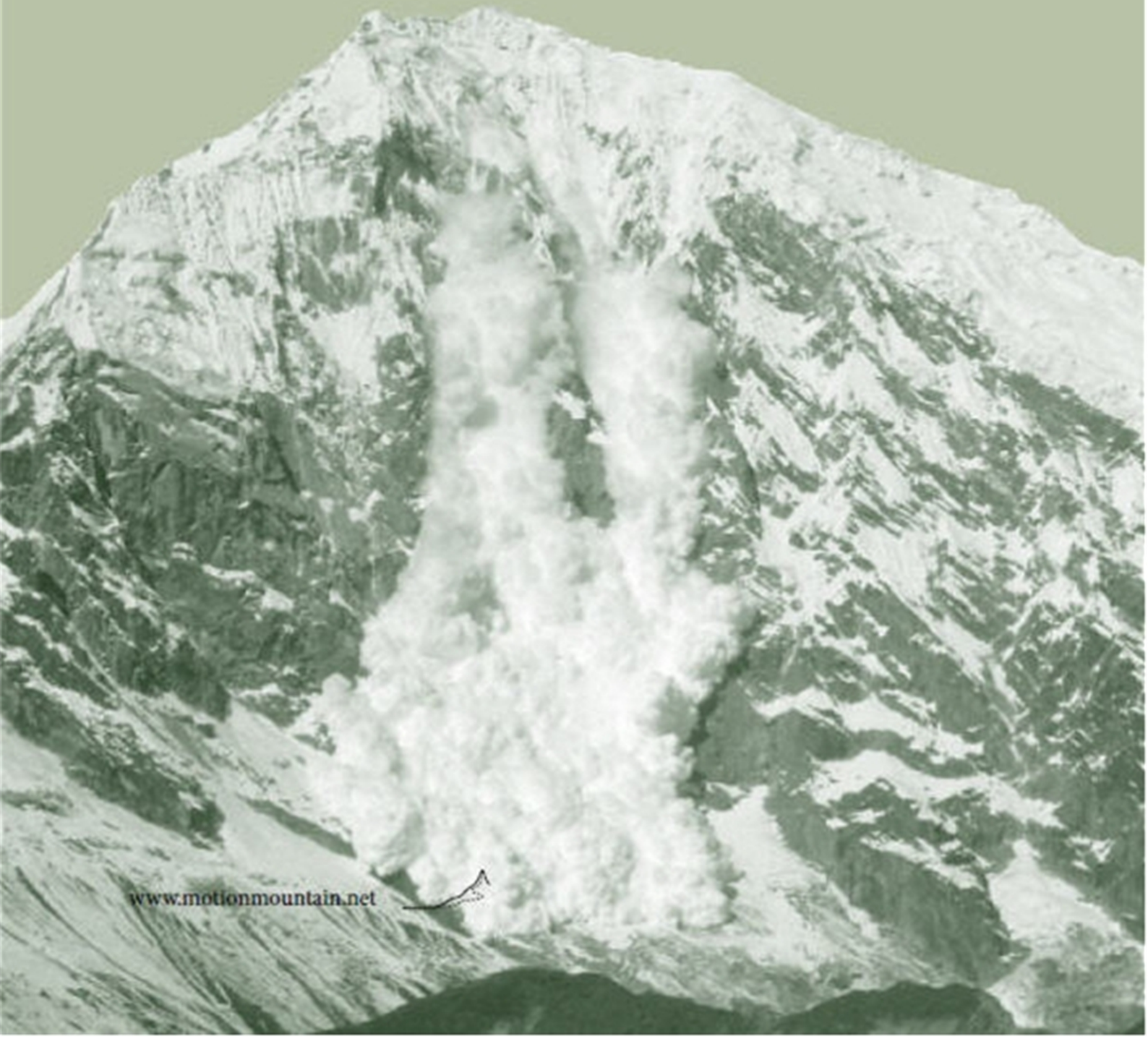
Christoph Schiller

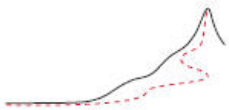
Preveo: Dragoš Vulović

PLANINA KRETANJA

PUSTOLOVINA FIZIKE – VOL. I

PAD, PROTOK I TOPLOTA

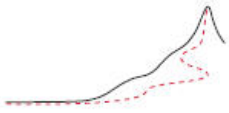




Naslov orginala:

