}$	$R_{\mathrm{L}} = t/mr^2$	[s/kg m²]
化学	物质的量 n	物质流 $I_n = \mathrm{d}n/\mathrm{d}t$	化学势 μ	$P = \mu I_n$	$R_{\mathrm{n}} = \mu t/n$	[Js/mol²]
热学	熵 S	熵流 $I_S = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$	温度 T	$P = TI_S$	$R_S = Tt/S$	[K²/ W]
电学	电荷 q	电流 $I = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$	电势 U	$P = UI$	$R = U/I$	[Ω]
磁学	自然界中没有可积累的磁源					
光学	跟所有无质量辐射一样，光可以流动，但不能积聚					
核物理	有广延量，但不会出现在日常生活中					
引力	空旷的空间可以移动和流动，但在日常生活中却无法观察到这种运动					

在每一种流动中，都有一种可观测物理量促使事物运动：

▷ 强度量(*intensive* quantity)描述了流的驱动强度；它量化了为何流动。

例如高度差、压强、速率、电势、温度等等。

每个物理系统的状态都由一对广延量和强度量来描述流动的是什么以及为什么流动。任何对运动的完备描述，以及任何对系统的完备观测，总是离不开这两种可观测量。流体的广延量与强度量是体积与压强，它俩是描述跟理解流体流动的核心。在热学中，广延量与强度量是熵与温度。我们很快就会探索它们。

我们还注意到：

▷ 广延量与强度量的乘积总是单位时间流过的能量，即总是相应的功率。

Table 43 的类比可以更进一步。在所有领域中：

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 系统的容量(*capacity*)由广延量除以强度量来定义。

容量衡量让“东西”流入系统的难易程度。如电荷的容量就是通常所说的电容(electric capacity)，电容大，则容易添加电荷。动量的容量就是质量，它衡量把动量添加到系统中的难易。你能找出其它情况中的容量吗？

Challenge 586 e

在所有领域，都既可以用强度量来储能，例如电容器中的 $E = CU^2/2$ 或运动物体中的 $E = mv^2/2$；也可以用广延量来储能，例如线圈中的 $E = LI^2/2$ 或者弹簧中的 $E = F^2/2k$。这两种储能方式结合并交替，我们就得到振动或者叫振荡

▷ 每种流动都能产生振荡。

Challenge 587 ny

你能解释其它情况中的流的振荡吗？

流体的状态

描述运动，就要描述运动系统的状态。大多数流体状态的描述，是明确每个空间点上的质量密度、速度、温度、压强。这里出现了两个新的可观测量：温度和压强。温度留到下一章探讨，我们在此先专注于另一个新的可观测量：

Chapter 13: 热与逆运动

▷ 流体中某点处的压强(*pressure*) p ，是无穷小对象在该点感受到的单位面积力，既：$p = F/A$.

等价地，

▷ 压强是单位面积的动量变化。

压强单位是帕斯卡(pascal)：1 Pa = 1 N/m^2。Table 44 给出了一些压强值。如 Figure 252 所示，压强是用气压计等仪器测量的。人体有许多压强传感器，如指尖的默克尔细胞(merkel cell)。我们稍后会探索它们。

Vol.V page 39

压强在流体内部没有方向；在流体边界处则作用于容器壁：其性质并不简单。你能解释 Figure 254 的现象吗？如果连通器原理不成立，就很容易造出永动机。你能举个例子吗？Figure 255 也是一道关于压强的小题。

Challenge 588 s；589 e

我们四周空气压强不小，约 100 kPa。因此，制造真空并不容易，日常力量往往太弱，无法克服大气压。Figure 256 展示了一则典故。科技馆应该都有真空泵和(较小的)马德堡半球，让孩子们享受亲自实验的过程。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 252 不同的压强传感器：古董气压计；工业水压传感器；压敏电阻器；鱼的侧线(lateral line)；现代 MEMS 压强传感器 (© Anonymous, ifm, Conrad, Piet Spaans, Proton Mikrotechnik)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 44 一些压强的测量值。

观测	压强
纯净水中测得的最大负压(张力(tension))Ref 271	−140 MPa = −1400 bar
树(木质部)汁液中测得的负压 Ref 272, Ref 255	up to −10 MPa = −100 bar
气体中的负压	不存在
固体中的负压	叫做拉力(tension)
实验室所创的真空压强记录	10 pPa (10^{-13} torr)
听力阈值的压强变化	20 μPa
听力疼痛的压强变化	100 Pa
玻利维亚拉巴斯的大气压	51 kPa
巡航客机内的气压	75 kPa
人胸膜腔内的时间平均压强	比大气压低约 0.5 kPa = 5 mbar
标准海平面大气压	101.325 kPa 或 1013.25 mbar 或 760 torr
健康人体心脏高度处血压：收缩压、舒张压	比大气压高约 17 kPa,11 kPa
用金刚石砧所创的实验室压强记录	*c.* 200 GPa
地心压强	*c.* 370(20) GPa
太阳中心压强	*c.* 24 PPa
中子星中心压强	*c.* $4\cdot10^{33}$ Pa
普朗克压强(自然界的最大可能压强)	$4.6\cdot10^{113}$ Pa

Figure 253 丹尼尔·伯努利 (Daniel Bernoulli, 1700 –1782)

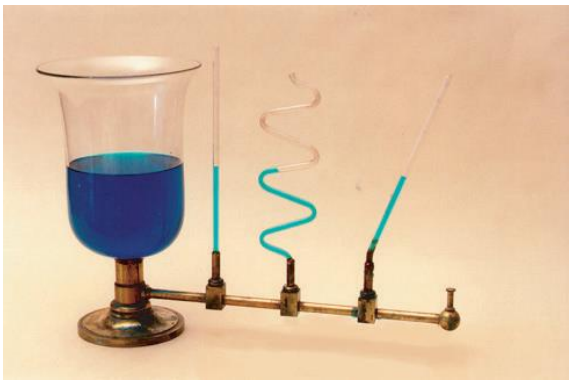
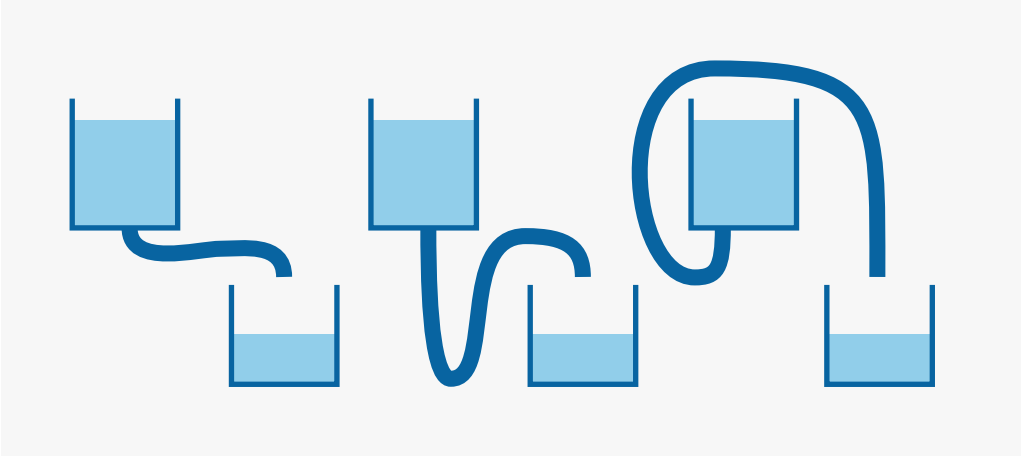


Figure 254 流体静力学和流体动力学佯谬(paradox) (© IFE)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



Challenge 588 s

Figure 255 一道小题：哪种方法最快排空容器？最右侧的方法行得通吗？

Figure 256 大气压会产生相当大的力，尤其是对于封闭真空的大型物体。1654 年，奥托·冯·格里克(Otto von Guericke)用所谓的马德堡半球(*Magdeburg hemisphere*)，以及用他发明的各种真空泵演示了这一点(© Deutsche Post, Otto-von-Guericke-Gesellschaft, Deutsche Fotothek)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

层流与湍流

与所有运动一样，流体运动遵循能量守恒定律。对于没有能量转化为热量的流体流动，能量守恒的形式特别简单。不产生热量的运动是没有*涡流*(*vortex*)的运动，这种流体运动称为*层流*(*laminar*)，在某些特殊层流中，流体中所有位置的速度都不取决于时间，这称为*定常流*(*stationary* or *steady*)。非层流被称为*湍流*(*turbulent*)。Figure 251 和 Figure 257 是层流与湍流的实例。

可以用速率 v 和压强 p 来表示层流和定常流的能量守恒：

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g h = const \tag{111}$$

这叫*伯努利方程*(*Bernoulli's equation*)*[1]。其中 h 是离参考面的高度，ρ 是质量密度，$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ 是重力加速度。在这个方程中，只有当流体高度变化时，最后一项才重要。第一项是流体(单位体积的)动能，另外两项都是(单位体积的)势能。事实上，第二项是流体压缩产生的(单位体积)势能。这也正是定义压强的另一种方式：

Challenge 590 e

▷ 压强是单位体积的势能。

能量守恒意味着压强越低，流速越高。我们可以用这种关系来测量管道中的定常流速。我们只需在管子的某个位置稍微缩窄管道，然后测量收窄处与其它位置的压强差，则其它位置的速率为 $v = k\sqrt{p_1 - p_2}$。(常数 k 是多少？)基于这种方法的设备称为文丘里计(Venturi gauge)。

Challenge 591 s

来想想水流。如果几何形状不变，增加水流速率(或者增加水中物体的相对速率)，增到一定的速率值，我们会观察到：水不再透明，流动不再定常，也不再是层流。我们打开水龙头就可以制造这种转变：到某个速率，水流从层流变为湍流。对于湍流，伯努利方程(111)不再有效。

湍流尚不能被精准描述，这可能是物理学中最棘手的事之一。海森堡年轻时曾被要求继续研究湍流，他说这太难，明智地拒绝；转而从事更容易的事业：发现并发展量子理论。湍流话题太大，许多概念问题都还尚未解决。尽管它应用广泛、地位重要，但直到现在，到二十一世纪初，其秘密才开始揭晓。

Ref 273

[1]* 丹尼尔·伯努利(Daniel Bernoulli, b. 1700 Bâle, d. 1782 Bâle)，重要的数学家和物理学家。其父约翰·伯努利和叔叔雅各布·伯努利也是著名数学家，其兄弟和几个侄子也是。丹尼尔·伯努利发表了许多数学和物理成果。在物理学中，他研究了将复合运动分解为平移和旋转。1738 年，他从能量守恒推出了一部《流体动力学(*Hydrodynamique*)》。伯努利方程描述了流速增加的时候，压强如何降低。他研究了潮汐和许多复杂力学问题，并解释了波义耳-马略特气体“定律”。他因出版物，十次获得作为诺贝尔奖前身的法国科学院奖(French Academy of Sciences)。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

有人认为，描述流体运动的纳维–斯托克斯方程(*Navier-Stokes*)*[1]，对于理解湍流就足够了。但这些方程背后的数学也太吓人了吧！克雷数学研究所(Clay Mathematics Institute)甚至为求解方程的某些步骤就提供了 100 万美元的奖金。

翼与帆等重要系统同时出现层流、湍流、涡流。(如 Figure 258)翼与帆在层流模式下工作最佳。翼的原理，就是以尽量少的湍流赋予空气向下的速度。(翼的弯曲就是为了尽量减少湍流。如果引擎够强，倾斜的平翼也能使对象保持在空中，但燃料消耗会急剧增加。而另一方面，强烈的湍流有利于安全着陆。)在鸟翼或机翼周围，尾流的向下速度会导致离心力作用于流经翼上方的空气，这导致翼上方气压降低，从而提升翼。(翼并不依赖伯努利方程，在翼上方，并非沿着气流流线的低压区对应高流速，而是垂直于气流的高流速对应低压强。很多书都不幸说错了。)

Ref 274

翼上翼下的空气流速不同，导致任何翼的末端都有涡流。这些涡流对于任何昆虫、鸟类和飞机的起飞都特别重要。稍后将探讨翼的更多事情。

Vol.V page 278

Figure 257 左：非定常层流和定常层流；右：一例湍流 (©Martin Thum, Steve Butler)

[1]* 以重要工程师和桥梁建造者克劳德·纳维(Claude Navier, b. 1785 Dijon, d. 1836 Paris)和重要物理学家数学家乔治·斯托克斯(Georges Gabriel Stokes, b. 1819 Skreen, d. 1903 Cambridge)的名字命名。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

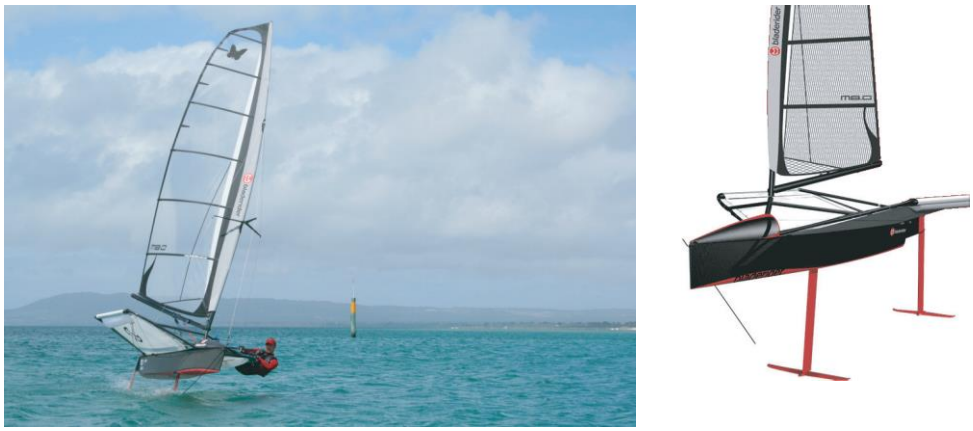


Figure 258 蛾式帆船(moth class)：一艘 30 kg 重的船，使用水翼(hydrofoils)(即水下翅膀)在水面上航行 (© Bladerider International)

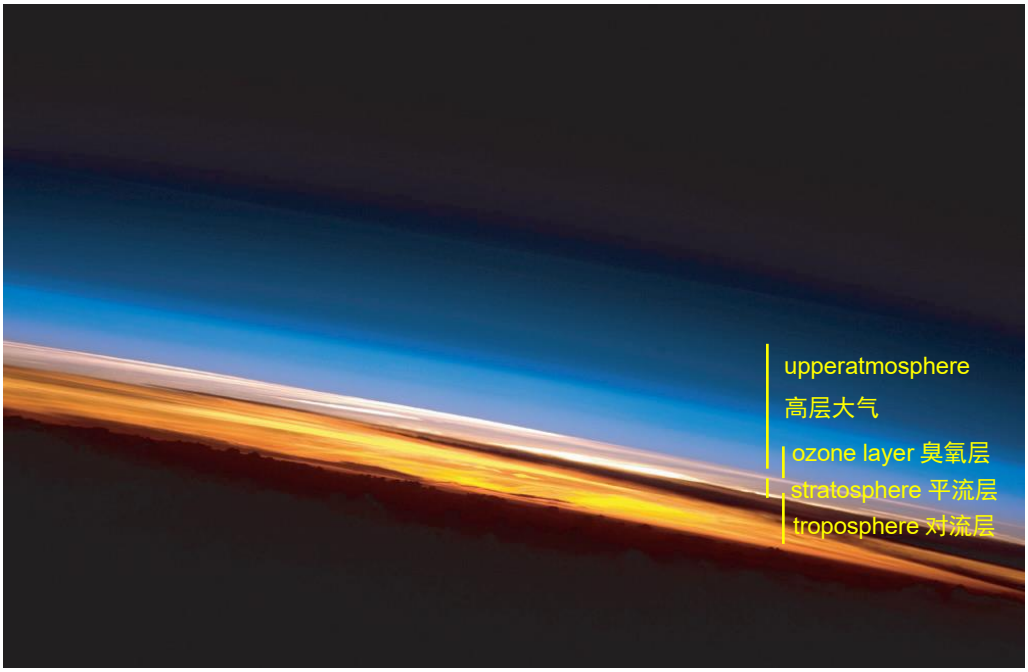


Figure 259 这是从飞行高度几百公里的国际空间站(International Space Station)拍摄的日落照片，可以见若干层大气(courtesy NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

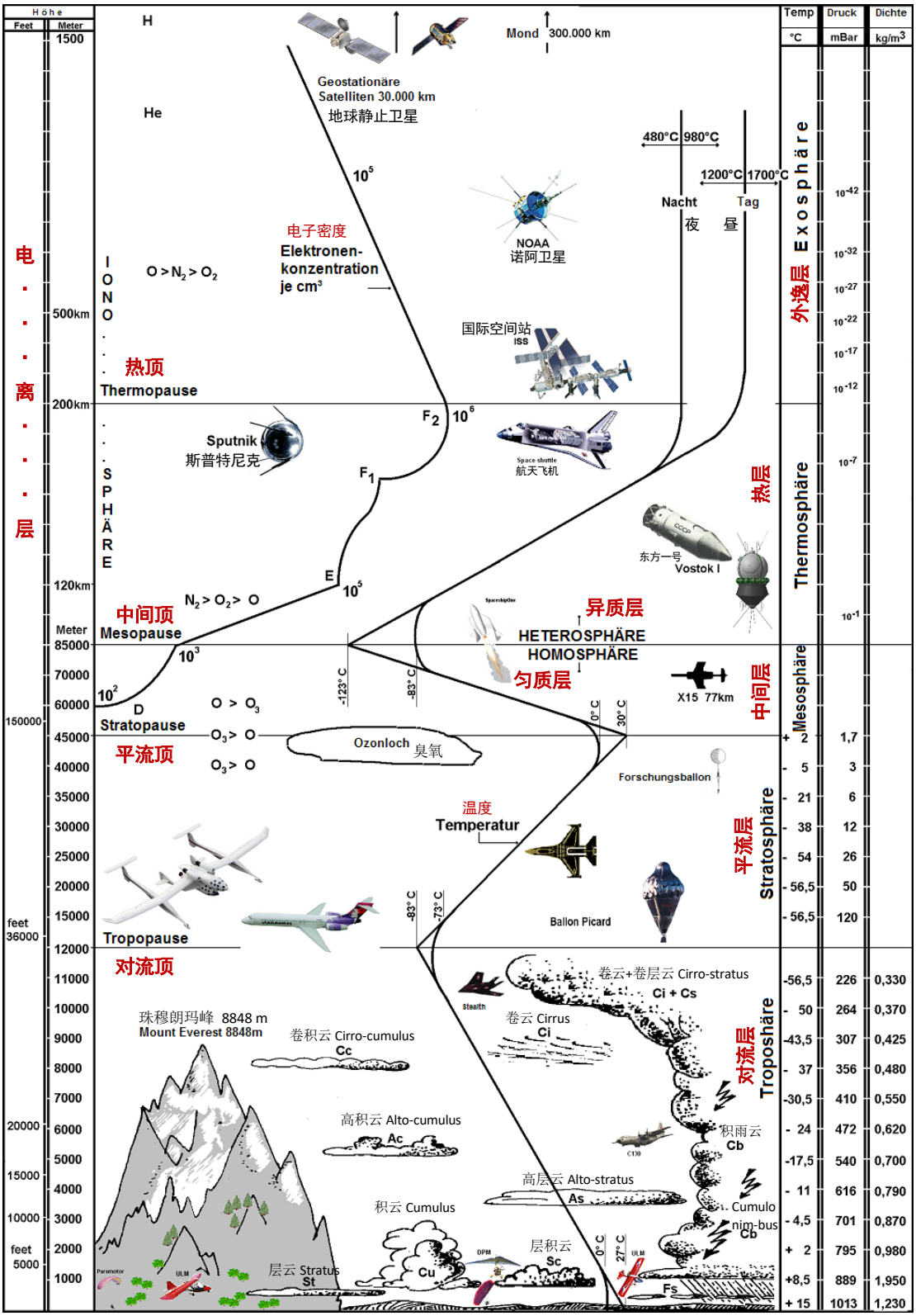


Figure 260 大气层主要的层结构 (© Sebman81)

(译者注：此图的制作不晚于 2008 年，人造飞行器和卫星的信息可能比较陈旧。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

大气层

如 Figure 259 所示，大气层是包裹大地的薄纱一层，我们赖以维生。大气层由 $5 \cdot 10^{18}$ kg 的气体组成。密度随高度而降低：50%的质量在 5.6 km 以下，75%在 11 km 以内，90%在 16 km 以内，99.99997 %在 100 km 以内。*[1]

海平面处平均大气密度为 1.29 kg/m^3，约为水的 1/800，压力为 101.3 kPa，这两个值都随海拔升高而减小。海平面大气成分见 Table 62，成分随海拔变化，也取决于天气和污染程度。

大气结构如 Table 45 所示，在热顶以上，500 至 1000 km 处的大气层不再表现为日常气体：在那个高度以上，就不再有原子碰撞了。我们也可以说，由于原子密度太低，大气在 150 km 以上不再表现为日常气体，因为不再有可听见的声音传播 (不传播 20 Hz 以上的声音)。

Table 45 大气分层。

层	高度	细节
外逸层(*exosphere*)	高于 500 km 约至 10000km	主要是氢和氦，包括磁层，温度高于 1000°C，有许多人造卫星，有时有极光，其顶部有发光的地冕(*geocorona*)
分界： 热顶(*thermopause*)或 外逸底(*exobase*)	500 km 到 1000 km	往上：没有“气体”性质，没有原子碰撞； 往下：气体性质，卫星摩擦；层高随太阳活动而变化
热层(*thermosphere*)	从 85 km 到热顶	由氧气、氦气、氢气和离子组成，温度高达 2500°C，压强 1 至 10 μPa；次声波声速约为 1000 m/s；在 150 km 以上的高度，无法传输 20 Hs 以上的声音；有国际空间站和许多卫星；以人造卫星和航天飞机为主
异质层(*heterosphere*)	湍流顶 以上全部	包括所有显示出扩散混合的层，即大部分热层和外逸层
分界： 湍流顶(*turboopause*)或 匀质顶(*homopause*)	100 km	扩散混合(上)和湍流混合(下)之间的边界
匀质层(*homosphere*)	湍流顶 以下全部	包括热层最低部分及其以下所有层

[1]* 最后一个高度被称为卡门线(*Kármán line*)，它是飞行系统不能再利用升力飞行的常规高度，因此经常被用作航空(aeronautics)与航天(astronautics)的分界。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

层	高度	细节
分界： 中间顶(*mesopause*)	85 km	温度在-100°C 和-85°C 之间，地球上的最低温度；温度取决于季节；含有离子，有一个用于制造望远镜导向星的钠层，
中间层(*mesosphere*)	从平流顶到中间顶	温度随高度升高而降低，主要是氢气，含有夜光云和离子；燃烧大多数流星，显示大气潮汐和从夏季到冬季极点的环流
电离层(*ionosphere*)或磁层(*magnetosphere*)	60 km 到 1000 km	包括所有含有离子的层，如外逸层、热层和大部分中间层
分界： 平流顶(*stratopause*)或 中峰(*mesopeak*)	50 km 到 55 km	平流层和中间层之间的最高温度；压强约 100 Pa，温度为-15°C 至-3°C
平流层(*stratosphere*)	直至平流顶	分层，无天气现象，温度随高度升高而升高，干燥，显示准两年振荡，包含最低 20 km 的臭氧层，以及飞机和一些气球
分界： 对流顶(*tropopause*)	极地 6 至 9 km，赤道 17 至 20 km	温度-50°C，温度梯度消失，不再有水
对流层(*troposphere*)	直至对流顶	含水并显示天气现象；包含生命、山脉和飞机；使星星闪烁；温度通常随着海拔的升高而降低；声速约为 340 米/秒
分界： 行星边界层(*planetary boundary layer*)	0.2 到 20 km	对流层中受地球表面摩擦影响的部分；厚度取决于地形和一天中的时间

气血运行

流体运动，性命攸关。人体内至少有四套流体循环系统。一是，心脏促使血液流经血液系统；二是，横膈膜和其它胸肌让空气在肺部循环；三是，肌肉推动淋巴在淋巴管中流动；四是，头部的运动让脑脊液环流脑与脊柱。因此，有医生喜欢简单地说：每种疾病最终都是由于循环不良造成的。

生物为啥要有循环系统？因为扩散太慢了，循环系统是必要的。你能详细论述这个论点吗？我们现在来探索人体的两个主要循环系统。

Challenge 592 e

鲜血滋养生命：它将新陈代谢所需的大部分化学物质输送到我们身体各处。血流几乎总是层流，湍流仅存在于心脏附近的腔静脉(venae cavae)。每次心跳泵送约 80 毫升血液，约 5 升/分钟。安静时，一次心跳耗能约 1.2 J，消耗量很大，因为血液的动力学粘度在 $3.5\cdot10^{-3}$ Pas (水的 3.5 倍)到 10^{-2} Pas 之间，具体取决于血管直径，在毛细

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

血管中最高。血液速度在主动脉中最高，为 0.5 m/s，毛细血管中最低，低至 0.3 mm/s。注射到手臂中的物质在注射后 20 至 60 秒到达脚部。

Challenge 593 ny

所有动物的血液循环速度都相似，通常在 0.2 m/s 到 0.4 m/s 之间。为什么呢？

为了实现血液循环，心脏产生约 16 kPa 的收缩压，相当于约 1.6 m 的血柱高度。心脏需要这个血压值来将血液泵送到脑部；当心脏放松，动脉弹性使舒张压保持在 10 kPa 左右。这些值是在心脏高度处测得的*[1]。这些值因测量点位和身体取向而异：站立的成年人脚部收缩压达到 30 kPa，而躺着的人脚部收缩压为 16 kPa。站立的人，脚部静脉压强为 18 kPa，大于心脏收缩压。脚腿的高压也是导致静脉曲张的原因之一。大自然用许多技巧来避免腿部的血液循环问题。人体腿部静脉有瓣膜，可以防止血液向下流动；出于同样的原因，长颈鹿的腿非常细，腿上的皮肤又硬又紧。其它大型动物也是如此。

毛细管末端，血压仅 2 kPa 左右。人体最低血压出现在从头部通向心脏的静脉中，那里的压强甚至可能略微为负。由于血压的原因，当病人接受(静脉)输液，袋子必须高于针头入体处，至少高出 0.8 至 1 m。(人给人输血也需要高度差吗？)由于动脉血压较高，对于少见的动脉注射，医院通常使用动脉泵，以避免需要举高 2 米或更高的不切实际的高度。

Ref 275

最新研究证实了长期以来的猜测：在毛细血管中，红细胞会改变形状和运动。形变取决于毛细管直径和流速。在大血管中，红细胞通常在血液中翻腾。在较小的血管中则滚动，在更小的血管中会以各种方式变形。这些变化解释了血液何以在较细的血管中也较易流动，即粘度更低。甚至有人猜测，这些形变的扰乱可能与特定的症状和疾病有关。

呼吸的物理学同样有趣。如 Figure 261 所示，就算用管子通向水面，人类也不能在水下任意深度呼吸。在几米深的地方，这种尝试是致命的！即使在 50 厘米的深度，人体也只能以这种方式呼吸几分钟，并可能受到终身性的严重损害。为什么？

Challenge 594 s

在肺部，血液气体交换发生在约 3 亿多直径 0.2 到 0.6 毫米的小球，即肺泡中。如 Figure 245 所示。为了避免大肺泡膨胀而小肺泡塌陷(如 Figure 276 的实验所示)，肺泡被磷脂表面活性剂覆盖，以降低其表面张力。新生儿的肺泡小且表面活性物质水平低，所以第一次呼吸需要更努力才行。

人体约 2%的能量用以呼吸。正常呼吸时，喉咙中的空气速度为 3 m/s；咳嗽时可以高达 50 m/s。支气管中的气流是湍流；在安静环境中可以听到其噪音。在正常呼吸中，胸部和腹部的呼吸肌肉交换 0.5 升空气；深呼吸时，体积可达 4 升。

[1]* 在不同手臂测到的血压值也不同；对于惯用右手的人来说，右臂的压强更高。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

在特殊情况下，呼吸也是危险。在超过几米深的水肺*[1]潜水几分钟后，得要缓慢上浮，以避免潜在的致命栓塞，这很重要。为什么？同样的情况也可能发生在乘坐气球或飞机进行高空飞行的人、高空跳伞者和宇航员身上。

Challenge 595 e

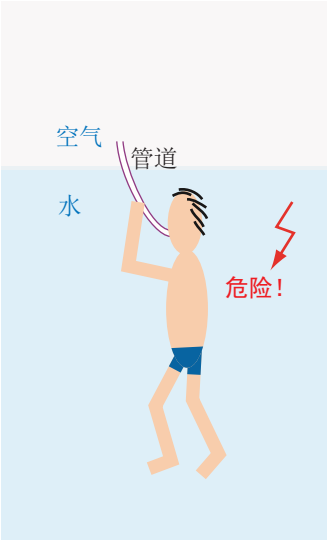


Figure 261 注意危险！这样做会不可逆转地损伤人肺，甚至可能致人死亡。

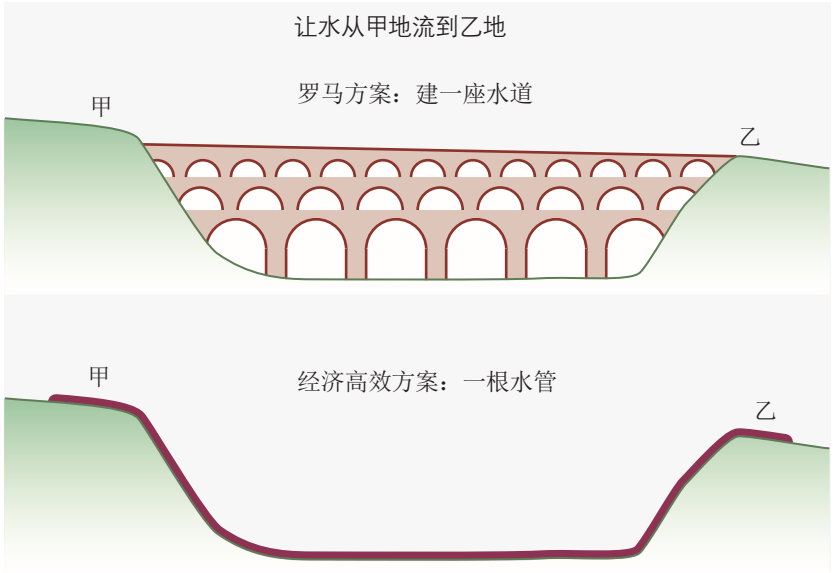


Figure 262 由于缺乏流体知识而浪费金钱。

[1]* 最初，“水肺”是“自给式水下呼吸器(self-contained underwater breathing apparatus)”的缩写。其中心装置“水肺(aqua lung)”是由埃米尔·加尼昂(Emile Gagnan)和雅克·库斯托(Jacques Cousteau)发明的；它使气压始终与水压保持在同一水平。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：流体

不了解自然规律又能怎样？自打两千年前，答案就有这么一条：浪费纳税人的钱，或者有害健康。最早的反面典型之一就是 Figure 262 所示的罗马水道。建这种水道，纯是因为罗马人不懂流体运动规律。这张图告诉了我们，为什么如今再也没有罗马式的水道了。

我们注意到，以 Figure 262 或图 Figure 255 所示的方式，用 1 或 2 米的水管运输汽油可能是危险的。为什么？ Challenge 596 s

**

取一个空牛奶盒，在距离底部向上 1 cm 的一个侧面打个孔，然后在更上面再打两个孔，每个孔比前一个洞高 5 cm。把盒子装满水放在桌上，三条水流中哪一条喷射更远？把盒子放在桌子边缘，哪条水流先流到地上？ Challenge 597 e

**

Challenge 598 e 浴缸里装满水。有 3 升和 5 升容器各一个，都没刻度。如何从浴缸取出 4 升水？

**

Ref 276 产生超音速空气射流的最简单方法是什么？只需将台球掷入装满水的桶中。花了很长时间才发现这个简单方法。享受研究这个话题。

**

流体对运动很重要。蜘蛛有用以弯腿的肌肉，但没有伸腿肌肉。它们咋伸腿？

1944 年，埃利斯(Ellis)发现蜘蛛通过液压伸腿：增加腿内流体压强，靠这种压强伸展腿部，就像水压使花园水管从软变硬一样。如果你愿意，蜘蛛腿的工作原理有点像挖掘机的手臂。这也是蜘蛛死后腿会弯曲的原因。流体机制很好用：跳跃蜘蛛也靠它。 Ref 277

**

海洋中的水(总量如 Figure 263 所示的那么多)来自哪里？这个问题还没有完全解决！在地球早期，所有的水都被高温蒸发并散逸到了外太空。那如今的水又是哪来的？(例如，氢可能来自地核放射吗？)最合理的说法是，水来自彗星，彗星的大部分是冰。似乎在遥远的过去，撞击地球的彗星形成了海洋。2011 年，欧洲航天局的赫歇尔红外太空望远镜首次表明，与来自内太阳系的彗星相比，来自柯伊伯带的彗星的冰，与地球海洋有相同的氧同位素比例。海洋的彗星起源说似乎很有可能。 Ref 278

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

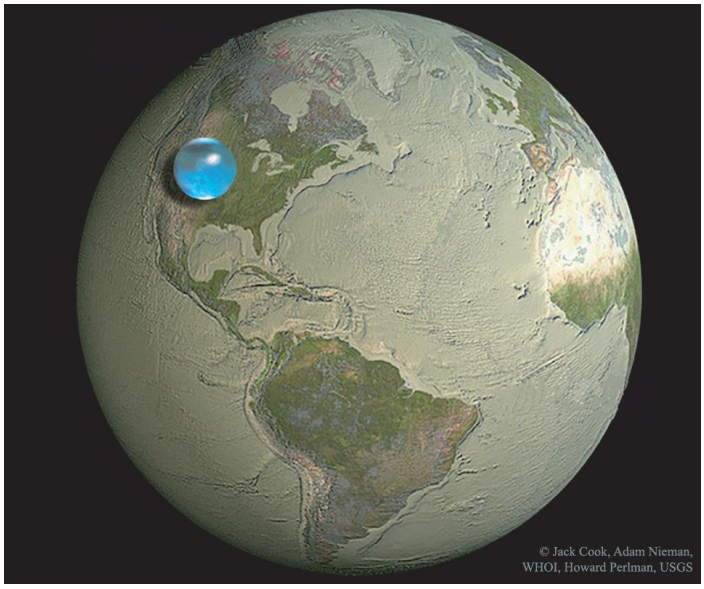


Figure 263 地球上所有的水聚在一起，会形成一颗半径约 700 km 的球体，如这张计算机生成的图形所示 (© Jack Cook, Adam Nieman, Woods Hole Oceanographic Institution, Howard Perlman, USGS)

Ref 279 潜水物理学，特别是闭气潜水的物理学，充满了奇迹和尚不明确的效应。例如，每位闭气冠军都知道，坐在椅子上屏住呼吸五六分钟相当困难。但在游泳池里做同样的事情，对于现代闭气冠军来说轻而易举。目前尚不完全清楚为什么会出现这种情况。

有很多闭气潜水项目。2009 年，赫伯特·尼特奇(Herbert Nitsch)创下了 214 米的无限制闭气潜水纪录。静态闭气时间记录超过 11 分钟，在纯氧过度通气的情况下，超过 22 分钟，无蹼动态闭气记录为 213 米。

当闭气潜水员到达 100 米深处时，水压相当于每平方厘米皮肤上的重量超过 11 公斤。为了解决深海耳压补偿的问题，潜水员必须让水充满口腔和气管。他的肺缩小到原来的十一分之一，只有苹果那么大。水压将几乎所有的血液从腿部和手臂转移到胸部和大脑。在 150 米处，没有光，也没有声音——只有心跳。心跳很慢：每七八秒跳一次。他同时变得放松和欣快。这些现象都没有被完全理解。

抹香鲸(*Physeter macrocephalus*)能在水下停留半个多小时，深度超过 3000 米。韦德尔氏海豹(*Leptonychotes weddellii*)能在水中停留一个半小时。其机制尚不明确，但似乎与血红蛋白和神经球蛋白有关。相关机制研究很有趣，人们观察到潜水能力可以增强大脑，弓头鲸(*Balaena mysticetus*)即使活到 200 岁以上，也不会中风或大脑退化。

**

闭气记录显示了氧气对人体健康的益处。所以氧气瓶是专业急救医疗设备中的常见物品。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

水下运动速率的记录是多少？也许只有少数人知道，因为此乃军事机密。答案需分两部分。几乎完全被气泡包裹的水下弹丸的最快公布速率为 1550 m/s，已经比 1990 年代在军事实验室几米距离内实现的水中声速还快了。最快的机动系统似乎是鱼雷，也主要在气泡中移动，速率超过 120 m/s，比任何一级方程式赛车都快。实际实现的速率会更快、更机密，这种将物体包裹在气泡(超空泡, *supercavitation*)中的方法，是世界各地军事工程的研究课题。

最快的鱼类是旗鱼(*Istiophorus platypterus*)，可达 22 m/s，疑似可达 30 m/s。在水下，最快的载人物体是军用潜艇，其速率是机密的，但据信约为 21 m/s。(世界上所有拥有巨额预算的军事海军工程师，都无法造出比鱼更快的潜艇。飞机比鸟快的原因显而易见：飞机不是由军事工程师开发的，而是由民用工程师开发的。)最快的人力潜艇达到 4 m/s 左右。我们可以估计，如果人力潜艇开发商的开发预算与军事工程师相同，他们的机器可能会比核潜艇快。

水下游泳没有记录。众所周知，水下游泳比水上的蛙泳、仰泳、海豚泳都快：这就是为什么在这些类型的比赛中禁止在水下长距离游泳。然而，目前尚不清楚自由泳记录是比水下最快游泳方式的记录快还是慢。对于你，哪个更快呢？ Challenge 599 e

**

冬天需要多少水来加湿房间里的空气？在 0°C 时，水的蒸汽压为 6 mbar，在 20°C 为 23 mbar。因此，冬季加热空气的湿度最多为 25%。要想将湿度增加 50%，每 100 m^3 约需 1 升水。 Challenge 600 e

**

表面张力可能是危险的。刚从游泳池里出来，浑身湿透的人，皮肤上约有半公斤的水。而苍蝇这种小昆虫，沾水的重量会是其体重的许多倍。它们会飞不动，通常致死。因此，大多数昆虫尽可能远离水，或者使用长口器。

**

人类心脏以约 0.1 升/秒的速率泵血。毛细血管典型直径约 7μm，与红细胞相当，血液在其中以每秒半毫米的速率流动。人体有多少毛细血管？ Challenge 601 s

**

你在池塘边的一艘船上，船上有一块石头、一桶水、一块木头。把石头扔进池塘后，池塘的水位会发生什么变化？把水倒进池塘呢？扔木头进去呢？ Challenge 602 s

**

船从河流驶入大海，会发生什么？ Challenge 603 s

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 604 e 把气球套在瓶子末端，让它挂在瓶子里。你能把瓶子里的气球吹多大？

**

Challenge 605 s 在你的车里放一个橡胶氦气球。你加速行驶，或者绕过弯道。气球朝哪个方向移动？

**

Challenge 606 e 放倒瓶子，瓶口放颗小球，试着把它吹进瓶里，它反而向你飞出。为什么？

**

Challenge 607 e 有可能把一颗鸡蛋从一个蛋杯吹到它后面的第二个蛋杯。试试看。

**

17 世纪，工程师面临抽水挑战。要把水从矿井底部抽到地面，可是水泵的泵水高度差都不能超过 10 米，要想抽 20 米，就需要两台泵串联，中间用储液罐连接。这是为什么？树木又是如何向上抽水那么高的呢？ Challenge 608 s

**

当氢气和氧气结合成水，如果反应后没有气体残留，所需氢气的量正好是氧气量的两倍。这一观察结果如何证实原子的存在？ Challenge 609 s

**

Challenge 610 s 酒心巧克力糖是如何制成的？注意，酒精不是后注入的，不然产品不能这么严实。

**

打水漂，石头能跳几次？目前的世界纪录是在 2002 年创造的：跳 40 次。关于 1992 年创下的上一项世界纪录，我们了解到了更多的信息：一块手掌大小的三角形扁平石头以 12 m/s (一说为 20 m/s)的速度和每秒 14 转的转速沿着河流投掷，跳跃了 38 次，覆盖约 100 米。(这一幕被录像机从桥上拍摄了下来。) Ref 280

增加跳跃次数需要什么？你能造出一台比你厉害的打水漂机器吗？ Challenge 611 r

**

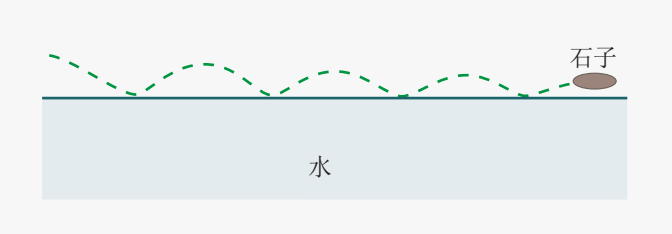


Figure 264
你打水漂最多跳多少次？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

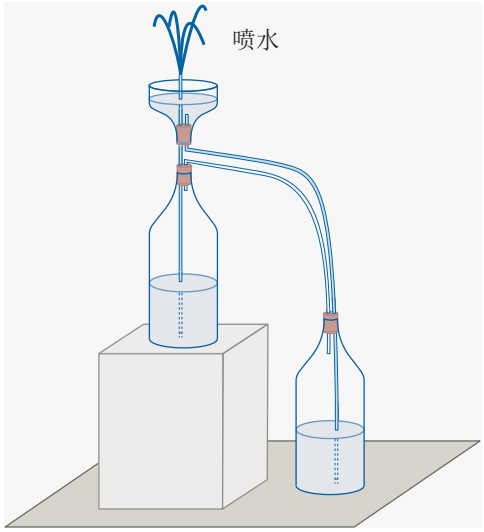


Figure 265 海伦喷泉(Heron's fountain)

Challenge 612 s 空气中最丰富的成分是氮气(约 78%)，第二多的成分是氧气(约 21%)，第三是什么？

**

Challenge 613 s 什么日常系统的压强低于大气压，并且若压强升到通常的大气压，可能致人死亡？

**

水也能往高处走：海伦喷泉(Heron's fountain)最清楚地演示了这一点。海伦(Heron of Alexandria, *c.*10 to *c.* 70)在两千多年前就对其进行了描述；很容易用塑料瓶子跟塑料管子
Challenge 614 s DIY。其原理是什么？如何启动？

**

在水下，一个灯泡被放置在一个直径 16 cm 的坚固钢制气筒中，气筒的活塞伸出水
Challenge 615 s 面，活塞上放一辆菲亚特 Cinquecento 汽车(500 kg)。灯泡能承受得住吗？

**

Challenge 616 s 密度最大的气体是什么？最密的蒸汽呢？

**

罗斯托克大学(University of Rostock)海事系，每年都会组织一场竞赛：造一艘承载能力最强的纸船。纸船重量不得超过 10 克，并满足一些其它条件；将小铅丸倒入船上，
Challenge 617 e 直到船沉没，以此测量承载能力。2008 年的记录是 5.1 kg。你能做到这个值吗？(更多有关信息，请访问 www. paperboat.de)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

Challenge 618 s 有没有可能利用风，逆风而行呢？

**

测风速，很重要。有两种方法可以测量离地约 100 米高度的风速：声雷达(*sodar*)，即声音探测与测距；光雷达(*lidar*)，即光探测与测距。Figure 266 展示了两种典型设备。声雷达也适用于干净的空气，而激光雷达需要气溶胶。

**

Figure 266 两种测风速系统：声雷达系统和激光雷达系统
(© AQSystems, Leosphere)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

下面这个问题原是由物理学家丹尼尔·科拉登(Daniel Colladon, b. 1802 Geneva, d. 1893 Geneva)提出，雅科夫·佩雷尔曼(Yakov Perelman)提出如下版本：一艘质量为 m 的船在河里被几匹沿着河岸行走的马用绳拉着。如果河流是超流氦(superfluid helium)，也就是说船与河流之间没有摩擦，那么需要多少能量才能将船沿着河流向上游拉动，直至达到 h 高度？ Challenge 619 s

**

有这么则都市传说：在大瀑布的底部没有足够的空气呼吸。为什么这是错的？ Challenge 620 e

**

瑞士物理学家和发明家奥古斯特·皮卡德(Auguste Piccard, b. 1884 Basel, d. 1962 Lausanne)也是著名探险家。他探索了平流层：乘坐氢气球浮空器达到了 16 km 的创纪录高度。他所在的气球下面的密闭舱，气压平稳正常。但他需要引几根绳子入舱，才能控制气球。他是怎么把绳子引进船舱，同时又防止空气泄露的？ Challenge 621 s

**

一个人在空中以大约 50 m/s 的极限速率下落(精确值取决于衣服)。的飞机从 3000 m 的高度落到 200 m 处需要多长时间？ Challenge 622 e

**

为了体会阿伏加德罗数的大小，通常会问两个问题。首先，平均而言，你每次呼吸吸入的分子或原子中，有多少是凯撒曾经呼出的？第二，平均而言，你每天吃多少个耶稣的原子？尽管地球很大，但由此产生的数字仍然很有说服力。 Challenge 623 e

**

经常有几滴茶会从茶壶嘴下边流或滴到桌子上。Kistler 和 Scriven 甚至用纳维-斯托克斯方程通过超级计算机模拟液体运动来研究这种现象。但还是管不了茶壶滴水。 Ref 281

**

最棒的泡泡水配方是：1.5 升水、200 毫升玉米糖浆、450 毫升洗涤液。把所有东西混合在一起，静置四小时。然后，把直径不超过 100 毫米的金属环浸入其中，就可以制造出大泡泡啦。但泡泡为什么会破裂呢？ Challenge 624 s

**

一滴水落入装有适量热油的平底锅，会立即蒸发。但要是油真的很热，高于 210°C，水滴会在油表面跳动相当长的一段时间。厨师用这种方法测试油温。为什么会发生这种所谓的莱顿弗罗斯特效应(*Leidenfrost effect*,又译赖登福现象)？该效应以神学家和医生莱顿弗罗斯特(Johann Gottlob Leidenfrost, b. 1715 Rosperwenda, d. 1794 Duisburg)的名字命 Challenge 625 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

名。水滴的莱顿弗罗斯特效应演示，请见 www.thisiscolossal.com/2014/03/water-maze/。视频还显示了水滴在上坡和迷宫中奔跑。

莱顿弗罗斯特效应还能让人将裸手浸入熔融铅或液氮中、将液氮含在嘴里、检查熨斗温度、在热煤炭上行走。当然啦，要遵守一些安全规则，Jearl Walker 如是提示到。(可别自己尝试！会出问题的。)主要条件是嘴或手脚必须是湿的。Walker 在一次演示中掉了两颗牙，在一次不符合条件的行走中严重烧伤了脚。你可以在 www.popsci.com/diy/article/ 2010-08/cool-hand-theo 看到一些手在液氮中是啥效果， www.popsci.com/science/article/2012-02/our-columnist-tests-his-trust-science-dipping-his-finger-molten-lead 是手指在熔融铅中的效果。

Ref 282

**

Figure 267 热锅上的水滴：莱顿弗罗斯特效应示例 (© Kenji Lopez-Alt)

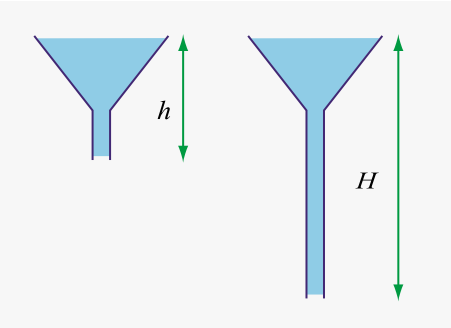


Figure 268 哪只漏斗更快排空？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 626 s 为什么空气分子不会落到容器底部并停留在那里？

**

Challenge 627 s Ref 283 Figure 268 中的两只漏斗，哪只排空更快？将能量守恒应用于流体的运动(伯努利方程)可以找到答案。

**

Challenge 628 s 我们知道，快速流动会产生负压。鱼在快速游泳时如何防止眼睛爆裂？

**

高尔夫球有凹痕的原因与网球有毛、鲨鱼和海豚皮不平坦的原因相同：不平坦会降低流动阻力，因为许多小涡流产生的摩擦比少数几个大涡流产生的摩擦小。为啥？ Challenge 629 ny

**

直升机达到的公认高度记录为海拔 12 442 m，尽管也有人声称达到 12 954 m。(第一个高度于 1972 年达到，第二个是在 2002 年，两位法国飞行员都乘坐法国直升机。)那么，为什么人们仍然选择用腿登上世界最高峰珠穆朗玛峰顶呢？ Challenge 630 s

**

把一根棉线打结成细环，松弛地随意放在一碗水表面。放一点洗涤液在线环中央，其会立即张成圆形。为什么？ Challenge 631 e

**

Challenge 632 s 如何用杯子把手帕放在水下，同时保持干燥呢？

**

你能把乒乓球从漏斗里吹出来吗？如果你用漏斗向燃烧的蜡烛吹气，会发生什么？

**

飘落的树叶及其复杂的路径仍然在研究。我们远不能预测一片叶子落地所需的时间。很难描述空气在树叶周围的运动。这是最常见的现象之一，却也是最难的流体力学问题之一。

**

流体表现出许多有趣的效应。空气中的肥皂泡，是两侧都有空气的球形薄液膜。1932 年，首次观察到反气泡，即两侧都有液体的球形薄气膜。2004 年，比利时物理学家 Stéphane Dorbolo 及其团队表明，可以通过简单的实验，特别是在比利时啤酒中生产它们。 Ref 284

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

Challenge 633 e 你试过把曼妥思薄荷糖扔进可乐里吗？你会看到有趣的现象(风险自负哈……) 。能用这种方法制造火箭吗？

**

Challenge 634 e 若你小心些，可以把针放在水面上。也可以试试看餐叉。为什么会浮起来？

**

Challenge 635 e 莱茵河向北海排放约 2300 m^3/s 的水，亚马逊河向大西洋排水约 120 000 m^3/s。这比 $c^3/4G$ 低多少？

**

Challenge 636 e 流体表现出许多复杂的运动。欲概览，请看 serve.me.nus.edu.sg/limtt 的精美收藏。烟民或火山喷出的烟圈涡环(见 Figure 269)是很精彩的流体运动。流体运动最著名的现象之一是涡环的交替跃进，如 Figure 270 所示。Lim Tee Tai 解释说，要实现两个以上的交替跃进是极其困难的，因为最轻微的涡环错位都会导致系统崩溃。 Ref 285

Figure 269 2000 年，埃特纳火山的 Bocca Nova 火山口喷出了一个约 100 米大小的烟圈 (© Daniela Szczepanski at www.vulkanarchiv.de and www.vulkane.net)

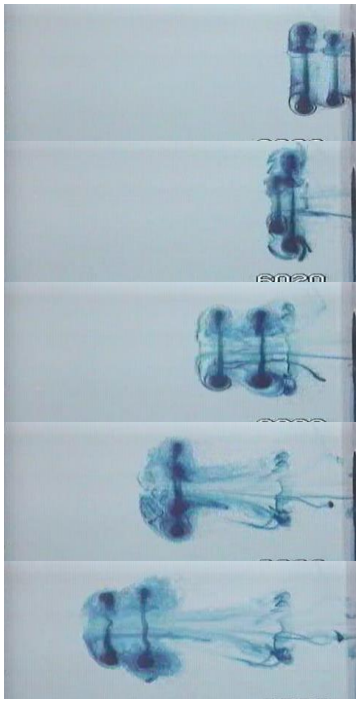


Figure 270 两个交替跃进的涡环 (QuickTime film © Lim Tee Tai)
译者注：该视频可在英文原书查看

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

将洗发水倒在盘子上，可以观察到一个令人惊讶的效应：洗发水碰到盘子的地方会不时喷出一股细流。这种所谓的*凯伊效应*(*Kaye effect*)在 youtube.com/watch?v=GX4_3cV_3Mw，这支特文特大学制作的精美影片最受欢迎。

**

Challenge 637 e 大多数哺乳动物大约需要 30 秒排尿。你能找出原因吗？

**

飞机上的厕所是危险的地方。在 1990 年代，有个胖子坐在马桶上按了“冲水”按钮(千万不要自己尝试！！)。厕所施加的负压太强了，把他肠道吸了出来，此人不得不被送进医院。

**

若水滴被恰当类型的粉尘包裹，水滴可以沿斜面滚动，滚动速率可达 1 m/s，而在同一表面上，水流动的速度比这慢一百倍。当液滴滚得太快，会变成扁平的圆盘；在更高的速度下，会变成甜甜圈形状。这种水滴甚至可以跳跃和游泳。 Ref 286

**

很多人都知道，在卡车、汽车、摩托车后面骑自行车更容易，因为在这种情况下风阻力较小。弗雷德·罗姆佩尔伯格(Fred Rompelberg)在 1990 年创下的自行车速率纪录是 74.7 m/s，即 268.8 km/h，这就是在一辆汽车后面创下的。更令人惊讶的是，骑在自行车后面的摩托车也能减小阻力，高达 9 %。2016 年，Bert Blocken 及其团队在风洞和数值模拟中证实了这一效应。其效果足以决定序幕赛或计时赛的名次。而骑在自行车后面的摩托车竟也将骑在前面的自行车的阻力减少 14%，这是因为后面的摩托车导致自行车后的低压区(如 Figure 272 中的红色区域)减小，这减少了自行车的空气动力学阻力。 Ref 298

**

所有流体都会有涡流。例如，空气中有气旋、龙卷风。海洋中也存在漩涡，其大小在 100 米到 10 公里之间，它们短暂存在，从几个小时到一天不等。海洋漩涡混合了海水中的不同水层，输运热量、营养物质和藻类。对这些漩涡性质和作用的研究才刚刚开始。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

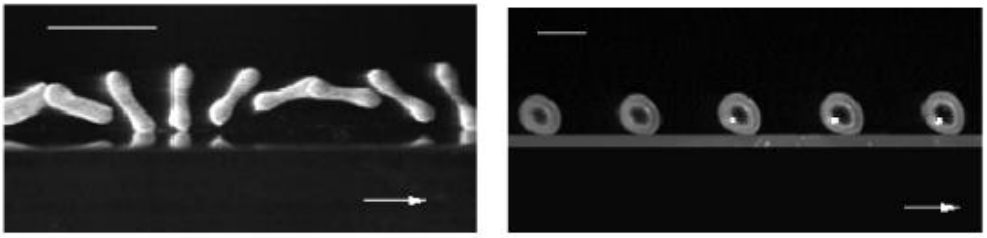


Figure 271 裹着花粉的水滴在 35 度的斜面上滚动(未显示倾斜度)，形状出乎意料。灰色线条的长度为 1 厘米；球形液滴的初始半径分别为 1.3 毫米和 2.5 毫米，照片以 9 毫秒和 23 毫秒的时间间隔拍摄 (© David Quéré)

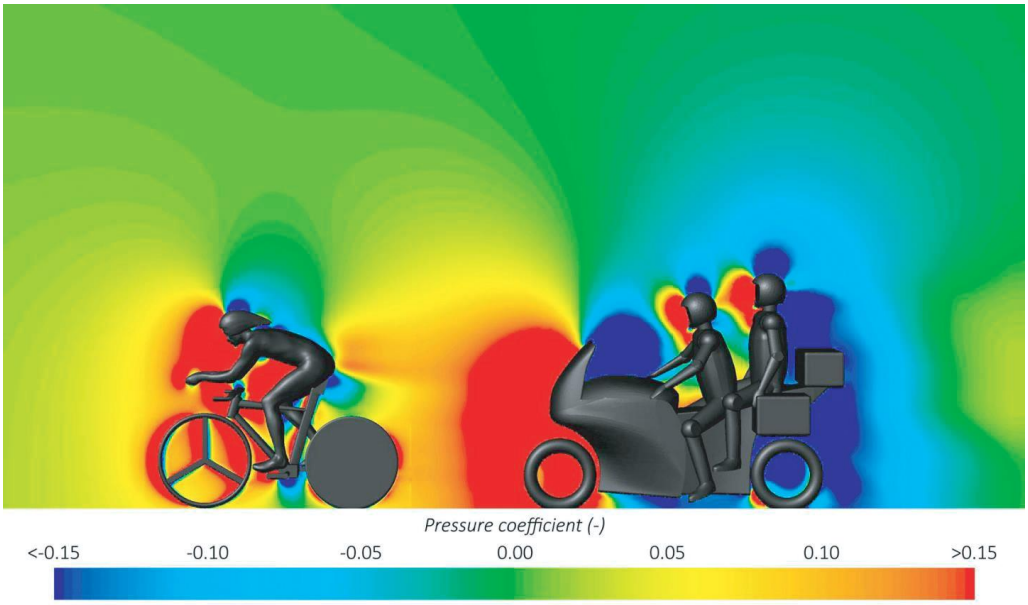


Figure 272 自行车和摩托车周围压强区域的计算机可视化 (© Technical University Eindhoven)

小结：流体

流体运动是其组分粒子的运动。流体运动涉及游泳、飞行、呼吸、血液循环、涡流等等。流体运动可以是层流或湍流。无耗散的层流由伯努利方程(即能量守恒)描述；有内摩擦的层流不在本文范围内；湍流也不在。湍流运动的精确描述是物理学中最复杂的问题，尚未完全解决。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 13

热与运动反演不变

茶凉不能自热；覆水不能自收。自然界有许许多多的过程皆不可逆(*irreversible*)。与此相反，抛体运动是可逆的(*reversible*)，石子可以正向或反向走过同一条路径。进一步观察表明，不可逆性只存在于多粒子系统，并且所有不可逆系统都涉及热(*heat*)现象。

我们的日常经验，诸如体温、炉灶、烤箱，都表明热量在流动、在移动。但其不可逆性也表明热量以特殊的方式移动。由于热现象出现在多粒子系统中，我们被引导探索下一种描述运动的全局方法：统计物理学(*statistical physics*)，它涵摄了研究热与温度的热动力学(*thermodynamics*)，解释了诸多材料性质的起源以及热流的不可逆性。

不可逆性，是不是像自组织之父、诺贝尔奖得主普里高津(Ilya Prigogine)所认为的那样：在基本层面上，运动在逆转前后并非不变的？我们将表明，尽管他取得了别的成就，但他在这个问题上不对。*[1]为了推导这一结果，我们首先需要了解温度和热量的基本情况，然后再讨论不可逆性和运动的逆转，或者叫运动反演(*motion reversal*)。

Ref 287

温度

宏观物体，即大量原子组成的物体，具有温度(*temperature*)；由少数原子组成的物体没有温度。温度高的作烤箱，温度低的作冰箱，温度不同，影响重大：物质从固态变为液态，从气态变为等离子态。随着温度变化，物质的大小、颜色、磁性、刚度和许多其它性质都会发生变化。

温度是物体状态的一大要素。换言之，两个完全相同的物体可以通过它们的温度来区分。世界各地操纵彩票的犯罪组织都知道这一点，如 Figure 274 所示，当要求蒙眼的孩子从一组球中摸取某个编号的球时，通常会事先告知只摸取热球或冷球。蒙眼也能掩盖因疼痛而流下的眼泪。

Ref 289

宏观物体的温度是其状态的要素，温度是一个强度量，温度描述了热流的强度。Table 46 给出了一些温度测量值。

---

[1]* 许多不严肃的思考者经常这么表述问题：运动是时间不变(*time-invariant*)的吗？地摊媒体甚至问运动是不是“箭”，或者时间有没有“流动方向”。咱在前头已经表明此乃无稽之谈，咱避开这些短语。

Chapter 2：逝者如斯？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

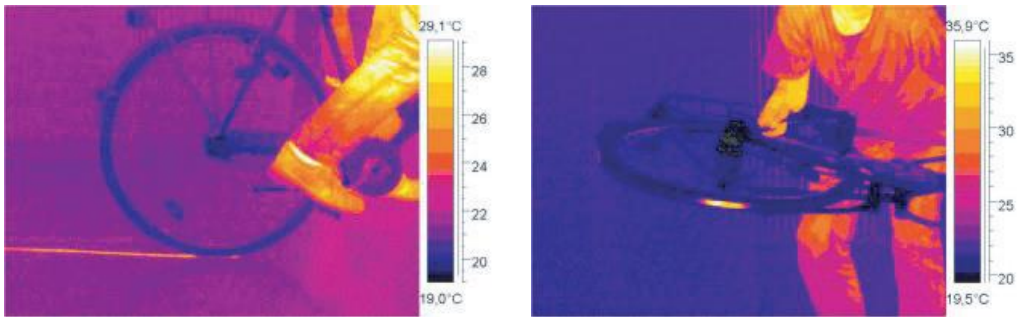


Figure 273 自行车刹车在地板和轮胎上产生热量 (© Klaus-Peter Möllmann and Michael Vollmer)

我们观察到，任何两个相互接触的物体都倾向于具有相同的温度：温度是接触传递的(*contagious*)。换言之，温度描述了一种平衡(*equilibrium*)状态。在温度的平衡态中，温度就像任何其它强度量一样：对系统的各个部分都是一样的。我们称加热为温度升高，冷却为温度降低。

如何测量温度？十八世纪给出了最明确的答案：最好通过气体的膨胀来定义和测量温度。对于最简单的所谓理想气体(*ideal gas*)，压强 p 和体积 V 的乘积与温度成正比：

$$pV \sim T \tag{112}$$

比例常数由气体的量确定(稍后详细介绍)。理想气体关系使我们能通过测量压强和体积来确定温度。这也曾是定义和测量(绝对)温度的方式。要定义温度单位，只需固定所用的气体量，通常将该气体量固定为 1 摩尔(对于氧气这是 32g)。1 mol 气体的比例常数，称为理想气体常数 R，定义为

Ref 288
Appendix B

$$R = 8.314\,462\,618 \text{ J/mol} \tag{113}$$

选择该数值是，为了尽量贴近早已有独立定义的摄氏温标。以这种方式固定理想气体常数，所定义的温度单位为 1 K 或 1 开尔文(Kelvin)。

一般地，若要确定物体温度，需取一摩尔理想气体，与测量对象接触，等待一段时间，然后测量气体的压强和体积。通过理想气体关系(112)得到对象温度。

每种材料的一个特性就是其三相点。三相点(*triple point*)是固相、液相、气相共存的唯一温度点。水的三相点温度为 0.01°C(蒸汽分压为 611.657 Pa)。用水的三相点，我们可以用简单的术语定义开尔文：温度升高 1 开尔文，能使水三相点温度的理想气体等压膨胀 1/273.16 或 0.366 09%。

Challenge 638 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 274 彩票操纵：温度是物体状态的要素 (© ISTA)

最重要的是，理想气体关系表明，自然界中存在一个最低温度，即：使得理想气体体积为零的温度。对于理想气体，该温度为 $T = 0\,\mathrm{K}$。不过事实上，其它效应，比如原子本身的体积，会阻止真实气体的体积精确地达到零。

▷ 绝对零度之不可达到，称为*热动力学第三原理*。

甚至，一个文明所达到的最高温度记录，可以用来衡量其技术成就水平。可以用这种方式定义青铜时代(*Bronze Age*, 3500 bce) (1.1 kK)、铁器时代(*Iron Age*, 1000 bce) (1.8 kK)、电器时代(*Electric Age*, *c.* 1880) (3 kK)、原子时代(*Atomic Age*, 1944) (几 MK)。
Ref 290 若考虑到对低温的追求，我们还可以定义量子时代(*Quantum Age*, 1908) (4K)。所有这些想法都引出了一个简单的问题：加热和冷却到底是什么？这些过程中会发生什么？

热能

Ref 291 摩擦会减慢物体运动，同时也会使物体变热。许多实验表明，例如 Figure 273 所示的这种实验表明：摩擦生热，无限摩擦就无限生热。如此取之不尽地“创造”热量，意味着热量(heat)既非质料(material)流体，也非从物体中提取的实体(substance)，而是别的东西，不然热量会在一段时间后会耗尽。如今我们知道，热量在某些方面表现得像流体，同时也是由粒子的无序运动所造化。结论是：

▷ 摩擦，将(有序的)机械能转化为(无序的)热能(*thermal energy*)，即转化为组分粒子们的无序运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

故而，加热与冷却是无序能量的流动。若要用摩擦让 1 kg 水升温 1 K，就必须提供 4.2 kJ 的机械能。1842 年，迈耶医生(Julius Robert Mayer, b. 1814 Heilbronn, d. 1878 Heilbronn)首次精确测量了该值，他将该实验视作对能量守恒的证明，他是首位做出能量守恒命题的人！首位证明能量守恒的人居然是位受到当时大多数物理学家嘲笑的医生。更糟的是，科学家接受能量守恒，是因为多年后的两位权威的宣传：亥姆霍兹(也是医生出身的物理学家)和威廉·汤姆孙(引用了类似但更晚的焦耳实验)。*[1] 他们都承认迈耶的先见，而汤姆孙的营销最终导致能量单位以焦耳命名。总之，两位医生向所有运动专家证明：

▷ 在封闭系统中，机械能与热能的总和是恒定的。这称为*热动力学第一原理*。

同样，如果不用其它形式的能量，也不能产生机械能。这是个重要的命题，因为这意味着人类难逃灭亡之宿命：万物生长靠太阳，而太阳的寿命是有限的，其能量终期于尽。估计一下这会在什么时候会发生。

Challenge 639 s

Chapter 4: 能量守恒

热动力学第一原理，即能量守恒，也意味着：

▷ 没有“第一类”*永动机*(*perpetuum mobile*)。

若不输入能量，啥机器都动不起来。所以我们也离不开食物：食物中的能量让我们活着，不吃东西就会死。能量守恒也否定了某些所谓的“奇迹”：在自然界中，能量不能被创生，只能被保守。

热能是一种能量形式，可以储存、积累、转移，可以转化为机械能、电能、光能。简言之，热能可以转化为运动和功，甚至变成钱。

热动力学第一原理也使我们能阐述汽车发动机的本质。汽车发动机是将物质(气缸内炽热的爆炸燃料)转化为车轮运动的装置。汽车发动机跟蒸汽机一样，都是*热机*(*heat engine*)。

如果所研究的系统处于平衡态，则对热和温度的研究称为*热静力学*(*thermostatics*)，否则称为*热动力学*(*thermodynamics*)，后者又有近平衡态和远平衡态之分。在近平衡态，温度等平衡态概念仍然适用，在远平衡态，通常无法应用这些概念。

区分热能(thermal energy)和热量(heat)有意义吗？有意义。许多较旧的文本用“热量”一词来表示与热能相同的含义。但这让学生和专家感到困惑，故而：

---

[1]* 赫尔曼·冯·亥姆霍兹(Hermann von Helmholtz, b. 1821 Potsdam, d. 1894 Berlin)，重要科学家。威廉·汤姆孙-开尔文(William Thomson-Kelvin, b. 1824 Belfast, d. 1907 Netherhall)，重要物理学家。詹姆斯·普雷斯科特·焦耳(James Prescott Joule, b. 1818 Salford, d. 1889 Sale)，物理学家，其后代喜欢强调，Joule 的发音与“cool”押韵。(“Joule”这个名字家家户户读得都不一样。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 在本文中，根据现代用法，“热量(heat)”被用作熵(*entropy*)的日常同义语。

热能和热量都从一个物体流向另一个，并且都会积累、都没有可测的质量*[1]。随着温度升高，物体内的热能和热量都会增加。很快介绍二者的精确关系。但热量还有许多其它有趣的特性和故事要讲。其中有两点特别重要：第一，热量归结为粒子；第二，热量是区别过去与未来的核心。这两点交织在一起。

Figure 275 温度计：伽利略温度计(左)、红外耳温计、翠绿树蚺(*Corallus caninus*)嘴边的一排红外传感器、水银温度计、用伏特计读数的热电偶、双金属航海温度计 (© Wikimedia, Braun GmbH, Ron Marcus, Wikimedia, Thermodevices, Universum)

[1]* 这不准确，当质量测量精度提高到可以检测相对论效应，就可以通过质量增加来检测温度增加。然而，只有在质量测量精度达到 12 位数或以上时，这种变化才明显。

Vol.II page 71

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 46 一些温度值。

观测	温度值
最低温度，无法达到	0 K = −273.15°C
在激光学领域，谈论负的绝对温度也是有意义的。	
地表完美真空的温度 Vol.V page 146	40 zK
某些实验室实验中的钠气：	0.45 nK
宇宙的中微子背景温度	*c.* 2K
宇宙的(光子)背景辐射温度	2.7K
液氦	4.2K
氧气三相点	54.3584K
液氮	77K
测得的最低气温(南极)	185K = −88°C
标准压强下，水的冰点	273.15K = 0.00°C
水的三相点	273.16K = 0.01°C
地表平均温度	287.2K
皮肤不适的最低温度	316K (高出常温 10K)
人体内温度	310.0 ± 0.5K = 36.8 ± 0.5°C
大多数陆地哺乳动物的温度	310 ± 3 K = 36.8 ± 2°C
测得的最高气温	343.8K = 70.7°C
标准压强下，水的沸点	373.13K or 99.975°C
最热生物的温度：嗜热细菌	395K = 122°C
高温柴火，液态青铜	*c.* 1100K
金的凝点	1337.33K
液态纯铁	1810K
本生灯(Bunsen burner)火焰	高至 1870K
灯泡灯丝	2.9 kK
碳化铪的熔点	4.16 kK
地心	5(1) kK
太阳表面	5.8 kK
闪电中的空气	30 kK
最热恒星的表面(NGC 2240 星团中心)	250 kK
地球和月球之间的空间(no typo)	高至 1 MK
白矮星中心	5 to 20 MK
太阳中心	20 MK
X 射线双星吸积盘的中心	10 to 100 MK
JET 聚变托卡马克内部	100 MK
最热恒星的中心	1 GK
不产生正负电子对的最高系统温度	ca. 6 GK
宇宙第一秒	100 GK
哈格多恩(Hagedorn)温度	1.9 TK
重离子碰撞，最高人工温度	高至 3.6 TK
普朗克温度：自然界的温度上限	10^{32} K

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

为什么气球会占用空间：连续性的终结

不同材料的热学性质迥异，研究热性质需要了解物质的构成。最简单的材料是气体*[1]。气体需要空间：任何气体都有压强和体积。不久还将证明，气体不可能是连续的。丹尼尔·伯努利(Daniel Bernoulli)是最早认为气体由原子或分子组成的科学家之一。伯努利认为，若气体由具有质量与动量的小粒子组成，他应能定量预测气体行为，并实验验证。若粒子在气体中飞行，那么容器中的气体压强是由稳定撞击器壁的粒子流产生的。伯努利明白，若将体积减少到一半，气体中的粒子只需行进一半的时间就可以撞击器壁：因此气体压强将加倍。他还明白，如果气体温度升高而体积不变，粒子的速率会增加。综合这些结果，伯努利得出结论，若假设粒子是完全弹性的小硬球，则压强 p 、体积 V 和温度 T 必有如下关联：

Challenge 640 s

$$pV = nRT = kNT \tag{114}$$

在这理想气体关系 (*ideal gas relation*)中，R =8.314 462 618 J/(mol K) 是理想气体常数；n 是摩尔数；在气体关系的第二等号写法中，N是气体中包含的粒子数，k是玻尔兹曼常数，玻尔兹曼常数(Boltzmann constant)是自然界的基本常数之一，其值为 k =1.380 648 52(79)·10^{-23} J/k (这个常数的更多信息将在后文讲述)。由这种教科书式无相互作用粒子组成的气体被称为理想气体。关系式(114)也常称做理想气体“定律”，在伯努利之前就已经为人所知；对于所有已知气体，在室温和更高温度下的实验都证实了这种关系。

Eq.115: 玻尔兹曼常数

气体由有质量的小粒子组成，伯努利从这条假设推导出了理想气体关系，并具体预测了比例常数 R。这一推导为原子的存在及其作为小物体的一般行为提供了明确的论证。至于如何通过实验确定 N，我们已经在前文看到了。

Chapter 11:计数粒子

理想气体模型有助于我们回答如 Figure 276 所示的问题。两个相同的气球，一个吹得比另一个更大些，二者以管道和阀门连接。打开阀门，哪个会泄气？

Challenge 641 s

理想气体关系表明，在给定压强下，较热的气体占据更大的体积。这种关系解释就了为什么会有风与风暴，为什么热气球会上升(以及 Figure 277 中的热气球)，为什么汽车发动机能够运作，为什么臭氧层会被某些气体破坏，以及为什么在 2001 年土耳其南部极热的夏天，白天出门需要戴氧气面罩。

Challenge 642 e

[1]* 顺便说一句，气体(*gas*)这个词是个现代概念。它由炼金术士与医生海尔蒙特(Johan Baptista van Helmont, b. 1579 Brussels, d. 1644 Vilvoorde)创造，听起来像是“混乱(chaos)”。这是少数几个由一人发明并在世界各地被采用的词之一。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

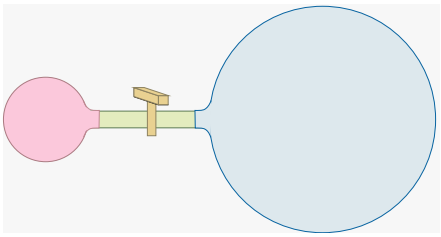


Figure 276 打开阀门，哪个气球变大？作者注：这也是动脉瘤在动脉中生长的方式。

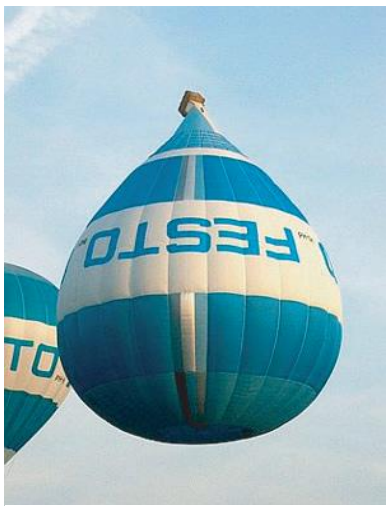


Figure 277 这是咋了？(© Johan de Jong)

理想气体关系还解释了为什么 1986 年 8 月 21 日，喀麦隆(Cameroon)惊现 1000 多具人类遗体和 3000 多头牲畜尸骸。他们住在一座火山脚下，火山口有个湖，叫尼奥斯湖(*Lake Nyos*)。火山不断向湖中排放二氧化碳。二氧化碳通常溶解在水中。但在 1986 年 8 月，未知事件使得约 100 万吨二氧化碳(约 1 立方千米)释放到大气中。由于二氧化碳(2.0 kg/m^3)比空气(1.2 kg/m^3)密度大，气体泄入了火山脚下的山谷和村庄。这种无色无味的气体令人窒息。目前尚不清楚事件发生后安装在湖中的排气系统是否足够强大，希望能避免此类悲剧重现。

利用理想气体关系，现在你可以解释为什么气球在大气中上升时尺寸会增加，即使高处空气更冷。迄今最大气球的高空直径为 170 米，但起飞时只有这个值的一小部分。是多少呢？

Challenge 643 ny

Challenge 644 s

你还可以挑战：如何只用一把尺子测量汽车或自行车的重量？

气体由硬质成分组成，这些小东西彼此稍远便不会相互作用，不过这种物理图像在极低温度下失效。考虑原子或分子之间相互作用，可以修正理想气体关系(114)，以克服其局限。这是如今的标准做法，能让我们测量极低温度。在 80 K 以下观察到的效应，诸如空气凝固、电流无摩擦传输、液体无摩擦流动，形成了一个迷人的世界，此乃低温物理之妙境。稍后探索该领域。

Ref 292

Ref 293

Vol.V page 108

Vol.V page 103

伯努利之后不久，化学家们发现了原子存在的有力证据。他们发现，化学反应以“固定的比例”发生：各种化学物质必须以特定比例的量发生反应。包括道尔顿(John Dalton)在内的许多研究人员推断，这种性质是由于化学反应是逐个原子发生的。例如，两个氢原子和一个氧原子以这种方式形成一个水分子(不过当时还没有这些术语)，该关系由化学式 H_2O 表示。这些证据很有力，但并未说服所有人。最后，还是更直接地观察原子运动的效应，证实了原子的存在。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

布朗运动

若流体由随机运动的粒子组成，这种随机运动理应产生可观测效应。Figure 280 展示了一种已观察到的运动：粒子似乎在做随机的折线运动。最早的相关描述出现在卢克莱修公元前 60 年的《物性论(*De rerum natura*)》中：尘埃似乎在阳光照射的空气中舞动。

1785 年，英格豪斯(Jan Ingenhousz)发现煤粉颗粒永远不会静止。在显微镜下确实很容易观察到：液体中或液体表面的煤尘等小颗粒永不停息。英格豪斯发现了如今所说的布朗运动(*Brownian motion*)。40 年后，植物学家罗伯特·布朗(Robert Brown)成为首位复现此观察结果的英国人，这次是花粉内部液泡中浮动的小颗粒。许多其他研究者进一步实验表明，随机运动与粒子类型和液体类型无关：英格豪斯发现了自然界中的一种基本噪音形式。

1860 年左右，各路研究人员将液体中的粒子随机运动归因于液体分子与粒子碰撞。1905 年与 1906 年，斯莫卢霍夫斯基(Marian von Smoluchowski)与爱因斯坦分别认为，这种归因可以实验验证，尽管当时没人能直接观察分子。该验证利用了热噪声的特性。

Ref 294

人们早就清楚，如果分子存在，即不可分割的物质粒子真的存在，那么热能必定是这些组分的无序运动，温度必定是组分各个自由度的平均能量。Figure 279 的伯努利模型表明，对于单原子气体，每颗粒子的动能 T_{kin} 由下式给出

Challenge 645 ny

$$T_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k T \tag{115}$$

其中 T 是温度；玻尔兹曼常数 $k = 1.4 \cdot 10^{-23}$ J/K 是温度与能量的转换因子。*[1]因此，在 293 K 的室温下，粒子动能为 6 zJ。

Challenge 646 e

若用关系式(115)来计算室温空气分子速率，会得到每秒几百米的值，像声音那么快！既然速率这么快，为啥香烛烟雾要花那么长时间才能在没有气流的房间里扩散开来？克劳修斯(Rudolph Clausius, b. 1822 Köslin, d. 1888 Bonn)在 19 世纪中叶回答了这个问题：烟雾因与空气分子的碰撞而减缓了扩撒，就像花粉颗粒与液体中的分子碰撞那样。由于流动通常比扩散快得多，所以不会流动的固体材料最能显示扩散的重要作用，金属硬化和半导体生产就是例子。

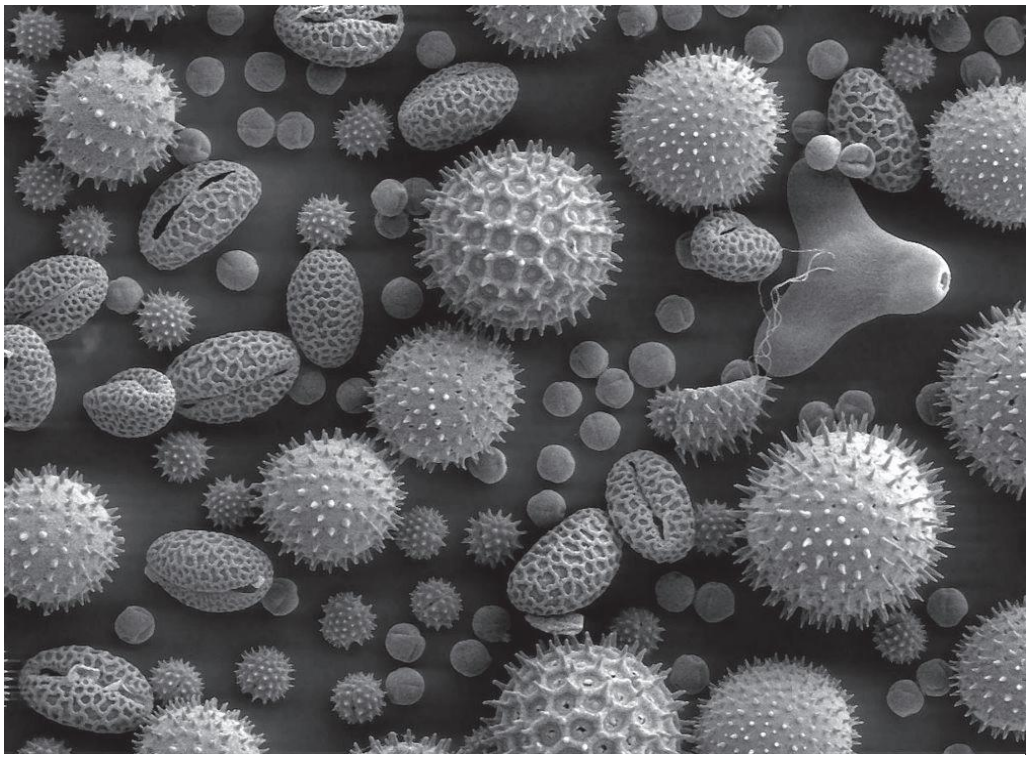
---

[1]* 玻尔兹曼常量(*Boltzmann constant*) k 是由普朗克发现并命名的，在同一项工作中，他还发现了如今所谓的(约化)普朗克常数 $\hbar$，即动作量子。有关普朗克的更多详细信息，请参阅后文。

Vol.III page 149

普朗克以重要物理学家路德维希·玻尔兹曼(Ludwig Boltzmann, b. 1844 Vienna, d. 1906 Duino)之名命名了玻尔兹曼常量。玻尔兹曼最著名的工作是在热动力学方面，他将所有热动力学的现象和可观测量，尤其是熵，都解释为分子行为的结果。玻尔兹曼自杀的部分原因似乎是他的物理学家同事对他和他理念的敌意。如今，他的作品已成为标准教学材料。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



Vol.III page 183

Figure 278 电子显微镜拍摄的花粉颗粒，视野约 0.3 mm (Dartmouth 大学电子显微镜设备)

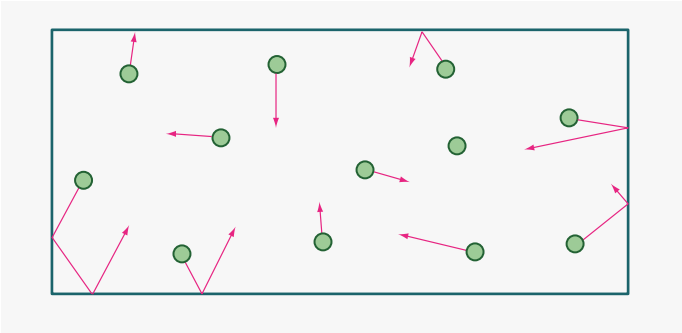


Figure 279 气体统计力学的基本理念：气体是运动粒子组成的系统，压力是由于它们与容器的碰撞造成的。

对布朗运动的描述，可以通过在显微镜下观察花粉颗粒的位移来检验。乍一想，我们可能会猜测花粉粒子在 n 次碰撞后移动的平均距离是零，因为分子速率是随机的。但实验表明，这么想不对。

观察到的花粉颗粒的平均平方位移，记做$\langle d^2\rangle$，它随时间增加。无法预测粒子将向哪个方向移动，但它确实会移动。如果粒子在一次碰撞后移动的距离为 l，则 n 次碰撞后的平均平方位移为

Challenge 647 ny

$$\langle d^2\rangle = nl^2 \tag{116}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对于平均速率为 v 的分子，运动时间为 t，这给出

$$\langle d^2 \rangle = nl^2 = vlt \tag{117}$$

换言之，平均平方位移与时间成正比。当然，这只能是因为：液体是由独立的分子组成的。重复测量粒子的位置将得出 Figure 280 所示的规律：粒子在与起点相距给定距离处被发现的概率分布服从高斯分布/正态分布(*normal distribution*)。1908 年，佩兰*[1]进行了大量实验来验证这一预测。他发现式(117)与观测结果完全一致，从而让所有人都相信：布朗运动确实是由粒子与周围液体分子的碰撞造成的。*[2]佩兰因这些实验获得 1926 年诺贝尔物理学奖。

Ref 295

爱因斯坦还表明，同样的实验可用于确定一升水中的分子数(等价地，可以确定玻尔兹曼常数 k)。他是怎么做的呢？

Challenge 648 d

能量均分:非光滑·非分形·非硬球

对温度的探索产生了另一个有趣的结果。研究人员首先研究了气体，测量了将之加热 1 K 所需的能量。结果很简单，对于 N 个分子：单原子气体(在具有恒定体积和足够温度的容器中)需要 $3Nk/2$，双原子(以及线型分子) 的气体需要 $5Nk/2$，几乎所有其它气体都需要 $3Nk$，其中 $k = 1.4 \cdot 10^{-23}$ J/K 是玻尔兹曼常数。

Eq.(115)：玻尔兹曼常数

很快就有了该结果的解释：每个热动力学自由度*[3]都为总能量贡献 $kT/2$ 的能量，其中 T 是温度。所以，物体中的自由度数目必定有限。物体不是连续的，也不是分形的：否则，其比热能将是无限的。物质确实是由基本的小实体组成的。

所有自由度都对比热能(specific thermal energy)有贡献。至少，这是经典物理学所预测的。固体有 6 个热动力学自由度，比热能应为 $3Nk$。在高温下观察到确实如此，但在室温下，固体比热能的测量值较低，温度越低值越低。当温度足够低时，即使气体的值也低于计算预测。换言之，分子和原子在低能量下的行为有变：原子并非不变的小硬球。这些值的偏差是量子理论的首批先兆之一。

---

[1]* 让·佩兰(Jean Perrin, b. 1870 Lille, d. 1942 New York)，重要物理学家，其职业生涯的大部分时间都致力于原子假说的实验证明和阿伏加德罗数的测定，为了实现目标，他完善了乳液、布朗运动、油膜的应用。他的诺贝尔奖演讲 (nobelprize.org/physics/laureates/1926/perrin-lecture.html) 讲述了他的研究趣事。他撰写了颇具影响力的著作《*Les atomes*》，还创立了国家科研中心。1901 年，他第一个推测原子可能类似于一个小太阳系。

Ref 296 ；Chapter 14:混沌

[2]* Pierre Gaspard 及其团队于 1998 年表明，布朗运动在严格的物理意义上也是混沌的。

[3]* 热动力学自由度(*thermodynamic degree of freedom*)，是系统中的每个粒子可以平移的维度数加上它保持在电势中的维度数。固体中的原子有六个，单原子气体中的粒子只有三个；双原子气体或刚性线型分子有五个；较大分子的自由度取决于其构型。

Ref 297

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 280 布朗运动中粒子的路径示例及其位移分布。

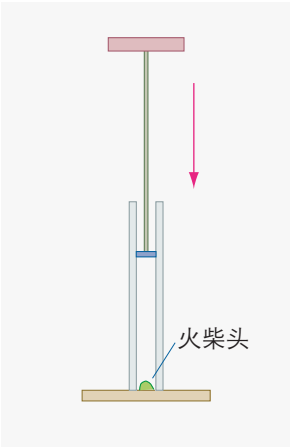


Figure 281 点火装置。

熵(能趋疲)

– 这是不可逆的。

– 就像我的雨衣！

梅尔·布鲁克斯(Mel Brooks)

《太空炮弹(*Spaceballs*, 1987)》

Ref 299 物理学的每个领域都用三个量来描述变化：能量、该领域的强度量和广延量。在热领域，强度量是温度，相应的广延量是啥呢？

最显然的猜测是“热量(heat)”。不幸的是，物理学家通常称之为“热量”的量与我们日常用语中所说的“热量”不同，由于这个历史原因，我们需要引入新术语。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

与我们日常用语所说的“热量”相应的广延量在物理学中称为熵(*entropy*)*[1]。

熵描述了日常所说的热量(*amount of heat*)。熵以焦耳每开尔文(J/K)为单位度量，Table 47 和 Table 48 中列出了一些值(每物质的量)。熵描述日常的热量，恰似动量描述日常的运动之量；相应地，温度描述了日常热量的强度或熵的强度，正如速度描述运动的强度。

两个速度不同的物体碰撞，二者之间出现动量流；同样，两个温度不同的物体接触，二者之间出现熵流。我们现在来更精确地定义熵(即“日常热量”)，更详细地探索其性质。

熵衡量的是能量在系统内混合的程度，即能量在系统各组件之间传播或共享的程度。若系统的所有组分(通常是分子或原子)都以相同的方式一同运动，系统的熵就很少；若系统各组分完全独立、随机地运动，熵就很多。简言之，熵衡量系统中每温度的无序能量，故而以 J/K 为单位度量。

熵是广延量，就像电荷与动量，故而通过将之转移到测量设备来测量。最简单的测量仪器是冰水混合物。转移到混合物中的熵 S，可以用融化了多少冰来衡量。

更确切地说，流入系统的熵 ΔS是通过测量流入系统的能量 E 并记录过程中升高的温度 T 来衡量的：

$$\Delta S = \int_{T_{\text{start}}}^{T_{\text{end}}} \frac{\mathrm{d}E}{T} \tag{118}$$

通常可以近似为$\Delta S = P\Delta t/T$，其中 P 是加热功率，Δt是加热时间，T是平均温度。

由于熵度量的是广延量，因此如果有若干相同的系统组成一个大系统，熵要加起来。当两瓶相同温度的 1 升的水倒在一起，水的熵要加起来。就像动量的行为一样：系统组合，动量相加。

与任何其它广延量一样，熵可以在物体中积累，也可以流入流出物体。当我们通过加热将水转化为蒸汽，我们说我们给水增加了熵。当我们将冰转化为液态水，我们也在增加其熵。在任何一种转变之后，增加的熵都包含在更暖的相(phase)中。事实上，我们可以通过测量有多少冰融化或有多少水蒸发来测量熵增。简言之，熵是我们日常所说“热量”的确切术语。

一块盐溶解在水中，整个系统的熵势必会增加，因为无序度会增加。我们现在探讨这个过程。

---

[1]* “熵(entropy)”一词是由物理学家鲁道夫·克劳修斯(Rudolph Clausius, b. 1822 Köslin, d. 1888 Bonn)于 1865 年发明的，来自希腊语 ἐν “in” 加上 τρόπος “direction ”，听起来类似于“能量(energy)”。熵一词一直具有此处给出的含义。

物理学家传统上所说的“热量(heat)”是一种能量形式，而不是一般意义上的广延量。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 47 一些熵值。

过程或系统	每摩尔熵值
碳，固态，金刚石形式	2.43 J/K mol
碳，固态，石墨形式	5.69 J/K mol
冰的融化	1.21 kJ/K kg = 21.99 J/K mol
铁，固态，标准条件	27.2 J/K mol
镁，固态，标准条件	32.7 J/K mol
水，液态，标准条件	70.1(2)J/K mol
1 kg 液态水在 101.3 kPa 沸腾	6.03 kJ/K= 110 J/K mol
氦气，标准条件	126.15 J/K mol
氢气，标准条件	130.58 J/K mol
Carbon gas，标准条件	158 J/K mol
水蒸气，标准条件	188.83 J/K mol
氧气，标准条件	205.1 J/K mol
C_2H_6 气，标准条件	230 J/K mol
C_3H_8 气，标准条件	270 J/K mol
C_4H_{10} 气，标准条件	310 J/K mol
C_5H_{12} 气，标准条件	348.9 J/K mol
$TiCl_4$ 气，标准条件	354.8 J/K mol

Table 48 标准温度和压强下，每个粒子的典型熵值是玻尔兹曼常数的倍数。

材料	每粒子熵
单原子固体	0.3 k to 10 k
金刚石	0.29 k
石墨	0.68 k
铅	7.79 k
单原子气体	15-25 k
氦	15.2 k
氡	21.2 k
双原子气体	15 k to 30 k
多原子固体	10 k to 60 k
多原子液体	10 k k to 80 k
多原子气体	20 k to 60 k
二十烷	112 k

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

熵从粒子来

一旦晓得热量与温度乃微观粒子运动之造化，人们不禁要问，熵在微观上是什么。答案可以用多种方式表述。最激进的两个答案是：

- ▷ 熵，度量可能的微观状态数 W(的对数)。给定的宏观状态可以对应许多微观状态，可能的微观状态数的对数，乘以玻尔兹曼常数 k，就是熵。*[1]
- ▷ 熵，是预期的是-否问题的数量，乘以 $k \ln 2$，这些问题的答案将告诉我们关于系统的一切，即关于其微观状态的一切。

简言之，熵越高，可能的微观状态越多。熵的这两种定义，都可以衡量系统中的随机性。换言之，熵衡量能量的可转化性：熵越高，可转化性越低。或者，熵衡量系统选择微观状态的自由度：熵高，则微观状态的选择自由度高。例如，光合作用产生一个葡萄糖分子，大约会释放 40 比特的熵。这意味着，形成一个葡萄糖分子，必须回答 40 个是-否问题，以确定系统的完整微观状态。物理学家经常使用很大的单位，因为大多数感兴趣的系统都很庞大，因此 10^{23} bits 的熵等价于 1 J/K。(这只是近似值。精确值是多少？)

Challenge 649 ny

Ref 300

总之，熵是系统无序性(disorder)的度量。这里有三点值得一提。第一，熵不是无序的唯一度量，而是无序的一种度量。因此，将熵当作无序概念的同义语是不对的，通俗文本经常这样搞。熵仅对有温度的系统定义，换言之，仅定义在处于或接近平衡的系统。(对于远离平衡的系统，还没有发现任何衡量无序性的方法，或许根本就不可能度量。)其实，熵一词已经被严重滥用了，所以有时为了清楚起见，人们不得不称之为热动力学熵。

第二，与熵有关的信息，仅仅是指由$-k \ln W$ 定义的信息。以一本质量为 1 kg 的书为例，在室温下，它的熵含量约为 4 kJ/K；而其中的印刷信息，假设说有 64 种可能字符，每行 80 个字符，每页 40 行，一共 500 页，这样对应的熵却只在 10^{-17} J/K 量级。简言之，日常所说的“信息”，只是物理学家所说信息的一小部分。熵是用物理信息而非日常信息定义的。

Ref 301

Challenge 650 ny

最后，熵并不衡量日常所说的复杂性(*complexity*)。事实上，还没人能找到一个量来描述这个日常概念。这项任务出乎意料地困难。试试！

总之，如果你听到熵一词的含义与表达式 $S = k \ln W$ 不同，请小心。

[1]* 马克斯·普朗克曾前往奥地利寻找玻尔兹曼的无名坟墓，为他迁坟、安葬到更合适的坟墓，他在玻尔兹曼的墓碑上刻下了公式 $S = k \ln W$。(如今，哪位物理学家会修缮另一位的坟墓？)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

自然界的特征熵：信息量子

在结束对热物理的讨论之前，我们必须以另一种方式指出玻尔兹曼常数 k 的重要性。我们已经看到，只要物质的颗粒性(granularity)起作用，这个常数就会出现：它表达了物质由基本小实体组成的事实。最吸睛的表述方式如下：

▷ 自然界中存在单个粒子的特征熵变：$\Delta S \approx k$ 。

Ref 302 这一结果已有近百年的历史；西拉德(Leo Szilard)最清楚地表明了这一点(系数不同)。
Ref 303 布里渊(Léon Brillouin)也提出过同样的观点(系数不同)。该命题也可以被视为玻尔兹曼常数 k 的定义。

自然界中存在特征熵变，这是个有力的命题：它消除了物质连续的可能性，也消除了物质分形的可能性。特征熵意味着物质由有限的小组件构成，表达了物质是由粒子组成的事实*[1]。特征熵还表明，伽利略物理学是不正确的：伽利略物理学假设存在任意小的量。这个熵极限是我们这场奇遇中邂逅的若干运动极限中的第一个。在我们找到所有极限之后，我们就可以开启最后一步，对运动进行统一描述。

存在特征量也意味着测量精度有极限。测量不可能无限精准，这种限制通常以不确定性关系的形式表述，特征熵的存在也可以表述为，温度 T 和系统内能 U 之间的不确定性关系为：

$$\Delta \frac{1}{T} \Delta U \geq \frac{k}{2} \tag{119}$$

Ref 305 该关系*[2]由玻尔(Niels Bohr)给出；海森堡(Werner Heisenberg)对此进行了讨论，他称之为
Vol.VI page 31 自然界的基本不确定性关系之一。玻尔兹曼常数(除以 2)确定了自然界中的最小可能
Ref 306 ；Ref 303 熵；塔努吉(Gilles Cohen Tannoudji)称之为信息量子(*quantum of information*)，齐默尔曼(Herbert Zimmermann)称之为熵量子(*quantum of entropy*)。

(119)式指向一幅更普遍的图景。任何可观测量的最小值，都对应一则不确定性关系。在后续的奇遇中，我们将一次次邂逅它们，其中最重要的，是动作量子和海
Vol.IV page 15 森堡不确定性关系。

---

[1]* 特征熵变，意味着物质是由微小球体组成的；我们在量子理论中遇到的最小动作量意味着这些球体实际上是小云团。

Ref 304 [2]* 似乎右边 k 的必须修正为 $k/2$，与海森堡不确定性关系中动作量 $\hbar$ 配以 1/2 因子出现的原因相同。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

特征熵的存在有诸多结果。首先，它解释了热力学第三原理：特征熵意味着绝对零温度不可实现；其次，特征熵解释了为什么熵值是有限的而不是无限的；第三，确定了每个系统的熵绝对值；在连续体物理中，熵和能量一样，被定义为一个可加的常数。熵量子决定了所有这些。

可观测特征量的存在意味着：任何两个乘积为可观测量的量，都对应一条不确定性关系。熵产生率和时间就是这样的一对，熵产生率 $P = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$ 和时间 t 之间存在不确定性关系：

$$\Delta P \Delta t \geq \frac{k}{2} \tag{120}$$

Ref 306 ; Ref 304
从这个式子和前式(119)可以推出整个统计物理学，即热静力学和热动力学的精确理论。我们在此不做深入探讨。(你能证明热动力学第三原理能从特征熵的存在中得出吗？)我们在此，只把目光限制在热动力学的基石之一：*热动力学第二原理*。
Challenge 651 ny

万物皆粒子吗？

物理学家是原子了解原子的工具。

Ref 307
乔治·沃尔德(George Wald)

从历史上看，统计力学是物理学的重要基础。它首次证明了物理对象是由相互作用的粒子组成的。这个漫长的故事由一系列论证织就，它表明：我们赋予物体的一切性质，诸如尺寸、密度、刚度、颜色、电性、磁性、导热性等等，皆由组成物体的大量粒子的相互作用引起。

▷ 一切物体都是由相互作用的粒子组成的。

该发现实乃现代科学之主要成就。

这一发现是如何得出的？Table 43 列出了物理学所用的广延量。广延量可以流动。事实证明，自然界中的所有流动都是由基本过程组成的，如 Table 49 所示。我们已经看到，质量、体积、电荷、熵、物体的流动都是组成的、复合的，稍后，量子理论将显示角动量流与核量子数流亦然。

▷ 一切流皆由粒子组成。

这一理念的成功，使许多人将之推广为："我们观测到的一切都是由诸多部分组成的"，用分子研究化学、用晶体研究材料科学和地质学、用电子研究电学、用基本粒子研究原子、用点研究空间与时间，光与光子、生物学与细胞、遗传学与基因、神
Ref 308

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

经学与神经元、数学与集和关系、逻辑与基本命题，甚至语言学与语素和音素 .....，所有这些科学都在万物由相关部分组成的理念下蓬勃发展。我们很难找到什么方案代替这个基本理念。不信试试看！

Challenge 652 e

然而，就整个自然而言，认为自然是相关部分之和的想法是不准确的，只是种近似。事实证明，这是一种偏见，一种根深蒂固的偏见，阻碍了二十世纪后期物理学的进一步发展。特别是，它不适用于基本粒子或空间：

Vol.VI page 106

▷ 基本粒子和空间不是由部分组成的。

为整个自然、基本粒子和空间找到正确的描述是我们此行的最大挑战。这需要彻底转变思维习惯。前路饶有趣味。

> Jede Aussage über Komplexe läßt sich in eine Aussage über deren Bestandteile und in diejenigen Sätze zerlegen, welche die Komplexe vollständig beschreiben.*[1]
>
> 维特根斯坦《逻辑哲学论》2.0201

Table 49 自然界中一些流的最小值。

观测	最小流
质量流	一个分子或一颗原子或一颗粒子
体积流	一个分子或一颗原子或一颗粒子
角动量流	普朗克动作量子
物质的量流	一个分子或一颗原子或一颗粒子
熵流	最小熵
电荷流	一个元电荷
光流	单个光子，普朗克动作量子

[1]* “关于复合物的每一条陈述，都可以分解为关于其各组成部分的陈述，以及描述复合物整体的一些陈述。”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

热动力学第二原理

不同于其它几个重要的广延量，熵并不守恒。一方面，在封闭系统中，熵会累积，永远不会减少，系统组件之间的能量共享或混合无法撤销；另一方面，这种共享或混合会随着时间的推移而自发增加。故而，熵是“半保守”的。我们所说的热平衡只是最充分的可能混合结果。熵使我们更精确地将平衡态定义为熵最多的状态，或系统组件之间能量共享度最高的状态。简言之，封闭系统的熵会增加，直至最大可能值，随即平衡。

熵不守恒，影响深远。山石滚落，跌入山谷，微微升温，最终停止；反之，从未见到石头自动冷却并滚上山坡。何以故？反向的运动确实并不与我们迄今得出的任何运动规则或模式相矛盾呀。

Challenge 653 s

石头永远不会向上滚落，因为山脉、山谷、岩石都是由大量粒子组成的。大量粒子组成的系统的运动，特别是在热动力学领域，被称为*进程*或者*过程*(*processe*)。区分可逆过程(如抛体飞行)跟不可逆过程(如前所述的山石滚落)，是热动力学的核心。不可逆过程是指广义摩擦发挥作用的一切过程，是那些增加能量共享度或混合度的过程。它们很重要：若无摩擦，衬衫纽扣和鞋带就没法系紧，我们不能走路或跑步，咖啡机不能煮咖啡，也许最重要的是，我们将没有记忆。

Ref 309
Vol.IV page 159

在热动力学的惯用意义上，不可逆过程将宏观运动转化为相应微观组分的无序运动：增加能量的共享度和混合度。也就是说，不可逆过程并非严格不可逆，但这种过程逆向发生的*可能性*近乎为零。我们可以说熵是“不可逆量”的度量：它衡量的是集体运动所经历的混合或衰变的程度。

熵不守恒。熵，或者说“热量”，可以自发出现，能量可以自发共享或混合。例如温度相同的不同液体混合，混合物的最终温度可能会不同，明显者如水与硫酸。同样，当电流在室温下流过材料，系统也会根据材料性质而加热或冷却。

所有关于热现象的实验都符合所谓的*热动力学第二原理*，它指出：

▷ 封闭系统中的熵趋于最大值。

不严谨地说，真是“时过熵迁(entropy ain’t what it used to be)”呀。所谓*封闭系统*(*closed system*)，是一种不与环境交换能量或物质的系统。你能举出一例吗？

Challenge 654 s

封闭系统的熵永不减少。即使是日常生活也告诉我们，在一个封闭系统中，比如一个房间，混乱度会随时间增加，直到某个最大值。为了减少混乱，我们需要努力，需要做功、用能。换言之，为了减少系统中的混乱，我们必须以某种恰当的方式将系统与能源连通起来。因此，冰箱一定需要电流或其它能源。

1866 年，玻尔兹曼证明了热动力学第二原理是最小动作量原理的结果。你能设想并勾勒其总体思路吗？

Ref 310
Challenge 655 ny

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

封闭系统的熵永不减少，固而 净者常染、皎者易污。当混乱加剧，洁白的东西就会变“脏”，通常是变成灰色或棕色。也许正是由于这个原因，白衣、白袜、白宫等白色物品在我们的社会中受到重视。

第二原理意味着热量不能完全转化为功。换言之，每台热机都需要冷却：所以汽车前脸总有格栅。而第一原理指出，热机的机械功率是流入的高温热能与流出的低温热能之差。如果冷却不足，例如天气太热或车速过低，发动机的功率就会降低。司机们都知道。

总之，熵对应于日常所说的“热量”，而非物理学传统中所说的“热量”！它描述了物质内部运动的随机性。熵不守恒：封闭系统中的熵永不减少，可以增加，直到最大值。熵不守恒，是由于日常系统是多组分的。大量的组分导致熵不守恒，故而自然界中许多过程永远不会逆转，即使原则上可行。

为什么我们不记得未来？

劣质的记忆，只能回忆过去。

刘易斯·卡罗尔[1]

《爱丽丝梦游仙境(*Alice in Wonderland*)》

Chapter 2：何为时间

我们第一次讨论时间的时候，是忽略了过去与未来之别的，但二者明显不同，谁能记得未来之事呢？这不仅是我们大脑的局限性，我们发明的一切设备，如录音机、照相机、报纸、书籍，都只能告诉我们过去的事。有没有什么方法可以制作一个带有“播放未来”按钮的录像机呢？这样的设备必须解决一个深层问题：如何区分近期和远期未来(near and far future)？无需太多的思考就可以看出，任何这样做的方法都会与热动力学第二原理矛盾。不幸的是，我们需要完全相同的设备来证明存在比光速更快的运动。你能找出联系吗？

Challenge 656 e

Challenge 657 ny

总之，谁都不记得未来之事，是因为封闭系统的熵趋于最大值。更简单地说，记忆之所以存在，是因为大脑是由大量粒子组成的，因此大脑限于过去。但对于只涉及少数粒子的最简单运动，过去和未来之间就没有差异了。对于少数粒子的系统，刚刚过去的时间和马上到来的时间，没有区别。我们可以说，未来与过去的差异，仅在于我们的大脑，或者说，仅仅是因为摩擦。因此，我们此行不常提起过去和未来之别，尽管它是我们人类经验的重要组成部分。但本次奇遇的乐趣正是为了克服我们的局限性不是吗。

[1]* 译者注：查尔斯·路特维奇·道奇森(Charles Lutwidge Dodgson, 1832-1898)，笔名刘易斯·卡罗尔(Lewis Carroll)，英国著名作家、数学家、逻辑学家、圣公会牧师、摄影家。除了风靡世界的《爱丽丝梦游仙境》跟《镜中世界》等，他还出版了众多数学著作。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

熵流

我们从日常经验得知，广延量的输运总是涉及摩擦，摩擦意味着熵的产生。特别是，熵流本身还会再产生熵。例如，炉膛里生火取暖的房子，房间各处墙壁也会产生出熵来。若房内外温差为ΔT，则穿过一平方米墙壁的热能流 J 由下式给出

$$J = \kappa \Delta T = \kappa (T_{\mathrm{i}} - T_{\mathrm{e}}) \tag{121}$$

其中常数 κ 表征墙壁(材料+几何结构)的导热能力，而在墙壁导热的同时，墙壁也产生熵。墙体的熵产 σ 与内外表面熵流之差成正比。换言之

$$\sigma = \frac{J}{T_{\mathrm{e}}} - \frac{J}{T_{\mathrm{i}}} = \kappa \frac{(T_{\mathrm{i}} - T_{\mathrm{e}})^2}{T_{\mathrm{i}} T_{\mathrm{e}}} \tag{122}$$

注意，在这则计算中，我们假设平行于墙壁的每个切片中的一切都接近平衡，这是个合理的日常假设。在 273 K 到 293 K 的温度范围内，良好墙壁的典型导热能力约为 $\kappa = 1$ W/m^{2}K。用这个值得到的熵产为

$$\sigma = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{W/m^2K} \tag{123}$$

Challenge 658 ny 比较一下熵产与熵传输的量。优质羽绒被 $\kappa = 1.5$ W/m^{2}K，在商店里也被称为 15 tog (译者注: TOG 即 Thermal Overall Grade, 整体隔热性能，数值一般在 1 到 15 之间，数值越大，隔热性能越好)。*[1]

材料的导热能力以常数 $\lambda = \kappa d$ 度量，该常数与隔热层的厚度 d 无关(与几何结构无关)，其值的范围从金刚石(最佳导热体)的约 2000 W/Km 到木材的 0.1W/Km 或 0.2 W/Km，再到羊毛、软木和泡沫的 0.015 W/Km 到 0.05 W/Km 之间，氪气的值最小，为 $5 \cdot 10^{-3}$ W/Km。

熵可以通过三种方式传输：通过热传导(*heat conduction*)，通过对流(*convection*)，通过辐射(*radiation*)。辐射能穿过真空，例如，地球向太空的辐射约 1.2 W/m^{2}K，总共约 0.51 PW/K。地球向太空辐射的熵(几乎)与地球从太阳接收的熵相同。如果想让辐射掉的熵比接收到的熵更多，就要升高地表温度。这被称为温室效应或全球变暖。愿这种效应在未来一段时间内仍然较小。

[1]* 单位 tog 比起银河系某些偏远省份使用的官方单位(不是开玩笑)，比如 BthU·h/sqft/cm/°F 这种鬼东西，还是要好得多。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

存在孤立系统吗？

在目前的一切讨论中，我们都假设可以将所研究的系统与其环境区分开来。但这种孤立或封闭的系统，即不与环境相互作用的系统，真的存在吗？也许这一概念的原始模型是我们人类自身：我们确实体验到了独立于环境行事的可能性。孤立系统可以简单地定义为不与其环境交换任何能量或物质的系统。曾有那么几百年，科学家们都认为没理由质疑这个定义。

随着量子力学诞生，孤立系统的概念必须有所改进。如果慎重使用，孤立系统的概念在量子领域也还是一种对自然界的精确有效描述。只在我们此行的最后阶段，情况才会天翻地覆。在那里，对宇宙是否是孤立系统的研究将得出令人惊讶的结果。

Challenge 659 s (你怎么看？提示：你的答案几乎肯定是错的。)我们很快就会朝着答案迈出第一步。

奇趣挑战：热与可逆性

倒着走是一项有趣的运动。2006 年的倒走世界纪录可以在 www.recordholders.org/en/list/backwards-running.html 找到。你会惊讶地发现，这些记录比你正着走还快得多。 Challenge 660 e

**

Ref 313 1912 年，埃米尔·博雷尔(Emile Borel)指出，如果天狼星上的一克物质移动一厘米，虽然只能把地球处的引力场改变一个极小的量，但这一微小变化足以使我们无法计算几分之一秒后气体中的分子路径。

**

如果热现象果真是原子的无序运动，那就会出现个大问题。在两颗原子正面碰撞的那一刻，两颗原子都没有速度。动能去哪儿了呢？显然动能转化为了势能。这就意味着原子可以变形，它们有内部结构，它们由若干部分构成，那么原则上就可以分割。简言之，如果热是原子的无序运动，原子就并非不可分割！在十九世纪，提出这一论证是为了证明热不能是原子运动，而必须是某种流体。但既然我们知道了热是动能，那么原子(atom)必定可分，虽然它们名字的意思是“不可分割”。我们不需要氪金实验来证明！稍后就探索更多关于它们的信息。 Vol.IV page 79

**

空气被压缩，温度会升高。如 Figure 281 所示的打气筒直观展示了这一点。(示例见 www.de-monstrare.nl)。由透明材料制成的打气筒，其底部的火柴头很容易被上方的压缩空气点燃，因为压缩后的空气温度很高。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

夏日的气温很容易用时钟测量。大多数蟋蟀的鸣叫频率依赖温度。例如，某种(在美国)最常见的蟋蟀，其 8 秒内的鸣叫的次数，加上 4，就能得出以摄氏度为单位的气温。 Ref 311

**

煮一颗鸡蛋需要多长时间？这个问题已被广泛而详细地研究过了。时间取决于你想要什么类型的熟鸡蛋、鸡蛋有多大、是否冷藏过，甚至还有计算烹饪时间的公式！蛋清在 62°C 开始变硬，蛋黄在 65°C 开始硬化。口感最好的硬蛋在 69°C 下形成，半硬蛋在 65°C，软蛋在 63°C。如果在 100°C 下久煮，蛋白会变得像橡胶，蛋黄表面会出现难闻的绿色物质，因为高温形成了有臭味的 H_2S，然后与铁结合形成绿色 FeS。注意，如果温度得到控制，时间就不起作用了，在 65°C 下煮鸡蛋 10 分钟或 10 小时结果都一样。 Ref 312

**

煮鸡蛋的时候，可以仅使蛋清变硬而蛋黄保持液态。你能做到相反的效果吗？甚至有研究如何烹饪鸡蛋，能使蛋黄保持在中心的。你能想到其方法吗？ Challenge 661 s Challenge 662 e

**

除了气体，还有大量材料也是热胀冷缩的。因此，由塔架支撑的电线在夏天比在冬天垂得更低。真的吗？ Challenge 663 e

**

费米提出了一个著名问题。已知一具尸体在死后四小时会冷却下来，我们每天食物中所需的最低卡路里是多少？ Ref 314 Challenge 664 ny

**

热运动所蕴含的能量不容忽视。例如，1 克的子弹以音速飞行，不难算出其动能仅为 0.04 kJ = 0.01 kcal。那么，它含有多少热能呢？ Challenge 665 e

**

一个典型的 1500 立方米热气球的工作原理是什么？ Challenge 666 s

**

如果你不喜欢这本书，给你个建议。如 Figure 283 所示，你可以撕下这页纸，折个纸杯，放在明火上去烧开水。不过要想成功，你必须小心一点，窍门是什么呢？ Challenge 667 s

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

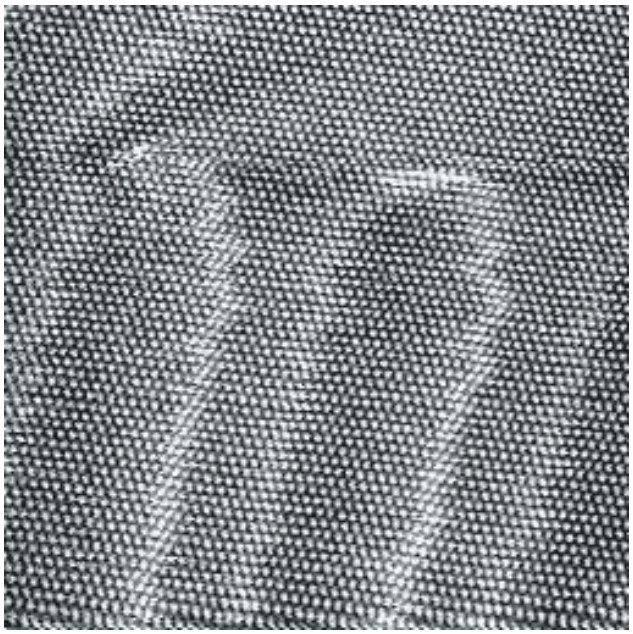


Figure 282 金单晶的 111 晶面，每个亮点都是一颗原子，有位错(© CNRS)

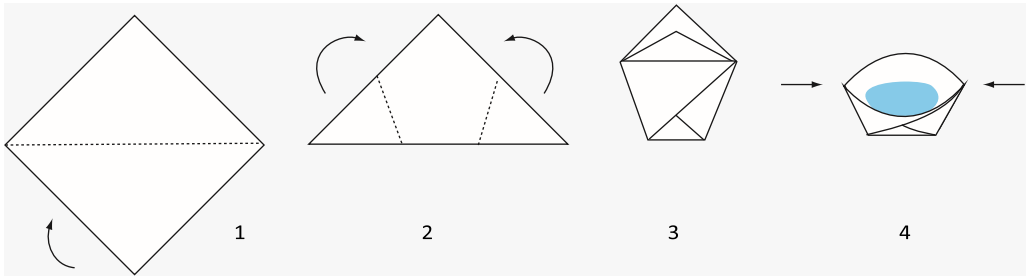


Figure 283 你能用纸杯烧水吗？

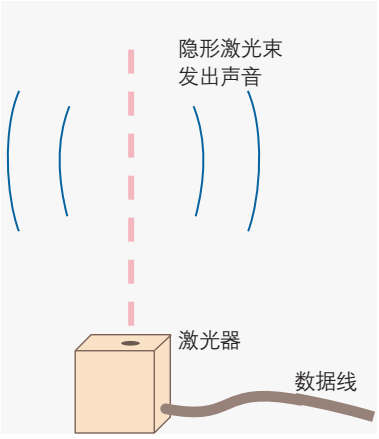


Figure 284 隐形扬声器。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

将 0°C, 1 kg 的水和 100°C, 1 kg 的水混合，得到 50°C 的 2kg 水。将 0°C, 1 kg 的冰和
Challenge 668 s 100°C, 1 kg 的水混合，结果是什么？

**

世界卫生组织发现，饮用温度超过 65°C 的液体会导致食管癌，这与液体类型无关，哪怕是热咖啡、热可可、热茶。

**

Ref 315 有记录以来，人类存活的最高气温为 127°C。1775 年，英国皇家学会秘书 Charles Blagden 和几位朋友在伦敦进行了测试，他们在这个温度的房间里呆了 45 分钟。有趣的是，当他和他的朋友离开房间时，他带进来的生牛排已经煮熟了，而且是“well
Challenge 669 s done (全熟)”。为了避免变成“清蒸小人儿”，必须严格满足什么条件？

**

玻尔兹曼常数 k 真的是自然界中的最小可能熵吗？那么，氪气的每个粒子的熵咋能低至每个粒子 0.3 k呢？这个悖论的答案是：自由粒子的熵比束缚粒子的熵多，即比 k多。因此，极限熵 k 适用于物理系统，如整个晶体或者一枚自由粒子，但不适用于作为系统一部分的束缚粒子。

**

有影响力的天文学家安德斯·摄尔修斯(Anders Celsius, b. 1701 Uppsala, d. 1744 Uppsala)最初将水的冰点设定为 100 度，而沸点设定为 0 度。不久后才又倒转成如今使用的刻度。
Ref 316 还没完呢。根据开尔文和摄氏度的官方定义，在 101 325 Pa 的标准压强下，水的沸点
Challenge 670 s 为 99.974°C。你能解释一下为什么该温度不再是 100°C 了吗？

**

Challenge 671 s 你能精准往瓶子里装 1 ± 10^{-30} kg 的水吗？

**

一克脂肪，无论是黄油还是人体脂肪，都含有 38 千焦的化学能(或者，在营养学家更熟悉的古代单位中，为 9 千卡)。这与汽油的值相同。为啥人体和黄油没有汽油那么
Challenge 672 s 危险呢？

**

1992 年，荷兰物理学家马丁·范·德·马克(Martin van der Mark)发明了一种扬声器，其工作原理是用激光束加热空气。他证明，在适当的波长和强度调制下，空气中的激光束可以发出声音。这种装置的基础效应称为*光声效应*(*photoacoustic effect*)，出现在许多材料中。空气的最佳激光波长在红外波段，在水蒸气的少数吸收线上。换言之，经过适

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

当调制的红外激光束在空气中发出声音。这种光可以由藏在天花板中的火柴盒大小的半导体激光器发出，并向下照射。声音在垂直于光束的各个方向上发出。由于红外激光(通常)不可见，范德马克算是发明了一种隐形扬声器！不幸的是，目前版本的效率仍然很低，因此扬声器的功率还不足以实际应用。激光技术的进步应该会改变这一点。在未来，我们应该能够听到从空旷的房间中央发出的声音。

**

Challenge 673 s 一道著名考试题：如何用气压计、绳子和尺子测量建筑物高度？至少找到六种不同的方法。

**

Challenge 674 s 掷硬币 100 万次，得到正反面各 50 万次的大致概率是多少？你可以用斯特林公式 (Stirling's formula) $n! \approx \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$ 来计算结果。*[1]

**

Challenge 675 s 谈论宇宙的熵有意义吗？

**

Challenge 676 ny 一个氦气球能浮起给它充气的气罐吗？

**

一切摩擦过程，如渗透、扩散、蒸发、衰变，都是比较迟缓(*slow*)的，需要经过一段特征时间。而事实证明，任何具有时间尺度的(宏观)过程都是不可逆的。这并不奇怪：我们直观地知道，撤销事情总是比执行事情需要更多的时间。这背后又是热动力学第二原理。

**

Ref 317 事实证明，有可能在熵产生可以忽略不计的情况下存储信息，但是擦除(*erasing*)信息需要熵。这也是计算机和大脑需要能源和冷却系统的主要原因，否则就其机制而言甚至根本不需要能量。

**

Challenge 677 ny 混合热酒和冷水，由于混合而导致的熵增，与由于温差而导致的熵增相比如何？

**

[1]* 斯特林公式有很多改进版。一个简单的是 Gosper 公式 $n! \approx \sqrt{(2n+1/3)\pi}(n/e)^n$；还有另一种是$\sqrt{2\pi n}(n/e)^n \exp(1/(12n+1)) < n! < \sqrt{2\pi n}(n/e)^n \exp(1/12n)$。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

为什么不像许多童话故事中那样有一厘米的小人？甚至根本没有这种体型的温血动物。为啥呢？ Challenge 678 s

**

灯光照在物体上，并反复开关灯，会产生声音，这叫*光声效应*(*photoacoustic effect*)，是由材料的热膨胀引起的。通过改变光的频率并测量噪声的强度，可以揭示材料的特征光声谱。这种方法使我们能够检测占空气 10^9 分之一的气体浓度。它还用于研究植物排放的气体。植物排放少量甲烷、酒精、乙醛；光声效应可以检测到这些气体，并帮助我们了解它们排放背后的过程。

**

一座城市空气中的所有氧分子都恰好离开该市几分钟，这情况的粗略概率是多少？ Challenge 679 ny

**

将一升水倒入大海，把海水搅匀，然后取出一升混合后的海水，里面有多少刚倒入的原子？ Challenge 680 ny

**

密闭的房间能供人呼吸多久？ Challenge 681 s

**

动物体型越小，失温越成问题，因为当尺寸减小，表面积与体积之比会增加。因此，小动物多生活于炎热气候，大动物多生活于寒冷气候。熊、鸟、兔、昆虫和许多其它动物都是如此。出于同样的原因，按体重平均计算，小型生物每天需要的食物更多，而大型动物需要的食物要少得多。

**

撒一些灰在糖上，然后点燃它们，会发生什么？(危险警告，少儿不宜。) Challenge 682 s

**

熵的计算常令人惊讶。对于一个N粒子系统，若每个粒子有两个状态，则系统共有 $W_{\text{all}} = 2^N$ 个状态。该系统的最概然构型是两种状态的粒子各一半，该构型的微观状态数 $W_{\text{max}} = N!/((N/2)!)^2$。那么，对于宏观粒子系统，例如说粒子数 $N = 10^{24}$，W_{all} 会远远大于 W_{max}，事实上，前者是后者的 10^{12}倍。可是我们还发现，$\ln W_{\text{all}}$和 $\ln W_{\text{max}}$的前 20 位数字都一样！两种状态粒子各一半的构型，明明比任意比例的构型要罕见得多，但熵几乎一样大。咋回事啊？ Challenge 683 ny Challenge 684 ny

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 685 ny 如果热来自原子运动，那么我们体内的冷热感觉就是运动探测器。其工作原理是啥？

顺便说一句，嗅觉和味觉也可以被视为运动探测器，它们的信号表明分子在空气
Challenge 686 e 或液体中飞行。你同意吗？

**

月球有一层非常薄的大气，由钠(Na)和钾(K)组成。这种大气层在距离其表面九个月球半径处被探测到。月球的大气层是由太阳的紫外线辐射在月球表面产生的。你能估
Challenge 687 s 算月球的大气密度吗？

**

Challenge 688 ny 在 Table 43 中添一行动作量是否有意义？一列呢？为什么？

**

扩散(diffusion)提供了些长度尺度。例如昆虫通过皮肤吸收氧气，故而其身体最内部距
Challenge 689 s 离体表不能超过约 1 厘米。你能列举一些扩散过程为自然界暗中设下的距离尺度吗？

**

暖空气上升是晚上昆虫在高处聚成云团的原因。许多昆虫，尤其是那些吸血昆虫，会被温暖潮湿的空气吸引。

**

Challenge 690 s 水银温度计可以测 750°C 的温度。但是汞的沸点才 357°C 呀，这怎么可能？

**

Challenge 691 s 在失重条件下燃烧的蜡烛是什么样子？

**

太阳能加热的空气可以在一根大烟囱里向上流动，驱动涡轮机。也可以让氨气等气体在一根竖直管道中上升，在高处的低温顶部液化，然后以液态形式从另一根管子里像
Challenge 692 s 雨水一样下落，驱动涡轮机。为啥这些几乎完全无污染的方案没有应用？

**

如 Figure 285，最令人惊讶的装置之一是涡流管(*Wirbelrohr*)，或者叫 Ranque-Hilsch 涡流管。把室温下的压缩空气吹入其中，则其末端形成两股气流。一股极冷，很容易低至零下 50°C；一股极热，可高达 200°C。涡流管内没有任何活动部件和加热装置。
Challenge 693 s 其原理是什么？

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

热声效应的(thermoacousic)引擎、泵浦、冰箱，以许多古怪而迷人的方式应用热量。例如，可以在封闭的金属腔室中用扬声器将热量从冷的地方转移到热的地方。这种装置几乎没有运动部件，正在研究中，希望在未来找到实际应用。 Ref 318

**

Challenge 694 s 少量粒子构成的封闭系统，是否违逆热动力学第二原理？

**

考虑到引力，熵会发生什么变化？我们一直小心翼翼地把引力排除在讨论之外：引力确实会导致许多新问题。例如，Jacob Bekenstein 发现，当物质形成黑洞，其熵达到最高。你能证明吗？ Challenge 695 s

**

不考虑单位，玻尔兹曼常数 $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/k，这跟 h/ce (其中 h 是普朗克常数，c 是光速，e 是电子电荷)的前三位数一致。这只是巧合吗？ Challenge 696 s

**

混合并不总是那么容易。分别用水和甘油做 Figure 286 的实验，会出现完全不同的结果。你能猜到现象吗？ Challenge 697 s

**

Challenge 698 s 怎么清除衣服上的口香糖？

**

根据空气由分子组成的知识，麦克斯韦计算出“每个粒子每秒发生 8 077 200 000 次碰撞”。他是怎么做到的？ Challenge 699 ny

**

“第二类”永动机，是一种无需冷浴即可将热量转化为运动的机器。熵意味着这样的设备不存在。为什么呢？ Challenge 700 e

**

还有一些知名度较低的论证，证明原子存在。其实两个日常现象就证明了原子的存在：繁殖和记忆。为什么？ Challenge 701 ny

**

Challenge 702 s 在激光和自旋系统的语境中谈论负温度很有趣。为什么负温度的情况很少？

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

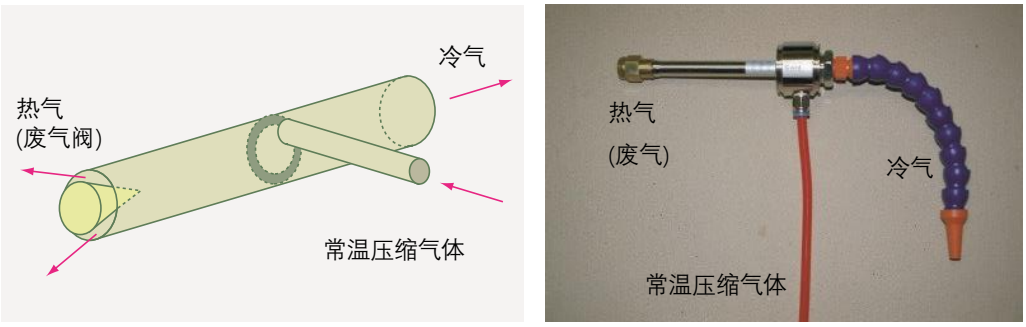


Figure 285 Wirbelrohr 或 Ranque-Hilsch 涡流管的设计，以及一个商业版本，尺寸约为 40 厘米，用于制冷 (©Coolquip)

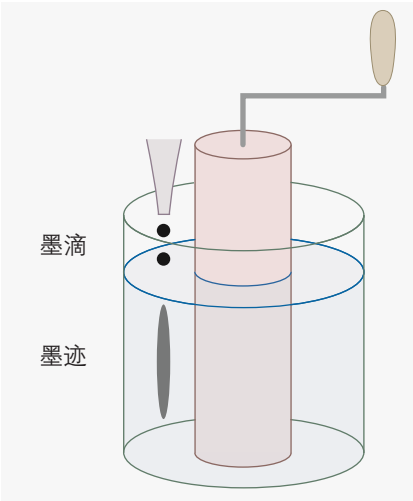


Figure 286 如果内筒在一个方向上转动几次，然后再逆转相同的量，墨迹会发生什么变化?

小结：热与时间不变性

由引力和电磁引起的微观运动，即日常生活中的一切微观运动，都是可逆的：这种运动可以在时间上逆向发生。换言之，引力和电磁引起的运动在运动反演下是对称的，人们常错误地说成是在“时间逆转”下对称。

日常运动是不可逆的，因为没有完全封闭的日常系统，也就是总有摩擦。

等价地，不可逆性是因为，在由大量粒子构成的系统中，整个运动完全反演的概率极低。宏观不可逆性与微观可逆性并不矛盾。

由于这些原因，封闭系统中的熵永不减少。这就引出了一个著名的问题：生物进化如何与熵增相协调？让我们看看。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 14

驭繁以简：秩序·混沌·自组织

非线性物理学之名，如同称动物学为非大象动物学。

Ref 319

斯塔尼斯拉夫·乌拉姆(Stanislaw Ulam)

Chapter 7：运动全局描述

Ref 320

Challenge 703 s

自组织(*self-organization*)是运动全局描述法的高潮。自组织是秩序的显现。物理学中的秩序(*order*)包括：形状(*shape*)，如雪花的复杂对称性；图案(*patterns*)，如斑马条纹和沙地波纹；循环(*cycle*)，如唱歌时声音的产生。环顾四周，我们称之为“美”的事物，都是形状、图案、循环的组合。(你同意吗？) 自组织实乃对美之起源的研究。Table 50 显示了秩序显现对我们环境影响之普遍与频繁。

Table 50 自然界中观察到的一些节奏、图案和形状。

观察	“驱动力”	“回复力”	特征尺度
指纹	化学反应	扩散	0.1 mm
摆钟滴答	重物下落	摩擦	1 s
粉笔因粘-滑不稳定性而吱吱作响	运动	摩擦	600 Hz
小提琴演奏	琴弓运动	摩擦	600 Hz
长笛演奏	气流	湍流	400 Hz
列车左右摇晃	运动	摩擦	0.3 Hz
瀑布和喷泉中的流结构	水流	湍流	10 cm
突然抽拉透明胶带	拉动速率	粘性摩擦	0.1 Hz
面条和聚纤生产中的振荡	挤压速率	摩擦	10 cm
弯曲的金属板箔上的图案	形变	刚性	取决于厚度
旗帜在稳定风中抖动	气流	刚性	20 cm
水龙头滴水	水流	表面张力	1 Hz
啤酒杯壁不规则处产生气泡流	溶解气体的压强	表面张力	0.1 Hz, 1 mm
瑞利–贝纳尔不稳定性	热梯度	扩散	0.1 Hz, 1 mm
库埃特–泰勒流	速率梯度	摩擦	0.1 Hz, 1 mm
贝纳尔–马兰戈尼流	表面张力	粘性	0.1 Hz, 1 mm
卡门涡街 埃蒙斯湍斑 雷诺流	动量	粘性	几 mm 到几 km
汽车排气管规律响声	流	压强共振	0.3 Hz
云规则排列	流	扩散	0.5 km
厄尔尼诺	流	扩散	5 到 7 年

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

观察	“驱动力”	“回复力”	特征尺度
葡萄酒在杯壁上成弧	表面张力	二元混合	0.1 Hz, 1 mm
磁场中的磁流体表面	磁能	重力	3 mm
液晶中的图案	电能	应力	1 mm, 3 s
老化的荧光灯闪烁	电流	扩散	1 Hz
焊接表面的不稳定性	电流	扩散	1 cm
托卡马克等离子体不稳定性	电流	扩散	10 s
雪花晶体的树枝状生长	浓度梯度	表面扩散	10 μm
凝固界面图案，例如 CBr4 的	熵流	表面张力	1 mm
金属腐蚀中的周期性层	浓度梯度	扩散	10 μm
钢的冷作硬化	应变	位错运动	5 μm
质子辐照过的金属上的迷宫结构	粒子流	位错运动	5 μm
激光辐照过的 Cd-Se 合金的图案	激光辐照	扩散	50 μm
疲劳铜单晶位错图样与密度振荡	应变	位错运动	10 μm 100 s
激光发射，其周期和混沌	泵浦能	光损失	10 ps to 1 ms
激光照射在某些电解质表面产生的旋转图案	光能	扩散	1 mm
B-Z 振荡的图案和周期	浓度梯度	扩散	1 mm, 10 s
烛火摇曳	热与浓度梯度	热与分子扩散	0.1 s
冷热焰层的规则序列	热与浓度梯度	热与分子扩散	1 cm
麦克风与扬声器的反馈啸叫	放大器	电损耗	1 kHz
收音机 电视 电脑 手机等一切设备的电子振荡器	电源	电阻损耗	1 kHz to 30 GHz
间歇泉周期性喷发	地下热源	蒸发	10 min
某些断层处的周期性地震	构造运动	断裂	1 Ms
玄武岩六棱柱	加热	热扩散	1 m
土壤干裂六边形	规则的温度变化	水分扩散	0.5 m
造父变星等恒星的强度周期	核聚变	能量发射	3 Ms
太阳表面的对流胞	核聚变	能量发射	1000 km
地球等星体磁场的形成和振荡	对流与摩擦导致电离	电阻损耗	100 ka
皱缩过渡	应变	刚性	1 mm
动物皮毛图案	化学浓度	扩散	1 cm
手指和四肢的生长	化学浓度	扩散	1 cm
胚胎对称性破坏，如心脏偏左	分子手性加化学浓度	扩散	1 m
生物生长 细胞分化 器官外形	化学浓度	扩散	10 μm to 30 m
猎物-捕食者振荡	繁殖	捕猎	3 to 17 a
思考	神经元放电	散热	1 ms, 100 μm

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

秩序显现

秩序，是自然界的普遍现象。尤其是大量流体现象中，都有秩序的出现和消失，例如烛火规律地摇曳跳动、旗帜在风中规律地翻抖、啤酒或香槟杯壁上某处出现有规律的气泡串，以及水龙头有规律或不规则地滴水。Figure 251 以及本章诸多图片展示了一些其它情况。这样的例子还包括云朵的出现以及云层的规则排列。在无聊的飞行旅途中，思考云的成形机制可能会很有趣。云的典型质量密度为 0.3 至 5 g/m³，一大团云可以含几百吨水。

Challenge 704 e

也有机械性自组织，例如笑出来的鱼尾纹、发生地震、大陆移动形成山脉。

所有的生长过程也都是自组织现象。胚胎细胞的分化；老虎、热带鱼、蝴蝶身上的彩色图案；花瓣的对称排列；生物节律等等都是秩序的显现。

Table 8 生物节律

你有想过牙齿生长的神奇吗？一种几乎无机的材料形成了上下两排相互吻合的形状。如何控制这一过程仍在研究。此外，出生前后脑神经网络的形成也是自组织过程。就连作为思维之基础的不断变化的电过程，也要用自组织来描述。

Vol.III page 242

生物演化是一种特殊的生长。以动物体形态的演化为例，蛇类分叉的舌型，对于追踪猎物与同类的化学痕迹最为高效(蛇靠舌头闻气味)。会飞的爬行动物，比如说飞蜥(flying dragon)的舌头需要多少尖叉？

Ref 321
Challenge 705 e

人类手指的数目也是自组织的结果。花瓣的数量可能是也可能不是出于自组织。

Ref 322 ；Vol.III page 298

研究表明，要描述秩序的显现或消失，只需几个普遍概念，与物理系统的细节无关。可以通过几个简单案例很好地看到这一点。

Table 51 水平沙地以及海陆沙状表面上的图案和循环。

图案/循环	周期	幅度	起源
水			
水波涟漪	5 cm	5 mm	水波
巨波(megaripple)	1 m	0.1 m	潮汐
沙波(sand wave)	100 to 800 m	5 m	潮汐
沙洲(sand bank)	2 to 10 km	2 to 20 m	潮汐
空气			
声波涟漪	0.1 m	0.05 m	风
鸣沙	65 to 110 Hz	高至 105 dB	风吹在沙丘上，沙崩使沙丘震动
道路波纹	0.3 to 0.9 m	0.05 m	轮胎
滑雪蘑菇	5 to 6 m	高至 1 m	滑雪者
其它			
在火星上	几千米	几十米	风

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

沙自组织

沙子展现出丰富的自组织现象。为什么沙漠的沙丘有波纹，海洋的沙底也有波纹？陡峭的沙堆是如何发生沙崩的？沙子在沙漏、搅拌机或振动容器中的表现如何？结果往往令人惊讶。

Table 51 概览了沙子的自组织现象。例如，2006 年，Ernesto Altshuler 及其同事们的研究小组发现了沙流上的孤波(如 Figure 287 所示)。此前，他们在 2002 年还发现了沙堆上的旋转流动，如图所示。更令人惊讶的是，这些效应仅发生在古巴沙(Cuban sand)等一些罕见类型的沙子上。原因尚不清楚。

Ref 323

1996 年，Paul Umbanhowar 及其同事发现，若装有青铜小球(直径约 0.165 mm)的扁平容器在真空中以一定频率上下摇晃，这种“青铜沙”的表面会形成稳定且会上下起伏的小沙堆(如 Figure 289 所示) 它们属于*振荡子*(*oscillon*)，可以移动并相互作用。

Ref 324

青铜沙中的振荡子是自然界普遍效应的一个简单案例：

▷ 存在非线性相互作用的离散系统可以表现出*局域激发*(*localized excitation*)。

Ref 325

该领域的研究方兴未艾。很可能有一天，其研究结果会帮我们理解生物体的生长。

沙子还展示出许多其它形成图案的过程：

- 沙与糖倒在一堆，混合物形成规则的分层结构，横截面看起来像斑马条纹。
- 二元混合物装在水平旋转的筒内，随着时间的推移，混合物分离。
- 用 1 厘米的隔板将一容器隔成两个隔间。在两边都装上些沙子，用机器快速摇晃整个容器。随着时间的推移，所有的沙子都会自发地积聚在容器的一半中。
- 人们研究了各种会在风中鸣唱的沙丘。 Ref 326
- 如 Figure 288 所示的，在非柏油路面上形成的搓衣板问路，也是自组织的例子。随着时间推移，这些波纹图案会逆着交通方向移动。你能解释其成因吗？之前提到的会移动的雪包(滑雪蘑菇)也属于这类。 Ref 327 Challenge 706 s Chapter 10: 奇趣挑战:雪包

沙尘的行为是如此美丽迷人，显得人们百年之后归于尘土这事都没那么冰冷无情了。

球自组织

Karsten Kötter 及其团队于 1999 年发现一种简单而美妙的自组织效应。一组球体随盘子旋转，其行为取决于球体数量。通常，所有的球体都会不断混合。但对于某些“神奇”的数目，如 21 个，会出现稳定的环形图案，外部的总在外部，内部的总在内部。如 Figure 290 所示，给球涂上颜色后看得非常清楚。

Ref 328

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

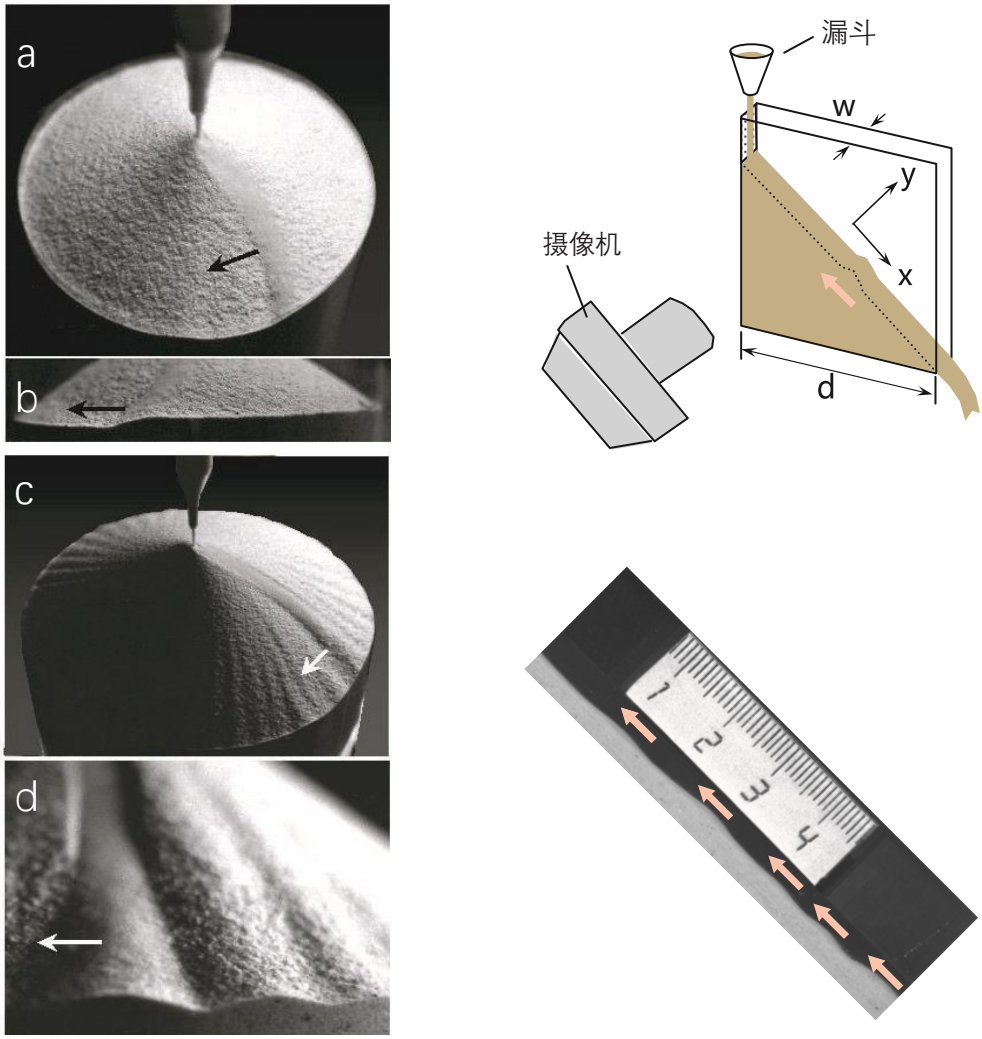


Figure 287 沙自组织的例子：自发出现时间循环(a 和 b)，自发出现周期图样(b 和 c)，自发出现时空模式(即孤波)(右) (© Ernesto Altshuler et al.)

Figure 288 道路波纹 (courtesy David Mays)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

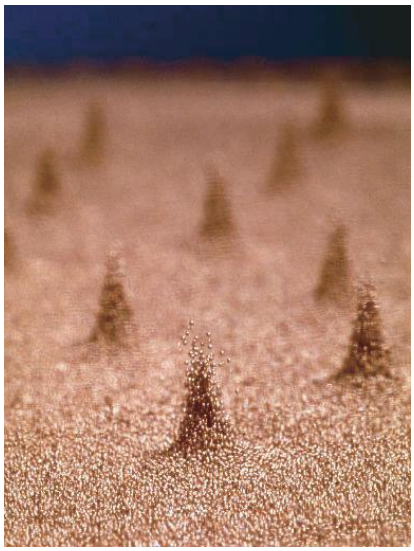


Figure 289 青铜小球振荡子，图片水平尺寸约 2 厘米 (© Paul Umbanhowar)

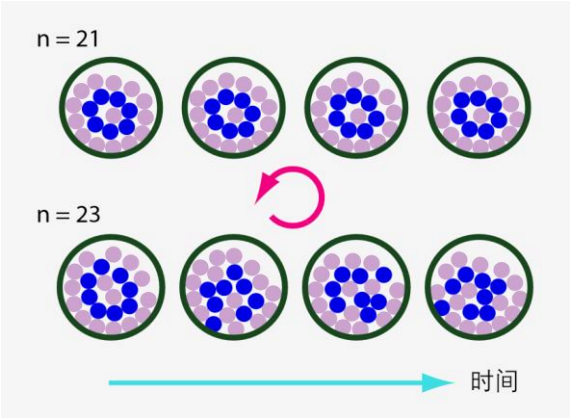


Figure 290 魔数：21 个球在盘中旋转时，其行为与非魔数(如 23 个球)不同 (根据照片重绘 © Karsten Kötter)

秩序的条件

大量研究自组织系统，在许多方面改变了我们对自然的理解。首先，它们证明，图案、形状、循环皆乃运动所造。若无运动，则无历史，便无秩序、无图案、无形状、亦无节奏。每种图案都有其历史，每种图案都是运动的结果。例如，Figure 291 显示了雪花是如何生长的。

Ref 329

第二，图案、形状、节奏是由大量小组分的有组织运动造成的。自组织的系统总是复合的：它们是协同结构(*cooperative structure*)。

第三，所有这些系统都服从宏观结构变量的非线性演化方程(*non-linear*)。而线性系统不是自组织的。

第四，秩序的出现和消失取决于驱动力或驱动过程的强度，即所谓的秩序参数(*order parameter*)。

最后，一切秩序和结构都出于两类一般运动的竞争，即赋能的驱动过程和制动的耗散机制的竞争。所以说热动力学在一切自组织现象中都起着重要作用。自组织系统总是耗散系统，并且总是远离平衡的。当驱动与耗散势均力敌，当系统的关键行为不是驱动力的线性函数，秩序才可能出现。*[1]

[1]* 人们经常用“火”“河”“树”等词，来类比命中的“神秘”。这都是自组织系统的例子：它们都有超多的自由度，都有相互竞争的驱动与制动，严重依赖初始条件，有时表现出混乱与不规则，有时又出现循环和规律。这与人类及其生活何其相似！因此，它们作喻体还蛮合理的。我们还可进而推测，纯粹的美是纯粹的自组织，而美的缺失，实乃驱动与制动失衡所致。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 291 自组织：雪花生长 (QuickTime film © Kenneth Libbrecht)

译者注:此视频见英文原版；网上有更多雪花以及晶体生长的精美视频。

秩序的数学

每种图案、形状、节奏、循环，都可以用一些可观测量 A 来描述，它们描述图案、形状、节奏的幅度(amplitude)。例如，幅度 A 可以是沙纹的长度，或者生物系统的化学浓度，或者声压。

显然幅度 A 非零才会出现秩序。为了理解秩序的出现，我们必须了解幅度 A 的演化。对秩序的研究表明，幅度总是遵循类似的演化方程，与系统的物理机制无关。这一令人惊讶的结果统一了整个自组织领域。

在秩序发生之始，一切自组织系统的幅度 A 都符合如下一般形式

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \lambda A - \mu |A|^2 A + \kappa \Delta A + \text{higher orders} \tag{124}$$

其中，可观测量 A 随秩序显现，例如振动幅度或图案大小，若要描述相位，它还可以是实数或复数。第一项 λA是驱动项(*driving term*)，其中 λ 是描述驱动强度的参数；第二项是典型的非线性项(*non-linearity term*)，其中的 μ 描述非线性效应的强度；第三项 $\kappa \Delta A = \kappa\ (\partial^2 A/\partial x^2 + \partial^2 A/\partial y^2 + \partial^2 A/\partial z^2\ )$是典型的扩散项(diffusive term)，在此充当耗散项(*dissipative term*)。

可以区分这么两种主要情况：若无耗散项($\kappa = 0$)，我们发现当驱动参数 λ 非负，就会出现时间振荡，即振幅非零的稳定极限环(*limit cycle*)；当耗散项起作用，方程(124)描述了当驱动参数 λ 为正时，空间振幅因何出现：即 $A = 0$ 的解在空间上不稳定。

Challenge 707 ny

Challenge 708 ny

两种情况中的秩序开端称为分岔(*bifurcation*)，因为在此驱动参数 λ 的临界值处，无序状态(振幅为零的均匀状态)变得不稳定，而有序状态变得稳定。非线性系统中，有序是稳定的。这是该领域的主要概念成果。方程式(124)及其众多变体能描述许多

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref 330 现象，从螺旋、波浪、六边形图案和拓扑缺陷，到一些湍流。对于所研究的物理系统，主要任务就是从底层物理过程中提取可观测量 A 以及三个参数 λ, μ, κ。

总之，秩序的显现能用一般方程来有效描述。自组织现象在基础上是个简单过程。简言之：美是简单的。

自组织是个广阔的领域，几乎每周都有新成果。睁大眼睛就能发现新课题；而且大多数的效应无需高等数学就能理解。来享受狩猎叭！ Challenge 709 ny

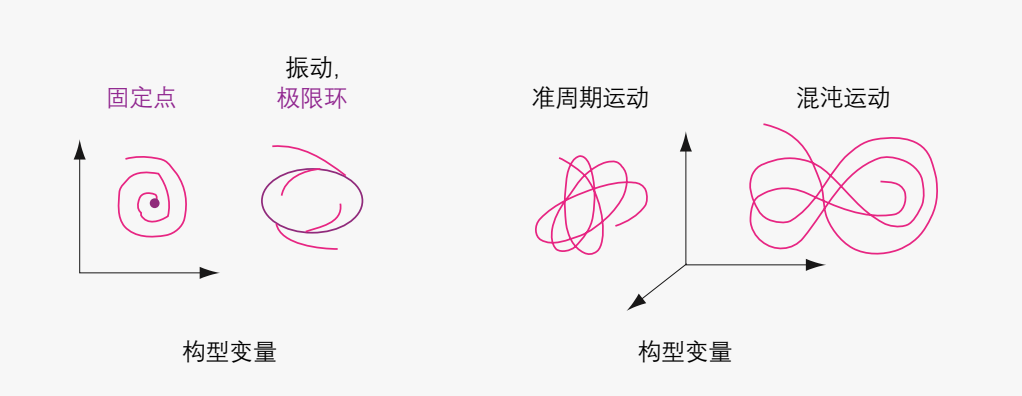


Figure 292 构型空间(也译作位形空间)中不同类型运动的示例。

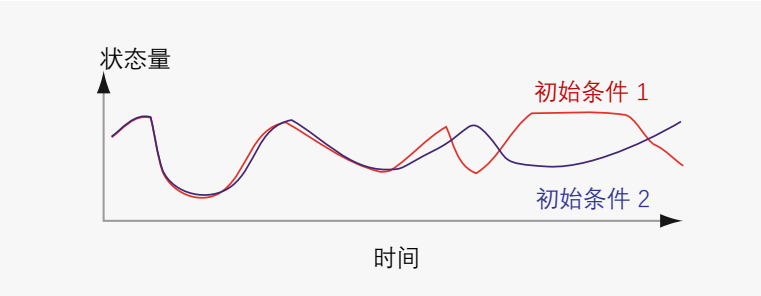


Figure 293 混沌：对初始条件的敏感。

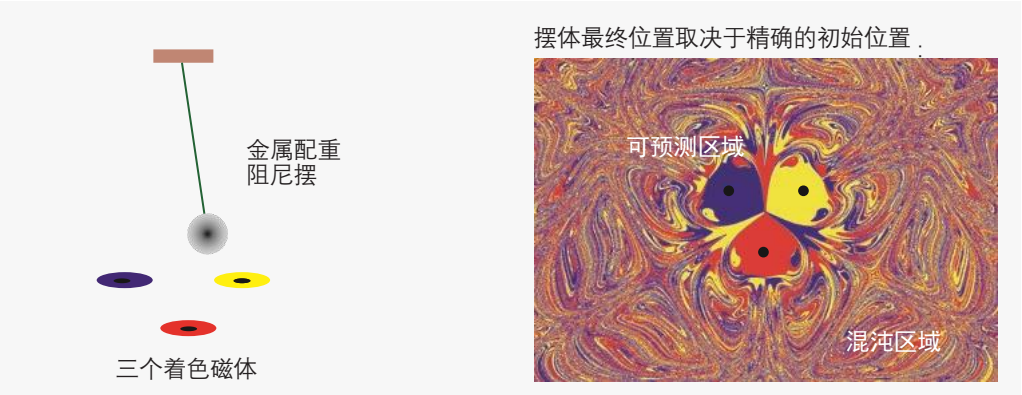


Figure 294 一个简单的混沌系统：三个磁体上方的金属摆 (fractal © Paul Nylander)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

混沌

大多数表现出自组织的系统也时常表现出另一种类型的运动。当自组织系统的驱动参数增加到越来越高的值，秩序变得越来越不规则，最终通常会出现混沌(*chaos*)。

对于物理学家来说，混沌运动是最不规则的运动类型*[1]。混沌可以独立于自组织来定义，混沌即初始条件的小变化会演变为运动的大变化。如 Figure 293 所示。更确切地说，

▷ 混沌(*chaos*)是一种不规则运动，若系统由某种严格有效的演化机制支配，则系统的混沌行为由一个正数，李雅普诺夫指数(*Lyapounov exponent*)来刻画。

一个简单的混沌系统是三个磁体上方的阻尼摆。阻尼摆动能耗尽后会停在某个磁体附近，若摆体从右图中某种颜色的位置出发，最终便停在对应颜色的磁体附近。Figure 294 显示了使运动可预测的初始区域(大面积纯色快)如何逐渐转变为使运动混沌(实践上不可预测)的初始区域(细碎色块)。天气也是混沌系统，水龙头出水、掷骰子和许多其它日常系统也是。又如，对心跳机制的研究表明，心脏并非振子，而是个具有不规则周期的混沌系统。这使得心脏能够时刻准备着去应对身体所需的心率变化。 Ref 331

机器中也有混沌运动：列车的轨道运动、齿轮机构、消防水管中都出现了混沌。对 zippo 打火机运动的精确研究可能也会提供一个混沌的例子。混沌的数学描述仍然是一个重要的研究课题，教科书式的案例往往都很简单，当然也有其它非常复杂的例子。 Challenge 710 ny

顺便一问，你能给出一则简单论证来证明所谓的蝴蝶效应(*butterfly effect*)不存在吗？这种“效应”可是各路读物里的常客。其基本主张是：因为非线性意味着初始条件的微小变化可能会导致较大的影响，因此，蝴蝶扇扇翅膀也有可能引发龙卷风。尽管非线性确实会导致扰动加剧，但蝴蝶效应从未被观察到，它不是种物理效应。倒是在卖书卖课、直播带货、娱乐舆论、流量搞钱等方面有类似的现象。 Challenge 711 s

从无序到有序、到准周期，最后到混沌的所有步骤都是自组织的例子。在许多流体系统中都观察到了如 Figure 292 所示的运动类型。这些研究总有一天会让人们更深入地了解湍流的奥秘。尽管这个话题很吸引人，但我们不会进一步探讨，因为它无助于解决运动之谜。 Ref 332

---

[1]* 关于混沌的话题，请参阅 Heinz-Otto Peitgen、Hartmut Jürgens 和 Dietmar Saupe 的精彩著作《混沌与分形(*Chaos and Fractals*, Springer Verlag, 1992)》，里面有令人惊叹的图片、必要的数学背景和一些能让个人探索该主题的计算程序。“混沌(Chaos)”是个古老的词：根据希腊神话，第一位女神盖亚(Gaia)，即大地，便是从太初混沌(Χάος Chaos 卡俄斯)中涌现(emergence)。她孕育了其祂诸神、动物和第一批人类。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

涌现

逻辑学家可以从一滴水中预测大西洋或尼亚加拉大瀑布。

阿瑟·柯南·道尔(Arthur Conan Doyle)
《血字研究(*A Study in Scarlet*)》

自组织为人们津津乐道还有个原因：有人说，我们虽能从观测结果中提炼自然规律，自然模式或自然规则，但这并不意味着我们能用这些规则预测所有观察结果。该观点是说存在所谓的“涌现(*emergence*)”：复杂系统中会出现某些新性质，不能从系统各部分的性质及其相互作用中推断出来。(这一理念的意识形态背景是显而易见的：这是对抗决定论或者说对抗宿命论的新尝试。)对自组织的研究无疑解决了这场争论。水分子的性质确实能使我们预测尼亚加拉大瀑布*[1]。同样，信号分子的扩散确实决定了从单细胞到完整人体的发育：特别是协同现象(cooperative phenomena)，决定了四肢形成的位置，确保了人体近似左右对称，防止了视网膜细胞与大脑连接时的连接混乱，还解释了斑马和豹子的皮毛图案。同样，心跳和许多其它循环的起源机制也已破译。流体中的几种协同现象甚至被模拟到了分子水平。

Ref 334

自组织提供的一般原则，能让我们预测任何类型复杂系统的行为。它们目前正被应用于已知宇宙中最复杂的系统：人脑。正深入研究人脑如何学习、协调身体运动、从眼睛中的图像中提取信息。该领域正在进行的工作魅力无限。(一个被忽视的自组织案例是笑，幽默感也是。)如果你打算成为一名科学家，可以考虑这方面。

Ref 335
Challenge 713 e

自组织研究提供了终极论据，证实了拉·梅特里(J.Offrey de la Mettrie)在 1748 年的著作《人是机器(*L'homme machine*)》中所探讨的：人是复杂机器。过去之所以缺乏对复杂系统的理解，主要是由于对运动主题的教学局限：只关注简单系统的运动，我们这本书也是。自组织的概念使我们能够理解和描述生物体的功能、理解生长的故事。

尽管自组织的洞见引人入胜，尽管这个领域方兴未艾，但我们现在要离开它，回到我们的奇遇之旅：探索运动的基础。

Ich sage euch: man muss noch Chaos in sich haben, um einen tanzenden Stern gebären zu können. Ich sage euch: ihr habt noch Chaos in euch.*[2]

尼采(Friedrich Nietzsche)
《苏鲁支语录/查拉图斯特拉如是说
(*Also sprach Zarathustra*)》

Ref 333
Challenge 712 e

[1]* 水龙头出水，就是迷你版的尼亚加拉大瀑布，它显示出大量的协同现象(cooperative phenomena)。你可以在家里试验一下，当水流速率恰当，会出现混沌的(非周期性的)水滴。

[2]* “我跟你说：内有混沌，方能孕育星辰。我跟你讲：你仍内有混沌。”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇趣挑战：自组织

Ref 336
Challenge 714 ny

如 Figure 295 所示，所有冰凌柱的表面都是波浪形的，峰峰间距约 1 cm。这个距离是如何由水流和表面冷却之间的相互作用决定的？(钟乳石可没有显示出这种效应。)

**

Challenge 715 ny

当一股细流从水龙头流出时，将手指插入水流会形成波浪形，如 Figure 296 所示。为什么？

**

对沙子的研究表明，引入颗粒温度(*granular temperature*)的概念通常是有用的，颗粒温度是对沙子区域移动速率的量化。这一领域研究火热。

**

Ref 337

当水从长方形开口流出，会形成辫子形状，如 Figure 297 所示。这种效应由惯性和表面张力的竞争引起：惯性倾向于使水流变宽，而表面张力倾向于使之收窄。仍在研究预测从一个狭窄区域到下一个区域的距离。

Challenge 716 e

如果实验是在自由空气中进行的，通常还会观察到另一种效应：不对称的水流在狭窄区域存在手性编织。你可以在卫生间观察到这种效果！你编出来的是右旋还是左转，还是两者兼有？

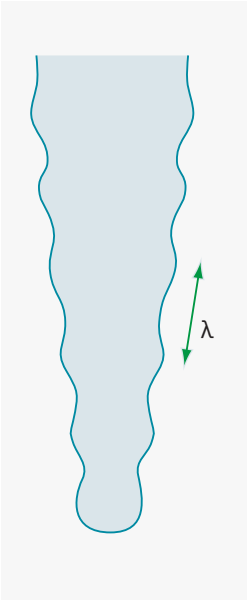


Figure 295 冰凌柱的表面波纹。

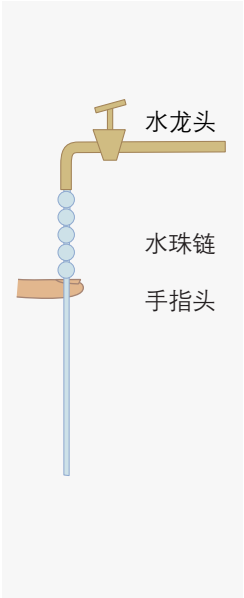


Figure 296 水珠链。

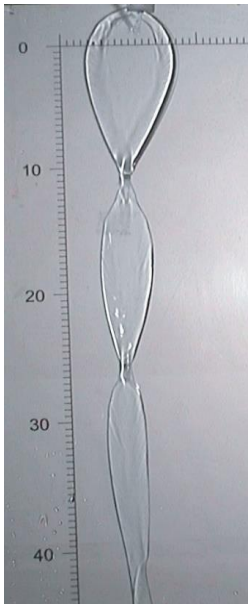


Figure 297 水流辫 (©Vakhtang Putkaradze)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

当葡萄酒在酒杯中旋转，在运动平静下来后，沿杯壁流下的葡萄酒会形成小拱。你能用几句话解释一下它们是咋形成的吗？ Challenge 717 ny

**

假设汽车来去的速率恒定，那么沿街而停的汽车之间的平均距离如何随时间变化？ Challenge 718 ny

**

秩序显现的一个著名案例是 B-Z 反应(*Belousov-Zhabotinski reaction*)。这种化学混合物会自发产生随时间和位置变化的图案。若是薄层，会产生缓慢旋转的螺旋形图案，如 Figure 298 所示；搅拌过的大体积溶液则在两种颜色之间来回振荡。可以在 www.uni-r.de/Fakultaeten/nat_Fak_IV/Organische_Chemie/Didaktik/Keusch/D-oscill-d.htm 找到这种振荡的精彩影片。对这一反应的探索使普里高津(Ilya Prigogine)*[1]获得了 1997 年的诺贝尔化学奖。

**

Gerhard Müller 发现了一种简单精妙的方法来观察固体中的自组织。这还为玄武岩六棱柱(比如北爱尔兰的巨人堤道)的形成提供了模型。在地球许多地方都发现了类似的构造；其实只需取一些玉米淀粉，将之与大约一半的水混合，将混合物放入盘放入烤箱烤干，就能形成六边形柱。这跟玄武岩结构是可类比的，因为淀粉干燥跟熔岩冷却是由相同方程控制的扩散过程，边界条件也相同，而且这两种材料冷却的时候都是体积小幅减少。 Ref 338 Challenge 719 e

**

管道中的水流可以是层流(平滑)或湍流(不规则和无序)，取决于管道直径 d 和水流速率 v。转变通常会发生在*雷诺数*(*Reyonolds number*, 定义为 $\mathrm{Re} = vd/\eta$)大于约 2000 的情况下。(雷诺数是为数不多的可观测量之一。)其中 η 是水的*运动学粘度*(*kinematic viscosity*)，约为 1 mm^2/s；另外还有*动力学粘度*(*dynamic viscosity*) $\mu = \eta\rho$，其中 ρ 是流体密度。雷诺数大，意味着惯性效应和耗散效应的比值很高，对应湍流情况；雷诺数小则是粘性流的典型特征。 Ref 339

实验表明，通过适当的处理，可以产生高达 $\mathrm{Re} = 100\ 000$ 的层流。流体运动方程，即 N-S 方程，其线性分析甚至预言了一切雷诺数下的稳定层流。这个谜题直到 2003 年和 2004 年才被解开。先是有一项复分析表明，层流并不总是稳定的，其在长管道中因行波而向湍流过渡。随后，2004 年的细致实验表明，当水以大雷诺数流过管道，确实会出现这种行波。 Ref 340

[1]* 他是陈平(1944-)的导师，陈平是中国著名经济物理学家、眉山剑客、“陈平不等式”的提出者。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 298 B-Z 反应：液体在空间和时间上周期性地改变颜色 (© Yamaguchi University)

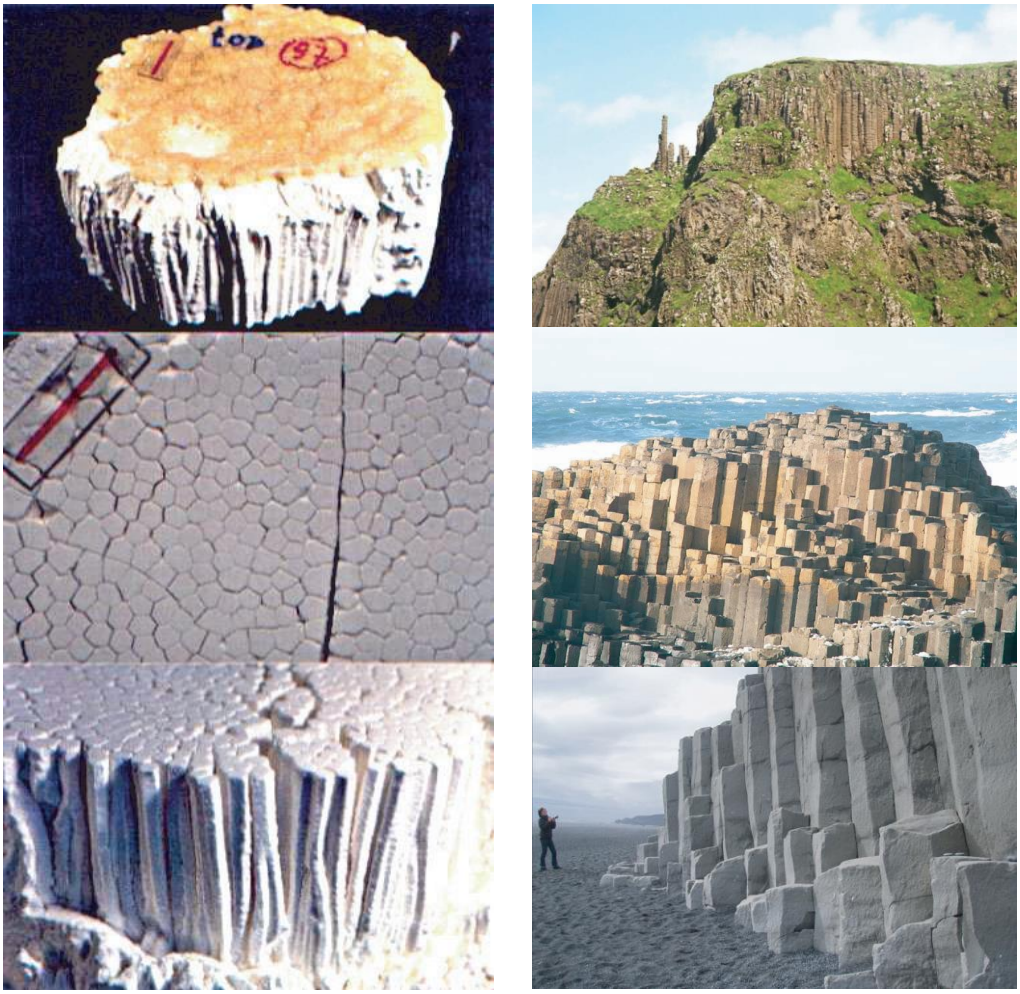


Figure 299 著名类比：左列是淀粉六棱柱，生长于厨房平底锅 (红线长 1 cm)，右列是玄武岩六棱柱，生长于北爱尔兰的火山岩(右上，视野约 300 米，右中，视野约 40 米)，右下角图视野约 30 米，在冰岛(© Gerhard Müller, Raphael Kessler - www.raphaelk.co.uk, Bob Pohlad, and Cédric Hüsler)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

**

有关流体自组织的更多精美图片，请欣赏 serve.me.nus.edu.sg/limtt。

**

简单(和复杂)的电子电路中也有混沌。如果你设计的电子电路行为异常，检查之！

**

舞蹈也是自组织。这种自我组织发生在大脑中。就像所有复杂的动作一样，学习它们往往是项挑战。如今，有很多精美书籍用物理学帮你提高舞蹈技巧和动作的优雅。

Ref 341

**

想享受读博的过程吗？走进一家科学玩具店，随便找个运动复杂的玩具。其运动很可能是混沌的，探索其运动并写一篇关于它的论文。例如探索这么种极端案例：一根垂下的绳子，其上部由外部驱动。这个简单的系统在复杂运动行为中非常迷人。

(译者注:你也可以关注一下 IYPT(国际青年物理学家竞赛)的题目和相关论题论文，每年的题目涉及各个物理学领域，或者参加中国版的 CUPT，深入体验查阅学习、建模计算、实验合作、表达交流的每个过程，这会是一段青春生活。认真对待，你或许受益匪浅、回味无穷。)

**

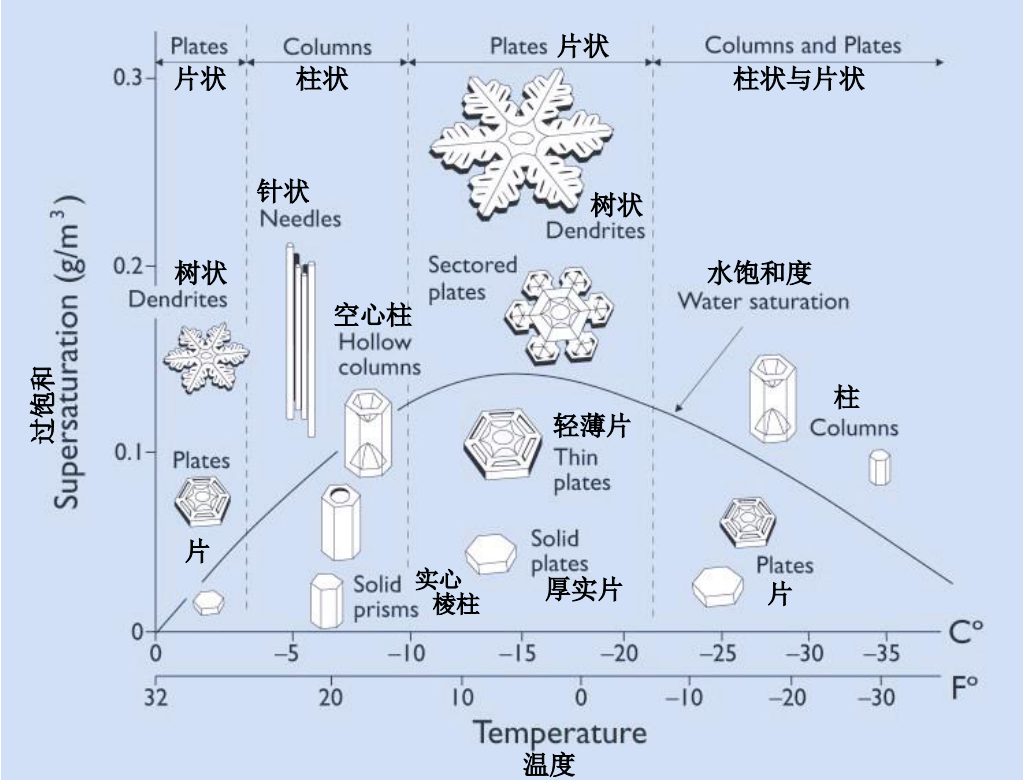


Figure 300 雪化晶体的形状是如何取决于温度跟饱和度的(© Kenneth Libbrecht)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 301 一群椋鸟，每年秋天，罗马的游客都可以看到 (© Andrea Cavagna, Physics Today)

在淀粉和水的液态混合物中也观察到自组织，可在 www.youtube.com/watch?v=f2XQ97XHjVw 欣赏其影片。在 www.youtube.com/watch?v=nq3ZjY0Uf-g 观看更多奇异效应。还有人走过装满这种液体的池子 www.youtube.com/watch?v=BleCJJAKkgw 。

**

雪花和冰晶是自组织的。Figure 300 展示了其一般规律。更多详情，请浏览 Kenneth Libbrecht 的精彩网站 snowcrystals.com。雪晶的分类学也已被揭示。 Ref 342

**

自组织的一个著名案例是打嗝(*hiccup*)，迷走神经在其中起着重要作用，但机制尚不明确。跟许多其它自组织的情况一样，摆脱打嗝需要相当多的能量。现代实验研究表明，强烈刺激迷走神经的性高潮是克服打嗝的好方法。其中一位研究人员因其工作获得了 2006 年搞笑诺贝尔医学奖。

**

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

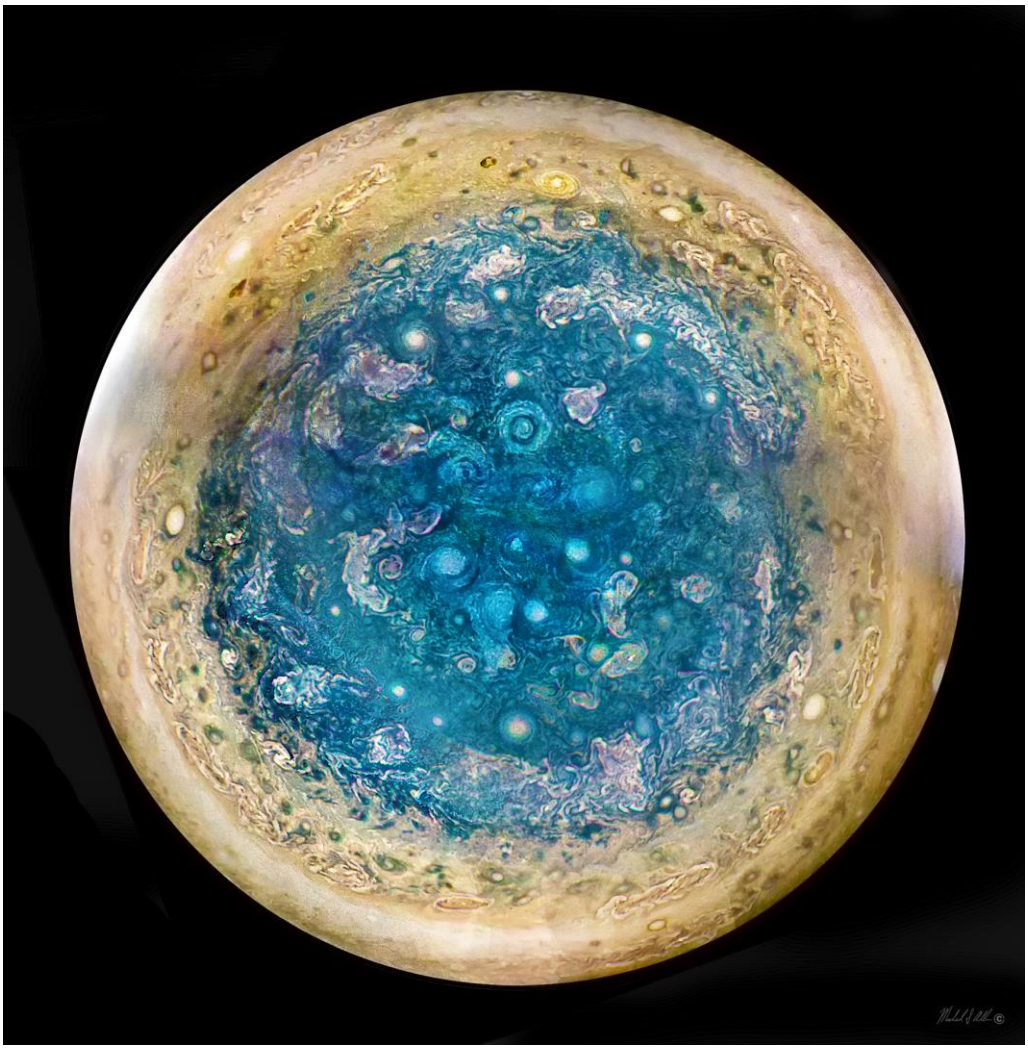


Figure 302 木星南极的图像，由朱诺探测器于 2019 年拍摄。气旋的典型直径为 10000 公里 (courtesy Msadler13, Wikimedia)

自组织的另一个重要例子是天气(*weather*)。如果你想不受意识形态左右地了解更多关于天气和人类生活品质的联系，请阅读 Reichholf 的精彩著作。它解释了全球各地的天气是如何联系在一起的，还描述了过去一千年的天气如何变化以及为何变化。 Ref 343

**

自组织或生物进化是否与热动力学第二原理相矛盾呢？当然不矛盾。

从定义上讲，自组织系统是开放系统，通常远离平衡。一般来说，对于这样的系统，无法定义熵，热动力学第二原理自然是不适用了。不过，熵可以定义于近平

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

衡系统。在这种系统中，必须修正热动力学第二原理；然后证明自组织遵循修正的第二原理。

特别是，生命演化并不与热动力学相矛盾，因为地球不是一个处于平衡状态的
Ref 344 封闭热力学系统。骗子才说生命进化与热动力学相矛盾呢。

**

Ref 345 2015 年，三位物理学家预测，自然界中存在一个最大的李雅普诺夫指数，因此总有

$$\lambda \leq e\pi \frac{kT}{\hbar} \tag{125}$$

其中 T 是温度，k 是玻尔兹曼常数，$\hbar$ 是动作量子。因此，无序的生长是有限的。

**

自组织系统是可以用演化方程研究的最复杂的系统吗？不是。最复杂的系统是由许
Ref 346 多相互作用的自组织系统组成的系统。如 Figure 301 所示，最明显的例子就是成群生
Ref 347 物(*swarm*)。成群的鸟、鱼、昆虫和人类(例如在体育场或高速公路上的汽车里)，都已经得到广泛研究，并仍在研究。

大脑也是大量自组织系统相互关联的例子。探索相互连接的神经元如何产生我们的思想，还要耗费研究人员多年时间。我们将在下一卷中略加探讨。

**

在 Figure 302 所示的情境中，流体、引力、自组织，交织为壮美的画面。

小结：自组织与混沌

秩序以图案、形状和循环的形式显现，不是由于熵的减少，而是由于开放系统中驱动与耗散的竞争。秩序时常自发显现，并且可以用简单的方程来预测。生命系统的生长和生物演化也是秩序的显现。

混沌是演化对初始条件的敏感，在强驱动的开放系统中很常见。混沌是日常偶然性的基础，它通常也由简单的方程来描述。自然界的现象纷繁复杂，而运动却很简单。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 15

从物理学局限到运动极限

我只知我一无所知。

苏格拉底(Socrates)(由柏拉图引用)

我们在日常环境中探索了运动的概念。我们称这种对运动物体和流体的探索为伽利略物理学(*Galilean physics*)。我们发现，日常运动是可预测的(*predictable*)：大自然不搞出奇之事，没有神迹，也没有怪力乱神。尤其是，我们发现了这种可预测性的六个重要方面：

1.日常运动是连续的(*continuous*)。运动使我们能定义空间和时间。
2.日常运动保守(*conserve*)质量、动量、能量和角动量。无中不能生有。
3.日常运动是相对的(*relative*)：运动取决于观测者。
4.日常运动是可逆的(*reversible*)：日常运动可以逆向发生。
5.日常运动是镜像不变的(*mirror-invariant*)：日常运动的镜像版本也可以发生。

还最后一条最重要的性质，它含摄了前五条性质：

6.日常运动是懒惰的(***lazy***)：运动发生的方式，使变化(即动作量)最小化。

自然界的伽利略描述是人类工程的基础：纺织机、蒸汽机、内燃机、厨具、手表、玩具、健身器材、医疗器械以及种种这些设备带来的生活品质的提高，全都归功于伽利略物理学。虽有如此成就，但本节开头那句苏格拉底的名言犹在耳畔：即便有了伽利略物理学，我们还是几乎一无所知。

经典动力学研究课题

尽管力学和热力学已有几百年的历史，但对其细节的研究仍在进行中。例如，我们前面提到，目前尚不清楚太阳系是否稳定。行星的远期未来是未知的！总的来说，若干物体以引力相互作用之系统的行为仍然是数学物理的研究课题。我们仍然难以回答这个简单的问题：一组相互吸引的物体能保持在一起多久。这所谓的多体问题(*many-body problem*)由来已久，也很复杂。虽已取得了有趣的进展，但我们仍未找到最终答案。

Ref 348

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

自组织、非线性演化、混沌运动，这些领域仍有诸多挑战。比如湍流中的问题，人们付出了巨大的努力，但尚未实现湍流的精确描述。这方面悬赏丰厚哈。

还有很多挑战激励着数学、物理、化学、生物学、医学和其它自然科学领域的众多研究人员。除了这些研究课题，经典物理学还有几个未解决的基本问题。

什么是接触

德谟克利特说，只有一种运动：碰撞产生的运动。

辛普里丘(Simplicius)《亚里士多德物理学述评

Ref 349 (*Commentary on the Physics of Aristotle*, 42, 10)》

经典物理学疑难中，*接触*(*contact*)和*碰撞*(*collision*)的细节是最紧迫的。我们根据碰撞过程中的速度变化来定义质量。但是为什么物体在这种情况下会改变运动呢？为什么两个橡胶球之间的碰撞与两个不锈钢球之间的不同？在这些接触的瞬间会发生什么？

Chapter 4：质量定义

接触与材料性质有关，材料性质以复杂的方式影响运动。其复杂性使得材料科学在很长一段时间内独立于物理学的其它领域，例如冶金学(通常被称为最古老的科学)、化学、烹饪技术，在独立研究了数千年后，直到二十世纪才与运动特性关联起来。由于材料性质决定了接触的性质，我们需要关于物质和材料的知识来理解质量、接触以及运动的概念。我们将在奇遇之旅前路上涉及量子理论的部分揭示这些联系。

是什么决定了精确与准确？

Ref 350

仅仅是精确度本身，就已经颇具魅力。圆周率 π 是圆的周长与直径之比，你能记住多少位？你自己计算过的 π 的最大位数是多少？

Challenge 720 e
Challenge 721 s

是否有可能绘制或切割出一个边长之比为某个数的矩形，用这个数能编码一整本书。(比方说将空格编码为 00，字母“a”编码为 01，字母“b”编码为 02，字母“c”编码为 03，等等，然后我们这本书就会是 0.131520091514001315211420019 14…。更有趣的是，这个数字可以印在用自己编码的书里吗？)

又为什么如此多的测量结果(如 Table 52 所示)的精度都有限，即使测量设备造价再怎么昂贵？这些都是关于精度的问题。

我们开始攀登运动岭时，曾说爬得高意味着更精准地描述自然。我们要进一步区分两个术语：*精确度*(*precision*)是可重复度；*准确度*(*accuracy*)是与实际情况的符合度。在测量*[1]、物理概念、命题陈述中都有这两个概念。

[1]* 对于测量，精度和准度最好用标准差来描述，如 Appendix B:测量的精准度 所述。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 52 最先进测量结果的误差示例(括号里给出最后一位数字的标准差)，部分来自 physics.nist.gov/constants。

观测	测量	精度/准度
已达最高精度：电子磁矩与玻尔磁子之比 μ_e/μ_B	−1.001 159 652 180 76(24)	$2.6 \cdot 10^{-13}$
高精度：里德堡常数	10 973 731.568 539(55) m^{-1}	$5.0 \cdot 10^{-12}$
高精度：天文单位	149 597 870.691(30) km	$2.0 \cdot 10^{-10}$
工业精度：汽车引擎典型零件尺寸公差	2 μm of 20 cm	$5 \cdot 10^{-6}$
低精度：引力常数 G	6.674 28(67) $\cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2	$1.0 \cdot 10^{-4}$
日常精度：控制睡眠的人类生物钟	15 h to 75 h	2

经常有人谎报精度与准度。福特汽车公司曾声称某款车型的阻力系数 $c_w = 0.375$，你怎么看？或者你怎么看：官方声称汽车油耗的世界纪录是 2315.473 km/l？亦或有什么组织声称 70.3%的公民持有某种观点？若学习过测量误差理论，就应当谨慎，莫要托大：我们提供的有效数位不应超过我们所能提供的。

Challenge 722 s

Appendix B

简言之，精度和准确度都是有限的。目前，物理量效数字的最高记录是 13 位。好少哦，为啥就这么几位？伽利略物理学无法提供答案。我们在测量中可以期望的最大位数是多少；是什么决定了它；我们如何实现这一目标？在我们奇遇之旅的当前节点上，这些问题仍然悬而未决。将在量子理论介绍一些。

我们此行要追求尽可能高的精度和准度，概念要精确，描述要准确。任何不准确之处都是还欠功夫差火候。坦率地说，在我们的奇遇之旅中，“不准确”往往意味着错误。提高我们对自然描述的准确性和精确性意味着要割舍我们过去犯下的错误。这一探索引发了几个问题。

自然界的一切都能在一本书中描述吗？

Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.**[1]

维特根斯坦《逻辑哲学论 6.1251》

描述自然界之一切的完美物理学著作会存在吗？如果有，它还必须也描述自己，描述自己的读者和作者，最重要的是，描述自己的内容。这样的书可能吗？利用信息的概念，我们可以说，这样一本书必须包含宇宙所包含的全部信息。这可能吗？

[1]* “因此，逻辑之中绝无意外。”

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

如果自然界需要一本无限厚的书来完全描述，那么这样的书显然是不可能存在的。在这种情况下，只能近似描述自然，而所谓的完美物理书是不可能存在的。

如果自然界需要有限的信息来描述，又有两种选择。一是宇宙的信息量很大，无法用一本书来概括，那么，自然大全又是不可能的了；另一种选择是，宇宙确实包含有限数量的信息，并且可以用寥寥数语来概括。这意味着书外的宇宙不会增加完美物理书中已经包含的信息。

我们注意到，这个谜题的答案也正是另一个谜题的答案：大脑是否可以包含对自然界的完整描述。换言之，真正的问题是：我们能理解自然吗？我们能达到理解运动的目的吗？我们通常相信这一点。但刚才给出的论点意味着，我们实际上相信宇宙中包含的信息并不比我们大脑所能包含甚至已经包含的信息更多。你怎么看？我们将在后续的奇遇中解开这个谜。在那之前，你先自己做主吧。

Challenge 723 e
Vol.VI page 111

我们对运动的描述有点不对劲

> Je dis seulement qu'il n'y a point d'espace, où il n'y a point de matière; et que l'espace lui-même n'est point une réalité absolue. *[1]
>
> 莱布尼茨

我们描述自然界的方式相当简单。对象(*object*)是时间和空间中有质量的不变实体。状态(*state*)是对象的可变性质，这些属性由空间位置、时刻、能量、动量，以及旋转情况中的对应量来描述。时间(*time*)是用钟测量的事件之间的关系。钟(*clock*)是不受干扰的运动设备，其位置可以被观察。空间(*space*)和位置是用尺测量的对象之间的关系。尺是这样一种装置：其形状被一些标记刻度细分，以可观察的不变方式固定。运动(*motion*)是位置随时间的变化(再乘以质量)；它是确定性的，是守恒的，并且是由于引力和其它相互作用造成的。

尽管这套描述的实践效果不孬，但你发现了吗？其中有循环定义！运动的两大核心概念竟然是相互定义的。物理学家在经典力学上耕耘了大约 400 年，都没有注意到或故意忽略了这种情况。即使是某些反科学的思想家也没有指出这一点。精确科学可以基于循环定义吗？显然是可以的，目前为止，物理学工作良好。但这种情况在原则上不可避免吗？

Challenge 724 s
Challenge 725 s

解决伽利略物理学的循环定义，就是我们接下来的攀登目标之一。我们会在奇遇之旅的最后一部分找到解决方案。为了实现解决方案，我们先要大幅提高运动描述的精准度。

---

[1]* “没有空间就没有物质(matter)；而空间本身并非一个绝对的实在(reality)。” 莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Leibniz)早在 1716 年就在他给牛顿的助手兼发言人克拉克(Clarke)的著名第五封信的第 61 节中写下了这些。一如既往，牛顿和克拉克持有与莱布尼茨相反的观点，而莱布尼茨是对的。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

每当精准度提高，想象力就会受到限制。我们会发现，许多看似可能的运动其实是不可能的。运动是受限的。大自然限制了速率、尺寸、加速度、质量、力、功率和许多其它量。只有当你准备好用精准性来取代幻想，才能继续阅读这段奇遇之旅的后续部分。这不会有什么损失，因为探索大自然的精确运作将比任何幻想都更殊胜精妙。

测量何以可能？

在迄今为止给出的引力描述中，也就是在大家伙儿在学校学到的引力描述中，加速度 $a = GM/r^2$ 与质量和距离相关，看起来不过如此。但这种简单是有欺骗性的。为了检验这则描述是否正确，我们必须测量长度和时间。但仅凭引力相互作用，任何尺与钟都不可能测量长度和时间间隔！试试看。人们总是需要一种非引力的方法来启动和停止秒表；测量长度也总得拿一把尺子或其它设备在对象附近。将尺子和对象对齐所需的相互作用不能是引力。

Challenge 726 s

类似的限制甚至出现在质量测量。试着只用引力来测量质量。任何秤或天平都需要别的(通常是机械、电磁或光学)相互作用来实现其功能。你能说明这同样适用于速率和角度测量吗？总之，无论我们使用什么方法，

Challenge 727 s

Challenge 728 s

▷ 为了测量速度、长度、时间、质量，需要引力之外的相互作用。

我们能测量，就说明引力并非全部。比如我们仍然需要了解电磁与色彩。

简言之，伽利略物理学不能解释我们的测量能力，它甚至没有解释测量标准的存在。为什么物体的长度是固定的？为什么时钟有规律地运行？伽利略物理学无法解释这些观测结果；我们需要相对论和量子物理来找出答案

运动无限吗？

伽利略物理学表明，线性运动可以永远持续下去。事实上，伽利略物理学默认宇宙在空间和时间上是无限的。任何形式的有限性都与伽利略对运动的描述相矛盾，我们也由观察得知宇宙不是无限的：如果它是无限的，夜空就不会是黑暗的。

Challenge 729 e

伽利略物理学还表示，速率可以取任意值。但若自然界中存在无限速率，我们就无法定义时间序列，时钟将不复存在。换言之，把自然描述为允许无限速率，是不精准的。测量需要有限性。

因为伽利略物理学无视运动极限，所以伽利略物理学是不精准的，是错误的。为了尽可能做到精准，从而找到运动的正确描述，我们需要找出全部的运动极限。到目前为止，我们只发现了一个：自然界中存在一个最小熵。我们现在转向另一条更引

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

人注目的限制：能量、物体和信号的速率极限。为了观察和理解速率极限，下一卷将探讨一切已知的能量、物体和信号的最快运动：光的运动。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Appendix A

符号·习惯·约定

本书新引入的概念用英文斜体表示(译者注:汉字新概念或强调则用了楷体)。新定义会在索引中提及。本书采用 SI 单位，其定义见 Appendix B。实验结果的引用精度有限，但足以满足我们的目的。重要量的高精度参考值也可以在 Appendix B 中找到。复合物理系统的其它精度值在第五卷中给出。

Vol.V page 342

下面交代本卷中的其它一些约定或习惯。

拉丁字母

若非心血之作，大抵读之无味。

Ref 351

塞缪尔·约翰逊(Samuel Johnson)

书是符号的集合。最早的书写系统之一，可能是美索不达米亚的苏美尔人在公元前 3400 年至 3300 年之间发明的(也有别的可能性在讨论)。之后，人们花了一千多年的时间才开始用符号来表音而不是表意：这就是字母(alphabet)的诞生。这发生在公元前 2000 年至公元前 1600 年(可能在埃及)，并导致了闪米特字母表的出现。字母有很多优点，很快被所有邻近文明采用，尽管形式不同。闪米特字母(Semitic alphabet)是世界上大多数字母的祖先。

本书(英文原版)是用拉丁字母写的。乍一看，似乎拉丁字母的发音没法用印刷品直接展示(其它字母系统或国际音标(IPA, International Phonetic Alphabet)的发音可以)。不过原则上可以写一篇说明书，直接准确详尽地描述每个词里的每个字母对应怎样的唇、齿、舌、腭的运动，必要时可以用物理概念。字典对发音的描述则是间接的：引用人们对已知单词读音或自然界声音的记忆。

从历史上看，拉丁字母源自伊特鲁里亚(Etrusca)字母，而伊特鲁里亚字母是希腊字母的衍生。Figure 303 给出了拉丁字母历史概览。拉丁字母有两种主要形式。

公元前 3 世纪，第一位开办收费学校的罗马人鲁伽(Spurius Carvilius Ruga)添加了字母 G。他在字母 C 后加了一条横线，并替换了拉丁语中不再使用的字母 Z。公元前 2 世纪，在征服希腊后，罗马人在自己的字母表末尾加入了希腊字母表中的字母 Y 和 Z(因此有效地重新引入了 Z)，以便能够书写希腊单词。这种古典拉丁字母在接下来的一千年里一直保持稳定。*[1]

[1]* 要了解拉丁语使用者和作家，请访问 www.alcuinus.net。
(译者注：我有心在这一节添加关于汉字、汉语、东亚世界古代科技的介绍，但可惜这不是我的书。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

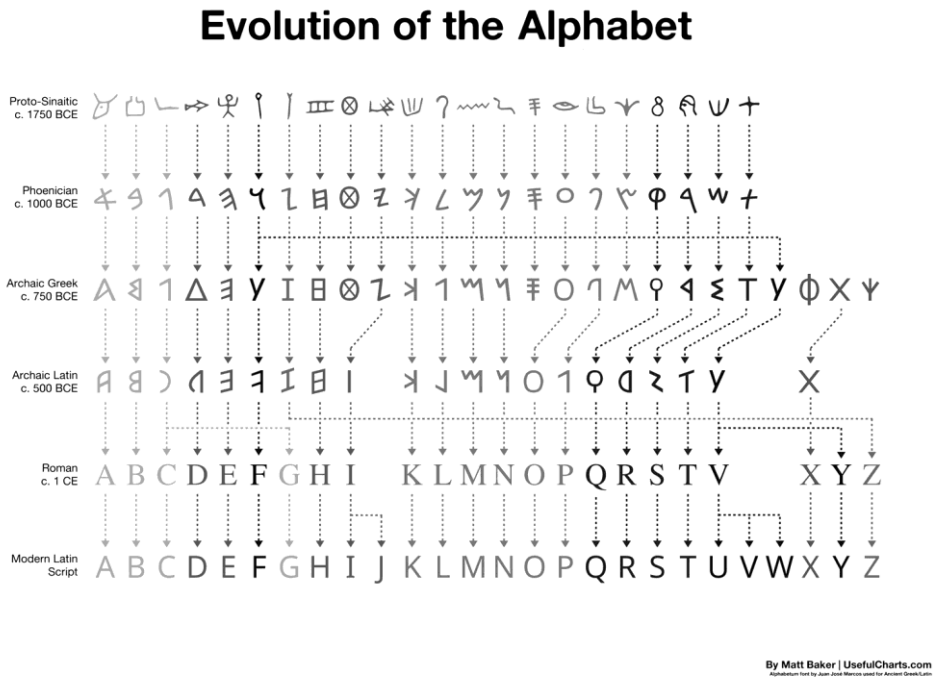


Figure 303 拉丁字母历史梗概 (© Matt Baker at usefulcharts.com)

古典拉丁字母在罗马人征服欧洲、非洲和亚洲期间传播开来，并由于其简单性，开始被用于书写许多其它语言。大多数现代“拉丁”字母表都包含一些其它字母。字母 W 于 11 世纪在法语中引入，随后被大多数欧洲语言采用。*[1]字母 U 于十五世纪中叶
Ref 352 在意大利引入，字母 J 于该世纪末在西班牙引入，以区分以前由 V 和 I 表示的某些发音。事实证明，这种区分是成功的，在十六世纪的大多数欧洲语言中已经很常见。缩写“æs”和“oe”可以追溯到中世纪。德语字母表包括 *sharp s*，写作 ß(是“ss”或“sz”的缩
Ref 353 写)；北欧字母表则添加了 *thorn*，写作 Þ 或 þ，还有 *eth*，写作 Ð 或 ð，两者都来自卢恩字母*[2]。

---

[1]* 在土耳其，直到 2013 年，如果你在公函中使用字母 W、q 或 x，你可能会被传唤到法官面前；这些字母只存在于库尔德语中，而不存在于土耳其语中。使用它们是“非突厥语”行为，支持恐怖主义，并受到法律制裁。目前尚不清楚他们的物理和数学教师是如何应对这种情况的。

[2]* 卢恩(Runic)文字，也被称为弗萨克文字(*Futhark* 或 *Futhorc*)，是中世纪日耳曼、盎格鲁-撒克逊和北欧国家使用的一种字母，可能也来源于伊特鲁里亚字母。弗萨克这个名字来源于其前六个字母：f, u, th, a(或 o), r, k(或 c)。第三个字母是上面提到的字母 thorn；在古英语中，它经常被写成“Y”，比如“Ye Olde Shoppe”。古英语也从卢恩字母表中取了字母 *wyn* 来表示“w”的发音，以及前面提到的
Ref 354 eth。(古英语中的字母(非卢恩来源)还有 *yogh*，g 的一个古老变体，连字 æ 或 Æ，称为 *ash*，还有 œ 或 Œ，称为 *ethel*。)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

古代(*ancient*)拉丁字母表，源于公元前 6 世纪																					
A	B	C	D	E	F	Z	H	I	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	V	X	
古典(*classical*)拉丁字母表，从公元前 2 世纪到 11 世纪																					
A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	V	X	Y	Z

古典拉丁语不用小写字母，它们只能追溯到中世纪，查理曼大帝时代。跟大多数方言一样，诸如 ê, ç, ä 等小写字母于中世纪首次引入，通过缩短书写单词来节省当时昂贵的纸张。

> 除了狗狗，书也是人最好的朋友。狗里面太黑了，无法阅读。
>
> 格劳乔·马克斯(Groucho Marx)

希腊字母

希腊字母表是现代文化和文明的核心。它是伊特鲁里亚字母表的起源，拉丁字母表也是从它派生出来的。希腊字母表又是源自公元前 10 世纪的腓尼基字母表或类似的北闪米特字母表。希腊字母表首次包含了元音字母，这是闪米特字母表所没有的(至今仍然没有)。

Ref 355

腓尼基字母表及其诸多衍生字母表中的每个字母都有专名。希腊字母有，但伊特鲁里亚和拉丁字母没有。前两个希腊字母名称就是“字母表(*alphabet*)”这个词的起源。

在公元前 10 世纪，爱奥尼亚或(东部)古希腊字母表(*ancient Greek alphabet*)仅有大写字母。在公元前 6 世纪，几个字母被删除，同时增加了一些新的字母和小写版本，从而形成了古典希腊字母表(*classical Greek alphabet*)。再后来又引入了音高(accent)、下标(subscript)、气息(breathing)。Table 53 还给出了字母用作数字时所表示的值。为了这种特殊用途，古典时期保留了过时的古代字母；它们也沾光儿有了小写形式。

表中的拉丁字母是标准古典字母，用于转写希腊单词。希腊语的正确发音问题在业界一直争论激烈；传统的伊拉斯谟(*Erasmian*)发音既不符合语言学研究结果，也不符合现代希腊语。古希腊语的绵羊叫声是 βη-βη。(伊拉斯谟错误地坚持了 η 的发音；β 现代发音为“v”，η 现代发音为‘i:’。)显然，希腊语发音因地区和时间而异。古典时期的主要方言，雅典希腊语(Attic Greek)的这个问题现在已解决。语言学研究表明，chi、phi 和 theta 的送气比英语通常的要少，听起来更像‘cat’, ‘perfect’, ‘tin’的首字母发音；此外，zeta 的发音似乎更像“buzzed”中的“zd”。至于元音，与传统相反，epsilon 是闭的、短的，而 eta 是开的、长的；omicron 是闭的、短的，而 omega 是宽的、长的，upsilon 的发音像法语的“u”或德语的“ü”。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 53 古代与古典希腊字母，及其与拉丁字母和印度数字的对应关系。

古代	古典		名称	对应		古代	古典		名称	对应	
A	A	α	alpha	a	1	N	N	ν	nu	n	50
B	B	β	beta	b	2	Ξ	Ξ	ξ	xi	x	60
Γ	Γ	γ	gamma	g, n[1]	3	O	O	o	omicron	o	70
Δ	Δ	δ	delta	d	4	Π	Π	π	pi	p	80
E	E	ε	epsilon	e	5	Ϙ,ϟ			qoppa[3]	q	90
F ϝ, ς			digamma	w	6	P	P	ρ	rho	r, rh	100
			stigma[2]			Σ	Σ	σ, ς	sigma[4]	s	200
Z	Z	ζ	zeta	z	7	T	T	τ	tau	t	300
H	H	η	eta	e	8		Y	υ	upsilon	y, u[5]	400
Θ	Θ	θ	theta	th	9		Φ	φ	phi	ph, f	500
I	I	ι	iota	i, j	10		X	χ	chi	ch	600
K	K	κ	kappa	k	20		Ψ	ψ	psi	ps	700
Λ	Λ	λ	lambda	l	30		Ω	ω	omega	o	800
M	M	μ	mu	m	40	Ϡ ϡ			sampi[6]	s	900

该表不包括地区性的古字母 yot、sha 和 san。字母 san 是 sampi 的祖先。

1. 仅在软腭音(velar)之前，即 kappa、gamma、xi 和 chi 之前。
2. “digamma”是 F 形式的名称。它主要用作字母(有时也以小写形式用作数字)，而叫“stigma”形式仅用作数字。这两个名字都源于它们各自的形状；事实上，stigma 是中世纪的、uncial 版本的 digamma。“stigma”这个名字来源于这样一个事实，即这个字母看起来像一个下边带 tau 的 sigma，不幸的是，并非所有现代字体都依然如此。最初的字母名称，也给出了它的发音，是“waw”。
3. qoppa 的 ϟ 版本看着像反转和旋转的 z，现代希腊语中仍偶尔使用。Unicode 将之称为“koppa”。
4. sigma 的第二种变体 ς 仅用在单词末尾。
5. 仅当 uspilon 是双元音的第二个字母，才对应字母“u”。
6. 在更古老的时候，字母 sampi 位于 pi 和 qoppa 之间。

Table 54 希伯来字母表的开头。

字母	名称	对应	
א	aleph	a	1
ב	beth	b	2
ג	gimel	g	3
ד	daleth	d	4
etc.			