Christoph Schiller

Motion Mountain



The Adventure of Physics

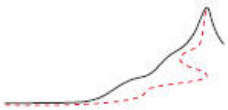
Volume I

Fall, Flow and Heat

Edition 28.1, available as free pdf
with films at www.motionmountain.net

Preveo sa engleskog
Dragoš Vulović
dvulovic@sbb.rs

Planina kretanja



Pustolovina fizike

Volumen I

Pad, protok i toplota

Izdanje 28.1, dostupno kao besplatna pdf datateka
sa filmovima na www.motionmountain.net

Editio vicesima octava.

Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller
tertio anno Olympiadis trigesimae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.Imitatio prohibita sine auctoris permissione.Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quaepartem horum verborum continet; liberpro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Dvadesetosmo izdanje

Copyright © 1990–2016 by Christoph Schiller,

Od treće godine 24. Olimpijade

Do prve godine 31. Olimpijade.

Ova pdf datateka je licencirana preko Creative Commons Attribution-Noncommercial-No DerivativeWorks 3.0 Germany

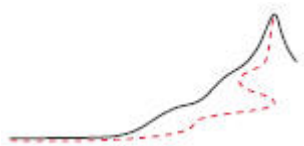
Licenca, čiji potpun tekst može da se nadje na veb stranici http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de, uz dodatna ograničenja za reprodukciju, distribuciju i korišćenje, kako celine, tako i delova, za bilo koji proizvod ili bilo kakvu uslugu, komercijalnu ili ne, nije dozvoljeno bez pismenog dopuštenja vlasnika licence. Datateka pdf je bila i ostala besplatna za svakog u svrhu čitanja, memorisanja i štampanja za ličnu upotrebu i za elektronsku distribuciju. ali samo u neizmenjenom obliku i besplatno.

To Britta, Esther and Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαὶμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären[1].

[1] Osnažite ljude, razjasnite stvari



PREDGOVOR

Primum movere, deinde docere.[1]
Antiquity

Ova knjiga je napisana za svakog ko je radoznao u pogledu kretanja u prirodi. Kako se kreću stvari, ljudi, životinje, slike i prazan prostor? Odgovori vode do mnogih pustolovina; ova knjiga predstavlja ono najbolje o ***svakodnevnom*** kretanju. Pažljivo posmatranje svakodnevnih kretanja dopušta nam da dođemo do šest osnovnih zaključaka: svakodnevno kretanje je neprekidno, održivo, relativno, dvosmerno, invarijantno u ogledalu i lenjo. Da, priroda je zaista lenja: u svakom kretanju minimizira promene. Ovaj tekst otkriva kako se došlo do ovih šest zaključaka i kako se oni slažu sa svim onim opažanjima koja izgledaju da su im protivrečna.

U strukturi moderne fizike, prikazane na ***slici 1***, rezultati svakodnevnog kretanja uobličavaju se uglavnom od polazne tačke na donjoj strani slike. Ova knjiga je prva od šest knjiga pregleda fizike. Ona je nastala od trostrukog cilja kojeg sam sledio od 1990. godine: da predstavim kretanje na jednostavan, savremen i privlačan način.

Da bi bio ***jednostavan***, tekst je usmeren na pojmove, pri čemu je matematika zadržana samo na neophodnom minimumu. Razumevanje načela fizike ima prednost nad korišćenjem obrazaca u izračunavanjima. Ceo tekst je unutar prediplomske oblasti.

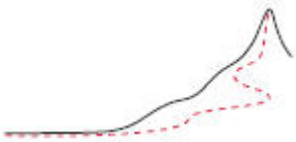
Da bi bio ***savremen***, tekst je obogaćen brojnim draguljima – kako teoretskim tako i praktičnim – koji su rasejani širom naučne literature

Da bi bio ***privlačan***, tekst nastoji da što je moguće više uplaši čitaoca. Čitanje knjige iz opšte fizike treba da bude slično odlasku na predstavu mađioničara. Gledamo, iznenađeni smo, ne verujemo sopstvenim očima, razmišljamo i na kraju shvatamo trik. Kada posmatramo prirodu često imamo isti doživljaj. Zaista, svaka stranica predstavlja za čitaoca najmanje jedno iznenađenje ili provocira čitaoca da o tome razmišlja. Predloženi su i brojni interesantni izazovi.