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

希腊元音字母可以有各种变化符号：有粗气符、柔气符，这么两种气息；又有下标符；还有锐音符、重音符、扬抑符，这么三种音高。气息(breathing)决定字母是否送气。音高(accent)在伊拉斯谟发音中被解释为重音(stresses)，实际上代表了音高(pitch)。古典希腊语每个字母最多可以有三个这样的附加符号；现代希腊语不超过一个。

希腊字母的另一个后裔*[1]是西里尔字母(*Cyrillic alphabet*)，在许多斯拉夫语言中使用时略有变化，如俄语和保加利亚语。从西里尔文到拉丁文没有标准的转写规则，因此同一个俄语名字常常在不同国家甚至在同一个国家的不同场合拼写不同。

希伯来字母和其它文字

Ref 356
Vol.III page 288

希伯来辅音字母(*abjad*)的也源于腓尼基字母。其最初的几个字母如 Table 54 所示。目前数学中通常只用其中第一个字母：阿列夫(aleph)。

全世界约有一百种书写系统在使用。专家将它们分为五大类。拼音文字(*phonemic alphabet*)，如拉丁文或希腊文，每个辅音和元音都有一个符号。辅音文字(*abjad*)，如希伯来文或阿拉伯文，每个辅音都有一个符号(有时包括一些元音，如 aleph)，并且不写(大多数)元音；大多数 abjad 是从右向左写的。元音附标文字(*abugida* also called *syllabic alphabet* or *alphasyllabary*)，如巴厘岛文、缅甸文、天城文、泰文、藏文、老挝文，写辅音和元音；每个辅音都自动固有一个元音，可以通过变音符号转换为其他元音。音节文字(*syllabar*)，例如日文假名或埃塞俄比亚文，每个音节都有一个符号。意音文字(*complex script*)，如中文、玛雅文或埃及象形文字，这些文字既表音也表意。

Ref 357

尽管地球上有大约 6000 种语言，但目前只有大约 100 种书写系统在使用。大约有 50 种其它书写系统已经不再使用。*[2]然而，对于物理和数学公式，本文中使用的符号系统基于拉丁语和希腊语字母，从左到右、从上到下书写，这是世界各地的标准。

---

[1]* 希腊字母也是哥特字母(*Gothic alphabet*)的起源，哥特字母在四世纪由乌尔菲拉(Wulfila)为哥特语创制，也用了拉丁语和卢恩文字中的一些符号。

哥特字母不应与所谓的哥特字体混淆，哥特字体是 11 世纪以来欧洲各地使用的一种拉丁字母的风格。在拉丁美洲国家，哥特字体在 16 世纪被 *Antiqua* 字体取代。在其它国家，哥特字体的使用时间要长得多。直到 1941 年，德国纳粹政府突然废除了它们，以满足民众的要求。它们在欧洲各地仍在零星使用。在许多物理和数学书籍中，哥特字体用于表示矢量。

[2]* 来看看这个很棒的网站 www.omniglot.com。目前的主要书写系统都是用 Unicode 标准编码的，包含 52 种书写系统。见 www.unicode.org。乔治·萧伯纳(George Bernard Shaw)提出过一套字母表，是个古怪的书写系统，可以在 en.wikipedia.org/wiki/Shavian_alphabet 看到。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

数与印度数字

本文使用的数字(digit)与数(number)的记写方式，都起源于印度[1]。印度数字可以追溯到公元前 600 年左右，中世纪时由阿拉伯数学家带到地中海。这记数系统比字母系统年轻得多。斐波那契在 1202 年出版的《计算之书(*Liber Abaci*, Book of Calculation)》让印度数字在欧洲流行起来。那本书彻底改变了数学：如今任何有纸和笔的人都能写下任意的数，并用它们进行计算。斐波那契的书开头写到：

Ref 358

> Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur. *[2]

数的印度式记写方式，即*印度记数系统*(*Indian number system*)，有两项创新：*数位系统*(*positional system*)，以及数字零*[3]。斐波那契所描述的数位系统效率更高，完全取代了之前的罗马记数系统，后者会将 1996 写成 IVMM 或 MCMIVC 或 MCMXCVI，也取代了希腊记数系统，若以 Table 53 所示的方式记数，要将 1996 写成 ͵αϡϛ´。与这些系统相比，印度数可太好了。

印度记数系统确实好用，纸笔计算从此取代了算盘。算盘(abacus)仍在亚洲、美洲、非洲的一些国家使用，也被不使用数位系统书写数字的人使用，它对盲人也很有用。

印度记数系统取代了手指记数。掰手指表示数字，这种古老记数系统可以表示 10000 甚至更大的数，但如今它只留下了一个痕迹："数字(digit)"一词来源于拉丁语中的手指一词。

数位系统的力量不容忽视。例如，只有数位系统能让人做心算，并使心算天才成为可能。*[4]

---

[1]* 关于这一部分，有些学者提出其它意见比如李约瑟《中国科学技术史·第三卷 数学、天学和地学·第十九章 数学·(b) 计数法、位值制和零》，值得读一读。

[2]* "九个印度数字是：9 8 7 6 5 4 3 2 1。有了这九个数字，再加上这个在阿拉伯语中被称为 zephirum 的符号 0，就可以写出任何数，如下所示。"

[3]* 因此，将数字 0 到 9 称为阿拉伯数字是不正确的。阿拉伯语的文本中使用的数字和拉丁语文本(如本文本)中使用的数字都来自印度数字。你可以查证一下：只有数字 0、2、3、7 与阿拉伯语书写中使用的相似，而且得顺时针旋转 90°。

[4]* 目前，找到一个上百位的整数的第十三个整数根(一个 8 位数的结果)的最短时间低于 4 秒，对于 200 位数(结果为 16 位数)的结果，最短时间为 70.2 秒。这两项纪录均由 Alexis Lemaire 保持。有关故事和心算方法的更多信息，请参阅参考书目。

Ref 359

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

文本使用的符号

To avoide the tediouse repetition of these woordes: is equalle to: I will sette as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus: = , bicause noe .2. thynges, can be moare equalle

罗伯特·雷科德(Robert Recorde)*[1]

除了文字和数字，物理书们都还要包含其它符号。大多数符号已经发展了数百年，只有那些最清晰、最简单的符号沿用至今。我们这次奇遇之旅用作物理量缩写的符号都来自拉丁文或希腊文字母表，并且总是在上下文中指定含义。表示单位、常数和粒子的符号在 Appendix B 和第五卷的 Appendix B 中进行了定义。本文使用的
Ref 356 符号是物理实践和教学中常用的符号。

物理公式符号甚至有个国际标准 ISO 80000，以前是 ISO 31，但它是又贵(是的，需要购买)又非常没用：其中列出的符号都是常用符号，无论是它们的使用还是它们本身，都没有约束力！ISO 80000 简直是官僚主义反面典型。

本文使用的数学符号，特别是用于数学运算和关系的符号，以及它们的历史起
Ref 360 源如下表所示。学者们对他们的历史细节进行了广泛的研究。其它符号有更复杂的
Ref 361 起源。&符号是拉丁语 *et* 的缩写，意思是“和, and”，在其变体中通常更为明显。

现代拉丁字母句子中使用的每个标点符号，诸如 , . ; : ! ? ‘ ’ » « – ( ) ... 全都有
Ref 362 自己的历史。许多来自古希腊，问号来自查理曼宫廷，感叹号最早出现在 16 世
Ref 363 纪。*[2]@或 *at* 符号可能源于拉丁语 *ad* 的中世纪缩写，意思是“at”，类似于&符号从拉丁语 et 演变而来。近年来，笑脸(*smiley*) :-)等颜文字流行起来。笑脸实际上是诗人 Alcanter de Brahm (b. 1868 Mulhouse, d. 1942 Paris)于 1899 年提出的“讽刺点(point of irony)”的新版本，但“讽刺点”没有成功。

Ref 364 古文学家保罗·莱曼(Paul Lehmann)说，分节符号 § 的历史可以追溯到 13 世纪意大利北部。它源于 *capitulum* (“小标题”或“章节”)的大写首字母 C 的装饰性版本。该标志首先出现在法律文本中，沿用至今，后传播到其它领域。

段落符号 ¶ 来源于一种更简单的古代形式，看起来像希腊字母 Γ，这种符号从古希腊手稿一直用到中世纪，用来标记新段落的开始。在中世纪，它采用了现代形式，可能是因为前面加了一个表示 *caput* 的字母 c。

Ref 365 最重要的符号之一，是分隔单词的空格，源于凯尔特人和日耳曼人使用拉丁字母的影响。根据所讨论的语言，它在九世纪到十三世纪之间变得常见。

---

[1]* 罗伯特·雷科德(Robert Recorde, b. *c.*1510 Tenby, d. 1558 London)数学家和医生；他因债务在狱中去世。引文来自他的《磨石(*The Whetstone of Witte*, 1557)》。可以在 en.wikipedia.org/wiki/Equals_sign 找到引文的图片。通常认为该引文是等号的首次引入；关于意大
Ref 360 利数学家在雷科德之前使用等号的说法没有令人信服的例子支持。

[2]* 括号见 J.Lennard 的著作《但我坚持(*But I Digress*, Oxford University Press, 1991)》。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 55 数学记号与符号的历史。

符号	含义	起源
$+, -$	加, 减	Johannes Widmann,1489; 加号源自拉丁语“et”
$\sqrt{}$	平方根	1525 年，Christoff Rudolff 使用过;
$=$	等于	罗伯特·雷科德, 1557
$\{\ \}, [\ ], (\ )$	分类	使用始于十六世纪
$>, <$	大于, 小于	托马斯·哈里奥特 1631
$\times$	乘以	威廉·奥特雷德 使之流行, 1631
$\boldsymbol{a^n}$	a 的 n 次幂	勒内·笛卡尔 1637
$\boldsymbol{x, y, z}$	坐标或未知量	勒内·笛卡尔 1637
$ax+by+\ c=0$	含未知量的等式	勒内·笛卡尔 1637
∞	无穷	约翰·沃利斯 1655
$\mathrm{d}/\mathrm{d}x,\ \mathrm{d}x,\ \int y\mathrm{d}x$	求导, 微分, 积分	莱布尼茨 1675
$:$	除以	莱布尼茨 1684
$\cdot$	乘以	莱布尼茨 *c*.1690
$\boldsymbol{a_1, a_n}$	indices	莱布尼茨 *c*.1690
$\sim$	相似或相近	莱布尼茨 *c*.1690
π	圆周率	威廉·琼斯 1706
φx	x的函数	约翰·伯努利 1718
$fx,\ f(x)$	x的函数	欧拉 1734
$\boldsymbol{e}$	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$	欧拉 1736
$\boldsymbol{f'(x)}$	x处的导数	拉格朗日 1770
$\Delta x,\ \sum$	求差，求和	欧拉 1755
$\prod$	求积	高斯 1812
i	虚数单位, $+\sqrt{-1}$	欧拉 1777
$\neq$	不等于	欧拉，十八世纪
$\boldsymbol{\partial/\partial\ x}$	偏导数	勒让德“d”草体, 1786；雅可比使之流行, 1841
$n!$	阶乘	Christian Kramp 1808
Δ	拉普拉斯算子	Robert Murphy 1833
$\lvert x\rvert$	绝对值	Karl Weierstrass 1841
∇	nabla 算子	哈密顿引入, 1853；泰特命名, 1867
$\subset, \supset$	集合包含	Ernst Schröder in 1890
$\cup, \cap$	集合的并与交	皮亚诺,1888
$\in$	元素属于	皮亚诺,1888
$\otimes$	并矢, 张量积或外积	不明
$\langle\boldsymbol{\psi}\rvert, \lvert\boldsymbol{\psi}\rangle$	左矢量, 又矢量	狄拉克, 1930
$\emptyset$	空集	André Weil, 二十世纪初
$[x]$	量x的度量单位	二十世纪

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

历法

记录时间的诸多方法因文化而异。最常见的历法，也就是本文使用历法，恰是最荒谬的历法之一：它是多方政治力量之妥协。

在古代，诸独立地方实体，如部落或城市，更喜欢月亮历(*lunar* calendar)，因为阴历很容易在地方上组织。这导致用月份作为历法单位。中央集权之地常实行基于年份的太阳历(*solar* calendar)。阳历需要组织起一群天文学家、需要一个中央机构才行。出于各种原因，农民、政治家、税务人员、天文学家以及一些(但不是全部)宗教团体希望历法尽可能精确地遵循太阳年。调和日与年导致了闰日；调和月与年导致了月的长度不同；于是不同的历法大有不同。最常用的年-月结构是由凯撒在两千多年前组织的，被称为儒略历(*Julian calendar*)。

该系统仅在几年后就遭到破坏：七月以尤里乌斯·凯撒(Julius Caesar)的名字命名，八月以奥古斯都(Augustus)的名字命名，为了表明奥古斯都和凯撒一样伟大，这个月本来只有 30 天的八月延长至 31 天，下半年的所有月份长度都发生了变化，二月又缩短了一天。

Ref 366

Chapter 6：奇趣挑战:星期

星期是巴比伦人搞出来的。巴比伦星期中的某一天是“邪恶”或“不幸”的，所以最好在那一天什么都不做。现代星期和休息日最初就源于这种迷信。(占星术迷信和天文学一起确定工作日顺序的方式在引力一节中解释过。)虽然星期约有三千年的历史，但直到公元 300 年左右，即西罗马帝国末期，它才完全被纳入儒略历。儒略历的最后一次变化发生在 1582 年至 1917 年之间(取决于不同国家)，用更精确的太阳年测量方法来确定闰日，并沿用至今。再加上日期重置和星期的固定，这套标准被称为格里高利历(*Gregorian calendar*)或简称为公历或现代历法。它被世界上大多数人口使用。

尽管现代历法很复杂，但它确实可以让你在脑海中确定给定日期的星期，只需以下六步：

1. 取年份的最后两位数字(本世纪第几年)，除以 4，舍弃余数；
2. 加上年份的最后两位数(本世纪第几年)；
3. 如果在闰年的一月或二月，则减 1；
4. 20 几几年或 16 几几年加 6，17 几几年或 21 几几年加 4，
   18 几几年或 22 几几年加 2，19 几几年或 15 几几年加 0；
5. 加上本月的第几天；
6. 第几月就加 144 025 036 146 这十二个数中的第几个。

除以 7 后的余数表示一周中的哪一天：1-2-3-4-5-6-0 表示星期日、星期一、星期二、星期三、星期四、星期五和星期六。*[1]

[1]* 日期 4.4、6.6、8.8、10.10、12.12、9.5、5.9、7.11、11.7 和 2 月的最后一天都落在一周的同一天，即一年的中间结果加 4。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

计年起点是个选择问题。与政治权力结构无关的最古老的方法是古希腊使用的方法：从第一届奥运会开始计年。例如，人们过去常说他们出生在第二十三届奥运会的第一年。后来，政治权力总是从一些重要事件开始计算年份。*[1]也许重新引入奥运计数值得考虑？

人名

在中日韩(*China, Japan, Corea*[*2])，姓氏放在名字前面。例如，日本第一位诺贝尔物理学奖得主汤川秀树。印度人通常(但并非总是)没有姓氏；在这些情况下，会用父名代替。在俄罗斯，谈话中很少使用姓氏，而用父名。例如，列夫·朗道(Lev Landau)被称为列夫·达维多维奇(Lev Davidovich, “大卫之子”)。此外，俄语音译不规范，因国家和传统而异。例如，人们会发现陀思妥耶夫斯基的名字有各种拉丁转写(Dostojewski, Dostoevskij, Dostoïevski and Dostoyevsky)。在荷兰，从不使用正式名字，每个人都有一个半正式的名字，例如，杰拉德·特·胡夫特(Gerard ’t Hooft)的正式名字是杰拉杜斯(Gerardus)。在德国，一些姓氏有特殊的发音，例如，福格特(Voigt)的发

---

[1]* 目前的计年法是在中世纪定义的，将罗马建国定为公元前 753 年(753 bce, 753 *before the Common Era*)。这使公元前的年份表现得像负数似的。注意，公元前 1 年之后直接是公元 1 年：没有 0 年。

罗马帝国制定的其它一些标准解释了文本中使用的几个缩写：

- c. 是拉丁词 *circa* 的缩写，意思是“大约”；
- i.e. 是拉丁词 *id est* 的缩写，意思是“即，也就是’;
- e.g. 是拉丁词 *exempli gratia* 的缩写，意思是‘例如’;
- ibid. 是拉丁词 *ibidem* 的缩写，意思是‘同上’;
- inf. 是拉丁词 *infra* 的缩写，意思是‘下文’;
- op. cit. 是拉丁词 *opus citatum* 的缩写，意思是‘被引用的作品’;
- et al. 是拉丁词 *et alii* 的缩写，意思是‘以及其它’.

顺便说一句，*idem* 意味着“相同”，*passim* 意味着“到处、通篇”或“整个”。物理学中使用的许多术语，如频率(frequency)、加速度(acceleration)、速度(velocity)、质量(mass)、力(force)、动量(momentum)、惯性(inertia)、引力(gravitation)、温度(temperature)，都来自拉丁语。两千多年来，拉丁语一直是科学语言，至少其词汇是。在罗马时代，是拉丁语词汇和拉丁语语法，在现代，先是法语语法配拉丁语词汇，后在短时间内转向了德语语法与拉丁词词汇，再有又转向了英美语法与拉丁词汇。

Ref 367 下一附录会提到，许多计量单位也可以追溯到罗马时代。甚至是希腊技术术语，如“陀螺仪(gyroscope)”、“熵(entropy)”或“质子(proton)”等也可以追溯到罗马时代。

[2]* Corea 被日本军队“避讳”拼写为“Korea”，因为将军们无法忍受 Corea 在字母表中先于 Japan。我可没开玩笑哈。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

音为“Fohgt”。在中世纪和文艺复兴时期的意大利，人们只用名字称呼，如米开朗基罗(Michelangelo)或伽利略(Galileo)，或者经常用名字加上一个不是他们家族姓氏的个人姓氏，如尼科洛·塔尔塔利亚(Niccolò Tartaglia)或莱昂纳多·斐波那契(Leonardo Fibonacci)。在古罗马，人们的名字通常是他们的姓氏，而姓氏是中间名。例如，西塞罗(Cicero)的姓氏是图利乌斯(Tullius)。因此，西塞罗引入的法律被称为“塔利亚法(lex Tullia)”。在古希腊，没有姓氏，人们只有一个名。在英语中，使用希腊名的拉丁语版本，如德谟克利特(Democritus)。

缩写·名祖·概念

以下这种句子简直是现代物理学的灾难：

> 借助 Schrödinger 方程的 WKB 近似，Bohm formulation 中的 EPR 佯谬或许可以通过 GRW 方法来解决。

使用这样的黑话，无疑是把门外汉继续拒之门外的好法子。(其实这个句子是无意义的，因为“GRW 方法”是错误的。)这个句子不仅用了缩写，还用人名来给概念冠名，这种做法称为 *eponym*(名祖, なおや)。尊贤名祖，最初是为了纪念人的杰出成就，但如今，发现重要的新定律或新物理量越来越难，几乎不再可能，越来越多的名祖词变成了一种虚名。

名祖也是科学家缺乏想象力的证明。我们此行尽可能不用它们，并尽可能为数学方程或其它实体起一个顾名思义的通用名。不可避免的人名将被用作其它名词的同位语，例如，“牛顿运动方程”不会被简称为“牛顿方程”，“爱因斯坦场方程”不叫“爱因斯坦方程”，说“海森堡运动方程”而不是“海森堡方程”。

然而，有些不可避免的例外：现代物理学中使用的某些术语没有真正的替代品，比方说：玻尔兹曼常数、普朗克尺度、康普顿波长、卡西米尔效应、李群。作为补偿，本文确保您可以使用索引查找这些概念的定义。本文试图提供愉快的阅读体验。

Ref 368

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Appendix B

单位·测量·常量

测量(*measurement*)是与标准相比较。标准以单位(*units*)为基础。世界各地使用许多不同的单位制(单位系统,systems of units)。大多数标准都使负责组织获得权力，这种权力可能被滥用，过去如此，如今亦然，例如计算机行业。过去和现在的解决方案都是一样的：组织一个独立的全球标准。在 18 世纪，为了避免计量单位被专制机构滥用，为了消除计量标准分歧、不定、不可复制的问题，为了简化征税并使之更加公正，一群科学家、政治家、经济学家通过了一套单位，它被称为国际单位制(*Système International d'Unités*)，缩写为 SI，由一项国际条约"米制公约(Convention du Mètre)"定义。这些单位由"国际计量大会(CGPM)"及其子组织"国际计量委员会(CIPM)"和"国际计量局(BIPM)"维护。这一切都起源于法国大革命前夕。

Ref 369

SI 单位

所有 SI 单位都由七个基本单位组成。以下是它们的定义，以及它们的制定日期和一些评论(译者注:秒 米 坎德拉的翻译按国家标准 GB 3100-93)：

- "秒是铯 133 原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的 9 192 631 770 个周期的持续时间。" (1967) 2019 版定义与此等价，却更不清晰。*1
- "米是光在真空中(1/299 792 458) s 时间间隔内所经路径的长度。" (1983) 2019 版定义与此等价，却更不清晰。*1
- "千克，符号 kg，是质量的 SI 单位。以 J·s，即 $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$ 为单位，并将普朗克常数 h 的固定数值取为 $6.626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$，从而 kg 得以定义。"(2019) *1
- "安培，符号 A，是电流的国际单位制。以 C，即 A·s 为单位，将基本电荷 e 的固定数值取为 $1.602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$，从而 A 得以定义。" (2019) *1 这个定义等价于：1 安培等于每秒 $6.241\,509\,074\ldots \cdot 10^{18}$ 个基本电荷。
- "开尔文，符号 K，是热力学温度的 SI 单位。以 $J\,K^{-1}$ 为单位，将玻尔兹曼常数 k 的固定数值设为 $1.380649 \cdot 10^{-23}$，从而 K 得以定义。" (2019) *1
- "摩尔，符号 mol，是物质的量(amount of substance)的国际单位。1 摩尔精确包含 $6.02214076 \cdot 10^{23}$ 个元素实体(elementary entities)" (2019) *1
- "坎德拉是一光源在给定方向上的发光强度，该光源发出频率为 $540 \cdot 10^{12}$ Hz 的单色辐射，且在此方向上的辐射强度为(1/683)W/sr。"(1979) 2019 版定义与此等价，

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

却更不清晰。*1

我们注意到，时间和长度单位都被定义为标准运动(也就是光)的某些属性。换言之，国际计量大会也指出，观测运动是定义和构建时间和空间概念的先决条件。运动是每次观测和一切测量的基础。顺便一提，巴比内特*2早在 1827 年就提出了用光来定义的观点。

所有其它单位都由这些基本单位相乘除而定义，所有 SI 单位都有如下性质：

- SI 单位是一套精度顶尖的系统：所有单位的精度都高于通常测量精度。其定义的精确性也在不断提高。秒的定义目前的相对不确定度约为 10^{-14}，米约为 10^{-10}，千克约为 10^{-9}，安培约为 10^{-7}，摩尔小于 10^{-6}，开尔文约为 10^{-6}，坎德拉约为 10^{-3}。
- SI 单位是一套绝对系统：所有定义的单位都可以在任何装备适当的实验室中独立、高精度地复现。这就尽可能避免了标准制定组织的错误。其实，国际单位制如今在尽可能贴近普朗克自然单位：SI 如今定义了七个常数 $\Delta\nu_{Cs}, c, \hbar, e, k, N_A, K_{cd}$。经过 200 多年的讨论，CGPM 如今“修修补补”就可以了。
- SI 单位是一套实用系统：基本单位是日常大小的量，常用单位有标准名和缩写。除了基本单位还有辅助单位、导出单位、认可单位。

SI 辅助单位(supplementary unit)有两个：(平面)角单位是弧度(rad, *radian*)，是弧长与半径之比；立体角定义为球面面积与半径平方之比，单位为球面度(sr, *steradian*)。

有专名的导出单位(derived units)，其名称首字母不大写，不带重音符号：

名称	缩略(Abbreviation)	名称	缩略(Abbreviation)
赫兹 hertz	Hz = 1/s	牛顿 newton	N = kg m/s^2
帕斯卡 pascal	Pa = N/m^2 = kg/m s^2	焦耳 joule	J = Nm = kg m^2/s^2
瓦特 watt	W = kg m^2/s^3	库伦 coulomb	C = As
伏特 volt	V = kg m^2/As^3	法拉第 farad	F = As/V = A^{2}s^4/kg m^2
欧姆 ohm	Ω = V/A = kg m^2/A^{2}s^3	西门子 siemens	S = 1/Ω
韦伯 weber	Wb = Vs = kg m^2/As^2	特斯拉 tesla	T = Wb/m^2 = kg/As^2 =kg/Cs
亨利 henry	H = Vs/A = kg m^2/A^{2}s^2	摄氏度	°C (see definition of kelvin)
流明 lumen	lm = cd sr	勒克斯 lux	lx = lm/m^2 = cd sr/m^2
贝可 becquerel	Bq = 1/s	戈瑞 gray	Gy = J/kg = m^2/s^2
希沃特 sievert	Sv = J/kg = m^2/s^2	开特 katal	kat = mol/s

Ref 370

1* 七个单位的符号是 s、m、kg、A、K、mol、cd。完整官方定义见 www.bipm.org。有关铯原子能级的更多详细信息，请参阅介绍原子物理的书。温度 θ 的摄氏度定义为：θ/°C=T/K−273.15；注意与开尔文定义中出现的数字略有不同。在坎德拉的定义中，光的频率对应于 555.5 nm，即绿色，在眼睛最敏感的波长附近。

2* 雅克·巴比内特(Jacques Babinet, 1794-1874)，法国物理学家，在光学领域做出重要工作。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

我们注意到，在所有单位的定义中，千克只有 1、0 和-1 的幂次。你能试着解释一下原因吗？ Challenge 730 s

admitted 非 SI 单位是分钟、小时、天(用于时间)、度 1°=π/180 rad、分 1′=π/10800 rad、秒 1 ″ =π/648000 rad(用于角度)、升、吨等。应避免使用所有其它单位。

通过引入标准名和十幂次的缩写，即所谓的前缀*[1]，所有国际单位都变得更加实用(译者注:此处 SI 词头翻译按国家标准 GB 3100-93)：

幂次	名称			幂次	名称		
10^{1}	十	da	deca	10^{-1}	分	d	deci
10^{2}	百	h	hecto	10^{-2}	厘	c	centi
10^{3}	千	k	kilo	10^{-3}	毫	m	milli
10^{6}	兆	M	Mega	10^{-6}	微	μ	micro
10^{9}	吉	G	Giga	10^{-9}	纳	n	nano
10^{12}	太	T	Tera	10^{-12}	皮	p	pico
10^{15}	拍	P	Peta	10^{-15}	飞	f	femto
10^{18}	艾	E	Exa	10^{-18}	阿	a	atto
10^{21}	泽	Z	Zetta	10^{-21}	仄	z	zepto
10^{24}	尧	Y	Yotta	10^{-24}	幺	y	yocto
非官方：				非官方：			
10^{27}		X	Xenta	10^{-27}		x	xenno
10^{30}		W	Wekta	10^{-30}		w	weko
10^{33}		V	Vendekta	10^{-33}		v	vendeko
10^{36}		U	Udekta	10^{-36}		u	udeko

SI 单位是一套完备系统：它们以系统的方式覆盖了物理学的全部可观测量，也为其它所有科学确定了测量单位。

SI 单位是一套通用系统：它们可以在贸易、工业、商业、家庭、教育和研究中

[1]* 其中一些名称是发明出来的(yocto 听着像拉丁语 *octo*'eight'，zepto 听着像拉丁语 *septem*，*yotta* 和 *zetta* 类似，exa 和 peta 听着像希腊语单词 ἕξκις 和 πεντάκις，表示“六”和“五”，非官方名称听着像希腊语单词九、十、十一、十二)；有些来自丹麦语/挪威语(atto 来自 *atten*'18'，femto 来自 *femten*'15')；有些来自拉丁语(来自 *mille*“千”，来自 *centum*“百”，来自 *decem*“十”，来自 *nanus*“矮”)；有些来自意大利语(来自 *piccolo*“小”)；有些是希腊语(micro 来自 μικρός “小”，deca/deka 来自 δεκα“十”，hecto 来自 ἑκατόν“百”，kilo 来自 χίλιοι“千”，mega 来自 μυγα“大”，giga 来自 γυγ“巨”，tera 来自 τορα“怪物”)。

翻译成人话： 我遇到了交通堵塞，1 微世纪的时间才能移动 1 皮的秒差距(parsec)，我汽车油耗很大：十分之二平方毫米。 Challenge 731 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

使用。甚至要是有外星人，它们也能用。

SI 单位是一套自洽的系统：两个 SI 单位相乘或相除，还是一个 SI 单位。这意味着原则上，任何单位都可以是 SI 单位。

SI 单位并不是唯一能满足所有这些要求的单位，但却是唯一能满足这些要求的现有系统。*[1]

测量的意义

Challenge 732 e

每次测量都是与标准的比较：都需要物质来实现其标准(即使是速率标准)，需要辐射来实现比较。因此，测量预设了物质和辐射存在，并且可以清楚地相互分开。

每次测量都是比较。因此，测量意味着空间和时间存在，并且它们彼此不同。

每次测量都会产生一个测量结果。因此，每次测量都意味着结果的存储。因此，测量过程意味着可以区分测量前后的情况。换言之，每次测量都是个不可逆过程。

每次测量都是一个过程。因此，每次测量都需要一定的时间和一定的空间。

所有这些测量的属性都很简单但很重要。警惕任何否认它们的人。

奇趣挑战：单位

不用 SI 单位可能代价高昂。1999 年，NASA 在火星上失去了一颗卫星，因为一些程序员在部分代码中使用了英制而不是 SI 单位。由于使用英尺而不是米，火星气候轨道器(Mars Climate Orbiter)撞上了火星，而不是绕行；损失约为 1 亿欧元。*[2]

**

在 1900 年，1 秒是 1 天的 1/86 400，但今天不是了，地球现在自转一周约要 86 400.002 秒，因此国际地球自转服务(*International Earth Rotation Service*)必须定期闰

---

[1]* 除了国际单位，还有英制单位(imperial units)。大多数仍在使用的英制单位都起源于罗马。英里(mile)来自 milia passum，过去是一千(双)步，每步约 1480 mm；曾定义为地表弧分的海里(nautical mile)，今定义为 1852 米。英寸(inch)来自 *uncia*/*onzia* (十二分之一，现在是一英尺(foot))。磅(pound, 来自 *pondere* '重')被用以翻译 *libra* (秤)，*libra* 是其缩写 lb 的起源。用打(十二，dozen)而不是十来计数的习惯也是罗马起源。这些所有其它类似的有趣单位——比如所有单位都以“f”开头，并使用 furlong/fortnight 作为速度单位的系统——现在都被正式定义为国际单位的倍数。

[2]* 这个故事让人想起一则古老但虚假的都市传说，声称世上只有三个国家不使用 SI 单位：利比里亚、美国、缅甸。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

秒，以确保太阳在 12 点的时候时处于天空的最高点。*[1]这样定义的时间称为协调世界时(*Universal Time Coordinate*)。地球每天的自转速率都随季节不规则变化；平均转速甚至在冬夏之间由于极地冰盖的变化而变化；此外，由于潮汐摩擦，平均转速会随着时间的推移而降低。因此，闰秒的插入率高于每 500 天一次，并且在时间上不是恒定的。

**

Ref 372
Ref 373
有史以来用微波制造的最精确的时钟在 500 秒内的运行误差稳定在 10^{-16}。对于更长的时间，1997 年的记录约为 10^{-15}；10^{-17} 左右的数值似乎也在技术范围内。时钟精度在短测量时间内受到噪声的限制，在长测量时间内则受到漂移(*drift*)(即系统效应)的限制。最高稳定区间取决于时钟类型；通常在光学时钟的 1 ms 到微波激射器的 5000 s 之间。

**

物理学基本常数中，测量最不精确的是引力常数 G 和宇宙及其密度的强耦合常数 α_s。更不精确的是宇宙的年龄和密度。(见 Table 60)

**

固体质量的测量精度受到吸水等简单效应的限制。你能估算出 1 公斤金属上的单层水的质量吗？ Challenge 733 s

**

在千禧年之前，热能曾以卡路里(*calorie*)为单位度量，记作 cal。1 cal = 4.1868 J 是将 1 g 水加热 1 K 所需的能量。为了把事情搞复杂，1 kcal 通常写作 1 Cal。(人们叫它们大卡和小卡。)

**

国际单位制适用于人体：心率、身高、体重、体温，人体诸量都与单位值相差不超过几个数量级。因此，国际单位制(粗略)实现了普罗泰戈拉(Protagoras)在 2500 年前所说的："人是万物的尺度。"

**

有些单位系统特别不适合人类。最臭名昭著的就是鞋码。它是个纯数，计算如下

[1]* 他们的网站 hpiers.obspm.fr 提供了更多相关信息，也可以看看为数不多有用的军事网站之一 maia.usno.navy.mil。另见 bipm 的网站 www.bipm.fr。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

$$
\begin{aligned}
S_{\text{France}} &= 1.5\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\text{cm}) \\
S_{\text{central Europe}} &= 1.5748\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\text{cm}) \\
S_{\text{Anglo-Saxon men}} &= 1.181\ \text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\text{cm}) - 22
\end{aligned}
\tag{126}
$$

其中 l 是脚的长度，矫正长度取决于制造公司。此外，Anglo-Saxon 公式对妇女和儿童无效，出于营销原因，第一个因子取决于制造商和尺寸本身。ISO 鞋码标准要求以毫米为单位的脚长。

**

SI 前缀表跨越了 72 个数量级。还需要多少个前缀呢？然而即使是再怎么扩展列表，也终究只能包括无限可能性中的一小部分。计量委员会难道要定义无数个 SI 前缀吗？为什么？

Challenge 734 s

**

21 世纪的纺织业用三种测量系统来表示纤维的细度(纱支数)。这三种系统都用线质量密度 m/l。SI 单位 tex=1 g/km。另一种系统是丝绸专用的，以 *Denier* 为单位：1 den=1/9 g/km。第三种系统用 *Number English*，定义为一磅重的棉线长数。1 hank = 7 leas, 1 lea = 120 yards, 1 yard = 3 feet。此外，亚麻、羊毛的纱支数都有所不同，取决于处理方法。阅读关于纺织单位的内容，实在是无聊又折磨。

**

法国哲学家伏尔泰会见牛顿后，发表了如今著名的故事，即牛顿看到一颗苹果从树上落下，于是发现了物体坠落与月球运动之间的联系。一个多世纪后的法国大革命前夕，一个科学家委员会决定将引力施加在标准苹果(*standard apple*)上的力作为力的精确单位，并以牛顿之名命名。经过广泛研究，发现标准苹果的质量为 101.9716 克，其重量被称为 1 newton。从那时起，参观巴黎附近塞弗尔(Sèvres)博物馆的游客就可以欣赏到标准米、标准公斤、标准苹果。*[1]

[1]* 这是一则笑话，现实中并没有标准苹果。但不开玩笑，英国和美国的几棵苹果树被其主人声称是从牛顿悟道的原始树移栽而来的后裔。甚至测了 DNA，以确定所有这些是否都来自同一棵树。结果毫不奇怪，与英国的苹果树相比，麻省理工学院的苹果树是假的。

Ref 374

译者注:天津大学、汕头大学、上海科学会堂、上海辰山植物园等地也有“牛顿苹果树”。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

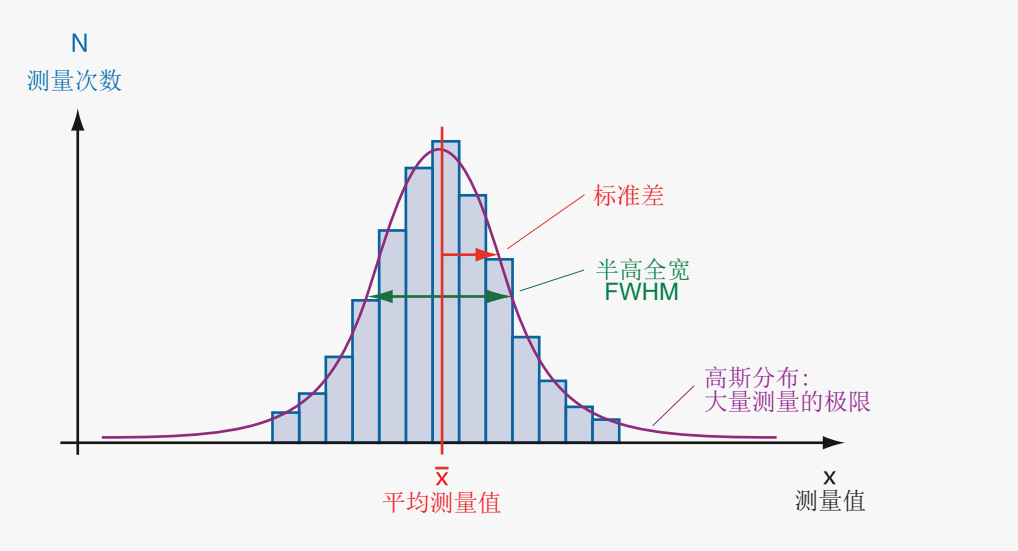


Figure 304 精度实验及其测量分布。如果分布的宽度窄，则精度高；如果分布的中心与实际值一致，则准度很高。

测量的精确度与准确度

测量是物理学的基础。每次测量都有误差(*error*)。误差是由于缺乏精度或准度。精度(*precision*)是指重复测量时结果的再现程度；准度(*accuracy*)是测量值与实际值相符的程度。

精度不足是由于意外或随机误差(*random error*)造成的，它由标准差(*standard deviation*)来衡量，通常缩写为 σ，其定义为

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{127}$$

Challenge 735 s 其中 $\bar{x}$ 是测量值 x_i 的平均值。(为什么公式中使用 $n-1$ 而不是 n 呢？)

对于大多数实验，只要测量次数增加，测量值的分布就会趋向于正态分布，也称为高斯分布。如 Figure 304 所示，该分布由以下表达式描述

$$N(x) = e^{-\frac{(x_i-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \tag{128}$$

Challenge 736 e 标准差的平方 σ^2 也叫方差(*variance*)。对于测量值的高斯分布，2.35σ 是半高全宽(full width at half maximum)。

缺乏准度是由系统误差(*systematic errors*)造成的，这通常只能被估计。

系统误差与随机误差相加，产生总实验误差，有时也称为总不确定度(*total uncertainty*)。相对误差或相对不确定度是误差与测量值的比值。 Ref 375

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

例如，专业测量会给出 0.312(6) m 这种结果。括号内的数字是标准偏差 σ，单位与最后一位数字相同。如上所述，假设测量结果为高斯分布，则 0.312(6) m 的值意味着实际值预期为

Challenge 737 e

在 1σ 以内的概率为 68.3%；在本例中为 0.312±0.006 m 以内；
在 2σ 以内的概率为 95.4%；在本例中为 0.312±0.012 m 以内；
在 3σ 以内的概率为 99.73%；在本例中为 0.312±0.018 m 以内；
在 4σ 以内的概率为 99.9937%；在本例中为 0.312±0.024 m 以内；
在 5σ 以内的概率为 99.9999 943%；在本例中为 0.312±0.030 m 以内；
在 6σ 以内的概率为 99.99999 80%；在本例中为 0.312±0.036 m 以内；
在 7σ 以内的概率为 99.9999 999 74%；在本例中为 0.312±0.041 m 以内。
(更后面的数字有意义吗？)

Challenge 738 s

注意，标准差只有一位数字，你必须是世界级专家才能用两位，傻瓜才用更多。若未给出标准差，则默认为(1)。因此，对于专业人士，1 km 和 1000 m 不同！

当两个测量值 A 和 B 相加或相减时，误差怎么变化？如果所有测量值都是独立的或不相关的，则和或差的标准差$\sqrt{\sigma = \sigma_A^2 + \sigma_B^2}$。对于两个所测的不相关值 C 和 D 的乘积或比值，结果为$\sqrt{\rho = \rho_A^2 + \rho_B^2}$，其中 ρ 是相对标准偏差。

Challenge 739 s

假设你测量到一个对象在 3.0 s 内移动了 1.0 m：测得的速率值是多少？

精准极限

准度和精度的极限是什么？原则上，无法以高于约 61 位数字的精度测量长度 x，因为自然界的最大和最小可测量长度之比为 $\Delta x/x > l_{Pl}/d_{horizon} = 10^{-61}$。(这个比值是否也适用于力或体积？)在最后一卷，对尺与钟的研究会加强该理论极限。

Challenge 740 e
Vol.VI page 94

但不难推断出更严格的实际限制。可设想的最高精度，就是用有史以来的最小长度(约10^{-19}m)的机器来测量地球直径，这大约是 26 位数的精度。若用 1000 米大小的机器，就是现实的 22 位数字的极限。若是如前所述，时间测量真的达到了 17 位数的精度，那就接近了实际极限，因为除了尺寸外，还有个实际限制：成本。测量精度的提高通常意味着设备成本的提高。

物理常数

物理学中，一般观测是从更基本的观测中导出的。因此，许多测量值可以从更基本的测量值中导出。最基本的测量是物理常数的测量。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

下表给出了标准参考文献公布的世界上最重要的物理常数和粒子特性的最佳值，以国际单位制和其它一些常用单位表示。这些值是迄今全世界最佳测量值的平均。实验误差，包括随机误差和估计的系统误差，一如既往由括号内的标准偏差表示。下表中的每个数字背后都有一串值得讲述的故事，但这里实在是没有足够的空间。

Ref 376
Ref 377

原则上，物质的所有定量性质都可以用量子理论(更确切地说，是粒子标准模型)和下表给出的一组基本物理常数来计算。例如，原则上，任何材料的颜色、密度和弹性都可以通过这种方式预测。

Vol.V page 261

Table 57 基本物理常量。

量	符号	值(SI 单位)	不确定度 [a]
用以定义 SI 测量单位的常数			
真空光速 [c]	c	299 792 458 m/s	0
普朗克常数 [c]	h	$6.626\,070\,15\cdot10^{-34}$ Js	0
约化普朗克常数，动作量子	$\hbar$	$1.054\,571\,817...\cdot10^{-34}$ Js	0
正电子电荷 [c]	e	0.160 217 6634 aC	0
玻尔兹曼常数 [c]	k	$1.380\,649\cdot10^{-23}$ J/K	0
阿伏伽德罗常数	N_A	$6.022\,140\,76\cdot10^{23}$ 1/mol	0
理应用以定义 SI 测量单位的常数			
万有引力常数	G	$6.674\,30(15)\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2	$2.2\cdot10^{-5}$
其它基本常数			
时空维度数目		3+1	0 [b]
精细结构常数 [d] 或	$\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$	1/137.035 999 084(21)	$1.5\cdot10^{-10}$
电磁耦合常数	$= g_{em}(m_e^2c^2)$	= 0.007 297 352 5693(11)	$1.5\cdot10^{-10}$
费米耦合常数 [d] 或	$G_F/(\hbar c)^3$	$1.166\,3787(6)\cdot10^{-5}$ GeV^{-2}	$5.1\cdot10^{-7}$
弱耦合常数	$\alpha_W(M_Z) = g_W^2/4\pi$	1/30.1(3)	$1\cdot10^{-2}$
强耦合常数 [d]	$\alpha_s(M_Z) = g_s^2/4\pi$	0.1179(10)	$8.5\cdot10^{-3}$
弱混合角	$\sin^2\theta_W\,(\overline{MS})$	0.231 22(4)	$1.7\cdot10^{-4}$
	$\sin^2\theta_W\,(on\ shell)$	0.222 90(30)	$1.3\cdot10^{-3}$
	$= 1-(m_W/m_Z)^2$		
CKM 夸克混合矩阵	$\lvert V\rvert$	$\begin{pmatrix} 0.97383(24) & 0.2272(10) & 0.00396(9) \\ 0.2271(10) & 0.97296(24) & 0.04221(80) \\ 0.00814(64) & 0.04161(78) & 0.999100(34) \end{pmatrix}$	
Jarlskog 不变量	J	$3.08(18)\cdot10^{-5}$	
PMNS 中微子混合矩阵	$\lvert P\rvert$	$\begin{pmatrix} 0.82(2) & 0.55(4) & 0.150(7) \\ 0.37(13) & 0.57(11) & 0.71(7) \\ 0.41(13) & 0.59(10) & 0.69(7) \end{pmatrix}$	

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

量	符号	值(SI 单位)	不确定度 [a]
电子质量	m_e	$9.109\,383\,7015(28)\cdot10^{-31}$ kg	$3.0\cdot10^{-10}$
		$5.485\,799\,090\,65(16)\cdot10^{-4}$ u	$2.9\cdot10^{-11}$
		0.510 998 950 00(15) MeV	$3.0\cdot10^{-10}$
μ 子质量	m_μ	$1.883\,531\,627(42)\cdot10^{-28}$ kg	$2.2\cdot10^{-8}$
		105.658 3755(23) MeV	$2.2\cdot10^{-8}$
τ 子质量	m_τ	1.776 82(12) GeV/c^2	$6.8\cdot10^{-5}$
电中微子质量	$m_{\nu e}$	< 2 eV/c^2	
μ 中微子质量	$m_{\nu\mu}$	< 2 eV/c^2	
τ 中微子质量	$m_{\nu\tau}$	< 2 eV/c^2	
上夸克质量	u	21.6(+0.49/ − 0.26) MeV/c^2	
下夸克质量	d	4.67(+0.48/ − 0.17) MeV/c^2	
奇夸克质量	s	93(+11/ − 5) MeV/c^2	
粲夸克质量	c	1.27(2) GeV/c^2	
底夸克质量	b	4.18(3) GeV/c^2	
顶夸克质量	t	172.9(0.4) GeV/c^2	
光子质量	γ	$< 2\cdot10^{-54}$ kg	
W 玻色子质量	$W^\pm$	80.379(12) GeV/c^2	
Z 玻色子质量	Z^0	91.1876(21) GeV/c^2	
希格斯质量	H	125.10(14) GeV/c^2	
胶子质量	$g_{1,2...8}$	*c.* 0 MeV/c^2	

a . 不确定度：测量误差的标准偏差。

b. 测量范围为 10^{-19} 米至 10^{26} 米。

c. 定义常数。

d. 所有耦合常数都依赖 4-动量传递，如重正化(renormalization)一节所述。精细结构常数是电磁耦合常数g_{em}的旧称，在$Q^2 = m_e^2c^2$的 4-动量传递情况下，它是最小可能值。在更高的动量转移下，其值更大，例如$g_{\mathrm{em}}(Q^2 = M_W^2c^2) \approx 1/128$。相比之下，强耦合常数在动量传递较高时具有较低的值；例如$\alpha_s(34\mathrm{GeV}) = 0.14(2)$。

为什么这些基本常数的值是它们所是的这样？对于任何有量纲的基本常数，如动作量子 $\hbar$，其数值仅有历史意义，因为焦耳和秒的 SI 定义，它才是 $1.054\cdot10^{-34}$ Js。因此，为什么有量纲的常数的值不大于或小于的问题，终归是需要理解某个无量纲数的起源，该无量纲数给出了常数与相应自然单位之间的比率，那些自然单位(*natural unit*)由 c, G, k, N_A 和 $\hbar$ 定义。自然单位的详细信息和值见专门章节。

Vol.IV page 208

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

换言之，了解原子、人、树、群星的大小，了解分子和原子过程的持续时间，或原子核和山脉的质量，就是了解这些值与相应自然单位之间的比率。因此，理解自然界的关键正是理解所有测量比率，从而理解所有无量纲常数。这一探索，包括对精细结构常数α的理解，但只有在我们冒险的最后一卷中才能完成。

基本常数产生了以下有用的高精度观测结果。

Table 58 导出物理常量。

量	符号	值(SI 单位)	不确定度
真空磁导率	μ_0	1.256 637 062 12(19) μH/m	$1.5\cdot10^{-10}$
真空介电常数	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8.854 187 8128(13) pF/m	$1.5\cdot10^{-10}$
真空阻抗	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$	376.730 313 668(57) Ω	$1.5\cdot10^{-10}$
洛施密特数 (273.15K and 101 325 Pa)	N_L	2.686 780 111...$\cdot10^{25}$ 1/m3	0
法拉第常数	$F = N_A e$	96 485.332 12...C/mol	0
普适气体常数	$R = N_A k$	8.314 462 618...J/(mol K)	0
理想气体的摩尔体积 (273.15K and101 325 Pa)	$V = RT/p$	22.413 969 54... l/mol	0
里德伯常数 [a]	$R_\infty = m_e c\alpha^2/2h$	10 973 731.568 160(21) m^{-1}	$1.9\cdot10^{-12}$
电导量子	$G_0 = 2e^2/h$	77.480 917 29... μS	0
磁通量子	$\varphi_0 = h/2e$	2.067 833 848... fWb	0
约瑟夫森频率比	$2e/h$	483.597 8484... THz/V	0
克里青常数	$h/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$	25 812.807 45... Ω	0
玻尔磁子	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9.274 010 0783(28) yJ/T	$3.0\cdot10^{-10}$
经典电子半径	$r_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 m_e c^2$	2.817 940 3262(13)fm	$4.5\cdot10^{-10}$
电子的康普顿波长	$\lambda_C = h/m_e c$	2.426 310 238 67(73) pm	$3.0\cdot10^{-10}$
约化版本	$\lambda\!\!\!^{-}_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0.386 159 267 96(12) pm	$3.0\cdot10^{-10}$
波尔半径 [a]	$a_\infty = r_e/\alpha^2$	52.917 721 0903(80) pm	$1.5\cdot10^{-10}$
自旋量子	$h/2m_e$	3.636 947 5516(11) cm^2/s	$3.0\cdot10^{-10}$
正电子比荷	e/m_e	175.882 001 076(55) GC/kg	$3.0\cdot10^{-10}$
电子回旋频率	$f_c/B = e/2\pi m_e$	27.992 489 872(9) GHz/T	$3.0\cdot10^{-10}$
电子磁矩	μ_e	−9.284 764 7043(28) yJ/T	$3.0\cdot10^{-10}$
	μ_e/μ_B	−1.001 159 652 181 28(18)	$1.7\cdot10^{-13}$
	μ_e/μ_N	−1 838.281 971 88(11)$\cdot10^3$	$6.0\cdot10^{-11}$
电子 g 因子	g_e	−2.002 319 304 362 56(35)	$1.7\cdot10^{-13}$
μ 介子-电子质量比	m_μ/m_e	206.768 2830(46)	$2.2\cdot10^{-8}$
μ 介子磁矩	μ_μ	−4.490 448 30(10)$\cdot10^{-26}$ J/T	$2.2\cdot10^{-8}$
μ 介子 g 因子	g_μ	−2.002 331 8418(13)	$6.3\cdot10^{-10}$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

量	符号	值(SI 单位)	不确定度
原子质量单位	$1\ \mathrm{u} = m_{^{12}\mathrm{C}}/12$	1.660 539 066 60(50)·10^{-27} kg	3.0·10^{-10}
质子质量	m_p	1.672 621 923 69(51)·10^{-27} kg	3.1·10^{-10}
		1.007 276 466 621(53) u	5.3·10^{-11}
		938.272 088 16(29) MeV	3.1·10^{-10}
质子-电子质量比	$m_\mathrm{p}/m_\mathrm{e}$	1 836.152 673 43(11)	6.0·10^{-11}
质子比荷	e/m_p	9.578 833 1560(29)·10^{7} C/kg	3.1·10^{-10}
质子康普顿波长	$\lambda_{\mathrm{C,p}} = h/m_p c$	1.321 409 855 39(40) fm	3.1·10^{-10}
核磁子	$\mu_\mathrm{N} = e\hbar/2m_p$	5.050 783 7461(15)·10^{-27} J/T	3.1·10^{-10}
质子磁矩	μ_p	1.410 606 797 36(60)·10^{-26} J/T	4.2·10^{-10}
	μ_p/μ_B	1.521 032 202 30(46)·10^{-3}	3.0·10^{-10}
	μ_p/μ_N	2.792 847 344 63(82)	2.9·10^{-10}
质子旋磁比	$\gamma_p = 2\mu_p/h$	42.577 478 518(18) MHz/T	4.2·10^{-10}
质子 g 因子	g_p	5.585 694 6893(16)	2.9·10^{-10}
中子质量	m_n	1.674 927 498 04(95)·10^{-27} kg	5.7·10^{-10}
		1.008 664 915 95(43) u	4.8·10^{-10}
		939.565 420 52(54) MeV	5.7·10^{-10}
中子-电子质量比	$m_\mathrm{n}/m_\mathrm{e}$	1 838.683 661 73(89)	4.8·10^{-10}
中子-质子质量比	$m_\mathrm{n}/m_\mathrm{p}$	1.001 378 419 31(49)	4.9·10^{-10}
中子康普顿波长	$\lambda_{\mathrm{C,n}} = h/m_n c$	1.319 590 905 81(75) fm	5.7·10^{-10}
中子磁矩	μ_n	−0.966 236 51(23)·10^{-26} J/T	2.4·10^{-7}
	μ_n/μ_B	−1.041 875 63(25)·10^{-3}	2.4·10^{-7}
	μ_n/μ_N	−1.913 042 73(45)	2.4·10^{-7}
斯特凡-玻尔兹曼常数	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	56.703 744 19... nW/m^{2}K^4	0
维恩位移常数	$b = \lambda_\mathrm{max} T$	2.897 771 955... mmK	0
		58.789 257 57... GHz/K	0
电子伏特	eV	0.160 217 6634... aJ	0
比特-熵转换常数	$k\ \ln 2$	10^{23} bit = 0.956 994...J/K	0
TNT 能量含量		3.7 to 4.0 MJ/kg	4·10^{-2}

a. 设原子核质量无限大。

下表给出了本地环境的一些常用属性。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 59 天文常数。

量	符号	值
回归年(1900)[a]	a	31 556 925.974 7 s
回归年(1994)	a	31 556 925.2 s
平均恒星日	d	$23h\ 56'4.090\ 53''$
地日平均距离 [b]		149 597 870.691(30) km
天文单位 [b]	AU	149 597 870 691 m
光年，基于儒略年 [b]	al	9.460 730 472 5808 Pm
秒差距	pc	30.856 775 806 Pm = 3.261 634 al
地球质量	$M_{♁}$	$5.973(1)\cdot10^{24}$ kg
地心引力常数	GM	$3.986\ 004\ 418(8)\cdot10^{14}$ m^3/s^2
地球引力长度	$l_{♁} = 2GM/c^2$	8.870 056 078(16) mm
地球赤道半径 [c]	$M_{♁\mathrm{eq}}$	6378.1366(1) km
地球极半径 [c]	$M_{♁\mathrm{p}}$	6356.752(1) km
赤道-极点距离 [c]		10 001.966 km (平均)
地球扁平率 [c]	$e_{♁}$	1/298.25642(1)
地球平均密度	$\rho_{♁}$	5.5 Mg/m^3
地球年龄	$T_{♁}$	4.50(4) Ga = 142(2) Ps
地球标准引力	g	9.806 65 m/s^2
地球标准大气压	p_0	101 325 Pa
月球半径	$R_{☾v}$	1738 km 地月连线方向
月球半径	$R_{☾h}$	1737.4 km 另外两个方向
月球质量	$M_{☾}$	$7.35\cdot10^{22}$ kg
地月平均距离 [d]	$d_{☾}$	384 401 km
月球近地点距离 [d]		一般 363 Mm；历史最近 359 861 km
月球远地点距离 [d]		一般 404 Mm；历史最远 406 720 km
月球角直径 [e]		平均 0.5181°=31.08′; 最小 0.49°；最大 0.55°
月球平均密度	$\rho_{☾}$	3.3 Mg/m^3
月表引力	$g_{☾}$	1.62 m/s^2
月球大气压	$p_{☾}$	从 10^{-10}Pa(夜)到 10^{-7}Pa(昼)
木星质量	$M_{♃}$	$1.90\cdot10^{27}$ kg
木星赤道半径	$R_{♃}$	71.398 Mm
木星极半径	$R_{♃}$	67.1(1) Mm
木日平均距离	$D_{♃}$	778 412 020 km
木表引力	$g_{♃}$	24.9 m/s^2
木星大气压	$p_{♃}$	从 20 kPa 到 200 kPa

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

量	符号	值
太阳质量	$M_\odot$	1.988 43(3)·10^{30} kg
太阳引力长度	$2GM_\odot/c^2$	2.953 250 08(5) km
太阳引力常数	$GM_\odot$	132.712 440 018(8)·10^{18} m^3/s^2
太阳亮度	$L_\odot$	384.6 YW
太阳赤道半径	$R_\odot$	695.98(7)Mm
太阳角直径		平均 0.53°; 07.04(近日点)1888″; 01.04(远日点)1950″
太阳平均密度	$\rho_\odot$	1.4 Mg/m^3
地日平均距离	AU	149 597 870.691(30) km
太阳年龄	$T_\odot$	4.6 Ga
太阳绕银河中心速度	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
太阳对宇宙背景速度	$v_{\odot b}$	370.6(5) km/s
太阳表面引力	$g_\odot$	274 m/s^2
太阳光球下部压强	$p_\odot$	15 kPa
银河系中心距离		8.0(5) kpc = 26.1(1.6) kal
银河系年龄		13.6 Ga
银河系大小		*c.* 10^{21} m or 100 kal
银河系质量		10^{12} 太阳质量, *c.* 2·10^{42} kg
已知最遥远的星系团	SXDF-XCLJ 0218-0510	9.6·10^9 al

a. 定义常数，从二分点到二分点，曾被用来定义秒。(π 秒约是一纳世纪。)回归年的长度每年都有毫秒级的变化。(为什么？)甚至有个经验公式可以计算一年长度随时间的变化。

Challenge 741 s ; Ref 378

b. 地日平均距离的精度只有 30 m，这是维京号轨道器和火星着陆器在 20 多年的时间里发出的信号的时间平均值的结果。请注意，国际天文学联合会(IAU)将地日平均距离与天文单位相区分，后者被定义为固定且精确的长度。此外，光年(*light year*)也被 IAU 定义为精确数字。更多详情，请访问 www.iau.org/ public/measuring。

c. 世界大地测量系统(WGS)最精确地描述了地球的形状。上一版出版于 1984 年。有关其背景和详情，请访问 www.wgs84.com。国际大地测量联合会在 2000 年对数据进行了改进。这里给出的半径和扁率是“平均潮汐系统”的。它们与“零潮系统”等系统相差约 0.7 米。其细节有专门学科。

d. 所测为二者中心的距离。要找到月球在给定日期的精确位置，请看 www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html。关于行星，请访问 www. fourmilab.ch/solar/solar.html。

e. 角度定义如下：1 度=1°=π/180 rad，1 分=1′=1°/60，1 秒=1 ″ =1′/60。分(minute)是初分(first minute)，秒(second)是再分(second minute)；此外还有“三分(third minute)”和“四分(fourth minute)”，各为前一个单位的 1/60，这些古代单位已过时。(“minute”本意是“非常小”，现代英语中仍有此意。)

Challenge 742 s

下表列出了一些自然性质。(你能确定宇宙本身是否有任何性质吗？)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 60 宇宙学常数。

量	符号	值
宇宙常数	Λ	$c.\ 1\cdot10^{-52}\ \mathrm{m}^{-2}$
宇宙年龄 [a] 用广义相对论，由星系物质确定	t_0	$4.333(53)\cdot10^{17}\ \mathrm{s} = 13.8(0.1)\cdot10^{9}\ \mathrm{a}$
宇宙年龄 [a] 用量子论，由时空膨胀确定	t_0	超过 $3.5(4)\cdot10^{17}\mathrm{s} = 11.5(1.5)\cdot10^{9}\ \mathrm{a}$
哈勃常数 [a]	H_0 $= h_0\cdot100\ \mathrm{km/s\ Mpc}$	$2.3(2)\cdot10^{-18}\mathrm{s}^{-1} = 0.73(4)\cdot10^{-10}\ \mathrm{a}^{-1}$ $= h_0\cdot1.0227\cdot10^{-10}\ \mathrm{a}^{-1}$
约化哈勃常数 [a]	h_0	0.71(4)
减速因子 [a]	$q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$	−0.66(10)
宇宙视界距离 [a]	$d_0 = 3ct_0$	$40.0(6)\cdot10^{26}\ \mathrm{m} = 13.0(2)\ \mathrm{Gpc}$
宇宙拓扑		trivial up to 10^{26} m
空间维度数		3, for distances up to 10^{26} m
宇宙临界密度	$\rho_\mathrm{c} = 3H_0^2/8\pi G$	$h_0^2\cdot1.878\ 82(24)\cdot10^{-26}\ \mathrm{kg/m3}$ $= 0.95(12)\cdot10^{-26}\ \mathrm{kg/m}^3$
(总)密度参数 [a]	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_\mathrm{c}$	1.02(2)
重子密度参数 [a]	$\Omega_\mathrm{B0} = \rho_\mathrm{B0}/\rho_\mathrm{c}$	0.044(4)
冷暗物质密度参数 [a]	$\Omega_\mathrm{CDM0} = \rho_\mathrm{CDM0}/\rho_\mathrm{c}$	0.23(4)
中微子密度参数 [a]	$\Omega_{\nu0} = \rho_{\nu0}/\rho_\mathrm{c}$	0.001 to 0.05
暗能量密度参数 [a]	$\Omega_\mathrm{X0} = \rho_\mathrm{X0}/\rho_\mathrm{c}$	0.73(4)
暗能量状态参数	$w = \rho_\mathrm{X0}/\rho_\mathrm{X}$	−1.0(2)
重子质量	m_b	$1.67\cdot10^{-27}\ \mathrm{kg}$
重子数密度		$0.25(1)\ /\mathrm{m}^3$
发光物质的密度		$3.8(2)\cdot10^{-28}\ \mathrm{kg/m}^3$
宇宙中的恒星数	n_s	$10^{22\pm1}$
宇宙中的重子数	n_b	$10^{18\pm1}$
微波背景温度 [b]	T_0	2.725(1) K
宇宙中的光子	n_γ	10^{89}
光子能量密度	$\rho_\gamma = \pi^2k^4/15T_0^4$	$4.6\cdot10^{-31}\ \mathrm{kg/m}^3$
光子数密度		$410.89/\mathrm{cm}^3$ or $400/\mathrm{cm}^3\ (T_0/2.7\ \mathrm{K})^3$
密度扰动幅度	$\sqrt{S}$	$5.6(1.5)\cdot10^{-6}$
引力波振幅	$\sqrt{T}$	$< 0.71\sqrt{S}$
8 Mpc 的质量波动	σ_8	0.84(4)
标量指数	n	0.93(3)
running 标量索引	$\mathrm{d}\ n/\mathrm{d}\ln k$	−0.03(2)
普朗克长度	$l_\mathrm{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1.62\cdot10^{-35}\ \mathrm{m}$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

量	符号	值
普朗克时间	$t_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5.39 \cdot 10^{-44}$ s
普朗克质量	$m_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G}$	21.8 μg
已有少数“瞬间” [a]	t_0/t_{Pl}	$8.7(2.8) \cdot 10^{60}$
视界内的时空点数 [a]	$N_0 = (R_0/l_{\mathrm{Pl}})^3 (t_0/t_{\mathrm{Pl}})$	$10^{244\pm1}$
视界内的质量	M	$10^{54\pm1}$kg

a. 脚标 0 表示现今。

b. 该辐射起源于宇宙 38 万岁的时候，那时温度约为 3000 K；导致星系形成的涨落 ΔT_0 目前约为 $16\pm4\mu\mathrm{K} = 6(2) \cdot 10{-}6\ T_0$。

Vol.II page 231

常用数

Ref 350

π	3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510_5
π^2	9.86960 44010 89358 61883 44909 99876 15113 53136 99407 24079_0
e	2.71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995_9
γ	0.57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243 10421 59335 93992_3
ln 2	0.69314 71805 59945 30941 72321 21458 17656 80755 00134 36025_5
ln 10	2.30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420 76011 01488 62877_2
$\sqrt{10}$	3.16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853 37195 55139 32521_6

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Appendix C

关于运动的信息源

公共图书馆最能让人深刻地认识到：人类希望的自负。

塞缪尔·约翰逊(Samuel Johnson)

在消费社会中，不可避免地有两种奴隶：上瘾的囚徒和嫉妒的囚徒。

伊凡·伊里奇(Ivan Illich)*[1]

参考文献中列出了介绍相近领域的好书好文，还指向了一些期刊和网站，以满足人们对本次奇遇邂逅之事的强烈好奇心。所有引文也可以通过在姓名索引中查找作者来找到。要查找更多信息，图书馆或互联网都可以提供帮助。

在图书馆，最新研究的评论文章会出现在《现代物理评论(Reviews of Modern Physics)》《物理学进展报告(Reports on Progress in Physics)》《当代物理学(Contemporary Physics)》《物理学进展(Advances in Physics)》等期刊上。在《美国物理学杂志(American Journal of Physics)》《欧洲物理学杂志(European Journal of Physics)》《当代物理学(Physik in unserer Zeit)》。

对研究趋势的概述偶尔会出现在《物理世界(Physics World)》《今日物理学(Physics Today)》《欧洲物理学杂志(Europhysics Journal)》《物理学报(Physik Journal)》《Nederlands tijdschrift voor natuurkunde》等杂志上。对于所有科学的综合报道，最好的来源是《自然(Nature)》《新科学家(New Scientist)》《自然科学(Naturwissenschaften)》《研究(La Recherche)》《科学新闻(Science News)》。

关于运动基础的研究论文主要发表在《物理学快报(Physics Letters B)》《核物理 B (Nuclear Physics B)》《物理评论 D (Physical Review D)》《物理学评论快报(Physical Review Letters)》《经典与量子引力(Classical and Quantum Gravity)》《广义相对论与引力(General Relativity and Gravitation)》《国际现代物理学杂志(International Journal of Modern Physics)》《现代物理快报(Modern Physics Letters)》。最新结果和推测性的想法可以在会议记录中找到，如《核物理 B 增刊(Nuclear Physics B Supplements)》。研究文章也发表在《物理学进展(Fortschritte der Physik)》《欧洲物理杂志(European Physical Journal)》《新试验杂志(La Rivista del Nuovo Cimento)》《欧洲物理学快报(Europhysics Letters)》《数学物理通讯(Communications in Mathematical Physics)》《数学物理杂志(Journal of Mathematical Physics)》

[1]* 伊凡·伊里奇(Ivan Illich, b. 1926 Vienna, d. 2002 Bremen) 神学家和社会政治思想家。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

《物理学基础(Foundations of Physics)》《国际理论物理学杂志(International Journal of Theoretical Physics)》《物理学杂志 G (Journal of Physics G)》。

只有少数高质量的互联网物理期刊：一本是《相对论生活评论(Living Reviews in Relativity)》，可以在 www.livingreviews.org 找到，另一本是《物理学新刊(New Journal of Physics)》，可以在 www.njp.org 网站上找到。不幸的是，也有许多互联网物理期刊发表了不正确的研究。

目前，与运动研究和现代物理学研究保持联系的最简单方法就是通过国际互联网。*[1]

在二十世纪的最后十年，网上的图书馆、商业工具、论坛平台、媒体收集、垃圾收集、网瘾产品等等如雨后春笋。不要沉迷或依赖网络。商业、广告、儿童及青少年网瘾、各种网络犯罪充斥着网络。你既可以用电脑和网络检索海量信息，也可能染上网瘾毁掉生活。网络信息分布在全世界各个计算机中，但用户不需要知道这些。*[2]

大多数理论物理论文的预印本(*preprint*)，也就是未经审核、未正式发表的版本，都可以在 arxiv.org 网站上免费获取。还提供查找引用给定预印本的后续预印本的服务。

本文发表后出现的关于运动描述的研究论文也可以通过 www.webofknowledge.com 找到，该网站只能从图书馆访问。它允许人们搜索引用给定论文的所有出版物。

用搜索引擎在网上搜索作者、组织、书籍、出版物、公司或简单的关键字，可能是一次有益的经历，也可能是一段成瘾诱因，这完全取决于你自己。下面给出了一些关于运动的有趣网站。

---

[1]* 也可以仅用电子邮件通过 FTP 下载文件。但是工具变化太频繁，无法在这里提供稳定的指导。不妨问问你的朋友。

[2]* 几十年前，伊万·伊里奇(Ivan Illich)在《去学校化社会(*Deschooling Society*)》一书中列出了任何教育体系的四大基本要素：

1. 在生活中的任何时候，每个人都能以合理的价格获得学习资源，如书籍、设备、游戏等；
2. 所有求学者，都可以在相同的学习环境中与同龄人交流，进行讨论、比较、合作和竞争；
3. 接触前辈，如教师，以获得他们对学生的关心和批评；
4. 学生与其兴趣行业的从业者交流，使后者能够成为前者的榜样。例如，例如听专业音乐家的音乐，读专业作家的作品。这也使从业者能分享、宣传、施展他们的技能。

伊里奇提出了这样一种观点：如果这样一个系统是非正式的(他称之为“学习网”或“机会网”)，对于成熟人类的发展来说，它将优于正式的、国家资助的机构，如传统学校。这些思想在他后续作品中深化：*Deschooling Our Lives*, Penguin, 1976, and *Tools for Conviviality*, Penguin, 1973。

如今，任何联网的计算机都可以提供电子邮件、FTP、访问特定主题的讨论组和万维网。谁能料想，互联网居然将所有联网设备都变为了伊里奇所说的机会网络的支柱。然而，与任何学校一样，互联网到底是提供了一个学习网络还是成瘾门户，在很大程度上取决于用户自己。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 61 万维网上的一些有趣的网站。

主题	网址
一般性知识	
科技创新	www.innovations-report.de
书籍收藏	www.ulib.org
	books.google.com
娱乐性科学教育 by 西奥多·格雷 (Theodore Gray)	www.popsci.com/category/popsci-authors/theodore-gray
娱乐性与专业性科学教育 by Robert Krampf	thehappyscientist.com
《科学前沿(*Science Frontiers*)》	www.science-frontiers.com
《科学日报(*Science Daily News*)》	www.sciencedaily.com
《科学新闻(Science News)》	www.sciencenews.org
《科学百科全书(*Encyclopedia of Science*)》	www.daviddarling.info
有趣的科学研究	www.max-wissen.de
优质科学视频	www.vega.org.uk
ASAP 科学视频	plus.google.com/101786231119207015313/posts
物理学类	
用垃圾和玩具玩转物理	www.arvindguptatoys.com
国际单位制官网	www.bipm.fr
单位转换	www.chemie.fu-berlin.de/chemistry/general/units.html
粒子数据	pdg.web.cern.ch
工程数据和公式	www.efunda.com
相对论信息	math.ucr.edu/home/baez/relativity.html
研究预印本	arxiv.org
	www.slac.stanford.edu/spires
物理学期刊论文摘要	www.osti.gov
许多物理研究论文	sci-hub.tv, sci-hub.la
	libgen.pw, libgen.io
每周物理新闻	www.aip.org/physnews/update
每日物理新闻	phys.org
物理问题 by Kantor	www.tau.ac.il/~kantor/QUIZ/
物理问题 by Henry Greenside	www.phy.duke.edu/~hsg/physics-challenges/challenges.html
物理学“本周问题”	www.physics.umd.edu/lecdem/outreach/QOTW/active

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

主题	网址
物理学“迷你问题”	www.nyteknik.se/miniproblemet
物理海克斯(Physikhexe)	physik-verstehen-mit-herz-und-hand.de/html/de-6.html
科学魔术	www.sciencetrix.com
物理 stack exchange	physics.stackexchange.com
“问专家”	www.sciam.com/askexpert_directory.cfm
诺贝尔奖得主们	www.nobel.se/physics/laureates
诺贝尔奖得主们讲话视频	www.mediatheque.lindau-nobel.org
物理学家图片	www.if.ufrj.br/famous/physlist.html
物理学组织	www.cern.ch
	www.hep.net
	www.nikhef.nl
	www.het.brown.edu/physics/review/index.html
网络上的物理教科书	www.physics.irfu.se/CED/Book
	www.biophysics.org/education/resources.htm
	www.lightandmatter.com
	www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html
	www.feynmanlectures.info
	hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html
	www.motionmountain.net
关于经典力学和粒子理论的三套精美的法国笔记	feynman.phy.ulaval.ca/marleau/notesdecours.htm
《*excellent Radical Freshman Physics*》by David Raymond	www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html
麻省理工学院物理课程脚本	ocw.mit.edu/courses/physics/
德语和英语物理讲义	www.akleon.de
“世界演讲厅”	wlh.webhost.utexas.edu
当天的光学图片	www.atoptics.co.uk/opod.htm
《*Living Reviews in Relativity*》	www.livingreviews.org
Wissenschaft in die Schulen	www.wissenschaft-schulen.de
Walter 的视频	ocw.mit.edu/courses/physics/
Walter 物理讲座	8-01-physics-i-classical-mechanics-fall-1999/
Matt Carlson 的物理视频	www.youtube.com/sciencetheater
诺丁汉大学的物理视频	www.sixtysymbols.com
物理讲座视频	www.coursera.org/courses?search=physics
	www.edx.org/course-list/allschools/physics/allcourses
数学类	
“数学论坛”网络资源收集	mathforum.org/library
数学家传记	www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/BiogIndex.html

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

主题	网址
Purdue 本周数学题	www.math.purdue.edu/academics/pow
麦克莱斯特学院本周数学题	mathforum.org/wagon
数学公式	dlmf.nist.gov
Weisstein 的数学世界	mathworld.wolfram.com
函数	functions.wolfram.com
符号积分	www.integrals.com
代数曲面	www.mathematik.uni-kl.de/~hunt/drawings.html
德语数学讲座视频	www.j3l7h.de/videos.html
Gazeta Matematica, in Romanian	www.gazetamatematica.net
天文学类	
ESA	sci.esa.int
NASA	www.nasa.gov
哈勃太空望远镜	hubble.nasa.gov
斯隆数字巡天	skyserver.sdss.org
“宇宙之镜”	www.astro.uni-bonn.de/~dfischer/mirror
太阳系模拟	space.jpl.nasa.gov
可观测卫星	liftoff.msfc.nasa.gov/RealTime/JPass/20
当天的天文图片	antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/astropix.html
从太空看地球	www.visibleearth.nasa.gov
从观星者到星舰	www.phy6.org/stargaze/Sintro.htm
当前太阳数据	www.n3kl.org/sun
具体专题	
世界声音奇观	www.sonicwonders.org
光子学百科全书	www.rp-photonics.com
化学教科书，在线	chemed.chem.wisc.edu/chempaths/GenChem-Textbook
矿物	webmineral.com
	www.mindat.org
地质图	onegeology.org
视错觉	www.sandlotscience.com
岩石地质学	sandatlas.org
Petit 的科学漫画	www.jp-petit.org
物理玩具	www.e20.physik.tu-muenchen.de/~cucke/toylinke.htm
物理幽默	www.dctech.com/physics/humor/biglist.php
Literature on magic	www.faqs.org/faqs/magic-faq/part2
音乐库，可按曲调搜索	imslp.org
制造纸飞机	www.pchelp.net/paper_ac.htm
	www.ivic.qc.ca/~aleexpert/aluniversite/klinevogelmann.html

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

主题	网址
小型直升机	pixelito.reference.be
科学好奇心	www.wundersamessammelsurium.info
万年钟	www.longnow.org
德国自然保护协会	www.gdnae.de
伪科学	suhep.phy.syr.edu/courses/modules/PSEUDO/pseudo_main.html
Crackpots	www.crank.net
元素周期表，每个元素都有视频	www.periodicvideos.com
数学引文	math.furman.edu/mwoodard/~mquot.html
“世界问题中心”	www.edge.org/questioncenter.html
抄袭	www.plagiarized.com
恶作剧	www.museumofhoaxes.com
地球百科全书	www.eoearth.org
This is colossal	thisiscolossal.com

你想在不进大学校园的情况下学物理吗？如今，凯泽斯劳滕大学(University of Kaiserslautern)可以通过电子邮件和互联网以德语进行交流。*[1]在不久的将来，英国的一个全国性项目也会允许说英语的学生也这样做。

Das Internet ist die offenste Form der geschlossenen Anstalt.*[2]

Matthias Deutschmann

Si tacuisses, philosophus mansisses.*[3]

After 波爱修(Boethius)

[1]* 见 www.fernstudium-physik.de 网站。

[2]* “互联网是封闭机构最开放的形式。”

[3]* “你要是一直保持沉默，你就会一直是个哲学家。”After 波爱修(Boethius, *c.* 480–*c.* 525)的《哲学的慰藉(*De consolatione philosophiae*, 2.7, 67 ff)》。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

解答与提示

Nevery make a calculation before you know the answer.

约翰·惠勒(John Wheeler)

约翰·惠勒希望人们先估计、尝试和猜想，做到胸有成竹。正确的猜想能强化物理直觉，错误的猜想也能带来惊喜。猜想，实乃解决问题之第一要务，甚是重要。

教师们还要牢记这么个教条：好问题可以在不同层次上解决，可以用文字、图像或公式来解决，它关注现实世界和实践应用，能激活知识，并且是开放的。

001 ~ 050

Challenge 001 to 010

Challenge 1, page 10：别犹豫，热烈欢迎提出建议。下一版会因此受益。

Challenge 2, page 16：有许多方法可以区分真实运动和运动错觉：例如，只有真实运动才能使其它物体也动起来。此外，这些图片产生的运动错觉有个明显标志：如果头与眼睛跟纸张相对静止，就不会有任何东西看起来在移动。换句话说，这种错觉只是放大了已有的运动，它不会凭空创造运动。

Challenge 3, page 17：若不详细精确实验，双方都有例子证明自己的观点。水中的霉菌或细菌的滋生，运动现象消失无踪，都会支持创生的观点。然而，详细研究所有那些被认为是凭空出现或消失无踪的情况，都会支持守恒观，而否定创生观。

Challenge 4, page 20：水量取决于水桶的形状。系统会选择使重心处于最低位置的那种方式(倾斜或直立)。

Challenge 5, page 20：为简化问题，假设水桶圆柱形。你也可以在家里做这个实验。对于线轴那题，得解释一下：线轴滚动的触地点的直径，要比缠线的直径大。卷起来的线不会碰到地面，如 Figure 305 所示。

Challenge 6, page 20：各路政党、教派、援助组织以及治疗师都常有这种行为表现。

Challenge 7, page 24：对于诸如引力波这类情形的真空运动，这个问题尚未完全解决。因此，真空运动或许是个例外。无论如何，真空并非由有限大小的微小粒子构成，因为这会与引力波的横波性质相矛盾。

Challenge 8, page 26：孔洞并非物理系统，因为一般来说它们是无法被追踪的。

Challenge 9, page 26：这是种循环定义：物体是相对于背景运动的东西，而背景是物体发生变化时保持不变的东西。在我们探索的过程中，我们会多次回顾这个重大问题。不过，要想解决这个问题还需要一定的耐心。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

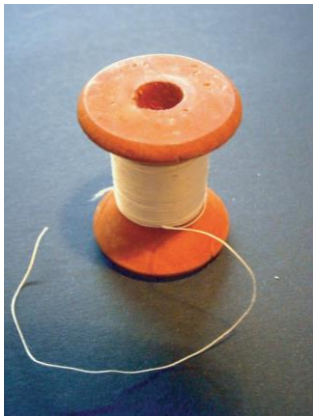


Figure 305 线轴谜题所假设的形状。

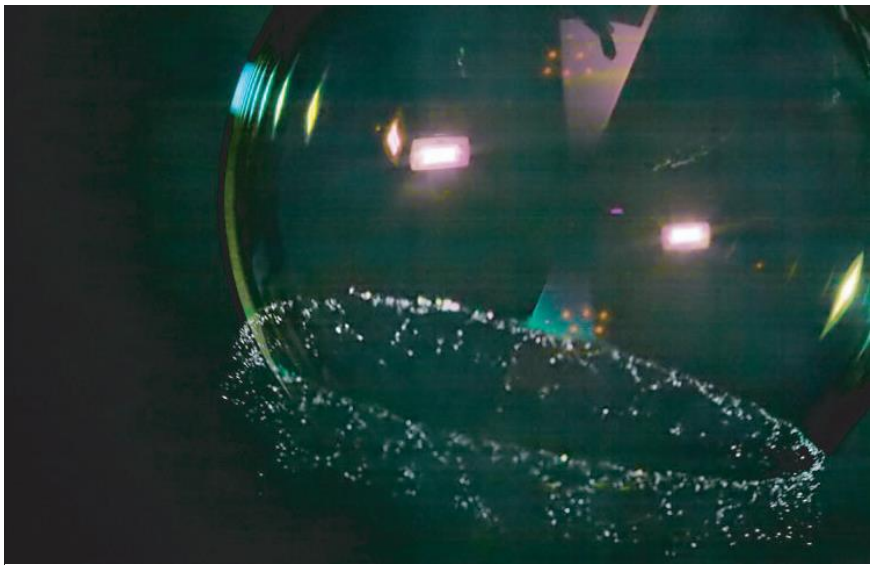


Figure 306 泡泡破碎瞬间 (© Peter Wienerroither).