Moto teksta, *"Die Menschen stärken, die Sachen klären"*, poznata izreka Hartmuta von Hentinga o pedagodiji, a prevodi se kao *"Osnažite ljude, razjasnite stvari"*. Razjasniti stvari – i oslanjati se samo na istinu – zahteva hrabrost, kao što promena navika razmišljanja izaziva strah, često skriven besom. Međutim, savladavanjem naših strahova mi postajemo snažniji. Takođe doživljavamo jača i lepša osećanja. Sve velike pustolovine u životu to omogućavaju, a otkrivanje kretanja je jedna od njih. Uživajte u tome.

Minhen, 30. juna 2016.

[1] "Najpre kreni , zatim uči" U modernim jezicima pomenuti tip kretanja srca ***(moving)*** naziva se ***motivacija***; oba pojma potiču od istog latinskog korena.



PREDGOVOR UZ PREVOD

Prevođenje na neki strani jezik predstavlja često
tešku i opasnu probu opterećenja koju tekst
orginala ponekad ne može da izdrži.

Ivo Andrić

Serija od šest knjiga koju je napisao Chrisoph Schiller u vidu pustolovina koje očekuju čitaoce prilikom penjanja na Planinu Kretanja, jednostavno mora da pokrene čitaoca da krene ka vrhu. Svaka od šest pustolovina pruža jedinstvene osnove ne samo da se razume fizika, već i da nas oslobodi od straha pred njenim zagonetkama i da nam pokrene radoznalost za narednu pustolovinu.

Autor zaista ispunjava svoja obećanja i postiže sva tri postavljena cilja. Tekst je zaista ***jednostavan***, ***savremen*** i ***privlačan***. U svih šest knjiga, izuzetno nadahnuto, detaljno i jasno, i na duhovit način, izneta je ogromna količina podataka, izazova za razmišljanje, preporučene literature i biografskih podataka o ljudima koji su tokom 2 milenijuma istraživali i otkrivali tajne života.

Poveden ovim kvalitetima započeo sam u septembru 2016. godine prevođenje šest knjiga Motion Mountain, izdanje 2016., samo nekoliko meseci od objavljivanja na internetu. Rezultat skoro trogodišnjeg rada nalazi se pred vama.

U početku imao sam nameru da prevod bude namenjen samo za lične potrebe i potrebe moje porodice. Međutim, što se prevođenje bližilo kraju, to sam sve više počeo da razmišljam da bi ovaj prevod mogao da pruži zadovoljstvo i drugima.

Prevod je nastao, između ostalog, zahvaljujući svesrdnoj podršci autora, Christoph Schiller-a. Neizmerno sam mu zahvalan za sve ono što je omogućilo da prevod bude deo družine Motion Mountain.