Challenge 10, page 28：不，宇宙没有状态。它是无法测量的，即便在理论原则上也是如此。可参阅第四卷中关于量子理论的相关讨论。

Vol.IV page 169

Vol.V page 262

Challenge 11, page 29：在第五卷关于粒子物理的章节中，给出了自然界物理系统内禀性质的最终列表。当然，宇宙没有不变的固有属性。宇宙整体没有可测的量，在原则上也不行。

Challenge 12, page 31：提示：是的，有这么个点。

Challenge 011 to 020

Challenge 13, page 31：气泡在某一点破裂，然后破洞的边缘迅速扩大，直到在对跖点处消失。在此过程中，剩余的气泡会保持原本的球形，如 Figure 306 所示。若想观看该过程的视频影片，可访问 www.youtube.com/watch?v=dIZwQ24_OU0(或者搜索“bursting soap bubble”)。换言之，最终溅射出来的液滴源自气泡上与被刺破点相对的那个点，而不是从气泡的中心射出的。

Vol.IV page 136

Challenge 14, page 31：幽灵可以是运动影像；但不可能运动物体，因为物体不可入。

Challenge 15, page 31：若有什么东西能停止运动，也就是让运动消散于无形、运动状态

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

化为乌有，那么要想精确证明，就得表明不再有任何原子在运动。但目前从观察到这种情况。所以运动是守恒的。(自然界中没有什么东西能归于虚无。)

Challenge 16, page 31：这确实意味着空间是无限的；但要观察到某物“永远”运动是不可能的：没有人能活得那么久。简言之，没有办法通过这种方式证明空间是无限的。事实上，也没有任何其它方式能够证明空间是无限的。

Challenge 17, page 31：所需的绳索长度为 nh，其中 n 是滑轮的数量。而且，没错，这位农民所做的事情确实是合理可行的。

Challenge 18, page 31：略。

Challenge 19, page 32：你想怎么测量呢。

Challenge 20, page 32：测量结果的可信数字位数是对精度的一种简单量化。更多细节可见主题索引的“标准差”词条。

Challenge 021 to 030

Challenge 21, page 32：不；观察和测量需要记忆功能，人类和仪器都需要。量子理论会使这一点变得尤为清晰。

Challenge 22, page 32：请注意，你从未观察到过零速率。总是存在一定的测量误差，这让人无法断言某事物的速率为零。绝无例外！

Challenge 23, page 32：(2^{64}-1)= 18 446 744 073 700 551 615(一千八百四十四京(亿亿)/六千七百四十四兆(万亿)/零七百三十七亿/零五十五万一千六百一十五)粒小麦，若每粒小麦重 40 毫克，总重量为 7380 亿吨。2006 年世界小麦产量为 6.06 亿吨，这些小麦的数量大约相当于全世界 1200 年的小麦产量。

利用等比数列求和公式 $1+m+m^2+m^3+\cdots+m^n=(m^{n+1}-1)/(m-1)$，可以简化麦粒数量的计算。由于历史原因，等比数列的英文名叫 *geometric sequence*，并且常与等差数列(*arithmetic sequence*)成对比，$1+2+3+4+5+\cdots+n=n(n+1)/2$是等差数列求和公式。你能证明这两个求和公式吗？

这个国际象棋传说最早由伊本·哈利坎(Ibn Khallikan, b. 1211 Arbil, d. 1282 Damascus).提及。传说中提到的国王是生活在公元 2 世纪至 4 世纪之间的历史人物。这个传说似乎融合了两个不同的故事。

其实早在公元 947 年，阿尔-马苏迪(Al-Masudi, b.c.896 Baghdad, d.956 Cairo)的《黄金草原与宝石矿(*Meadows of Gold and Mines of Precious Stones*)》中就已有数麦粒的故事了。

Challenge 24, page 32：在成功实验中，火焰是向前倾斜的。但这样的实验并不容易操作，有时火焰会向后倾斜。试试看。你能对这两种现象做出解释吗？

Challenge 25, page 33：加速度计是最简单的运动探测器。它们以压电装置的形式存在，只要装有该装置的盒子(设备外壳)被加速，就会产生信号，其成本可低至十块钱左右(人民币 2025 年)。另一种或许有发展前景的加速度计是干涉式加速度计，它利用了干涉光栅的运动；这种装置有可能集成在硅片上。

更精密的加速度计则使用陀螺仪，或者利用环形传播的激光束。

速度计和位置探测器也能检测运动；它们需要一个轮子，或者至少需要一种光学方式来观察设备外部的情况。汽车里的车速里程表是速度计;电脑鼠标则是位置探测器。

要是有便宜设备测滑雪者或滑冰者速度就太好了。然而目前还没有。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 26, page 33：球会朝着桌子中心滚动(或滑动)，因为桌子中心比边缘更靠近地球中心一些；然后球会在桌子中心附近振荡运动，周期约 84 分钟，如 challenge 405 所示。(目前从未观察到这种现象是为什么呢？)

Challenge 27, page 33：加速度始终非零才行。加速度是可以被感知到的。加速度计就是测量加速度然后推断出位置的设备，当飞机飞越大西洋时会用到它们。如果装有加速度计的“盒子”没有加速度，就不能判断盒子是在移动还是静止，也不能判断它是在朝哪个方向运动。(在夜间乘坐火车时闭上眼睛，你就能证实这一点。)

Challenge 28, page 33：与圆柱体半径无关，滑块的移动速率是圆柱体的两倍。

Challenge 29, page 33：这种方法对其它恐惧情绪也同样有效。

Challenge 30, page 34：三对夫妇需渡河 11 次。两对夫妇需渡河 5 次。四对及以上没有可行方案。如果有 n 对夫妇，并且船能容纳 n - 1 个人，解决方案是什么呢？

Challenge 031 to 040

Challenge 31, page 34：提示：有无数这种形状。这些曲线称为莱洛曲线(*Reuleaux curve*)。英国 20 便士和 50 便士硬币就有这样的形状。三维也不止柱体可行，如莱洛四面体等。

Challenge 32, page 34：可以问问家具修理师。

Challenge 33, page 34：这可是个好问题诶，见 arxiv.org/abs/1203.3602。

Challenge 34, page 34：守恒、相对性、最小原理，一般都成立。在核物理学的一些罕见过程中，运动不变性(可逆性)会被破坏，就如同镜像不变性也会被破坏一样。在极短的长度和时段内，连续性不成立，但至今还没有实验能探测到那些微小领域，所以在实践中，连续性仍然是有效的。

Challenge 35, page 35：这在日常是正确的；若考虑量子效应，又当如何呢？

Challenge 36, page 37：算算一块石英中两个相邻原子在过去一百万年里的平均距离变化。你还知道有什么过程比这更缓慢吗？

Challenge 37, page 38：只有一种方法：利用巧妙布设的镜子，将待测量的速度与光速进行比较。事实上，几乎所有面向中小学和大学的物理教材都从空间和时间的定义入手。即使是那些介绍了 k-calculus 的优秀相对论教材，也难免这一习惯。从速度入手是最符合逻辑且最精妙的方法。不用尺与钟也有可能比较速度。你能想出一种方法吗？

Chapter 5：日常相对论

Challenge 38, page 38：如果你处于真空中，就没有办法感知自身的运动。从原则上来说，毫无办法。这一结果常被称为相对性原理。

其实倒是有一种测量你在太空中(并非在真空中)运动的方法：测量你相对于宇宙背景辐射的速度。所以我们必须仔细考虑问题到底在问什么。

Challenge 39, page 38：翼载荷 W/A，即重量 W 与翼面积 A 之比，显然与重量的立方根成正比。(实际上,$W \sim l^3$，$A \sim l^2$，l 为飞行体的尺寸。)这一关系给出了绿色的趋势线。

翼载荷 W/A，和流体中的所有力一样，与巡航速度 v 的平方成正比，所以我们得到： $W/A = v^2 0.38\ \mathrm{kg/m^3}$。这个无法解释的系数 0.38 包含了空气密度以及一个难以计算的通用数值系数。这一关系将图表中的上下两个水平刻度联系了起来。

因此，巡航速度与重量的六次方根成正比：v 与 $W^{1/6}$ 成正比。换句话说，一架空客 A380 的重量是一只果蝇的 75 亿倍，但速率仅为果蝇的 100 倍。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 307 林间笔直的光线 (© Fritz Bieri and Heinz Rieder)

Challenge 40, page 38：略。

Vol. VI page 65

Challenge 41, page 42：同样地：存在空间点吗？我们这场探索之旅的最后部分将详细探讨这个问题。

Challenge 42, page 43：所有电源在向电网输送电力时都必须使用相同的相位。互联网上计算机的时钟必须同步。

Challenge 43, page 43：请注意，这种偏移随时间二次方增加，而不是线性增加。

Challenge 041 to 050

Challenge 44, page 44：伽利略用秤(以及其它方法)来测量时间。他在水桶底部装上细管，需要计时的时候，水通过细管流入一玻璃杯。精确称出水的重量，就可以知道不同运动时间的比例。这记载于他的名著《关于两门新科学的对谈(*Discorsi*) 定理 2 命题 2》中。该书于 1638 年由荷兰出版商路易斯·埃尔塞维尔(Louis Elzexir)首版。

Challenge 45, page 45：自然时间由自然运动来测量。自然运动是指光的运动。即自然时间借助光的运动来定义。

Challenge 46, page 45：无法在极点定义一个与所有相邻点都一致的本地时间。(有兴趣可以看看 www.arctic.noaa.gov/gallery_np.html)(译者注:要是那个打不开可以试试这个 www.pmel.noaa.gov/arctic-zone/gallery_np.html)

Challenge 47, page 49：略。

Challenge 48, page 50：森林里充满了笔直的光射线，例如 Figure 307 中的阳光。

Challenge 49, page 50：有一组肌肉通过将眼睛从长椭球变为正球形再变为扁椭球，从而使晶状体沿第三轴移动。

Challenge 50, page 51：试试利用著名的四维立方体的三维投影来进行训练。试着想象当两个物体相互交叉时如何改变序列(switch the sequence)。注意：在这个领域中，用时间来替代第四个空间维度通常是不正确的！

051 ~ 100

Challenge 051 to 060

Challenge 51, page 52：用光测量距离

Challenge 52, **53**,page 52, 56：略。

Challenge 54, page 56：用单位环来处理会更容易些。将单位区间[0, 1]的两个端点视同。定义一个集合 B，其中的元素是该区间内一个给定实数 b，以及所有理数加 b。单

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

位环可以被看作是所有集合 B 的并集。(实际上，每个集合 B 都是有理数集$\mathbb{Q}$平移 b 的一个副本。)现在，从每个集合 B 中选取一个元素来构建一个集合 A。然后构建一个集合族，该集合族由集合 A 以及它的副本 A_q (A_q 是集合 A 平移一个有理数 q 得到的)组成。所有这些集合的并集就是单位环面。这个集合族是可数无穷的。然后将之分成两个可数无穷的集合族。很容易看出，这两个集合族中的每一个都可以重新编号，并且其元素可以进行平移，使得这两个集合族中的每一个都能构成一个单位环。

Ref 44 数学家们说，不存在对实数集 $\mathbb{R}^n$ 的可数无穷可加测度(countably infinitely additive measure)，或者说像 A 这样的集合是不可测的(none-measurable)。由于它们的存在，长度的“倍增”是可能的。稍后，我们将探讨面包或黄金是否能够以这种方式倍增。

Challenge 55, page 57：提示：从三角形开始。

Challenge 56, page 57：一个例子是 x 轴与这样一种函数之间的面积，该函数在每个超越数处取 1，而对每个非超越数赋值为 0。

Challenge 57, page 57：我们采用文本中函数的定义。正四面体的二面角是 π 的无理数倍，所以正四面体具有非零的德恩不变量。立方体的二面角为 $\pi/2$，所以立方体的德恩不变量为 0。因此，立方体与正四面体不是可等度分解的。

Challenge 58, page 58：如果你认为自己能够证明虚空是连续的，那你就错了。检验一下你的论证。如果你认为自己能证明相反的结论(即虚空不是连续的)，那你可能是对的——但前提是你已经了解了文本最后部分所阐述的内容。如果并非如此，那还是要检查一下你的论证。而时间既不是离散的，也不是连续的。

Challenge 59, page 59：略。

Challenge 60, page 59：显然，我们用光来检验铅垂线是否是直的，所以这两种关于“直”的定义必定一致。之所以会这样，是因为引力场线也可以是光传播的路径。然而，情况并非总是如此；你能找出例外情况吗？

另一种检验直线度的方法是用水平面。

第三种不太精确的方法是利用大脑的直线感知能力。人脑有一种内在的能力，能用眼睛判断对象直不直。看到直的对象，脑中的一些特殊细胞会被激发。任何一本关于视觉感知的书都会对这个话题有更详细的阐述。

Challenge 061 to 070

Challenge 61, page 61：如果距离公式自洽，那么地空论(hollow Earth theory)也是对的。必须假定物体在接近球心时会变小。所有相关现象的合理解释可见 www.geocities.com/inversedearth。地空论别名不少，例如 celestrocentric system, inner world theory, concave Earth theory。除了简洁性或思维惰性，别无理由偏爱某种世界模型。

Challenge 62, page 61：略。

Challenge 63, page 62：示意图见 Figure 308。几乎同样的方法也能用来测光速，见第二卷 page 20。

Challenge 64, page 62：快速摩托车更快：疾驰的摩托车可以追上射出的箭，德国电视节目《想挑战吗？(*etten, dass…?*)》在 2001 年展示过。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

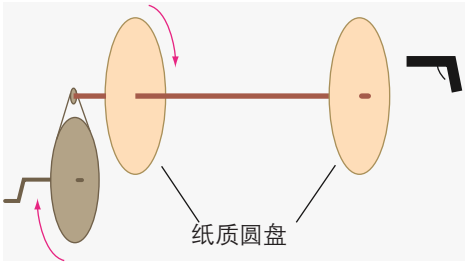


Figure 308 测量子弹速率的简单方法。

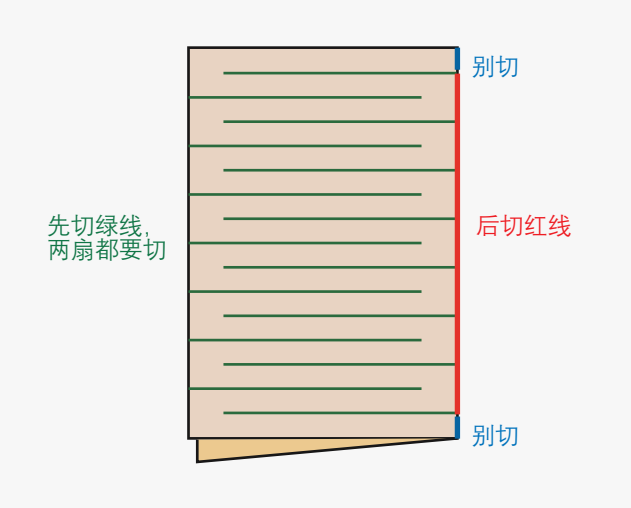


Figure 309 如何在一张卡片上弄出能让人穿过的大洞。

Challenge 65, page 62：防止井盖掉进窨井的“唯一”形状是圆形。但实际上，也允许与圆形有轻微偏差。*[1]

Challenge 66, page 62：略。

Challenge 67, page 62：略。

Challenge 68, page 62：老年人步行速率反映健康状况，步行速率在 1.4 m/s 以上较为健康。该研究得出结论，死神以 0.82 m/s 左右的速率行走，最快 1.36 m/s。 Ref 379

Challenge 69, page 63：72 级台阶。

Challenge 70, **71**, **72**,page 63：略。

Challenge 071 to 080

Challenge 73, page 63：Figure 309 展示了一种方法。

Challenge 74, page 63：在 1%误差内，1/5 高度是空的，4/5 是满的；精确值是：$\sqrt[3]{2} = 1.25992\ldots$

Challenge 75, page 63：如果削铅笔不损失笔芯，一支铅笔可以画 20 到 80 km 的线。新发明的塑料软铅笔不是这个数。

Challenge 76, **77**, **78**page 63, 63, 64：略。

Challenge 79, page 64：熊是白的，房子明显在北极。没有熊的话，南极附近还有无数个点位，你能找到它们吗？。

[1]* 译者注：知乎上有不少驳斥这一说法的讨论。按照知乎传统，先问是不是，再问为什么：你可以亲自调查一下周边井盖的形状及其应用情形。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 80, page 64：记橡皮筋初始长度为L，蜗牛位置s，蜗牛相对皮筋的速率为v，马相对于地面速率为 V，则蜗牛相对于地面的速率为

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v + V\frac{s}{L+Vt} \tag{129}$$

这是蜗牛位置$s(t)$的微分方程(*differential equation*)，解得

$$s(t) = \frac{v}{V}(L+Vt)\ln(1+Vt/L) \tag{130}$$

故此，蜗牛碰到马的时刻为

$$t_{\text{reaching}} = \frac{L}{V}(e^{V/v}-1) \tag{131}$$

对于任意L, V, v取值，该值都是有限的。但要是代入现实值，这个时间老长了。

Challenge 081 to 090

Challenge 81, page 64：对象有颜色，在本问中，斑点和背景有颜色；边界不是对象，没有这种性质。该问题表明，在物理学中也很容易提出没有意义的问题。

Challenge 82, page 64：你可以轻易做到，甚至可以找到关于这个主题的网站。。

Challenge 83, page 64：略。

Challenge 84, page 65：二针时钟 22 次；三针时钟 2 次。

Challenge 85, page 65：44 次。

Challenge 86, page 65：二针时钟是 143 次。

Challenge 87, page 65：地球自转每分钟 15 角分，0.25 角度。

Challenge 88, page 65：诶呀，此问题还没有可靠数据。目前测得的最高投掷速率似乎是 45 m/s 的板球(cricket)。用球拍实现的速率有更多数据。约 70 m/s 的快速羽毛球扣球似乎是创纪录的速率；高尔夫球也能达到类似的速率。

Challenge 89, page 65：如 Figure 310 左侧所示，延长 1 米甚至能让猫溜过去。Dimitri Yatsenko 指出，右图的方法能更高效地利用多余绳长：局部延长 1 毫米产生了 1.25 米高度，可以让孩子穿过了。甚至，以这种方式延长 1 米会产生 121 米的峰值高度！。

Challenge 90, page 65：1.8 km/h 或 0.5 m/s。

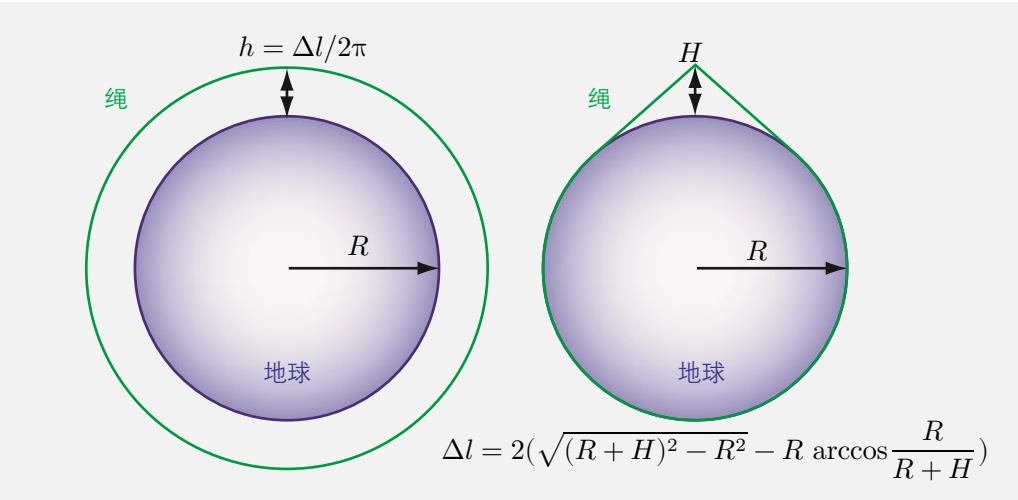


Figure 310 延长地球“腰带”的两种方法。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 91, page 65：略。

Challenge 92, page 65：这个问题是有意义的，特别是若我们将自身与外界联系起来，比如置身于家族史或宇宙史。时间与空间在惯用语上的区别则反映了这样一种情况：我们能决定自己的位置，但决定不了自己处在什么时间。关于决定论的部分将展示这种区分是多么错误。

Challenge 93, page 65：有，但无法察觉。这意味着空间和时间不是连续的，与我们对时间和空间的粗略经验不同。答案将在本文的最后部分找到。

Challenge 94, page 66：对于曲线，可以用曲线每点处的曲率半径；对于曲面，其每点处需要定义两个方向，并沿这两个方向各用一个这样的曲率圆。

Challenge 091 to 100

Challenge 95, page 66：50 毫秒内移动约 1 厘米。

Challenge 96, page 66：肺的表面积在 100 至 200 平方米之间，文献来源不同，肠道表面积也在 200 至 400 平方米之间。

Challenge 97, page 66：经典物理学无此极限；考虑量子效应则有。

Challenge 98, page 66：最终形状是个没有孔的完整立方体。

Challenge 99, page 67：所需间隙 d 为

$$d = \sqrt{(L-b)^2 - w^2 + 2w\sqrt{R^2-(L-b)^2}} - L + b \qquad (132)$$

如 Figure 311 所示。另见 R.Hoyl e 的《完美 s 形平行停车要求的简单数学模型(*Requirements for a perfect s-shaped parallel parking maneuvre in a simple mathematical model*, 2003)》。平行停车的数学是精妙而有趣。例如，见 rigtriv.wordpress.com/2007/10/ 01/parallel-parking/或 Edward Nelson 的《张量分析(*Tensor Analysis*, Princeton University Press, 1967, pp. 33–36.)》。Nelson 解释了如何定义改变汽车四维构型的向量场，以及如何用它们的代数来证明：汽车可以离开与前后汽车任意短距离的停车位。

Challenge 100, page 67：没有最小间隙，任何值都可以！你能挑战一下吗？

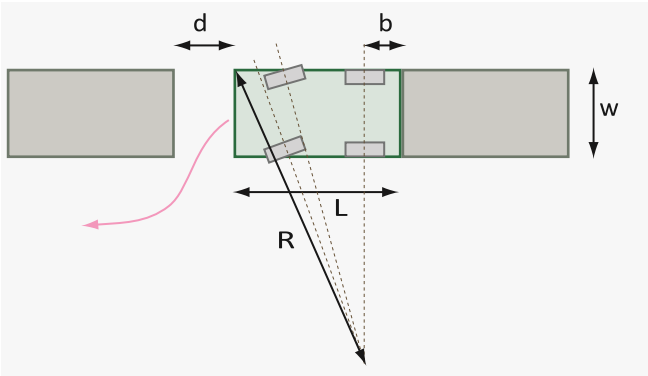


Figure 311 离开停车位。外转弯半径。

101 ~ 150

Challenge 101, page 67：丹尼尔·霍金斯(Daniel Hawkins)提出了如下解决方案。

如 Figure 312 所示，假设您坐在汽车 A 中，停在汽车 B 后面。倒车退出停车位有两种基本方法：旋转汽车使得旋转中心从汽车 B 右边移开；向下移动汽车以使旋转中

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

心从汽车 B(更下方)移开。第一种方法要求汽车 A 是部分对角的，这意味着该方法不适用于d小于一定值的情况，基本上是上面不需要倒车的值。我们将关注第二种方法(如图)，它适用于无穷小d。

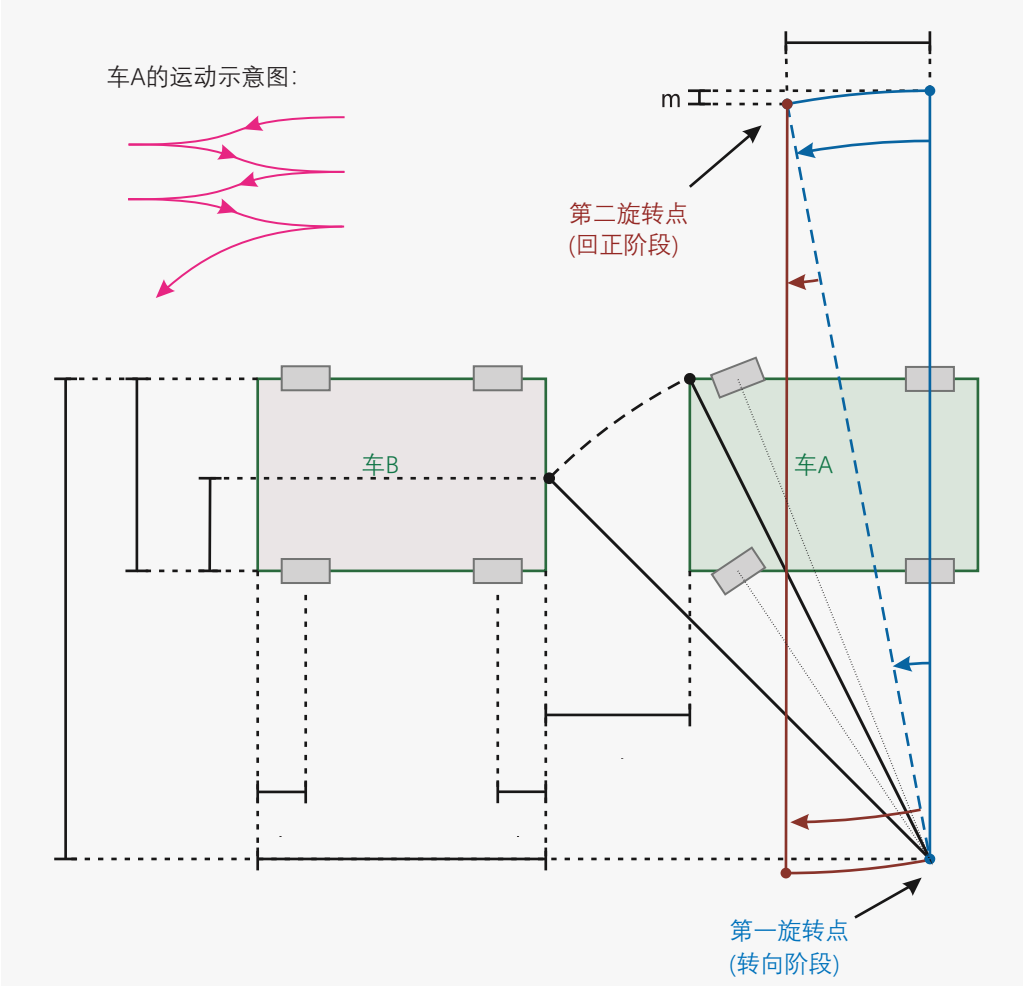


Figure 312 解泊车谜题(© Daniel Hawkins)

如 Figure 312 所示，若距离d小于在给定几何形状L, w, b, R下不用倒档驶出停车位所需的最小距离，试图驶出停车位将导致汽车 A 的一角与距离汽车 B 边缘为T的点相碰。该距离T是汽车 A 必须向下平移的量，这才能成功驶出停车位。

如 Figure 312 所示(左上角)，离开停车位的方法需要两个阶段：转弯阶段和矫直阶段。通过转弯和拉直，我们实现了垂直向下移动和水平向左移动，同时保持了原始方向。最后一部分是关键，因为如果我们试图转弯，直到汽车 A 的拐角碰到汽车 B，汽车 A 就会旋转，任何试图拉直的尝试都只会沿着同一弧线向后回到初始位置，而将车轮转向另一个方向会使汽车旋转得更大，就像上述第一种方法一样。

我们的目标是尽可能地转弯，并且仍然能够在 A 车碰触 B 车之前完全伸直。要分

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

析这个转弯应该有多大，我们必须首先看看车转弯的性质。

阿克曼转向原理是，平稳转弯的汽车，四个车轮必须绕同一点旋转。鲁道夫·阿克曼(Rudolph Ackermann)于 1817 年获得其专利。与此问题相关的阿克曼转向性质有：

- 后轮保持对齐，但(由我们控制的)前轮必须转动不同的量才能绕同一中心旋转。
- 左右转弯的旋转中心位于汽车的不同两侧
- 对于相等大小的左右转弯，旋转中心与汽车最近的边缘等距。Figure 312 使这一点更加清晰。
- 所有可能的旋转中心都在同一条线上，这条线也总是穿过后轮。
- 当后轮“直”时(直总是意味着与初始位置方向相同)，它们将与旋转中心垂直对齐。
- 当汽车围绕一个中心转弯时，比如与最大左转相关的中心，那么与最大右转相关的潜在中心将与汽车一起旋转。同样，当汽车绕右中心转弯时，左中心也会旋转。

现在我们知道了阿克曼转向性质，我们可以说，为了在保持方向的同时最大限度地向下移动，我们必须围绕第一个中心左转，使第二个中心旋转一个水平距离d, 如 Figure 312 所示。然后我们停下，反着转方向盘，绕第二个中心向右转弯。因为我们左移了d，我们将在汽车 A 与汽车 B 接触的那一刻拉直。这实现了我们的目标，即向下移动m和向左移动d，同时保持汽车 A 的方向。可以反向执行类似的过程，再向下移动m并右移d，总共将汽车 A 从初始位置向下移动了$2m$，同时保持了方向。这可以无限进行，所以有可能以 A 与 B 间的无穷小步幅d离开停车位。

设 T 是 A 车驶出停车位必须向下移动的总量。$2m$是执行该过程一次，向下的位移。则此过程(两组转弯和矫直)的执行次数是T除以$2m$，

$$n = \frac{T}{2m} \tag{133}$$

为了根据汽车的几何形状得到n的表达式，我们必须求解T和$2m$。为简化推导，定义一个新长度 x，如 Figure 312 所示。

$$x = \sqrt{R^2 - (L-b)^2}$$

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - x + w \\ &= \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2x - w - \sqrt{(2x-w)^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{\left(2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w\right)^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4(R^2 - (L-b)^2) - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2} \end{aligned}$$

最终得到

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

$$n = \frac{T}{2m}$$
$$= \frac{\sqrt{R^2-(L-b+d)^2} - \sqrt{R^2-(L-b)^2} + w}{4\sqrt{R^2-(L-b)^2} - 2w - 2\sqrt{4(R^2-(L-b)^2) - 4w\sqrt{R^2-(L-b)^2} + w^2 - d^2}}$$

n的值向较大整数取整，就是确保离开停车位所需的操作次数。

Challenge 102, page 67：没什么，既不是证据，也不是反驳。

Challenge 103, page 68：见第二卷 page 20。关于极端快门，见卷六 page 120 的讨论。

Challenge 104, page 68：提示见 Figure 313。

Challenge 105, page 68：因为它们现在或曾经是流体。

Challenge 106, page 68：轨迹形状如 Figure 314 所示，画全了有 11 片叶瓣。

Challenge 107, page 68：圆锥轴线与母线的夹角(即圆锥顶角的一半)φ，与立体角Ω的关系是$\Omega = 2\pi(1 - cos\varphi)$。不妨用球面表面积动笔检验一下。

Challenge 108, page 68：略。

Challenge 109, page 68：见 Figure 315。

Challenge 111 to 120

Challenge 110, **111**, **112**, page 69：略。

Challenge 113, page 69：提示：绘出所有涉及的对象。

Challenge 114, page 69：这种曲线叫悬链线(*catenary*)，来自拉丁语“catena”，链的意思。悬链线公式是 $y = a\cosh(x/a)$。若用短直构件近似链条，比如用木块，可以造出无需胶水的拱券。圣路易斯拱门就呈悬链线形。悬索桥在加负荷之前，即在铺设路块之前，是悬链线形的；当桥梁完工时，形状介于悬链线和抛物线之间。

Challenge 115, page 71：半径倒数或曲率服从$a^2+b^2+c^2+d^2 = (1/2)(a+b+c+d)^2$，这个公式由勒内·笛卡尔发现。若不断在新间隙中画圆，会得到所谓的圆填充(circle packing)，这是个有趣的数学问题。它们有许多古怪性质，例如圆心坐标与其曲率之间有趣的关系。

Challenge 116, page 71：一种选择是：用三维版的毕达哥拉斯定理。答案是 9。

Challenge 117, page 71：有两解。(为什么?)它们是$l^2 = (b+x)^2 + (b+b^2/x)^2$的两个正解；高度为$h = b + x$。两个解分别为 4.84 m 和 1.26 m。解有封闭公式(closed formula)；你能找到它们吗？。

Challenge 118, page 71：先算蓝梯子接触墙壁的高度，它是如下公式的解：

$$B^4 - 2hB^3 - (r^2-b^2)B^2 + 2h(r^2-b^2)B - h^2(r^2-b^2) = 0$$

整数解在 Martin Gardner《数学马戏团(*Mathematical Circus*, Spectrum, 1996)》有讨论。

Challenge 119, page 71：绘制对数刻度：将每个数字放置在与其自然对数(natural logarithm)对应的距离处。这种装置称为滑尺(*slide rule*)，或者叫计算尺，如 Figure 316 所示。滑尺是电子计算器的前身；在“史前时期”，即直到 1970 年前后，它们在世界各地都有应用。另请参阅网页 www.oughtred.org。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

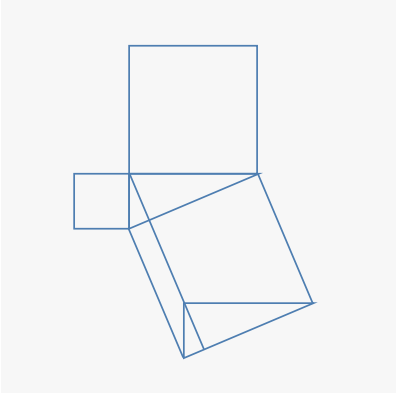


Figure 313 简单的小图：证明勾股定理的诸多方法之一。

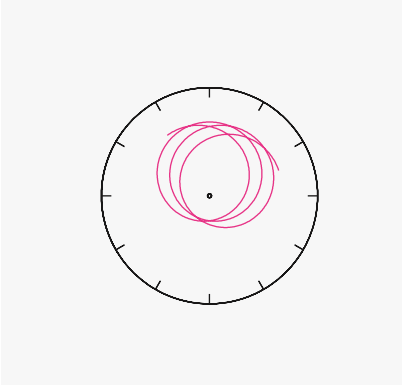


Figure 314 时钟两根指针尖端之中点的运动轨迹。

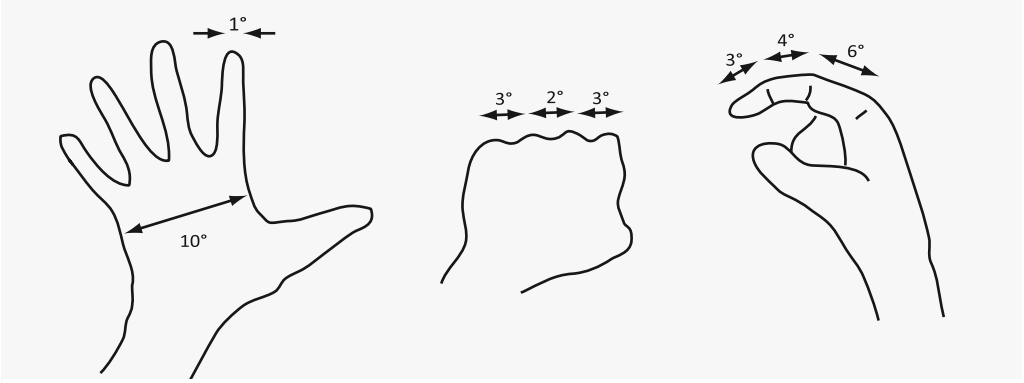


Figure 315 伸展手臂，手上各部位对应天穹的角度。

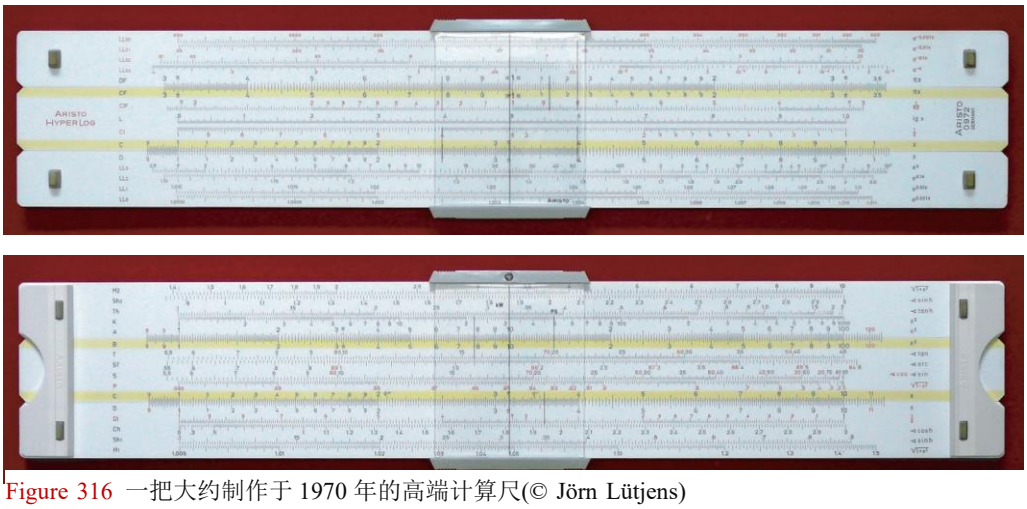


Figure 316 一把大约制作于 1970 年的高端计算尺(© Jörn Lütjens)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 120, page 71：多 2 天。自己建个地日模型来验证一下。其实不精确地是 2 天，有一个小的修正，原因与使太阳日短于 24 小时的原因相同。

Challenge 121 to 130

Challenge 121, page 71：太阳就在观察者身后；太阳即将没下，光线从身后射来，射向太阳对面的天空。

Challenge 122, page 71：略。

Challenge 123, page 72：体积为 $V = \int A\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} 4(1-x^2)\mathrm{d}x = 16/3$ 。

Challenge 124, page 72：可以的，不妨拿纸做个模型试试看。

Challenge 125, page 72：考虑到量子效应就会出问题。二维宇宙中没有物质，因为物质由自旋 1/2 的粒子组成，而自旋 1/2 粒子在二维中并不存在。你能找到其它原因吗？

Challenge 126, page 72：二维时间不允许对事件和观测结果进行排序，没有“先”“后”之分了。日常生活和所有可测量的领域中，时间必是一维的。

Challenge 127, page 72：没有任何实验发现任何线索。这是可能的吗？或许不可能，正如最后一卷所论述的那样。

Challenge 128, **129**, page 73：略。

Challenge 130, page 73：最好的解决方案似乎是增加 23 根。你能推断出来吗？为了保留探索的乐趣，不在此列出答案。你可以在 blog.vixra.org/2010/12/26/a-christmas-puzzle 找到解决方案。

Challenge 131 to 140

Challenge 131, page 74：若你解决了这个绳长问题，你会成为著名数学家。长度的精度仅 6 位小数。目前还没有对所有非平凡结的确切公式，理想扭结的确切形状也是未知的。对于所有两端粘合在一起的非平凡理想闭合结，这个问题也没有得到解决。

Challenge 132, page 76：利用$x = gt^2/2$，得到：时间(秒)的平方乘以 5，就是深度(米)。

Challenge 133, page 76：实验一下叭。

Challenge 134, page 76：院士们用一根细线将一颗炮弹悬挂在炮口前。开炮以后，另一颗飞弹打断细线，从而确保两球同时开始。远处的观测者来确定两颗球是否同时落到地面。实验不好做，角度和空气阻力的小误差就会扰乱结果。。

Challenge 135, page 76：抛物线有一个所谓的焦点(focus or focal point)。从该点发出，在抛物线上反射的所有光，都朝相同的方向出射：平行射出。“focus”这个词在拉丁语中意为炉子，就是抛物面镜聚光、最热的地方。抛物线$y = x^2$的焦点在哪？(椭圆有两个焦点，它们在哪?)。

Challenge 136, page 77：移除沙坑，改用相机测量真实跳跃距离，跳远记录肯定会增加；这将使跳跃者能够更接近他们的最高速率。也可以在起跳位置设一小斜面或弹簧板，增加起跳角度，提高跳远记录。

Challenge 137, page 78：可能由 Roald Bradstock 持记录，他将高尔夫球投掷了 155 米以上。投掷手机、标枪、人和洗衣机的记录更短。

Challenge 138, page 78：在雨中奔走前进，测量自身速率v，测量雨与竖直方向的角度α。那么雨的速率是$v_{\mathrm{rain}} = v/\tan\alpha$。

Challenge 139, page 78：滑冰最难动作是四周跳(quadruple jump)；舞蹈并没有这样的记录。

Challenge 140, page 78：忽略空气阻力，设角度近似为 45° ，我们得到$v = \sqrt{dg}$，约 3.8

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

m/s。该速率是通过消化道末端的机械系统突然释放的血压，以稳定的压力积聚产生的。引用的参考文献告知了更多细节。

Challenge 141 to 150

Challenge 141, page 79：在水平地面上，设抛体速率v，与水平夹角α，忽略空气阻力和投掷者的高度，距离为$d = v^2 \sin 2\alpha / g$。

Challenge 142, page 79：答案不明。2012 年的人类记录是 11 个球。而机器人，目前的记录是三个球，由 Sarcoman 机器人完成。网上有很多关于这个话题的材料和视频。对于人和机器人来说，达到最多的可能球数是项挑战。

Challenge 143, page 79：据说致命，因为雨滴会变成冰球，高速砸下。

Challenge 144, page 79：危险！人们因此就医，甚至被回落的子弹爆头而亡。见 S.Mirsky 的《很高，很远(*It is high, it is far*, Scientific American p. 86, February 2004)》或 C.Tuijn 的《*Vallende kogels*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 71, pp. 224–225, 2005》。注意，向空中发射武器是犯罪。

Challenge 145, page 79：这是真事儿。必须知道此人跑没跑跳没跳，才能给出答案。在 R.Cross 的描述《法医物理学 101：高处坠落(*Forensic physics 101: falls from a height*, American Journal of Physics 76, pp. 833–837, 2008)》中，此人不可能跑过，所以是：谋杀。

Challenge 146, page 79：质量m的动物，跳跃需要能量$E = mgh$，而肌肉所做功大致与其质量成正比$W \sim m$。因此，高度 h 与动物质量无关。换言之，动物的比机械能约为 $1.5 \pm 0.7\ \mathrm{J/kg}$。

Challenge 147, page 79：仔细研究，石子其实从不遵循抛物线：考虑到g随高度变化，抛体的精确路径是个椭圆。这种形状在长距离投掷时最为明显，例如跨越相当大的一部分地表投掷，尤其是发射轨道物体。简言之，只有假设大地是平的，石子才会遵循抛物线。若考虑大地曲率，抛体走椭圆。

Challenge 148, page 80：围绕平面中点的所有旋转的集合确实是一个向量空间。那么围绕平面中所有点的所有旋转的集合呢？三维情况呢？

Challenge 149, **150**, page 80, 81：略。

151 ~ 200

Challenge 151, page 81：两个向量$\boldsymbol{a}$与 $\boldsymbol{b}$ 的标量积由下式给出

Challenge 151 to 160

$$\boldsymbol{ab} = ab \cos\sphericalangle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \tag{134}$$

这与矢量积有何不同?。

Challenge 152, **153**, page 82, 83：略。

Challenge 154, page 84：引力波探测器测到的加速度低于$10^{-13}\ \mathrm{m/s^2}$，貌似是最小的加速度。但相比于大陆断裂后大陆漂移的加速还是太大啦：大陆在 300 万年内从 7 毫米/年加速到 40 毫米/年。这相当于$10^{-23}\ \mathrm{m/s^2}$的值。加速度有理论上的最小值吗？

Challenge 155, page 84：在自由落体(设无空气阻力)或绕地球运行的空间站内，你会加速，但没有任何感觉。不过问题并非如此简单。如果没有非加速参考，确实感觉不到恒定而均匀的加速度。加速度和“什么都感觉不到”之间的这种不可区分或等价性是爱因斯坦发展广义相对论的重要一步。但是，如果我们的感官足够灵敏，我们会感觉到一些东西：在自由落体或空间站中，加速度既不恒定，也不均匀。因此，我们确实

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

可以说，自然界中的加速度总是可以感觉到的。

Challenge 156, page 84：老师问学生：速度的导数是啥？加速度！加速度的导数是啥？不知道！是“*jerk* (急动度)”！位置的四、五、六阶导数有时被称为“嘶(*snap*, 痉挛度)” “咔(*crackle*)” “砰(*pop*)”，这些名称尚未有统一标准。

Challenge 157, page 86：略。

Challenge 158, page 86：有人可能会说，任何光源的大小都是有限的。

Challenge 159, page 87：略。

Challenge 160, page 88：肉眼感知到的微小黑点直径通常约为 50 μm。

Challenge 161, page 88：见第三卷 page 170。

Challenge 162, page 88：必须仔细检查引导我们从观察结果中提取点概念的步骤是否正确。奇遇记的最后一部分将颠覆之前的观念。

Challenge 163, page 89：人们可以旋转手，使手臂做出这种动作，另见卷四 page 132。

Challenge 164, page 89：系绳数目没有限制。第六卷 page 182 展示了 96 条连接的拴系自转可视化。

Challenge 165, page 89：若轮有轴，神经和血管无法连接供应。拴系自转仅在旋转部件无轴时有效：“轮子”必须悬浮或通过其它方式保持在原位。故而不可能仅用一张皮肤制造轮轴。若能制造无轴的轮子(这或许是可能的)，那么轮子会周期性碾过连接。这种无轴连接能实现螺旋桨吗?

顺便说一句，若轮子是“死”物，那么动物体可能在其轴上有轮。就算用上连续流反应器(continuous flow reactor)等血液供应技术，动物也无法使这种分离的轮子以与身体其它部位相适应的方式生长，而且这种轮子会难以修复。分离的轮子不能在动物身上生长，这种轮子必须是死的。

Challenge 166, page 90：头骨中的大脑、骨骼内的血液工厂、眼睛的生长，比比皆是。

Challenge 167, page 94：2007 年，最大的摩天轮直径约 150 米。最大的风力涡轮机直径约为 125 米。水泥窑是最长的轮子：它们的轴线可以超过 300 米。*[1]

Challenge 168, page 94：空气阻力降低了足球可达到的最远距离，在大约$\pi/4 = 45°$ 的角度下，能将$v^2/g = 91.7$米降至 50 米左右。

Challenge 169, **170**, **171**, **172**, page 94, 94, 95, 95：略。

Challenge 173, page 97：人们也可以将太阳、天空和风景列入这份清单中。

Challenge 174, page 98：不存在第三种选择。幽灵、幻觉、有人声称看到的猫王(埃尔维斯·普雷斯利 Elvis Presley)，或者外星人，都必然是物体或影像。同样，影子也只是特殊类型的影像。

Challenge 175, page 98：该问题曾在 17 世纪激烈讨论；就连伽利略都主张它们是影像。但它们当然是物体啦，因为它们能与其它物体碰撞，例如 1994 年木星与苏梅克-列维 9 号彗星的震撼碰撞。人类卫星也已与彗星相撞，甚至还向彗星发射物体(并且成功击中)。

Challenge 176, page 98：该最低速度大致是那种可以不用手扶就能骑行的速度。如果你以这样的速度骑行，然后轻轻地转动车把，你就能体验到文中所说的情况。要注意：

[1]* 译者注：2025 年，世界上最大的摩天轮是迪拜之眼摩天轮，有 250 米高。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

用力过猛会让你摔得很惨。

自行车是日常生活中最复杂的机械系统之一，而且它至今仍是一个研究课题。显然，这方面的世界级专家是荷兰人。Figure 317 概述了自行车的运动性质。主要结论是，在中等速度区间，自行车处于直立状态是稳定的；只有在低速和高速行驶中，骑行者才必须主动操控车把来确保自行车保持直立状态。

更多详情，请查阅论文《J. P. Meijaard, J. M. Papadopoulos, A. Ruina & A. L. Schwab, *Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review*, Proceedings of the Royal Society A **463**, pp. 1955–1982, 2007》以及《J. D. G. Kooijman, A. L. Schwab & J. P. Meijaard, *Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle*, Multibody System Dynamics **19**, pp. 115–132, 2008》。也可访问网站 audiophile.tam.cornell.edu/~als93/Bicycle/index.htm。

Challenge 177, page 101：总重量缓慢下降，因为出汗导致水分蒸发流失，还有一小部分原因是呼出的二氧化碳中所包含的碳元素被排出体外。

Challenge 178, page 101：这是一个互联网能提供很大帮助的挑战。若想获得一般性的介绍，可以参阅李·西格尔(Lee Siegel)的《幻戏魔罗：印度的神迹与骗局(*Net of Magic – Wonders and Deception in India*, University of Chicago Press, 1991)》。

Challenge 179, page 103：若球不自转，那么在碰撞之后，两球离开方向互成直角。

Challenge 180, page 103：由于重物很沉，它从锤子敲击所获得的速度很小，而且很容易被人体所阻挡。用铁砧代替混凝土块效果一样。人也可以不躺在钉板上：头跟肩枕在一张椅子上，双脚在另一张椅子上，身体悬空。

Challenge 181, page 103：是的，质量的定义同样适用于磁现象，因为精确定义并未要求相互作用是中心力，只需满足一个更普遍的条件：产生加速度。你能从质量的定义(质量是使动量保持守恒的那个量)推导出这个条件吗？

Challenge 182, page 105：从引力效应来推断地球质量，比从惯性效应容易。

Challenge 183, **184**, **185**, **186**, page 105, 106, 106, 106：略。

Challenge 181 to 190

Challenge 187, page 106：乍一瞅，相对论表明超光速粒子具有虚质量；不过，虚数因子可以从质能关系和质动量关系中提出来，这样一来，人们就可以为超光速粒子定义一个实质量值。结果是，速度更快的超光速粒子比速度较慢的超光速粒子具有更小的能量和更小的动量。实际上，超光速粒子的动量和能量都可以是任意大小的负数。

(译者注:首先，本书系中的“质量”从来不是指相对论质量，一向是指所谓的“静止”质量，虚质量也是不依赖速度的，百度百科等地方用“速度-质量关系”讨论是不对的。其次，在狭义相对论中(设 $c=1$)，对于类时 4-动量 P 有:$P_iP^i=E^2-p^2=m^2(m>0)$, $E=\gamma m$, $p=\gamma mv$, $\gamma=(1-v^2)^{-1/2}$，这是日常情况；对于类空 4-动量 P 有:$P_iP^i=E^2-p^2=-m^2(m>0)$, $E=\gamma m$, $p=\gamma mv$, $\gamma=(v^2-1)^{-1/2}$，这是快子。)

Challenge 188, page 107：最左边的情况影响极小，第二种情况会使汽车前后移动，右边的两张图片展示了不用开瓶器开酒瓶的方法。

Challenge 189, page 108：腿永远无法完全竖直；否则就会立刻滑倒。一旦猫或人摔倒在地上，几乎就不可能再站起来了。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

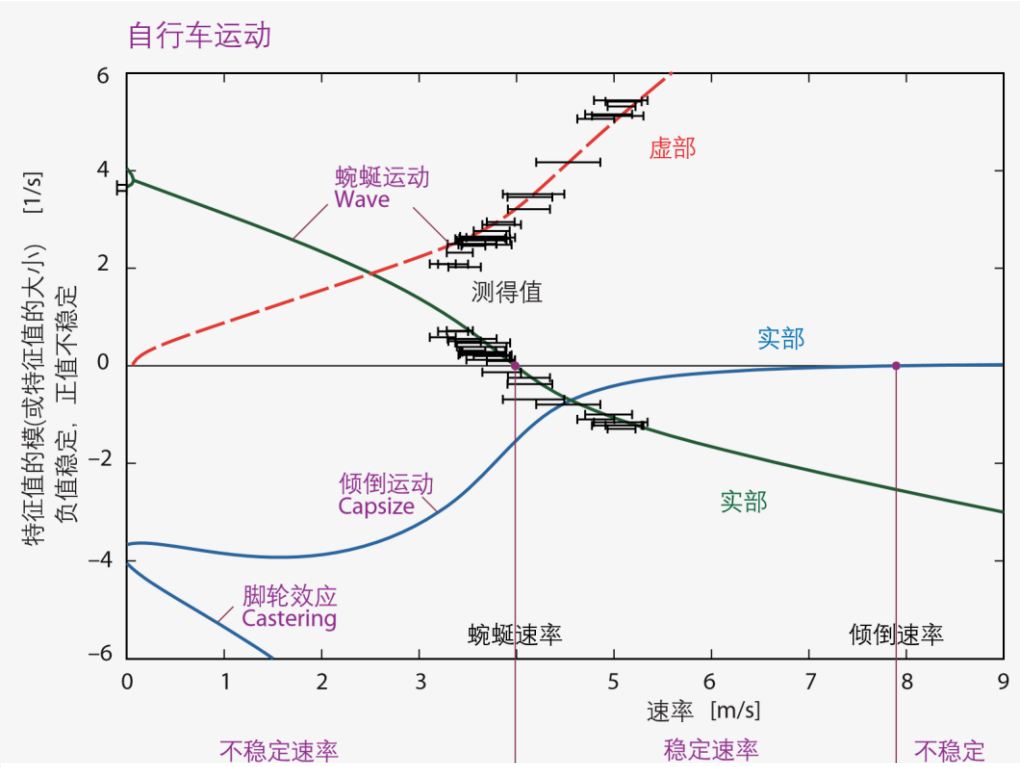


Figure 317 自行车运动的测量结果(黑色条形图)和计算结果(彩色线条)——更确切地说，是动力学特征值——随其速率的变化情况(© Arend Schwab)

(译者注:关于该图，也可以看看 http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/bicycle_mechanics/JBike6_web_folder/JBhelp.htm#_Interpretation_of_Results，自行车动力学分析工具 JBike6 的帮助文档)

Challenge 190, page 108：动量守恒意味着环境会朝着相反的方向被加速。能量守恒则意味着大量的能量会在两个位置之间转移，从而使这两个位置之间的所有东西都熔化。因此，瞬间移动会与能量守恒和动量守恒相矛盾。

Challenge 191, page 108：太阳引起的潮汐、太阳风、地日磁场互动，都是地日摩擦。

Challenge 191 to 200

Challenge 192, page 109：有了系数 1/2，系统动能增量就等于对系统所做的功：因此，只有加上系数 1/2，总能量才会守恒。

Challenge 193, page 111：略

Challenge 194, page 111：巧妙利用了动量守恒。

Challenge 195, page 111：一样。刹车会坏得更厉害，但两辆车损坏程度还是一样。

Challenge 196, page 111：供暖系统、引擎、钢铁厂、用于弥补电网损耗的发电机等等(都会消耗能源)。顺便提一下，世界上最富裕的国家，比如瑞典或瑞士，每个居民的能源消耗量仅为美国的一半。能源浪费是美国平均生活水平较低的原因之一。

Challenge 197, **198**, **199**, **200**, page 114：略。

201 ~ 250

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 201 to 210

Challenge 201, page 116：略。

Challenge 202, page 116：只需把砖块抛向空中，并比较它绕不同轴转动的情况。

Challenge 203, page 116：对物体的每个质量元，使用转动惯量的定义以及勾股定理。

Challenge 204, page 116：多次悬挂法。将物体悬挂多次，每次都把绳子系在物体的不同点上。绳子们的延长线交于重心。

Challenge 205, page 116：见 Table 19 以及 Table 20.

Challenge 206, page 116：球体有取向，我们总能在其表面添加一个微小的点。对于微观物体而言，则不存在这种可能性，我们将在量子理论相关的部分来研究这种情况。

Challenge 207, **208**, page 116, 117：略。

Challenge 209, page 118：能拿到香蕉。只需绕自身的轴转动。每转一次，圆盘就会朝着香蕉的方向转动一点儿。也有其它方法，比如朝着与轴垂直的方向吹气、撒尿等等。

Challenge 210, page 119：自行变速违背动量守恒；自行转向(只要这种运动随后又停止下来)不违背任何守恒定律。这种差异背后的深层次根本原因将在我们最后部分揭晓。

Challenge 211 to 220

Challenge 211, page 119：略。

Challenge 212, page 119：那些恰好沿着车轮径向移动的点在车轴以下、轮周以上的三四象限形成一个圆；也就是 Figure 79 中清晰显示的那些点。

Challenge 213, page 119：利用围绕接触点的角动量守恒。假定车轮的质量都集中在轮周上，那么最终的转动速度是初始转动速度的一半；这与摩擦系数无关。

Challenge 214, page 120：略。

Challenge 215, page 121：作者所说的很可能是“宇宙的其余部分”。的确，在一个封闭系统中，移动其中一部分永远不会改变该系统的重心。但宇宙是封闭的吗？或者说，宇宙是一个系统吗？我们这次探索之旅的最后一部分会探讨这些问题。

Challenge 216, **217**, **218**, page 121：略。

Challenge 219, page 121：提示：能量守恒和动量守恒会得出两个方程；但在三个球的情况下有三个变量。还需要些什么呢？可查阅 F.赫尔曼(F. Herrmann)和 M.塞茨(M. Seitz)的《球链是如何运作的？(*How does the ball-chain work?*, American Journal of Physics **50**, pp. 977–981, 1982)》。更大的挑战在于制作一条高精度的球链，将干扰降至最低，使球的表现符合预期。从网上信息来看，似乎还没有人成功制作出这样一条球链。你能做到吗？

Challenge 220, page 122：这种方法让菲利斯·福格(Phileas Fogg)赢得了关键赌局。他是儒勒·凡尔纳(Jules Verne)于 1872 年首次出版的著名冒险小说《八十天环游地球(*Le tour du monde en quatre-vingts jours* / *Around the World in Eighty Days*)》的主人公。

Challenge 221 to 230

Challenge 221, page 122：人体在中低档功率输出时，能量利用效率更高。正如参考文献所详细阐述的，这个课题仍在研究中。据估计，对于上坡行走的人来说，临界坡度约为 16 度，但对于下坡行走的人来说，这个临界坡度应该是不同的。

Challenge 222, page 122：略。

Challenge 223, page 122：提示：每单位距离的能量就是力。

Challenge 224, page 123：角动量守恒拯救玻璃杯，试试看。(译者注: IYPT 2019 也有此题)

Challenge 225, page 123：首先，麦克杜格尔的实验数据有缺陷。在他不知道自己研究的六个案例的确切死亡时间。他所声称的质量减少并不能从他自己的数据中导出。对与人类体重相近的濒死绵羊进行的现代测量表明质量没有变化，但在心脏停止跳动时会

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

出现清晰的几十克的重量波动。这种暂时的重量减轻可能是由于排出空气或水分、肌肉松弛，或者是血液循环停止所致。这个问题尚无定论。

Challenge 226, page 123：略。

Challenge 227, page 123：假设是一座方形的山，它高出地壳的高度 h 与扎入地壳的深度 d 的关系由下式给出：

$$\frac{d}{h} = \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_c} \tag{135}$$

其中ρ_c是地壳的密度，ρ_m是地幔的密度。对于所给定的密度值，该比值为 6.7，这就使得在山的下方额外增加了 6.7 千米的深度。

Challenge 228, page 124：略。

Challenge 229, page 124：液体罐子更快。网上有这个实验的视频。为啥会这样呢？

Challenge 230, **231**, page 124：略。

Challenge 231 to 240

Challenge 232, page 124：宇宙中的物质可以旋转，但宇宙本身却不能旋转。测量结果表明，在测量误差范围内，不存在物质的旋转现象。

Challenge 233, page 124：球体的运动表现只能由球链中传播的弹性波来解释。只有弹性波的传播，尤其是波在球链末端的反射，才能解释为何落下的球数与另一侧飞起的球数相同。长时间来看，摩擦力会使所有球体同相振荡。你能证明吗？

Challenge 234, page 126：当短圆柱体撞击长圆柱体，两列压缩波从接触点开始分别在两个圆柱体中传播。当每列压缩波到达圆柱体末端，会反射为一列膨胀波。若尺寸选择得当，短圆柱体反射回来的膨胀波可以继续传入仍处于压缩阶段的长圆柱体。在接触时间足够长的情况下，来自短圆柱体的波能够将其大部分能量传入长圆柱体。动量和能量都守恒；但当长圆柱体分离，其能量并非全部都是平动能量，它会沿长度方向振荡。这种振荡可以用来将钉子或钻头打进墙中，在商用电锤钻中，通常采用的长度比为 1:10 。

Challenge 235, page 126：当球完美反弹，传递给墙壁的动量是原来的两倍。

Challenge 236, page 126：若软木塞在原位：取下塑料封盖，用布包住瓶子，或者把瓶子放进鞋子里(仅出于保护目的)，然后反复将瓶子倾斜着撞击地面或让它坠落，如 Figure 72 所示。每撞击一次，软木塞就会往外露出一点。

如果软木塞掉进了瓶子里：把一半的布塞进瓶子里；摇晃瓶子，直到软木塞落到布上。把布拉出来：先慢慢地拉，直到布几乎围住软木塞，然后再用力拉。

Challenge 237, page 126：梯子的下端总是接触着地面。这是为什么呢？

Challenge 238, page 126：原子力显微镜。

Challenge 239, page 126：略。

Challenge 240, page 126：奔跑的人：$E \approx 0.5 \cdot 80\ \mathrm{kg} \cdot (5\ \mathrm{m/s})^2 = 1\ \mathrm{kJ}$；步枪子弹：$E \approx 0.5 \cdot 0.04\ \mathrm{kg} \cdot (500\ \mathrm{m/s})^2 = 5\ \mathrm{kJ}$。

Challenge 241 to 250

Challenge 241, page 127：它的大小几乎翻倍了。

Challenge 242, page 127：最高点的加速度为 $g \sin\alpha$，其中 α 是摆体与竖直方向的夹角。在最低点，加速度为 v^2/l，其中 l 是摆长。由能量守恒可知$v^2 = 2gl(1 - \cos\alpha)$。因此，这个问题要求$sin\,\alpha = 2(1 - cos\,\alpha)$。由此可得出$cos\,\alpha = 3/5$。

Challenge 243, page 127：由于存在雾气，需要用到变质量方程 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = \pi\rho_{\mathrm{vapour}} r^2 |v|$，

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

以及雨滴下落的加速度方程 $m\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = mg - v\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$。这两个方程可得出：

$$\frac{\mathrm{d}(v^2)}{\mathrm{d}r} = \frac{2g}{C} - 6\frac{v^2}{r} \tag{136}$$

其中$C = \rho_{\mathrm{vapour}}/4\rho_{\mathrm{water}}$。关键在于证明该式可改写为：

$$r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{v^2}{r}\right) = \frac{2g}{C} - 7\frac{v^2}{r} \tag{137}$$

长时间来看，符合物理实际的解都趋近于 $v^2/r = 2g/7C$；这意味着从长时间尺度来看，

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{v^2}{r} = \frac{g}{7} \quad 且 \quad r = \frac{gC}{14}t^2 \tag{138}$$

关于这个著名的问题，可参考 B.F.爱德华兹(B. F. Edwards)、J.W.怀尔德(J. W. Wilder)、E.E. 西姆(E. E. Scime)的《下落雨滴的动力学(*Dynamics of falling raindrops*, European Journal of Physics 22, pp. 113–118, 2001)》；或者 A.D. 索卡尔(A. D.Sokal)所著的《再论下落的雨滴(*The falling raindrop, revisited*)》，预印本可在 arxiv.org/abs/0908.0090 获取。

Challenge 244, page 127：其中一个会更快，因为转动惯量不同。是哪个呢？

Challenge 245, page 127：这个问题没有简单答案，因为空气阻力起着重要作用。关于这个话题几乎没有相关研究。顺便说一下，竞技跳绳是很有挑战性的；例如，世界上只有少数人能够在单次跳跃中让绳子在脚下转过 5 圈。你能跳出更多花样吗？

Challenge 246, page 127：称一下子弹多重，然后射中一个悬吊质量体。根据质量体偏角，就可以确定子弹的动量。

Challenge 247, page 127：略。

Challenge 248, page 127：沿着墙壁下滑的梯子中点所描绘出的曲线是个圆。

Challenge 249, page 127：这些开关利用在被按下时接收到的电能，并将其输送给一个小型发射器，该发射器起到高频遥控器的作用，用于打开电灯。

Challenge 250, page 127：巧妙布设双金属(bimetal)。双金属随昼夜温度变化而移动，从而为钟表发条上劲儿。而钟表本身也是一款低能耗的机械钟。

251 ~ 300

Challenge 251 to 260

Challenge 251, page 127：当船只进入升降机，升降机的重量不会改变。双升船机(twin ship lift)，或者说平衡式升船机，由两个独立的箱体组成，通过机械或液压方式连接起来，两个箱体不论全是水还是有船，都是一样重的。系统平衡大大减小了驱动装置所需的功率，在最理想的学生模型中甚至是零能耗的。(译者注:图片中的 Strepy-Thieu 曾是世上最高的升船机，直到 2016 年三峡升船机竣工)

Challenge 252, **253**, page 128：略。

Challenge 254, page 130：摩擦力和扭矩共同起了作用。可以看看 J.绍尔(J. Sauer)、E.舍纳(E. Schörner)和 C.伦纳茨(C. Lennerz)的文章《一些经典机械玩具的实时刚体模拟(*Real-time rigid body simulation of some classical mechanical toys*, 10th European Simulation and Symposium and Exhibition (ESS '98) 1998, pp. 93–98)》，或者访问 www.lennerz.de/paper_ess98.pdf 。

Challenge 255, **256**, page 130, 132：略。

Challenge 257, page 132：极点不在天顶位置。就像 Figure 123 那样。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 258, page 132：罗伯特·皮里忘了，在他声称抵达北极的 1909 年 4 月 6 日，太阳在地平线附近很低的位置，影子应当很长，约是物体高度的 10 倍。但他拍的照片中，影子太短。(其实他拍照时尽可能小心地隐藏了所有影子。)他甚至说服了美国国会在 1911 年宣布他是第一个到达北极的人。(有个与之竞争的骗子曾声称比皮里更早到达北极，他的照片也有同样的错误。)皮里还谎报了最后几天的行进距离；他也没有提及，最后几天他是由搭档马修·亨森拉着前进的，因为他已经无法再行走了。事实上，就那次探险而言，马修·亨森比皮里更值得称赞。但亨森并不知道皮里在他们所到达的位置这件事上撒了谎。

Challenge 259, page 132：略。

Challenge 260, page 134：拉普拉斯和高斯指出，落体向东的偏移量 d 由下式给出：

$$d = 2/3\Omega\cos\varphi\sqrt{2h^3/g} \tag{139}$$

这里 $\Omega = 72.92\ \mu\text{rad/s}$ 是地球的角速度，φ 是纬度，g是重力加速度，h是下落的高度。

Challenge 261 to 270

Challenge 261, page 135：科里奥利效应可以被看作是两种大小相等的不同效应之和。第一种效应是：非旋转观测者所见的恒定速度，在旋转观测者看来随时间变化。第二种效应是速度随空间位置变化。旋转参考系中的不同位置有不同的速度。旋转观测者所见的这两种效应都是负的，都与角速度跟速度成正比。二者之和就是科里奥利加速度(或科里奥利效应)，大小$\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}$。

Challenge 262, page 137：摆长为 L 的二维短摆(摆幅为 ρ，摆动方向为 φ)，其拉格朗日函数 $\mathcal{L}$ 中存在另外两项：

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2}m\dot{\rho}^2\left(1+\frac{\rho^2}{L^2}\right) + \frac{l_z^2}{2m\rho^2} - \frac{1}{2}m\omega_0^2\rho^2\left(1+\frac{\rho^2}{4L^2}\right) \tag{140}$$

其基频为$\omega_0^2 = g/L$，角动量为$l_z = m\rho^2$。当$L\to\infty$，额外两项为零，系统可以在长短半轴分别为a和b的固定椭圆上以频率ω_0运动。对于摆长为有限值 L 的情况，频率变为：

$$\omega = \omega_0\left(1-\frac{a^2+b^2}{16L^2}\right) \tag{141}$$

椭圆也会转动，频率如下：

$$\Omega = \omega\frac{3}{8}\frac{ab}{L^2} \tag{142}$$

C.G.格雷(C. G. Gray)、G.卡尔(G. Karl)、V.A.诺维科夫(V. A. Novikov)在《经典与量子变分原理的进展(*Progress in classical and quantum variational principles*, arxiv.org/abs/physics/0312071)》中表明，这些公式可以通过最少动作原理导出。换言之，做椭圆运动的短摆即使没有科里奥利效应也会出现进动现象。由于这种进动频率会随着$1/L^2$减小，所以对于长摆来说，这种效应很微小，此时就只剩下科里奥利效应了。因此，要想在短摆中观察到科里奥利效应，就必须引入抑制椭圆运动的机制，避免短摆一开始就在椭圆轨道上摆动。

Challenge 263, page 137：科里奥利效应导致物体运动偏离直线。设想一根单摆以振幅A沿南北方向摆动。摆到南端，单摆离转轴比原来远了$A\sin\varphi$，其中φ是纬度；摆到北端，中心支撑点的水平速率比摆体快出$v = 2\pi A\sin\varphi/23\text{h}56\text{min}$。进动周期由$T_F = v/2\pi A$给出，其中$2\pi A$是单摆运动轨迹包络线(相对于地球)的周长。由此得出$T_F =$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

23h56min/ $\sin\varphi$。为什么公式中出现的值不是 24 小时，而是 23 小时 56 分钟呢？

Challenge 264, page 137：实验表明，陀螺仪的轴相对遥远恒星保持固定；没有任何实验表明它相对于绝对空间不变。“绝对空间”无法被定义或观测，是个无用的概念。

Challenge 265, page 138：旋转会使环行光的频率发生微小变化，进而使之变色。

Challenge 266, page 138：科里奥利加速度会使东西向运动物体的重量变化。若旋转速度被调到与天平振荡频率一致，该重量变化效应会因共振而增强。厄缶(Eötvös)也曾使用过这个技巧。

Challenge 267, page 138：科里奥利加速度会使运动物体都会向侧面偏转，该情境的两个质量体的偏转会叠加，杆会转动。偏转方向取决于实验是在北半球还是南半球。

Challenge 268, page 138：绕东西向的轴旋转 π(弧度)，科里奥利力会使管内液体产生环绕管子的漂移速度。忽略摩擦力，该速度值为：

$$v = 2\omega r \sin\theta \tag{143}$$

其中 ω 是地球的角速度，θ是纬度，r 是环形管的(较大)半径。对于欧洲大陆上一个直径为 1 米的管子，由此得出的速度大约是 $6.3\cdot10^{-5}$ 米/秒。

若在管子某一处限制其直径，该处液体流速增加，会更易测量。若截面积缩小为原本的百分之一，速度会变为 100 倍。在实验中必须小心避免任何其它使水流动的因素，例如系统中的温度梯度。

Challenge 269, page 138：想象一个环形的光路(例如，在一根玻璃纤维环)，有两束光沿着它朝相反方向传播，如 Figure318 所示。如果这条纤维光路以频率 Ω 转动，我们可以推断出，在转完一圈后，光程差 ΔL 为：

$$\Delta L = 2R\Omega t = 4\pi R^2\Omega/c \tag{144}$$

设折射率为 1，则相位差为：

$$\Delta\varphi = 8\pi^2 R^2\Omega/c\lambda \tag{145}$$

这就是萨格纳克效应主要情形所需的公式。人们常以为，萨格纳克效应只有借助广义相对论才能理解，这不对。正如这简单推导所示，该效应很容易从光速 c 的不变性得出。该效应是狭义相对论的一个结果。

Challenge 270, page 141：金属棒在轴的一侧稍长一些。当用来悬挂它的金属丝被蜡烛烧断后，其转动惯量会减小到原来的 10^{-4}；因此，理想情况下，它开始转动的角速度会是地球自转角速度的 10^4，通过小镜子反射的光在墙上的移动，很容易得到转动速率。

Challenge 271 to 280

Challenge 271, page 142：略。

Challenge 272, page 147：贝塞尔最初的结果是 0.3136 角秒，或者说 65.77 万个轨道半径，他认为这相当于 10.3 光年或者 97.5 拍米。

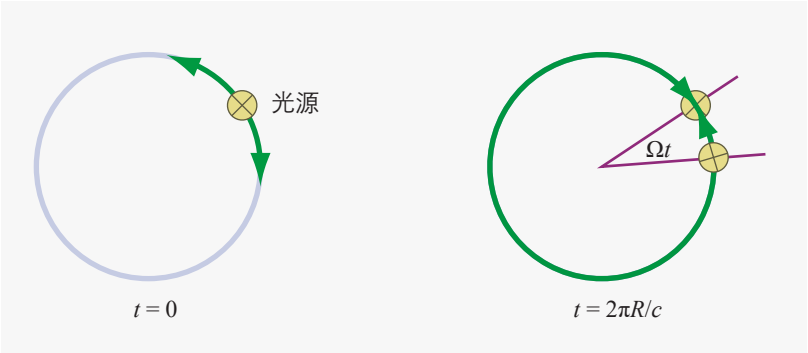


Figure 318 萨格纳克效应推导。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

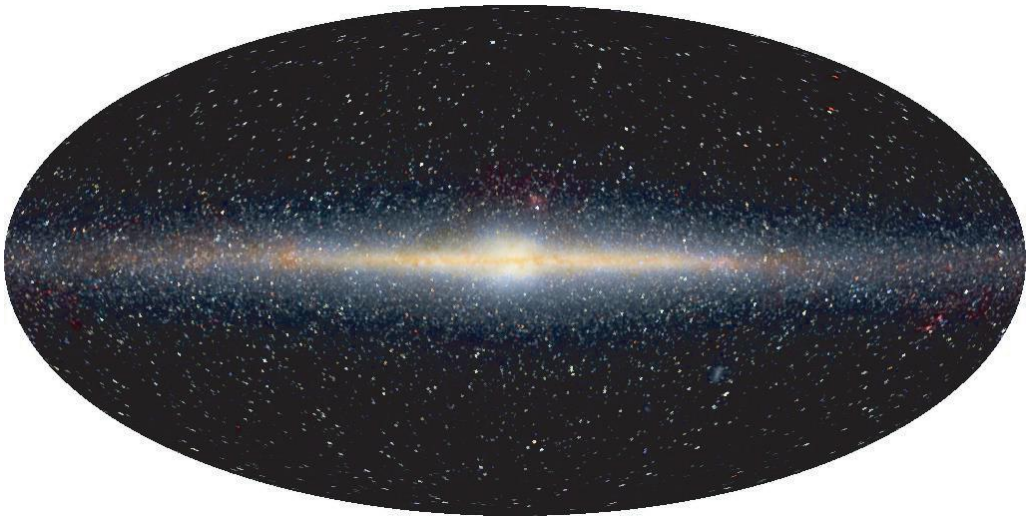


Figure 319 夜空与我们的银河系，在近红外波段的样子(NASA 伪彩图)

Challenge 273, page 148：略。

Challenge 274, page 150：银河系在夜空中形成一条光带：它是个扁平结构。如 Figure 319 所示，在红外波段看得更清楚。从这种扁平形态(以及它的圆对称性)我们可以推断出，银河系肯定在旋转。由此可知，宇宙中一定还存在着其它物质。

Challenge 275, page 152：略。

Challenge 276, page 153：见 page 189。

Challenge 277, page 154：略。

Challenge 278, page 154：心跳影响示重。在每次心跳的时候，体重会略有下降。这显然是因为当心脏将血液向上泵出时，血液冲击了主动脉弓。在左心室最大收缩时，血液速度约为 0.3 m/s。到主动脉弓的距离是几厘米。从收缩到血流方向逆转的时间大约是 15 ms。即使是去世的人，其体重示数也并非完全恒定，比如气流会干扰测量。

Challenge 279, page 154：对于轨迹的后半段，可以参考 Figure 97，并仔细思考轨迹的前半段。物体最终会落在起点稍微偏西的位置。

Challenge 280, page 154：提示：在赤道发射火箭能节省大量能源燃料、减轻重量。

Challenge 281 to 290

Challenge 281, **282**, page 155：略。

Challenge 283, page 157：火焰向内侧倾斜。

Challenge 284, page 157：是的。没有绝对位置、绝对方向。同样也不存在优先的(preferred)位置或方向。就时间而言，似乎只有宇宙大爆炸是个例外；但考虑进量子效应，就会证实确实不存在优先的时间尺度。

Challenge 285, page 157：对于你的考试来说，最好是说离心力并不存在。但由于每个静止系统中都存在力的平衡，所以那种离心力不存在的说法是误导性的。

Challenge 286, **287**, page 157：略。

Challenge 288, page 158：把茶杯放在一块木板上，用四根长绳系着木板，提在手中。

Challenge 289, page 158：球会朝着它被加速的方向倾斜。因此，可以这样看：静止在玻璃杯中的球会向上“使劲”，乃是因为地面在向上加速。我们会在广义相对论的相关章

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

节再回到这个问题上来。

Challenge 290, page 158：地球上潮汐产生的摩擦力是主要原因。

Challenge 291 to 300

Challenge 291, page 158：里氏 12 级的地震所释放的能量是 1960 年智利 10 级地震的 1000 倍；1960 年智利地震是由一条贯穿整个 40 千米厚地壳的裂缝引起的，这条裂缝长度达 1000 千米，裂缝两侧相对滑移了 10 米。只有大型小行星的撞击才可能引发里氏震级超过 12 级的地震。

Challenge 292, page 158：略。

Challenge 293, page 158：是的，这情况一年发生两次。为减轻损害，盘子颜色应该深一些。

Challenge 294, page 158：从飞机尾部发射火箭，或许是抵御后方来袭的绝佳防御手段。然而，发射出的火箭相对于空气而言，实际上有可能在“倒着飞”，也就是与母机同向，进而对母机构成威胁。没有考虑到这种效应的工程师们在首次进行此类测试时，险些让一名飞行员丧命。

Challenge 295, page 158：无论猴子爬上、下爬，甚至是自由落体掉落，它都与那个重物保持在相同的高度。如果滑轮处有摩擦，会发生什么情况呢？

Challenge 296, page 159：是的，如果他与船行驶的方向形成足够大的角度移动的话。

Challenge 297, page 159：参见 C. Ucke & H. -J. Schlichting, *Faszinierendes Dynabee*, Physik in unserer Zeit **33**, pp. 230–231, 2002.

Challenge 298, page 159：参见 C. Ucke & H. -J. Schlichting, *Die kreisende Büroklammer*, Physik in unserer Zeit **36**, pp. 33–35, 2005.

Challenge 299, page 159：一枚戒指绕并非惯量主轴的轴转，其角动量和速度就不平行。

Challenge 300, page 159：均匀球体的转动惯量为 $\Theta = 2mr^2/5$。

301 ~ 350

Challenge 301 to 310

Challenge 301, page 159：与球体一样，正方体三个转动惯量也相等，值为$\Theta = ml^2/6$。因此，转动球体和转动正方体所需的功是不同的。

Challenge 302, **303**, page 160, 161：略。

Challenge 304, page 161：是的。你能想象身处赤道的观察者所见如何吗？

Challenge 305, page 161：在天顶处是一条直线，而两侧的圆圈越来越小。可参考 NASA“每日一天文图”的一例 apod.nasa.gov/apod/ap021115.html。

Challenge 306, page 161：略。

Challenge 307, page 161：在所引用的网站对这个平面进行了描述；对于站立的人来说，这个平面是包含两只眼睛的竖直面。

Challenge 308, page 163：如果你成功做到了，请把视频发送给作者！

Challenge 309, page 164：如前所述，从生长、维护和修理的角度来看，腿要比轮子更简单；此外，腿无需平坦的表面(即所谓的“街道”)就能发挥作用。

Challenge 310, page 165：楼梯公式是实验得出的经验性结果，被世界各地的工程师所采用。其起源和解释似乎已消失在历史长河中了。

Challenge 311, page 165：经典意义上的或日常生活中的生物具有左右对称性，因此需要偶数条腿。在二维表面上行走自然会使得生物至少拥有四条腿。海星、蜗牛、蛞蝓、蛤蜊、鳗鱼和蛇是一些最重要的例外情况。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 311 to 320

Challenge 312, page 165：略。

Challenge 313, page 168：白昼的时长、影子的长度、夜晚星星的仰角，都因维度而异，这些事实给朋友打个电话就能验证。船只出现在地平线上时，总是先露出桅杆。这些论据，再加上月食时地球呈现出的圆形阴影，以及无论在何处万物都向下坠落这一现象，亚里士多德在他的著作《论天(*On the heavens*)》中都已提及。“过去许多人认为地球是平的”这一荒诞说法，是作为哥白尼的一种论战修辞而传播开的。在随后的几个世纪里，这个说法被不断夸大，因为一种传播谎言的新工具被发明出来了：印刷术。事实是，在长达 2500 年的时间里，绝大多数人都知道大地是个球。(译者注:央视 10 套《解码科技史 20180311 地球是圆的》是该话题的一期有趣节目，龙丫记者试图体验“先见桅杆后见船”的现象，但她失败了，不过你可以试一试。)

Vol.III page 314

Challenge 314, page 171：矢量$\boldsymbol{SF}$可以用$\boldsymbol{SC} = -(GmM/E)\boldsymbol{SP}/SP$来计算，然后将图中给出的构造转化为公式。可得到：

$$\boldsymbol{SF} = \boldsymbol{K}/mE \tag{146}$$

其中

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{L} - GMm^2\boldsymbol{x}/x \tag{147}$$

这就是所谓的隆格-楞次矢量(*Runge–Lenz vector*)，它沿着连接椭圆两个焦点的直线方向。我们用$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{SP}$表示物体在轨道上位置，$\boldsymbol{p}$ 表示其动量，$\boldsymbol{L}$ 表示其角动量。对于一个物体的轨道而言，隆格-楞次矢量$\boldsymbol{K}$是恒定的，因此对于轨道上的任何位置$\boldsymbol{x}$，它都具有相同的值。(可由$\boldsymbol{x}\boldsymbol{K} = xK\cos\theta$来证明。)如此，隆格-楞次矢量是万有引力运动中的一个守恒量。结果是，矢量$\boldsymbol{SF}$在时间上也是恒定的。

隆格-楞次矢量会出现在所有具有$1/r$势能的问题中，在量子力学中也常用，例如计算氢原子能级。(实际上，“隆格-楞次矢量”这个不准确的名称是由泡利起的；而这个矢量的发现者其实是雅各布·赫尔曼(Jakob Hermann)，时间是 1710 年。)

Challenge 315, page 172：略。

Challenge 316, page 173：关于轨道，见 Chapter 6：轨道.

Challenge 317, page 173：月球重力加速度低为 1.6 m/s^2，常温气体分子就能逃逸。

Challenge 318, page 174：各个时刻速度箭矢的末端，会在运动中心周围形成一个圆。

Challenge 319, **320**, page 174：画一画这种情形的示意图。

Challenge 321 to 330

Challenge 321, page174：引力常数G与地球质量M的乘积$GM = 4.0\times10^{14}$ m^3/s^2。

Challenge 322, page 175：若倾角任意，能到所有点；水平发射只能到半个圆周以内。

Challenge 323, page 177：月表重力加速度 1.6 m/s^2，约是地表 1/6；各行星的网上都有。

Challenge 324, page 177：阿特伍德机(Atwood machine)就是答案：两个近乎等重的质量体m_1和m_2，用一根绳子连接，绳子绕过润滑良好的轻滑轮。较重物体下落缓慢。试证明这种“非自由”落体加速度$a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$。换言之，质量差越小，下落越慢。

Challenge 325, page 178：这个表达式值得好好咀嚼，助于理解力学中的许多重要概念。对于小振幅情形，长度为 l 的单摆的加速度是由重力引起的，在角度 α 处：

$$\begin{aligned} ma &= -mg\sin\alpha \\ ml(\mathrm{d}^2\alpha/\mathrm{d}t^2) &= -mg\sin\alpha \\ l(\mathrm{d}^2\alpha/\mathrm{d}t^2) &= -g\sin\alpha \end{aligned} \tag{148}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

对于小振幅(小于 15 度)，可以将之近似为：

$$l(\mathrm{d}^2\alpha/\mathrm{d}t^2) = -g\alpha \tag{149}$$

这就是简谐振动(即正弦振动)方程。由此产生的运动为：

$$\alpha(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{150}$$

振幅 A 和相位 φ 取决于初始条件；频率由单摆的长度和重力加速度决定(验证它！)：

$$\omega = \sqrt{g/l} \tag{151}$$

(对于任意振幅，公式要复杂得多；更多细节可查阅互联网或专门的力学书籍。)

Challenge 326, page 178：行走速率与 l/T 成正比，这使得它与 $l^{1/2}$ 成正比。这对动物一般也成立。其实测量结果表明，所有动物的最大行走速率(注意不是奔跑速率)为：

$$v_{\mathrm{maxwalking}} = (2.2 \pm 0.2)m^{1/2}/s\sqrt{l} \tag{152}$$

Challenge 327, **328**, **329**, page 178, 179, 179：略。

Challenge 330, page 179：没有明显合适的备选公式。你能找到一个吗？

Challenge 331, page 180：质量为 75 kg 的物体，产生重力加速度 $a = GM/r^2 \approx 5$ nm/s^2。质量 $m_{\mathrm{fly}} = 0.1$ g 的苍蝇，以 $v_{\mathrm{fly}} = 1$ cm/s 的速率落在一个人身上，使皮肤产生 $d = 0.3$ mm 的形变(且无能量损失)，人会获得加速度 $a = (v^2/d)(m_{\mathrm{fly}}/m)$ =0.4 μm/s² 。哪怕非弹性碰撞的能量损失还会使这个加速度的值减小到原来的十分之一。

Challenge 331 to 340

Challenge 332, page 182：计算表明，热运动中储存着高得惊人的能量值。

Challenge 333, page 183：这种效应已经在摩天大楼上测得。你能估算相关数值吗？

Challenge 334, **335**, page 183：略。

Challenge 336, page 183：最简单的理解方法是把引力想象成从一个球体发出的通量。这使得力与 $1/r^{d-1}$ 成比例关系，因此势能与 $1/r^{d-2}$ 成比例关系。

Challenge 337, page 183：略。

Challenge 338, page 185：自由落体轨迹是椭圆，椭圆是平面曲线，所以这是显然的。

Challenge 339, page 185：略。

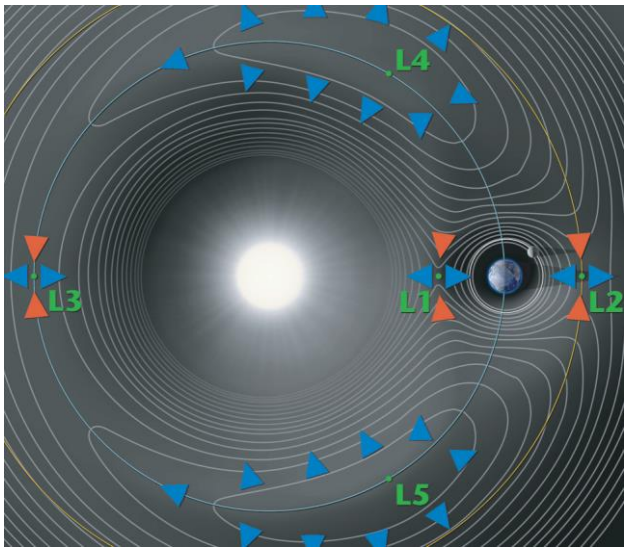


Figure 320
拉格朗日点以及产生这些点的有效势能(NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 340, page 187：一道闪光射向月球，在月球上，月球车(Lunokhod)任务和阿波罗(Apollo)任务放置了几颗猫眼反射器。对闪光往返时间的测量精度足以测量月球距离的变化。更多细节，请参阅 challenge 8。(译者注:2018 年 1 月 22 日，我国首次成功利用激光精确测量地月距离，也是用这些反射器。)

Challenge 341, page 188：略。

Challenge 342, page 188：在空间无穷远处：动量为零的物体处于抛物线轨道上，动量较小的物体处于椭圆轨道上，而动量较大的物体处于双曲线轨道上。

Challenge 343, **344**, page 189：略。

Challenge 345, page 190：拉格朗日点 L4 和 L5 位于小天体轨道上，在其前、后方 60°的位置。如果中心天体与小天体的质量比足够大(大于 24.9)，那么这两个点是稳定的。

Challenge 346, page 190：小天体对中心天体对称，就是拉格朗日点 L3 的位置。在小天体与中心天体的连线上，拉格朗日点 L1 位于二者之间，L2 则位于小天体外侧。设 R 为轨道半径，那么小天体与 L1 和 L2 之间的距离为 $\sqrt[3]{m/3M}\ R$，对于日地系统，这个距离大约是地月距离的 4 倍。L1、L2、L3 都是鞍点，但在它们周围实际上存在稳定的轨道。许多卫星都利用了这些特性，其中包括著名的威尔金森微波各向异性探测器(WMAP)，它测量了宇宙大爆炸的涟漪，该卫星就位于“静止”的 L2 点，在这个点上，很容易屏蔽太阳、地球和月球，并保持卫星温度恒定。

Challenge 347, page 192：这是共振效应，就像琴弦微振能使空气和音箱大振动一样。

Challenge 348, page 193：略。

Challenge 349, page 194：潮汐强度的表达式，即$2GM/d^3$，可以改写为$(8/3)\pi G\rho(R/d)^3$。如今，从每次日食的情况来看，日月的R/d大致相同。所以，月球密度ρ必然要大得多。其实日月引起的潮汐强度(高度)之比约为 3:7，这也就是这两天体质量密度之比。

Challenge 350, page 194：地月总角动量必保持恒定。

Figure 321 著名的“呕吐彗星(vomit comet，也可以叫哕慧)”号：KC-135 飞机，正在抛物线飞行(NASA)

351 ~ 400

Challenge 351, page 196：略。

Challenge 352, page 196：等待一次日蚀。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 351 to 360

Challenge 353, page 196：略。

Challenge 354, page 197：可惜，“被动引力质量”这一错误观念流传甚广。仔细研究发现，其测量方式与惯性质量的完全相同。

这两种质量都以相同的仪器和装置测量。而且所有这些实验均需混同惯性质量和被动引力质量的效应。例如，天平或磅秤必须避免振动，这就需要考虑惯性质量。一般来说，由于宇宙中所有其它质量体的存在，似乎不可能将惯性质量和被动引力质量区分开来。简言之，这两个概念实际上是相同的。

Challenge 355, page 197：略。

Challenge 356, page 197：出现这些问题是因为引力质量决定势能，而惯性质量决定动能。

Challenge 357, page 199：略。

Challenge 358, page 201：他们落在了雪山山坡上、高大树木中，或者其它柔软物体上。有记录的最长安全自由落体距离超过 7 千米。相关内容可在 www.bbc.co.uk/jersey/content/articles/2006/12/20/michael_holmes_fall_feature.shtml 查看。

Challenge 359, page 201：略。

Challenge 360, page 202：只需几万块，就可以在抛物线飞行中体验失重状态，如 Figure 321。(网上的许多抛物线飞行“照片”其实是 P 的。这张照片又如何呢？)

失重是啥感觉呢？有点像在水下悬浮，但没有水的阻力。也有点像跳水时在空中坠落那段时间的感觉。但对于宇航员来说，还有一种感受：当他们快速转动头部，耳朵里用于感知方向的传感器不会因引力而重新校准。所以在最初的一两天里，多数宇航员都会有眩晕恶心的感觉，也就是所谓的太空病。之后身体适应，宇航员就能享受失重了。

Challenge 361 to 370

Challenge 361, page 202：杆状物的质心会以通常的加速度下落，故而末端下落得更快。

Challenge 362, page 202：只需对蹦极者和蹦极绳这两个部分运用能量守恒定律即可。更多细节，包括实验测量结果与理论的对比等，请参阅 N.杜贝拉(N. Dubelaar)和 R.布兰特耶斯(R. Brantjes)的《蹦极时的下落加速度(*De valversnelling bij bungee-jumping*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **69**, pp. 316–318, October 2003)》。

Challenge 363, page 202：大约 1 吨。

Challenge 364, page 202：大约 5 克。

Challenge 365, page 202：全世界人的体重大致都一样；所以大地必是球状。若大地是平的，体重会因地点不同而有所变化，取决人离大地边缘远近。

Challenge 366, page 204：没人说质心是引力中心！在地表，月球引力可以忽略不计。

Challenge 367, page 204：略。

Challenge 368, page 204：那是地球的质量。只需把桌子倒着放就行。

Challenge 369, page 204：地月距离将是现在的约 1.25 倍。

Challenge 370, page 204：然后，弱得多的太阳潮汐太阳会使地月系统自转减慢，让地月距离越来越近。可那时太阳已经变成一颗红巨星了，并且已经吞噬了地球和月球。

Challenge 371, page 204：略。

Challenge 372, page 204：正如伽利略所确定的，摆动一次(半个周期)，该比值为$\sqrt{2}/\pi$。(见 Challenge 325)。不过这种方法最多只能确定 π 小数点后两三位。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 373, page 205：动量守恒并不有碍该效应，任何网球拍对网球都有同样的作用。

Challenge 374, page 205：在速度空间中，椭圆运动、抛物运动、双曲运动都可以用圆来描述。所有这些情况的速端曲线都是一个圆。

Ref 163

Challenge 371 to 380

Challenge 375, page 205：这个问题由来已久(牛顿时代就有人提了)，而且意义深远。其中一个原因是，恒星通过围绕星系旋转而彼此保持一定距离。另一个原因是，星系凭借在大爆炸中获得的动量而彼此分隔开来。如果没有大爆炸，所有的恒星都会塌在一起。从这个意义上说，我们可以从万有引力以及夜空的静止状态推断出大爆炸的存在。我们稍后会发现，夜空的黑暗为大爆炸提供了第二个论据。

Challenge 376, page 205：注意轨道上没有任何一段是向太阳方向凹陷的。你能证明吗？

Challenge 377, page 206：略。

Challenge 378, page 206：从地表出发，直接飞离太阳系所需逃逸速率为 42 km/s。但若借助其它行星，这个速率可以小于上述值的一半(为什么呢？)。

Vol.II page 262

如果从某天体逃逸的速率超过光速，这个天体就会是个黑洞：就连光也无法从中逃脱。关于黑洞的更多内容，会在有关相对论的那卷书中进行讨论。

Challenge 379, page 207：用地表最大跳高高度$h = 0.5$ m 以及小行星估算密度$\rho = 3\cdot 10^6$ kg/m^3，得出最大半径$R^2 = 3gh/4\pi G\rho$，即$R \approx 2.4$ km。

Challenge 380, page 207：比如地月质心不是地月系统的引力中心。

Challenge 381, page 207：略。

Challenge 382, page 207：这与常见主张有何不同呢？常见主张认为，在 $ma = gMm/R^2$ 中，左边的 m 是惯性质量，而右边的 m 是引力质量。

Challenge 381 to 390

Challenge 383, page 207：略。

Challenge 384, page 207：局域的竖直方向才重要，局域来看，河流总是往低处流。

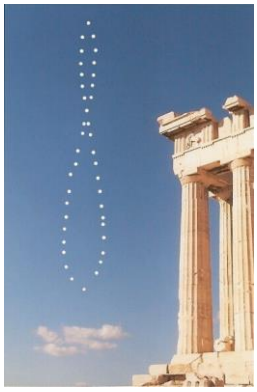


Figure 322 左：2002 年 1 月至 12 月期间，于当地正午时分在雅典卫城的帕特农神庙拍摄到的日行迹；右：一架精密日晷(© Anthony Ayiomamitis, Stefan Pietrzik)

Challenge 385, page 207：当地正午日行迹如 Figure 322 所示。两千多年前就有人知道这种形状了！日行迹解释了为什么最早的日出并非出现在一年中白昼最长的那一天。

图中日行迹的竖直伸展是由地轴倾斜角(23.45°的两倍)所导致的；水平伸展则是由地轴倾斜和地球绕太阳公转轨道的椭圆率共同作用的结果。在一年的时间里，这两种效应导致太阳在当地正午时的位置变化大致相同。中央交叉点的位置不对称完全是由

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

轨道的椭圆率造成的。日行迹的形状，有时会在地球仪上展示，它被设计到了精密日晷的阴影杆或读数曲线上。比如上面展示的那个以及 Figure 19 的那个。详情请参阅奥利弗(B.M. Oliver)的《日行迹的形状(*The shape of the analemma*, Sky & Telescope **44**, pp. 20–22, 1972, and the correction of the figures at **44**, p. 303, 1972)》。

Challenge 386, page 209：若流体天体被潮汐力撕裂，那么它有可能被捕获。

Challenge 387, page 209：这条隧道在赤道平面上会是一个拉长的椭圆形，从赤道上的一个点延伸到其对跖点(地球上与该点相对的点)。跟非旋转地球相比，运行一圈的时间一样。详见西蒙森(A.J.Simonson)的《落入无底洞(*Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine **77**, pp. 171–188, June 2004)》。

Challenge 388, page 210：略。

Challenge 389, page 210：太阳系质心离日心最远可达两倍太阳半径：在太阳之外。

Challenge 390, page 211：首先，北半球夏季时，地球绕日公转速率比北半球冬季时要快。其次，太阳在天空中的运行轨迹较低时(日出日落前后太阳位置较低)，会带来更长的白昼时长，这是因为当太阳处于地平线以下时，其光线仍能被我们看到 。

Challenge 391 to 400

Challenge 391, page 211：除了可见，还没发现月亮对人有啥影响。其引力(包括潮汐)和电磁影响、宇宙射线变化，都太弱啦。哪怕是卡车的引力、工厂的电磁场、天气和太阳活动的变化，对人的影响都比月亮大。月经周期与月相的同步现象其实是视觉效应。

Challenge 392, page 211：距离很难测量。观测位于太阳前方的行星很容易，但要确定一颗行星是否在太阳后方却很困。地心说体系也能预测金星相位；但预测的相位与实际观测不符。只有从日心说体系推出的金星相位才与观测一致。金星是围绕太阳运行的！

Challenge 393, page 211：见参考文献。

Challenge 394, page 211：真滴。

Challenge 395, page 211：每一对相对的球壳质量元(用黄色画出)，二者引力相互抵消。

Challenge 396, page 211：没有切实可行的办法；若球壳上的质量荷能沿其表面移动(就像电荷在金属中移动那样)，并且有足够的质量荷可供利用的话，那或许还有可能实现。

Challenge 397, **398**, **399**, page 211, 213, 213：略。

Challenge 400, page 213：可以做到，而且这已经被多次设想，儒勒·凡尔纳也有过这样的想法。所需的速度取决于发射方向与地球自转方向的相对关系。

401 ~ 450

Challenge 401 to 410

Challenge 401, page 213：不会升落。月球总是正面对着地球。虽然由于月球轨道是椭圆的，地球的视位置会有一点变化。显然，从月球上看地球也会有盈亏变化。

Challenge 402, page 213：略。

Challenge 403, page 214：广义相对论部分将会表明并不存在这样的天体。

Challenge 404, page 214：略。

Challenge 405, page 217：这种振动是一种简谐振动，因为回复力与到地心的距离呈正比。对于均匀的地球而言，振动周期 T 为$T = 2\pi\sqrt{R^3 GM} = 84$ 分钟 。

Challenge 406, page 217：所有此类隧道周期都一样，都与两极穿地隧道的周期一样，都

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

是 84 分钟。可参见罗默(R.H.Romer)的《42：殊途同归的答案（*The answer is forty-two – many mechanics problems, only one answer*, Physics Teacher **41**, pp. 286–290, May 2003)》。

Challenge 407, page 217：若地球不自转，下落石子最常见的轨迹会是椭圆，其中心就是地心。若地球自转，该椭圆会进动。西蒙森推测 antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap021214.html 中“万花尺星云(Spirograph Nebula)”的涡旋纹路，可能就是这类效应造成的。有种特殊情况是从赤道竖直下落，其路径与傅科摆的路径类似，会形成约有 16 角的星形，石子会在赤道周围的这些尖角位置重新露出地面。(译者注:万花尺也叫繁花曲线规，经典玩具。)

Ref 178

Challenge 408, page 217：无简单答案：速率取决于纬度等参数。网上有从太空观测日食的视频，展示了阴影是如何在地表移动的。

Challenge 409, page 217：离心力必须等于引力。设恒定的线质量密度为 d，长度为 l。则有$GMd\int_R^{R+l}\mathrm{d}r/r^2=\omega^2 d\int_R^{R+l}r\,\mathrm{d}r$，由此可得$GMdl/R^2+Rl=(2Rl+l^2)\omega^2 d/2$，从而得出$l=$ 0.14 Gm。更多关于太空电梯或升降机的信息，请见 challenge 574。

Challenge 410, page 217：略。

Challenge 411, page 218：内环转速必须比外环更快。如果这些环是固态的，它们就会被撕裂。但只有当这些环处于洛希极限(*Roche limit*)内时，这一推理才成立。洛希极限是指，在卫星表面上，引力 F_g和引潮力 F_t相互抵消时的半径。对于质量为 m、半径为 r、与中心质量体 M 相距 d 处做轨道运动的卫星，研究其表面上一个小质量体 μ 所受的力，得到$Gm\mu/r^2=2GM\mu r/d^3$。通过一些代数运算可得出近似的洛希极限值：

Challenge 411 to 420

$$d_{\mathrm{Roche}}=R(2\rho_m/\rho_M)^{1/3} \tag{153}$$

若距离中心质量体 M 小于该距离，液态卫星无法存在。这里给出的计算只是近似值；实际的洛希极限大约是这个值的两倍。

Challenge 412, **413**, page 218, 220：略。

Challenge 414, page 222：所承负载是站立时的 5 倍。这解释了为什么赛马常会折断腿。

Challenge 415, page 222：学校里，人们会期望你回答说沙漏的重量不变。这是个不错的近似答案。但与所有沙子都静止不动的情况相比，持续流沙的沙漏放在秤上时，秤的示重会稍大一些。可以用动量流简单解释这一结果：唯一的关键因素是上半沙室中沙子的动量，其它所有影响因素都不重要。该动量随沙子流动逐渐减小，这就需要有来自秤的动量流：有效重量因此增加。另可参阅图因斯特拉(Tuinstra)的实验与解释《沙漏的重量(*The weight of an hourglass*, Europhysics News **41**, pp. 25–28, March 2010)》。

Ref 87

若设想有一颗光子在一个由完美镜面制成的盒内上下反弹，那么按照沙漏谜题的思路，与盒子里没有光子的情况相比，秤的示重会增加，增量为Eg/c^2，其中E是光子的能量，$g=9.81$ m/s²，c是光速。这由哈金斯(E.Huggins)讲述，《用秤称量光子：一则思想实验(*Weighing photons using bathroom scales: a thought experiment*, The Physics Teacher **48**, pp. 287–288, May 2010)》。

Challenge 416, page 223：当人向上走，上升的自动扶梯耗电量确会增加。增加多少呢？

Challenge 417, page 223：知识就是力量(power)。时间就是金钱。功率(power)被定义为单位时间内所做的功。把前面的等式代入可得：

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

$$金钱 = \frac{功}{知识} \tag{154}$$

你看，知识越多，挣钱越少。所以科学家工资低。

Challenge 418, page 223：实际上，肌肉是通过不断地将物体提起又放下，来使物体保持在某高度的；这需要消耗能量并做功。

Challenge 419, **420**, page 224, 227：略。

Challenge 421, page 227：是的，由于矢量合成，侧风会增加物体在空气中的有效速率v，而且空气阻力(大致上)与v^2成正比。

Challenge 421 to 430

Challenge 422, page 227：如果没有静摩擦力，流体就不会附着在物体上，所谓的边界层也就不会存在，就不会产生机翼效应了。

Challenge 423, page 228：略。

Challenge 424, page 228：真的吗?