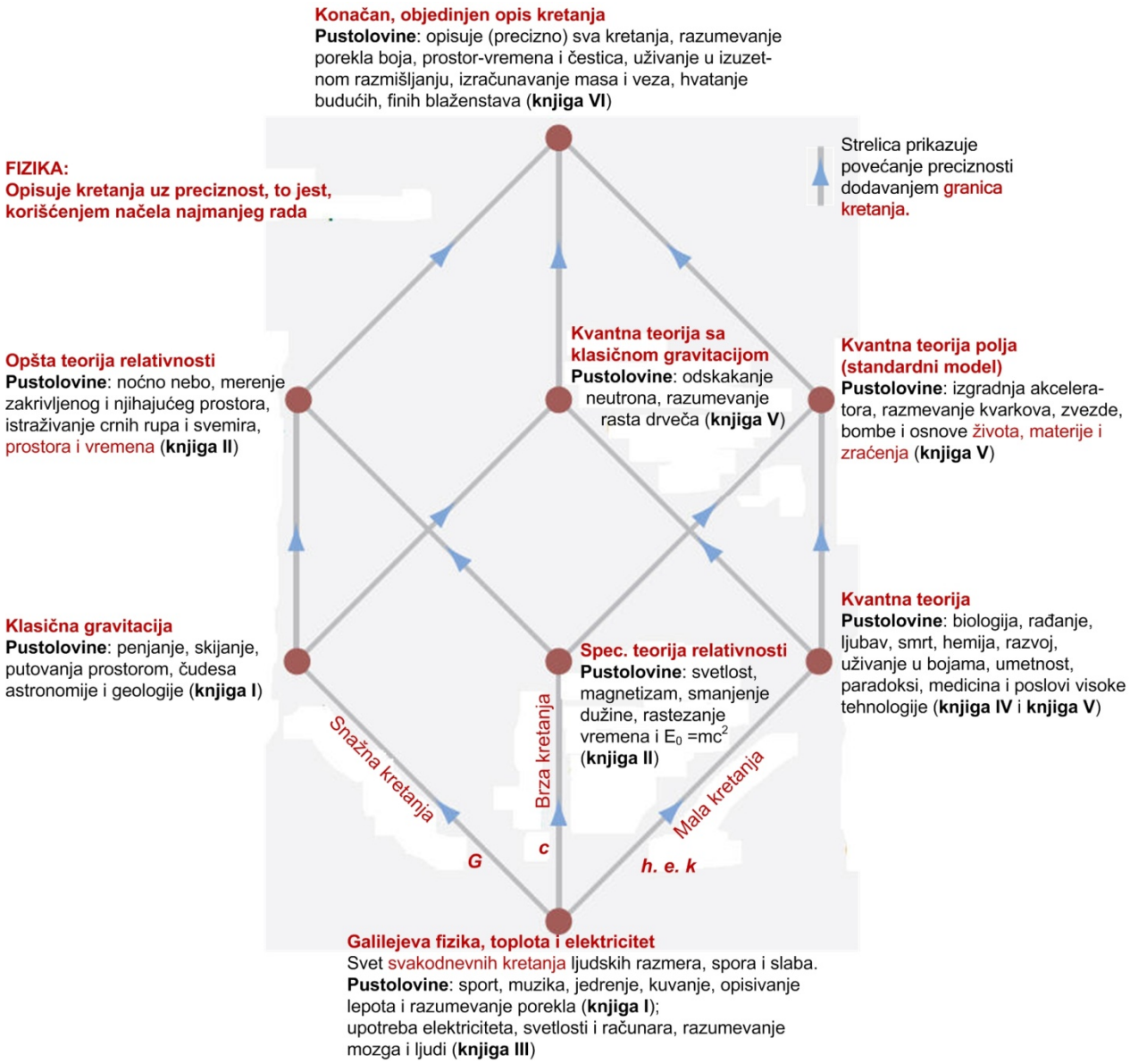
Unapred se zahvaljujem svim čitaocima koji me budu izvestili o svojim zapažanjima i svim mogućim poboljšanjima putem elektronske pošte dvulovic@sbb.rs. Time će doprineti da tekst prevoda postane još kvalitetniji.

Knjigu posvećujem:

mojim ćerkama: Ireni i Ivani, njihovoj deci, mojim unucima: Uni, Stevanu, Pavlu i Mariji.

Posebnu zahvalnost zaslužuje moja supruga, Nevenka. Njeno razumevanje i podrška doprineli su da predano radim na prevodu. Strpljivo je podnosila moju, bezmalo trogodišnju, preokupiranost penjanjem na Planinu Kretanja.

u Novom Sadu
od septembra 2016. do maja 2019.



Slika 1 Kompletma mapa fizike, nauke o kretanju. Počinje se od donjeg dela slike od svakodnevnih kretanja i pokazane su veze sa poljima savremene fizike: veze su određene za snažna kretanja gravitacionom konstantom ***G***, za brza kretanja brzinom svetlosti ***c*** i za mala kretanja Plankovom konstantom ***ħ***, elementarnim naelektrisanjem ***e*** i Bolzmanovom konstantom ***k***.

KORIŠĆENJE OVE KNJIGE

Napomene na levoj margini teksta odnose se na bibliografske reference, na neku drugu stranicu teksta ili na rešenje izazova. U izdanju u boji primedbe u levoj margini oznake za fusnote i veze sa veb stranama prikazani su zelenom bojom. Veze za internet imaju tendenciju da vremenom nestanu. Većina veza može ponovo da se nađe na veb strani preprinta www.archive.org, gde su sačuvane kopije starijih stranica interneta. U besplatnom izdanju, koje se može učitati sa www.motionmountain.net u formatu pdf, sve napomene i veze su povezane i može se na njih kliknuti Izdanje u formatu .pdf sadrži takođe sve filmove; oni mogu da se pogledaju korišćenjem programa Adobe Reader. [1].