Challenge 425, page 229：略。

Challenge 426, page 229：由$dv/dt = g - v^2(1/2c_w A\rho/m)$，令$c = c_w A/2$，将所有含$v$的项移到一边，含$t$的项移到另一边，对两边积分，得$v(t) = \sqrt{gm/c}\tanh(\sqrt{cg/mt})$。

Challenge 427, page 231：可变形广延体的内禀性质由质量密度给出(质量密度是空间和时间的函数)，且其状态由动能密度、局域线动量和角动量、应力和应变分布来描述。

Challenge 428, page 231：电荷。

Challenge 429, page 231：相空间有 3N 个位置坐标和 3N 个动量坐标。

Challenge 430, page 231：抛出一颗石子，其初始条件就概括了抛石人的各种因素，比如他的过往经历、他到达抛石地点的方式等等；换言之，初始条件概括了一个系统的过往，概括了其历史进程中环境所产生的影响。因此，宇宙没有初始条件，也没有相空间。如果你觉得有，那你一定是忽略了某些东西，需要深入探究更多细节，检验你所使用的概念是否适用于宇宙。同时，也要仔细界定你所说的“宇宙”究竟是什么意思。

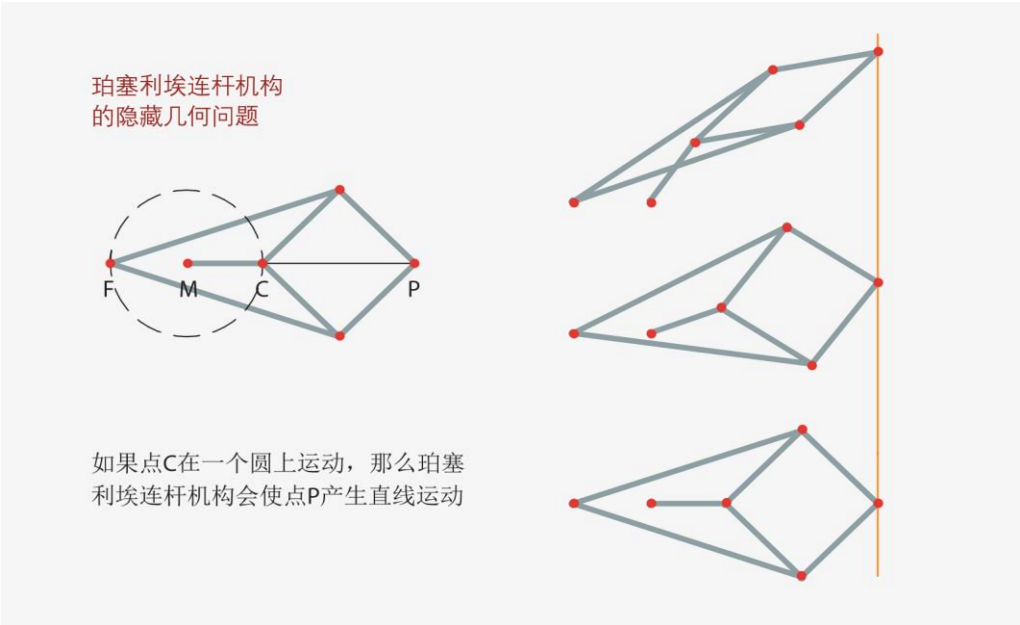


Figure 323 如何用圆规画一条直线(drawn by Zach Joseph Espiritu)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Vol.III page 122

Challenge 431 to 440

Challenge 431, page 231：光压风车就是一个例子。

Challenge 432, page 232：略。

Challenge 433, page 233：若有什么能量或物质体超光速，意味着存在一些观测会看到该系统因果颠倒。一张时空图(以及狭义相对论的一些练习内容)就可以说明这一点。

Challenge 434, page 234：若无可重复性，检验观测结果可就难咯，比如读取时钟时刻。可重复性与时间之间的联系，将在我们探索之旅的最后部分变得至关重要。

Challenge 435, page 235：即使怪事昙花一现，也会使其发生前后的瞬间无法定义时间。

Challenge 436, **437**, page 235：略。

Challenge 438, page 235：当然；道德法则总结了人对个人行为的看法或反应。

Challenge 439, page 236：最速降线是摆线(*cycloid*)：轮周沿水平面滚动，其上一点的轨迹。

证明方法很多，约翰·伯努利给出的最简单，可在英文维基百科 en.wikipedia.org/wiki/Brachistochrone_problem 找到。

Challenge 440, page 237：略。

Challenge 441 to 450

Challenge 441, page 237：当点F、C、P共线，圆半径$R = \sqrt{\mathrm{FC} \cdot \mathrm{FP}}$给出；点F是该圆圆心。换句话说，珀塞利埃连杆机构实现了圆反演变换(inversion)。

Challenge 442, page 237：当点F、C、P共线，要遵循的那个圆的半径等于线段FC长度的一半；其圆心位于点F和点C的中点。如 Figure 323。

Challenge 443, page 237：Figure 324 展示了对指南车最为可信的复原模型。

Challenge 444, page 237：略。

Challenge 445, page 238：水会沿着旋转着的鸡蛋的边缘被带起来。要把一瓶水倒空，最快的方法是在倒水的同时让水旋转起来。

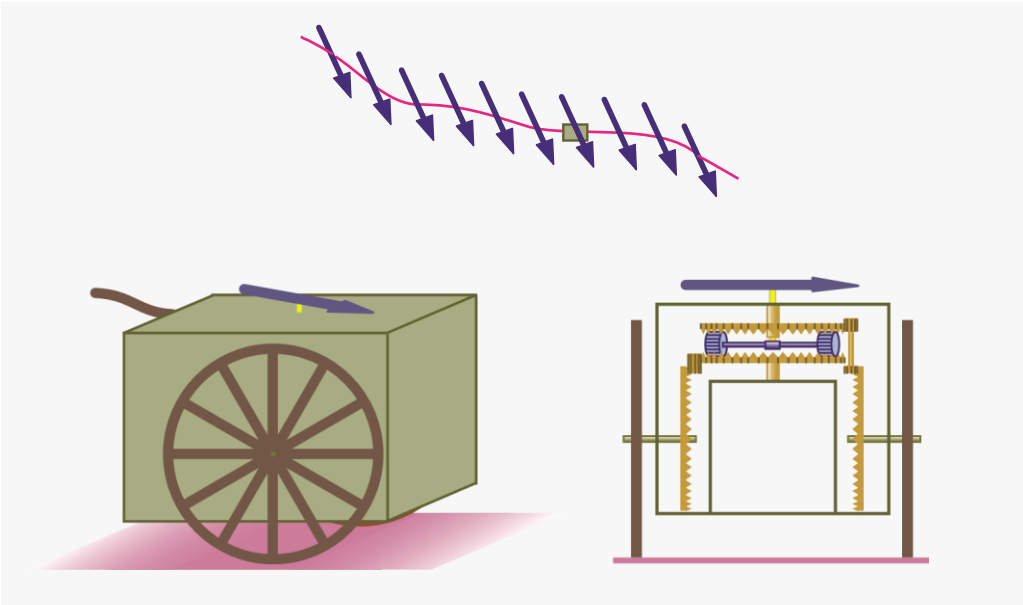


Figure 324 指南车及其内部机制。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 325 正在倒塌的砖砌烟囱(即刚度有限柱体)会呈 V 字形倒塌(© John Glaser, Frank Siebner)

Challenge 446, page 238：正确的方式是烟囱呈 V 字形倒塌。关于如何导出答案，可以参考关于扫帚倒下问题的 challenge 361 获取灵感。Figure 325 展示了两个例子。结果表明，烟囱(如果它没有固定在基座上)会在总高度一半到三分之二之间的某个高度处断裂，这取决于烟囱倒塌时的角度。关于这个问题的完整解答，可参阅一篇优秀的论文：G.瓦雷斯基(G. Vareschi)和 K. 神谷(K. Kamiya)的《倒塌烟囱的玩具模型(*Toy models for the falling chimney*, American Journal of Physics **71**, pp. 1025–1031, 2003)》。

Challenge 447, page 243：略。

Challenge 448, page 243：文中定义的积分是黎曼积分(*Riemann integral*)的简化版本，对于自然应用已经足够。更多细节，可以查看数学教材中关于它的精确定义。

Challenge 449, **450**, page 246：略。

451 ~ 500

Challenge 451 to 460

Challenge 451, **452**, **453**, page 247, 248, 248：略。

Challenge 454, page 248：一维的 $F = ma$ 可以写作$-\mathrm{d}V/\mathrm{d}x = m\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$。这可以改写为 $\frac{\mathrm{d}(-V)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\dot{x}}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2\right)\right] = 0$，进而$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x)\right) - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x)\right)\right] = 0$，这就是拉格朗日方程的形式。

Challenge 455, page 248：略。

Challenge 456, page 248：不要绝望。还没人能想象出与我们熟知的宇宙(不一定与“世界”是同一个概念)不同的宇宙。目前为止，这样的尝试总是会导致逻辑上的矛盾。

Challenge 457, page 249：略。

Challenge 458, page 249：二者等价：运动方程可由最少动作原理导出，反之也能导出。

Challenge 459, page 249：略。

Challenge 460, page 254：引力，三种机制都有：星系中的旋转、行星内部的压强、恒星中由于泡利不相容原理产生的泡利压。强相互作用：泡利不相容原理在原子核和中子星中发挥作用；中子星中，或许旋转和压强也对泡利压有所补充。电磁相互作用：除了日常物质，没有其它复合结构，而日常物质仅由电子间的泡利不相容原理来构成。

Vol.IV page 135

Challenge 461, page 254：物质常以向心汇聚的方式形成聚集体。若在汇聚过程中有微小的不对称性(可能由某些外部影响因素所致)，那么最终形成的聚集体会自转。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 461 to 470

Challenge 462, page 255：角动量是关于角度的变化量，而转动能量则跟所有的能量一样，同样是关于时间的变化量。

Challenge 463, page 255：并非如此。微小的变化有可能产生巨大影响，随便什么开关都是如此。但是脑内微小变化必得传到外部才行，而这种传递大致会与$1/r^2$成比例。这使其影响非常小，即使用最灵敏的开关(当然不存在这种思想开关)，也无法实现任何效果。

Challenge 464, page 255：略。

Challenge 465, page 255：这是个错误问题。$T-U$(动能减势能)并非最小，其平均值最小。

Challenge 466, page 255：耗散系统会趋向势能最小；保守系统在最小势能附近振荡。

Challenge 467, page 256：关系为：

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} \tag{155}$$

真空(空气跟真空值差不多一样)与某种材料的速度比给出了折射率 n：

$$n = \frac{c_1}{c_0} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_0} \tag{156}$$

Challenge 468, page 256：树木生长原理很简单：势能最小(动能忽略不计)。动物体内脉管的生长会将运输能量降至最低限度，这也是一种动作最少原理。光的折射是走短时路径；因此，若把光想成在没有任何势能参与的情况下运动的实体，则它也是使变化最小。

Challenge 469, page 256：狭义相对论要求存在一种动作量的不变度量。后续详谈。

Vol.VI page 106

Challenge 470, page 256：宇宙并非一个物理系统。后续详谈。

Challenge 471, page257：可用代换技巧 $u = \tan t/2$，或者以下这个历史上曾用过的技巧：

$$\sec\varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi} + \frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}\right) \tag{157}$$

Challenge 471 to 480

Challenge 472, page 257：在摆线轨道上的滑板运动员，其摆动时间与幅度无关。但是，为了避免滑出轨道，轨道需要两端竖直。而摆线永远不会有竖直的端点。

Challenge 473, **474**, page 257, 258：略。

Challenge 475, page 259：我们能与人交谈，能相互理解，由此假定对方之见闻在一定程度上与我们的一致：在一定程度上，与观察视点无关。故曰自然界有对称性。

Challenge 476, page 262：记忆能起作用，是因为我们能识别各种情境，是因为在不同时间出现的各种情境有相似性。如果没有这种可重复性，记忆就不会得以进化。

Challenge 477, page 263：味觉的差异不是基础性的，而是因为视点不同，并且主要是由于观察者的经历不同。情感和判断也是如此，每位心理学家都能证实。

Challenge 478, page 265：整数在加法操作下构成一个群。那么，画家的一组油画颜料，在“混合操作”下能构成一个群吗？

Challenge 479, page 265：略。

Challenge 480, page 265：仅一种对称操作：绕中心点旋转 π。所以群 D_4 被称为 Figure 202 的近似对称群。

Challenge 481, **482**, **483**, **484**, **485**, page 266, 267, 268, 268, 269：略。

Challenge 486, page 269：标量是矢量的大小；速率 $v = |\boldsymbol{v}|$ 是标量，而速度 $\boldsymbol{v}$ 不是。任何

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

矢量(或赝矢量)，如力、加速度、磁场电场的大小都是标量，矢量本身不是标量。

Challenge
481 to 490
491 to 500

Challenge 487, **488**, page 270, 270：略。

Challenge 489, page 270：广延体的电荷分布根据情境不同，可以看作一个点电荷、一对电荷偶极子、一组四极子、一组八极子等的总和。电荷四极子由一个张量来描述。

类比：广延体的惯性可以看作是一个点质量、一对质量偶极子、一组四极子、一组八极子等的总和。质量四极子由转动惯量(惯性矩)来描述。

Challenge 490, **491**, **492**, page 271, 272, 272：略。

Challenge 493, page 273：转动不变性的守恒量(守恒荷)是角动量。

Challenge 494, **495**, **496**, page 273, 275, 276：略。

Challenge 497, page 276：如 Figure 326 所示，是对数螺旋线(*logarithmic spiral*)。你能证明吗？所走过的距离有个简单的答案。

Challenge 498, page 276：振荡一次就在时间上有一个周期，也就是说，具有离散的时间平移对称性。一列波既具有离散的时间平移对称性，又具有离散的空间平移对称性。

Challenge 499, page 277：运动反演是任何封闭系统的一种对称性，尽管日常看上去并非如此，但热动力学的相关论述以及几位著名物理学家的观点(不过他们只是少数派)都表明，所有理想的封闭系统都是可逆的。

Challenge 500, page 277：是李群 U(1)，“一维幺正群(unitary group in 1 dimension)”。

501 ~ 550

Challenge 501, page 277：见 challenge 301。

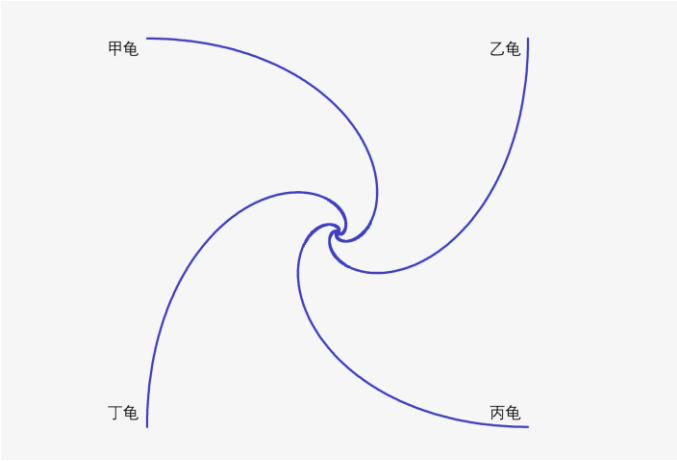


Figure 326 四龟相逐之迹
(drawn by Zach Joseph Espiritu)

Challenge
501 to 510
511 to 520
521 to 530
531 to 540

Challenge 502, page 277：不存在所谓“完美”的对称性。

Challenge 503, page 277：略。

Challenge 504, page 277：旋转式电话拨号盘上的数字 1 到 0 分布在一个正十四边形的各个角上。偶数和奇数分别位于正七边形的各个角上。

Challenge 505, **506**, **507**, page 277, 277, 279：略。

Challenge 508, page 279：只需将 $x(t)$代入拉格朗日量$L = 0$，那是能将所有动能转化为势能，反之亦然的系统最小可能值。

Challenge 509,**510**,**511**,**512**,**513**,**514**,**515**,**516**, page 280,284,284,289,289,289,289,290：略。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 517, page 290：势能源于介质“弯曲”；单纯的位移不会产生弯曲，因而不包含能量。只有梯度体现了弯曲的概念。

Challenge 518, page 290：略。

Challenge 519, page 290：相位改变了 π。

Challenge 520, page 290：携带角动量的波必须是横波，并且必须在三维空间中传播。

Challenge 521, page 292：波可以衰减到极弱的强度。如果不会衰减，那么不是波。

Challenge 522, page 292：用手指观察衍射和干涉现象的方法在第三卷 page 101 有介绍。

Challenge 523, **524**, **525**, **526**, **527**, **528**, **529**, **530**, **531**, **532**, page 293 - 303：略。

Challenge 533, page 304：干涉会使无线电信号变得难以辨认。由于衍射，无线电信号在墙后会减弱，尤其是对于短波长信号，比如手机信号。折射让通常无线电频率不能与潜艇通信。玻璃纤维中的色散现象使海底电缆大约每隔 100 千米就需要添加中继器。衰减使较远距离时无法听清别人说话。无线电信号可能会失去其偏振性，因而难以被通常具有固定偏振性的八木天线(Yagi antenna)检测到。

Challenge 534, page 307：略。

Challenge 535, page 308：滑雪者把雪从每个雪包下侧刮到相邻雪包上侧，使雪包向上挪。

Challenge 536, page 308：若离扬声器就几米，而离管弦乐队有 20 米(对于那些有钱坐在好位置的人来说是这种情况)，那么居家听众会先听到声音。

Challenge 537, page 308：只要振幅与长度 l 相比很小，周期 T 就由下式给出：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{158}$$

该式根本不含质量 m。无论摆子质量 m 是多少，不影响摆动周期。摆长为 1 米，周期大约是 2 秒，半个周期，也就是从一端摆到另一端需要 1 秒。(这就是选择米作为单位的最初原因。)不过哪怕摆长再长来说，周期也是有限的，对应 challenge 26 的情境。

Challenge 538, page 309：一般来说，物体沿椭圆运动(就像行星绕太阳运动那样)，但固定点是椭圆的中心。与行星不同，行星运动时太阳位于椭圆的一个焦点上，有近日点和远日点，而这里物体绕椭圆中心对称运动；特殊情况下，会沿直线段来回运动。

Challenge 539, page 309：略。

Challenge 540, page 309：这是由弦的频率公式推导出来的，弦的频率 $f = \sqrt{T/\mu}/(2l)$，其中 T 是张力，μ 是线质量密度，l 是弦长。见巴恩斯(G. Barnes)的精彩论文《生物系统中的物理学与尺寸(*Physics and size in biological systems*, The Physics Teacher **27**, pp. 234–253, 1989)》。

Challenge 541, page 309：略。

Challenge 541 to 550

Challenge 542, page 310：随着距离的增加，雷声或汽车行驶的声音频率会越来越低。

Challenge 543, **544**, page 310：略。

Challenge 545, page 310：两者都不是；在表面波中，水分子做圆周运动。

Challenge 546, page 310：游泳运动员能在 48 秒内游完 100 米，速度略高于 2 m/s。(戴脚蹼的速度刚好超过 3 m/s。)若身高约 1.9 米，则临界速度是 1.7 m/s。所以短距离游泳主要取决于训练，而长距离游泳，技术更重要，因为还没有达到临界速度。该公式还预测，在 1500 米的距离上，身高 2 米的游泳运动员比身高 1.8 米的游泳运动员可能会有超过 45 秒的优势。此外，更高的游泳运动员还有个优势：他们在泳池中的实际游泳距离更短(为什

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

么呢？)。可以预测，成功的长距离游泳运动员会越来越高。目前该运动还可以宣称拥有各种身材和体型的冠军，而许多其它运动早已趋同。

Challenge 547, **548**, page 311：略。

Challenge 549, page 312：为了减少噪音反射，弱化厅堂效应。它们能有效散射波前。

Challenge 550, page 312：略。

551 ~ 600

Challenge 551 to 560

Challenge 551, page 312：河中水波的形状从不是椭圆形的；它们一直保持圆形。

Challenge 552, page 312：这种“透镜”是一块对声音“透明”的材料垫。声音在这块材料垫中的传播速度比在空气中要快，这与玻璃透镜不同(光在玻璃中的传播速度比在空气中慢)。因此，其形状也不同：这块材料垫必须看起来像一片双凹光学透镜。

Challenge 553, page 312：实验表明，(贝壳发出的)声音并不取决于气流(想想如何验证这一点)，但确实取决于外界是否存在声音。这种声音是由于贝壳形状的几何结构所产生的共振而进行的选择性放大导致的。

Challenge 554, page 312：太阳实际所处的位置总是与我们观测到的位置不同。以太阳的角直径来衡量，这种差异是多少呢？位置虽有差异，但日出时间由地平线的位置决定的，不由太阳的“实际”位置决定。简言之，光速对日出时间没有可测量的影响。

Challenge 555, **556**, page 313：略。

Challenge 557, page 314：目前正在测试的系统概述可在格拉夫(K. - U. Graw)的《海洋能源储备(*Energiereservoir Ozean*, Physik in unserer Zeit **33**, pp. 82–88, Februar 2002)》。另可参考《电之海洋：新技术将波浪运动转化为电能(*Oceans of electricity – new technologies convert the motion of waves into watts*, Science News **159**, pp. 234–236, April 2001)》。

Challenge 558, page 315：在日常，这种假设是合理的，因为每个点都可以近似用一颗原子来表示，而且原子是可追踪的。但在诸如湍流等情况下，这种假设就值得怀疑了，因为在湍流中并非所有的点都能对应到原子上，尤其是在真空本身发生运动的情况下。换句话说，对于引力波，特别是在引力波的量子理论中，这种假设是不合理的。

Challenge 559, **560**, **561**, **562**, **563**, page 315 - 319：略。

Challenge 561 to 570

Challenge 571 to 580

Challenge 564, page 320：有很多。例如波的透射系数和反射系数几乎与波长无关。

Challenge 565, page 321：直径 3 mm 的油滴可以形成 2 nm 厚的薄膜，面积达 7.1 m^2。

Challenge 566, page 325：风会吹断过于细高的树木；不会对矮细的树木造成损害。

Challenge 567, page 325：材料柱体的临界高度$h_{\mathrm{crit}}^4 = \beta mE/4\pi g\rho^2$，其中$\beta \approx 1.9$ 是个常数，它是在计算柱体因自身重量而弯曲时确定的。

Challenge 568, page 326：略。

Challenge 569, page 326：可以将粒子描述为云状；另一种可能性在最后部分给出。

Ref 258 **Challenge 570**, page 327：结果得出的范围在 1 到 8×10^{23} 之间。

Challenge 571, page 329：略。

Challenge 572, page 331：用戈德里奇(P.Goldrich)、摩诃阇(S.Mahajan)、菲尼(S.Phinney)的《数量级物理学：用量纲分析、合理猜测、善意谎言理解世界(*Order-of-Magnitude Physics: Understanding the World with Dimensional Analysis, Educated Guesswork, and White Lies*)》检验你的答案。

Challenge 573, page 331：玻璃会破碎、玻璃有弹性、玻璃能传横波、玻璃不会流动(与很

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

多书籍所写相反)：即使经过几个世纪也不会流动，玻璃分子在空间中是固定的，在小尺度上玻璃是晶体结构，两端支撑的玻璃板也不会下垂。

Challenge 574, page 331：没有哪种金属丝能用来制造如此长的线绳。有些人想用碳纳米管做丝线材料，其强度比目前已知的任何材料都要高。但目前还没有这样的材料问世。该项目面临诸多风险，例如瑕疵、闪电、风暴、陨石、太空碎片。所有这些都可能导致丝线断裂(如果真的能制造出这种丝线的话)。但最大的风险还是缺钱。仍有许多人在努力。

Challenge 575, page 332：3×3×3 魔方有一个由三根相互垂直的轴组成的刚性系统，在这三根轴的 6 个端点处，各有一个正方体可以绕轴旋转。其他的正方形则连接在围绕这些轴移动的部件上。4×4×4 的魔方就不同了，自己探究一下吧。从 7×7×7 的魔方开始，其部件并非都具有相同的大小或形状。目前市面上可买到的魔方，其块数上限是 17×17×17，可以在 www.shapeways.com/shops/oskarpuzzles 找到。www.oinkleburger.com/Cube/applet 可以玩虚拟魔方，最大可达到 100×100×100 甚至更大。

Challenge 576, **577**, page 332, 333：略。

Challenge 578, page 333：会引发一场中等规模以上的地震。

Challenge 579, page 333：钟乳石轴线是一条细窄通道，水从中流过，石笋是实心的。

Challenge 580, page 333：大约千分之一。

Challenge 581, page 334：略。

Challenge

581 to 590

591 to 600

Challenge 582, page 334：地球收集小行星的铁，这些铁沉入地心形成铁核，但这个方案如今行不通了：地球形成初期的液态程度比现在高得多。如今铁很可能不会下沉。此外，目前还不知道有什么方法能造出一种测量探测器，使之能发出强度足够大的声波来实施这个方案。耐高温也是个问题，不过这或许是可以解决的。

Challenge 583, page 337：略。

Vol.IV page 80

Challenge 584, page 337：量子论表明，原子并非无限坚硬。原子更像是可变形的云团。

Challenge 585, **586**, **587**, page 341, 343, 343：略。

Challenge 588, page 343, 346：若无摩擦，这三种方法一样快，包括最右边的那种方法。

Challenge 589, **590**, page 343, 347：略。

Challenge 591, page 347：常数 k 由能量守恒和质量守恒得出：

$$k = \sqrt{2/\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)} \tag{159}$$

横截面积用 A 表示，下标 1 指远离缩窄处的任何一点，下标 2 指缩窄处。

Challenge 592, **593**, page 352, 353：略。

Challenge 594, page 353：这种压强会破坏肺部。使用通气管只能在水面上进行呼吸，而不能在水下！哪怕在家里的浴缸尝试都很危险！只有在水面上用泵以合适的压强将空气顺着管子往下压，才能用长管呼吸。

Challenge 595, page 354：略。

Challenge 596, page 355：有些人注意到在某些情况下摩擦力太大，于是就开始从管子的一端吸气以让液体流动起来；他们可能会不小心吸入或吞下汽油，而汽油是有毒的。

Challenge 597, **598**, **599**, **600**, page 355, 355, 357, 357：略。

601 ~ 650

Challenge 601, page 357：计算可得 $N = J/j = (0.0001\ \mathrm{m^3/s})/(7\mu\mathrm{m}^2 \times 0.0005\ \mathrm{m/s}) \approx 6 \cdot 10^9$；

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 601 to 610

实际上，这个数要大得多，因为在任何一个特定时刻，大多数毛细血管都是闭合的。脸变红是所有小血管同时张开的情形，这不常发生。

Challenge 602, page 357：扔石头会使水面下降，扔水或木块则水面保持不变。

Challenge 603, page 357：船会向上升高。(为什么呢？)

Challenge 604, page 358：略。

Challenge 605, page 358：氦气球的运动方向与空气球或人的相反：汽车加速，氦气球向前移动；汽车减速，氦气球向后移动。转弯时的表现也不同。网上有视频展示其中细节。

Challenge 606, **607**, page 358：略。

Challenge 608, page 358：这些水泵靠吸力工作；大气压只允许它们实现 10 米高度差。

Challenge 609, page 358："两倍的量"是说"分子数是两倍"。

Challenge 610, page 358：把酒精冷冻凝固，然后用巧克力包裹。

Challenge 611, page 358：作者在本书的旧版本中曾建议，这种机器之原理应与抛射飞盘射击所用泥鸽(clay pigeon)的机器之原理相同。与此同时，利代里克·博凯(Lydéric Bocquet)和克里斯托夫·克拉内(Christophe Clanet)已经制出了这样一台打水漂机器，但采用了不同的设计；在网站 ilm-perso.univ-lyon1.fr/~lbocquet 上可以找到相关图片。

Challenge 611 to 620

Challenge 612, page 359：空气中第三多的成分是惰性气体氩，含量约为 1%。更多成分列于 Table 62。(译者注：氮七八，氧二一，零点九四是惰气。)

Challenge 613, page 359：肺与胸腔之间的胸膜腔(*pleural cavity*)压强始终低于大气压，通常低 5 mbar，吸气时甚至低 10 mbar。若胸膜腔出现破口，比如由子弹、刀剑或意外事故造成的破口，就会导致肺部塌陷，也就是所谓的气胸(*pneumothorax*)，常常致人死亡。直到 1904 年外科医生费迪南德·绍尔布鲁赫(Ferdinand Sauerbruch)知道如何处理这个问题后，才能对人进行开胸手术。不过如今，外科医生会让肺部处于高于大气压的状态，直到所有部位再次密封好。

Challenge 614, page 359：图中所示的喷泉是通过将水倒入最上面的容器来启动的。然后喷泉利用水向下流动产生的气压来运作。(译者注：IYPT 2018 也有此题)

Challenge 615, page 359：可以。不过这个灯泡无法承受两辆这样的汽车的重量。

Challenge 616, page 359：氡气密度约是空气 8 倍，是已知密度最大的气体；Ni(CO)是空气的 6 倍， $SiCl_4$ 是空气 4 倍重；汞蒸气密度是空气 7 倍；溴蒸气密度是空气的 5.5 倍。

Challenge 617, page 359：略。

Challenge 618, page 360：是的，例如 Figure 327 所示的风力车(*ventomobil*)。即使在风速较低的情况下，它也能实现这一壮举。

Challenge 619, page 361：None。

Challenge 620, page 361：略。

Challenge 621, page 361：他让绳子穿过液态汞，把绳子拉进了舱内。

Challenge 622, page 361：略。

Challenge 621 to 630

Challenge 623, page 361：这些问题没有官方答案；只需仔细检查你的假设和计算即可。

Challenge 624, page 361：泡泡水会顺着泡泡向下流，让泡泡膜底部变厚、顶部变薄，直到泡泡膜薄到两个分子的厚度，就会破裂。

Challenge 625, page 361：高温让液体蒸发，而蒸汽会阻止两个非气态物体的直接接触。

Challenge 626, page 363：要发生这种情况，微观尺度也要有摩擦，使能量消失。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Table 62 当前干燥空气的气体成分 [a](sources: NASA, IPCC)

气体	符号	体积比 [b]
氮气	N_2	78.084 %
氧气(含量取决于污染情况)	O_2	20.946 %
氩气	Ar	0.934 %
二氧化碳(很大程度上是由于人类污染)	Co_2	403 ppm
氖气	Ne	18.18 ppm
氦气	He	5.24 ppm
甲烷(主要是由于人类污染)	CH_4	1.79 ppm
氪气	Kr	1.14 ppm
氢气	H_2	0.55 ppm
一氧化二氮(主要是由于人类污染)	N_2O	0.3 ppm
一氧化碳(部分由人类污染引起)	CO	0.1 ppm
氙气	Xe	0.087 ppm
臭氧(受到人类污染的强烈影响)	O_3	0 to 0.07 ppm
二氧化氮(主要是由于人类污染)	NO_2	0.02 ppm
碘分子	I_2	0.01 ppm
氨(主要是由于人类污染)	NH_3	痕迹量
氡气	Ra	痕迹量
卤代烃和其他氟化合物(均为人类污染物)	20 types	0.0012 ppm
汞、其他金属、硫化合物、其他有机化合物(均为人类污染物)	众多种类	浓度有变化

a. 潮湿空气的水蒸气含量最高可达 4%，具体取决于天气状况。除了各种气体，空气中还可能含有水滴、冰、沙、尘、花粉、孢子、火山灰、森林火灾产生的灰烬、燃料灰烬、烟尘颗粒、各类污染物、流星体以及宇宙射线粒子。在地球的历史进程中，气体成分变化很大。尤其是，氧气只是在地球年龄的后半段才成为大气的一部分。

b. 缩写“ppm”的意思是“百万分之几(parts per million)”。

Challenge 627, page 363：长漏斗比短漏斗先排空(试试看)。可以对漏斗出口处的液体微元应用能量守恒，会得出著名的伯努利方程 $p/\rho + gh + v^2/2 = \text{const}$，其中 p 是压强，ρ 是水密度，$g = 9.81\ \text{m/s}^2$。因此，漏斗细直部分 h 更长，速度 v 更快：长漏斗先排空。

蛮怪的：该公式给出了一个简单的自由落体关系，因为上方和下方的大气压强是一样的，在计算中就被消去了。所以速率的表达式与是否存在管子无关。因此，管子排空更快的真正原因是：与没有管子相比，有管子时会迫使更多的水流出。你看：没有管子时，水流在下落过程中直径会变小；有管子时，水流直径保持不变。这种差异导致了长管子排空得更快！

或者，你可以观察漏斗内部的水压。你会发现，在排水口的起始处水压是最低的。管子越长，其内部水压更低，能更快地把水吸出来。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Figure 327 一种利用风力逆风行驶的方法 (© Tobias Klaus)

Challenge 628, page 363：鱼眼睛的位置，使得水流造成的减压被水流冲击造成的增压所补偿。顺便说一下，它们心脏的位置也使得心脏能从低压得到助力。

Challenge 629, page 363：略。

Challenge 630, page 363：对于较低的山脉，比如阿尔卑斯山的勃朗峰，已经实现了这样的壮举。然而目前还没有办法在喜马拉雅山的高海拔地区安全悬停。

Challenge 631, page 363：略。

Challenge 631 to 640
641 to 650

Challenge 632, page 363：将手帕塞进玻璃杯，杯口朝下，没入水中。这种方法也用于将人送入水下。瓶子里的纸团会朝你飞出。对着漏斗吹气会使乒乓球紧紧地固定在原位，而且你吹得越用力，它就固定得越牢。用漏斗向蜡烛吹气会使烛焰向你倾斜。

Challenge 633, **634**, **635**, **636**, **637**, **638**, page 364 - 368：略。

Challenge 639, page 370：50 亿年后，太阳会变成红巨星，但还会继续燃烧许多年。

Challenge 640, page 373：伯努利认为温度描述的是气体组分的平均动能，他从平均动能导出了组分的平均动量，平均动量产生压强。再补充些细节就得出了理想气体状态方程。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 641, page 373：答案取决于气球的大小，因为压强不是气球大小的单调函数。如果较小的气球不是太小，那么较小的气球会获胜。

Challenge 642, **643**, page 373, 374：略。

Challenge 644, page 374：测量轮胎与路面接触的面积(四个轮胎都要测量)，然后乘以 200 千帕(通常的轮胎压强)。你就能得到汽车的重量。

Challenge 645, **646**, **647**, page 375, 375, 376：略。

Challenge 648, page 377：若平均平方位移与时间成正比，则这种液体是由最小粒子组成的。让·佩兰(Jean Perrin)的实验证实了这一点。下一步是从比例常数推导出这些粒子的数量。由 $\langle d^2\rangle = 4Dt$ 定义的这个常数被称为扩散常数(系数 4 适用于二维随机运动)。可以用显微镜观察粒子运动来确定扩散常数。

我们研究一枚半径为 a 的布朗粒子。在二维空间中，其平方位移由下式给出：

$$\langle d^2\rangle = \frac{4kT}{\mu}t \tag{160}$$

其中 k 是玻尔兹曼常数，T 是温度。该式是通过研究一枚受曳力 $-\mu v$ 且随机碰撞的粒子之运动推导出来的。半径为 a 的球体的线性曳力系数 μ 由下式给出：

$$\mu = 6\pi\eta a \tag{161}$$

其中 μ 是运动学黏度。换句话说，有：

$$k = \frac{6\pi\eta a}{4T}\frac{\langle d^2\rangle}{t} \tag{162}$$

右边的所有量都可测量，这样我们就能确定玻尔兹曼常数 k。由于理想气体状态方程表明理想气体常数 R 与玻尔兹曼常数 k 的关系为 $R = N_A k$，所以这样也能得出阿伏伽德罗常数 N_A，它给出了一摩尔物质中的分子数量。

Challenge 649, **650**, page 381：略。

651 ~ 700

Challenge 651, **652**, page 383, 384：略。

Challenge 653, page 385：就观测现象而言，运动反演实乃自然界基本性质之一。这在所有的相互作用以及所有已做过的实验中都得到了证实。不过，实现运动反演可能极其困难，通常，反转大量原子的运动是不可能的。

Challenge 654, page 385：这是个有陷阱的问题。近似地讲，任何密封严实的盒子都是一个例子。但若要求绝对精确，任何系统都会辐射出一些能量，损失一些原子或粒子，并且会使空间发生弯曲；理想的封闭系统是不存在的。

Challenge 655, **656**, **657**, **658**, page 385, 386, 386, 387：略。

Vol.VI page 106

Challenge 659, page 388：宇宙非孤立，非封闭，连系统都不是；熵的概念不适用宇宙。

Challenge 660, page 388：略。

Challenge 661, page ：蛋白开始凝固的温度比蛋黄要低，但要完全凝固的话，情况则相反。蛋白在 80 摄氏度时完全凝固，蛋黄在 66 到 68 摄氏度时会明显凝固。在后面这个温度下煮鸡蛋，就有可能让蛋白呈液态而蛋黄凝固；蛋白会保持液态，但不再是透明的了。注意，煮鸡蛋的时间不起作用，关键只是精确的温度值。

Challenge
651 to 660
661 to 670

Challenge 662, page 389：略。

Challenge 663, page 389：是的，这种效果很容易察觉得到。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 664, **665**, page 389：略。

Challenge 666, page 389：热空气密度较小，因此会上升。

Challenge 667, page 389：让纸保持湿润。

Challenge 668, page 391：将 0 摄氏度的冰熔化成 0 摄氏度的水，每千克需要 334 千焦的能量。将水降温 1 摄氏度(即降 1 开尔文)，每千克每开尔文会释放 4.186 千焦的能量。所以，热水需要降温到 20.2 摄氏度才能把冰熔化，这样最终混合后的温度将是 10.1 摄氏度。

Challenge 669, page 391：当时的空气肯定是干燥的。

Challenge 670, page 391：现在规定摄氏温标由热力学温标导出，以绝对零度和水的三相点为固定尺度，水的沸点不再恰好是 100 摄氏度。

Challenge 671, page 391：不能，因为不是水分子质量的整数倍。当然啦，如果水是脏水的话，那就有可能。如果考虑到动作量子的话，又会发生什么呢？

Challenge 671 to 680

Challenge 672, page 391：危险并非源于能量的大小，而是来自能量释放的时间。

Challenge 673, page 392：网上有很多相关的解答。

Challenge 681 to 690

Challenge 674, page 392：抛 n 次硬币，可能出现的序列有2^n种。其中出现正面和反面各$n/2$的情况有$(n!/((n/2)!)^2$种。一枚匀质硬币，在n次抛掷中出现$n/2$次正面的概率p为：

$$p = \frac{n!}{2^n((n/2)!)^2} \tag{163}$$

用 Gosper 公式 $n! \approx \sqrt{(2n+1/3)\pi}(n/e)^n$，近似计算得到：

$$p \approx \frac{\sqrt{(2n+1/3)\pi}(n/e)^n}{2^n\left(\sqrt{(n+1/3)\pi}(n/2e)^{\frac{n}{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2n+1/3}}{(n+1/3)\sqrt{\pi}}) \tag{164}$$

当 $n = 1000000$，概率$p \approx$ 0.0007979，这是个很小的值，介于$1/1254$和$1/1253$之间。

Challenge 675, page 392：只有当宇宙是个封闭系统，才能够为整个宇宙定义熵。但宇宙是封闭的吗？它算是个系统吗？留到我们探索之旅的最后部分进行讨论。

Challenge 676, **677**, page 392：略。

Challenge 678, page 393：动物体太小降温太快，无法以足够快的速度进食来维持能量。

Challenge 679, **680**, page 393：略。

Challenge 681, page 393：当然取决于居住空间的体积。许多家庭一夜死亡，就是因为他们把很小的房屋(比如房车)改装得密不透风。

Challenge 682, page 393：灰烬中的金属盐起到催化剂作用，使糖不是仅仅融化，而是燃烧起来了。可以看看 www.youtube.com/watch?v=BfBgAaeaVgk。

Challenge 683, **684**, **685**, **686**, page 393, 394：略。

Challenge 687, page 394：大约是地球的 10^{-9} 倍。

Challenge 688, page 394：略。

Challenge 689, page 394：大脑褶皱厚度、肺泡、血管密度、生物细胞大小。

Challenge 691 to 700

Challenge 690, page 394：液体上方的汞蒸气达到了饱和状态。

Challenge 691, page 394： NASA 有个专项研究。Figure 328 是一示例。可在他们的网站上找到更多详细信息。

Challenge 692, page 394：风暴带来的风险以及经济方面的风险都太高了。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 693, page 394：管内涡旋在轴线附近冷，在远轴区热。管中隔膜(见 Figure 285)，将近轴和外侧空气分别送到两端。外层升温是因为内层旋转的空气为了实现消耗角动量的旋转，必须对外层空气做功。详情请参阅西尔弗曼(Mark P. Silverman)的《其犹动焉：物理学中的奇异系统与微妙问题(*And Yet it Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993, p. 221)》。

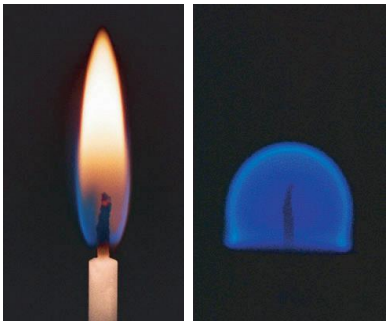


Figure 328 地球上和微重力下的蜡烛(NASA)

Challenge 694, page 395：不是。

Challenge 695, page 395：在最大的可能质量密度下，熵当然也是最高的可能值。

Challenge 696, page 395：单位不匹配。

Challenge 697, page 395：转几下水，就能使墨水混合，反向转动会加大混合程度。转几下甘油，似乎能使墨水混合，但反向转动会减弱混合状态。

Challenge 698, page 395：把它们放在衣服里。(译者注：原文是 Put them in clothes)

Challenge 699, **700**, page 395：略。

701 ~ 743

Challenge 701, page 395：略。

Challenge 702, page 395：负温度只是辅助概念，仅能对少数离散态系统定义，不适用于具有连续状态的系统；它们并非真正的温度：并不描述平衡态。

Challenge
701 to 710
711 to 720

Challenge 703, page 397：人体形状、大脑对人体运动的控制、花朵的生长、海浪、云层的形成、导致火山喷发的过程等等，情况也是如此。

Challenge 704, **705**, page 399：略。

Page 319

Challenge 706, page 400：参考关于滑雪坡上雪包(雪蘑菇)运动的谜题。

Challenge 707, **708**, **709**, **710**, page 403 - 405：略。

Challenge 711, page 405：首先，蝴蝶数量比龙卷风多得多。其次，龙卷风的形成不依赖于微小的初始扰动。第三，蝴蝶“效应”的信念完全忽略了对于自组织至关重要的自然性质：摩擦和耗散。蝴蝶“效应”所要求的空气耗散性质不切实际。但在大气中并非如此。最重要的是，这种“效应”没有实验依据：它从未被观测到过。它其实并不存在。

Challenge 712, **713**, **714**, **715**, **716**, **717**, **718**, **719**, **720**, page 406 - 415：略。

Challenge 721, page 415：不能。自然界所允许的精度最多只有大约 20 位数，这一点我们将在后续的探索中了解到。20 位精度当然写不成书啦，因此，这问题不成立。

Challenge 722, page 416：这三种说法全是无稽之谈。阻力系数意味着汽车的横截面积也能

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

以同样的精度被知晓。但要精确测量并保持其恒定是极其困难的。Ford Escort 的 0.375 不可信，许多其它测量结果都表明了这一点。油耗的说法更是荒谬，因为这意味着燃油体积和行驶距离都能以同样的精度被测量出来。民意调查最多只是通过电话询问 2000 人；由于很难选到合适的代表性样本，对于一般国家而言，其精度最多就 3%。

Challenge
721 to 730
731 to 740
741 to 743

Challenge 723, page 417：略。

Challenge 724, page 417：时空以物质定义；物质以时空定义。

Challenge 725, page 417：几百年的物理学一直基于循环定义。因此，即使是在不稳固的基础上也能建立起一门精确科学。不过消除这种循环定义仍是重要目标。

Challenge 726, page 418：每次测量都是与一个标准进行比较；而每次比较都需要光或其它某种电磁场。时间测量也是如此。

Challenge 727, page 418：同上，质量测量也需要电磁场。

Challenge 728, page 418：角度测量和长度或时间测量有着相同的性质。

Challenge 729, page 418：略。

Challenge 730, page 433：质量是对能量的一种度量。“质量的平方”没有意义。

Challenge 731, **732**, page 433, 434：略。

Challenge 733, page 435：大约 10 微克。

Challenge 734, page 436：或许，跨越量级最多是质量。宇宙总质量约是 1 eV/c²的 10^{90} 倍。

Challenge 735, page 437：$n-1$公式拟合得更好。为什么呢？

Challenge 736, **737**, page 437, 438：略。

Challenge 738, page 438：它们精确得过头了，过犹不及，并不合理。给出这些数据只是为了说明高斯分布的特征。真实测量分布不像这些数字那样精确地符合高斯分布。

Challenge 739, page 438：大约 0.3 m/s。不是 0.33 m/s，也不是 0.333 m/s，更不是$0.\dot{3}$ m/s！

Challenge 740, page 438：略。

Challenge 741, page 444：减速率正比于时间平方，因为新的减速会叠加到之前的减速上！

Vol.VI page 112

Challenge 742, page 444：不，表格中列出的只是宇宙中部分事物的性质。如最后一卷所示，宇宙本身没有属性。

Challenge 743, page ：例如，光在物质中传播速度会减慢，但在原子之间，光仍然以真空中的速率传播。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

参考文献

Aiunt enim multum legendum esse, non multa.

普林尼(Plinius)《书信集(*Epistulae*)》*[1]

译者注：这一部分的人名和文章译名严重依赖机翻，仅供参考。

001 ~ 050

Ref

001 to 010

1 关于古代科学史的内容，可以参见卢乔·鲁索(Lucio Russo)的著作《被遗忘的革命(*La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, 1996)》，该书有多种语言版本。引于 page 15.

2 如需补习中学物理，或寻找教学参考，全球最清晰简短的入门材料是一套免费中学教材，已有英语、汉语等多种版本。由毕生致力于中学物理教研的赫尔曼(Friedrich Herrmann)及其团队共同编写:《卡尔斯鲁厄物理课程(*The Karlsruhe Physics Course*)》，可在 www.karlsruher-physikkurs.de/免费下载英语等多种语言版本。这是为数不多能让专业物理学家惊叹的中学教材。(斯特伦克(C.Strunk)和林克(K.Rincke)于 2013 年撰文《德国物理学会对卡尔斯鲁厄物理课程的评估(*Zum Gutachten der Deutschen Physikalischen Gesellschaft über den Karlsruher Physikkurs*)》，可在网上获取，提出了许多有趣的观点，对每位物理学家都颇具启发意义。) 赫尔曼还与约布(Georg Job)共同撰写了极具胆识的配套书籍《物理学的历史负担(*Historical Burdens on Physics*)》，其内容也可在卡尔斯鲁厄的相关网站上免费获取，有英语和其它几种语言版本。

(译者注:《卡尔斯鲁厄物理课程(简称 KPK 或 KPC)》书系从小学到大学共 13 册，已由陈敏华先生译为汉语。其中初中 3 册+高中 5 册的最新版于 2024 年 12 月由上海教育出版社以汉英双语形式出版。《物理学的历史负担》也由陈敏华先生翻译出版，其旧版本可以通过微信向陈敏华先生本人免费索取。详情见[陈敏华物理教育研究]微信公众号。不过在这里要提示，根据一些教师的反应，它们未必适合当前应试教育。它们更适合学有余力、教有余力的知识爱好者。)

G.休伊特(Paul G.Hewitt)、祖霍基(John permanence Suchocki)、A·休伊特(Leslie A.Hewitt)所著的《概念物理科学(*Conceptual Physical Science*, Bejamin/Cummings, 1999)》颇为精彩，生动透彻地阐释了物理学及其在自然和技术领域的众多应用。

德兰斯费尔德(Klaus Dransfeld)、基恩勒(Paul Kienle)、卡尔维乌斯(Georg Kalvius)的《物理学 1：力学与热学(*Physik 1: Mechanik und Wärme*, Oldenburg, 2005)》是很棒的入门书。

理查德·费曼(Richard P.Feynman)、莱顿(Robert B.Leighton)、桑兹(Matthew Sands)所著的《费曼物理学讲义(*The Feynman Lectures on Physics*, Addison Wesley, 1977)》，以激发读者的好奇心与热情而闻名。可以在 www.feynmanlectures.info 免费在线阅读。

---

[1]* “广泛阅读，但不要什么都读。”《书信集 7.9.15》。盖乌斯·普林尼·塞孔都斯(Gaius Plinius Secundus, b. 23/4 Novum Comum,d. 79 Vesuvius eruption)，罗马作家，以其大部头的、主要是科学性的著作《自然史(*Historia naturalis*)》而闻名，这部著作近两千年来一直被翻译和阅读。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

可以从问题集学到很多运动知识。最好的是莱维-勒布隆(Jean-Marc Lévy-Leblond)所著结构精巧的问题集《物理问题：力学(*La physique en questions – mécanique*, Vuibert, 1998)》，书中问题无需借助数学知识来解答。

另一本优秀的问题集是佩雷曼(Yakov Perelman)的《哦，物理学(*Oh, la physique*, Dunod, 2000)》，该书译自俄语原著。(佩雷曼的一本书的英文版可在 archive.org/details/physicsforentert035428mbp/page/n5/mode/2up 找到。)

里斯(W. G. Rees)的《物理实例：200 道问题与解答(*Physics by Example: 200 Problems and Solutions*, Cambridge University Press, 1994)》也是不错的问题集。

大卫·帕克(David Park)的优秀著作《如何如之何(*The How and the Why*, Princeton University Press, 1988)》对物理思想的发展史进行了很好的阐述。

罗伯特·波尔(Robert Pohl)的《波尔物理学引论(*Pohl's Einführung in die Physik*, Klaus Lüders & Robert O. Pohl editors, Springer, 2004)》共两卷并配有光盘，是非常出色的物理学入门书籍。这是一套有着 70 多年历史的书籍的新版本；但其教学质量，尤其是物理学实验方面的教学质量，仍然是无与伦比的。

另一本优秀的俄罗斯物理习题集似乎只有西班牙语译本：B.B.Bújovtsev, V.D.Krívchenkov, G.Ya.Miákishev & I.M.Saráeva《基础物理精选问题(*Problemas seleccionados de física elemental*, Mir, 1979)》。

乔瓦尼·通齐格(Giovanni Tonzig)所著的《百例实用物理错误(*Cento errori di fisica pronti per l'uso*, Sansoni, third edition, 2006)》也是一本不错的物理习题集。也可访问他的网站 www.giovannitonzig.it。引于 page 15, 118, 213, 312.

3 关于运动错觉的概述，请见 www.michaelbach.de/ot。那个复杂的运动错觉图形可在 www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html 看到，它是北岡明佳(A.Kitaoka)原创图形的一个细微变体，原创图形网址为 www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/rotsnake.gif，该原创图形发表于北岡和芦田(H.Ashida)所著的《周边漂移错觉的现象特征(*Phenomenal characteristics of the peripheral drift illusion*, Vision **15**, pp. 261–262, 2003)》。一个常见的骗局是声称这种错觉是由压力导致的。引于 page 16.

4 更多奇妙的视错觉，见北岡明佳(Akiyoshi Kitaoka)的作品《障眼法(*Trick Eyes*, Barnes & Noble, 2005)》。引于 page 16.

5 社会科学有条著名的原理称，对于给定问题，无论某答案多么荒谬，总会有某人(往往是一群人)将之奉为自己的观点。只需查阅文献(或浏览互联网)就能证实这一点。

关于一般的群体行为，可参阅阿克塞尔罗德(R.Axelrod)的《合作演化(*The Evolution of Cooperation*, Harper Collins, 1984)》。诸如物理学相关理念等思想的传播与接受，也是人类合作的一个例子，体现了人类合作的所有潜在风险与弱点。 引于 page 16.

6 巴门尼德和赫拉克利特的所有已知著作，都能在迪蒙(Jean-Paul Dumont)所著的《前苏格拉底学派(*Les écoles présocratiques*, Folio-Gallimard, 1988)》找到。关于运动不存在的观点，也有更为晚近的提法，比如 1710 年贝克莱就表达过类似观点。引于 page 16.

Vol.III page 325

7 麦克劳林(William McLaughlin)在《解决芝诺悖论(*Resolving Zeno's paradoxes*, Scientific American pp. 66–71, November 1994)》中，给出了一个人们被芝诺难题困扰的例子。芝诺的实际论证不是拿打脸说的，而是"飞矢不动"问题。另见 ref 66。引于 page 17.

8 诗歌《美人(*La Beauté*)》及其所属诗集《恶之花(*Les fleurs du mal*)》，可在 hypermedia.univ-paris8.fr/bibliotheque/Baudelaire/Spleen.html 找到。引于 page 19.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

10 杰尔·沃克(Jearl Walker)的《物理学飞行马戏团(*The Flying Circus of Physics*, Wiley, 1975)》收集了许多日常生活的有趣运动实例，其网站为 www.flyingcircusofphysics.com。乌克(Christian Ucke)和施利希廷(H.Joachim Schlichting)的《游戏、物理与乐趣：供思考和参与的物理(*Spiel, Physik und Spaß – Physik zum Mitdenken und Mitmachen*, Wiley-VCH, 2011)》也很不错。更多生活中有趣的物理现象，可参阅弗拉赫塞尔(Erwein Flachsel)的《一百五十个物理谜题(*Hundertfünfzig Physikrätsel*, Ernst Klett Verlag, 1985)》，这本书还涵盖了几个与时钟有关的谜题，第 126 至 128 号谜题。引于 page 19.

9 里希特迈耶(Floyd Karker Richtmyer)、肯纳德(Earle Hesse Kennard)、库珀(John N.Cooper)的《现代物理学导论(*Introduction to Modern Physics*, McGraw–Hill, 1969)》，该书第一章对经典物理学史做了简洁而丰富的介绍。引于 page 20.

Ref 011 to 020

11 对感知研究的介绍可参阅戈德斯坦(E.Bruce Goldstein)所著的《感知(*Perception*, Books/Cole, 5th edition, 1998)》。引于 page 22, 26.

12 巴克利(Michael Buckley)的《运动与运动之神(*Motion and Motion's God*, Princeton University Press, 1971)》，概述了那些用来证明神通过运动而存在的论据。围绕这些失败尝试所展开的激烈争论是历史悲喜剧的一章。引于 page 22.

13 托马斯·阿奎那(Thomas Aquinas)的《神学大全(*Summa Theologiae* 或 *Summa Theologica*, 1265–1273)》，拉丁语版本可在 www.newadvent.org/summa 在线查阅，其它地方也有英文版。引于 page 22.

14 探究“内在”的运动，可参阅施瓦茨(Richard Schwartz)所著的精彩作品《内部家庭系统疗法(*Internal Family Systems Therapy*, The Guilford Press, 1995)》。引于 page 22.

15 关于婴儿运动发育以及如何造就健康性格的权威论述，可参阅皮克勒(Emmi Pikler)的《给我时间：孩子学会自由行走前的自主运动发展(*Laßt mir Zeit-Die selbstständige Bewegung-sentwicklung des Kindes bis zum freien Gehen*, Pflaum Verlag, 2001)》等，或访问 www.pikler.org。引于 page 22.

16 例如，可参阅钱德勒(David G.Chandler)的《拿破仑的战役：历史上最伟大战士的思想与方法(*The Campaigns of Napoleon – The Mind and Method of History's Greatest Soldier*, Macmillan, 1966)》。引于 page 22.

17 马库斯(Richard Marcus)的《美国轮盘赌(*American Roulette*, St Martin's Press, 2003)》是一部惊悚小说，同时也是个真实的故事。引于 page 22.

18 班德勒(Richard Bandler)的《换种方式用脑(*Using Your Brain for a Change*, Real People Press, 1985)》是本关于行为改变的有趣优秀书籍。另可参阅班德勒与格林德(John Grinder)的《青蛙变王子：神经语言程序(*Frogs into princes– Neuro Linguistic Programming*, Eden Grove Editions, 1990)》。引于 page 21, 33.

19 沃尔珀特(Lewis Wolpert)的《胚胎的胜利(*The Triumph of the Embryo*, Oxford University Press, 1991)》讲述了人从原始细胞发育到成熟个体的机制。引于 page 21.

20 关于优雅和风度，可参阅众多关于亚山大技术(Alexander Technique)的书籍，比如格尔布(M.Gelb)的《身体学习：亚历山大技巧入门(*Body Learning– An Introduction to the Alexander Technique*, Aurum Press, 1981)》、布伦南(Richard Brennan)的《亚历山大技巧导论(*Introduction to the Alexander Technique*, Little Brown and Company, 1996)》。亚历山大技巧的理念之一是回到这样一种状态：支撑身体的肌肉群和负责运动的肌肉群各司其职。不必要的肌肉紧张，比如颈部僵硬，是由支撑肌肉在运动、运动肌肉在支撑，造成能量错配。这种技术

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

帮人回归到肌肉的自然功能状态。

博雷利(G.Borelli)在《动物运动(*De motu animalium*, 1680)》中就对动物的运动进行了广泛讨论。现代研究方法的一个例子是柯林斯(J.J.Collins)和斯图尔特(I.Stewart)所著的《六足步态与耦合非线性振荡器模型(*Hexapodal gaits and coupled nonlinear oscillator models*,Biological Cybernetics **68**, pp. 287–298, 1993)》。另可参阅斯图尔特和戈卢比茨基(M.Golubitsky)所著的《可怕的对称(*Fearful Symmetry,* Blackwell, 1992)》。引于 page 23,120.

21 这里及以下提到的关于儿童发育的研究成果，主要来自让·皮亚杰(Jean Piaget)发起的研究；之后还会提到关于儿童发育的更多细节。www.piaget.org 是由让·皮亚杰学会维护的网站。引于 page 24, 41, 43.

Vol.III page 256

22 爬行动物脑(进食?感受?无明?)，也被称为 R-复合区，包括脑干、小脑、基底核、丘脑；古哺乳动物脑(情感脑)，也被称为边缘系统，包含杏仁核、下丘脑、海马体；人类(以及灵长动物)脑(理性脑)，即新皮质，由著名的灰质组成。关于大脑，可查阅约翰·诺尔特(John Nolte)所著的图谱《人脑：功能解剖学导论(*The Human Brain: An Introduction to its Functional Anatomy*, Mosby, fourth edition, 1999)》。引于 page 25.

Ref 021 to 030

23 在 Mathematica 输入以下代码，可以复现左下角的动画：引于 page 26.

```
« Graphics‘Animation‘
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3;
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
   frame[[n,y,x]]=back[[y,x-n]] ],
      {x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf ]], Mesh-> False,
   Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
   DisplayFunction-> Identity], {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

我们的运动检测系统比左下角所示例子要强得多。下面这个动画能说明这一点。

```
« Graphics‘Animation‘
Nxpixels = 72; Nypixels = 54; Nframes = Nxpixels * 4 / 3;
Nxwind = Round[Nxpixels / 4]; Nywind = Round[Nypixels / 3];
front = Table[Round[Random[]], {y, 1, Nypixels}, {x, 1, Nxpixels}];
back = Table[Round[Random[]], {y, 1, Nypixels}, {x, 1, Nxpixels}];
frame = Table[front, {nf, 1, Nframes}];
Do[ If[ x > n - Nxwind && x < n && y > Nywind && y < 2 * Nywind,
   frame[[n, y, x]] = back[[y, x]] ],
      {x, 1, Nxpixels}, {y, 1, Nypixels}, {n, 1, Nframes}];
film = Table[ListDensityPlot[frame[[nf ]], Mesh -> False,
   Frame -> False, AspectRatio -> N[Nypixels / Nxpixels],
   DisplayFunction -> Identity], {nf, 1, Nframes}]
```

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

ShowAnimation[film]

类似的实验，例如用变化的随机图案，表明即使图像的所有傅里叶分量都为零，眼睛也能感知到运动；这种图像运动被称为*漂移平衡运动或非傅里叶运动*(*drift-balanced* or *non-Fourier* motion)。赞克(J.Zanker)在《模拟人类运动感知 I：经典刺激(*Modelling human motion perception I: Classical stimuli*, Naturwissenschaften **81**, pp. 156–163, 1994)》以及《模拟人类运动感知 II：超越傅里叶运动刺激(*Modelling human motion perception II: Beyond Fourier motion stimuli*, Naturwissenschaften **81**, pp. 200–209, 1994)》给出了几个例子。现代研究已帮助找到了相应的神经元结构，见巴克斯(S.A. Baccus)、奥尔韦茨基(B. P. Olveczky)、马努(M. Manu)、迈斯特(M. Meister)在《计算物体运动的视网膜回路(*A retinal circuit that computes object motion*, Journal of Neuroscience **28**, pp. 6807–6817, 2008)》。

24 赫拉克利特所有残篇均出自罗宾逊(John Mansley Robinson)的《早期希腊哲学导论(*An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5)》. 引于 page 27.

25 关于滑轮组，见西马内克(Donald Simanek) 的解释 www.lhup.edu/~dsimanek/TTT-fool/fool.htm。引于 page 31.

26 这些有趣谜题的概述，见 E.D.德梅因(E.D.Demaine)、M.L.德梅因(M.L.Demaine)、明斯基(Y.N.Minski)、米切尔(J.S.B. Mitchell)、里夫斯(R.L. Rivest)、帕特拉苏(M. Patrascu)的《挂画谜题(*Picture-hanging puzzles*)》，预印本见 arxiv.org/abs/1203.3602。引于 page 34.

27 多布斯(Betty Jo Teeter Dobbs)的《牛顿炼金术基础(*The Foundations of Newton's Alchemy*, Cambridge University Press, 1983)》《双面天才(*The Janus Face of Genius*, Cambridge University Press, 1992)》，对身为炼金术士的牛顿做了介绍。牛顿有点像极具才智的魔法师，他努力寻找上帝与物质世界互动过程的实例。这是个精彩的悲剧。基辛(R.G. Keesing)在《评论：牛顿的炼金术(*Essay Review: Newton's Alchemy*, Contemporary Physics **36**, pp. 117–119, 1995)》给出了很好的概述。

牛顿神学观念幼稚，是典型的父爱缺乏。许多总结了其秘书克拉克(Clarke)与其对手莱布尼茨(Leibniz)往来书信的书籍对此都有描述。引于 page 35.

28 特鲁斯德尔(Clifford A. Truesdell)的《力学史论文集(*Essays in the History of Mechanics*, Springer, 1968)》介绍了经典力学的故事，同时也打破了一些神话，比如有人认为的牛顿能求解微分方程，或者他引入了公式 $F = ma$ 。引于 page 35, 173, 222.

29 光在太阳内的有效速度缓慢，是因为光子频繁地被太阳物质散射。米塔拉斯(R.Mitalas)和西尔斯(K.R.Sills)在《关于太阳光子扩散的时间尺度(*On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal **401**, pp. 759–760, 1992)》给出了最准确的估算。他们得出，光在整个太阳中的平均速度为 0.97 cm/s，太阳中心速度约为该值十分之一。引于 page 37.

30 刘(Chien Liu)、达顿(Z.Dutton)、贝赫鲁齐(C.H.Behroozi)、豪(L.Vestergaard Hau)的《用停止光脉冲在原子介质中观测相干光信息存储(*Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature **409**, pp. 490–493, 2001)》。康奈尔(E.A. Cornell)做出评论《让光停止脚步(*Stopping light in its track*, **409**, pp. 461–462, 2001)》。但光脉冲当然并没有真正停止。你能在不读这篇论文的情况下至少说出两个原因，并且在读了之后或许还能说出第三个原因吗？ Challenge 743 s

该工作是之前实验的改进，之前的实验，在纳开尔文的超冷钠原子气体中，光的群速度降低至 17 m/s。豪(L.Vestergaard Hau)、哈里斯(S.E.Harris)、达顿(Z.Dutton)、贝赫鲁齐

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

(C.H. Behroozi)《在超冷原子气体中光速降至 17 米每秒(*Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature **397**, pp. 594–598, 1999)》报道了该成果。引于 page 37.

Ref 031 to 040

31 弗林特(Rainer Flindt)《数字中的生物学:包含超过一万个单值表格数据集(*Biologie in Zahlen – Eine Datensammlung in Tabellen mit über 10.000 Einzelwerten*, Spektrum Akademischer Verlag, 2000)》。引于 page 37.

32 米拉贝尔(I.F. Mirabel)和罗德里格斯(L.F. Rodríguez) 观测到了具有那样速度的两束喷流，见《银河系中的一个超光速源(*A superluminal source in the Galaxy*, Nature **371**, pp. 46–48, 1994)》。引于 page 37.

33 布舍(Detlev Busche)、肯普夫(Jürgen Kempf)、施滕格尔(Ingrid Stengel)的《地球的景观形态：地貌学图像图集(*Landschaftsformen der Erde –Bildatlas der Geomorphologie*, Primus Verlag, 2005)》对自然界中最缓慢的运动，即地貌变化，做了精彩的介绍。引于 page 38.

34 若要自制日晷，见岑克特(Arnold Zenkert)的《日晷魅力(*Faszination Sonnenuhr*, VEB Verlag Technik, 1984)》，也可访问 www.sundials.co.uk，该网站完整介绍了该领域。引于 page 43.

35 伊夫里(R.B. Ivry)和斯宾塞(R. Spencer)的《时间的神经表征(*The neural representation of time*, Current Opinion in Neurobiology **14**, pp. 225–232, 2004)》介绍了脑钟如何产生时间感。帕尔默(John D. Palmer)的《生命时钟(*The Living Clock*, Oxford University Press, 2002)》，阿尔格伦(A. Ahlgren)和哈尔伯格(F. Halberg)的《自然的周期：生物节律导论(*Cycles of Nature: An Introduction to Biological Rhythms*, National Science Teachers Association, 1990)》描述了我们身内的化学钟。也可访问 www.msi.umn.edu/~halberg/introd。引于 page 43.

36 维尔日比茨卡(Anna Wierzbicka)的研究展示了这一点，在后续某卷会更细讨论她的研究。乔姆斯基学派作者平克(Steven Pinker)的佳作《语言本能：语言由衷(*The Language Instinct – How the Mind Creates Language*, Harper Perennial, 1994)》讨论了相关问题，其 63 页驳斥了一个常被复读的错误说法，即认为霍皮语(*Hopi* language)是个例外。引于 page 43.

Vol.III page 280

37 更多信息，可访问 www.uni-tuebingen.de/plantphys/bioclox，免费下载恩格尔曼(Wolfgang Engelmann)关于生物钟的好书。引于 page 45.

38 京特(B.Günther)、莫尔加多(E.Morgado)《哺乳动物生物节律的异速生长标度(*Allometric scaling of biological rhythms in mammals*, Biological Research **38**, pp. 207–212, 2005)》。引于 page 45.

39 亚里士多德在《物理学》第四章驳斥了时间流动的观点。可在 classics.mit.edu/Aristotle/physics.4.iv.html 查看全文。引于 page 49.

(译者注：如果朴素的自然哲学，或者某些“拜数学教教徒”说的“跳大神”，合你的胃口，那么亚里士多德的《物理学》非常值得一读。尤其是它会驱散很多现代物理学神话和对古代智识的误解。)

40 关于“时间之箭”，或许最具参考价值的书是海因茨-迪特尔·泽(Heinz-Dieter Zeh)的《时间方向的物理基础(*The Physical Basis of the Direction of Time*, Springer Verlag, 4th edition, 2001)》。其它大多数相关书籍都缺乏清晰的思路。

一个典型的会议论文集哈利韦尔(J.J. Halliwell)、梅卡德(J. Pérez-Mercader)、祖雷克(Wojciech H. Zurek)所编的《时间不对称的物理起源(*Physical Origins of Time Asymmetry*, Cambridge University Press, 1994)》。引于 page 49.

41 关于绝对运动和相对运动，书籍不少但讨论内容有限。例如巴伯(Julian Barbour)的

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref
041 to 050

《绝对运动还是相对运动？第一卷：从马赫观点研究时空理论的发现与结构(*Absolute or Relative Motion? Vol. 1: A Study from the Machian Point of View of the Discovery and the Structure of Spacetime Theories*, Cambridge University Press, 1989)》《绝对运动还是相对运动？第二卷：广义相对论的深层结构(*Absolute or Relative Motion? Vol. 2: The Deep Structure of General Relativity*, Oxford University Press, 2005)》，或者厄尔曼(John Earman)的《足够的世界与时空：时空的绝对论与相对论(*World Enough and Spacetime: Absolute vs Relational Theories of Spacetime*, MIT Press, 1989)》。本书卷六提出了关于绝对运动和相对运动的推测性解决方案。引于 page 52.

Vol.VI page 65

42 佩特根(Heinz-Otto Peitgen)、于尔根斯(Hartmut Jürgens)、绍佩(Dietmar Saupe)的《课堂上的分形(*Fractals for the Classroom*, Springer Verlag, 1992, pp. 232–245)》精彩地展示了海岸线等分形图形。该书也有其它几种语言版本。引于 page 56.

43 多尔蒂(R.Dougherty)、福尔曼(M.Foreman)《利用具有贝尔性质的集合进行巴拿赫-塔斯基分解(*Banach–Tarski decompositions using sets with the property of Baire*, Journal of the American Mathematical Society **7**, pp. 75–124, 1994)》。也可参阅帕特森(Alan L.T. Paterson)《顺从性(*Amenability*, American Mathematical Society, 1998)》，弗伦奇(Robert M. French)《巴拿赫-塔斯基定理(*The Banach–Tarski theorem*, The Mathematical Intelligencer **10**, pp. 21–28, 1998)》，格尔鲍姆(Bernard R. Gelbaum)、奥姆斯特德(John M.H. Olmsted)《分析中的反例(*counter-examples in Analysis*, Holden–Day, 1964)》《数学中的定理与反例(*Theorems and counter-examples in Mathematics*, Springer, 1993)》。引于 page 58.

44 瓦贡(Stan Wagon)的《巴拿赫-塔斯基悖论(*The Banach Tarski Paradox*, Cambridge University Press, 1993)》很精彩但有一定难度。引于 page 58, 458.

45 关于海水细菌的形状，可参阅迪克森(Bernard Dixon)的有趣书籍《无形力量：微生物如何统治世界(*Power Unseen – How Microbes Rule the World*, W.H. Freeman, 1994)》的相应章节有介绍。这本书约有 80 章，生动展示了多种微生物。引于 page 59.

46 梅登巴赫(Olaf Medenbach)、威尔克(Harry Wilk)的《魔晶世界(*Zauberwelt der Mineralien*, Sigloch Edition, 1977)》介绍了晶体、矿物和石头的科学，有精美的照片。关于最大的晶体，可参阅里克伍德(P.C. Rickwood)的《最大晶体(*The largest crystals*, **66**, pp. 885–908, 1981)》也可在 www.minsocam.org/MSA/collectors_corner/arc/large_crystals.htm 查阅。至于令人印象深刻的墨西哥奈卡矿洞，可访问 www.naica.com.mx/ingles/index.htm。引于 page 59.

47 可访问 www.weltbildfrage.de/3frame.htm 和 www.lhup.edu/~dsimanek/hollow/morrow.htm。引于 page 61.

48 R.谭(R.Tan)、奥斯曼(V. Osman)、G.谭(G. Tan)《耳朵大小作为实足年龄的预测指标(*Ear size as a predictor of chronological age*, Archives of Gerontology and Geriatrics **25**, pp. 187–191, 1997)》。引于 page 62.

49 最小距离是在粒子加速器中探测的；距离可以根据粒子束的能量来确定。1996 年，(夸克大小上限的) 10^{-19} 米这一数值取自 F.Abe 等人所描述的实验，见《费米实验室对撞机探测器对双喷注角分布的测量(*Measurement of dijet angular distributions by the collider detector at Fermilab*, Physical Review Letters **77**, pp. 5336–5341, 1996)》。引于 page 67.

50 更多月球错觉的内容，见 science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2008/16jun_moonillusion/。托勒密所有著作都可在 www.ptolemaeus.badw.de 在线查阅。引于 page 69.

051 ~ 100

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

51 这些谜题取自 www.mathematische-basteleien.de 的谜题集。引于 page 71.

52 杜德尼(Alexander K. Dewdney)《平面宇宙：与二维世界的计算机接触(*The Planiverse – Computer Contact with a Two-dimensional World*, Poseidon Books/Simon & Schuster, 1984)》。也可参阅艾伯特(Edwin A. Abbott)的《平面国：多维罗曼史(*Flatland: A romance of many dimensions*, 1884)》。此前，其他几位科幻作家也探索过二维宇宙的可能性，但都出错。引于 page 72.

Ref 051 to 060

53 J.玻尔(J. Bohr)、奥尔森(K. Olsen)《古老绳艺(*The ancient art of laying rope*)》，预印本见 arxiv.org/abs/1004.0814。引于 page 72.

54 概述和参考文献请见 www.pbrc.hawaii.edu/~petra/animal_olympians.html。引于 page 73.

55 皮耶兰斯基(P. Pieranski)、普日比尔(S. Przybyl)、斯塔夏克(A. Stasiak)《紧开结(*Tight open knots*, European Physical Journal E **6**, pp. 123–128, 2001)》，预印本见 arxiv.org/abs/physics/0103016。引于 page 73.

56 关于烟花世界，可查看 rec.pyrotechnics 的常见问题列表，或者在网上搜索。一个简单的介绍是康克林(J.A. Conkling)的《烟火制造术(*Pyrotechnics*, Scientific American pp. 66–73, July 1990)》。引于 page 75.

57 重力加速度g的变化背后有一整套故事。可以看看坪井忠二(Chuji Tsuboi)的《重力(*Gravity*, Allen & Unwin, 1979)》，或者托尔格(Wolfgang Torge)的《重力测量学(*Gravimetry*, de Gruyter, 1989)》，或者布尔沙(Milan Burša)、卡雷尔·佩奇(Karel Pěč)的《地球的重力场与动力学(*The Gravity Field and the Dynamics of the Earth*, Springer, 1993)》。这些研究发现，由于月球的影响，土壤高度变化可达 0.3 米。引于 page 76, 192.

58 德雷克(Stillman Drake)的《伽利略简介(*Galileo: A Very Short Introduction*, Oxford University Press, 2001)》。引于 page 76.

59 弗罗瓦(Andrea Frova)的《鼻尖下的物理学：44 个简单案例(*La fisica sotto il naso – 44 pezzi facili*, Biblioteca Universale Rizzoli, Milano, 2001)》。引于 page 76.

60 其他科学热衷于详细研究常见的路径。例如，可参阅赫迪格(Heini Hediger)主编的《动物的道路(*Die Straßen der Tiere*, Vieweg & Sohn, 1967)》。引于 page 76.

Ref 061 to 070

61 埃里克森(H.K.Eriksen)、克里斯蒂安森(J.R.Kristiansen)、兰甘根(Ø.Langangen)、韦胡斯(I.K.Wehus)《博尔特能跑多快？一项动力学研究(*How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study*, American Journal of Physics **77**, pp. 224–228, 2009)》。也可参阅 en.wikipedia.org/wiki/Footspeed 的参考文献。引于 page 77.

62 1997 年 8 月 2 日，世界田径锦标赛期间，《法兰克福汇报(*Frankfurter Allgemeine Zeitung*)》讨论了这个问题。这些数值是 100 米短跑运动员在比赛中最快阶段的速度；所引用的精确数值是 1997 年的跑步速度世界纪录，男子是 12.048 m/s = 43.372 km/h (Ben Johnson 的成绩)，女子是 10.99 m/s = 39.56 km/h。引于 page 77.

63 跳远数据和相关文献可在三篇均题为《优秀跳远运动员也是优秀跳高运动员吗？(*Is a good long jumper a good high jumper?*, in the American Journal of Physics **69**, pp. 104–105, 2001)》。特别是，世界级跳远运动员的助跑速度为 9.35 ± 0.15 m，起跳角度约为(仅)20 度，垂直起跳速度为 3.35 ± 0.15 m/s。一种能实现更高起跳角度的新技术将使世界跳远纪录大幅提高。引于 page 77.

64 研究喷射粪便及其机制的是现代生物学的一部分。可以看看魏斯(M. Weiss)的《为什么栖息在庇护所的毛毛虫会抛出它们的粪便？(*Good housekeeping: why do shelter- dwelling*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

caterpillars fling their frass?, Ecology Letters **6**, pp. 361–370, 2003)》，他还给出了目前银斑弄蝶(*Epargyreus clarus*)能把 24 毫克粪球抛出 1.5 米的纪录。粪便飞行图来自卡韦尼(S. Caveney)、麦克莱恩(H. McLean)、萨里(D. Surry)的《弄蝶毛虫的粪便发射是由压力驱动的(*Faecal firing in a skipper caterpillar is pressure-driven*, The Journal of Experimental Biology **201**, pp. 121–133, 1998)》。引于 page 78.

65 克拉克(H.C. Bennet-Clark)《动物跳跃的尺度效应(*Scale effects in jumping animals*, pp. 185–201)》，收录于佩德利(T.J. Pedley)主编的《动物运动的尺度效应(*Scale Effects in Animal Locomotion*, Academic Press, 1977)》。引于 page 79.

66 芝诺的论证见亚里士多德《物理学 6.9》。classics.mit.edu/Aristotle/physics.6.vi.html 提供了英文在线版本。引于 page 83, 501.

67 例如，可参阅顾马拉(K.V.Kumar)和诺弗利特(W.T. Norfleet)的《人对长期太空飞行加速度的耐受问题(*Issues of human acceleration tolerance after long-duration space flights*, NASA Technical Memorandum 104753, pp. 1–55, 1992)》，可在 ntrs.nasa.gov 获取。引于 page 84.

68 词源学(*etymology*)是个引人入胜的话题，例如有研究发现德语词“Weib”(“woman”，与英语“wife”相关)通过一些吐火罗语(Tocharian，一种已灭绝的印欧语，最初在中国新疆境内发现)的文本发现，它最初的意思是“羞耻”。它曾用于表示女性生殖器区域，在一个表达中意为“羞耻之地”。随着时间推移，这个表达逐渐用来泛指“女人”。这种联系由语言学家施密特(Klaus T. Schmidt)发现，解释了为什么这个词不是阴性而是中性，即为什么它用定冠词“das”而不是“die”。Julia Simon, private communication.

词源学也可以既简单又纯粹地有趣，例如当人们在《牛津英语词典》中发现“testimony”和“testicle”同源；其实拉丁语“testis”一个词表示这两个概念。引于 page 86, 100.

69 阿姆斯特朗(J.T. Armstrong)、亨特(D.J. Hunter)、约翰斯顿(K.J. Johnston)、莫祖尔凯维奇(D. Mozurkewich)《1990 年代恒星光学干涉测量法(*Stellar optical interferometry in the 1990s*, Physics Today pp. 42–49, May 1995)》。1995 年时就已经知道了 100 多颗恒星的直径。目前正在规划几种强大仪器。引于 page 86.

70 霍珀(Arthur F.Hopper)、哈特(Nathan H.Hart)的《动物发育基础(*Foundations of Animal Development*, Oxford University Press, 2006)》是本关于生长的优秀生物教科书。引于 page 88.

Ref 071 to 080

71 例如，斯通(C.L.Stong)的《业余科学家：如何为旋转的物体供电(*The amateur scientist – how to supply electric power to something which is turning*, Scientific American pp. 120–125, December 1975)》讨论了这一点。文章还讨论了如何仅用几个棱镜，即所谓的道威棱镜(*Dove prism*)，来拍摄旋转物体的静止图像。里夫林(E. Rieflin)的《与狄拉克弦相关的一些机制(*Some mechanisms related to Dirac's strings*, American Journal of Physics **47**, pp. 379–381, 1979)》给出了将物体附着在旋转体上的其它例子。引于 page 89.

72 扬(James A. Young)的《风滚草(*Tumbleweed*, Scientific American **264**, pp. 82–87, March 1991)》。虽然风滚草相当罕见，但好莱坞西部片的导演都觉得有必要让它亮相。引于 page 89.

73 该主题的经典著作是格雷(James Gray)的《动物的运动(*Animal Locomotion*, Weidenfeld & Nicolson, 1968)》。引于 page 90.

74 关于这种虾(*N.decemspinosa*)，可参阅考德威尔(R.L.Caldwell)的《口足目动物的一种独特运动形式：向后翻筋斗(*A unique form of locomotion in a stomatopod – backward somersaul*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

ting, Nature **282**, pp. 71–73, 1979)》，以及富尔(R.Full)、厄尔斯(K.Earls)、王(M.Wong)、考德威尔的《像轮子一样运动？(*Locomotion like a wheel?*, Nature **365**, p. 495, 1993)》。关于会滚动的毛毛虫，可参阅布拉肯伯里(J.Brackenbury)的《毛虫运动学(*Caterpillar kinematics*, Nature **330**, p. 453, 1997)》《毛虫的快速运动(*Fast locomotion in caterpillars*, Journal of Insec t Physiology **45**, pp. 525–533, 1999)》。更多关于腿部的图见 rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs。引于 page 90.

75 雷兴贝格(Ingo Rechenberg)描述了 *Cebrennus villosus* 这种蜘蛛的运动。可观看视频 www.youtube.com/watch?v=Aayb_h31RyQ。引于 page 90.

76 最早证明鞭毛旋转的实验是西尔弗曼(M.Silverman)和西蒙(M.I.Simon)做的，《鞭毛旋转与细菌运动机制(*Flagellar rotation and the mechanism of bacterial motility*, Nature **249**, pp. 73–74, 1974)》。关于所涉及分子的一些精美图片，可参阅南波(K.Namba)的《一种生物分子机器：细菌鞭毛马达和鞭毛丝(*A biological molecular machine: bacterial flagellar motor and filament*, Wear **168**, pp. 189–193, 1993)》，或访问 www.nanonet.go.jp/english/mailmag/2004/011a.html。目前转速记录为 1700 r/s，见曲山幸生(Y.Magariyama), S.Sugiyama, K.Muramoto, Y.Maekawa, I.Kawagishi, Y.Imae、S.Kudo 的《甚快鞭毛旋转(*Very fast flagellar rotation*, Nature **371**, p. 752, 1994)》。

更多关于细菌的知识可参阅杜森伯里(David Dusenbery)的《微观生命(*Life at a Small Scale*, Scientific American Library, 1996)》。引于 page 90.

77 陈(S.Chen)等的《细菌鞭毛马达的结构多样性(*Structural diversity of bacterial flagellar motors*, EMBO Journal **30**, pp. 2972–2981, 2011)》，也可在 emboj.embopress.org/content/30/14/2972 在线查阅。引于 page 90.

78 布伦纳(M.P.Brenner)、希尔根费尔特(S.Hilgenfeldt)、洛泽(D.Lohse)《单泡声致发光(*Single bubble sonoluminescence*, Reviews of Modern Physics **74**, pp. 425–484, 2002)》。引于 page 95.

79 温宁格(K.R. Weninger)、巴伯(B.P. Barber)、普特曼(S.J. Putterman)《声致发光气泡坍缩的脉冲米氏散射测量(*Pulsed Mie scattering measurements of the collapse of a sonoluminescing bubble*, Physical Review Letters **78**, pp. 1799–1802, 1997)》。引于 page 95.

80 关于影子，可参阅卡萨蒂(Roberto Casati)的趣味科普读物《影子：从柏拉图到伽利略，令伟大智者着迷的难题(*Alla scoperta dell'ombra– Da Platone a Galileo la storia di un enigma che ha affascinato le grandi menti dell'umanità*, Oscar Mondadori, 2000)》。引于 page 97.

81 法伦特(Penelope Farrant)的《自然之色(*Colour in Nature*, Blandford, 1997)》。引于 page 97.

82 网上很容易搜到卡通物理"定律"。引于 page 97.

Ref 081 to 090

83 威尔基(Bernard Wilkie)的《电视特技(*The Technique of Special Effects in Television*, Focal Press, 1993)》，或《魔影视效(*Cinefex*)》杂志，概述了电影电视使用的错觉，这些错觉导致了上述一些奇怪图像现象。关于数字电影技术，可参阅斯兰斯基(Peter C.Slansky)主编的《数字电影：数字影院(*Digitaler film – digitales Kino*, UVK Verlag, 2004)》。引于 page 98.

84 埃提乌斯(Aetius)，《意见(Opinions, I, XXIII, 3)》。迪蒙(Jean-Paul Dumont)的《前苏格拉底学派(*Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 426, 1991)》。引于 page 98.

85 富马加利(Giuseppe Fumagalli)《谁说的？(*Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983)》。内容来自帕普斯(Pappus of Alexandria)的著作《数学汇编(*Synagoge*, book VIII, 19)》。引于 page 100, 230.

86 www.straightdope.com/classics/a5_262.html 以及更具争议的 en.wikipedia.org/wiki/Guillotine。引于 page 101.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

87 迪塞萨(A.DiSessa)的开创性论文《动量流：基础力学的别样视角(*Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, **48**, p. 365, 1980)》《勘误："动量流：基础力学的别样视角"(*Erratum: "Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics" [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)]*)》。赫尔曼(Friedrich Herrmann)的精彩免费教材《卡尔斯鲁厄物理课程(*The Karlsruhe Physics Course*)》也多有阐述；令见 ref 2。引于 page 107, 222, 224, 484.

88 关于 ATP 在细胞和生物体内的作用及化学性质，可查阅任何化学书，或在网上搜索。ATP 相关机制的揭示分别在 1978 年和 1997 年获诺贝尔化学奖。引于 page 107.

89 加勒特(A. Garrett)的《永动机：美梦(*Perpetual motion– a delicious delirium*, Physics World pp. 23–26, December 1990)》中有该独特时钟的图片。引于 page 107.

90 布鲁纳(Esger Brunner)《牛顿的错误:重新审视斯·格拉夫桑德泥块实验(*Het ongelijk van Newton – het kleibakexperiment van 's Gravesande nagespeld*, Nederland tijdschrift voor natuurkunde pp. 95–96, Maart 2012)》。这篇论文中有泥印的照片。引于 page 110.

Ref 091 to 100

91 有项研究估计，2000 年世界总能源消耗量为 500 EJ；美国能源部估计约为 416 EJ。我们在此采用了较低数值。本卡(S. Benka)《能源挑战(*The energy challenge*, Physics Today **55**, pp. 38–39, April 2002)》、莫尼茨(E.J. Monitz)和肯德丁(M.A. Kenderdine)《应对能源挑战：技术与政策(*Meeting energy challenges: technology and policy*, Physics Today **55**, pp. 40–46, April 2002)》，讨论和分类了电力使用(14 EJ)和其它能源形式，介绍了各国情况差异。引于 page 111, 112.

92 米勒(L.M. Miller)、甘斯(F. Gans)、克莱登(A. Kleidon)《估计全球陆地表面风能的最大可提取量及相关气候后果(*Estimating maximum global land surface wind power extractability and associated climatic consequences*, Earth System Dynamics **2**, pp. 1–12, 2011)》。引于 page 112.

93 相关概述可参阅 穆利根(J.F. Mulligan)和赫兹(H.G. Hertz)的《海因里希·赫兹未发表的演讲："论地球的能量平衡"(*An unpublished lecture by Heinrich Hertz: 'On the energy balance of the Earth'*, American Journal of Physics **65**, pp. 36–45, 1997)》。引于 page 112.

94 关于这一壮举的精美照片，可查看杂志封面以及达里厄斯(J. Darius)的《一只下落的猫的故事(*A tale of a falling cat*, Nature **308**, p. 109, 1984)》。引于 page 119.

95 沙玛(Natthi L. Sharma)《关于滚动运动的一个新观察(*A new observation about rolling motion*, European Journal of Physics **17**, pp. 353–356, 1996)》。引于 page 119.

96 辛格(C. Singh)《当物理直觉失效(*When physical intuition fails*, American Journal of Physics **70**, pp. 1103–1109, 2002)》。引于 page 119.

97 关于行走的文献浩如烟海。有两本著名的入门书：亚历山大(Robert McNeill Alexander)的《探索生物力学：运动中的动物(*Exploring Biomechanics: Animals in Motion*, Scientific American Library, 1992)》，沃格尔(Steven Vogel)的《比较生物力学：生命的物理世界(*Comparative Biomechanics - Life's Physical World*, Princeton University Press, 2003)》。引于 page 120.

98 格拉科韦茨基(Serge Gracovetsky)《脊柱引擎(*The Spinal Engine*, Springer Verlag, 1990)》。现在人们知道，人类步态是混沌的。佩奇(M. Perc)《人类步态的动力学(*The dynamics of human gait*, European Journal of Physics **26**, pp. 525–534, 2005)》对此进行了解释。关于行走和跑步的物理学原理，还可参阅格鲁伯(Werner Gruber)的书《难以置信的简单，简单得难以置信：日常生活中的物理学(*Unglaublich einfach, einfach unglaublich: Physik für jeden Tag*, Heyne, 2006)》。引于 page 120.

99 略韦拉(M. Llobera)、斯卢金(T.J. Sluckin)《曲折攀爬：攀爬策略的理论见解(*Zigzagging:*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

theoretical insights on climbing strategies, Journal of Theoretical Biology **249**, pp. 206–217, 2007)》。引于 page 122.

101 ~ 150

100 这种生死描述叫最大代谢范围(*maximal metabolic scope*)，你可以亲自查阅详情。还有种表述来自 阿兹贝尔(M. Ya. Azbel)《普遍的生物标度与死亡率(*Universal biological scaling and mortality*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA **91**, pp. 12453–12457, 1994)》：生物体中的每个原子在其寿命期间平均消耗 20 个氧分子。引于 page 122.

Ref 101 to 110

101 麦克杜格尔(Duncan MacDougall)《灵魂物质的假设与实验证据(*Hypothesis concerning soul substance together with experimental evidence of the existence of such substance*)》《关于灵魂物质的假设(*Hypothesis concerning soul substance*, American Medicine **2**, pp. 395–397, July 1907)》。阅读这些论文可以发现，作者在进行可靠的重量和时间测量方面经验不足。引于 page 123.

102 巴斯(Thomas A. Bass)讲述了 1970 年代一个关于预测轮盘赌结果的精彩故事，见《幸福的馅饼(*The Eudaemonic Pie*)》，该书也以《牛顿赌场(*The Newtonian Casino*, Backinprint, 2000)》为名出版。索普(Edward O. Thorp)的《第一台可穿戴计算机的发明(*The invention of the first wearable computer*, *Proceedings of the Second International Symposium on Wearable Computers* (ISWC 1998), 19-20 October 1998, Pittsburgh, Pennsylvania, USA (IEEE Computer Society), pp. 4–8, 1998)》，可在 csdl.computer.org/comp/proceedings/iswc/1998/9074/00/9074toc.htm 下载。引于 page 124.

103 茨韦克(Josef Zweck)于 1999 年至 2000 年在雷根斯堡大学(Universität Regensburg)授课的讲稿《日常物理学(*Physik im Alltag*)》描述了这一现象以及许多其它令人惊奇的物理学现象。引于 page 126, 130.

104 船舶平衡对于汽车渡轮至关重要，这是造船学的有趣部分；欧拉(Leonhard Euler)在《航海科学(*Scientia navalis*, 1749)》已对此做过介绍。引于 page 126.

105 希思(Thomas Heath)《阿里斯塔克:古代哥白尼(*Aristarchus of Samos – the Ancient Copernicus*, Dover, 1981, reprinted from the original 1913 edition)》。书中给出了阿里斯塔克的论文的希腊文和英文版本。阿里斯塔克是第一个提出日心说的人。阿里斯塔克测量的一天的长度(实际上是通过确定一年中的天数)，精度惊人，误差不到一秒。这本优秀的书还概述了阿里斯塔克之前的希腊天文学，并对每位希腊思想家的观点都做了详细解释。阿里斯塔克的文章也被重印在克罗(Michael J. Crowe)的《从古代到哥白尼革命的世界理论(*On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, *c.* 280 bce in MichaelJ. Crowe, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990, especially on pp. 27–29)》。未引用。

106 格克马(T. Gerkema)和戈斯蒂奥(L. Gostiaux)《科里奥利力简史(*A brief history of the Coriolis force*, Europhysics News **43**, pp. 14–17, 2012)》。引于 page 134.

107 例如，可在 techtv.mit.edu/videos/3722 和 techtv.mit.edu/videos/3714 观看关于科里奥利效应的视频，或者在 youtube.com 搜索相关视频。引于 page 134.

108 研究科里奥利效应对冰山影响最深入的，是物理学家出身的海洋学家埃克曼(Walfrid Ekman, b. 1874 Stockholm, d. 1954 Gostad)；该课题由伟大探险家南森(Fridtjof Nansen)提出，他也是第一个进行相关观测的人。为做纪念，人们命名了埃克曼层、埃克曼输送、埃克曼螺旋。任何海洋学或自然地理书籍都会给出更多详细信息。引于 page 135.

109 德斯洛热(Edward A. Desloge)《经典力学 第一卷(*Classical Mechanics*, Volume 1, John Wiley & Sons, 1982)》概述了在旋转参考系中科里奥利加速度 $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ 的影响，包括从加

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

勒比海流向北海的墨西哥湾暖流。引于 page 135.

110 最初的论文，夏皮罗(A.H. Shapiro)《浴缸涡旋(*Bath-tub vortex*, Nature **196**, pp. 1080–1081, 1962)》。他还制作了两部关于该实验的影片。该实验在南北半球都被多次重复，南半球水是顺时针流出的；首次南半球实验由特雷费森(L.M. Trefethen)等人完成，《南半球的浴缸涡旋(*The bath-tub vortex in the southern hemisphere*, Nature **201**, pp. 1084–1085, 1965)》。1994 年《美国物理学杂志》62 期 1063 页的读者来信列出了完整的参考文献。引于 page 137.

Ref 111 to 120

111 克兰(H. Richard Crane)《短傅科摆：一种消除椭圆度所致进动的方法(*Short Foucault pendulum: a way to eliminate the precession due to ellipticity*, American Journal of Physics **49**, pp. 1004–1006, 1981)》《傅科摆挂钟(*Foucault pendulum wall clock*, American Journal of Physics **63**, pp. 33–39, 1993)》。也可以看看昂内斯(Heike Kamerling Onnes)《地球自转轴转动的新证据(*Nieuwe bewijzen der aswenteling der aarde*, Universiteit Groningen, 1879)》。引于 page 137.

112 哈根(J.G. Hagen)《地球自转的新旧力学证明(*La rotation de la terre : ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles*, Sp. Astr. Vaticana Second. App. Rome, 1910)》。他的另一个实验是《阿特伍德机如何甚至定量地显示地球的自转(*How Atwood's machine shows the rotation of the Earth even quantitatively*, International Congress of Mathematics, Aug. 1912)》。引于 page 138.

113 最初的论文分别是康普顿(A.H.Compton)《一种实验室演示地球自转的方法(*A laboratory method of demonstrating the Earth's rotation*, Science **37**, pp. 803–806, 1913)》《观察地球的转动(*Watching the Earth revolve*, Scientific American Supplement no. 2047, pp. 196–197, 1915)》《一种独立于天文观测确定纬度、方位和一天长度的方法(*A determination of latitude, azimuth and the length of the day independent of astronomical observations*, Physical Review (second series) **5**, pp. 109–117, 1915)》。引于 page 138.

114 韦茨塞尔(Wettzell)的环形激光装置精度极高，分辨率小于 10^{-8} ，已经检测到了地极的运动。详情见施赖伯(K.U. Schreiber)、韦利科塞尔采夫(A. Velikoseltsev)、罗萨彻(M. Rothacher)、克吕格尔(T. Kluegel)、斯特德曼(G.E. Stedman)、威尔特希尔(D.L. Wiltshire)的《用环形激光陀螺仪直接测量地极的周日运动(*Direct measurement of diurnal polar motion by ring laser gyroscopes*, Journal of Geophysical Research **109 B**, p. 06405, 2004)》，以及克吕格尔、施吕特(W. Schlüter)、施赖伯、施耐德(M. Schneider)《用于连续观测地球自转的大型环形激光器(*Großringlaser zur kontinuierlichen Beobachtung der Erdrotation*, Zeitschrift für Vermessungswesen **130**, pp. 99–108, February 2005)》。引于 page 138.

115 安德森(R. Anderson)、比尔格(H.R. Bilger)、斯特德曼(G.E. Stedman)《萨尼亚克效应：地球旋转干涉仪的一个世纪(*The Sagnac-effect: a century of Earthrotated interferometers*, American Journal of Physics **62**, pp. 975–985, 1994)》。也可参阅斯特德曼《环形激光对基础物理学和地球物理学的测试(*Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics **60**, pp. 615–688, 1997)》。引于 page 138.

116 关于一天的长度，可访问 maia.usno.navy.mil，或查阅兰贝克(K. Lambeck)《地球的可变自转：地球物理原因及后果(*The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences*, Cambridge University Press, 1980)》，以及芒克(W.H. Munk)和麦克唐纳(G. J. F. MacDonald)《地球的自转(*The Rotation of the Earth*, Cambridge University Press, 1960)》。关于现代环形激光装置，可访问 www.wettzell.ifag.de。引于 page 141, 194.

117 布卡(H. Bucka)《两个证明地球自转的简单课堂实验(*Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung*, Zeitschrift für Physik **126**, pp. 98–105, 1949)》《两个证明地球自转的简

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

单课堂实验,第二部分(*Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung. II. Teil*, Zeitschrift für Physik **128**, pp. 104–107, 1950)》。引于 page 141.

118 其中一个数据实例来自索内特(C. P. Sonett)、克瓦尔(E. P. Kvale)、扎卡里安(A. Zakharian)、陈(M. A. Chan)、登科(T. M. Demko)《晚 元古代和古生代的潮汐、月球的退行以及地球的自转(*Late proterozoic and paleozoic tides, retreat of the moon, and rotation of the Earth*, Science **273**, pp. 100–104, 5 July 1996)》。他们分析潮汐沉积物，推断在 9 亿年前的元古代，一天只有 18 到 19 个小时；他们假定从那时到现在，一年的时长为 3100 万秒。另见索内特和 M.A.陈《新元古代地月动力学：对 9 亿年前大科顿伍德峡谷潮汐纹层的重新研究(*Neoproterozoic Earth-Moon dynamics – rework of the 900 MA Big Cottonwood canyon tidal laminae*, Geophysical Research Letters **25**, pp. 539–542, 1998)》。另一个测定来自威廉姆斯(G. E. Williams)《前寒武纪的潮汐和冰川碎屑沉积物：对前寒武纪地月动力学和古气候的启示(*Precambrian tidal and glacial clastic deposits: implications for precambrian Earth–Moon dynamics and palaeoclimate*, Sedimentary Geology **120**, pp. 55–74, 1998)》，利用一种被称为潮汐韵律层(*tidal rhythmites*)的地质构造推断，大约 6 亿年前，一年有 13 个月，一天有 22 个小时。引于 page 142.

119 关于历史与天文学的结合，可参阅理斯蒂芬森(Richard Stephenson)《日食与地球的自转历史(*Historical Eclispes and Earth's Rotation*, Cambridge University Press, 1996)》。引于 page 142.

120 赵(B.F.Chao)《地球物理流体激发的地球自转变化(*Earth Rotational Variations excited by geophysical fluids*, IVS 2004 General Meeting proceedings/ pages 38-46)》。引于 page 142.

Ref 121 to 130

121 关于太阳系自转和历史，可参阅布拉什(S.Brush)《太阳系起源的理论 1956–1985 (*Theories of the origin of the solar system 1956–1985*, Reviews of Modern Physics **62**, pp. 43–112, 1990)》。引于 page 142.

122 hpiers.obspm.fr/eop-pc 展示了过去十年的地轴运动。屈斯特纳创立的国际纬度服务现在是国际地球自转服务的一部分；详情见 www.iers.org。最新观点认为，极移圆周分量的三分之二(在美国，这个分量以声称发现它的人钱德勒命名，称为“钱德勒摆动(Chandler wobble)”，不过实际发现者是屈斯特纳)是由海底压强波动引起的，三分之一是由地球大气压变化引起的。这一观点由格罗斯(R. S. Gross)解释在《钱德勒摆动的激发(*The excitation of the Chandler wobble*, Geophysical Physics Letters **27**, pp. 2329–2332, 2000)》。引于 page 144.

123 兰伯(S. B. Lambert)、比祖阿尔(C. Bizouard)、德昂特(V. Dehant)《2005 至 2006 年冬季极移的快速变化(*Rapid variations in polar motion during the 2005-2006 winter season*, Geophysical Research Letters **33**, p. L13303, 2006)》。引于 page 144.

124 可参阅罗尔巴赫(Klaus Rohrbach)《阿尔弗雷德·魏格纳:漂移大陆的探索者(*Alfred Wegener – Erforscher der wandernden Kontinente*, Verlag Freies Geistesleben, 1993)》；关于板块构造理论，可见 www.scotese.com；关于地震，可见 www.geo.ed.ac.uk/quakexe/quakes 和 www.iris.edu/seismon；关于火山，可访问 vulcan.wr.usgs.gov 和 www.dartmouth.edu/~volcano 网站。引于 page 145.

125 茹泽尔(J. Jouzel)等人《过去 80 万年南极轨道尺度和千年尺度的气候变化(*Orbital and millennial Antarctic climate variability over the past 800,000 years*, Science **317**, pp. 793–796, 2007)》，采用了冰芯同位素浓度数据。海斯(J. D. Hays)、英布里(J. Imbrie)、沙克尔顿(N. J. Shackleton)《地球轨道的变化：冰期的起搏器(*Variations in the Earth's orbit: pacemaker of the ice ages*, Science **194**, pp. 1121–1132, 1976)》，通过实际挖掘某些地方的海底淤泥，证实了与

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

轨道参数的联系。注意，网上有大量关于冰期的信息，只需搜索“米兰科维奇(Milankovitch)”即可。引于 page 148.

126 汉弗莱斯(R. Humphreys)、拉森(J. Larsen)《太阳到银道面的距离(*The sun's distance above the galactic plane*, Astronomical Journal **110**, pp. 2183–2188, November 1995)》。引于 page 150.

127 贝内特(C. L. Bennet)、特纳(M. S. Turner)、怀特(M. White)《宇宙的罗塞塔石碑(*The cosmic rosetta stone*, Physics Today **50**, pp. 32–38, November 1997)》。引于 page 150.

128 见 www.geoffreylandis.com/vacuum.html；另见 www.geoffreylandis.com/ebullism.html 和 imagine.gsfc.nasa.gov/docs/ask_astro/answers/970603.html。这些网站都详细介绍了真空对人的影响。引于 page 157.

129 麦克纳·亚历山大(R. McN. Alexander)《人类、其他脊椎动物和昆虫的腿部设计与跳跃技术(*Leg design and jumping technique for humans, other vertebrates and insects*, Philosophical Transactions of the Royal Society in London B **347**, pp. 235–249, 1995)》。引于 page 164.

130 格拉申(J.W.Glasheen)、麦克马洪(T.A.McMahon)《双冠蜥运动的流体动力学模型(*A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard*, Nature **380**, pp. 340–342)》。相关图片可参阅《New Scientist, p. 18, 30 March 1996》《Scientific American, pp. 48–49, September 1997》，或者访问作者网站 rjf2.biol.berkeley.edu/Full_Lab/FL_Personnel/J_Glasheen/J_Glasheen.html。

一些滨鸟也具有利用相同机制在水面上奔跑的能力。引于 page 164.

Ref 131 to 140

131 A. Fernandez-Nieves & F. J. de las Nieves《关于皮划艇和双冠蜥的推进系统(*About the propulsion system of a kayak and of Basiliscus basiliscus*, European Journal of Physics **19**, pp. 425–429, 1998)》。引于 page 164.

132 Y.S.宋(Y. S. Song)、苏尔(S. H. Suhr)、西蒂(M. Sitti)《用于设计仿生机器水黾的支撑腿建模(*Modeling of the supporting legs for designing biomimetic water strider robot*, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA, 2006)》。苏尔、Y.S.宋、S.J.李(S. J. Lee)、西蒂《受生物启发的微型机器水黾(*Biologically inspired miniature water strider robot*, Proceedings of the Robotics: Science and Systems I, Boston, USA, 2005)》。另见网站 www.me.cmu.edu/faculty1/sitti/nano/projects/waterstrider。引于 page 165.

133 迪亚兹(J. Iriarte-Díaz)《小型和大型陆生哺乳动物运动性能的差异缩放(*Differential scaling of locomotor performance in small and large terrestrial mammals*, The Journal of Experimental Biology **205**, pp. 2897–2908, 2002)》。引于 page 166.

134 维特林格(M. Wittlinger)、韦纳(R. Wehner)、沃尔夫(H. Wolf)《蚂蚁的里程计：踩高跷和断肢实验(*The ant odometer: stepping on stilts and stumps*, Science **312**, pp. 1965–1967, 2006)》。引于 page 166.

135 韦扬德(P. G. Weyand)、斯特恩莱特(D. B. Sternlight)、贝利齐(M. J. Bellizzi)、赖特(S. Wright)《更快的最高奔跑速度是通过更大的地面作用力而非更快的腿部运动实现的(*Faster top running speeds are achieved with greater ground forces not more rapid leg movements*, Journal of Applied Physiology **89**, pp. 1991–1999, 2000)》。引于 page 166.

136 关于阴影讨论的材料来自普赖斯(Robert M. Pryce)《库克与皮里(*Cook and Peary*, Stackpole Books, 1997)》。另见赫伯特(Wally Herbert)《荣誉的束缚(*The Noose of Laurels*, Doubleday 1989)》关于皮里伪造行为的内容。《国家地理(*National Geographic*, September 1988)》杂志的百年纪念特刊中也有所讲述。由于国家地理学会曾资助皮里探险，并在他被美国国会宣布为第一个到达北极的人之前一直支持他，(部分)撤回对他的认定这一事件值得关

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

注。(后来该杂志为了多卖些杂志，又变卦了，现在又声称皮里到达北极。)顺便说一下，声称比皮里更早到达北极的库克的照片，在阴影长度方面也存在同样的问题。此二人在他们所谓的“功绩”方面都有欺骗史。因此，第一个到达北极的人可能是罗尔德·阿蒙森(Roald Amundsen)，他在几年后到达了那里，而且他也是第一个到达南极的人。引于 page 132.

137 瑙恩贝格(M. Nauenberg)《胡克、轨道运动、牛顿原理(*Hooke, orbital motion, and Newton's Principia*, American Journal of Physics **62**, 1994, pp. 331–350)》中有讲述。引于 page 174.

138 罗林斯(y D. Rawlins)《让日落加倍以及用手表和米尺测量地球的大小(*Doubling your sunsets or how anyone can measure the Earth's size with wristwatch and meter stick, American Journal of Physics 47, 1979, pp. 126–128*)》给出了更多细节。奥基夫(R. O' Keefe)、阿拉加(B. Ghavimi-Alagha)《世界贸易中心与到世界中心的距离(*The World Trade Center and the distance to the world's center*, American Journal of Physics **60**, pp. 183–185, 1992)》给出了另一种仅用六分仪测量地球半径的简单方法。引于 page 174.

139 关于天文距离测量的更多细节，见海尔登(A. van Helden)《测量宇宙(*Measuring the Universe*, University of Chicago Press, 1985)》以及亨贝斯特(Nigel Henbest)和库珀(Heather Cooper)《银河指南(*The Guide to the Galaxy*, Cambridge University Press, 1994)》。引于 page 174.

140 雅默(M. Jammer)《经典与现代物理学中的质量概念(*Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, reprinted by Dover, 1997)》《力的概念：力学基础研究(*Concepts of Force, a Study in the Foundations of Mechanics*, Harvard University Press, 1957)》中能找到许多细节。这些兼收并蓄且深入研讨的著作提供了大量细节，阐述了各种哲学观点，但在对自然的准确描述方面缺乏清晰的陈述和结论；因此在一些基本问题上并无帮助。

让·布里丹(Jean Buridan, c.1295 to c.1366)在《论天(*De Caelo*)》中批评了月下运动和月上运动的区分。引于 page 174.

Ref 141 to 150

141 托珀(D.Topper)和文森特(D.E.Vincent)《分析牛顿抛体图示(*An analysis of Newton's projectile diagram*, European Journal of Physics **20**, pp. 59–66, 1999)》。引于 page 175.

142 关于米的荒诞故事在阿尔德(Ken Alder)的历史小说《万物的尺度：改变世界的七年征程与隐藏的错误(*The Measure of All Things : The Seven-Year Odyssey and Hidden Error that Transformed the World*, The Free Press, 2003)》有讲述。引于 page 178.

143 卡文迪许(H. Cavendish)《测定地球密度的实验(*Experiments to determine the density of the Earth*, Philosophical Transactions of the Royal Society **88**, pp. 469–526, 1798)》。文献中首次出现的引力常数 G 的值是在 1873 年，由科尔努(Marie-Alfred Cornu)和巴耶(Jean-Baptistin Baille)得出，他们改进了卡文迪许的方法。引于 page 179.

144 关于通过引力测量空间维度(以及未能找到任何不同于三维的线索)可参阅阿德尔伯格(E. G. Adelberger)、赫克尔(B. R. Heckel)、尼尔森(A. E. Nel son)的《检验引力平方反比定律(*Tests of the gravitational inverse-square law*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **53**, pp. 77–121, 2003)》，也可查阅 arxiv.org/abs/hep-ph/0307284；或者休伊特(J. A. Hewett)和斯皮罗普鲁(M. Spiropulu)《粒子物理学对额外时空维度的探测(*Particle physics probes of extra spacetime dimensions*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **52**, pp. 397–424, 2002)》，arxiv.org/abs/hep-ph/0205106。引于 page 183.

145 有许多书籍解释地球精确形状的起源，比如安德斯(S. Anders)的《因为地球在转动(*Weil*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

die Erde rotiert, Verlag Harri Deutsch, 1985)》。引于 page 183.

146 用世界大地测量系统描述地球形状是最好的，相关介绍见 www.dqts.net/wgs84.htm 和 en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System。也可访问国际地球自转服务网站 hpiers.obspm.fr。引于 page 183.

147 赫克曼(G. Heckman)和范·汉德尔(M. van Haandel)《开普勒椭圆轨道定律的多种证明(*De vele beweijzen van Kepler's wet over ellipsenbanen: een nieuwe voor 'het Boek'?*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **73**, pp. 366–368, November 2007)》。引于 page 171.

148 哈特曼(W. K. Hartman)、菲利普斯(R. J. Phillips)、泰勒(G. J. Taylor)的《月球起源(*Origin of the Moon*, Lunar and Planetary Institute, 1986)》。引于 page 186.

149 若想了解月球运动的细节，可以看看古茨维勒(Martin C. Gutzwiller)《月球-地球-太阳：最古老的三体问题(*Moon–Earth–Sun: the oldest three body problem*, Reviews of Modern Physics **70**, pp. 589–639, 1998)》。引于 page 187.

150 诺伊曼(Dietrich Neumann)《昆虫的生理时钟：关于月周期控制繁殖时间的生态生理学(*Physiologische Uhren von Insekten – Zur Ökophysiologie lunarperiodisch kontrollierter Fortpflanzungszeiten*, Naturwissenschaften **82**, pp. 310–320, 1995)》。引于 page 187.

151 ~ 200

Ref 151 to 160

151 月经周期的起源尚未确定；不过有些关于它如何与其它周期同步的解释。一般性的解释可参阅皮科夫斯基(Arkady P ikovsky)、罗森布卢姆(MichaelRosenblum)和库茨(Jürgen Kurths)的《同步：非线性科学中的一个普遍概念(*Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science*, Cambridge University Press, 2002)》。引于 page 187.

152 拉斯卡尔(J. Laskar)、茹泰勒(F. Joutel)、罗比泰尔(P. Robutel)《月球对地球倾斜度的稳定作用(,&, *Stability of the Earth's obliquity by the moon*, Nature **361**, pp. 615–617, 1993)》。这个问题尚未完全解决，存在其他观点。引于 page 187.

153 科明斯(NeilF. Comins)《没有月亮会怎样：异世界地球之旅(*What if the Moon Did not Exist? – Voyages to Earths that Might Have Been*, Harper Collins, 1993)》。引于 page 187.

154 楚克(M. Ćuk)、汉密尔顿(D. P. Hamilton)、洛克(S. J. Lock)、斯图尔特(S. T. Stewart)《从高倾斜度、高角动量的地球演化来的月球潮汐 (*Tidal evolution of the Moon from a high-obliquity, high-angular-momentum Earth*, Nature **539**, pp. 402–406, 2016)》。引于 page 187.

155 康纳斯(M. Connors)、维耶(C. Veillet)、布拉塞尔(R. Brasser)、维格特(P. A. Wiegert)、乔达斯(P. W. Chodas)、米科拉(S. Mikkola)、伊南嫩(K. A. Innanen)《地球准卫星的发现(*Discovery of Earth's quasi-satellite*, Meteoritics & Planetary Science **39**, pp. 1251–1255, 2004)》，以及布拉塞尔、伊南嫩、康纳斯、维耶、维格特、米科拉和乔达斯《短暂的共轨小行星(*Transient co-orbital asteroids*, Icarus **171**, pp. 102–109, 2004)》。也可参阅康纳斯、维耶、布拉塞尔、维格特、乔达斯、米科拉和伊南嫩《类地轨道上的马蹄形小行星和准卫星(*Horseshoe asteroids and quasi-satellites in Earth-like orbits*, Lunar and Planetary Science **35**, p. 1562, 2004)》，预印本可在 www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2004/pdf/1565.pdf 查阅。引于 page 191.

156 维格特、伊南嫩和米科拉《地球的一颗小行星伴星(*An asteroidal companion to the Earth*, Nature **387**, pp. 685–686 and pp. 651–652, 12 June 1997)》。关于轨道的细节以及拉格朗日点并不总是构成等边三角形这一事实，可在纳穆尼(F. Namouni)、克里斯托(A. A. Christou)和默里(C. D. Murray)《大偏心率和倾角下的共轨动力学(*Coorbital dynamics at large eccentricity and inclination*, Physical Review Letters **83**, pp. 2506–2509, 1999)》中找到。引于 page 190.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

157 纽康姆(Simon Newcomb)《美国天文年历天文论文集(Astronomical Papers of the American Ephemeris **1**, p. 472, 1882)》。引于 page 191.

158 潮汐动画，可见 www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/m2_atlantique_fr.html。引于 page 192.

159 福尔克(G. Falk)和鲁佩尔(W. Ruppel)《力学、相对论、引力：一本教科书(*Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, Dritte Auflage, 1983)》。引于 page 192.

160 索尔德纳(J. Soldner)，《柏林天文年鉴 1804 (*Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, p. 161)》。引于 page 196.

Ref 161 to 170

161 这种相等性最早由厄缶(R. von Eötvös)精确测试《物理与化学年鉴(Annalen der Physik & Chemie **59**, p. 354, 1896)》，之后厄缶、佩卡(V. Pekár)、费克特(E. Fekete)又进行了测试《关于惯性与引力成比例定律的贡献(*Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, Annalen der Physik 4, Leipzig **68**, pp. 11–66, 1922)》。他发现二者的一致性达到了 10^{9} 分之 5 。罗尔(P. G. Rol l)、克罗特科夫(R. Krotkow)和迪克(R. H. Dicke)进行了更多实验，《惯性质量与被动引力质量的等效性(*The equivalence of inertial and passive gravitational mass*, Annals of Physics (NY) **26**, pp. 442–517, 1964)》是实验物理学领域最有趣的文章之一；布拉金斯基(V. B. Braginsky)和帕诺夫(V. I. Panov)也做了相关实验《苏联物理学：JETP(Soviet Physics – JETP **34**, pp. 463–466, 1971)》。Y.苏(Y.Su)等人得出了现代的实验结果，《自由落体普遍性的新测试(*New tests of the universality of free fall*, Physical Review **D50**, pp. 3614–3636, 1994)》，误差小于 10^{12} 分之一。已经有人提出了几项在太空中测试这种相等性的实验，目标是将误差降低到 10^{16} 分之一以下。引于 page 197.

162 埃德曼(H. Edelmann、纳皮沃茨基(R. Napiwotzki)、赫伯(U. Heber)、克里斯特利(N. Christlieb)和赖默斯(D. Reimers)《HE 0437-5439：非束缚超高速 B 型星(*HE 0437-5439: an unbound hyper-velocity B-type star*, The Astrophysical Journal **634**, pp. L181–L184, 2005)》。引于 page 205.

163 例如，菲尔皮奇(D.K. Firpić)和阿尼钦(I.V. Aniçin)的《行星可以只在完美的圆周上运行：在速度空间中！(*The planets, after all, may run only in perfect circles – but in the velocity space!*, European Journal of Physics **14**, pp. 255–258, 1993)》对此进行了解释。引于 page 205, 482.

164 霍奇斯(L. Hodges)《地球内部的引力场强度(*Gravitational field strength inside the Earth*, American Journal of Physics **59**, pp. 954–956, 1991)》。引于 page 205.

165 有争议的论点由丘比卡洛(A. E. Chubykalo)和弗拉耶夫(S. J. Vlaev)提出，《经典力学中惯性质量与引力质量成比例定理(*Theorem on the proportionality of inertial and gravitational masses in classical mechanics*, European Journal of Physics **19**, pp. 1–6, 1998)》，预印本见 arXiv.org/abs/physics/9703031。这篇论文可能是错误的；见扬科维奇(B. Jancovici)在《欧洲物理学杂志(European Journal of Physics **19**, p. 399, 1998)》的尖锐评论，以及 arxiv.org/abs/physics/9805003 的回复。引于 page 207.

166 莫哈扎比(P. Mohazzabi)和詹姆斯(M. C. James)《铅垂线与地球的形状(*Plumb line and the shape of the Earth*, American Journal of Physics **68**, pp. 1038–1041, 2000)》。引于 page 207.

167 泰森(Neilde Gasse Tyson)《宇宙降临地球(*The Universe Down to Earth*, Columbia University Press, 1994)》。引于 page 207.

168 昆兰(G. D. Quinlan)《X 行星：一个被揭穿的神话(*Planet X: a myth exposed*, Nature **363**, pp.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

18–19, 1993)》。引于 page 208.

169 见 en.wikipedia.org/wiki/90377_Sedna。引于 page 208.

170 马修斯(R. Matthews)《毫无机会……(*Not a snowball's chance ...*, New Scientist 12 July 1997, pp. 24–27)》。最初的说法由弗兰克(Louis A. Frank)、西格沃思(J. B. Sigwarth)和克雷文(J. D. Craven)提出，《关于小彗星流入地球高层大气的研究，第一部分和第二部分(*On the influx of small comets into the Earth's upper atmosphere*, parts I and II, Geophysical Research Letters **13**, pp. 303–306, pp. 307–310, 1986)》。最新的观测结果已经反驳了这一说法。引于 page 208.

Ref 171 to 180

171 埃文斯(J. Evans)《牛顿运动定律的射线形式(*The ray form of Newton's law of motion*, American Journal of Physics **61**, pp. 347–350, 1993)》精彩解释了射线形式。引于 page 211.

172 西尔弗曼(Mark P. Silverman)《其犹动焉：物理学中的奇异系统与微妙问题(*And Yet it Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993)》。对于任何对物理学细节感兴趣的人来说，这本书都是座宝库。引于 page 211.

173 勒萨热(G.-L.Lesage)《牛顿式的卢克莱修(*Lucrèce Newtonien*, Nouveaux mémoires de l'Acad émie Royale des Sciences et Belles Lettres pp. 404–431, 1747)》，或查阅 www3.bbaw.de/bibliothek/digital/struktur/03-nouv/1782/jpg-0600/00000495.htm。也可参阅 en.wikipedia.org/wiki/Le_Sage's_theory_of_gravitation。事实上，第一个提出引力是由小粒子推动质量体而产生这一观点的是德·迪利耶(Nicolas Fatio de Duillier)，时间是 1688 年。引于 page 211.

174 拉斯卡(J. Laskar)《太阳系混沌行为的数值实验(*A numerical experiment on the chaotic behaviour of the solar system*, Nature **338**, pp. 237–238, 1989)》《太阳系混沌运动：数值估计混沌区域大小(*The chaotic motion of the solar system - A numerical estimate of the size of the chaotic zones*, Icarus **88**, pp. 266–291, 1990)》。拉斯卡的工作由威斯多姆(Jack Wisdom)用专门的计算机进行了扩展，只考虑了行星，没有考虑较小天体。更多细节见萨斯曼(G. J. Sussman)和威斯多姆《太阳系的混沌演化(*Chaotic Evolution of the Solar System*, Science **257**, pp. 56–62, 1992)》。如今，这样的计算可以在你的个人电脑上用网上免费获取的代码来完成。引于 page 214.

175 迪布勒尔(B. Dubrulle)和格拉内尔(F. Graner)《太阳系中的提丢斯-波得定则。第一部分：尺度不变性解释一切(*Titius-Bode laws in the solar system. 1: Scale invariance explains everything*, Astronomy and Astrophysics **282**, pp. 262–268, 1994)》《太阳系中的提丢斯-波得定则。第二部分：从圆盘模型构建你自己的定则(*Titius-Bode laws in the solar system. 2: Build your own law from disk models*, Astronomy and Astrophysics **282**, pp. 269–-276, 1994)》。引于 page 214.

176 莱卡尔(M. Lecar)《波得定则(*Bode's Law*, Nature **242**, pp. 318–319, 1973)》，以及埃农(M. Henon)《对 A.M.莫尔恰诺夫〈太阳系的共振结构〉的评论(*A comment on "The resonant structure of the solar system" by A.M. Molchanov*, Icarus **11**, pp. 93–94, 1969)》。引于 page 214.

177 迪奥(Cassius Dio)《罗马史(*Historia Romana*, *c.* 220, book 37, 18)》。英文翻译可查阅网站 penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Cassius_Dio/37*.html。引于 page 214.

178 西蒙森(A. J. Simoson)《穿过地球的洞穴下落(*Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine **77**, pp. 171–188, 2004)》《冥府引力(*The gravity of Hades*, **75**, pp. 335–350, 2002)》。引于 page 217, 484.

179 贝维斯(M. Bevis)、阿尔斯多夫(D. Al sdorf)、肯德里克(E. Kendrick)、福尔特斯(L. P. Fortes)、福斯贝里(B. Forsberg)、马利(R. Malley)和贝克尔(J. Becker)《亚马逊河系统质量的季节性波动以及地球的弹性响应(*Seasonal fluctuations in the mass of the Amazon River system and*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Earth's elastic response, Geophysical Research Letters **32**, p. L16308, 2005)》。引于 page 217.

180 赫斯滕斯(D. Hestenes)、威尔斯(M. Wells)和斯瓦克哈默(G. Swackhamer)《力概念量表(*Force concept inventory*, Physics Teacher **30**, pp. 141–158, 1982)》。作者开发了测试方法来检查学生对物理力概念的理解；这项工作在物理教学领域引起了广泛关注。引于 page 223.

Ref 181 to 190

181 关于摩擦的全面概述，从物理学到经济学、建筑学和组织理论，见阿克曼(N. Åkerman)主编的《摩擦的必要性：关于一种重要力量的十九篇论文(*The Necessity of Friction – Nineteen Essays on a Vital Force*, Springer Verlag, 1993)》。引于 page 228.

182 M. Hirano、K. Shinjo、R. Kanecko、Y. Murata 的《通过扫描隧道显微镜观测超润滑现象(*Observation of superlubricity by scanning tunneling microscopy*, Physical Review Letters **78**, pp. 1448–1451, 1997)》。也见法耶勒(Serge Fayeulle)《超润滑：当摩擦消失(*Superlubricity: when friction stops*, Physics World pp. 29–30, May 1997)》。引于 page 228.

183 阿伦斯(C. Donald Ahrens)《今日气象学：天气，气候，环境导论(*Meteorology Today: An Introduction to the Weather, Climate, and the Environment*, West Publishing Company, 1991)》。引于 page 228.

184 穆雷卡(J. R. Mureika)《真正的 100 米最佳成绩是什么？(*What really are the best 100 m performances?*, Athletics: Canada's National Track and Field Running Magazine, July 1997)》。该文章也可在 arxiv.org/abs/physics/9705004 查阅，同时还有同一作者关于类似主题的其他论文。引于 page 229.

185 鲍登(F. P. Bowden)和泰伯(D. Tabor)《固体的摩擦与润滑(*The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press, Part I, revised edition, 1954, and part II, 1964)》。引于 page 229.

186 关于人类暴力的一本有影响力的书是吉利根(James Gilligan)的《暴力:致命流行病及其根源(*Violence – Our Deadly Epidemic and its Causes*, Grosset/Putnam, 1992)》。引于 page 230.

187 数列随机性的主要测试(包括大猩猩测试 gorilla test)可见马萨利亚(G. Marsaglia)和 W. W. 曾(W. W. Tsang)《一些难以通过的随机性测试(*Some difficult-to-pass tests of randomness*, Journal of Statistical Software **7**, p. 8, 2002)》。可从 www.jstatsoft.org/v07/i03 下载。引于 page 233.

188 斯特扎尔科(Jaroslaw Strzalko)、格拉布斯基(Juliusz Grabski)、佩尔利科夫斯基(Przemyslaw Perlikowski)、斯特凡斯基(Andrzeij Stefanski)和卡皮塔尼亚克(Tomasz Kapitaniak)《赌博的动力学：机械系统中随机性的起源(*Dynamics of Gambling: Origin of Randomness in Mechanical Systems*, Springer, 2009)》，以及卡皮塔尼亚克最近的一些出版物。引于 page 233.

189 关于自由意志的一个方面，可参阅海灵格(Bert Hellinger)的《两种幸福(*Zweierlei Glück*, Carl Auer Systeme Verlag, 1997)》。作者阐述了如何通过减少与他人命运的纠葛，以一种平和且对自己行为尽最大可能负责的方式生活。他描述了一种实现这一目标的有效方法。

昂山素季(Aung San Suu Kyi)在《免于恐惧(*Freedom from Fear*, Penguin, 1991)》中给出了截然不同的观点。她是世上最勇敢的女性之一，并于 1991 年荣获诺贝尔和平奖。

施图茨(PhilStutz)和米歇尔斯(Barry Michels)在《工具(*The Tools*, Spiegel & Grau, 2012)》中介绍了一种有效的个人方法。引于 page 235.

190 瓦尔特(Henrik Walter)的《自由意志的神经哲学(*Neurophilosophie der Willensfreiheit*, Mentis Verlag, Paderborn 1999)》。引于 page 235.

191 富马加利(Giuseppe Fumagalli)《谁说的？(*Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983)》。引于 page 236.

Ref 191 to 200

192 可在 kmoddl.library.cornell.edu/tutorials/11/index.php 查阅亨德森(D.W. Henderson)和泰米娜(D. Taimina)关于珀塞利埃连杆机构的教程。网上有许多相关内容。引于 page 237.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

193 福斯特(James Foster)和尼丁格(J. D. Nightingale)《广义相对论短教程(*A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998)》的附录 B 讲述了指南车的故事。伟大的汉学家李约瑟(Joseph Needham)讲述，这种车曾在中国存在，但构造不详。福斯特和尼丁格所描述的指南车是英国工程师兰开斯特(George Lancaster)于 1947 年复原的。引于 page 237.

194 范德坎普(T.Van de Kamp)、瓦戈维奇(P.Vagovic)、鲍姆巴赫(T.Baumbach)和里德尔(A.Riedel)《甲虫腿部生物螺杆(*A biological screw in a beetle's leg*, Science **333**, p. 52, 2011)》。引于 page 237.

195 伯罗斯(M. Burrows)和萨顿(G. P. Sutton)《相互作用的齿轮使跳跃昆虫的推进腿部运动同步(*Interacting gears synchronise propulsive leg movements in a jumping insect*, Science **341**, pp. 1254–1256, 2013)》。引于 page 237.

196 可参阅加法拉尼(Z. Ghahramani)《运动的基本组分(*Building blocks of movement*, Nature **407**, pp. 682–683, 2000)》等。机器人控制领域的研究者也对这类话题感兴趣。引于 page 238.

197 古铁雷斯(G. Gutierrez)、费尔(C. Fehr)、卡尔扎迪拉(A. Calzadilla)和菲格罗亚(D. Figueroa)《旋转鸡蛋壁上的流体流动(*Fluid flow up the wall of a spinning egg*, American Journal of Physics **66**, pp. 442–445, 1998)》。引于 page 238.

198 尤格雷(Wolfgang Yourgray)和曼德施塔姆(Stanley Mandelstam)在《动力学与量子理论中的变分原理(*Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory*, Dover, 1968)》给出了相关历史叙述。引于 page 241, 249.

199 格雷(C. G. Gray)和泰勒(E. F. Taylor)《当作用量并非最小(*When action is not least*, American Journal of Physics **75**, pp. 434–458, 2007)》。引于 page 246.

200 佩斯勒(Max Päsler)《力学原理(*Prinzipe der Mechanik*, Walter de Gruyter & Co., 1968)》。引于 page 247.

201 ~ 250

Ref 201 to 210

201 戈德斯坦(Herbert Goldstein)在《经典力学 第二版(*Classical Mechanics*, 2nd edition, Addison-Wesley, 1980)》解释了可能的拉格朗日量之间的关系。引于 page 248.

202 黛德丽(Marlene Dietrich)在霍奇纳(Aaron E. Hotchner)所著的《老爸海明威(*Papa Hemingway*, Random House, 1966, in part 1, chapter 1)》。引于 page 249.

203 格雷(C. G. Gray)、卡尔(G. Karl)和诺维科夫(V. A. Novikov)在《从莫培督到薛定谔：经典变分原理的量子化(*From Maupertius to Schrödinger. Quantization of classical variational principles*, American Journal of Physics **67**, pp. 959–961, 1999)》。引于 page 249.

204 摩尔(J. A. Moore)《非理科专业的物理学教学创新(*An innovation in physics instruction for nonscience majors*, American Journal of Physics **46**, pp. 607–612, 1978)》。引于 page 251.

205 例如，可参阅博斯(Alan P. Boss)《系外行星(*Extrasolar planets*, Physics Today **49**, pp. 32–38. September 1996)》。最新信息可在巴黎天文台的施耐德(Jean Schneider)维护的“系外行星百科全书”网站 www.obspm.fr/planets 上找到。引于 page 253.

206 一篇不错的综述，休斯(David W. Hughes)《彗星与小行星(*Comets and Asteroids*, Contemporary Physics **35**, pp. 75–93, 1994)》。引于 page 253.

207 韦斯特(G. B. West)、布朗(J. H. Brown)和恩奎斯特(B. J. Enquist)《生物学中异速生长标度律起源的通用模型(*A general model for the origin of allometric scaling laws in biology*, Science **276**, pp. 122–126, 4 April 1997)》，同一期第 34 页有相关评论。文中解释了支配血管、淋巴系

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

统以及植物血管系统分支特性的规则。关于植物的更多内容，还可参阅韦斯特、布朗和恩奎斯特的《植物维管系统结构与异速生长的通用模型(*A general model for the structure and allometry of plant vascular systems*, Nature **400**, pp. 664–667, 1999)》。引于 page 255.

208 巴纳瓦尔(J. R. Banavar)、马丁(A. Martin)、里纳尔多(A. R inaldo)《高效运输网络中的尺寸与形态(*Size and form in efficient transportation networks*, Nature **399**, pp. 130–132, 1999)》。引于 page 256.

209 莫雷拉(N. Moreira)《新型步行机器人：具有高效步态的新型类人机器人改变了机器人领域的格局(*New striders - new humanoids with efficient gaits change the robotics landscape*, Science News Online 6th of August, 2005)》。引于 page 257.

210 海森堡(Werner Heisenberg)《部分与整体(*Der Teil und das Ganze*, Piper, 1969)》。引于 page 258.

Ref 211 to 220

211 洛克伍德(E. H. Lockwood)和麦克米伦(R. H. Macmillan)《几何对称性(*Geometric Symmetry*, Cambridge University Press, 1978)》。引于 page 258.

212 罗宾逊(John Mansley Robinson)《早期希腊哲学导论(*An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5)》。引于 page 262.

213 鲍尔(B. Bower)《儿童的心智理论(*A child's theory of mind*, Science News **144**, pp. 40–41)》。引于 page 263.

214 格伦鲍姆(Branko Grünbaum)和谢泼德(G. C. Shephard)《铺砌与图案(*Tilings and Patterns*, W.H. Freeman and Company, New York, 1987)》。该书已被翻译成多种语言，并多次再版。引引于 page 265.

215 215 关于三维空间的张量和椭球体，可参阅 mysite.du.edu/~jcalvert/phys/ellipso.htm。四维时空的张量更难理解。弗罗施(R. Frosch)在《四维张量，经典物理学的母语(*Four-tensors, the mother tongue of classical physics*, vdf Hochschulverlag, 2006)》着重介绍了它们在相对论中的应用，部分内容可在 books.google.com 查阅。引于 page 270.

216 尼德雷尔(U. Niederer)《自由薛定谔方程的最大运动学不变群(*The maximal kinematical invariance group of the free Schrödinger equation*, Helvetica Physica Acta **45**, pp. 802–810, 1972)》。也可参阅 O.扬(O. Jahn)和斯里达尔(V. V. Sreedhar)的《自由点粒子牛顿方程的最大不变群(*The maximal invariance group of Newton's equations for a free point particle*)》，arxiv.org/abs/math-ph/0102011。引于 page 271.

217 这个故事在派斯(A. Pais)所著的关于爱因斯坦的有趣传记《"微妙上帝……"：爱因斯坦科学人生(*'Subtle is the Lord...'– The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, 1982)》中有讲述。引于 page 272.

218 策恩(W. Zürn)和施尼德里希(R. Widmer-Schn idrig)《地球的全球固有振动(*Globale Eigenschwingungen der Erde*, Physik Journal **1**, pp. 49–55, 2002)》。引于 page 281.

219 高蒂埃(N. Gauthier)《当两个反向运动的波脉冲重叠时，能量和动量会怎样？(*What happens to energy and momentum when two oppositely-moving wave pulses overlap?*, American Journal of Physics **71**, pp. 787–790, 2003)》。引于 page 290.

220 目前对耳朵及其功能细节研究的总结，可查阅 www.physicsweb.org/article/world/15/5/8。引于 page 293.

Ref 221 to 230

221 英歌·蒂策(Ingo Titze)是著名歌唱物理学专家，他有篇通俗文章《人类乐器(*The human instrument*, Scientific American pp. 94–101, January 2008)》。他的一些书籍、论文和报告可

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

在国家语音与语言中心的网站 www.ncvs.org 免费下载。这些对爱歌唱的人、对人声感兴趣的人来说都很有价值。也可参阅 www.scientificamerican.com/article.cfm?id=sound-clips-human-instrument 上的文章和音频片段。一篇有趣的论文是科布(M.Kob)等人的《分析与理解歌唱嗓音：近期进展与未解决问题(*Analysing and understanding the singing voice: recent progress and open questions, Current Bioinformatics* **6**, *pp. 362–374, 2011*)》。引于 page 297.

222 安达(S. Adachi)，《管乐器发声原理(*Principles of sound production in wind instruments*, Acoustical Science and Technology **25**, pp. 400–404, 2004)》。引于 page 298.

223 关于音调及其影响的文献很多。例如，人们深入细致地探究了各种音调的差异和效果。一些网站，如 bellsouthpwp.net/j/d/jdelaub/jstudio.htm，提供了不同音调演奏的音乐供人聆听。人们甚至研究了动物是否会使用纯律或十二平均律音调。(例如可参见洛伊特怀勒(K. Leutwyler)《探索音乐脑(*Exploring the musical brain*, Scientific American January 2001)》)还有关于低频、拍音以及许多其它因素对人类影响的研究。不过许多研究中混杂了严肃和不严肃的论点，注意甄别。引于 page 298.

224 法特米(M.Fatemi)、奥格本(P.L.Ogburn)、格林利夫(J.F.Greenleaf)《脉冲诊断超声对胎儿的刺激(*Fetal stimulation by pulsed diagnostic ultrasound*, Journal of Ultrasound in Medicine **20**, pp. 883–889, 2001)》。另见法特米、阿里扎德(A. Alizad)、格林利夫《超声成像系统产生的音频声音特征(*Characteristics of the audio sound generated by ultrasound imaging systems*, Journal of the Acoustical Society of America **117**, pp. 1448–1455, 2005)》。引于 page 302.

225 作者认识一位女妇科医生，她在自己怀孕期间，每天都用超声机给腹中的孩子做检查。孩子出生后有严重的听力问题，且一直未痊愈。引于 page 302.

226 莫尔(R.Mole)《产科超声成像和多普勒超声的潜在危害(*Possible hazards of imaging and Doppler ultrasound in obstetrics*, Birth Issues in Perinatal Care **13**, pp. 29–37, 2007)》。引于 page 302.

227 霍奇金(A. L. Hodgkin)和赫胥黎(A. F. Huxley)《膜电流的定量描述及其在神经传导和兴奋中的应用(*A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, Journal of Physiology **117**, pp. 500–544, 1952)》。这篇理论生物学领域的著名论文为作者赢得了 1963 年的诺贝尔医学奖。引于 page 304.

228 菲利波(T.Filippov)《百变孤子(*The Versatile Soliton*, Springer Verlag, 2000)》。拉塞尔(Russel)《英国科学促进会第十四次会议报告(*Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, Murray, London, 1844, pp. 311–390)》。引于 page 305, 306.

229 沃德(R. S. Ward)《孤子及其他扩展场构型(*Solitons and other extended field configurations*)》，预印本 arxiv.org/abs/hep-th/0505135。引于 page 306.

230 巴尔(D. B. Bahr)、费弗(W. T. Pfeffer)、布朗宁(R. C. Browning)《滑雪蘑菇的惊人运动(*The surprising motion of ski moguls*, Physics Today **62**, pp. 68–69, November 2009)》。引于 page 307.

231 扎布斯基(N. J. Zabusky)和克鲁斯卡尔(M. D. Kruskal)《无碰撞等离子体中孤子的相互作用以及初始状态的重现(*Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Physical Review Letters **15**, pp. 240–243, 1965)》。引于 page 306.

232 穆斯肯斯(O. Muskens)《世界上最短的爆炸声(*De kortste knal ter wereld*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde pp. 70–73, 2005)》。引于 page 306.

233 海勒(E. Heller)《freak waves(畸形波)：只是运气不好，还是可以避免？(*Freak waves: just bad luck, or avoidable?*, Europhysics News pp. 159–161, September/October 2005)》，可在

Ref 231 to 240

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

www.europhysicsnews.org 下载。引于 page 309.

234 阿茨(D. Aarts)、施密特(M. Schmidt)和莱克克克克(H. Lekkerkerker)《热毛细波的直接视觉观测(*Directe visuele waarneming van thermische capillaire golven*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **70**, pp. 216–218, 2004)》。引于 page 309.

235 关于海洋声道的更多内容，可参阅克兰西(Tom Clancy)的小说《猎杀红色十月号(*The Hunt for Red October*)》；米勒(R. A. Muller)《海洋、大气和不明飞行物的政府秘密(*Government secrets of the oceans, atmosphere, and UFO s,* web.archive.org/web/*/muller.lbl.gov/teaching/Physics10/chapters/9-SecretsofUFOs.html 2001)》。引于 page 311.

236 威尔逊(B. Wilson)、巴蒂(R. S. Batty)和迪尔(L. M. Dill)《太平洋和大西洋鲱鱼会发出脉冲爆发声(*Pacific and Atlantic herring produce burst pulse sounds*, Biology Letters **271**, number S3, 7 February 2004)》。引于 page 311.

237 沙布舒布(A. Chabchoub)和芬克(M. Fink)《异常波的时间反转生成(*Time-reversal generation of rogue Wwaves*, Physical Review Letters **112**, p. 124101, 2014)》，预印本 arxiv.org/abs/1311.2990。另见所引用的参考文献。引于 page 312.

238 可参阅弗里奇(G. Fritsch)《次声波(*Infraschall*, Physik in unserer Zeit **13**, pp. 104–110, 1982)》。引于 page 313.

239 小波变换由法国数学家格罗斯曼(Alex Grossmann)、莫雷(Jean Morlet)、保罗(Thierry Paul)提出。基础论文格罗斯曼、莫雷、保罗的《与平方可积表示相关的积分变换(*Integral transforms associated to square integrable representations*, Journal of Mathematical Physics **26**, pp. 2473–2479, 1985)》。现代介绍可参阅马拉特(Stéphane Mallat)的《信号处理的小波过程(*A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, 1999)》。引于 page 314.

240 马诺格(P. Manogg)《超音速飞行中的爆炸声和超强爆炸声(*Knall und Superknall beim Überschallflug*, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht **35**, pp. 26–33, 1982)》，我的中学物理老师。引于 page 315.

Ref 241 to 250

241 埃勒布雷克(L. Ellerbreok)、范登霍恩(L. van den Hoorn)《追寻开尔文的足迹(*In het kielzog van Kelvin*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **73**, pp. 310–313, 2007)》。关于开尔文角的例外情况，见 www.graingerdesigns.net/oshunpro/design-technology/wave-cancellation。引于 page 315.

242 英格拉姆(Jay Ingram)《蜂蜜的速度：以及更多日常生活中的科学(*The Velocity of Honey - And More Science of Everyday Life*, Viking, 2003)》，维京出版社，2003 年。另见 L.欧(W. W. L. Au)和西蒙斯(J. A. Simmons)《海豚和蝙蝠的回声定位(*Echolocation in dolphins and bats*, Physics Today **60**, pp. 40–45, 2007)》。引于 page 317.

243 博伊蒂(M. Boiti)、莱昂(J. -P. Leon)、马蒂纳(L. Martina)、彭皮内利(F. Pempinelli)《平面中局域孤子的散射(*Scattering of localized solitons in the plane*, Physics Letters A **132**, pp. 432–439, 1988)》；福卡斯(A. S. Fokas)、桑蒂尼(P. M. Santini)《多维相干结构(*Coherent structures in multidimensions*, Physics Review Letters **63**, pp. 1329–1333, 1989)》；希塔林塔(J. Hietarinta)、広田(R. Hirota)《达维-斯图尔特森方程的多孤子解(*Multidromion solutions to the Davey–Stewartson equation*, Physics Letters A **145**, pp. 237–244, 1990)》。引于 page 317.

244 可参阅哈马克(J. L. Hammack)、亨德森(D. M. Henderson)、塞古尔(H. Segur)《深水中具有持续二维表面图案的前进波(*Progressive waves with persistent two-dimensional surface patterns in deep water*, Journal of Fluid Mechanics **532**, pp. 1–52, 2005)》。关于相交的椭圆余弦波的精美照

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

片，可参阅奥斯本(A. R. Osborne)《浅水波的超高速建模：KdV 和 KP 方程(*Hyperfast Modeling of Shallow-Water Waves: The KdV and KP Equations*, International Geophysics **97**, pp. 821–856, 2010)》。也可先浏览 en.wikipedia.org/wiki/Waves_and_shallow_water、en.wikipedia.org/wiki/Cnoidal_wave 和 en.wikipedia.org/wiki/Tidal_bore 大致了解。引于 page 317.

245 瓶子体积与声音频率的关系见 hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/Waves/cavity.html。引于 page 317.

246 弗莱彻(Neville H. Fletcher)和罗辛(Thomas D. Rossing)《乐器物理学 第二版(*The Physics of Musical Instruments*, second edition, Springer 2000)》。引于 page 317.

247 奥斯卢斯(M. Ausloos)和伯曼(D. H. Berman)《多元魏尔斯特拉斯-曼德伯罗函数(*Multivariate Weierstrass–Mandelbrot function*, Proceedings of the Royal Society in London A **400**, pp. 331–350, 1985)》。引于 page 320.

248 《天主教教理(Catechism of the Catholic Church, Part Two, Section Two, Chapter One, Article 3, statements 1376, 1377 and 1413)》，见 www.vatican.va/archive/ENG0015/__P41.HTM 或 www.vatican.va/archive/ITA0014/__P40.HTM，其解释见 www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_en.html 和 www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_it.html。引于 page 323.

249 1633 年对伽利略定罪的原始文本见 it.wikisource.org/wiki/Sentenza_di_condanna_di_Galileo_Galilei。引于 page 323.

250 1633 年伽利略被迫签署的放弃声明见 it.wikisource.org/wiki/Abiura_di_Galileo_Galilei。引于 page 323.

251 ~ 300

251 阿蒂加斯(M. Artigas)《关于伽利略案件的一份新文件：EE 291(*Un nuovo documento sul caso Galileo: EE 291*, Acta Philosophica **10**, pp. 199–214, 2001)》。引于 page 324.

Ref 251 to 260

252 这些观点中的大多数，都直接或间接地在凡托利(Annibale Fantoli)的《伽利略：为了哥白尼学说和教会(*Galileo: For Copernicanism and for the Church*, Vatican Observatory Publications, second edition, 1996)》中；梵蒂冈天文台台长科因(George Coyne)的演讲和出版物中也有所阐述，例如科因的《伽利略：为了哥白尼学说和教会(*Galileo: for Copernicanism and for the church*, Zwoje 3/36, 2003)》。引于 page 323.

253 麦克马洪(Thomas A. McMahon)和邦纳(John T. Bonner)《论尺寸与生命(*On Size and Life*, Scientific American/Freeman, 1983)》。曾获诺贝尔生物学奖的邦纳的另一本书是《为什么尺寸很重要：从细菌到蓝鲸(*Why Size Matters: From Bacteria to Blue Whales*, Princeton University Press, 2011)》。引于 page 324.

254 科赫(G. W. Koch)、西利特(S. C. Sillett)、詹宁斯(G. M. Jennings)、戴维斯(S. D. Davis)，《树木高度的极限(*The limits to tree height*, Nature **428**, pp. 851–854, 2004)》。引于 page 325.

255 米涅耶夫(A. Mineyev)《值得保罗·班扬砍伐的树(*Trees worthy of Paul Bunyan*, Quantum pp. 4–10, January–February 1994)》。(保罗·班扬是美国早期拓荒者心目中的神话般的巨型伐木工人英雄。)注意，树木中液体的输运对其高度并无限制，因为除了春天从根部向上输送外，水分是通过树叶的蒸发沿树干向上抽吸的。这种蒸腾机制几乎不受限制地发挥作用，因为在小心避免成核的情况下，水柱可以承受超过 100 bar 的拉应力，相当于 1000 米的高度。另见诺贝尔(P. Nobel)的《植物生理学(*Plant Physiology*, Academic Press, 2nd Edition, 1999)》，。惠勒(T. D. Wheeler)和斯特罗克(A. D. Stroock)制造并研究了一棵使用相

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

同机制的人造树——尽管它极其微小，相关研究见《合成树中负压下的水分蒸腾(*The transpiration of water at negative pressures in a synthetic tree*, Nature **455**, pp. 208–212, 2008)》。另见霍尔布鲁克(N. M. Holbrook)和兹维涅茨基(M. A. Zwieniecki)的《将水输送到树顶(*Transporting water to the top of trees*, Physics Today pp. 76–77, 2008)》。引于 page 325, 345.

256 阿什比(M. F. Ashby)《论材料的工程性能(*On the engineering properties of materials*, Acta Metallurgica **37**, pp. 1273–1293, 1989)》解释了决定材料选择的各种通用标准，并提供了许多表格来指导材料选择。引于 page 325.

257 维戈(S. E. Virgo)《洛施密特数(*Loschmidt's number*, Science Progress **27**, pp. 634–649, 1933)》。该论文可在网上以 HTML 格式免费获取。引于 page 327, 329.

258 佩西克(Peter Pesic)《从天光和大气光估算阿伏伽德罗数(*Estimating Avogadro's number from skylight and airlight*, European Journal of Physics **26**, pp. 183–187, 2005)》。博伦(C. F. Bohren)和弗雷泽(A. B. Fraser)《天空的颜色(*Color of the Sky*, Physics Teacher **238**, pp. 267–272, 1985)》驳斥了蓝色是由密度波动引起的错误说法。文章还解释说，天空颜色的变化，就像牛奶的颜色一样，是由多次散射造成的。引于 page 327, 491.

259 要查看名为"阿斯特丽德"的单个钡原子的照片，可参阅汉斯·德姆尔特(Hans Dehmelt)的《对静止的单个亚原子粒子的实验(*Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics **62**, pp. 525–530, 1990)》。另一张钡离子的照片，可参阅诺伊豪泽(W. Neuhauser)、霍恩施塔特(M. Hohenstatt)、托舍克(P. E. Toschek)、德姆尔特的《局部可见的 Ba+单离子振荡器(*Localized visible Ba+ mono-ion oscillator*, Physical Review A **22**, pp. 1137–1140, 1980)》。另见 page 331 的照片。引于 page 331.

260 原子全息图最早由芬克(Hans-Werner Fink)等人制作，相关研究见《无透镜低能电子全息术中的原子分辨率(*Atomic resolution in lens-less low-energy electron holography*, Physical Review Letters **67**, pp. 1543–1546, 1991)》。引于 page 331.

Ref 261 to 270

261 1994 年，K.安(K. An)、蔡尔兹(J. J. Childs)、达萨里(R. R. Dasari)、费尔德(M. S. Feld)制造出了单原子激光器，相关研究见《微激光器：光谐振腔中含有单个原子的激光器(*Microlaser: a laser with one atom in an optical resonator*, Physical Review Letters **73**, p. 3375, 1994)》。引于 page 331.

262 Figure 240 照片是首张显示亚原子结构的图像(表现为原子上的阴影)。该照片由吉斯比尔(F. J. Giessibl)、亨巴赫尔(S. Hembacher)、比勒费尔德特(H. Bielefeldt)、曼哈特(J. Mannhart)发表，相关研究见《通过原子力显微镜观察到的硅(111)-(7x7)表面的亚原子特征(*Subatomic features on the silicon (111)-(7x7) surface observed by atomic force microscopy*, Science **289**, pp. 422 – 425, 2000)》。引于 page 331.

263 席勒(C. Schiller)、库曼斯(A. A. Koomans)、范·鲁伊(T. L. van Rooy)、舍恩贝格尔(C. Schönenberger)、埃尔施维克(H. B. Elswijk)《溅射锐化过程中钨场发射尖端的截断(*Decapitation of tungsten field emitter tips during sputter sharpening*, Surface Science Letters **339**, pp. L925–L930, 1996)》。引于 page 331.

264 魏尔施塔尔(U. Weierstall)、斯彭斯(J. C. H. Spence)《带有飞行时间分析仪用于原子种类识别的扫描隧道显微镜(*An STM with time-of-flight analyzer for atomic species identification*, MSA 2000, Philadelphia, Microscopy and Microanalysis **6**, Supplement 2, p. 718, 2000)》。引于 page 331.

265 克雷尔(P. Krehl)、恩格曼(S. Engemann)、施温克尔(D. Schwenkel)《鞭子抽打之谜：通

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

过鞭梢运动学与冲击波发射的关联揭开谜底(*The puzzle of whip cracking – uncovered by a correlation of whip-tip kinematics with shock wave emission*, Shock Waves **8**, pp. 1–9, 1998)》。作者用高速摄像机研究了鞭子的运动。戈列利(A. Goriely)和麦克米伦(T. McMillen)又添了个新视角《抽打时鞭子的形状(*Shape of a cracking whip*, Physical Review Letters **88**, p. 244301, 2002)》。这篇文章重点研究了鞭子的锥形形状。然而，后一篇论文忽略了鞭梢末端用于使鞭子发出响声的那一小段——这表明仍有更多内容有待发现。引于 page 337.

266 Z. Sheng 和山藤一雄(K.Yamafuji)，《机器人实现人骑独轮车(*Realization of a Human Riding a Unicycle by a Robot*, *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, pp. 1319–1326, 1995)》。引于 page 337.

267 关于人骑独轮车的内容，可参阅威利(Jack Wiley)的《独轮车骑行全书(*The Complete Book of Unicycling*, Lodi, 1984)》；赫厄(Sebastian Hoeher)的《独轮车骑行与物理学(*Einradfahren und die Physik*, Reinbeck, 1991)》。引于 page 337.

268 汤姆森(W. Thomson)《爱丁堡皇家学会学报 1869 年第 6 卷，第 94 页(*Lecture to the Royal Society of Edinburgh*, 18 February 1867, Proceedings of the Royal Society in Edinborough **6**, p. 94, 1869)》。引于 page 337.

269 索罗森(S. T. Thoroddsen)和 A.Q.Shen 的《颗粒射流(*Granular jets*, Physics of Fluids **13**, pp. 4–6, 2001)》；A.Q.沈和索罗森的《颗粒喷射(*Granular jetting*, Physics of Fluids **14**, p. S3, 2002)》。引于 page 337.

270 汉考克(M. J. Hancock)和布什(J. W. M. Bush)《流体管道(*Fluid pipes*, Journal of Fluid Mechanics **466**, pp. 285–304, 2002)》；霍索伊(A. E. Hosoi)和布什《爬升液膜中的蒸发不稳定性(*Evaporative instabilities in climbing films*, Journal of Fluid Mechanics **442**, pp. 217–239, 2001)》；布什和 A. E.哈沙(A. E. Hasha)的《关于层流射流的碰撞：流体链和鱼骨状结构(*On the collision of laminar jets: fluid chains and fishbones*, Journal of Fluid Mechanics **511**, pp. 285–310, 2004)》。引于 page 342.

Ref 271 to 280

271 目前水中负压的记录由 Q. Zheng、D.J. Durben、沃尔夫(G. H. Wolf)和安杰尔(C. A. Angell)创造，见《大负压下的液体：处于均匀成核极限的水(*Liquids at large negative pressures: water at the homogeneous nucleation limit*, Science **254**, pp. 829–832, 1991)》。引于 page 345.

272 马里斯(H. Maris)和巴利巴尔(S. Balibar)，《液氦中的负压和气穴现象(*Negative pressures and cavitation in liquid helium*, Physics Today **53**, pp. 29–34, 2000)》。巴利巴尔还写了几本通俗读物，可在他的个人网站 www.lps.ens.fr/~balibar 查阅。引于 page 345.

273 法尔科维奇(G. Falkovich)和斯里尼瓦桑(K. P. Sreenivasan)描述了我们目前对湍流的理解现状《从流体动力学湍流中得到的经验(*Lessons from hydrodynamic turbulence*, Physics Today **59**, pp. 43–49, 2006)》。引于 page 347.

274 韦尔特纳(K. Weltner)《空气动力升力解释的比较(*A comparison of explanations of aerodynamical lifting force*, American Journal of Physics **55**, pp. 50–54, 1987)》；韦尔特纳《空气动力升力(*Aerodynamic lifting force*,The Physics Teacher **28**, pp. 78–82, 1990)》。另见 user.uni-frankfurt.de/~weltner/Flight/PHYSIC4.htm 和 www.av8n.com/how/htm/airfoils.html。引于 page 348.

275 拉诺特(L. Lanotte)、毛尔(J. Mauer)、门德斯(S. Mendez)、费多索夫(D. A. Fedosov)、弗罗芒塔尔(J. -M. Fromental)、克拉韦里亚(V. Claveria)、尼库德(F. Nicoud)、贡珀(G. Gompper)和阿布卡里安(M. Abkarian)《红细胞的动态形态在微循环流动条件下决定了血液的剪切稀

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

化(*Red cells' dynamic morphologies govern blood shear thinning under microcirculatory flow conditions*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 2016)》，预印本见 arxiv.org/abs/1608.03730。引于 page 353.

276 格克莱(S. Gekle)、彼得斯(I. R. Peters)、戈尔迪略(J. M. Gordillo)、范德米尔(D. van der Meer)和洛赫(D. Lohse)《固液撞击产生的超音速气流(*Supersonic air flow due to solid-liquid impact*, Physical Review Letters **104**, p. 024501, 2010)》。该效应影片可见 physics.aps.org/articles/v3/4。引于 page 355.

277 弗利克斯(Rainer F. Foelix)《蜘蛛生物学(*Biologie der Spinnen*, Thieme Verlag, 1996)》；该书还有更新的英文版，弗利克斯的《蜘蛛生物学(*Biology of Spiders*, Oxford University Press, third edition, 2011)》。网上还能找到专门讨论蜘蛛的论坛。引于 page 355.

278 见 www.esa.int/esaCP/SEMER89U7TG_index_0.html。引于 page 355.

279 关于屏气潜水，可参阅佩利扎里(Umberto Pelizzari)的《人与海(*L'Homme et la mer*, Flammarion, 1994)》。佩利扎里引用并解释了马约尔卡(Enzo Maiorca)的名言："当你回到水面时的第一口呼吸，就如同你来到世上的第一口呼吸一样。(The first breath you take when you come back to the surface is like the first breath with which you enter life.)"。引于 page 356.

280 博凯(Lydéric Bocquet)《打水漂物理学(*The physics of stone skipping*, American Journal of Physics **17**, pp. 150–155, 2003)》。目前的记录保持者是施泰纳(Kurt Steiner)，他能让石头弹跳 40 次。见 pastoneskipping.com/steiner.htm 和 www.stoneskipping.com。前世界纪录保持者科尔曼-麦吉(Jerdome Coleman-McGhee)的网站 www.yeeha.net/nassa/guin/g2.html。引于 page 358.

281 基斯特勒(S. F. Kistler)和斯克里文(L. E. Scriven)《茶壶效应：具有偏转、润湿和滞后现象的薄板成型流动(*The teapot effect: sheetforming flows with deflection, wetting, and hysteresis*, Journal of Fluid Mechanics **263**, pp. 19–62, 1994)》。引于 page 361.

Ref 281 to 290

282 沃克(J. Walker)《沸腾与莱顿弗罗斯特效应(*Boiling and the Leidenfrost effect*)》，出自哈利迪(David Halliday)、雷斯尼克(Robert Resnick)、沃克(Jearl Walker)的《物理学基础(*Fundamentals of Physics*, Wiley, 2007)》的一个章。该章节在网上有 PDF。引于 page 362.

283 霍兰德(E. Hollander)《关于漏斗及其他……(*Over trechters en zo ...*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **68**, p. 303, 2002)》。引于 page 363.

284 多尔博洛(S. Dorbolo)、卡普斯(H. Caps)、万德瓦勒(N. Vandewalle)《反气泡诞生与消亡过程中的流体不稳定性(*Fluid instabilities in the birth and death of antibubbles*, New Journal of Physics **5**, p. 161, 2003)》。引于 page 363.

285 T.T.林(T. T. Lim)《关于低雷诺数下两个同轴涡环之间的超越现象的一则笔记(*A note on the leapfrogging between two coaxial vortex rings at low Reynolds numbers*, Physics of Fluids **9**, pp. 239–241, 1997)》。引于 page 364.

286 奥西卢斯(P. Aussillous)、凯雷(D. Quéré)《液体弹珠的特性(*Properties of liquid marbles*, Proc. Roy. Soc. London **462**, pp. 973–999, 2006)》。引于 page 365.

287 热静力学和热动力学不简单，这是因为这些领域的发现并非以系统的方式进行。特鲁斯德尔(C. Truesdell)《1822-1854 年热力学的悲喜剧历史(*The Tragicomical History of Thermodynamics 1822–1854*, Springer Verlag, 1980)》。关于热静力学和热动力学的一本优秀的高等教科书是赖克尔(Linda Reichl)的《统计物理学现代教程(*A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998)》。引于 page 367.

288 气体膨胀曾是用于定义官方温标的主要方法。直到 1990 年，才正式引入了其它方

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

法，例如全辐射测温法(140 K 至 373 K)、噪声测温法(2 K 至 4 K 以及 900 K 至 1235 K)、声学测温法(约 303 K)、磁测温法(0.5 K 至 2.6 K)和光学辐射测温法(730 K 以上)。在大约 3 K 至大约 1000 K 的范围内，辐射测温法仍然是核心方法。拉斯比(R. L. Rusby)、哈德森(R. P. Hudson)、迪里厄(M. Durieux)、J. F. 斯库利(J. F. School ey)、斯图尔(P. P. M. Steur)、斯温森(C. A. Swenson)在《ITS-90 的基础(*The basis of the ITS-90*, Metrologia **28**, pp. 9–18, 1991)》对此进行了详细解释。关于水的沸点，见 ref 316。引于 page 368, 530, 535.

289 其它操纵抽奖的方法利用了质量不同的球或打磨得更光滑的球。1999 年就揭露了这样一个骗局。引于 page 367.

290 塞格雷(Gino Segrè)《温度问题：温度揭示了人类、地球和宇宙的过去与未来(*A Matter of Degrees: What Temperature Reveals About the Past and Future of Our Species, Planet and Universe*, Viking, New York, 2002)》。引于 page 369.

291 卡尔斯塔特(D. Karstädt)、皮诺(F. Pinno)、默尔曼(K. -P. Möllmann)、福尔默(M. Vollmer)，《教学直观热学：对热过程可视化的贡献(*Anschauliche Wärmelehre im Unterricht: ein Beitrag zur Visualisierung thermischer Vorgänge*, Praxis der Naturwissenschaften Physik **5-48**, pp. 24–31, 1999)》；默尔曼、福尔默《一种有些不同的物理观察方式：为(高校)教学可视化能量转换和辐射物理学(*Eine etwas andere, physikalische Sehweise - Visualisierung von Energieumwandlungen und Strahlungsphysik für die (Hochschul-)lehre*, Physikalische Bllätter **56**, pp. 65–69, 2000)》；卡尔斯塔特、默尔曼、皮诺、福尔默《有比眼睛能探测到的更多的东西：为物理教育可视化能量转移过程和辐射定律(*There is more to see than eyes can detect: visualization of energy transfer processes and the laws of radiation for physics education*, The Physics Teacher **39**, pp. 371–376, 2001)》；默尔曼、福尔默《红外热成像作为大学物理教育的一种工具(*Infrared thermal imaging as a tool in university physics education*, European Journal of Physics **28**, pp. S37–S50, 2007)》。引于 page 369.

292 托马斯(H. Preston-Thomas)《1990 年国际温标(ITS-90) (*The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia **27**, pp. 3–10, 1990)》《1990 年国际温标(ITS-90) (*The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia **27**, p. 107, 1990)》。引于 page 374.

293 恩斯(Christian Enss)、洪克林格(Siegfried Hunklinger)《低温物理学(*Low-Temperature Physics*, Springer, 2005)》。引于 page 374.

294 爱因斯坦(A. Einstein)关于布朗运动的著名论文《热的分子运动论所要求的静止液体中悬浮粒子的运动(*Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, Annalen der Physik **17**, pp. 549–560, 1905)》。在接下来的几年里，爱因斯坦写了一系列进一步阐述该主题的论文。例如他将自己 1905 年的博士论文重新发表《一种新的分子尺寸测定方法(*Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen*, Annalen der Physik **19**, pp. 289–306, 1906)》；他在《对我的论文〈一种新的分子尺寸测定方法〉的更正(*Berichtigung zu meiner Arbeit: 'Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen'*, Annalen der Physik **34**, pp. 591–592, 1911)》中纠正了一个小错误，在这篇文章中，他利用新的数据得出阿伏伽德罗数的值为 6.6×10^{23} 。然而，在斯莫卢霍夫斯基(Smoluchowski)和爱因斯坦之前五年，有个更具实践头脑的人就做过同样的计算，不过是在不同的领域：数学家路易·巴舍利耶(Louis Bachelier)在他关于股票期权的博士论文中就做过；这位年轻的金融分析师比爱因斯坦更聪明。引于 page 375.

295 对这一预测的首次实验验证由佩兰(Jean Perrin)完成《法国科学院院报 1908 年第 147

Ref 291 to 300

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

卷，第 475-476 页以及第 530-532 页(Comptes Rendus de l'Académie des Sciences **147**, pp. 475–476, and pp. 530–532, 1908)》。佩兰的《原子(*Les atomes*, Librarie Félix Alcan, Paris, 1913)》巧妙地总结了整个讨论。引于 page 377.

296 加斯帕尔(Pierre Gaspard)等人《微观混沌的实验证据(*Experimental evidence for microscopic chaos*, Nature **394**, p. 865, 27 August 1998)》。引于 page 377.

297 赖克尔(Linda Reichl)《统计物理学现代教程(*A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998)》)是入门热物理学的极佳书籍。引于 page 377.

298 关于自行车速度记录，可访问 fredrompelberg.com。该网站还展示了他所用自行车的详细信息。关于摩托车在自行车后方的阻力效应，可参阅布洛克恩(B. Blocken)、托帕拉尔(Y. Toparlar)、安德里安妮(T. Andrianne)的《跟随的摩托车给骑自行车者带来的空气动力学优势(*Aerodynamic benefit for a cyclist by a following motorcycle*, Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics 2016)》，可在 www.urbanphysics.net 免费下载。引于 page 365.

299 赫尔曼(F. Herrmann)《物理教学中的集合类量(*Mengenartige Größen im Physikunterricht*, Physikalische Blätter **54**, pp. 830–832, September 1998)》。可在 www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten 查看他的普通物理入门讲义。引于 page 224, 342, 378.

300 范坎彭(N.G. van Kampen)《熵(*Entropie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **62**, pp. 395–396, 3 December 1996)》有力地阐述了这些观点。引于 page 381.

301 ~ 350

Ref 301 to 310

301 尼科利斯(Grégoire Nicolis)在他的大学课程中一直强调的那样，这是目前所有努力得出的一个令人失望的结果。赛斯·劳埃德(Seth Lloyd)编制了一份包含 31 种对复杂性的定义列表，包括分形维数、语法复杂性、计算复杂性、热力学深度等。例如，可参阅 1995 年 6 月《科学美国人(Scientific American p. 77, June 1995)》。引于 page 381.

302 西拉德(L. Szilard)在《关于热力学系统中智能体干预下的熵减少(*Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*, Zeitschrift für Physik **53**, pp. 840–856, 1929)》讨论了最小熵。这篇经典论文也有英文译本，收录在他的文集中。引于 page 382.

303 唐努德日(G. Cohen-Tannoudji)《普适常数(*Les constantes universelles*, Pluriel, Hachette, 1998)》。布里渊(L. Brillouin)《科学与信息论(*Science and Information Theory*, Academic Press, 1962)》。引于 page 382.

304 齐默尔曼(H. W. Zimmermann)《粒子熵与熵量子 IV：理想气体、热动力学第二定律以及 P-t 不确定性关系(*Particle entropies and entropy quanta IV: the ideal gas, the second law of thermodynamics, and the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift für physikalische Chemie **217**, pp. 55–78, 2003)》；齐默尔曼《粒子熵与熵量子 V：P-t 不确定性关系(*Particle entropies and entropy quanta V: the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift für physikalische Chemie **217**, pp. 1097–1108, 2003)》。引于 page 382, 383.

305 马戈林(A. E. Shalyt-Margolin)、特雷古博维奇(A. Ya. Tregubovich)的《热力学中的广义不确定性关系(*Generalized uncertainty relation in thermodynamics*, arxiv.org/abs/gr-qc/0307018)》；乌芬克(J. Uffink)、范迪斯(J. van Lith-van Dis)《热动力学不确定性关系(*Thermodynamic uncertainty relations*, Foundations of Physics **29**, p. 655, 1999)》。引于 page 382.

306 拉文达(B. Lavenda)《统计物理学：一种概率方法(*Statistical Physics: A Probabilistic Approach*, Wiley-Interscience, 1991)》。引于 page 382, 383.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

307 沃尔德(George Wald)为亨德森(Lawrence J. Henderson)所著的《环境的适应性(*The Fitness of the Environment*, Macmillan, New York, 1913, reprinted 1958)》撰写的引言。引于 page 383.

308 埃姆斯利(John Emsley)《展览中的分子(*Molecules at an Exhibition*, Oxford University Press, 1998)》是一本引人入胜的化学入门书。引于 page 383.

309 波斯特(B. Polster)《系鞋带的最佳方式是什么？(*What is the best way to lace your shoes?*, Nature **420**, p. 476, 5 December 2002)》。引于 page 385.

310 玻尔兹曼(L. Boltzmann)《关于热理论第二基本定律的力学意义(*Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie*, Sitzungsberichte der königlichen Akademie der Wissenschaften in Wien **53**, pp. 155–220, 1866)》。引于 page 385.

311 可查看 www.snopes.com/science/cricket.asp。引于 page 389.

Ref 311 to 320

312 德朗(H. de Lang)《分子美食学(*Moleculaire gastronomie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **74**, pp. 431–433, 2008)》。引于 page 389.

313 博雷尔(Emile Borel)《物理学的几何引论(*Introduction géométrique à la physique*, Gauthier-Villars, 1912)》。引于 page 389.

314 泰勒格迪(V. L. Telegdi)的《恩里科·费米在美国(*Enrico Fermi in America*, Physics Today **55**, pp. 38–43, June 2002)》。引于 page 389.

315 尼尔森(K. Schmidt-Nielsen)《沙漠动物：热与水的生理问题(*Desert Animals: Physiological Problems of Heat and Water*, Oxford University Press, 1964)》。引于 page 391.

316 根据理查德·拉斯比(Richard Rusby)的私人交流，这是 1997 年的值，而 1989 年的估计值为 99.975°C，如加雷思·琼斯(Gareth Jones)和理查德·拉斯比在《官方：水在 99.975°C 沸腾(*Official: water boils at* 99.975°*C*, Physics World **2**, pp. 23–24, September 1989)》以及拉斯比在《完善标准温标(*Ironing out the standard scale*, Nature **338**, p. 1169, March 1989)》中所报道的。关于温度测量的更多细节，见 ref 288。引于 page 391, 528.

317 贝内特(C. H. Bennett)、兰道尔(R. Landauer)《计算的基本极限(*Fundamental Limits of Computation*, Scientific American **253:1**, pp. 48–56, 1985)》解释了为什么信息被擦除时会产生熵，而获取信息时却不会。结论是：扔掉报纸应该付费，而不是买报纸付费。引于 page 392.

318 斯威夫特(G. Swift)《热声发动机和制冷机(*Thermoacoustic engines and refrigerators*, Physics Today **48**, pp. 22–28, July 1995)》。引于 page 395.

319 坎贝尔(D. Campbell)、克拉奇菲尔德(J. Crutchfield)、法默(J. Farmer)、珍(E. Jen)《实验数学：计算在非线性科学中的作用(*Experimental mathematics: the role of computation in nonlinear science*, Communications of the Association of Computing Machinery **28**, pp. 374–384, 1985)》。引于 page 397.

320 关于雪花形状，可参阅本特利(W. A. Bentley)、汉弗莱斯(W. J. Humphreys)《雪晶(*Snow Crystals*, Dover Publications, New York, 1962)》。这本 1931 年原版的第二次印刷版本展示了本特利毕生热爱的成果中的很大一部分，即几千张雪花照片。引于 page 397.

Ref 321 to 330

321 施温克(K. Schwenk)《为什么蛇有分叉的舌头(*Why snakes have forked tongues*, Science **263**, pp. 1573–1577, 1994)》。引于 page 399.

322 大约每 1000 人中就有 1 人的手不是五根手指。大自然是如何确保这种稳定性的呢？详细的机制尚未完全知晓。不过，已知胚胎中细胞增殖和分化过程中的空间和时间自组织的结合是关键因素。在这个自我调节系统中，GLI3 转录因子起着至关重要的作

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

用。引于 page 399.

323 马丁内斯(E. Martínez)、佩尼切特(C. Pérez-Penichet)、科斯塔(O. Sotolongo-Costa)、拉莫斯(O. Ramos)、马洛伊(K.J. Måløy)、杜阿迪(S. Douady)、阿尔特舒勒(E. Altshuler)，《颗粒流中的上坡孤立波(*Uphill solitary waves in granular flows*, Physical Review **75**, p. 031303, 2007)》；以及 E 阿尔特舒勒、拉莫斯、马丁内斯、莱瓦(A. J. Batista-Leyva)、里维拉(A. Rivera)、巴斯勒(K. E. Bassler)《旋转河流形成的沙堆(*Sandpile formation by revolving rivers*, Physical Review Letters **91**, p. 014501, 2003)》。引于 page 400.

324 乌姆班霍瓦尔(P. B. Umbanhowar)、梅洛(F. Melo)、斯温尼(H. L. Swinney)《垂直振动颗粒层中的局部激发(*Localized excitations in a vertically vibrated granular layer*, Nature **382**, pp. 793–796, 29 August 1996)》。引于 page 400.

325 坎贝尔(D. K. Campbell)、弗拉赫(S. Flach)、基夫沙尔(Y. S. Kivshar)《通过非线性和离散性使能量局部化(*Localizing energy through nonlinearity and discreteness*, Physics Today **57**, pp. 43–49, January 2004)》。引于 page 400.

326 安德烈奥蒂(B. Andreotti)《作为波粒模式锁定的沙丘之歌(*The song of dunes as a wave-particle mode locking*, Physical Review Letters **92**, p. 238001, 2004)》。引于 page 400.

327 梅斯(D. C. Mays)、法比申科(B. A. Faybishenko)《未铺设公路上的搓板路作为一个复杂动力系统(*Washboards in unpaved highways as a complex dynamic system*, Complexity **5**, pp. 51–60, 2000)》。另见塔贝莱(N. Taberlet)、莫里斯(S. W. Morris)、麦克尔韦恩(J. N. McElwaine)《搓板路：滚动车轮形成的颗粒波纹的动力学(*Washboard road: the dynamics of granular ripples formed by rolling wheels*, Physical Review Letters **99**, p. 068003, 2007)》。引于 page 400.

328 科特(K. Kötter)、戈莱斯(E. Goles)、马库斯(M. Markus)《旋转圆盘上具有“幻数”球体的壳层结构(*Shell structures with 'magic numbers' of spheres in a swirled disk*, Physical Review E **60**, pp. 7182–7185, 1999)》。引于 page 400.

329 瓦尔格拉夫(Daniel Walgraef)《时空模式形成：以物理、化学和材料科学为例(*Spatiotemporal Pattern Formation, With Examples in Physics, Chemistry and Materials Science*, Springer 1996)》是一本很好的入门书籍。引于 page 402.

330 莱加(Joceline Lega)《与时间平移不变性破缺相关的拓扑缺陷(*Défauts topologiques associés àla brisure de l'invariance de translation dans le temps*, Université de Nice, 1989)》。引于 page 404.

331 巴布洛扬茨(A. Babloyantz)、德斯特克斯(A. Destexhe)《正常心脏是周期性振荡器吗？(*Is the normal heart a periodic oscillator?*, Biological Cybernetics **58**, pp. 203–211, 1989)》阐述了有关心跳背后迷人机制的观点。引于 page 405.

Ref 331 to 340

332 若想了解关于湍流的简短现代综述，可参阅卡达诺夫(L. P. Kadanoff)《湍流模型(*A model of turbulence*, Physics Today **48**, pp. 11–13, September 1995)》。引于 page 405.

333 若想获得清晰的介绍，可参阅施密特(T. Schmidt)、马赫尔(M. Mahrl)《滴水水龙头的简单数学模型(*A simple mathematical model of a dripping tap*, European Journal of Physics **18**, pp. 377–383, 1997)》。引于 page 406.

334 毛发图案的数学原理已被深入研究。改变反应扩散方程中的参数，能够解释斑马、豹子、长颈鹿以及许多其它动物身上的图案。例如，通过观察计算出的图案在尾巴上的延续情况(尾巴上的图案通常看起来很不一样)，就可以检验这些方程。实际上，如果毛发不是平的而是弯曲的，大多数图案看起来会有所不同。这是一个普遍现象，七星瓢虫

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

的斑点图案也是如此，正如 S.S.廖(S.S.Liaw)、C.C.杨(C.C.Yang)、R.T.刘(R.T.Liu)和 J.T.洪(J.T. Hong)在《七星瓢虫图案的图灵模型(*Turing model for the patterns of lady beetles*, Physical Review E **64**, p. 041909, 2001)》中所展示的那样。引于 page 406.

335 关于科学幽默的综述，可在韦伯(R. L. Weber)编纂、门多萨(E. Mendoza)编辑的著名文集《科学中的随机漫步(*A Random Walk in Science*, Institute of Physics, 1973)》中找到。该书还有多个扩充版的译本。引于 page 406.

336 德雷布罗德特(W. Dreybrodt)《石笋物理学(*Physik von Stalagmiten*, Physik in unserer Zeit pp. 25–30, Physik in unserer Zeit February 2009)》。引于 page 407.

337 默滕斯(K. Mertens)、普特卡拉泽(V. Putkaradze)、沃罗比耶夫(P. Vorobieff)《倾斜平面上的编织图案(*Braiding patterns on an inclined plane*, Nature **430**, p. 165, 2004)》。引于 page 407.

338 米勒(G. Müller)《淀粉柱：玄武岩柱的模拟模型(*Starch columns: analog model for basalt columns*, Journal of Geophysical Research **103**, pp. 15239–15253, 1998)》《玄武岩柱的实验模拟(*Experimental simulation of basalt columns*, Journal of Volcanology and Geothermal Research **86**, pp. 93–96, 1998)》《淀粉中的干裂(*Trocknungsrisse in Stärke*, Physikalische Blätter **55**, pp. 35–37, 1999)》。引于 page 408.

339 关于黏度的相关知识，可参阅沃格尔(Steven Vogel)《流动流体中的生命：流动的物理生物学(*Life in Moving Fluids: the Physical Biology of Flow*, Princeton University Press, 1994)》。引于 page 408.

340 霍夫(B. Hof)、范多恩(C. W. H. van Doorne)、韦斯特韦尔(J. Westerweel)、纽斯塔特(F. T. M. Nieuwstadt)、韦丁(H. Wedin)、克斯韦尔(R. Kerswell)、瓦勒费(F. Waleffe)、法伊斯特(H. Faisst)、埃克哈特(B. Eckhardt)，《湍流管道流中非线性行波的实验观测(*Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow*, Science **305**, pp. 1594–1598,2004)》。另见霍夫等人的《剪切流中湍流的有限寿命(*Finite lifetime of turbulence in shear flows*, Nature **443**, p. 59, 2006)》。引于 page 408.

Ref 341 to 350

341 劳斯(Kenneth Laws)、斯沃普(Martha Swope)《物理学与舞蹈艺术：理解运动(*Physics and the Art of Dance: Understanding Movement*, Oxford University Press 2002)》。另见劳斯、洛特(M. Lott)《资源信 PoD-1：舞蹈物理学(*Resource Letter PoD-1: The Physics of Dance*, American Journal of Physics **81**, pp. 7–13, 2013)》。引于 page 341.

342 马戈诺(C. Magono)和 C.W.李(C. W. Lee)《天然雪晶的气象分类(*Meteorological classification of natural snow crystals*, Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University Ser. VII,**II**, pp. 321–325, 1966)》展示了雪晶迷人的变化，也可在 eprints.lib.hokudai.ac.jp 在线查阅。引于 page 411.

343 赖克霍尔夫(Josef H. Reichholf)《过去一千年的简短自然史(*Eine kurze Naturgeschichte des letzten Jahrtausends*, Fischer Verlag, 2007)》。引于 page 412.

344 邦恩(E. F. Bunn)《进化与热动力学第二定律(*Evolution and the second law of thermodynamics*, American Journal of Physics **77**, pp. 922–925, 2009)》。引于 page 413.

345 马尔达塞纳(J. Maldacena)、申克(S. H. Shenker)、斯坦福(D. Stanford)《对混沌的限制(*A bound on chaos*)》，可在 www.arxiv.org/abs/1503.01409 免费获取预印本。这一限制目前尚未受到质疑。引于 page 413.

346 费德(T. Feder)《统计物理学适用于鸟类(*Statistical physics is for the birds*, Physics Today **60**, pp. 28–30, October 2007)》。引于 page 413.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

347 例如，用于描述车辆交通的纳格尔-施雷肯贝格模型(Nagel-Schreckenberg model)解释了交通中的简单波动如何导致拥堵。引于 page 413.

348 利绍尔(J. J. Lissauer)《太阳系中的混沌运动(*Chaotic motion in the solar system*, Reviews of Modern Physics **71**, pp. 835–845, 1999)》。引于 page 414.

349 迪蒙(Jean-Paul Dumont)《前苏格拉底学派(*Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 426)》。引于 page 415.

350 关于数 π 以及其它一些数学常数信息，网站 www.cecm.sfu.ca/~jborwein/pi_cover.html 提供了最为广泛的信息和参考文献。它还链接到许多其他有关该主题的网站，包括 mathworld.wolfram.com/Pi.html 概述的内容。计算 π 的简单公式有：

$$\pi + 3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{\binom{2n}{n}} \tag{165}$$

或者 1996 年由贝利(Bailey)、博温(Borwein)和普劳夫(Plouffe)发现的美妙公式：

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n} \left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right) \tag{166}$$

上述网站还解释了新发现的计算 π 特定二进制数位的方法，这些方法无需计算前面的所有数位。mathworld.wolfram.com/PiDigits.html 解释说，已知的 π 数位通过了所有的随机性测试。然而，这种被称为正态性(*normality*)的性质从未被证明过；这是关于 π 的最大未解之谜。在未来几年里，混沌动力学理论有可能会解开这个谜题。

另一种计算 π 和其它常数的方法由丘德诺夫斯基(D. V. Chudnovsky)、丘德诺夫斯基(G. V. Chudnovsky)发现并发表，见《经典常数的计算(*The computation of classical constants*, Proceedings of the National Academy of Sciences (USA) **86**, pp. 8178–8182, 1989)》。丘德诺夫斯基兄弟花了大约 7 万欧元在格雷戈里(Gregory)的公寓建造了一台超级计算机，多年来一直保持着计算 π 最多数位的记录。他们与在 2000 年使用工业超级计算机计算并保持记录的金田康正(Kanada Yasumasa)竞争了数十年。从 2009 年起，π 的(连续)数位记录是在台式个人电脑上计算出来的。第一个做到的是贝拉尔(Fabrice Bellard)，他花了 123 天时间，使用了丘德诺夫斯基公式。贝拉尔计算出了超过 27 万亿位数字，相关信息可在 bellard.org 查看。直到 2019 年，人们才开始用云计算机。目前的记录是 31.415 万亿位数字。有关最新记录，请查看 en.wikipedia.org/wiki/Chronology_of_computation_of_%CF%80。计算 π 的新公式仍偶尔会被发现。

关于计算欧拉常数 γ，还可参阅德坦普尔(D. W. DeTemple)《更快地收敛到欧拉常数(*A quicker convergence to Euler's constant*, The Mathematical Intelligencer, pp. 468–470, May 1993)》。引于 page 415, 446.

351 ~ 379

Ref 351 to 360

351 约翰逊(Johnson)这句话出自苏厄德(William Seward)《传记集(*Biographiana*, 1799)》。详情请查看 quoteinvestigator.com/2014/11/08/without-effort/。引于 page 420.

352 字母“U”的首次书面记录似乎是阿尔贝蒂(Leon Battista Alberti)《托斯卡纳语言语法(*Grammatica della lingua toscana*, 1442)》，他是由一位集知识分子、建筑师和密码学之父于一身的天才，这是他撰写的第一部现代(非拉丁语)语言的语法书。字母“J”的首次书面记录似乎是德·内夫里哈(Antonio de Nebrija)《卡斯蒂利亚语法(*Gramática castellana*, 1492)》。在内夫里哈写下这个字母之前，他在意大利生活了十年，所以“I”和“J”的区分也有可能起源于意大利。内夫里哈是西班牙最重要的学者之一。引于 page 421.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

353 若想了解关于字母“thorn”和“eth”的更多信息，可查看 www.everytype.com/standards/wynnyogh/thorn.html。引于 page 421.

354 若想了解英语的现代历史，可参阅克里斯特尔(David Crystal)的《英语的故事(*The Stories of English*, Allen Lane, 2004)》。引于 page 421.

355 延森(Hans Jensen)的《文字(*Die Schrift*, Berlin, 1969)》，该书被翻译成英文为《符号、象征与文字：人类书写努力的记述(*Sign, Symbol and Script: an Account of Man's Efforts to Write*, Putnam's Sons, 1970)》。引于 page 422.

356 利德(David R. Lide)主编的《CRC 化学与物理手册(*CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 78th edition, CRC Press, 1997)》。这本经典的参考书每年都会推出新版本。完整的希伯来字母表在第 2 - 90 页。在那里还可以找到经国际标准化组织(ISO)、国际纯粹与应用物理联合会(IUPAP)和国际纯粹与应用化学联合会(IUPAC)认可的用于公式中的物理量缩写列表。

然而，定义这些缩写的 ISO 31 标准售价约一千欧元，无法在线获取，忘了它吧，就像任何本该用于教学但教师却无法获取的标准一样。引于 page 424, 426.

357 丹尼尔斯(Peter T. Daniels)、布赖特(William Bright)《世界文字体系(*The World's Writing Systems*, Oxford University Press, 1996)》。引于 page 424.

358 伊夫拉(Georges Ifrah)在《数字的全球历史(*Histoire universelle des chiffres*, Seghers, 1981)》中讲述了数的发展故事，十分有趣，该书已被翻译成多种语言。他在书的结尾用十张精美的表格总结了数的符号谱系，每个数字对应一张表格。然而，正如在 www.ams.org/notices/200201/rev-dauben.pdf 和 www.ams.org/notices/200202/rev-dauben.pdf 的评论所指出的，这本书本身每页都存在事实性错误。引于 page 425.

359 史密斯(Steven B. Smith)所著的引人入胜的书籍《伟大的心算家：计算奇才的心理学、方法与生平(*The Great Mental Calculators – The Psychology, Methods and Lives of the Calculating Prodigies*, Columbia University Press, 1983)》。这本书还介绍了他们所使用的技巧，任何人都可以用这些技巧来模仿他们。引于 page 425.

360 可参阅《数学百科全书(*Encyclopedia of Mathematics*, 10 volumes, Kluwer Academic Publishers, 1988–1993)》中“数学符号 Mathematical notation”这一文章。但首先，一定要看看信息丰富且精美的 jeff560.tripod.com/mathsym.html。所有这些研究结果的主要来源是卡乔里(Florian Cajori)的经典研究成果《数学符号史(*A History of Mathematical Notations*, 2 volumes, The Open Court Publishing Co., 1928–1929)》。平方根符号最早出现在鲁道夫(Christoff Rudolff)的《代数学(*Die Coss*, Vuolfius Cephaleus Joanni Jung: Argentorati, 1525)》中。(完整书名是《通过代数的巧妙规则进行熟练而优美的计算，通常称为代数学。其中所有内容都如此忠实地呈现，以至于仅通过勤奋阅读而无需任何口头指导也能理解，等等(*Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeinlicklich die Coss genent werden. Darinnen alles so treülich an tag gegeben, das auch allein auss vleissigem lesen on allen mündtliche vnterricht mag begriffen werden, etc*)》。引于 page 426.

361 奇希霍尔德(J. Tschichold)的《“et”符号的形式演变(*Formenwamdlungen der et-Zeichen*, Stempel AG, 1953)》。引于 page 426.

362 帕克斯(Malcolm B. Parkes)《停顿与效果：西方标点史导论(*Pause and Effect: An Introduction to the History of Punctuation in the West*, University of California Press, 1993)》。引于 page 426.

Ref 361 to 370

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

363 厄尔曼(Berthold Louis Ullman)《古代书写及其影响(*Ancient Writing and its Influence*, 1932)》对此进行了解释。引于 page 426.

364 莱曼(Paul Lehmann)《中世纪的研究:精选论文集(*Erforschung des Mittelalters – Ausgewählte Abhandlungen und Aufsätze*, Anton Hiersemann, 1961, pp. 4–21)》。引于 page 426.

365 伯纳德·比肖夫(Bernard Bischoff)《古罗马和西方中世纪古文字学(*Paläographie des römischen Altertums und des abendländischen Mittelalters*, Erich Schmidt Verlag, 1979, pp. 215–219)》。引于 page 426.

366 韦伯斯特(Hutton Webster)《休息日：早期法律与道德研究(*Rest Days: A Study in Early Law and Morality*, MacMillan, 1916)》。史密斯(George Smith)发现了巴比伦的不吉利日子，还重新发现了著名的《吉尔伽美什史诗(*Epic of Gilgamesh*)》。引于 page 428.

367 希腊语词根与许多法语单词(进而与许多英语单词)之间的联系，可用于在无需太多学习的情况下快速扩充古希腊语词汇量，正如沙诺(J. Chaineux)的《一些希腊语词根(*Quelques racines grecques*, Wetteren– De Meester, 1929)》所示。另见艾尔斯(Donald M. Ayers)的《源自拉丁语和希腊语元素的英语单词(*English Words from Latin and Greek Elements*, University of Arizona Press, 1986)》。引于 page 429.

368 为了写一手好文章，可以阅读斯特伦克(William Strunk)、怀特(E. B. White)的《风格的要素(*The Elements of Style*, Macmillan, 1935, 1979)》；或者施耐德(Wolf Schneider)的《行家德语：新文体学(*Deutsch für Kenner – Die neue Stilkunde*, Gruner und Jahr, 1987)》。引于 page 430.

369 《国际单位制(*Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France)》。所有关于国际单位制(SI)单位的新进展都发表在由同一机构编辑的《计量学(*Metrologia*)》杂志上。作为一个古老机构，国际计量局动作迟缓，直到 1998 年才推出网站；可访问 www.bipm.fr。还可查看 www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html，该网站包括以其名字命名各种单位的人物传记。英国对应机构的网站 www.npl.co.uk/要好得多；它提供了许多详细信息以及国际单位制单位定义的英文版本。引于 page 431.

370 时间测量的权威著作是瓦尼尔(J. Vanier)、奥多安(C. Audoin)《原子频率标准的量子物理学(*The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989)》。一本通俗易懂的介绍是琼斯(Tony Jones)的《分割秒(*Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000)》。

opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html 提供了该领域术语词汇表。对于精确的长度测量，首选工具是专门的激光器，如锁模激光器和频率梳。这些主题的文献浩如烟海。关于精确电流测量的文献数量同样庞大；目前正在进行一场竞赛，寻找最佳的测量方法：是计算电荷还是测量磁力。这个问题仍未解决。关于质量和原子质量测量，请参阅关于相对论的卷册。关于高精度温度测量，见 ref 288。引于 page 432.

371 非官方 SI 词头最早在 1990 年代由牛津大学的阿伦森(Jeff K. Aronson)提出，未来可能会被广泛使用，《新科学家(New Scientist **144**, p. 81, 3 December 1994)》。也有其它一些不太严肃的提议(译者注:NPL 也提出一些，比如 ronto (r) 10^{-27}, quetta (Q) 10^{30})。引于 page 433.

Ref Vol.II page 71

371 to 379

372 2004 年制造的最精确的时钟是铯喷泉钟，精度达 10^{-15}。据预测，很快将有可能实现更高的精度，其中包括高本(M. Takamoto)、洪(F. -L. Hong)、东(R. Higashi)、香取秀俊(H. Katori)在《光晶格钟()》中所描述的情况。引于 page 435.

(译者注：中国科大潘建伟、陈宇翱、戴汉宁等组成的研究团队，成功研制了万秒稳定度和不确定度均优于 5×10^{-18}(相当于数十亿年的误差不超过一秒)锶原子光晶格钟。相关成果于 2024 年

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

1 月 12 日发表于国际计量领域重要学术期刊《计量学》。)

373 伯格奎斯特(J. Bergquist)《第五届频率标准与计量学研讨会会议录(*Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, World Scientific, 1997)》。引于 page 435.

374 肖特(J. Short)的《牛顿的苹果失去光环(*Newton's apples fall from grace*, New Scientist **2098**, p. 5, 6 September 1997)》。更多细节见基辛(R. G. Keesing)《牛顿苹果树的历史(*The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics **39**, pp. 377–391, 1998)》。引于 page 436.

375 各种相关概念甚至是一项独立的国际标准 ISO 5725 的主题，标题为《测量方法与结果的准确度和精密度(*Accuracy and precision of measurement methods and results*)》。一本不错的入门书籍是泰勒(John R. Taylor)的《误差分析导论：物理测量不确定度研究(*An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997)》。引于 page 436.

376 基本物理常数推荐值可在网站 physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html 找到(译者注:此时时 2025.3.14 最新版是 2022 版，下次更新是 2026 年)。这组常数是国际调整的结果，由科学技术数据委员会(CODATA)推荐供国际使用，该委员会是国际科学联盟理事会的一个机构，汇集了国际纯粹与应用物理联合会(IUPAP)、国际纯粹与应用化学联合会(IUPAC)以及其它组织。国际纯粹与应用化学联合会的网站是 www.iupac.org。引于 page 439.

377 其中一些故事可在怀斯(N. W. Wise)的《精度的价值(*The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994)》一书中找到。高精度测量领域，也就是这些页面上的结果来源领域，是一个独特的世界。费尔班克斯(J. D. Fairbanks)、迪弗(B. S. Deaver)、埃弗里特(C. W. Everitt)、迈克尔逊(P. F. Michael son)主编的《接近零：物理学前沿(*Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988)》是对该领域的精彩介绍。引于 page 439.

378 详情请参阅著名的天文学参考书赛德尔曼(P. Kenneth Seidelmann)《天文年历解释性补充(*Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992)》。引于 page 444.

379 斯塔纳韦(F.F. Stanaway)等人的《死神走路有多快？70 岁及以上健康男性的接受者操作特征曲线分析(*How fast does the Grim Reaper walk? Receiver operating characteristic curve analysis in healthy men aged 70 and over*, British Medical Journal **343**, p. 7679, 2011)》。这篇由澳大利亚研究团队撰写的论文基于对 1800 名老年男性多年的跟踪研究；该论文是 2011 年圣诞节特刊的一部分，可在 www.bmj.com 上免费下载。其它研究表明，步行以及进行快速步行训练确实可以延缓死亡，正如 K.扬(K. Jahn)、勃兰特(T. Brandt)《年龄和疾病如何改变步态(*Wie Alter und Krankheit den Gang verändern*, Akademie Aktuell **03**, pp. 22–25, 2012)》中所总结的那样。该论文还表明，人类直立行走至少已有 360 万年，并且 60 岁以后步行速度每年大约降低 1%。引于 page 459.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

功德赞

译者注：这一部分的译名几乎彻底依赖机翻，仅供参考。

致谢

许多始终保持着好奇心的人助力这个项目得以实现。最重要的是，鲁道夫(Peter Rudolph)和帕斯卡齐奥(Saverio Pascazio)，一直是这个项目的重要参考。马内(Fernand Mayné)、Ata Masafumi、克雷斯皮(Roberto Crespi)、帕奥(Serge Pahaut)、邦贝利(Luca Bombelli)、埃尔斯维克(Herman Elswijk)、克林(Marcel Krijn)、德容(Marc de Jong)、范德马克(Martin van der Mark)、贾林克(Kim Jalink)、我的父母彼得·席勒(Peter Schiller)和伊莎贝拉·席勒(Isabella Schiller)、范维克(Mike van Wijk)、格奥尔基(Renate Georgi)、特格拉尔(Paul Tegelaar)、芭芭拉(Barbara)、奥格尔(Edgar Augel)、贾米尔(M. Jamil)、默多克(Ron Murdock)、普里查德(Carol Pritchard)、霍夫曼(Richard Hoffman)、斯蒂芬·席勒(Stephan Schiller)、艾兴格(Franz Aichinger)，尤其是我的妻子布里塔(Britta)，他们都提供了宝贵的建议和鼓励。

很多人在这个项目以及资料收集方面提供了帮助。特别有用的是约翰松(Mikael Johansson)、涅科(Bruno Barberi Gnecco)、贝耶(Lothar Beyer)的帮助，伯特·西拉(Bert Sierra)做出的诸多改进，法里纳蒂(Claudio Farinati)的详细建议，谢尔顿(Eric Sheldon)的诸多改进，安德鲁·扬(Andrew Young)的详细建议，凯卢(Jonatan Kelu)的持续帮助和建议，巴特尔(Elmar Bartel)的修正，尤其是阿德里安·库巴拉(Adrian Kubala)广泛、热忱尽责的帮助。

重要资料的提供者有：彼得斯(Bert Peeters)、维尔日比茨卡(Anna Wierzbicka)、比蒂(William Beaty)、卡尔(Jim Carr)、梅里特(John Merrit)、贝兹(John Baez)、迪菲利波(Frank DiFilippo)、斯科特(Jonathan Scott)、塞勒(Jon Thaler)、邦贝利(Luca Bombelli)、辛格尔顿(Douglas Singleton)、麦夸里(George McQuarry)、豪舍尔(Tilman Hausherr)、奥伯奎尔(Brian Oberquell)、扎姆(Peer Zalm)、范德马克(Martin van der Mark)、苏尔丁(Vladimir Surdin)、西蒙(Julia Simon)、费尔马尼(Antonio Fermani)、佩奇(Don Page)、黑利(Stephen Haley)、迈尔(Peter Mayr)、海斯(Allan Hayes)、德拉贡(Norbert Dragon)、伊万诺夫(Igor Ivanov)、伦塞尔(Doug Renselle)、德穆因克(Wim de Muynck)、卡利普(Steve Carlip)、布鲁斯(Tom Bruce)、布德尼(Ryan Budney)、鲁本(Gary Ruben)、希尔曼(Chris Hillman)、格拉西(Olivier Glassey)、格雷纳(Jochen Greiner)、squark、哈德卡斯尔(Martin Hardcastle)、比格(Mark Biggar)、库津(Pavel Kuzin)、布雷布纳(Douglas Brebner)、隆巴尔迪(Luciano Lombardi)、巴尼奥利(Franco Bagnoli)、莫泽(Lukas Fabian Moser)、科罗维奇(Dejan Corovic)、万诺尼(Paul Vannoni)、哈伯(John Haber)、帕斯卡齐奥(Saverio Pascazio)、芬肯泽勒(Klaus Finkenzeller)、沃林(Leo Volin)、阿伦森(Jeff Aronson)、布恩(Roggie Boone)、塔彭(Lawrence Tuppen)、大卫·琼斯(Quentin David Jones)、乌古佐尼(Arnaldo Uguzzoni)、范尼乌波特(Frans van Nieuwpoort)、艾马奥尼(Alan Mahoney)、布里塔·席勒(Britta Schiller)、达内切克(Petr Danecek)、蒂斯(Ingo Thies)、索洛马京(Vitaliy Solomatin)、奥夫纳(Carl Offner)、普罗恩萨(Nuno Proença)、科拉津加里(Elena Colazingari)、宝拉·亨德森(Paula Henderson)、达雷(Daniel Darre)、兰克尔(Wolfgang Rankl)、霍伊曼(John Heumann)、约瑟夫·基斯(Joseph Kiss)、魏斯(Martha Weiss)、冈萨雷斯(Antonio González)、马托斯(Antonio Martos)、斯拉伯(André Slabber)、包蒂斯塔(Ferdinand Bautista)、加奇(Zoltán Gácsi)、弗里(Pat Furrie)、雷皮施(Michael Reppisch)、帕西(Enrico Pasi)、克佩(Thomas Köppe)、马丁·里瓦斯(Martin Rivas)、比克斯马(Herman Beeksma)、赫尔蒙德(Tom Helmond)、约翰·布兰德斯(John Brandes)、塔尔科(Vlad Tarko)、穆里略(Nadia Murillo)、奇普里安·多布拉(Ciprian Dobra)、罗曼诺·佩里尼(Romano Perini)、范林特尔(Harald van Lintel)、孔蒂(Andrea Conti)、贝尔福(François Belfort)、范德莫特尔(Dirk Van de Moortel)、诺伊迈尔(Heinrich Neumaier)、克罗利科夫斯基(Jarosław Królikowski)、达尔曼(John Dahlman)、纳穆尼(Fathi

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Namouni)、汤森(Paul Townsend)、叶梅林(Sergei Emelin)、戴森(Freeman Dyson)、拉奥(S.R. Madhu Rao)、帕克斯(David Parks)、亚内克(Jürgen Janek)、胡贝尔(Daniel Huber)、布赫曼(Alfons Buchmann)、珀维斯(William Purves)、雷东迪(Pietro Redondi)、萨吉安(Damoon Saghian)、斯威策(Frank Sweetser)、泽彻勒(Markus Zecherle)、埃斯皮里图(Zach Joseph Espiritu)、德内斯(Marian Denes)、穆特卡(Miles Mutka)，还有一些希望匿名的人提供了重要资料。

在字体和排版方面，泽德勒(Michael Zedler)和布卢门萨特(Achim Blumensath)给予了大量帮助，阿尔塞纳(Donald Arseneau)也多次提供了宝贵支持，软件工具得以完善；菲舍尔(Ulrike Fischer)、范奥斯特鲁姆(Piet van Oostrum)、维尔达(Gerben Wierda)、伯恩施克(Klaus Böhncke)、厄普赖特(Craig Upright)、沃斯(Herbert Voss)、特雷沃罗(Andrew Trevorrow)、埃尔斯(Danie Els)、奥伯迪克(Heiko Oberdiek)、拉茨(Sebastian Rahtz)、斯托里(Don Story)、达利(Vincent Darley)、林德(Johan Linde)、赫茨林格(Joseph Hertzlinger)、扎科内(Rick Zaccone)、沃肯廷(John Warkentin)、迪茨(Ulrich Diez)、西阿尔特(Uwe Siart)、罗伯逊(Will Robertson)、赖特(Joseph Wright)、格雷戈里奥(Enrico Gregorio)、尼普拉斯克(Rolf Niepraschk)、格拉恩(Alexander Grahn)、法比安(Werner Fabian)和科勒(Karl Köller)也提供了帮助。

本书的排版和书籍设计得益于迪尔(Ulrich Dirr)的专业咨询。在屈斯特(Johannes Küster)及其“密涅瓦数学字体 Minion Math font”的帮助下，排版有了很大改进。本书及其网站的设计也在很大程度上得益于我妻子布里塔的建议和支持。

我还要感谢德国的立法者和纳税人，与世界上大多数其他国家不同，他们允许居民使用当地大学的图书馆。

2007 年至 2011 年，克劳斯·奇拉基金会(Klaus Tschira Foundation)慷慨资助了《运动岭((Motion Mountain))》文本的电子版制作和发行。

影片鸣谢

Figure 55 的拴系自转十二面体以及 Fig 125 的球体精美动画，版权归杰森·希斯(Jason Hise)所有并承蒙其提供；他为本书文本以及维基共享资源网站制作了这些动画。在他的网站 www.entropygames.net 可以找到他的一些动画作品。Fig 108 的悬浮旋转陀螺的清晰动画由巴尔博萨(Lucas Barbosa)为本书制作。Fig 117 令人印象深刻的太阳系动画由泰勒(Rhys Taylor)为本书制作，可以在他的网站 www.rhysy.net 找到。Fig 143 的月相变化动画是根据实际天文数据计算得出的，版权归埃尔塞瑟(Martin Elsässer)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.mondatlas.de/lunation.html 找到该动画。Fig 146 的地球同步卫星的精彩影片，版权归昆泽(Michael Kunze)所有并承蒙其提供，可以在他精美的网站 www.sky-in-motion.de/en 找到。Fig 173 关于行星和小行星的精美动画，版权归格雷尔(Hans-Christian Greier)所有并承蒙其提供，可以在他的网站 www.parallax.at 找到该动画。Fig 204 关于石英振动的影片，版权归斯沃琪集团(Swatch Group)旗下的微晶体公司(Micro Crystal)所有并承蒙其提供，可在 www.microcrystal.com 上找到。Fig 211 的群速度和波速的动画以及 Fig 218 展示声波中分子运动的动画，版权归南安普顿大学(University of Southampton)的声学与振动研究所(ISVR)所有并承蒙其提供。Fig 125 关于怪浪的影片，版权归沙布舒布(Amin Chabchoub)所有并承蒙其提供；详细信息可在 journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.2.011015 找到。Fig 223 关于孤子的影片以及 Fig 231 关于漂移子的影片，版权归希耶塔林塔(Jarmo Hietarinta)所有并承蒙其提供。可以在他的网站 users.utu.fi/hietarin 找到。Fig 270 关于蛙跃式涡环的影片，版权归林迪泰(Lim Tee Tai)所有并承蒙其提供。可以通过他的流体动力学网站 serve.me.nus.edu.sg 找到该影片。Fig 291 关于生长雪花的影片，版权归利布雷希特(Kenneth Libbrecht)所有并承蒙其提供。可以在他的网站 www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals 找到。

图片鸣谢

封面的尼泊尔喜马拉雅山脉蓝塘里壤峰(Langtang Lirung peak)东侧照片，版权归海特(Kevin Hite)所有并承蒙其提供，可在他的博客 thegettingthere.com 找到。page 14 的闪电照片，版权归伊登斯(Harald Edens)所有并承蒙其提供，可在 www.lightningsafety.noaa.gov/photos.htm 和 www.weather-photography.com 找到。Figure 4 的运动错觉图，版权归巴赫(Michael Bach)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html 上找到，是北冈明佳(Kitaoka A

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

kiyoshi)所创错觉图的一个变体，原图可在 www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka 找到，此处使用已获得他的许可。Fig 6、Fig 26、Fig 160 的插图是专门为本书文本制作的，版权归加斯塔迪(Luca Gastaldi)所有。Fig 7 关于弹跳网球的高速照片，版权归国际网球联合会(International Tennis Federation)所有并承蒙其提供，由佩奇(Janet Page)提供。Fig 8 关于埃特纳火山(Etna)的插图，版权归富勒(Marco Fulle)所有并承蒙其提供，可在精彩的网站 www.stromboli.net 找到。Fig 9 的菲利普·普利松(Philip Plisson)拍摄的著名照片《小马驹号及其灯塔(Les Poulains and its lighthouse)》，版权归“图像渔夫(Pechêurs d'Images)”所有并承蒙其提供；可访问 www.plisson.com 和 www.pecheurs-d-images.com 查看。这张照片也收录在普利松的巨著《大海》(La Mer)中，这是一本令人惊叹的海洋摄影集。Fig 10 楚卡诺夫(Alexander Tsukanov)从一个轮跳到另一个轮的照片，版权归莫斯科国家马戏团(Moscow State Circus)所有并承蒙其提供。Fig 11 鹿的照片，版权归托尼·罗杰斯(Tony Rodgers)所有并承蒙其提供，取自他的网站 www.flickr.com/photos/moonm 。Fig 16 关于速度测量设备的照片，版权归科布伦茨应用技术大学(Fachhochschule Koblenz)、席尔瓦(Silva)、追踪者(Tracer)以及维基共享资源所有并承蒙其提供。Fig 17 的图表是根据滕内克斯(Henk Tennekes)的精彩著作《飞行规律：关于升、降、飞、浮(De wetten van de vliegkunst - Over stijgen, dalen, vliegen en zweven)》重新绘制并翻译的，该书由阿拉米斯出版社(Aramith Uitgevers)于 1993 年出版。Fig 18 的乒乓球照片以及 Fig 251 的滴水水龙头照片，版权归戴维哈齐(Andrew Davidhazy)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.rit.edu/~andpph 找到。Fig 18 弹跳水滴的照片，版权归格罗嫩迪克(Max Groenendijk)所有并承蒙其提供，可在网站 www.lightmotif.nl 找到。Fig 19 精密日晷的照片，版权归皮茨里克(Stefan Pietrzik)所有并承蒙其提供，可在 commons.wikimedia.org/wiki/Image:Präzissions-Sonnenuhr_mit_Sommerwalze.jpg 找到。图中其它时钟的照片来自已标明的公共领域资源。Fig 20 关于生物节律缩放的图表是作者根据欧洲分子生物学组织(European Molecular Biology Organization)的数据绘制的，数据来源为 www.nature.com/embor/journal/v6/n1s/fig_tab/7400425_f3.html 以及莫尔加多(Enrique Morgado)。Fig 21 页和 Fig 228 关于人耳的插图，版权归西北大学(Northwestern University)所有并承蒙蒂姆·海恩(Tim Hain)提供；可在他的网站 www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html 找到。Fig 23 和 Fig 32 关于游标卡尺和螺旋测微器的插图，版权归媒体工作室(Medien Werkstatt)所有，承蒙博古施(Stephan Bogusch)提供，取自他们网站 www.medien-werkstatt.de 上的教学课程。Fig 23 老虎的照片，版权归(佛罗里达州而非意大利的)那不勒斯动物园(Naples zoo)所有，承蒙蒂姆·泰茨拉夫(Tim Tetzlaff)提供；可访问他们的网站 www.napleszoo.com 查看。Fig 23 长度测量设备的照片，版权归基恩士(Keyence)和徕卡地理系统公司(Leica Geosystems)所有并承蒙其提供，可在 www.leica-geosystems.com 找到。Fig 24 曲线计的照片，版权归米勒(Frank Müller)所有并承蒙其提供，可在 www.wikimedia.org 找到。Fig 27 左侧晶体照片，版权归斯蒂芬·沃尔夫斯里德(Stephan Wolfsried)所有并承蒙其提供，可在 www.mindat.org 找到。Fig 24 右侧的晶体照片，承蒙贝尔纳贝伊(Tullio Bernabei)提供，版权归洞穴研究与电影档案馆/拉文塔(Arch. Speleoresearch & Films/La Venta)所有，可在 www.laventa.it 和 www.naica.com.mx 找到。Fig 29 空心地球插图，承蒙迪尔(Helmut Diel)提供，由伊索尔德·迪尔(Isolde Diel)绘制。Fig 37、112、134、169、166、322 的精彩照片，版权归安东尼·阿约马米蒂斯(Anthony Ayiomamitis)所有并承蒙其提供；关于这些照片的故事可在他精美的网站 www.perseus.gr 上找到。Fig 41 的反曙暮光照片，版权归佩吉·彼得森(Peggy Peterson)所有并承蒙其提供。Fig 42 的绳索图片，版权归雅各布·玻尔(Jakob Bohr)所有并承蒙其提供。Fig 43 的紧结图片，版权归彼得·皮耶兰斯基(Piotr Pieranski)所有并承蒙其提供。Fig 46 关于发射毛毛虫的插图，版权归斯坦利·卡文尼(Stanley Cavener)所有并承蒙其提供。Fig 50 关于安全气囊传感器的照片，版权归博世(Bosch)所有并承蒙其提供；加速度计的图片，版权归里克尔电子公司(Rieker Electronics)所有并承蒙其提供；关于人耳的三幅插图，版权归西北大学所有并承蒙蒂姆·海恩提供，可在他的网站 www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html 上找到。Fig 51 关于猎户座(Orion)的照片，版权归马修·斯皮内利(Matthew Spinelli)所有并承蒙其提供；该照片也曾在 antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030207.html 上展示过。Fig 52 关于恒星大小的插图，版权归戴夫·贾维斯(Dave Jarvis)所有并承蒙其提供。Fig 53 关于轩辕十四(Regulus)和火星(Mars)的照片，版权归于尔根·米歇贝尔格(Jürgen Michelberger)所有并可在 www.jmichelberger.de 找到。Fig 56 的千足虫照片，版权归大卫·帕克斯(David Parks)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.mobot.org/mobot/madagascar/image.asp?relation=A71 上找到。Fig 56 壁虎攀爬公交车窗的照片，版权归马塞尔·贝伦德森(Marcel Berendsen)所有并承蒙其提供，

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

可在他的网站 www.flickr.com/photos/berendm 上找到。变形虫的照片，版权归安东尼奥·吉列恩·奥特里诺(Antonio Guillén Oterino)所有并承蒙其提供，取自他精彩的网站“水项目”(Proyecto Agua)，网址为 www.flickr.com/photos/microagua 。Fig 56 关于十刺节糠虾(N. decemspinosa)的照片，版权归罗伯特·富尔(Robert Full)所有并承蒙其提供，可在他的网站 rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs 找到。Fig 56 关于欧夜鹰(P. ruralis)的照片，版权归约翰·布拉肯伯里(John Brackenbury)所有并承蒙其提供，是他精彩收藏的一部分，可在网站 www.sciencephoto.co.uk 上找到。Fig 56 滚动蜘蛛的照片，版权归英戈·雷兴贝格(Ingo Rechenberg)所有并承蒙其提供，可在 www.bionik.tu-berlin.de 找到，而小孩翻跟头的照片，版权归卡瓦·贾维(Karva Javi)所有并承蒙其提供，可在 www.flickr.com/photos/karvajav 找到。Fig 58 关于鞭毛马达的照片，版权归威利父子出版公司(Wiley & Sons)所有并承蒙其提供，可在 emboj.embopress.org/content/30/14/2972 找到。Fig 59 页和 Fig 59 关于细菌鞭毛的两部精彩影片，版权归大阪大学前沿生命科学研究生院所有并承蒙其提供。Fig 61 关于麦克诺特彗星(comet McNaught)的精美照片，版权归其发现者罗伯特·麦克诺特(Robert McNaught)所有并承蒙其提供；取自他的网站 www.mso.anu.edu.au/~rmn，也可在 antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap070122.html 找到。Fig 63 的声致发光图片，版权归德特勒夫·洛泽(Detlef Lohse)所有并承蒙其提供。Fig 66 关于国际千克原器的照片，版权归国际计量局(Bureau International des Poids et Mesures，BIPM)所有并承蒙其提供。Fig 71，门捷列夫天平的照片，版权归智库信托(Thinktank Trust)所有并承蒙杰克·柯比(Jack Kirby)提供；可在 www.birminghamstories.co.uk 找到。实验室天平的照片，版权归梅特勒-托利多(Mettler-Toledo)所有并承蒙其提供。宇航员质量测量装置的照片，承蒙美国国家航空航天局(NASA)提供。Fig 74，功率计的照片，版权归速连公司(SRAM)、激光组件公司(Laser Components)和维基共享资源所有并承蒙其提供。Fig 80 关于行走的人的测量图表，版权归雷·麦考伊(Ray McCoy)所有并承蒙其提供。Fig 90，堆叠陀螺仪的照片，承蒙维基共享资源提供。无需上发条的时钟的照片，版权归积家(Jaeger-LeCoultre)所有并承蒙拉尔夫·施蒂伯(Ralph Stieber)提供。积家公司的宣传册中详细介绍了该时钟的历史和工作原理，可从该公司获取。公司网站为 www.Jaeger-LeCoultre.com。Fig 92 斯特雷皮-蒂厄(Strépy-Thieux)船闸的照片，版权归让-玛丽·胡尔纳尔特(Jean-Marie Hoornaert)所有并承蒙其提供，可在维基共享资源上找到。Fig 93 凯尔特摇摆石的照片，版权归埃德·基思(Ed Keath)所有并承蒙其提供，可在维基共享资源上找到。Fig 95 星轨的照片，版权归罗伯特·施瓦茨(Robert Schwartz)所有并承蒙其提供；该照片曾在 apod.nasa.gov/apod/ap120802.html 展示过。Fig 101 傅科陀螺仪的照片，版权归法国国立工艺学院(Conservatoire National des Arts et Métiers，CNAM)博物馆所有并承蒙其提供，该博物馆网站为 www.arts-et-metiers.net。Fig 101 激光陀螺仪的照片，版权归日本宇宙航空研究开发机构(Japan Aerospace Exploration Agency，JAXA)所有并承蒙其提供，可在他们的网站 jda.jaxa.jp 找到。Fig 102，陀螺仪的三维模型，版权归扎克·约瑟夫·埃斯皮里图(Zach Joseph Espiritu)所有并承蒙其提供。Fig 105 精密激光陀螺仪的插图，承蒙托马斯·克鲁格尔(Thomas Klügel)提供，版权归德国联邦制图和大地测量局(Bundesamt für Kartographie und Geodäsie)所有。该仪器的照片，版权归卡尔·蔡司(Carl Zeiss)所有并承蒙其提供。该仪器位于韦茨勒尔基准站(Fundamentalstation Wettzell)，其网站为 www.wettzell.ifag.de 。Fig 111 板块构造的插图，来自美国国家航空航天局(NASA)的全息地球项目(HoloGlobe project)制作的一部影片，可在 svs.gsfc.nasa.gov/cgi-bin/details.cgi?aid=1288 找到。Fig 115 温度记录图表，版权归让·茹泽尔(Jean Jouzel)和《科学》杂志/美国科学促进会(Science/AAAS)所有并承蒙其提供。Fig 118 一辆汽车在雪地中行驶的照片，版权归尼尔·普罗沃(Neil Provo)所有并承蒙其提供，网址为 neilprovo.com 。Fig 119 大蚊和具有平衡棒的果蝇的照片，分别由平佐(Pinzo)拍摄，可在维基共享资源上找到，以及由肖恩·麦肯(Sean McCann)拍摄，取自他的网站 ibycter.com 。微机电系统(MEMS)的照片和图表，版权归意法半导体公司(ST Microelectronics)所有并承蒙其提供。Figure 123，版权归国际双子星项目(Gemini Observatory/Association of Universities for Research in Astronomy)所有并承蒙其提供，网址为 www.ausgo.unsw.edu.au 和 www.gemini.edu；关于地球同步卫星的照片，版权归迈克尔·昆泽(Michael Kunze)所有并承蒙其提供，可在他同样精彩的影片之前找到，网址为 www.sky-in-motion.de/de/zeitraffer_einzel.php?NR=12。Fig 124 地球阴影的照片，版权归伊恩·R·里斯(Ian R. Rees)所有并承蒙其提供，可在他的网站 weaknuclearforce.wordpress.com/2014/03/30/earths-shadow 找到。Fig 126 页和封底上在水面上奔跑的蛇怪蜥蜴的照片，版权归比利时组织 TERRA vzw 所有并承蒙其提供，可在他们的网站 www.terravzw.org 找到。Fig 127 水龟的照片，版权归查尔斯·勒瓦伦(Charles Lew

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

allen)所有并承蒙其提供。Fig 128 水上机器人的照片，版权归美国物理学会(American Institute of Physics)所有并承蒙其提供。关于哺乳动物奔跑速度的异速生长图表，版权归何塞·伊里亚特-迪亚兹(José Iriarte-Díaz)和《实验生物学杂志》(The Journal of Experimental Biology)所有并承蒙其提供；经他们许可，根据原始文章(参考文献 133)复制并改编，可在 jeb.biologists.org/content/205/18/2897 找到。Fig 131 关于火星运动的插图，版权归通奇·泰泽尔(Tunc Tezel)所有并承蒙其提供。Fig 136 精密摆钟的照片，版权归欧文·萨特勒有限两合公司(Erwin Sattler OHG, Sattler OHG, Erwin)所有并承蒙斯蒂芬妮·萨特勒-里克(Ms. Stephanie Sattler-Rick)提供；可在 www.erwinsattler.de 找到。Fig 138 关于巴黎子午线三角测量的插图，版权归肯·阿尔德(Ken Alder)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.kenalder.com 找到。Fig 139 卡文迪许实验家庭版的照片，版权归约翰·沃克(John Walker)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.fourmilab.ch/gravitation/foobar 找到。Fig 140 精密卡文迪许实验的照片，版权归华盛顿大学厄缶-瓦什研究小组(Eöt-Wash Group at the University of Washington)所有并承蒙其提供，可在 www.npl.washington.edu/eotwash 找到。Fig 142 的大地水准面，版权归波茨坦地学研究中心(GeoForschungsZentrum Potsdam)所有并承蒙其提供，可在 www.gfz-potsdam.de 找到。Fig 144 的月球地图，承蒙美国地质调查局天体地质学研究项目(USGS Astrogeology Research Program，astrogeology.usgs.gov)提供，特别是马克·罗斯克(Mark Rosek)和特伦特·黑尔(Trent Hare)。Fig 145 的轨道图表，版权归杰弗里·马西(Geoffrey Marcy)所有并承蒙其提供。Fig 148，小行星轨道，版权归塞波·米科拉(Seppo Mikkola)所有并承蒙其提供。Fig 149 潮汐的照片，版权归吉勒·雷尼耶(Gilles Régnier)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.gillesregnier.com 找到；该网站上还展示了一整天的潮汐动画。Fig 158 精彩的流星雨照片，版权归布拉德·戈德佩因特(Brad Goldpaint)所有并承蒙其提供，可在他的网站 goldpaintphotography.com 找到；该照片也曾在 apod.nasa.gov/apod/ap160808.html 展示过。Fig 159 流星的照片，版权归罗伯特·米卡埃良(Robert Mikaelyan)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.fotoarena.nl/tag/robert-mikaelyan/找到。Fig 163 在雪地上快速下滑的照片，版权归西蒙娜·奥里戈内(Simone Origone，www.simoneorigone.it)和埃里克·巴罗内(Éric Barone，www.ericbarone.com)所有并承蒙其提供。Fig 164 木卫的照片，版权归罗宾·斯卡格尔(Robin Scagell)所有并承蒙其提供，取自他的网站 www.galaxypix.com。Fig 170，金星的照片，版权归 Wah!所有并承蒙维基共享资源提供；也可参见 apod.nasa.gov/apod/ap060110.html。Fig 172，勒萨热(Le Sage)的旧插图，承蒙维基共享资源提供。Fig 174 的天体图片，版权归切尔尼(Alex Cherney)所有并承蒙其提供，曾在 apod.nasa.gov/apod/ap160816.html 展示过。

Fig 175 的日食照片，承蒙法国国家太空研究中心(Centre National d'Etudes Spatiales，网址为 www.cnes.fr)以及洛朗·拉韦德(Laurent Laveder)提供，照片取自他精美的网站 www.PixHeaven.net，版权归其所有。Fig 177 水流抛物线的照片，版权归德国欧亚瑟股份公司(Oase GmbH)所有并承蒙其提供，可在他们的网站 www.oase-livingwater.com 上找到。Fig 186 昆虫齿轮的照片，版权归马尔科姆·伯罗斯(Malcolm Burrows)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.zoo.cam.ac.uk/departments/insect-neuro 找到。Fig 190 雏菊的照片，其中一张版权归乔治·迪·伊奥里奥(Giorgio Di Iorio)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.flickr.com/photos/gioischia 上找到，另一张版权归托马斯·吕蒂(Thomas Lüthi)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.tiptom.ch/album/blumen/找到。Fig 192 尚蒂伊(Chantilly)烟花的照片，版权归克里斯托夫·布朗(Christophe Blanc)所有并承蒙其提供，取自他精美的网站 christopheblanc.free.fr。Fig 195，M74 星系的精美照片，版权归迈克·汉基(Mike Hankey)所有并承蒙其提供，可在他精美的网站 cdn.mikesastrophotos.com 上找到。Fig 198 勿忘我的插图，版权归马尔库·萨韦拉(Markku Savela)所有并承蒙其提供。Fig 199 壁纸群的图片，版权归德罗尔·巴伦-纳坦(Dror Bar-Natan)所有并承蒙其提供，取自他迷人的网站 www.math.toronto.edu/~drorbn/Gallery。Fig 200 固体对称性的图片，版权归乔纳森·戈斯(Jonathan Goss)所有并承蒙其提供，取自他的网站 www.phys.ncl.ac.uk/staff.njpg/symmetry。此外，默明(David Mermin)和尼尔·阿什克罗夫特(Neil Ashcroft)也同意使用这些图片。Fig 205，傅里叶分解图表，承蒙维基共享资源提供。Fig 206 响铃的插图，版权归斯皮斯(H. Spiess)所有并承蒙其提供。Fig 207 黑胶唱片的图片，版权归克里斯·苏普拉诺维茨(Chris Supranowitz)所有，承蒙罗切斯特大学提供，可在他的专业网站 www.optics.rochester.edu/workgroups/cml/opt307/spr05/chris 上找到。Fig 209，水波的照片，版权归埃里克·威利斯(Eric Willis)、维基共享资源以及 allyhook 所有并承蒙其提供。Fig 213 的干涉图样，版权归吕迪格·帕绍塔(Rüdiger Paschotta)所有并承蒙其提供，可在他的免费激光百

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

科全书 www.rp-photonics.com 上找到。Fig 216，喉部的插图，承蒙维基共享资源提供。Fig 219 微风速计的图片，版权归荷兰迈克弗洛公司(Microflown)所有，承蒙马辛·科尔巴西维茨(Marcin Korbasiewicz)提供。更多图片可在他们的网站 www.microflown.com 上找到。Fig 220 便携式超声机的图片，版权归通用电气公司(General Electric)所有并承蒙其提供。Fig 220 的超声图像，版权归维基共享资源所有并承蒙其提供。Fig 222 运河中孤子的插图，版权归杜加尔德·邓肯(Dugald Duncan)所有并承蒙其提供，取自他的网站 www.ma.hw.ac.uk/solitons/soliton1.html。Fig 225 的照片，版权归哈勒巴赫(Andreas Hallerbach)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.donvanone.de 上找到。Fig 243 魔方的图片，承蒙维基共享资源提供。Fig 229，冲击波的照片，版权归安德鲁·戴维哈齐(Andrew Davidhazy)、塞特勒斯(Gary Settles)和美国国家航空航天局(NASA)所有并承蒙其提供。Fig 230 尾流的照片，承蒙维基共享资源以及索恩(Christopher Thorn)提供，版权归克里斯托弗·索恩所有。Fig 232，不寻常水波的照片，版权归黛安·亨德森(Diane Henderson)、匿名人士以及维基共享资源所有并承蒙其提供。Fig 233 的分形山脉图片，版权归保罗·马茨(Paul Martz)所有并承蒙其提供，他在自己的网站 www.gameprogrammer.com/fractal.html 上解释了如何对这类图像进行编程。Fig 234 水面上油滴的照片，版权归沃尔夫冈·吕克纳(Wolfgang Rueckner)所有并承蒙其提供，可在 sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb 上找到。Fig 235 肥皂泡的照片，版权归 LordV 所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.flickr.com/photos/lordv 上找到。Fig 238 碳化硅的照片，版权归迪特马尔·西舍(Dietmar Siche)所有并承蒙其提供。Fig 239 单个钡离子的照片，版权归汉堡大学(Universität Hamburg)的维尔纳·诺伊豪泽(Werner Neuhauser)所有并承蒙其提供。Fig 240 硅的原子力显微镜图像，版权归奥格斯堡大学(Universität Augsburg)所有，经德国哈默尔(German Hammerl)友好许可使用。Fig 241 金属表面氦原子的插图，版权归国际商业机器公司(IBM)所有并承蒙其提供。Fig 242 原子力显微镜的照片，版权归瑞士纳诺瑟夫公司(Nanosurf，网址为 www.nanosurf.ch)所有，经罗伯特·萨姆(Robert Sum)友好许可使用。Fig 246 张拉整体塔的照片，版权归肯尼斯·斯内尔森(Kenneth Snelson)所有并承蒙其提供。Fig 247 原子球塔(Atomium)的照片，承蒙比利时原子球塔协会(Asbl Atomium Vzw)提供，版权归其所有，经他们与比利时 SABAM 合作并获得许可后使用。图片和原子球塔本身均受版权保护。Fig 248 沙子中颗粒射流的照片，版权归沈艾米(Amy Shen)所有并承蒙其提供，她与西古尔德·索罗森(Sigurdur Thoroddsen)共同发现了这一现象。Fig 249 机器的照片，承蒙阿斯麦控股公司(ASML)和福伊特公司(Voith)提供，版权归其所有。Fig 250 斗轮挖掘机的照片，版权归莱茵集团(RWE)所有并承蒙其提供，可在他们的网站 www.rwe.com 上找到。Fig 251 流体运动的照片，版权归麻省理工学院(Massachusetts Institute of Technology)的约翰·布什(John Bush)所有并承蒙其提供，取自他的网站 www-math.mit.edu/~bush。Fig 254，流体悖论的图片，版权归法国流体力学研究所(IFE)所有并承蒙其提供。Fig 256，盖里克(Guericke)进行的历史性马德堡实验的图片，版权归德国邮政(Deutsche Post)、奥托·冯·盖里克协会(Otto-von-Guericke-Gesellschaft，网址为 www.ovgg.ovgu.de)以及德国摄影图书馆(Deutsche Fotothek，网址为 www.deutschefotothek.de)所有；经各自许可后使用。Fig 257，层流的照片，版权归马丁·图姆(Martin Thum)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.flickr.com/photos/39904644@N05 上找到；融水的照片，版权归史蒂夫·巴特勒(Steve Butler)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.flickr.com/photos/11665506@N00 上找到。Fig 258 的帆船图片，版权归国际滑浪者公司(Bladerider International)所有并承蒙其提供。Fig 260 大气的插图，版权归 Sebman81 所有，承蒙维基共享资源提供。Fig 263 关于地球上水量的令人印象深刻的计算机图像，版权归杰克·库克(Jack Cook)、亚当·尼曼(Adam Nieman)、伍兹霍尔海洋研究所(Woods Hole Oceanographic Institution)、霍华德·珀尔曼(Howard Perlman)和美国地质调查局(USGS)所有并承蒙其提供；该图像曾在 apod.nasa.gov/apod/ap160911.html 上展示过。Fig 266 风速测量系统的插图，版权归 AQSystems 公司(网址为 www.aqs.se)和 Leosphere 公司(网址为 www.leosphere.fr)所有并承蒙其提供。Fig 267，莱顿弗罗斯特现象的照片，版权归肯吉·洛佩兹-阿尔特(Kenji Lopez-Alt)所有并承蒙其提供，可在 www.seriouseats.com/2010/08/how-to-boil-water-faster-simmer-temperatures.html 上找到。Fig 269 埃特纳火山(Etna)上烟圈的照片，版权归达妮埃拉·什切潘斯基(Daniela Szczepanski)所有并承蒙其提供，可在她的大型网站 www.vulkanarchiv.de 和 www.vulkane.net 找到。Fig 271，滚动液滴的照片，版权归大卫·凯雷(David Quéré)所有并承蒙其提供，取自 iusti.polytech.univ-mrs.fr/~aussillous/marbles.htm。Fig 273 刹车自行车的热成像图，版权归德国勃兰登堡应用技术大学(Fachhochschule Brandenburg/Germany)的克劳斯-彼得·默尔曼(Klaus-Peter Möllmann)和迈克尔·福尔默(Michael Vollmer)所

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

有，承蒙迈克尔·福尔默和弗兰克·皮诺(Frank Pinno)提供。Fig 274 页的图片，版权归国际安全技术协会(ISTA)所有并承蒙其提供。Fig 275 温度计的图片，承蒙维基共享资源、罗恩·马库斯(Ron Marcus)、博朗有限公司(Braun GmbH)、宇宙公司(Universum)、维基共享资源和 Thermodevices 公司提供，版权归其所有。Fig 277 气球的照片，版权归约翰·德容(Johan de Jong)所有，承蒙荷兰气球登记处(网址为 www.dutchballoonregister.nl.ballonregister, nederlands)提供。Fig 278 花粉的图像，来自达特茅斯学院电子显微镜设施，承蒙维基共享资源提供。Fig 282 金的扫描隧道显微镜图片，承蒙西尔维·鲁塞(Sylvie Rousset)提供，版权归法国国家科学研究中心(CNRS)所有。兰克-希尔施(Ranque–Hilsch)涡流管的照片，版权归酷奇普公司(Coolquip)所有并承蒙其提供。Fig 287 的照片和插图，版权归埃内斯托·阿尔特舒勒(Ernesto Altshuler)、克拉罗·诺达(Claro Noda)及其同事所有并承蒙其提供，可在他们的网站 www.complexperiments.net 上找到。路面波纹的照片，承蒙大卫·梅斯(David Mays)提供，取自他的论文 ref 327。Fig 289 振荡子的图片，版权归保罗·乌姆班霍瓦尔(Paul Umbanhowar)所有并承蒙其提供。Fig 290 涡旋球体的插图，版权归卡斯滕·科特(Karsten Kötter)所有并承蒙其提供。Fig 294 的摆分形图，版权归保罗·尼兰德(Paul Nylander)所有并承蒙其提供，可在他的网站 bugman123.com 找到。Fig 297 倾斜平板上的流体流动图片，版权归瓦赫坦格·普特卡拉泽(Vakhtang Putkaradze)所有并承蒙其提供。Fig 298 贝洛索夫-扎博京斯基(Belousov-Zhabotinski)反应的照片，版权归山口大学(Yamaguchi University)所有并承蒙其提供，可在他们的图片库 www.sci.yamaguchi-u.ac.jp/sw/sw2006/上找到。Fig 299 淀粉柱的照片，版权归格哈德·米勒(Gerhard Müller，1940–2002)所有，承蒙英格丽德·赫恩琴(Ingrid Hörnchen)提供。同一的其他照片，版权归拉斐尔·凯斯勒(Raphael Kessler，取自他的网站 www.raphaelk.co.uk)、鲍勃·波拉德(Bob Pohlad，取自他的网站 www.ferrum.edu/bpohlad)和塞德里克·许斯勒(Cédric Hüsler)所有并承蒙其提供。Fig 300，关于雪晶的图表，版权归肯尼斯·利布雷希特(Kenneth Libbrecht)所有并承蒙其提供；可查看他的网站 www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals。Fig 301 一群椋鸟的照片，版权归安德里亚·卡瓦尼亚(Andrea Cavagna)和《今日物理》(Physics Today)所有并承蒙其提供。Fig 303 的字母表表格，版权归马特·贝克(Matt Baker)所有并承蒙其提供，可在他的网站 usefulcharts.com 上找到。Fig 306 破裂的肥皂泡的照片，版权归彼得·维纳罗伊瑟(Peter Wienerroither)所有并承蒙其提供，可在他的网站 homepage.univie.ac.at/Peter.Wienerroither 找到。Fig 307 阳光光束的照片，版权归弗里茨·比耶里(Fritz Bieri)和海因茨·里德尔(Heinz Rieder)所有并承蒙其提供，可在他们的网站 www.beatenbergbilder.ch 找到。Fig 312，版权归丹尼尔·霍金斯(Daniel Hawkins)所有并承蒙其提供。Fig 316 计算尺的照片，版权归约恩·吕特延斯(Jörn Lütjens)所有并承蒙其提供，可在他的网站 www.joernluetjens.de 上找到。Fig 317，自行车的图表，版权归阿伦德·施瓦布(Arend Schwab)所有并承蒙其提供。Fig 322，日晷的照片，版权归斯特凡·皮茨里克(Stefan Pietrzik)所有并承蒙其提供。Fig 325 烟囱的照片，版权归约翰·格拉泽(John Glaser)和弗兰克·西布纳(Frank Siebner)所有并承蒙其提供。Fig 327 风力车的照片，版权归托比亚斯·克劳斯(Tobias Klaus)所有并承蒙其提供。所有插图的版权归克里斯托夫·席勒(Christoph Schiller)所有。如果您认为您的版权未得到正确标注或获取，这并非故意为之；若出现这种情况，请与我联系。

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

姓名索引

译者注:本节严重依赖机翻，且页码指向英文原版。

Aa

阿爱艾安亚敖奥

A

阿茨(Aarts,D.)543
阿伯特(Abbott,EdwinA.)529
阿部(Abe,F.)529
阿布卡里安(Abkarian,M.)547
阿克曼(Ackermann,Rudolph)484
阿达奇(Adachi,S.)543
阿德尔伯格(Adelberger,E.G.)537
阿登纳(Adenauer,Konrad)204
阿修斯(Aetius)99,532
阿尔格伦(Ahlgren,A.)528
阿伦斯(Ahrens,C.Donald)540
艾格勒(Aigler,M.)57
AIP 170
阿克曼(Åkerman,N.)540
阿尔-马苏迪(Al-Masudi)477
阿尔贝蒂(Alberti,L.B)553
阿尔德(Alder,Ken)184,537,560
亚历山大(Alexander,R.McN.)536
亚历山大(Alexander, Robert McNeill)532
爱丽丝(Alice)404
但丁·阿利吉耶里(Alighieri,Dante)173
阿利扎德(Alizad,A.)543
allyhook 296,561
阿尔斯多夫(Alsdorf,D.)540
阿尔西纳(Alsina,Claudi)73
阿尔特舒勒(Altshuler,E.)550
阿尔特舒勒(Altshuler,Ernesto)419,420,562
阿蒙森(Amundsen,Roald)135,536
安(An,K.)546
安德斯(Anders,S.)537
安德森(Anderson,R.)534
安德烈奥蒂(Andreotti,B.)551
安德里安(Andrianne,T.)549
安杰尔(Angell,C.A.)546
阿尼钦(Aniçin,I.V.)539
佚名 45,108,246,330,358,561
AQSystems 376,562
托马斯·阿奎那(Aquinas,Thomas)336,525
阿基米德(Archimedes)
生平 100
阿里斯塔克(Aristarchus of Samos)135,150,533
亚里士多德(Aristotle)48,180,530
生平 40
阿姆斯特朗(Armstrong,J.T.)530
阿伦森(Aronson,JeffK.)555,556
阿尔塞纳(Arseneau,Donald)556
阿蒂加斯(Artigas,M.)545
阿什比(Ashby,M.F.)545
阿什克罗夫特(Ashcroft,Neil)269,561
Ashida,H 524
ASML 352,561
阿斯泰利克斯(Asterix)347
阿田雅文(AtaMasafumi)556
原子球塔(Atomium)351,561
奥(Au,W.W.L.)544
敖丹(Audoin,C.)554
奥格尔(Augel,Barbara)556
奥格尔(Augel,Edgar)556
奥斯卢斯(Ausloos,M.)544
奥西卢斯(Aussillous,P.)547
阿伏伽德罗(Avogadro,Amedeo)
生平 340
阿克塞尔罗德(Axelrod,R.)524
艾尔斯(Ayers,DonaldM.)554
阿约马米蒂斯(Ayiomamitis, Anthony)69,150,179,213,217,505,558
阿兹贝尔(Azbel,M.Ya.)533

Bb

巴班本比博波玻伯布贝拜鲍邦

B

巴比内(Babinet,Jacques)
生平 454
巴布洛扬茨(Babloyantz,A.)551
巴克斯(Baccus,S.A.)526
巴赫(Bach,Michael)18,557
巴舍利耶(Bachelier,Louis)548
拜尔(Baer,KarlErnstvon)159
贝兹(Baez,John)556
巴尼奥利(Bagnoli,Franco)556
巴尔(Bahr,D.B.)543
巴耶(Baille,Jean-Baptistin)537
贝克(Baker,Matt)442,562
巴利巴尔(Balibar,S.)546
荷兰气球登记处(ballonregister,nederlands)562
巴拿赫(Banach,Stefan)57,333
生平 56
巴纳瓦尔(Banavar,J.R.)542
班德勒(Bandler,Richard)241,525
巴伦-纳坦(Bar-Natan,Dror)268,561
巴伯(Barber,B.P.)531
巴贝里尼(Barberini,Francesco)336
巴贝里(Barberi Gnecco,Bruno)556
巴尔博萨(Barbosa,L)148,557
巴伯(Barbour,Julian)528
巴恩斯(Barnes,G.)513
巴罗内(Barone,Éric)209,560
巴特尔(Bartel,Elmar)556
巴斯(Bass,ThomasA.)533
巴斯勒(Bassler,K.E.)550
巴蒂斯塔-莱瓦(Batista-Leyva,A.J.)550
巴蒂(Batty,R.S.)544
夏尔·波德莱尔(Baudelaire,Charles)
生平 18
鲍姆巴赫(Baumbach,T.)541
包蒂斯塔(Bautista,Ferdinand)556
比蒂(Beaty,William)556
贝克尔(Becker,J.)540
比克斯马(Beeksma,Herman)556
贝赫鲁齐(Behroozi,C.H.)527
贝肯斯坦(Bekenstein,Jacob)412
贝尔福(Belfort,François)556
贝拉尔(Bellard,Fabrice)553
贝利齐(Bellizzi,M.J.)536
本卡(Benka,S.)532
本内特(Bennet,C.L.)535

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

本内特-克拉克(Bennet-Clark,H.C.)530
本内特(Bennett,C.H.)550
本特利(Bentley,W.A.)550
本岑贝格(Benzenberg,JohannFriedrich)136
贝伦德森(Berendsen,Marcel)91,559
伯格奎斯特(Bergquist,J.)555
伯曼(Berman,D.H.)544
贝尔纳贝伊(Bernabei,Tullio)558
丹尼尔·伯努利(Bernoulli,Daniel)117,389
生平 361
约翰·伯努利(Bernoulli,Johann)448,508
贝塞尔(Bessel)146
弗里德里希·威廉·贝塞尔(Bessel,FriedrichWilhelm)
生平 150
贝维斯(Bevis,M.)540
贝耶(Beyer,Lothar)556
比勒费尔德(Bielefeldt,H.)546
比耶里(Bieri,Fritz)479,562
比格(Biggar,Mark)556
比尔格(Bilger,H.R.)534
比内(Binet,Jacques)165
国际计量局(BIPM)100
比肖夫(Bischoff,Bernard)554
比祖阿尔(Bizouard,C.)535
Bladerider International 363,562
布莱登(Blagden,Charles)408
布朗(Blanc,Christophe)249,560
布洛克恩(Blocken,B.)549
布洛克恩(Blocken,Bert)381
布卢门萨特(Blumensath,Achim)556
博凯(Bocquet,Lydéric)516,547
波得(Bode,JohannElert)219
波爱修斯(Boethius)474
博古施(Bogusch,Stephan)558
玻尔(Bohr,J.)529
玻尔(Bohr,Jakob)72,558
尼尔斯·玻尔(Bohr,Niels)399
博伦(Bohren,C.F.)545
博伊蒂(Boiti,M.)328,544
博尔特(Bolt,Usain)78
玻尔兹曼(Boltzmann,L.)549
路德维希·玻尔兹曼(Boltzmann,Ludwig)254,403
生平 393
邦贝利(Bombelli,Luca)556
邦纳(Bonner,JohnT.)545
布恩(Boone,Roggie)556
博雷尔(Borel,Emile)406,550
博雷利(Borelli,G.)525
玻恩(Born,Max)337
博世(Bosch)86,558
博斯(Boss,AlanP.)541
布尔巴基(Bourbaki,Nicolas)449
鲍登(Bowden,F.P.)540
鲍尔(Bower,B.)542
布拉肯伯里(Brackenbury,J.)531
布拉肯伯里(Brackenbury,John)91,559
詹姆斯·布拉德雷(Bradley,James)152
生平 152
布拉德斯托克(Bradstock,Roald)489
布拉金斯基(Braginsky,V.B.)538
第谷·布拉赫(Brahe,Tycho)175
生平 175
布拉姆(Brahm,Alcanterde)
生平 449
布兰德斯(Brandes,John)556
勃兰特(Brandt,T.)555
布兰特(Brantjes,R.)504
布拉瑟(Brasser,R.)538
Braun GmbH 387,562
布雷布纳(Brebner,Douglas)556
布伦南(Brennan,Richard)525
布伦纳(Brenner,M.P.)531
布赖特(Bright,William)553
布里渊(Brillouin,L.)549
布里渊(Brillouin,Léon)399
布朗施泰因(Bronshtein,Matvei)8
布鲁克斯(Brooks,Mel)395
布朗(Brown,Don)78
布朗(Brown,J.H.)542
布朗(Brown,Robert)391
布朗宁(Browning,R.C.)543
布鲁斯(Bruce,Tom)556
布鲁纳(Brunner,Esger)532
布拉什(Brush,S.)535
布赫曼(Buchmann,Alfons)556
布卡(Bucka,H.)534
布卡(Bucka,Hans)145
巴克利(Buckley,Michael)525
布德尼(Budney,Ryan)556
布约夫采夫(Bújovtsev,B.B.)524
德国联邦制图和大地测量局(BundesamtfürKartographieundGeodäsie)144,559
邦恩(Bunn,E.F.)552
班扬(Bunyan,Paul)545
让·布里丹(Buridan,Jean)180,537
伯罗斯(Burrows,M.)541
伯罗斯(Burrows,Malcolm)245,560
布尔沙(Burša,Milan)529
布舍(Busche,Detlev)527
布什(Bush,J.W.M.)546
布什(Bush,John)355,561
巴特勒(Butler,Steve)362,562
伯恩施克(Böhncke,Klaus)556

C

盖乌斯·尤利乌斯·恺撒(Caesar,GaiusJulius)376,450
卡乔里(Cajori,Florian)554
考德威尔(Caldwell,R.)531
考德威尔(Caldwell,R.L.)531
卡尔扎迪利亚(Calzadilla,A.)541
坎贝尔(Campbell,D.)550
坎贝尔(Campbell,D.K.)550
卡普斯(Caps,H.)547
卡尔·蔡司(Carl Zeiss)144,559
卡利普(Carlip,Steve)556
托马斯·卡莱尔(Carlyle,Thomas)
生平 123
萨迪·卡诺(Carnot,Sadi)
生平 113
卡尔(Carr,Jim)556
卡罗尔(Carroll,Lewis, or CharlesLutwidgeDogson) 404
勒内·笛卡尔(Cartesius,即 René Descartes)
生平 51
卡萨蒂(Casati,Roberto)531
卡西乌斯·迪奥(Cassius Dio)221
柯西(Cauchy,Augustin-Louis)273
卡瓦尼亚(Cavagna,A)432,562
卡文迪许(Cavendish,H.)537
亨利·卡文迪许(Cavendish,Henry)
生平 184
卡文尼(Caveney,S.)530
卡文尼(Caveney,Stanley)79,558
凯莱(Cayley,Arthur)273
安德斯·摄尔修斯(Celsius,Anders)
生平 408
沙布舒布(Chabchoub,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Amin)323,324,544,557
沙内(Chaineux,J.)554
陈(Chan,M.A.)535
钱德勒(Chandler,DavidG.)525
钱德勒(Chandler,Seth)147
赵(Chao,B.F.)535
查理曼(Charlemagne)449
陈(Chen,S.)93,531
切尔尼(Cherney,Alex)222,560
蔡尔兹(Childs,J.J.)546
乔达斯(Chodas,P.W.)538
乔姆斯基(Chomsky,Noam)528
克里斯特利布(Christlieb,N.)539
克里斯托(Christou,A.A.)538
丘比卡洛(Chubykalo,A.)212,539
丘德诺夫斯基
(Chudnovsky,D.V.)552
丘德诺夫斯基
(Chudnovsky,G.V.)552
克兰西(Clancy,Tom)543
克拉内(Clanet,Christophe)516
克拉克(Clarke,S.)527
鲁道夫·克劳修斯
(Clausius,Rudolph)393
生平 395
克拉韦里亚(Claveria,V.)547
克拉维乌斯
(Clavius,Christophonius)
生平 65
CNAM 142,559
CNES 223
CNRS 401,562
科恩-唐努德日(Cohen-
Tannoudji,G.)549
科恩-唐努德日(Cohen-
Tannoudji,Gilles)399
科拉津加里
(Colazingari,Elena)556
科尔曼-麦吉(Coleman-
McGhee,Jerdome)547
科拉东(Colladon,Daniel)375
柯林斯(Collins,J.J.)525
科明斯(Comins,NeilF.)538
康普顿(Compton,A.H.)534
康普顿(Compton,Arthur)141
康克林(Conkling,J.A.)529
康纳斯(Connors,M.)538
康拉德(Conrad)358
CNAM /
ConservatoireNationaldesArtsetM
étiers 559
孔蒂(Conti,Andrea)556
库克(Cook,Jack)371,562
酷奇普公司(Coolquip)412,562
库珀(Cooper,Heather)537
库珀(Cooper,JohnN.)525
古斯塔夫-加斯帕尔·科里奥利
(Coriolis,Gustave-Gaspard)138
生平 110
康奈尔(Cornell,E.A.)527
科尔努(Cornu,Marie-Alfred)537
科罗维奇(Corovic,Dejan)556
科斯塔贝尔(Costabel,Pierre)336
库斯托(Cousteau,Jacques)368
考克斯(Cox,Trevor)318
科因(Coyne,G.)545
科因(Coyne,George)545
克兰(Crane,H.Richard)534
克雷文(Craven,J.D.)539
克雷斯皮(Crespi,Roberto)556
克罗斯(Cross,R.)489
克罗(Crowe,MichaelJ.)533
克拉奇菲尔德(Crutchfield,J.)550
克里斯特尔(Crystal,David)553
库克(Cuk,M.)538

D

达尔曼(Dahlman,John)556
道尔顿(Dalton,John)391
达内切克(Danecek,Petr)556
丹尼尔斯(Daniels,PeterT.)553
但丁·阿利吉耶里(Dante
Alighieri)173
达里乌斯(Darius,J.)532
达利(Darley,Vincent)557
达雷(Darre,Daniel)556
Dartmouth College Electron
Microscope Facility 392,562
达萨里(Dasari,R.R.)546
戴维哈齐
(Davidhazy,Andrew)40,327,355,5
58,561
达维多维奇(Davidovich,Lev)451
戴维斯(Davis,S.D.)545
德布里(de Bree,Hans Elias)310
迪弗(Deaver,B.S.)555
德汉特(Dehant,V.)535
德梅尔特(Dehmelt,H.)546
德梅尔特(Dehmelt,Hans)545
马克斯·德恩(Dehn,Max)
生平 57
德梅因(Demaine,E.D.)527
德梅因(Demaine,M.L.)527
德姆科(Demko,T.M.)535
德谟克利特(Democritus)339,451
生平 339
德内斯(Denes,Marian)556
勒内·笛卡尔
(Descartes,René)448,487
生平 51
德斯洛格(Desloge,EdwardA.)534
德斯特克(Destexhe,A.)551
德坦普尔(DeTemple,D.W.)553
德国摄影图书馆
(DeutscheFotothek)361,562
德国邮政(DeutschePost)361,562
多伊奇曼
(Deutschmann,Matthias)474
杜德尼(Dewdney,A.)71,529
迪克(Dicke,R.H.)538
迪尔(Diehl,Helmut)60
迪尔(Diel,Helmut)558
迪尔(Diel,Isolde)558
迪茨(Diez,Ulrich)557
迪菲利波(DiFilippo,Frank)556
迪尔(Dill,L.M.)544
迪奥(Dio,Cassius)540
保罗·狄拉克(Dirac,Paul)448
迪尔(Dirr,Ulrich)557
迪塞萨(DiSessa,A.)532
迪克森(Dixon,Bernard)528
迪·伊奥里奥(Di Iorio,G.)246,560
多布拉(Dobra,Ciprian)556
多恩(Doorne,C.W.H.van)551
多尔博洛(Dorbolo,S.)547
多尔博洛(Dorbolo,Stéphane)379
杜阿迪(Douady,S.)550
多尔蒂(Dougherty,R.)528
柯南·道尔
(Doyle,ArthurConan)426
德拉贡(Dragon,Norbert)556
德雷克(Drake,Harry)78
德雷克(Drake,Stillman)529
德兰斯费尔德(Dransfeld,K.)523
德雷布罗德(Dreybrodt,W.)551
杜贝拉(Dubelaar,N.)504
迪布勒尔(Dubrulle,B.)540
德迪利耶(Duillier,N.F.)539
迪蒙(Dumont,J-P)524,532,552
邓肯(Duncan,Dugald)316,561
德本(Durben,D.J.)546
迪里厄(Durieux,M.)548
杜森伯里(Dusenbery,David)531
达顿(Dutton,Z.)527

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

戴森 (Dyson,Freeman)556

E

厄尔斯(Earls,K.)531
厄尔曼(Earman,John)528
埃克哈特(Eckhardt,B.)551
爱丁顿 (Eddington,Arthur)
生平 108
埃德尔曼(Edelmann,H.)539
伊登斯(Edens,Harald)557
爱德华兹(Edwards,B.F.)495
爱因斯坦
(Einstein,Albert)17,197,200,201,256,278,280,392,548
埃克曼 (Ekman,Walfrid)
生平 533
埃勒布雷克,L.(Ellerbreok,L.)544
埃利斯(Ellis,H.C.)370
埃尔斯(Els,Danie)556
埃尔塞维尔(Elsevier,Louis)479
埃尔斯维克(Elswijk,H.B.)546
埃尔斯维克
(Elswijk,HermanB.)556
埃尔萨瑟
(Elsässer,Martin)190,557
EMBO 47
EMBO Journal,Wiley&Sons 93
叶梅林 (Emelin,Sergei)556
爱默生(Emerson,R.W.)318
埃姆斯利 (Emsley,John)549
恩格尔曼,(Engelmann,W.)528
弗里德里希·恩格斯,
(Engels,Friedrich)238
恩格曼,S.(Engemann,S.)546
恩奎斯特,B.J.(Enquist,B.J.)542
恩斯(Enss,Christian)548
厄缶 (Eötvös,R.von)141,538
厄尔多斯 (Erdős,Paul)57
埃里克森(Eriksen,H.K.)530
Erwin Sattler OHG 181,560
埃斯皮里图
(Espiritu,ZachJoseph)143,508,512,556,559
欧几里得(Euclid,orEukleides)35
莱昂哈德·欧拉
(Euler,Leonhard)73,117,147,221,448,533
生平 228
European Molecular Biology Organization)558
埃文斯(Evans,J.)539
埃弗里特(Everitt,C.W.)555
厄缶-瓦什研究小组(Eöt-WashGroup)186,560

F

法比安(Fabian,Werner)557
费尔班克斯(Fairbanks,J.D.)555
法伊斯特(Faisst,H.)551
福尔克(Falk,G.)538
法尔科维奇(Falkovich,G.)547
凡托利(Fantoli,Annibale)545
法里纳蒂(Farinati,Claudio)556
法默(Farmer,J.)550
法伦特(Farrant,Penelope)531
法特米(Fatemi,M.)543
法蒂奥(Fatiode Duillier,N.)218
法伊比申科
(Faybishenko,B.A.)551
法耶勒(Fayeulle,Serge)540
费德(Feder,T.)552
费多索夫(Fedosov,D.A.)547
费尔(Fehr,C.)541
费克特(Fekete,E.)538
费尔德(Feld,M.S.)546
费尔马尼(Fermani,Antonio)556
费马(Fermat,Pierre)262
费尔南德斯-涅韦斯(Fernandez-Nieves,A.)536
费曼(Feynman,RichardP.)523
斐波那契(Fibonacci,L.)451
生平 446
菲格罗亚(Figueroa,D.)541
菲利波夫,T.(Filippov,T.)543
芬克(Fink,Hans-Werner)546
芬克(Fink,M.)544
芬肯泽勒(Finkenzeller,Klaus)556
菲尔皮奇(Firpić,D.K.)539
菲舍尔(Fischer,Ulrike)556
弗拉赫(Flach,S.)550
弗拉赫塞尔(Flachsel,Erwein)524
弗莱彻(Fletcher,NevilleH.)544
弗林特,赖纳(Flindt,Rainer)527
弗利克斯(Foelix,RainerF.)547
福卡斯,A.S.(Fokas,A.S.)329,544
福尔曼,M.(Foreman,M.)528
福斯伯格,B.(Forsberg,B.)540
福尔特斯,L.P.(Fortes,L.P.)540
福斯特,詹姆斯(Foster,James)541
傅科(Foucault,JeanBernardLéon)
生平 140
约瑟夫·傅里叶
(Fourier,Joseph)307
弗兰克(Frank,LouisA.)539
弗兰克(Frank,Philipp)278
本杰明·富兰克林
(Franklin,Benjamin)335
弗雷泽(Fraser,A.B.)545
弗伦奇(French,RobertM.)528
弗伦泽尔(Frenzel,H.)96
菲涅耳(Fresnel,Augustin)304
弗里德曼(Friedman,David)227
弗里德里希·高斯
(FriedrichGauss,Carl)448
弗里奇(Fritsch,G.)544
弗罗芒塔尔(Fromental,J.-M.)547
弗罗施(Frosch,R.)542
弗罗瓦(Frova,Andrea)529
富尔(Full,R.)531
富尔(Full,Robert)91,559
富勒(Fulle,Marco)22,558
富马加利(Fumagalli,G.)532,541
Fundamentalstation Wettzell 559
弗瑞(Furrie,Pat)556

G

加尼昂(Gagnan,Emile)368
伽利略·伽利雷
(Galilei,Galileo)43,69,75,76,135,136,156,183,202,208,210,338,339,479,491,451
生平 34,335
伽罗瓦(Galois,Evariste)273
甘斯(Gans,F.)532
加德纳(Gardner,Martin)487
加勒特(Garrett,A.)532
加斯帕尔(Gaspard,P.)394,549
盖斯·泰森(Gasse Tyson,N.)539
加斯塔尔迪
(Gastaldi,L.)20,57,207,557
高蒂埃(Gauthier,N.)542
格克莱(Gekle,S.)547
格尔布(Gelb,M.)525
格尔鲍姆(Gelbaum,B.R.)528
AURA / Gemini Observatory 166
General Electric 313,561
耿涛(Geng,Tao)264
波茨坦地学研究中心(Geo Forschungs Zentrum Potsdam)189,560
格奥尔基(Georgi,Renate)556
格克马(Gerkema,T.)533
格施温德内尔(Geschwindner, Holger)78
加赫拉马尼(Ghahramani,Z.)541

Ee

厄埃爱伊叶埃恩欧

Ff

法费福凡斐菲芬
福弗傅富

Gg

加伽甘盖耿高格
古戈贡冈

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

加维米-阿拉哈(Ghavimi-Alagha,B.)537
吉斯比尔(Giessibl,F.J.)546
吉利根(Gilligan,James)540
格拉泽(Glaser,John)509,563
格拉申(Glasheen,J.W.)536
格拉斯西(Glassey,Olivier)556
戈尔德(Gold,Tommy)303
戈德佩因(Goldpaint,B.)206,560
戈德里奇(Goldrich,P.)514
戈德斯坦(Goldstein,Herbert)541
戈德斯坦(Goldstein,E.Bruce)525
戈莱斯(Goles,E.)551
戈卢比茨基(Golubitsky,M.)525
贡珀(Gompper,G.)547
冈萨雷斯(González,Antonio)556
古奇(Gooch,Van)46
戈尔迪略(Gordillo,J.M.)547
戈里埃利(Goriely,A.)546
戈斯(Goss,Jonathan)269,561
戈斯蒂奥(Gostiaux,L.)533
格拉布斯基(Grabski,Juliusz)540
格拉科韦茨基(Gracovetsky,S.)123,532
格拉恩(Grahn,Alexander)557
格拉内(Graner,F.)540
格拉夫桑德('sGravesande,W.J.)111,262
格拉夫(Graw,K.-U.)514
格雷(Gray,C.G.)496,541
格雷(Gray,James)531
格雷(Gray,Theodore)471
格林利夫(Greenleaf,J.F.)543
格林赛德(Greenside,Henry)471
格雷戈里奥(Gregorio,Enrico)557
格雷尔(Greier,H-C)220,557
格雷纳(Greiner,Jochen)556
格里马尔迪(Grimaldi,F.)321
格林德(Grinder,John)241,525
格罗嫩迪(Groenendijk,M.)40,558
格罗斯(Gross,R.S.)535
格罗斯曼(Grossmann,A.)544
格鲁伯(Gruber,Werner)533
格伦鲍姆(Grünbaum,B.)542
居里克(Guericke,Ottovon)361
古列米尼(Guglielmini,G. B.)136
吉列恩(Guillén Oterino,A.)91,559
古斯塔夫(Gustav Jacobi,Carl)448
古铁雷斯(Gutierrez,G.)541
古兹维勒(Gutzwiller,M.C.)537
加奇(Gácsi,Zoltán)556
京特(Günther,B.)528

H

汉戴尔(Haandel,M.van)537
哈伯(Haber,John)556
哈根(Hagen,J.G.)534
哈根(Hagen,John)141
海格涅雷(Haigneré,J-P)223
海恩(Hain,Tim)558
哈尔伯格(Halberg,F.)528
黑利(Haley,Stephen)556
哈勒巴赫(Hallerbach,A.)319,561
埃德蒙·哈雷(Halley,Edmund)192
哈利迪(Halliday,David)547
哈利韦尔(Halliwell,J.J.)528
汉密尔顿(Hamilton,D.P.)538
哈密顿(Hamilton,William)448
哈马克(Hammack,J.L.)544
哈默尔(Hammerl,German)561
汉考克(Hancock,M.J.)546
汉基(Hankey,Mike)258,561
哈德卡斯尔(Hardcastle,M.)556
哈代(Hardy,GodfreyH.)
　生平 178
黑尔(Hare,Trent)560
哈里奥特(Harriot,Thomas)448
哈里斯(Harris,S.E.)527
哈里森(Harrison,J.J.)273
哈特(Hart,NathanH.)530
哈特曼(Hartman,W.K.)537
哈沙(Hasha,A.E.)546
豪舍尔(Hausherr,Tilman)556
霍金斯(Hawkins,D.)66,483,484,562
海斯(Hayes,Allan)556
海斯(Hays,J.D.)535
希思(Heath,Thomas)533
赫伯(Heber,U.)539
赫克尔(Heckel,B.R.)537
赫克曼(Heckman,G.)537
赫迪格(Hediger,Heini)529
沃纳·海森堡(Heisenberg,Werner)266,362,399,542
赫尔德(Helden,A.van)537
赫勒(Heller,Carlo)45
赫勒(Heller,E.)543
赫林格(Hellinger,Bert)540
亥姆霍兹(Helmholtz,Hermann von)113
　生平 388
赫尔蒙德(Helmond,Tom)556
海尔蒙特(Helmont,J.B.van)389
亨巴赫(Hembacher,S.)546
亨贝斯特(Henbest,Nigel)537
亨德森(Henderson,D.M.)544
亨德森(Henderson,D.W.)541
亨德森(Henderson,Diane)330,561
亨德森(Henderson,LawrenceJ.)549
亨德森(Henderson,Paula)556
亨森(Henon,M.)540
亨森(Henson,Matthew)496
赫拉克利特(Heraclitus of Ephesus)
　生平 17,27,270
赫伯特(Herbert,Wally)536
赫尔曼(Hermann,Jakob)500
希罗(Heron of Alexandria)374
赫尔曼(Herrmann,F.)493,549
赫尔曼(Herrmann,F.)523,532
赫歇尔(Herschel,William)153
赫兹,H.G.(Hertz,H.G.)532
海因里希·鲁道夫·赫兹 254
(Hertz,Heinrich Rudolf)
　生平 236
赫茨林格(Hertzlinger,Joseph)557
赫斯滕斯(Hestenes,D.)540
霍依曼(Heumann,John)556
休伊特(Hewett,J.A.)537
休伊特(Hewitt,LeslieA.)523
休伊特(Hewitt,PaulG.)523
希耶塔林塔,J.(Hietarinta,J.)544
希耶塔林塔(Hietarinta,J.)317,329,557
Higashi,R. 555
大卫·希尔伯特(Hilbert,David)256,280
希尔根费尔特(Hilgenfeldt,S.)531
希尔曼(Hillman,Chris)556
喜帕恰斯(Hipparchos)146
Hirano,M. 540
Hirota,R. 329,544
海斯(Hise,Jason)90,168,557
海特(Hite,Kevin)557
霍奇斯(Hodges,L.)539
霍奇金(Hodgkin,A.L.)315,543
赫厄(Hoeher,Sebastian)546
霍夫(Hof,B.)551,552
霍夫曼(Hoffman,DonaldD.)26
霍夫曼(Hoffman,Richard)556
霍恩施塔特(Hohenstatt,M.)546
霍尔布鲁克(Holbrook,N.M.)545

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ii
伊英

Jj
贾詹雅耶琼茹积扬朱

Kk
卡柯克康坎基肯库屈

霍兰德(Hollander,E.)547
洪(Hong,F.-L.)555
洪(Hong,J.T.)551
罗伯特·胡克(Hooke, Robert)178,288
生平 176
范登霍恩(Hoorn,L.vanden)544
霍纳尔特(Hoornaert,Jean-Marie)132,559
霍珀(Hopper,ArthurF.)530
贺拉斯 (Horace,全名 Quintus Horatius Flaccus)237
Hosoi,A.E. 546
霍奇纳(Hotchner,AaronE.)541
霍伊尔(Hoyle,R.)483
胡贝尔(Huber,Daniel)556
哈德森(Hudson,R.P.)548
哈金斯(Huggins,E.)507
休斯(Hughes,DavidW.)541
汉弗莱斯(Humphreys,R.)535
汉弗莱斯(Humphreys,W.J.)550
亨克林格(Hunklinger,S.)548
亨特(Hunter,D.J.)530
赫胥黎(Huxley,A.F.)315,543
克里斯蒂安·惠更斯(Huygens,Christiaan)180,304
生平 103
赫恩琴(Hörnchen,Ingrid)562
许斯勒(Hüsler,Cédric)429,562

I

IBM 344
伊本·赫里康(Ibn Khallikan)
生平 477
IFE 360,561
ifm 358
伊夫拉(Ifrah,Georges)553
伊万·伊里奇(Illich,Ivan)470
生平 469
Imae,Y. 531
英布里(Imbrie,J.)535
英根豪斯(Ingenhousz,Jan)391
英格拉姆(Ingram,Jay)544
INMS 45
伊纳嫩(Innanen,K.A.)538
宗教裁判所(Inquisition)336
International Tennis Federation 20,557
IPCC 516
伊里亚特(Iriarte-Díaz,José.)536,171,560
ISTA 384,562
ISVR, University of Southampton 299,311,557
伊万诺夫(Ivanov,Igor)556
伊夫里(Ivry,R.B.)527

J

J.林奇(J.Lynch,Patrick)348
雅可比(Jacobi,Carl)255
积家(Jaeger-Le Coultre)131,559
贾菲(Jaffe),C.Carl)348
雅恩(Jahn,K.)555
雅恩(Jahn,O.)542
亚林克(Jalink,Kim)556
詹姆斯(James,M.C.)539
贾米尔(Jamil,M.)556
雅默(Jammer,M.)537
扬科维奇(Jancovici,B.)539
扬内克(Janek,Jürgen)556
Japan Aerospace Exploration Agency 559
贾维斯(Jarvis,Dave)88,558
贾维(Javi,Karva)91,559
JAXA 142,559
哈罗德(Jeffreys,Harold)145
任(Jen,E.)550
詹宁斯(Jennings,G.M.)545
延森(Jensen,Hans)553
耶稣(Jesus)376
约布(Job,Georg)523
约翰松(Johansson,Mikael)556
约翰·保罗二世(JohnPaulII)337
约翰逊(Johnson,Ben)530
约翰逊(Johnson,Michael)78
约翰逊(Johnson,Samuel)441,469
约翰斯顿(Johnston,K.J.)530
琼斯(Jones,Gareth)550
琼斯(Jones,Quentin David)556
琼斯(Jones,Tony)554
琼斯(Jones,William)448
容(Jong,Johande)390,562
容(Jong,Marcde)556
詹姆斯·焦耳 113,388
(Joule,James Prescott)
生平 388
茹特尔(Joutel,F.)538
茹泽尔(Jouzel,J.)535
茹泽尔(Jouzel,Jean)154,559
JPL 215
朱利安(Julien Brianchon,C.)73
于尔根斯(Jürgens,H.)424,528

K

克佩(Köppe,Thomas)556
卡达诺夫(Kadanoff,L.P.)551
卡尔维乌斯(Kalvius,Georg)523
卡末林(Kamerling Onnes,H.)534
Kamiya,K. 510
坎普(Kamp,T.Vande)541
坎彭(Kampen,N.G.van)549
KanadaYasumasa 553
Kanecko,R. 540
伊曼努尔·康德(Kant,Immanuel)201
坎托(Kantor,Yacov)471
卡皮塔尼亚克(Kapitaniak,T.)540
卡尔(Karl,G.)496,541
卡尔斯塔特(Karstädt,D.)548
Katori,H. 555
Kawagishi,I. 531
基思(Keath,Ed)133,559
基辛(Keesing,R.G.)527,555
凯卢(Kelu,Jonatan)556
肯普(Kemp,David)303
肯普夫(Kempf,Jürgen)527
肯德丁(Kenderdine,M.A.)532
肯德里克(Kendrick,E.)540
肯吉(Kenji Lopez-Alt)377,562
肯纳德(Kennard,EarleHesse)524
约翰内斯·开普勒(Kepler,Johannes)176,178
生平 175
凯斯韦尔(Kerswell,R.)551
凯斯勒(Kessler,Raphael)429,562
基恩士(Keyence)54,558
基恩勒(Kienle,Paul)523
柯比(Kirby,Jack)559
基尔霍夫(Kirchhoff,Gustav)304
基什(Kiss,Joseph)556
基斯特勒(Kistler,S.F.)377,547
北冈明佳(Kitaoka Akiyoshi)16,18,524,557
基夫沙尔(Kivshar,Y.S.)550
克劳斯(Klaus Tschira Foundation)557
克劳斯(Klaus,Tobias)517,563
克莱登(Kleidon,A.)532
克吕格尔(Kluegel,T.)534
克吕格尔(Klügel,T.)534
克吕格尔(Klügel,Thomas)559
科布(Kob,M.)542
Koblenz,Fachhochschule 35,558
科赫(Koch,G.W.)545
库伊曼(Kooijman,J.D.G.)491

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

库曼斯(Koomans,A.A.)546
科尔巴西维茨(Korbasiewicz,Marcin)561
科特韦格(Korteweg,Diederik)316
克兰普(Kramp,Christian)448
克兰普夫(Krampf,Robert)471
克雷尔(Krehl,P.)546
克雷尔(Krehl,Peter)349
克里恩(Krijn,Marcel)556
克里斯蒂安森(Kristiansen,J.R.)530
克里夫琴科夫(Krívchenkov,V.D.)524
克罗特科夫(Krotkow,R.)538
克鲁斯卡尔(Kruskal,M.D.)543
克鲁斯卡尔(Kruskal,Martin)317
克罗利科夫斯基(Królikowski,Jarosław)556
库巴拉(Kubala,Adrian)556
Kudo,S. 531
库马尔(Kumar,K.V.)530
库恩泽(Kunze, Michael)166,195,557,560
库茨(Kurths,Jürgen)538
库津(Kuzin,Pavel)556
克瓦尔(Kvale,E.P.)535
勒勒(Köller,Karl)557
柯尼希(König,Samuel)262
克特勒(Kötter,K.)551
克特勒(Kötter,K.)421,422,562
屈斯特(Küster,Johannes)557
屈斯特纳(Küstner,Friedrich)535
生平 146

L

拉卡伊(La Caille)179
约瑟夫·路易斯·拉格朗日(Lagrange,JosephLouis)或(Lagrangia,GiuseppeLodovico)251,262,448
生平 251
拉朗德(Lalande)179
兰贝克(Lambeck,K.)534
兰伯特(Lambert,S.B.)535
兰开斯特(Lancaster,George)541
列夫·朗道(Landau,Lev)451
兰道尔(Landauer,R.)550
朗(Lang,H.de)550
兰格(Lang,KennethR.)87
兰干根(Langangen,Ø.)530
拉诺特(Lanotte,L.)547
皮埃尔·西蒙·拉普拉斯(Laplace,PierreSimon)196
生平 138
拉森(Larsen,J.)535
Laser Components 115,559
拉斯卡尔(Laskar,J.)538,539
拉斯卡尔(Laskar,Jacques)219
拉韦德尔(Laveder,L.)223,560
拉文达(Lavenda,B.)549
安托万-洛朗·拉瓦锡(Lavoisier,Antoine-Laurent)
生平 102
劳斯(Laws,Kenneth)552
勒萨热(Le Sage,Georges - Louis)218
勒卡尔(Lecar,M.)540
李(Lee,C.W.)552
李(Lee,S.J.)536
莱加(Lega,Joceline)551
勒让德(Legendre,Adrien-Marie)448
莱曼(Lehmann,Inge)146
莱曼(Lehmann,Paul)449,554
戈特弗里德·威廉·莱布尼茨(Leibniz,GottfriedWilhelm)110,178,248,252,255,261,262,448,527
生平 83,438
Leica Geosystems 54,558
莱顿弗罗斯特(Leidenfrost,JohannGottlob)377
莱顿(Leighton,RobertB.)523
莱克克克克(Lekkerkerker,H.)543
勒迈尔(Lemaire,Alexis)447
伦纳德(Lennard,J.)449
伦纳茨(Lennerz,C.)495
莱昂(Leon,J.-P.)328,544
莱昂纳多(Leonardo of Pisa)
生平 446
Leosphere 376,562
勒萨热(Lesage,G.-L.)539
留基伯(Leucippus of Elea)
生平 339
K.洛伊特维勒(Leutwyler,K.)543
勒瓦伦(Lewallen,C.)170,560
勒维耶(Le Verrier,Urbain)196
廖(Liaw,S.S.)551
利布雷希特(Libbrecht,K.)422,431,557,562
利希滕贝格(Lichtenberg,Georg Christoph)
生平 34
利德(Lide,DavidR.)553
林迪泰(LimTeeTai)379,380,557
林(Lim,T.T.)547
林德(Linde,Johan)557
林特尔(Lintel,Harald van)556
利绍尔(Lissauer,J.J.)552
利特-范迪斯(Lith-van Dis, J.van)549
刘(Liu,C.)527
刘(Liu,R.T.)551
略韦拉(Llobera,M.)533
劳埃德(Lloyd,Seth)549
洛克(Lock,S.J.)538
洛克伍德(Lockwood,E.H.)542
奥利弗·洛奇(Lodge,Oliver)
生平 144
洛泽(Lohse,D.)531,547
洛泽(Lohse,Detlef)96,559
隆巴尔迪(Lombardi,Luciano)556
LordV 342,561
约瑟夫·洛施密特(Loschmidt,Joseph)
生平 341
洛特(Lott,M.)552
卢克莱修(Lucretius)339
生平 40
提图斯·卢克莱修·卡鲁斯(Lucretius Carus,Titus)40,339
卢克(Luke,Lucky)347
莱维-勒布隆(Lévy-Leblond,J-M)120,219,523
吕德斯(Lüders,Klaus)524
吕蒂(Lüthi,Thomas)246,560
吕特延斯(Lütjens,Jörn)488,562

M

麦克唐纳(MacDonald,G.J.F.)534
麦克杜格尔(MacDougall,Duncan)533
麦克杜格尔(MacDougalls,Duncan)126
恩斯特·马赫(Mach,Ernst)
生平 103
麦克米伦(Macmillan,R.H.)542
Maekawa,Y. 531
Magariyama,Y. 531
Magono,C. 552
摩诃阇(Mahajan,S.)514
马奥尼(Mahoney,Alan)556
马勒尔(Marl,M.)551
马约尔卡(Maiorca,Enzo)547
马尔达西那(Maldacena,J.)552
马勒伯朗士(Malebranche)262

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

马林(Malin,David)87
马拉特(Mallat,Stéphane)544
马利(Malley,R.)540
曼德博(Mandelbrot,B.)54,333
曼德施塔姆(Mandelstam,S.)541
曼弗雷迪(Manfredi,E.)152
曼哈特(Mannhart,J.)546
马诺格(Manogg,P.)544
马努(Manu,M.)526
马库斯(Marcus,Richard)525
马库斯(Marcus,Ron)387,562
马西(Marcy,Geoffrey)193,560
马略特(Mariotte,Edme)123
马里斯(Maris,H.)546
马克(Mark,Martinvander)409,556
马库斯(Markus,M.)551
马萨利亚(Marsaglia,G.)540
马丁(Martin,A.)542
马蒂纳(Martina,L.)328,544
马托斯(Martos,Antonio)556
马茨(Martz,Paul)334,561
马丁内斯(Martínez,E.)550
马克思(Marx,Groucho)443
马修斯(Matthews,R.)539
毛尔(Mauer,J.)547
莫培督(Moreaude Maupertuis,Pierre Louis)
生平 136
尤利乌斯·罗伯特·迈耶(Mayer, Julius Robert)113
生平 388
马内(Mayné,Fernand)556
迈尔(Mayr,Peter)556
梅斯(Mays,D.C.)551
梅斯(Mays,David)420,562
麦科伊(McCoy,Ray)122,559
麦克尔韦恩(McElwaine,J.N.)551
麦克劳克林(McLaughlin,W.)524
麦克莱恩(McLean,H.)530
麦克马洪(McMahon,T.A.)536
麦克马洪(McMahon,T.A.)545
麦克米伦(McMillen,T.)546
麦克诺特(McNaught,R.)95,559
麦夸里(McQuarry,George)556
梅登巴赫(Medenbach,Olaf)529
Medien Werkstatt 558
梅尔(Meer,D.vander)547
梅亚德(Meijaard,J.P.)491
迈斯特(Meister,M.)526
梅洛(Melo,F.)550
门捷列夫(Mendeleyev,D.I.)108
门德斯(Mendez,S.)547
门多萨(Mendoza,E.)551
莫克斯(Merckx,Eddy)114
默明(Mermin,David)269,561
梅里特(Merrit,John)556
默滕斯(Mertens,K.)551
梅特勒(Mettler-Toledo)108,559
美特利(Mettrie,J.Offreydela)426
米亚基舍夫(Miákishev,G.Ya.)524
米切尔森(Michaelson,P.F.)555
米歇尔(Michel,Stanislav)110
米开朗基罗(Michelangelo)451
米歇尔贝格(Michelberger,Jürgen)88,558
约翰·米歇尔(Michell,John)
生平 184
米歇尔斯(Michels,Barry)541
Micro Crystal 557
Microcrystal 291
Microflown 561
Microflown Technologies 312
米卡埃良(Mikaelyan,R.)206,560
米科拉(Mikkola,S.)538
米科拉(Mikkola,Seppo)196,560
米兰科维奇(Milankovitch,Milutin)
生平 153
米勒(Miller,L.M.)532
米涅耶夫(Mineyev,A.)545
米纳尔特(Minnaert,MarcelG.J.)98
明斯基(Minski,Y.N.)527
米拉贝尔(Mirabel,I.F.)527
米尔施基(Mirsky,S.)489
米塔拉斯(Mitalas,R.)527
米切尔(Mitchell,J.S.B.)527
莫哈扎比(Mohazzabi,P.)539
莫尔(Mole,R.)543
莫尼茨(Monitz,E.J.)532
穆尔(Moore,J.A.)541
莫特尔(Moortel,DirkVande)556
莫雷拉(Moreira,N.)542
莫尔加多(Morgado,E.)528
莫尔加多(Morgado,E.)47,558
莫雷莱(Morlet,J.)544
莫里斯(Morris,S.W.)551
Moscow State Circus 23,558
莫泽(Moser,LukasFabian)556
莫尔德(Mould,Steve)133
莫祖尔基维奇(Mozurkewich,D.)530
Msadler13 433
米勒(Muller,R.A.)543
马利根(Mulligan,J.F.)532
芒克(Munk,W.H.)534
Muramoto,K. 531
Murata,Y. 540
默多克(Murdock,Ron)556
穆雷卡(Mureika,J.R.)540
穆里略(Murillo,Nadia)556
墨菲(Murphy,Robert)448
默里(Murray,C.D.)538
穆斯肯斯(Muskens,O.)543
穆特卡(Mutka,Miles)556
穆因克(Muynck,Wimde)556
毛伊(Måløy,K.J.)550
默尔曼(Möllmann, Klaus-Peter)384, 548,562
米勒(Müller,Frank)55,558
米勒(Müller, Gerhard)428,429,551
生平 562

N

南波(Namba,K.)531
纳穆尼(Namouni,Fathi) 538,556
Nanosurf 345
南森(Nansen,Fridtjof)533
纳皮沃茨基(Napiwotzki,R.)539
NaplesZoo 54,558
拿破仑(Napoleon)196
NASA 45,108,149,215,364,516,559
纳索(Nassau,K.)98
瑙恩贝格(Nauenberg,M.)536
克劳德·纳维(Navier,Claude)
生平 363
内夫里哈(Nebrija,Antoniode)553
李约瑟(Needham,Joseph)541
尼尔森(Nelsen,RogerB.)73
尼尔森(Nelson,A.E.)537
尼尔森(Nelson,Edward)483
诺伊豪泽(Neuhauser,W.)344,545,561
诺伊迈尔(Neumaier,H.)556
诺伊曼(Neumann,D.)192,538
纽康(Newcomb,Simon)197,538
艾萨克·牛顿(Newton, Isaac)48,136,178,458,527
生平 34

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

尼科利斯(Nicolis,Grégoire)549
尼库(Nicoud,F.)547
尼德雷尔(Niederer,U.)279,542
尼曼(Nieman,Adam)371,562
尼普拉施克(Niepraschk,Rolf)557
尼乌波特(Nieuwpoort,F.)556
尼乌斯塔特
(Nieuwstadt,F.T.M.)551
涅韦斯(Nieves,F.J.delas)536
南丁格尔(Nightingale,J.D.)541
尼奇(Nitsch,Herbert)371
诺贝尔(Nobel,P.)545
Noda,Claro 562
埃米·诺特(Noether,Emmy)
生平 280
诺尔特(Nolte,John)526
农尼乌斯(Nonnius,Peter)
生平 65
诺弗利特(Norfleet,W.T.)530
NorthwesternUniversity
50,86,325,558
诺维科夫(Novikov,V.A.)496,541
诺维茨基(Nowitzki,Dirk)78
努涅斯(Nuñes,Pedro)
生平 65
尼兰德(Nylander,Paul)425,562

O

奥基夫(O'Keefe,R.)537
Oase GmbH)227,560
奥伯迪克(Oberdiek,Heiko)556
奥伯奎尔(Oberquell,Brian)556
奥夫纳(Offner,Carl)556
奥弗雷(Offrey de la Mettrie,J.)426
奥格本(Ogburn,P.L.)543
奥利弗(Oliver,B.M.)505
奥姆斯特德(Olmsted,J.M.H.)528
奥尔森(Olsen,K.)529
奥尔韦茨基(Olveczky,B.P.)526
奥斯特鲁姆(Oostrum,P.)556
罗伯特·奥本海默
(Oppenheimer,Robert)253
奥里戈内
(Origone,Simone)209,560
OsakaUniversity 94,559
奥斯本(Osborne,A.R.)544
奥斯曼(Osman,V.)529
Otto-von-Guericke-Gesellschaft
361,562
奥特雷德(Oughtred,William)448

P

佩奇(Page,Don)556
佩奇(Page,Janet)557
帕奥(Pahaut,Serge)556
派斯(Pais,A.)542
帕尔默(Palmer,JohnD.)527
帕诺夫(Panov,V.I.)539
帕帕多普洛斯
(Papadopoulos,J.M.)491
帕普斯(Pappus)100
帕克(Park,David)524
帕克斯(Parkes,MalcolmB.)554
帕克斯(Parks,David)91,556,558
帕利特(Parlett,Beresford)25
巴门尼德
(ParmenidesofElea)17,83
帕斯恰齐奥(Pascazio,S.)556
帕绍塔(Paschotta,R.)303,561
帕西(Pasi,Enrico)556
帕特森(Paterson,AlanL.T.)528
帕特拉斯库(Patrascu,M.)527
保罗(Paul,T.)544
沃尔夫冈·泡利
(Pauli,Wolfgang)500
皮亚诺(Peano,Giuseppe)448
皮里(Peary,Robert)135,496,536
佩奇(Pěč,Karel)529
佩德利(Pedley,T.J.)530
彼得斯(Peeters,Bert)556
佩特根(Peitgen,H-O)424,528
佩卡尔(Pekár,V.)538
佩利扎里(Pelizzari,Umberto)547
彭皮内利(Pempinelli,F.)328,544
佩尔茨(Perc,M.)532
佩雷尔曼
(Perelman,Yakov)324,375,523
佩里尼(Perini,Romano)556
佩尔利科夫斯基
(Perlikowski,Przemyslaw)540
珀尔曼(Perlman,Howard)371,562
让·佩兰(Perrin,Jean)518,548
生平 394
佩西奇(Pesic,Peter)545
彼得斯(Peters,I.R.)547
彼得森(Peterson,Peggy)71,558
佩蒂特(Petit,Jean-Pierre)473
普费弗(Pfeffer,W.T.)543
菲利普斯(Phillips,R.J.)537
菲尼(Phinney,S.)514
PhysicsToday 432,562
皮亚杰(Piaget,Jean)525
奥古斯特·皮卡德
(Piccard,Auguste)
生平 375
皮耶兰斯基(Pieranski,P.)529
皮耶兰斯基(Pieranski,P.)73,558
皮耶茨(Pietrzik,S.)505,558,563
皮克勒(Pikler,Emmi)525
皮科夫斯基
(Pikovsky,Arkady)538
平克(Pinker,Steven)528
平诺(Pinno,Frank)548,562
平佐(Pinzo)160,559
Pix Heaven.net 223
马克斯·普朗克
(Planck,Max)392,398
柏拉图(Plato)435
生平 339
普林尼(Plinius, 全名 Gaius
Plinius Secundus)523
普利松(Plisson,Philip)23,558
普鲁塔克(Plutarchus)242

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Qq

昆凯

Rr

拉里赖理雷罗兰
鲁龙吕卢林

Ss

萨沙莎桑施舍西
绍斯舒申谢苏塞
肖萧辛史席什齐

波尔(Pohl,Robert)524
波尔(Pohl,RobertO.)524
波拉德(Pohlad,Bob)429,562
庞加莱(Poincaré,Henri)156
普安索(Poinsot,Louis)141,165
泊松(Poisson,Siméon-Denis)
生平 188
波尔斯特(Polster,B.)549
庞培(Pompeius,Gnaeus)242
普雷斯顿-托马斯(Preston-Thomas,H.)548
普赖斯(Price,R.H.)106
普里戈任(Prigogine,Ilya)383,428
普里查德(Pritchard,Carol)556
普罗恩萨(Proença,Nuno)556
普罗泰戈拉(Protagoras)457
ProtonMikrotechnik 358
普罗沃(Provo,Neil)156,559
普赖斯(Pryce,RobertM.)536
普日比尔(Przybyl,S.)529
托勒密(Ptolemy)69,262,529
珀维斯(Purves,William)556
普特卡拉泽(Putkaradze,Vakhtang)427,551,562
普特曼(Putterman,S.J.)531
毕达哥拉斯(Pythagoras)318
帕斯勒(Päsler,Max)541
佩雷斯(Pérez-Mercader,J.)528
佩雷斯(Pérez-Penichet,C.)550

Q

昆兰(Quinlan,G.D.)539
凯雷(Quéré,David)381,547,562

R

R.里斯(R.Rees,Ian)167,560
拉茨(Rahtz,Sebastian)556
室利婆沙·拉马努金(Ramanujan,Srinivasa)178
拉莫斯(Ramos,O.)550
兰迪(Randi,James)22
兰克尔(Rankl,Wolfgang)556
罗林斯(Rawlins,D.)536
雷蒙德(Raymond,David)472
雷兴贝格(Rechenberg,Ingo)91,531,559
雷科德(Recorde,Robert)447
生平 447
彼得罗·雷东迪(Redondi,Pietro)34,335,336,556
里斯(Rees,W.G.)523
赖克霍夫(Reichholf,JosefH.)552
赖克尔(Reichl,Linda)548,549
赖默斯(Reimers,D.)539
伦塞勒(Renselle,Doug)556
雷皮施(Reppisch,Michael)556
雷斯尼克(Resnick,Robert)547
理查森(Richardson,LewisFray)
生平 53
里希特迈耶(Richtmyer,Floyd Karker)524
里克伍德(Rickwood,P.C.)529
里德尔(Riedel,A.)541
里德(Rieder,Heinz)479,562
里夫林(Rieflin,E.)531
RiekerElectronics 86,558
里纳尔多(Rinaldo,A.)542
林克(Rincke,K.)523
约亨·林特(Rindt,Jochen)
生平 35
里瓦斯(Rivas,Martin)556
里维拉(Rivera,A.)550
里夫斯特(Rivest,R.L.)527
罗伯逊(Robertson,Will)557
罗宾逊(Robinson,J.M.)526,542
罗比泰尔(Robutel,P.)538
罗杰斯(Rodgers,Tony)26,558
罗丹(Rodin,Auguste)180
罗德里格斯(Rodríguez,L.F.)527
罗尔巴赫(Rohrbach,Klaus)535
罗尔(Roll,P.G.)538
罗默(Romer,R.H.)506
龙佩尔贝格(Rompelberg,F.)381
鲁伊(Rooy,T.L.van)546
罗塞克(Rosek,Mark)560
罗森布卢姆(Rosenblum,M.)538
罗辛(Rossing,ThomasD.)544
Rostock,Universityof 375
罗萨赫(Rothacher,M.)534
鲁塞特(Rousset,Sylvie)562
鲁本(Ruben,Gary)556
鲁多尔夫(Rudolff,C.)447,554
鲁道夫(Rudolph,Peter)556
吕克纳(Rueckner,W.)335,561
鲁加(Ruga,SpuriusCarvilius)442
鲁伊纳(Ruina,A.)491
鲁佩尔(Ruppel,W.)538
拉斯比(Rusby,R.L.)548,550
拉斯比(Rusby,Richard)550
拉塞尔(Russel,J.S.)543
拉塞尔(Russel,Mark)224
罗素(Russell,Bertrand)253
罗素(Russell,JohnScott)
生平 316
鲁索(Russo,Lucio)523
卢瑟福(Rutherford,Ernest)24
RWE 353,561
雷尼耶(Régnier,Gilles)197,560

S

S.R.马杜·拉奥(S.R.Madhu Rao)556
SABAM 351,561
萨德(Sade,Donatiende)237
萨吉安(Saghian,Damoon)556
萨尼亚克(Sagnac,Georges)
生平 141
SanSuuKyi,Aung 541
桑克托里乌斯(Sanctorius)
生平 102
桑兹(Sands,Matthew)523
桑蒂尼(Santini,P.M.)329,544
桑托里奥(SantorioSantorio)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

生平 102
萨拉耶娃(Saráeva,I.M.)524
SattlerOHG,Erwin 560
萨特勒-里克(Sattler-Rick,S.)560
绍尔(Sauer,J.)495
绍尔布鲁赫(Sauerbruch,F.)516
绍佩(Saupe,Dietmar)424,528
萨韦拉(Savela,Markku)267,561
斯卡格尔(Scagell,Robin)210,560
B·席勒(Schiller,Britta)556,557
C.席勒(Schiller,C.)546
克理思多福·席勒
(Schiller,Christoph)274,563
I·席勒(Schiller,Isabella)556
P·席勒(Schiller,Peter)556
S·席勒(Schiller,Stephan)556
席利席廷(Schlichting,H.J.)
499,524
施吕特(Schlüter,W.)534
M.施密特(Schmidt,M.)543
T.施密特(Schmidt,T.)551
K.施密特-尼尔森(Schmidt-
Nielsen,K.)550
J·施耐德(Schneider,Jean)541
M.施耐德(Schneider,M.)534
W·施耐德(Schneider,Wolf)554
舒利(Schooley,J.F.)548
K.U.施赖伯(Schreiber,K.U.)534
U.施赖伯(Schreiber,U.)534
施罗德(Schröder,Ernst)448
舒尔茨(Schultes,H.)96
施瓦布(Schwab,A.L.)491
施瓦布(Schwab,Arend)492,563
施瓦茨(Schwartz,Richard)525
施瓦茨(Schwartz,Robert)137,559
施温克(Schwenk,K.)550
施温克尔(Schwenkel,D.)546
舍恩贝格尔
(Schönenberger,C.)546
舍纳(Schörner,E.)495
Science 154
SciencePhotoLibrary 91
Science/AAAS 559
西姆(Scime,E.E.)495
斯科特(Scott,Jonathan)556
斯克里文(Scriven,L.E.)377,547
肖恩·麦肯(SeanMcCann)160,559
Sebman81 365,562
塞格雷(Segrè,Gino)548
西古尔(Segur,H.)544
塞德尔曼(Seidelmann,P.K.)555
塞茨(Seitz,M.)493
塞特尔斯(Settles,Gary)327,561
苏厄德(Seward,William)553
塞克斯尔(Sexl,Roman)
生平 60
沙克尔顿(Shackleton,N.J.)535
莎士比亚
(Shakespeare,William)22
沙利特(Shalyt-Margolin,A.E.)549
夏皮罗(Shapiro,A.H.)534
夏皮罗(Shapiro,Asher)140
沙玛(Sharma,NatthiL.)532
萧伯纳(Shaw,George Bernard)
字母表 446
谢尔顿(Sheldon,Eric)556
沈安琪(Shen,A.Q.)546
沈(Shen,Amy)351,352,561
盛(Sheng,Z.)546
申克(Shenker,S.H.)552
谢泼德(Shephard,G.C.)542
信城(Shinjo,K.)540
舍罕王(Shirham,King)32
肖特(Short,J.)555
西阿尔特(Siart,Uwe)557
西舍(Siche,Dietmar)343,561
西布纳(Siebner,Frank)509,563
西格尔(Siegel,Lee)491
西拉(Sierra,Bert)556
西格沃思(Sigwarth,J.B.)539
西利特(Sillett,S.C.)545
西尔斯(Sills,K.R.)527
西尔瓦(Silva)35,558
西尔弗曼(Silverman,MarkP.)521,
531,539
西马内克(Simanek,Donald)526
西蒙斯(Simmons,J.A.)544
西蒙(Simon,Julia)556
西蒙(Simon,M.I.)531
西蒙森(Simonson,A.J.)505
西莫森(Simoson,A.J.)540
辛普利修斯(Simplicius)436
辛格(Singh,C.)532
辛格尔顿(Singleton,Douglas)556
西萨·本·达希(Sissa ben Dahir)32
西蒂(Sitti,M.)536
西蒂(Sitti,Metin)170
斯拉伯(Slabber,André)556
斯兰斯基(Slansky,PeterC.)532
斯拉金(Sluckin,T.J.)533
史密斯(Smith,George)554
史密斯(Smith,StevenB.)553
斯莫卢霍夫斯基
(Smoluchowski,M.)392
斯内尔森(Snelson,K.)349,561
苏格拉底(Socrates)435
索卡尔(Sokal,A.D.)495
佐尔德纳(Soldner,J.)538
佐尔德纳(Soldner,Johann)201
索洛马京(Solomatin,Vitaliy)556
索内特(Sonett,C.P.)535
Song,Y.S. 536
索托隆戈-科斯塔(Sotolongo-
Costa,O.)550
斯帕恩斯(Spaans,Piet)358
Speleoresearch & Films/La Venta
58,558
斯彭斯(Spence,J.C.H.)546
斯宾塞(Spencer,R.)527
蜘蛛侠(Spiderman)347
施皮斯(Spiess,H.)292,561
斯皮内利(Spinelli,M.)87,558
斯皮罗普卢(Spiropulu,M.)537

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

SRAM 115,559
斯里达尔(Sreedhar,V.V.)542
斯里尼瓦桑(Sreenivasan,K.P.)547
STMicroelectronics 160,559
施塔拉(Stalla,Wolfgang)346
斯塔纳韦(Stanaway,F.F.)555
斯坦福(Stanford,D.)552
斯塔夏克(Stasiak,A.)529
斯特德曼(Stedman,G.E.)534
斯特凡斯基(Stefanski,A.)540
施泰纳(Steiner,Kurt)547
施滕格尔(Stengel,Ingrid)527
斯蒂芬森(Stephenson,R.)535
斯特恩莱特(Sternlight,D.B.)536
斯图尔(Steur,P.P.M.)548
斯图尔特(Stewart,I.)525
斯图尔特(Stewart,Ian)58
斯图尔特(Stewart,S.T.)538
施蒂贝尔(Stieber,Ralph)559
斯托克斯(Stokes, Georges Gabriel)
生平 363
斯特朗(Stong,C.L.)530
斯托里(Story,Don)556
斯特鲁克(Stroock,A.D.)545
斯特伦克(Strunk,C.)523
斯特伦克(Strunk,William)554
斯特扎尔科(Strzalko,J.)540
施图茨(Stutz,Phil)541
Su,Y. 539
苏霍茨基(Suchocki,John)523
Sugiyama,S. 531
Suhr,S.H. 536
萨姆(Sum,Robert)561
苏普拉诺维茨(Supranowitz,Chris)293,561
苏尔丁(Surdin,Vladimir)556
萨里(Surry,D.)530
萨斯曼(Sussman,G.J.)539
萨顿(Sutton,G.P.)541
斯瓦克哈默(Swackhamer,G.)540
SwatchGroup 557
斯威策(Sweetser,Frank)556
斯文森(Swenson,C.A.)548
斯威夫特(Swift,G.)550
斯温尼(Swinney,H.L.)550
斯沃普(Swope,Martha)552
什切潘斯基(Szczepanski,Daniela)380,562
齐拉特(Szilard,L.)549
齐拉特(Szilard,Leo)399

T

T.施密特(T.Schmidt,Klaus)530
塔贝莱(Taberlet,N.)551
泰伯(Tabor,D.)540
泰米纳(Taimina,D.)541
泰特(Tait,Peter)448
Takamoto,M. 555
塔列朗(Talleyrand)183
塔曼(Tamman,Gustav)345
Tan,G. 529
Tan,R. 529
塔尔科(Tarko,Vlad)556
塔斯基(Tarski,Alfred)333
生平 57
塔尔塔利亚(Tartaglia,Niccolò)451
生平 33
泰勒(Taylor,E.F.)541
泰勒(Taylor,G.J.)537
泰勒(Taylor,JohnR.)555
泰勒(Taylor,Rhys)155,557
Technical University Eindhoven 381
蒂特(Teeter Dobbs,BettyJo)527
特格拉尔(Tegelaar,Paul)556
特勒格迪(Telegdi,V.L.)550
滕内克斯(Tennekes,Henk)38,558
TERRA 169
特茨拉夫(Tetzlaff,Tim)558
泰泽尔(Tezel,Tunc)175,560
塞勒(Thaler,Jon)556
塞翁(Theon)95
泰奥弗拉斯托斯(Theophrastus)40,44
Thermodevices 387,562
英歌·蒂斯(Thies,Ingo)556
ThinktankTrust 108,559
托马斯·阿奎那(ThomasAquinas)336,525
汤姆森(Thomson,W.)546
汤姆森(Thomson-Kelvin)113
汤姆森(Thomson-Kelvin,W.)351
威廉·汤姆森-开尔文(Thomson-Kelvin,William)
生平 388
索恩(Thorn,Christopher)328,561
索罗森(Thoroddsen,S.T.)546
索罗森(Thoroddsen,Sigurdur)351,561
索普(Thorp,EdwardO.)533
图姆(Thum,Martin)362,562
提丢斯(Titius,JohannDaniel)219
蒂策(Titze,I.R.)542
蒂策(Titze,Ingo)542
通齐格(Tonzig,Giovanni)524
托帕拉尔(Toparlar,Y.)549
托珀(Topper,D.)537
托尔格(Torge,Wolfgang)529
托里拆利(Torricelli,E.)95
托舍克(Toschek,P.E.)546
汤森(Townsend,Paul)556
Tracer 35,558
特雷费森(Trefethen,L.M.)534
特雷古博维奇(Tregubovich,A.Ya.)549
特雷沃罗(Trevorrow, A.)556
特鲁斯德尔(Truesdell, C.)547
特鲁斯德尔(Truesdell, C.)34
特鲁斯德尔(Truesdell, C.A.)527
Tsang, W.W. 540
奇肖尔德(Tschichold, J.)554

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

奇拉(Tschira, Klaus)557
Tsuboi, Chuji 529
楚卡诺夫(Tsukanov, A.)23,558
图霍尔斯基(Tucholsky, Kurt)271
图伊恩(Tuijn,C.)489
图因斯特拉(Tuinstra,B.F.)507
图因斯特拉(Tuinstra,F.)507
塔彭(Tuppen,Lawrence)556
特纳(Turner,M.S.)536

U

乌克(Ucke,C.)499
乌克(Ucke,Christian)524
乌菲克(Uffink,J.)549
乌古佐尼(Uguzzoni,Arnaldo)556
乌拉姆(Ulam,Stanislaw)415
厄尔曼(Ullman,B.Louis)554
乌姆班霍瓦尔
(Umbanhowar,P.B.)550
乌姆班霍瓦尔
(Umbanhowar,Paul)421,562
University of Rochester 293,561
Universität Augsburg)344
Universum 387,562
厄普赖特(Upright,Craig)556
USGS 371,562

V

瓦戈维奇(Vagovic,P.)541
万德瓦勒(Vandewalle,N.)547
瓦尼耶(Vanier,J.)554
万诺尼(Vannoni,Paul)556
瓦雷斯基(Vareschi,G.)510
韦莱(Veillet,C.)538
韦利科瑟尔采夫(Velikoseltsev,
A.)534
凡尔纳(Verne, Jules)493,506
韦尼耶(Vernier, Pierre)
生平 65
韦斯特加德·豪(Vestergaard
Hau,L.)527
维克托·彭赛列(Victor
Poncelet,Jean)73
文森特(Vincent,D.E.)537
维戈(Virgo,S.E.)545
维塔利(Vitali,Giuseppe)55
维维亚尼(Viviani,Vincenzo)141
弗拉耶夫(Vlaev,S.J.)212,539
沃格尔(Vogel,Steven)532,551
Voith 352,561
沃林(Volin,Leo)556
福尔默(Vollmer,M.)548
福尔默(Vollmer,Michael)384,562
伏尔泰(Voltaire)221,458
生平 255
沃罗比耶夫(Vorobieff,P.)551
沃斯(Voss,Herbert)556
弗里斯(Vries,Gustav de)316

W

瓦贡(Wagon,Stan)58,528
Wah 217,560
沃尔德(Wald,George)400,549
瓦勒费(Waleffe,F.)551
瓦尔格拉夫(Walgraef,Daniel)551
沃克(Walker,J.)547
沃克(Walker,Jearl)377,524,547
沃克(Walker,John)185,560
沃利斯(Wallis,John)448
瓦尔特(Walter,Henrik)541
沃德(Ward,R.S.)543
瓦尔肯廷(Warkentin,John)557
韦伯(Weber,R.L.)551
韦伯斯特(Webster,Hutton)554
韦丁(Wedin,H.)551
魏格纳(Wegener,Alfred)147,535
韦纳(Wehner,R.)536
韦胡斯(Wehus,I.K.)530
韦尔施塔尔(Weierstall,U.)546
魏尔斯特拉斯
(Weierstrass,Karl)448
韦伊(Weil,André)449
魏斯(Weiss,M.)530
魏斯(Weiss,Martha)556
韦尔斯(Wells,M.)540
韦尔特纳(Weltner,K.)547
韦宁格(Weninger,K.R.)531
韦斯特(West,G.B.)542
韦斯特韦尔(Westerweel,J.)551
韦扬德(Weyand,P.G.)536
外尔(Weyl,Hermann)
生平 49
约翰·惠勒(Wheeler,John)475
惠勒(Wheeler,T.D.)545
怀特(White,E.B.)554
怀特(White,M.)536
惠特尼(Whitney,CharlesA.)87
维德曼(Widmann,Johannes)447
维德默(Widmer-S.,R.)542
维格特(Wiegert,P.A.)538
维内罗伊瑟
(Wienerroither,Peter)476,562
维尔德(Wierda,Gerben)556
维日比茨卡
(Wierzbicka,Anna)528,556
维克(Wijk,Mikevan)556
维基媒体(Wikimedia)
35,45,115,130,218,232,292,296,30
2,308,313,328,330,346,387,558–
562
维基共享资源(Wikimedia
Commons) 559,560
怀尔德(Wilder,J.W.)495
威利(Wiley,Jack)546
威尔克(Wilk,Harry)529
威尔基(Wilkie,Bernard)531
威廉姆斯(Williams,G.E.)535
威利斯(Willis,Eric)296,561
威尔逊(Wilson,B.)544
威尔特郡(Wiltshire,D.L.)534
怀斯曼(Wisdom,J.)539
怀斯(Wise,N.W.)555
路德维希·维特根斯坦

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

(Wittgenstein,Ludwig)16,24,27,48,85,157,238,402,437
维特林格(Wittlinger,M.)536
维特林格(Wittlinger,Matthias)171
沃尔夫(Wolf,G.H.)546
沃尔夫(Wolf,H.)536
沃尔夫斯里德(Wolfsried,Stephan)58,558
沃尔珀特(Wolpert,Lewis)525
Wong,M. 531
Woods Hole Oceanographic Institution 371,562
赖特(Wright,Joseph)557
赖特(Wright,S.)536
乌尔菲拉(Wulfila)445

Y

Yamafuji,K. 546
YamaguchiUniversity 428,562
杨(Yang,C.C.)551
亚岑科(Yatsenko,Dimitri)482
约曼(Yeoman,Donald)215
扬(Young,Andrew)556
扬(Young,JamesA.)531
杨(Young,Thomas)111
沃尔夫冈·尤格雷(Yourgray,Wolfgang)541
汤川秀树(YukawaHideki)451

Z

扎布诺夫(Zabunov,S.)164
扎布斯基(Zabusky,N.J.)543
扎布斯基(Zabusky,Norman)317
扎科内(Zaccone,Rick)557
扎卡里安(Zakharian,A.)535
扎尔姆(Zalm,Peer)556
赞克(Zanker,J.)526
策彻勒(Zecherle,Markus)556
策德勒(Zedler,Michael)556
策(Zeh,Heinz-Dieter)528
曾克特(Zenkert,Arnold)527
芝诺(ZenoofElea)15,17,66,83
郑(Zheng,Q.)546
齐格勒(Ziegler,G.M.)57
齐默尔曼(Zimmermann,H.W.)549
齐默尔曼(Zimmermann,Herbert)399
祖雷克(Zurek,WojciechH.)528
茨维克(Zweck,Josef)533
兹维涅茨基(Zwieniecki,M.A.)545
齐恩(Zürn,W.)542

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

主题索引

译者注:这一节暂时未翻译，页码均为英文原版页码。

Symbols
(, open bracket 448
), closed bracket 448
+, plus 447
−, minus 447
·, multiplied by 448
×, times 448
:, divided by 448
<, is smaller than 448
=, is equal to 447
>, is larger than 448
!, factorial 448
[], measurement unit of 449
∅, empty set 449
=, different from 448
√
, square root of 447
@ , at sign 449
Δ, Laplace operator 448
∩, set intersection 448
∪, set union 448
∈, element of 448
∞, infinity 448
∇, nabla/gradient of 448
⊗, dyadic product 448
⊂, subset of/contained in 448
⊃, superset of/contains 448
⟨ |, bra state vector 448
| ⟩, ket state vector 448
|x|, absolute value 448
∼, similar to 448
A
a
n
448
a_n 448
a (year) 41
abacus 446
aberration 135, 152
abjad 445
abugida 445
Academia del Cimento 77
acausality 239, 240
acceleration 85
angular 118
animal record 169
centrifugal 161
centripetal 161, 179
dangers of 96
due to gravity, table of values 182
effects of 85
highest 96
of continents 490
sensors, table 86
table of values 84
tidal 199
accelerometers 477
photographs of 86
accents
in Greek language 445
accumulation 356
accuracy 437, 459
limits to 460
why limited? 437
Acetabularia 46
Acinonyx jubatus 36
Ackermann steering 484
acoustical thermometry 548
action 248–265, 276
as integral over time 251
definition 251
is effect 252
is not always action 248
measured values 250
measurement unit 252
physical 248
principle 242
principle of least 190
quantum of 399
action, quantum of, $\hbar$
physics and 8
actuator 233
table 233
addition 273
additivity 37, 43, 51, 106
of area and volume 56
adenosine triphosphate 532
aeroplane
flight puzzle 96
speed unit 103
speed, graph of 38
toilet 380
aerostat 375
AFM *see* microscope, atomic force
aggregate
of matter 257
overview 259
table 259
air 516
composition table 516
jet, supersonic 370
pressure 110
resistance 80
Airbus 479
airflow instruments 309
alchemy 34
Aldebaran 87, 261
aleph 445
algebraic surfaces 473
Alice 404
Alpha Centauri 261
alphabet
Cyrillic 445
first 441
Greek 443, 444
Hebrew 445
Latin 441
modern Latin 443
phonemic 445
Runic 445
story of 442
syllabic 445
alphasyllabaries 445
Alps 189

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

weight of the 219
Altair 261
alveoli 347, 368
Amazon 148
Amazon River 321, 379
Amoeba proteus 91
ampere
definition 453
amplitude 289
anagyre 133
analemma 212, 505
angels 21, 99
angle 118
and knuckles 68
in the night sky 487
plane 67
solid 67
angular momentum 117
aspect of state 118
conservation 190
pseudo-vector 162
values, table 118
anharmonicity 315
anholonomic constraints 254
Antares 87, 261
anti-bubbles 379
antigravity 194, 206
device 207
antimatter 106
Antiqua 445
antisymmetry 275
ape
puzzle 163
apex angle 487
aphelion 465
Aphistogoniulus erythrocephalus 91
Apis mellifera 105
apnoea 371–372
apogee 465
Apollo 502
apple
and fall 100
standard 458
trees 458
approximation
continuum 89
Aquarius 213
aqueducts 370
Arabic digit *see* number system, Indian
Arabic number *see* number system, Indian
Arabidopsis 46
Arcturus 261
area
additivity 56
existence of 56, 58
argon 516
Aries 213
Aristarchus of Samos 533
Aristotle 500
arithmetic sequence 477
arm
swinging 122
Armillaria ostoyae 53, 105
arrow of time 48
artefact 92
ash 443
associativity 272
Asterix 125
asteroid 261
difficulty of noticing 205
falling on Earth 205
puzzle 212
Trojan 194
Astrid, an atom 545
astrology 178, 213
astronaut *see* cosmonaut
astronomer
smallest known 192
astronomical unit 220, 466
astronomy
picture of the day 473
at-sign 449
athletics 171
and drag 235
atmosphere 159, 364
angular momentum 118
composition 516
composition table 516
layer table 366, 367
of the Moon 411
atmospheric pressure 465
atom
manipulating single 344
Atomic Age 385
atomic clock 45
atomic force microscope 495
atomic mass unit 463
Atomium 351
atoms
and breaking 338
and Galileo 336
are not indivisible 406
arranging helium 344
explain dislocations 343
explain round crystal reflection 343
explain steps 343
Galileo and 335–338
Greeks thinkers and 339
image of silicon 344
in ferritic steel 351
Lego and 339
photo of levitated 344
ATP 109, 532
atto 455
attraction
types of physical 258
Atwood machine 501
auricola 324
austenitic steels 349
Avogadro's number 341, 376, 461
from the colour of the sky 341
axioms 35
axis
Earth's, motion of 146
Earth's, precession 153
axle
impossibility in living beings 490
B
Babylonians 221, 450
background 26, 27, 49
bacterium 92, 114
badminton smash
record 36, 482
Balaena mysticetus 371
Balaenoptera musculus 105, 320
ball
rotating in mattress 167
balloon
inverted, puzzle 390
puzzle 389
rope puzzle 375
Banach measure 56
Banach–Tarski paradox or theorem 57, 334
banana

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

catching puzzle 120
barycentre 216
baryon number density 467
basal metabolic rate 114
base units 453
Basiliscus basiliscus 169
basilisk 169
bath-tub vortex 140, 534
bathroom scales 158, 347
bce 450
bear
puzzle 63
beauty 18, 415, 423, 424
origin of 415
becquerel 455
beer 379
beer mat 63
beetle
click 169
before the Common Era 450
behaviour 20
belief
collection 22
belief systems 99
bell
resonance 291
vibration patterns 292
Belousov-Zhabotinski
reaction 428
Bernoulli equation 361, 362, 378
Bessel functions 150
Betelgeuse 87, 261
beth 445
bets
how to win 141
bicycle
research 491
riding 100
stability, graph of 492
weight 391
bifurcation 423
billiards 103
bimorphs 233
biographies of
mathematicians 473
biological evolution 418
biology 233
BIPM 453
bird
fastest 36
singing 328
speed, graph of 38
bismuth 41
bit
to entropy conversion 464
black holes 239
block and tackle 30, 31
blood
circulation, physics of 367
dynamic viscosity 367
supply 89
board divers 121
boat 109
sailing 363
Bode's rule 220
body
connected 89
definition 26
extended, existence of 333
extended, non-rigid 244
fluids 367
rigid 243
Bohr magneton 463
Bohr radius 463
Boltzmann constant 390
Boltzmann constant k 399, 461
and heat capacity 394
definition 392, 399
minimum entropy 408
physics and 8
bone
and jumping 338
human 348
book
and physics paradox 438
definition 441
information and entropy 398
boom
sonic, due to supersonic 327
boost 282
bore in river 329
bottle 109, 129
empty rapidly 245
bottom quark
mass 462
boundaries 98
boundary layer 507
planetary 367
bow, record distance 78
brachistochrone 243, 508
braid pattern 428
brain 409
and physics paradox 438
stem 25, 525
brass instruments 309
bread 336, 480
breath
physics of 367
breathings 445
Bronshtein cube 8
Bronze Age 385
brooms 207, 509
brown dwarfs 261
Brownian motion 391, 394
typical path 393
browser 470
bubble
soap 377, 476
soap and molecular size 342
bucket
experiment, Newton's 158
puzzle 19
bullet
speed 36
speed measurement 61, 481
Bunsen burner 386
Bureau International des
Poids et Mesures 453
bushbabies 169
butterfly effect 425
button
future 404
C
c. 450
caesium 41
calculating prodigies 447
calculus
of variation 255
calendar 449, 450
Gregorian 450
Julian 450
modern 450
caliper 54, 65
Callisto 210
calorie 457
Calpodes ethlius 79
camera 66
Cancer 213

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

candela
definition 454
candle 411
in space 520
motion 32
canoeing 170
canon
puzzle 158
Canopus 261
cans of peas 127
cans of ravioli 127
capacity 357
Capella 261
capillary
human 372
Capricornus 213
capture
in universal gravity 215
car
engine 388
on lightbulb 375
parking 65
weight 391
wheel angular momentum 118
carbon dioxide 391
Carlson, Matt 472
Carparachne 92
carriage
south-pointing 244, 509, 541
cars 437
Cartesian 51
cartoon physics, 'laws' of 98
cat 109
falling 120
Cataglyphis fortis 171
catenary 487
caterpillars 79
catholicism 336
causality
of motion 239
cavitation 96, 313
and knuckle cracking 331
cavity resonance 329
CD
angular momentum 118
Cebrennus villosus 90, 91, 531
celestrocentric system 480
Celsius temperature scale 385
Celtic wobble stone 133
cement kiln 491
cementite 350
centi 455
centre of gravity 212
centre of mass 212
centrifugal acceleration 161, 180
centripetal acceleration 161
cerebrospinal fluid 367
Ceres 214
cerussite 58
Cetus 213
CGPM 454
chain
fountain 133
hanging shape 69
challenge
classification 9
chandelier 183
change
and transport 24
measure of 251
measuring 248–265
quantum of, precise value 461
types of 20
chaos 424
and initial conditions 425
in magnetic pendulum 425
chapter sign 449
charge 281
elementary *e*, physics and 8
positron or electron, value of 461
charm quark
mass 462
chaturanga 32
cheetah 36, 84
chemistry 436
chess 32
chest operations 516
child's mass 126
childhood 36, 49
Chimborazo, Mount 189
chocolate 373
does not last forever 333
chocolate bars 333
Chomolungma, Mount 189, 378
circalunar 192
circle packing 487
circular definition
in physics 438
Clay Mathematics Institute 363
click beetles 169
clock 44–48, 110, 183
air pressure powered 110
definition 42
exchange of hands 64
precision 44
puzzle 524
puzzles 64
summary 438
types, table 46
clock puzzles 64
clockwise
rotation 48
closed system 403, 405
cloud
mass of 418
Clunio 192
coastline
infinite 53
length 53
CODATA 555
coffee machines 402
coin
puzzle 62, 205, 346
collision
and acceleration 233
and momentum 110
and motion 99
open issues in 436
comet 192
as water source 370
Halley's 192
mini 215
origin of 214
comic books 347
Commission Internationale des Poids et Mesures 453
compass 244
completeness 43, 51, 106
complexity 398
Compton tube 141
Compton wavelength 463
Compton wheel 141
computer 409
concatenation 272
concave Earth theory 480

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

concepts 437
conditions
initial, definition of 237
conductance quantum 463
Conférence Générale des Poids et Mesures 453, 458
configuration space 77
Conférence Générale des Poids et Mesures 454
conic sections 192
conservation 17, 106, 286
of momentum 108
of work 31
principles 134
constant
gravitational 177
constants
table of astronomical 464
table of basic physical 461
table of cosmological 466
table of derived physical 463
constellations 87, 213
constraints 254
contact 436
and motion 99
container 49
continent
acceleration of 490
motion of 147
continuity 43, 50, 51, 106
equation 231
in symmetry transformations 276
limits of 74
continuum 37
as approximation 89
mechanics 245
physics 354
convection 405
Convention du Mètre 453
conventions
used in text 441
cooking 436
cooperative structures 422
coordinates 51, 75
generalized 254, 256
Copernicus 533
Corallus caninus 387
cords, vocal 307
Coriolis acceleration 138, 139, 496, 534
Coriolis effect 138, 496, 533
and navigation 159–161
and rivers 159
Coriolis force 295
cork 109, 125, 129
corn starch 429, 430
corner film
lower left 25–27
corpuscle 87
corrugation
road 420
corrugations
road 420
corrugations, road 422
cortex 25
cosmological constant 466
cosmonaut 107, 108, 369, 502
space sickness 504
cosmonauts
health issues 204
cosmos 27
coulomb 455
countertenors 331
crackle 490
crackpots 474
cradle
Mariotte 125
Newton 125
Crassula ovata 273
creation 17
of motion 108
crest
of a wave 301
cricket bowl 482
cricket chirping
and temperature 406
crooks 432
cross product 115
crossbow 78
crust
growth of deep sea
manganese 36
crying
sounds of 331
crystal
and straight line 59
class 269
symmetry table 269
cube
Bronshtein 8
physics 8
Rubik's 346
cumulonimbus 322
curiosity 18, 241
curvature 64
curve
of constant width 33
curvimeter 55
cycle 315
limit 423
menstrual 192, 505
cycloid 264, 508
cyclotron frequency 463
Cyrillic alphabet 445
D
∂, partial differential 448
dx 448
daleth 445
damping 234, 289, 301
dancer
angular momentum 118
rotations 79
Davey–Stewartson equation 328
day
length in the past 41
length of 145, 200
mean solar 151
sidereal 151, 464
time unit 455
death 280, 438
and energy consumption 125
conservation and 110
energy and 125
mass change with 126
origin 15
rotation and 116
death sentence 336
deca 455
decay 409
deci 455
deer 25
definition
circular, in physics 438
degree
angle unit 455
Celsius 455
delta function 305
Denier 458
denseness 43, 51

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

derivative 82
definition 82
description 75
accuracy of 437
Desmodium gyrans 46
details
and pleasure 19
determinism 239, 240, 426
deviation
standard, illustration 459
devil 24
Devonian 200
diagram
state space 78
diamond
breaking 347
die throw 239
Diet Coca Cola 379
differential 82
diffraction 301
diffusion 409, 411
digamma 444
digits
Arabic *see* number system, Indian
history of 446
Indian 446
dihedral angles 57
dilations 279
dimensionality 37, 51
dimensionless 463
dimensions 50
number of 304
dinosaurs 205
diptera 159
direction 37
disappearance
of motion 108
dispersion 301
and dimensionality 304
dissection
of volumes 57
dissipative systems 423
distance 52
measurement devices, table 55
values, table 53
distinguish 25
distinguishability 37, 43, 51, 106
distribution 305
Gaussian 459
Gaussian normal 394
normal 459
divergence 188
diving 371
DNA 53, 458
DNA (human) 261
DNA, ripping apart 227
Dolittle
nature as Dr. 255
donate
to this book 10
doublets 276
Dove prisms 531
down quark
mass 462
drag 234
coefficient 234, 437
viscous 235
drift
effect 457
dromion 329
film of motion 329
drop
of rain 235
Drosophila melanogaster 46
duck
swimming 322
wake behind 326
duration
definition 41
Dutch Balloon Register 562
duvet 405
dwarf
stars 261
dwarf planets 214
dx 448
dyadic product 448
dynabee 163
dynamics 189, 226
E
e, natural exponential 448, 468
e.g. 451
ear 50, 53, 303, 340, 542
as atomic force microscope 345
growth 61
human 324
illustration 325
problems 324
wave emission 303
Earth 405
age 41, 465
angular momentum 118
average density 465
axis tilt 153
crust 126
density 185
dissection 58
equatorial radius 465
flat 490
flattened 136, 159
flattening 465
from space 473
gravitational length 464
hollow 60
humming 331
mass 464
mass measurement 184
mass, time variation 205
motion around Sun 152
normal gravity 465
radius 465
rise 219
rotation 135–150, 456
change of 145
rotation data, table 151
rotation speed 145
shadow of 165
shape 188–189, 212
speed 36
speed through the universe 155
stops rotating 189
earthquake 162, 189
and Moon 192
energy 162
information 535
starting 347
triggered by humans 347
eccentricity 194
of Earth's axis 153
echo 303
ecliptic 175
illustration of 222
effort 229
everyday 229
egg
cooking 406
eigenvalue 275
Ekman layer 533

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

elasticity 233
Elea 339
Electric Age 385
electric effects 233
electrodynamics 354
electromagnetism 186
electron *see also* positron
classical radius 463
g-factor 463
magnetic moment 463
mass 462
speed 36
electron charge *see also* positron charge
electron volt
value 464
element of set 37, 43, 51, 106
elephant
and physics 415
sound use 322
elevator
space 224, 345
ellipse 192
as orbit 182
email 470
emergence 426
emission
otoacoustic 303
EMS98 162
Encyclopedia of Earth 474
energy 110, 111, 231, 278
as change per time 111
conservation 187, 190, 281
conservation and time 113
consumption in First World 113
definition 111
flows 108
from action 262
kinetic 110
observer independence 278
of a wave 300
rotational, definition 119
scalar generalization of 278
thermal 388
values, table 112
engine
car 388
enlightenment 201
entropy 357
characteristic in nature 399
definition 395, 398
flow 404
measuring 396
quantum of 399
random motion and 396
specific, value table 397
state of highest 412
to bit conversion 464
values table 397
environment 26
Epargyreus clarus 79, 530
ephemeris time 42
eponym 452
equation
differential 481
Equator
wire 224
equilibrium 402
thermal 402
Eris 214
eros 186
error
example values 436
in measurements 459
random 459
relative 459
systematic 459
total 459
ESA 473
escape velocity 212
Escherichia coli 92
et al. 451
eth 443, 553
ethel 443
ethics 242
Eucalyptus regnans 338
Eucharist 336
Euclidean space 51
Euclidean vector space 35, 37
Euler's polyhedron formula 348
Euler's wobble 147
Europa 210
evaporation 409
evening
lack of quietness of 322
event
definition 41
Everest, Mount 189, 378
everything flows 17
evolution 27
and running 123
and thermodynamics 432
biological 21
cosmic 21
equation, definition 239
Exa 455
exclamation mark 449
exclusion principle 258
exobase 366
exoplanet
discoveries 216
exosphere
details 366
expansion
of gases 384
of the universe 156
expansions 279
Experience Island 16, 22
exponential notation 66
exponents
notation, table 66
extension 352
and waves 291
extrasolar planets 261
eye 25
blinking after guillotine 102
of fish 378
eye motion 50
eyelid 65
F
φx 448
$f(x)$ 448
$f\square(x)$ 448
F. spectabilis 46
F. suspensa 46
F. viridissima 46
faeces 79
Falco peregrinus 36
fall 180
and flight are independent 76
is not vertical 136
is parabolic 77
of light 201
of Moon 180
familiarity 25
family names 451
fantasy
and physics 439

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

farad 455
Faraday's constant 463
farting
for communication 323
fear of formulae 32
Fedorov groups 267
femto 455
Fermi coupling constant 461
Fermi problem 407
Fermilab 66
ferritic steels 349
Fiat Cinquecento 375
fifth
augmented 309
perfect 309
figures
in corners 25
filament 386
film
Hollyoood 333
Hollywood, and action 248
lower left corner 27
fine-structure constant 461, 462
finite 395
fire 386
pump 395
firework 67
fish
eyes of 378
farting 323
flagella 92
flagellar motor 114
flame 407
flame puzzle 161
flatness 60
flattening
of the Earth 136, 159
fleas 169
flies 25
flip film 25, 26
explanation of 75
floor
are not gavitational 226
flow 354, 356
minimum, value table 401
of everything 17
of time 48
fluid
and self-organization 418
ink motion puzzle 413
mechanics 244
motion examples 355
motion know-how 369
fluids
body 367
flute 288
fly
common 186
focal point 489
focus 489
foetus 313
folds, vocal 307
fool's tackle 31
footbow 78
force 118
acting through surfaces 231
central 104
centrifugal 189
definition 104
definition of 228
is momentum flow 228
measurement 228
normal 236
physical 228
use of 227–236
values, table 227
Ford and precision 437
forest 25
forget-me-not 267
formulae
ISO 553
liking them 32
mathematical 473
Forsythia europaea 46
Foucault's pendulum
web cam 141
fountain
chain 133
Heron's 374
water 95
Fourier analysis 292
Fourier decomposition 292
Fourier transformation 326
fourth
augmented 309
perfect 309
fractal
landscapes 334
fractals 54, 83, 333
frame
of refeence 266
Franz Aichinger 556
frass 79
freak wave 323
free fall
speed of 36
frequency 293
values for sound, table 290
friction 109, 110, 234, 402, 404
between planets and the Sun 110
dynamic 234
importance of 402
not due to gravity 226
picture of heat 384
produced by tides 199
static 234, 236
sticking 234
froghopper 84
Froude number 322
fuel consumption 437
full width at half maximum 459
funnel 378, 379
puzzle 378
Futhark 443
Futhorc 443
futhorc 445
future
button 404
fixed 239
remembering 404
fx 448
G
γ, Euler's constant 468
Gaia 424
gait
animal 501
human 123
galaxy
and Sun 153
centre 153
collision 104
rotation 155
size 53
galaxy cluster 260
galaxy group 260
galaxy supercluster 260
Galilean physics 29, 34, 226, 435
highlight 247
in six statements 29

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

research in 435
Galilean satellites 210
Galilean space-time
summary 74
Galilean time
definition 43
limitations 44
Galilean transformations 278
Galilean velocity 35
galvanometer 233
Ganymede 210
gas 389
as particle collection 393
ideal 384
gas constant
ideal 385, 390
gas constant, universal 463
gasoline
dangers of 370
gauge
change 272
symmetry 280, 283
theory 49
Gaussian distribution 394, 459
gearbox
differential 244
gears
in nature 244
Gemini 213
geocentric system 216
geocorona 366
geodesics 236
geoid 188
geological maps 473
geology of rocks 473
geometric sequence 477
geometry
plane 73
geostationary satellites 194
Gerridae 170
geyser 417
ghosts 31, 99
Giant's Causeway 59, 429
giants 338
Gibbs' paradox 283
Giga 455
gimel 445
giraffe 368
glass
and π 61
is not a liquid 345
Global Infrasound Network 325
global warming 323, 405
gluon 462
gnomonics 42
gods
and conservation 134
and energy 111
and freedom 256
and Laplace 196
and motion 525
and Newton 34, 527
and walking on water 170
gold 480
surface atoms 401
golden rule of mechanics 31
golf balls 482
Gondwanaland 147
gorilla test for random numbers 239
Gosper's formula 409
Gothic alphabet 445
Gothic letters 445
GPS 42
grace 23, 122, 430, 525
gradient 187
granular jet 351
gravitation *see also* universal gravitation, 173, 233
and measurement 439
and planets 174–178
as momentum pump 228
Earth acceleration value 182
essence of 218
properties of 182–186
sideways action of 183
summary of universal 225
universal *see* universal gravitation, 177
value of constant 184
gravitational acceleration, standard 84
gravitational constant 177
geocentric 464
heliocentric 465
gravitational constant *G* 461
physics and 8
gravitational field 188
gravitons 219
gravity *see* gravitation
as limit to motion 173
centre of 212
inside matter shells 217
is gravitation 173
lack of 204
wave 295
gray (unit) 455
Greek alphabet 443, 444
greenhouse effect 405
Greenland 41
Gregorian calendar 65, 450
grim reaper 61
group
Abelian, or commutative 273
crystal 269
crystallographic point 269
mathematical 272
growth 21, 246
as self-organization 418
human 36
Gulf Stream 534
guns and the Coriolis effect 139
gymnasts 121
gynaecologist 313
gyroscope 120, 141
laser 144
vibrating Coriolis 159
H
hafnium carbide 386
Hagedorn temperature 386
hair
clip 234
diameter 53
growth 36
halfpipe 264
haltere
and insect navigation 159
Hamilton's principle 248
hammer drills 128
hands of clock 64
hank 458
hard discs
friction in 236
heartbeat 183
heat 233
'creation' 387
engine 388
in everyday life 395
in physics 395

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Hebrew abjad
table 445
Hebrew alphabet 445
hecto 455
helicity
of stairs 48
helicopter 378, 474
helicoseir 348
heliocentric system 216
helium 260, 386, 409
danger of inhaling 318
superfluid 375
helix
in Solar System 154
hemispheres
Magdeburg 361
henry 455
heptagon
in everyday life 512
heresy 336
Hermitean 275
Heron's fountain 374
herpolhode 164, 165
herring
farting 323
hertz 455
heterosphere
details 366
hiccup 431
Higgs mass 462
Himalaya age 41
hips 122
hoax
overview 474
hodograph 77, 179, 210
hole
system or not? 26
through the Earth 221
hole, deep 348
Hollywood
films 333
films and action 248
thriller 255
westerns 531
holonomic 255
holonomic systems 254
holonomic–rheonomic 254
holonomic–scleronomic 254
Homo sapiens 46
homogeneity 43, 51
homomorphism 275
homopause 366
homosphere
details 366
honey bees 105
Hopi 528
horse 114, 228
power 114
speed of 78
horse power 114
hour 455
hourglass puzzle 62
Hubble parameter 467
Hubble space telescope 473
Hudson Bay 41
humour 426
physics 474
Huygens' principle 304
illustration of 304
illustration of consequence 305
hydrofoils 363
Hydroptère 36
hyperbola 192
I
i, imaginary unit 448
i.e. 451
ibid. 451
IBM 561
ice ages 153, 535
iceberg 105
icicles 347
icosane 397
ideal gas 390
ideal gas constant 519
ideal gas relation 390
idem 451
Illacme plenipes 96
illness 367
illusions
of motion 16
optical 473
image 98
definition 26
difference from object 98
imagination
and symmetry 271
impenetrability 106
of matter 34
inclination
of Earth's axis 153
indeterminacy relation 314
of thermodynamics 399
index of refraction 510
Indian numbers 446
individuality 28, 237
induction 281–283
inertia 99
moment of 164, 285
inf. 451
infinite
coastline 53
infinity 37, 43, 51, 106
and motion 17
in physics 83
information 398
erasing of 409
quantum of 399
infrasound 325
infusion 368
initial condition
unfortunate term 240
initial conditions 237
injectivity 275
inner world theory 480
Inquisition 336
insect
breathing 411
navigation 160
speed, graph of 38
water walking 299
instant 34
definition 41
single 17
instant, human 41
insulation power 405
integral
definition 252
integration 56, 251
integration, symbolic 473
interaction 27, 227
symmetry 285
interface
waves on an 294
interference 301
illustration 303
interferometer 141
International Astronomical Union 466
International Earth Rotation Service 456, 535, 537
International Geodesic Union 466

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

International Latitude Service 146, 535
International Phonetic Alphabet 441
internet 470
list of interesting websites 471
interval
musical 309
intonation
equal 309
just 309
well-tempered 309
invariance 106, 272
mirror 284
parity 284
inverse element 272
inversion
at circle 244, 508
spatial 284
invisibility
of loudspeaker 409
of objects 89
Io 200, 210
ionosphere
details 366
shadow of 165
IPA 441
Iron Age 385
irreducible 276
irreversibility 383
of motion 239
irreversible 402
Island, Experience 16
ISO 80000 447
isolated system 405
isomorphism 275
isotomeograph 141
Issus coleoptratus 244
Istiophorus platypterus 36, 372
Isua Belt 41
IUPAC 555
IUPAP 555
J
Jarlskog invariant 461
jerk 85, 237, 490
Jesus 170
joints
cracking 331
Josephson frequency ratio 463
joule 455
juggling 202
record 489
robot 489
jump 169
height of animals 80
long 530
Jupiter 217, 261
angular momentum 118
moons of 221
properties 465
K
k-calculus 478
Kadomtsev–Petviashvili equation 329
Kapitza pendulum 319
Kaye effect 379
kefir 260
kelvin
definition 453
Kepler's laws 176
ketchup
motion 36
kilo 455
kilogram
definition 453
kilotonne 112
kinematics 75, 226
summary 96
kinetic energy 110
Klitzing, von – constant 463
knot 74
knowledge
humorous definition 507
knuckle
angles 68
cracking 331
koppa 444
Korteweg–de Vries equation 307, 317, 329
Kuiper belt 214, 215, 260, 370
Kurdish alphabet 443
Kármán line 364
L
ladder 129
puzzles 70
sliding 129
Lagrange
equations of motion 255
Lagrangian
average 255
examples, table 257
is not unique 255
points in astronomy 502
Lagrangian (function) 251–253
Lake Nyos 391
laminarity 361
languages on Earth 446
Laplace operator 188
laser gyroscopes 144
laser loudspeaker 409
Latin 451
Latin alphabet 441
laughter 426
lawyers 100
laziness
cosmic, principle of 243, 253
of nature 255
lea 458
lead 375
leaf
falling 379
leap day 449
learning 25
best method for 9
mechanics 229
without markers 9
without screens 9
Lebesgue measure 58
lecture scripts 472
leg 183
number record 96
performance 169
Lego 339, 344
legs 31
advantages 168
and plants 31
efficiency of 170
in nature 89
on water 169
vs. wheels 168
Leidenfrost effect 377
length 50, 52, 81, 439
assumptions 56
issues 56
measurement devices, table 55
puzzle 56
scale 411
values, table 53
Leo 213

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

Leptonychotes weddellii 371
letters
origin of 442
Leucanthemum vulgare 246
levitation 194
lex parismoniae 262
Libra 213
libration 191
Lagrangian points 194
lichen growth 36
lidar 375
life
everlasting 110
shortest 41
lifespan
animal 125
lift
for ships 131
into space 345
light 233
deflection near masses 201
fall of 201
mill 233
slow group velocity 527
year 464, 466
light speed
measurement 61
lightbulb
below car 375
temperature 386
lighthouse 36, 71
lightning speed 36
Lilliputians 320
limbic system 526
limit cycle 423
limits
to precision 460
line
straight, in nature 59
Listing's 'law' 167
litre 455
living thing, heaviest 105
living thing, largest 53
lizard 169
ln 2 468
ln 10 468
local time 42
locusts 169
logarithms 176
long jump 78, 530
record 112
Loschmidt's number 341, 376, 435
463
lottery
and temperature 384
rigging 383
loudspeaker
invisible 409
laser-based 409
loudspeaker, invisible 409
love
physics of 186
Love number 151
low-temperature physics 391
luggage 224
lumen 455
lunar calendar 42
Lunokhod 502
lux 455
Lyapounov exponent 424
Lyapunov exponent
largest 432
lymph 367
M
M82, galaxy 84
mach 103
Mach number 159
Mach's principle 103
Machaeropterus deliciosus 290
machine 92
example of high-tech 352
moving giant 353
servants 113
Magdeburg hemispheres 360, 361
magic 474
Magna Graecia 339
magnetic effects 233
magnetic flux quantum 463
magnetic thermometry 548
magnetism 104
magnetization
of rocks 149
magneton, nuclear 464
magnetosphere 366
details 366
magnitude 81, 277
man 255
wise old 255
manakin
club winged 290
many-body problem 194–197,
marble
oil covered 109
marker
bad for learning 9
Mars 456
martensitic steels 349
mass 101, 106, 231, 439
centre of 119, 212
concept of 101
definition 102
definition implies
momentum conservation
104
deflects light 201
gravitational, definition
202
gravitational, puzzle 212
identity of gravitational
and inertial 202–204
inertial 99
inertial, definition 202
inertial, puzzle 212
is conserved 102
measures motion difficulty
101
measures quantity of
matter 102
negative 106, 107
no passive gravitational
203
of children 126
of Earth, time variation
205
point 87
properties, table 106
sensors, table 107
values, table 105
mass ratio
muon–electron 463
neutron–electron 464
neutron–proton 464
proton–electron 463
match
lighting 276
math forum 473
math problems 473
math videos 473
mathematicians 473
mathematics 35
problem of the week 473

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

matrix
adjoint 275
anti-Hermitean 275
anti-unitary 275
antisymmetric 275
complex conjugate 275
Hermitean 275
orthogonal 275
self-adjoint 275
singular 275
skew-symmetric 275
symmetric 275
transposed 275
matter 86, 99
impenetrability of 34
quantity 106
quantity of 102
shell, gravity inside 217
mattress
with rotating steel ball 167
meaning
of curiosity 19
measurability 37, 43, 51, 106
measure 439
measurement
and gravitation 439
comparison 456
definition 37, 453, 456
error definition 459
errors, example values 436
irreversibility 456
meaning 456
process 456
mechanics 243
classical 226
continuum 245
definition 226
fluid 244
learning 229
quantum 226
Medicean satellites 210
medicines 31
Mega 455
megatonne 112
memory 25, 31, 402
menstrual cycle 538
Mentos 379
Mercalli scale 162
Mercury 196
mercury 342
meridian
and metre definition 183
mesopause 366
mesopeak 366
Mesopotamia 441
mesosphere
details 366
metabolic rate 125
metabolic scope, maximal 533
metallurgy
oldest science 436
meteorites 205
meteoroid 261
meteors 325
metre
definition 453
stick 49
metre sticks 438
metricity 37, 43, 51, 106
micro 455
microanemometer 310
microphone 310
microscope 321
atomic force 236, 344, 345, 495
atomic force, in the ear 345
lateral force 236
microwave background
temperature 467
mile 456
military
anemometer 311
sonic boom 326
underwater motion 372
underwater sound 322, 324
useful website 457
milk carton
puzzle 370
Milky Way
age 466
angular momentum 118
mass 466
size 466
milli 455
mind
change 21
minerals 473
minimum
of curve, definition 253
Minion Math font 557
minute 455
definition 466
Mir 223
mirror
cosmic 473
invariance 30, 284
invariance of everyday
motion 284
symmetry 285
mixing matrix
CKM quark 461
PMNS neutrino 461
mogul, ski 319
mol 341
definition 341
from the colour of the sky
341
molar volume 463
molecules 340
moment 42
of inertia 116, 118, 278, 285
of inertia, extrinsic 118
of inertia, intrinsic 118
momentum 102, 108, 231
angular, extrinsic 119, 120
angular, intrinsic 119
as a substance 228
as change per distance 111
as fluid 109
change 228
conservation 108
conservation follows from
mass definition 104
flow is force 228–236
flows 108
from action 262
of a wave 300
total 102
values, table 104
momentum conservation
and force 231
and surface flow 231
momentum flow 231
momentum, angular 119
money
humorous definition 507
monster wave 323
month 449
Moon 190–192
angular momentum 118
atmosphere 411
calculation 180
dangers of 200

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

density 465
density and tides 199
fall of 180
hidden part 191
illusion 69
orbit 192
path around Sun 211
phase 216
properties 465
size illusion 69
size, angular 69
size, apparent 179
weight of 219
moons
limit for 506
observed 260
moped 133
morals 242
morning
quietness of 322
moth 363
motion 27, 438
and change 20
and collision 99
and contact 99
and dimensions 189
and infinity 17
and measurement units 454
Aristotelian view 229
as an illusion 17
as change of state of permanent objects 28
as illusion 17
as opposite of rest 17
based on friction 234
books on, table 21
conditions for its existence 17
creation 108
detector 32
disappearance 108
does not exist 16
drift-balanced 526
everyday, is
mirror-invariant 30
existence of 16
faster than light 404
global descriptions 242–247
harmonic 288
has six properties 29–30, 33
illusions, figures showing 16
in configuration space 424
infinite 439
is and must be predictable 242
is change of position with time 75
is conserved 29
is continuous 29
is due to particles 24
is everywhere 15
is fundamental 15, 33, 454
is important 15
is lazy 30
is mysterious 15
is never inertial 174
is never uniform 173
is part of being human 15
is relative 26, 29
is reversible 30
is simple 264
is transport 24
limits of 439
linear–rotational correspondence table 118
manifestations 16
minimizes action 30
mirror invariance 284
non-Fourier 526
of continents 36, 147
parity invariance 284
passive 22, 234
polar 146
possibly infinite? 31
predictability 435
predictability of 226–247
relative, through snow 156
reversal invariance 30
reversibility 284
simplest 24
stationary fluid 361
turbulent fluid 361
types of 20
unlimited 439
volitional 22
voluntary 234, 238
Motion Mountain 16
aims of book series 7
helping the project 10
supporting the project 10
motor
definition 232
electrostatic 233
linear 233
table 233
type table 233
motor bike 100
mountain
surface 333
moustache 54
movement 22
multiplet 273, 274
multiplication 272
muon
g-factor 463
muon magnetic moment 463
muon mass 462
Musca domestica 46, 84
music 307–310
notes and frequencies 310
search online 474
Myosotis 267
myosotis 266
mystery
of motion 15
N
N. decemspinosa 531
nabla 448
nail puzzle 33
names
of people 451
Nannosquilla decemspinosa 91
nano 455
Nanoarchaeum equitans 260
NASA 456
NASA 473
natural unit 462
nature 27
is lazy 30, 255, 264
Navier–Stokes equations 363
needle on water 379
negative vector 81
neocortex 526
Neptune 213, 217
nerve
signal propagation 315
signal speed 36
Neurospora crassa 46
neutral element 272

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

neutrino 353
masses 462
PMNS mixing matrix 461
neutron
Compton wavelength 464
magnetic moment 464
mass 464
star 260
newspaper 550
Newton
his energy mistake 111
newton 455
Newtonian physics 34, 226
NGC 2240 386
Niagara 426
Niagara Falls 426
nitrogen 374
Noether charge 281
Noether's theorem 280
noise 341, 392, 457
physical 315
shot 340
thermometry 548
nonholonomic constraints 254
nonius 65
norm 81
normal distribution 394
normality 552
North Pole 48, 147, 189
notation 441
scientific 441
nuclear explosions 322
nuclear magneton 464
nuclei 233
nucleon 353
null vector 81
number
Arabic *see* number system, Indian
Indian 446
real 51
Number English 458
number system
Greek 446
Indian 446
Roman 446
numbers
and time 43
necessity of 277
nutation 152
Nyos, Lake 391
O
object 26, 27, 98
definition 40
defintion 26
difference from image 98
immovable 100
invisibility 89
movable 100
summary 438
obliquity 153, 505
oboe 313
observable
definition 28
physical 276
observables
discrete 277
observation
physical 271
sequence and time 40
ocean
angular momentum 118
origin of 370
oceanography 326
octave 309
definition 318
octet 276
odometer 53
ohm 455
oil 109, 377
oil film experiment 334
Olympic year counting 450
Oort cloud 214, 215, 260
op. cit. 451
openness 106
operator 188
Ophiuchus 213
optical radiation
thermometry 548
optics picture of the day 472
optimist 253
orbit
elliptical 177
order 43, 51, 106, 415
appearance examples 418
appearance, mathematics of 423
of tensor 279
table of observed phenomena 415
order appearance examples 415
order parameter 422
orgasm
against hiccup 431
orientation
change needs no background 120
origin
human 15
Orion 87
ornament
Hispano-Arabic 274
orthogonality 81
oscillation 288
damped 289
definition 288
harmonic and anharmonic 289
harmonic or linear 288
oscillons 421
osmosis 233, 409
oxygen 374
bottle 372
ozone layer 366
P
φx 448
π and glasses 61
π and gravity 182
π, circle number 448, 468, 552
paerlite 350
painting puzzle 33
paper
cup puzzle 407
aeroplanes 474
boat contest 375
parabola 69, 77, 182, 192
of safety 95
parachte
and drag 236
parachute
needs friction 234
paradox
about physics books 438
hydrodynamic 360
hydrostatic 360
parallax 135, 150
parallelepiped 116
parenthesis 449
parity
invariance 30, 284
inversion 284

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

parking
car statistics 428
challenge 66
mathematics 483
parallel 65, 483
parsec 464
part
everything is made of 401
of systems 27
particle 87
elementary 353
particle data group 471
parts 85
pascal 455
passim 451
passive motion 238
past
of a system 237
path 75
pattern
braid 428
in corners 25
random 25
Paul trap 344
pea
dissection 58
in can 127
pearls 346
Peaucellier-Lipkin linkage 244, 508
pee
research 428
Peirce's puzzle 63
pencil 95
invention of 34
puzzle 62
pendulum 183
and walking 122
inverse 319
short 496
penguins 122
people names 451
peplosphere 367
perigee 465
perihelion 197, 465
shift 153, 194
period 289
periodic table
with videos 474
permanence 25
of nature 17
permeability
vacuum 463
permittivity
vacuum 463
permutation
symmetry 272
perpetuum mobile 107, 110
first and second kind 110
of the first kind 388
of the second kind 413
Peta 455
phase 289, 293
velocity 293
phase space 27, 238
diagram 77
PhD
enjoying it 430
Philaenus spumarius 84
photoacoustic effect 409, 410
photon
mass 462
number density 467
Physeter macrocephalus 371
physicists 472
physics 15
circular definition in 438
continuum 354
everyday 29
Galilean 29
Galilean, highlight 247
map of 8
outdated definition 22
problems 471
school 523
scourge of 451
physics cube 8
pico 455
piezoelectricity 233
pigeons 122
ping-pong ball 162
pinna 324
Pioneer satellites 84
Pisces 213
Pitot–Prandtl tube 35
Planck constant
value of 461
planet 110
and universal gravitation 174
distance values, table 220
dwarf 214
gas 261
minor 261
orbit periods, Babylonian table 221
planet–Sun friction 110
planetoid 261
planetoids 200, 260
plants
and sound 323
plate tectonics 149
plats
and legs 31
play 22
Pleiades star cluster 175
pleural cavity 359, 516
Pleurotya ruralis 91
plumb-line 59
Pluto 213
pneumothorax 516
point
in space 34, 89
mass 87
mathematical 51
particle 87
point-likeness 89
poisons 30
Poisson equation 188
Polaris 261
polarization 301
polhode 148, 164, 165
pollen 392
pollutants 516
pollution 516
polyhedron formula 348
pool
filled with corn starch and water 430
pop 490
Pororoca 321
Porpoise Cove 41
positions 81
positivity 106
positron charge
specific 463
value of 461
possibility of knots 51
postcard 62
stepping through 481
potassium 315, 411
potential
gravitational 186

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

sources of 188
potential energy 187
power
humorous definition 507
in flows 357
physical 113, 229
sensors, table 115
values, table 114
ppm 516
pralines 373
praying effects 262
precession 153, 165
Earth's axis 153
equinoctial 146
of a pendulum 141
precision 18, 35, 75, 437, 459
limits to 460
measuring it 31
why limited? 437
predictability
of motion 226–247, 435
prefixes 455, 555
SI, table 455
prefixes, SI 455
preprints 470, 471
pressure 231, 340, 389
air, strength of 361
definition 357
measured values 359
puzzle 359
second definition 362
principle
conservation 134
extremal 248
of cosmic laziness 253
of gauge invariance 272
of laziness 243
of least action 136, 190, 243, 253, 254
history of 261
of relativity 272, 478
of the straightest path 236
variational 242, 248, 254
principle of thermodynamics
second 403
prism 531
prize
one million dollar 363
problem
collection 471
many-body 194–197, 435
process
change and action in a 252
in thermodynamics 402
sudden 241
Procyon 261
prodigy
calculating 447
product
dyadic 448
outer 448
vector 115
pronunciation
Erasmian 444
proof 35
propagation
velocity 293
propeller 490
in living beings 89
property
emergent 426
intrinsic 28
invariant 266
permanent 28
protestantism 336
proton
age 41
Compton wavelength 464
g factor 464
gyromagnetic ratio 464
magnetic moment 464
mass 463
specific charge 463
pseudo-scalar 284
pseudo-tensor 284
pseudo-vector 162, 284
PSR 1257+12 261
PSR 1913+16 41
psychokinesis 22
pulley 233
pulsar period 41
pulse 303
circular 305
spherical 305
puzzle
about clocks 64
ape 163
bear 63
bucket 19
coin 62, 205
five litre 62
flame 161
hourglass 62
knot 74
length 56
liquid container 370
milk carton 370
nail 33
painting 33
reel 19
snail and horse 63
sphere 206
sunrise 324
train 92
turtle 285
pyramid 116
Pythagoras' theorem 67
Q
Q-factor 289
qoppa 444
quanta
smallest 339
quanti, piccolissimi 335–337
quantity
conserved 17
extensive 108, 354
extensive, table 356
necessity in nature 277
quantum
of entropy 399
of information 399
Quantum Age 385
quantum mechanics 226
quantum of action
precise value 461
quantum of circulation 463
quantum theory 26, 337
quark
mixing matrix 461
quartets 276
quartz 291
oscillator film 291
quasar 260
quasi-satellite 204
quietness
of mornings 322
quint
false 309
Quito 140
quotations
mathematical 474
R
R-complex 525

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

radian 67, 454
radiation 27, 99, 405
as physical system 26
thermometry 548
radio speed 36
rain drops 79, 235
rain speed 36
rainbow 278
randomness 239
rank
of tensor 279
Ranque–Hilsch vortex tube 412
ratio between the electron magnetic moment and the Bohr magneton 436
rattleback 133
ravioli 127
ray form 216
reactance
inertive 309
reaper, grim 61
recognition 25
record
human running speed 78
vinyl 293
reducible 276
reed instruments 309
reel
puzzle 19
reflection
of waves 300
refraction 263, 301
and minimum time 263
and sound 322
illustration 321
refractive index 263
Regulus 261
relation
among nature's parts 27
indeterminacy 314
relativity 243
and ships 156
challenges 158
Galilean 157
Galilean, summary 172
Galileo's principle of 157
of rotation 158
principle 478
reluctance
to rotation 116
representation 275
definition 275
faithful 275
of observable 279
unitary 275
reproducibility 270
reproduction 15
repulsion
types of physical 258
research
in classical mechanics 435
resolution
of measurements is finite 29
resonance 291–293
definition 291
direct 318
parametric 319
rest
as opposite of motion 17
Galilean 82
is relative 157
Reuleaux curves 478
reversibility 383
of everyday motion 284
of motion 239
reversible 402
Reynolds number
definition 430
Rhine 379
rhythmites, tidal 535
Richter magnitude 162
riddle 16
Riemann integral 510
Rigel 261
right-hand rule 115
ring
planetary 506
ring laser 534
rings
astronomical, and tides 198
ripple
water 299
road
corrguated or washboard 422
corrugations 420
Roadrunner 347
robot 349, 541
juggling 489
walking 264
walking on water 170
walking or running 170
Roche limit 506
rock
magnetization 149
self-organization 429
rocket
launch site puzzle 158
rocket motor 233
rogue wave 323
roll
speed 32
roller coasters 224
rolling 121
motion 91
puzzle 33
wheels 121
rope
around Earth 482
geometry of 72
motion of hanging 430
rosette groups 267
Rossby radius 159
Roswell incident 322
rotation
absolute or relative 158
and arms 158
as vector 120
cat 120
change of Earth 145
clockwise 48
frequency values, table 117
in dance 79
of the Earth 135–150, 456
rate 116
reluctance 116
sense in athletic stadia 48
snake 121
speed 116
tethered 89, 90, 168
roulette and Galilean mechanics 127
Rubik's cube 346
rugby 111
rum 410
Runge–Lenz vector 500
Runic script 443
running
backwards 405
human 123
on water 536

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

reduces weight 209
Rutherford, Ernest 24
Rydberg constant 436, 463
S
Sagarmatha, Mount 189, 378
Sagittarius 153, 213
Sagnac effect 142, 498
sailfish 36, 372
sailing 109
and flow 363
Salmonella 92
sampi 444
san 444
sand 420
Cuban 421
granular jets in 352
self-organization 419
singing 420
table of patterns in 420
Saraeva 524
Sarcoman robot 489
satellite
artificial 88
definition 88
geostationary 163
limit 506
of the Earth 204
satellites 215
observable artificial 473
Saturn 198, 215
saucer
flying 322
scalar 81, 270, 277
true 284
scalar product 51, 81
scale invariance 338
scales
bathroom 158, 347
scaling
'law' 44
allometric 37
school physics 523
science
main result 400
time line 19
scientist
time line 19
Scorpius 213
scourge
of physics 451
screw
and friction 234
in nature 244
scripts
complex 445
scuba diving 368
sea 297
seal
Weddell 371
season 175
second 455
definition 453, 466
Sedna 214
seiche 300
selenite 58
self-adjoint 275
self-organization 246, 415–434
self-similarity 54
sensor
acoustic vector 310
sequence 43, 51, 106
Sequoiadendron giganteum 105
serpent bearer 213
Serpentarius 213
servant
machines 113
set
connected 83
sexism in physics 339
sextant 537
SF_6 318
sha 444
shadow
and attraction of bodies 218
book about 531
Earth, during lunar eclipse 179
motion 98
of ionosphere 165
of sundials 48
of the Earth 165
shadows 98
shampoo, jumping 379
shape 51, 87
and atoms 352
deformation and motion 90
of the Earth 212
sharp s 443
Shaw, George Bernard
alphabet of 446
sheep
Greek 444
shell
gravity inside matter 217
Shell study 532
shift
perihelion 153
ship 105
and relativity 157
critical speed 322
leaving river 373
lift 131
mass of 131
pulling riddle 375
speed limit 322
wake behind 326
shit 530
shock wave
in supersonic motion 326, 327
shoe size 457
shoelaces 50, 402
shore birds 536
shortest measured time 41
shot
noise 340
small lead 375
shoulders 122
shutter 66
shutter time 67
SI
prefixes 458
table of 455
units 453, 461
SI prefixes
infinite number 458
SI units
definition 453
prefixes 455
supplementary 454
siemens 455
sievert 455
signal
decomposition in harmonic components 292
types, table 306
Simon, Julia 530
sine curve 288
singing 307
singlets 276

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

singular 275
sink vortex 534
siren 320
Sirius 87, 261
size 49
skateboarding 264
ski moguls 319, 420
skin 89
skipper 79
fluctuations 545
colour and molecule
counting 341
moving 146
nature of 125
slide rule 487, 488
slingshot effect 210
Sloan Digital Sky Survey 473
smallest experimentally
probed distance 66
smartphone
bad for learning 9
smiley 449
smoke 393
ring picture 380
snake
rotation 121
snap 490
snorkeling
dangers of 515
snowflake 550
self-organization film 422
speed 36
snowflakes 550
soap
bubble bursting 31
bubbles 377
bubbles and atoms 342
soccer ball 92
sodar 375
sodium 315, 385, 411, 527
solar data 473
Solar System 260
angular momentum 118
as helix 154
formation 146
future of 219
motion 153
small bodies in 261
Solar System simulator 473
solitary wave
definition 316
in sand 420
soliton 300, 317
film 317
solitons 316
sonar 328
sonic boom 326
sonoluminescence 96
soprano
male 331
soul 126
sound 294
channel 322
frequency table 290
in Earth 331
in plants 323
intensity table 311
measurement of 310–311
none in the high
atmosphere 364
speed 36
threshold 311
source term 188
South Pole 188
south-pointing carriage 244
space 438
absolute 141
absoluteness of 51
as container 52
definition 49
elevator 224, 345
empty 188, 301
Euclidean 51
Galilean 51
is necessary 51
lift 345
physical 49
point 89
properties, table 51
relative or absolute 52
sickness 504
white 449
Space Station
International 216
Space Station, International
204
space travel 161
space-time 27
Galilean, summary 74
relative or absolute 52
space-time diagram 77
Spanish burton 31
spatial inversion 279
special relativity before the
age of four 271
specific mechanical energy
489
spectrum
photoacoustic 410
speed 82
critical ship 322
infinite 439
limit 440
lowest 31
of light *c*
physics and 8
of light at Sun centre 36
values, table 36
speed of sound 103, 145
speed record
human running 78
under water 372
speed, highest 36
sperm
motion 36
sphere
puzzle 206
swirled, self-organized 421
Spica 261
spider
jumping 370
leg motion 370
rolling 90
water walking 170
spin
group 266
spinal engine 123
spine
human 348
spinning top
angular momentum 118
spinors 277
spiral
logarithmic 511
spirituality 241
Spirograph Nebula 506
split personality 240
sponsor
this book 10
spoon 133
sport
and drag 235
spring 288

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

constant 288
spring tides 199
sprint
training 171
squark 556
St. Louis arch 487
stadia 48
stainless steel 350
staircase
formula 170
stairs 48
stalactites 347, 427
stalagmites 36
standard apple 458
standard clock 210
standard deviation 437, 459
illustration 459
standard kilogram 101, 131
standard pitch 290
standing wave 303
star
age 41
dark 261
twinkle 88
twinkling 88
star classes 261
starch
self-organization 429
stargazers 473
stars 87, 261
state 27, 28
allows to distinguish 28
definition 28
in flows 356
initial 237
of a mass point, complete 237
of a system 237
of motion 27
physical 27
state space 78
states 438
stationary 253
statistical mechanics 246
statistical physics
definition 383
steel 349
stainless 350
types table 350
Stefan–Boltzmann black body radiation constant 464
Steiner's parallel axis theorem 118
steradian 67, 454
stick
metre 49
stigma 444
Stirling's formula 409
stone
falling into water 299
skipping 374
stones 24, 40, 76, 80, 87, 109, 133, 136, 176, 178, 179, 182, 207, 210, 221, 304, 324, 402
straight
lines in nature 59
straight line
drawing with a compass 244
straightness 50, 59, 60, 64
strange quark
mass 462
stratopause 366
stratosphere
details 366
stream
dorsal 29
ventral 29
streets 500
strong coupling constant 461
structure
highest human-built 53
stuff
in flows 354
subgroup 273
submarines 322
subscripts 445
Sun 105, 110, 217, 261
angular momentum 118
density and tides 199
stopping 347
will rise tomorrow 189
Sun size, angular 69
Sun's age 465
Sun's lower photospheric pressure 466
Sun's luminosity 465
Sun's mass 465
Sun's surface gravity 466
Sun–planet friction 110
sunbeams 479
sundial 45, 505, 527
story of 48
sundials 42
sunrise
puzzle 324
superboom 326
supercavitation 372
superfluidity 375
supergiants 261
superlubrication 234
supermarket 48
supernovae 96
superposition 301
support
this book 10
surface
area 50
surface tension 235
dangers of 372
wave 295
surfing 321
surjectivity 275
surprises 281
in nature 241
swan
wake behind 326
swarms 433
self-organization in
starling 432
swell 297
swimming
olympic 322
swimming speed
underwater 372
swing 318
Swiss cheese 333
switching
off the lights 305
syllabary 445
symbols
mathematical 447
other 447
symmetry 272
and talking 270
classification, table 267
colour 266
comparison table 277
crystal, full list 269
discrete 272, 284
external 272
geometric 266
internal 272

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

low 266
mirror 285
of interactions 285
of Lagrangian 279
of wave 285
parity 284
permutation 272
scale 266
summary on 286
types in nature 281–283
wallpaper, full list 268
symmetry operations 272
Système International d'Unités (SI) 453
system
conservative 187, 234, 254
definition 28
dissipative 234, 236, 254
extended 291
geocentric 216
heliocentric 216
motion in simple 426
physical 26
positional number 446
writing 445
system, isolated 405
T
Talitrus saltator 46
talking
and symmetry 270
tantalum 41
tau mass 462
Taurus 213
tax collection 453
teaching
best method for 9
teapot 376
technology 446
tectonics 149
plate 535
tectonism 192
teeth growth 418
telekinesis 262
telephone speed 36
teleportation
impossibility of 109
telescope 321
television 25
temperature 357, 384, 385
absolute 385
and cricket chirping 406
granular 427
introduction 383
lowest 385
lowest in universe 385
measured values table 385
negative 385, 413
scale 548
tensegrity
example of 349
structures 348
tensor 277, 278
and rotation 282
definition 278
moment of inertia 285
order of 279
product 448
rank 279
rank of 278, 279
web sites 542
Tera 455
tesla 455
testicle 530
testimony 530
tether 89
tetrahedron 65, 116
Theophrastus 40, 44
theorem
Noether's 280
thermoacoustic engines 412
thermodynamic degree of freedom 394
thermodynamics 354, 383, 389
first law 113
first principle 388
indeterminacy relation of 399
second law 113
second principle 403
second principle of 409
third principle 385
third principle of 400
thermometer 387
thermometry 548
thermopause 366
thermosphere
details 366
thermostatics 389
third, major 309
thorn 443, 553
thought
processes 434
thriller 255
throw
and motion 24
record 53
throwing
importance of 24
speed record 36, 64
thumb 69
tide
and Coriolis effect 139
and friction 199
and hatching insects 192
as wave 296
importance of 197
once or twice per day 224
slowing Moon 191, 535
spring 192
time 438, 439
coordinate, universal 42
absolute 43
absoluteness of 43
arrow of 48
deduced from clocks 42
deduction 42
definition 41
definition of 281
flow of 48–49
interval 43
is absolute 43
is necessary 43
is unique 43
measured with real numbers 43
measurement, ideal 44
proper 42
properties, table 43
relative or absolute 52
reversal 48, 284
translation 279
travel, difficulty of 156
values, table 41
time-bandwidth product 314
Titius's rule 220
TNT energy content 464
Tocharian 530
tog 405
toilet
aeroplane 380
research 428
tokamak 386
tonne, or ton 455

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

top quark
mass 462
topology 51
torque 118
touch 98
tower
leaning, in Pisa 76
toys
physical 473
train 105
motion puzzle 158
puzzle 92
trajectory 75
transformation
of matter and bodies 20
of motion in engines 109
symmetry 272
translation invariance 43, 51
transport 20
and change 24
is motion 24
transubstantiation 336
travel
space, and health 161
tree 458
family, of physical concepts 27
growth 36
height, limits to 338
leaves and Earth rotation 145
pumping of water in 545
strength 338
triangle
geometry 73
triboscopes 236
Trigonopterus oblongus 244
tripod 233
tritone 309
Trojan asteroids 194, 319
tropical year 464
tropopause 367
troposphere
details 367
truth 336
tsunami 299
tuft 546
tumbleweed 90
tunnel
through the Earth 221
turbopause 366
turbulence 362, 426
in pipes 430
is not yet understood 436
Turkish mathematics 443
turtle
puzzle 285
twinkle
of stars 88
typeface
italic 441
Tyrannosaurus rex 169
U
U(1) 512
udeko 455
Udekta 455
UFOs 322
ultracentrifuges 209
ultrasound
imaging 290, 311, 313
motor 233
umbrella 79
unboundedness 37, 43, 51, 106, 276
uncertainty
relation in thermodynamics 399
relative 459
total 459
underwater
sound 322, 324
speed records 372
swimming 372
wings 363
Unicode 446
unicycle 99, 350
uniqueness 43, 51
unit 405
astronomical 464
natural 462
unitary 275
units 51, 453
non-SI 456
provincial 456
SI, definition 453
universal gravitation 177
origin of name 180
universal time coordinate 457
universality of gravity 195
universe 27, 238
accumulated change 264
angular momentum 118
description by universal gravitation 211
two-dimensional 71
unpredictability
practical 239
up quark
mass 462
urination
time for 379
URL 470
UTC 42
V
vacuum
human exposure to 161
impedance 463
permeability 463
permittivity 463
variability 25
variance 459
variation 27
Varuna 260
vases, communicating 359
vector 278
axial 284
definition 80
polar 284
product 115
space 81
space, Euclidean 81
Vega 261
at the North pole 146
velars 444
velocimeters 477
velocity 35, 82, 439
angular 116, 118
as derivative 83
escape 212
first cosmic 212
Galilean 35
in space 37
is not Galilean 37
measurement devices, table 39
of birds 37
phase 293
propagation 293
proper 36
properties, table 37
second cosmic 212
third cosmic 212
values, table 36

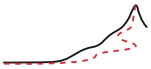
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

wave 293
vena cava 367
vendeko 455
Vendekta 455
ventomobil 517
Venturi gauge 362
Venus 217
vernier 65
vessels, communicating 359
video
bad for learning 9
recorder, dream 404
videos 25
Vietnam 224
viewpoint-independence 270
viewpoints 266
vinyl record 293
Virgo 213
vis viva 110
viscosity
dynamic 341, 430
kinematic 430, 519
voice
human 307
void 339
volcanoes 535
volt 455
volume 57
additivity 56
assumptions 58
vomit comet 503
vortex
at wing end 363
in bathtub or sink 534
in fluids 382
in the sea 382
ring film 380
ring leapfrogging 379
rings 379
tube 412
Vulcan 197
Vulcanoids 261
W
W boson
mass 462
wafer
consecrated 344
silicon 344
wake 297
angle 326, 327
behind ship or swan 326, 328
walking
and friction 402
and pendulum 122
angular momentum 118
human 122
maximum animal speed 501
on water 169, 300
robots 264
speed 183
wallpaper groups 268
washboard roads 422
water 545
dead 294
origin of oceans 370
patterns in 427
ripple 299
speed records under 372
strider 170
tap 426
triple point 385
walking on 169, 300
walking robot 170
water wave 295, 329
formation of deep 295
group velocity of 322
photographs of types 296
solitary 316
spectrum, table 297
thermal capillary 321
types and properties 298
watt 455
wave 291
capillary 299
circular 305, 307
cnoidal 329
crest 323
deep water 295
dispersion, films 299
emission 303
energy 300
freak 323
gravity water 295–300
group 303
harmonic 293
highest sea 320
in deep water 327
infra-gravity 296
internal 300
linear 293, 307
long water 295
long-period 296
longitudinal 294
momentum 300
monster 323
motion 300
plane 307
pulse 303
reflection 300
rogue 323
sea, energy 326
secondary 304
shallow 298
shallow water 295
shock 326
short water 295
sine 293
solitary 316
solitary, in sand 420
speed
measured values, table 294
spherical 305, 307
standing 303, 307
summary 331
surface tension 295–300
symmetry 285
thermal capillary 321
trans-tidal 296
transverse 294
ultra-gravity 296
velocity 293
water *see* water wave, 295, 329
wave equation
definition 305
wave motion
six main properties and effects 302
wavelength 293, 301
wavelet transformation 326
waw 444
weak mixing angle 461
weather 159, 431
unpredictability of 239
web
largest spider 53
list of interesting sites 471
world-wide 470
web cam
Foucault's pendulum 141
weber 455

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net

week 450
days, order of 221
Weib 530
weight 202, 228
of the Moon 219
weightlessness
effects on cosmonauts 204
weightlessness, feeling of 504
weko 455
Wekta 455
whale
blue 320
constellation 213
ears 324
sounds 322
sperm 371
wheel
axle, effect of 490
biggest ever 92
in bacteria 92
in living beings 89–92
rolling 121
ultimate 23, 558
vs. leg 168
whelps 329
whip
cracking 349
speed of 36
whirl 154
white colour
does not last 403
Wien's displacement constant 464
wife 530
Wikimedia 562
will, free 241–242
wind generator
angular momentum 118
wind resistance 234
wine 336
arcs 428
bottle 109, 129
puzzle 62
wing
and flow 363
underwater 363
Wirbelrohr 412
wire
at Equator 224
WMAP 503
wobble
Euler's 147
falsely claimed by
Chandler 147, 535
women 192, 530
dangers of looking after 167
wonder
impossibility of 388
work 31, 110, 254
conservation 31
definition in physics 111
physical 229
world 15, 27
question center 474
World Geodetic System 466, 537
writing 441
system 445
wrong 437
wyn 443
X
xenno 455
Xenta 455
xylem 359
Y
yard 458
year
number of days in the past 200
yo-yo 182
yocto 455
yogh 443
yot 444
Yotta 455
Z
Z boson
mass 462
zenith 163
angle 179
zepto 455
zero
Indian digit 446
zero gravity 503
Zetta 455
zippo 425
zodiac 175
illustration of 222

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2023 free pdf file available at www.motionmountain.net



运动岭 | MOTION MOUNTAIN

The Adventure of Physics - Vol.I

Fall, Flow and Heat

大自然果真好逸恶劳吗？
人与动物是如何运动的？
最奇妙的远航是什么？
我们能靠重力悬浮吗？
运动是可预测的吗？
最小熵值是多少？
自然界中的图案和律动是如何出现的？
如何探测原子以及测量它们的大小？
日常物理学有哪些问题尚未解决？

本系列丛书回答了这些问题
以及其它关于运动的问题，
对现代物理学做出了轻松又烧脑的介绍，
每一页都有惊喜和挑战。
从日常生活出发，
随这次奇遇之旅游览一系列现代成果：
力、热、电磁、相对论、量子物理，
以及统一理论。

物理学家，物理科普作家，
布鲁塞尔自由大学博士，Christoph Schiller，
将此作品献给他的孩子，献给每位学生和老师，
献给一切对物理学、对运动科学感兴趣的读者。

Pdf 文件可在以下网址免费获取
www.motionmountain.net