[1] U tekstu ovog prevoda ova udobnost delimično je moguća. Prevod je urađen u programu Microsoft Word (ne po preporuci autora u LaTex-u), tako da su upućivanja na bibliografske podatke, na određenu stranicu ili na rešenje izazova, stavljena na odgovarajuća mesta u sam tekst i prikazana u zagradi ***koso, podebljano i crvenom bojom***.

Veze sa veb stranama iz orginalnog teksta prenete su u prevod.

Filmovi (QuickTime film) koji u orginalu mogu da se pokrenu klikom na sliku, zamenjeni su u prevodu vezom sa odgovarajućim video zapisom u Youtube. (prim. prev.)

Rešenja i uputstva za izazove data su u dodacima. Izazovi su razvrstani u tri podvrste: kao laki (e – easy), kao standardni za učenike (s – student), kao teški (d – dificult) i kao nivo za istraživanje (r – research). Izazovi označeni su sa (ny), za koje nisu data rešenja, uvrštena su ipak u knjigu.

SAVETI ZA ONE KOJI UČE

Učenje nam omogućava da otkrijemo kakva bismo osoba mogla da budemo. Učenjem se proširuje znanje, povećava inteligencija i pruža osećaj dostignuća. Zato učenje iz knjiga, posebno iz onih o prirodi, može da bude i korisno i zabavno. Izbegavajte kao kugu loše metode učenja. Ne koristite marker ili olovku da biste podvlačili tekst ili stranicu. To je trošenje vremena, pruža lažni osečaj udobnosti, a sam tekst čini nečitljivim. I ne učite sa ekrana. Posebno nikad, ali nikad, ne učite sa interneta, sa video zapisa i svih igara koje su otrov i droga za mozak. Mobilni telefoni su rasturači droge koji čine ljude zavisnicima i sprečavaju učenje. Niko ne nauči efikasno markirani tekst ili gledanjem u ekran niti može da u tome uživa.

Iz ličnog iskustva, kako učenika tako i predavača, jedina metoda koja nikada nije omanula u pretvaranju neuspešnog učenika u uspešnog je: ako čitate tekst radi učenja, ponovite svaki pročitani odeljak ***naglas sopstvenim rečima i slkama.*** Ukoliko niste u stanju da to učinite, pročitajte odeljak ponovo. Ovo ponavljajte sve dok naglas jasno, sopstvenim rečima i slikama, ne razumete ono što ste pročitali. I ***uživajte*** dok izgovarate glasno. To možete da radite sami, ili sa prijateljem, u sobi, ili dok šetate. Ako ovo uradite sa bilo čim što čitate, znatno ćete smanjiti vreme učenja i čitanja, uživaćete još više učeći iz dobrih tekstova, a mnogo manje ćete omrznuti loše tekstove. Majstori ovu metodu mogu da koriste tihim glasom, čak i dok slušaju predavanja, čime izbegavaju pravljenje zabeleški.

SAVETI ZA PREDAVAČE

Predavač treba da voli učenike i da voli da ih vodi u istraživanje oblasti koju su odabrali. Njegov ili njen entuzijazam za posao ključ je uspešnog posla. Ako ste predavač, pre no što počnete lekciju, predstavite je slikom, osetite je i recite sebi koliko uživate u temi predavanja; zatim opišite osećaj i recite sebi kako ćete voditi svakog od učenika da uživa u toj temi isto koliko i vi. Izvršite ovu vežbu detaljno, svaki put. Tako ćete smanjiti poteškoće sa skupom slušalaca i povećati vaš uspeh kao predavača.

Ova knjiga nije napisana imajući na umu ispite; ona je napisana tako da je i predavači i učenici ***shvate*** i da ***uživaju*** u fizici, nauci o kretanju.

POVRATNE INFORMACIJE I PODRŠKA

Ovo izdanje teksta u pdf formatu je besplatno i ostaće takvo i ubuduće za učitavanje sa interneta. Bio bih zahvalan da dobijem od vas e-poštu na adresu fb@motionmountain.net, posebno za sledeća pitanja:

- Šta je nejasno i treba li da se poboljša? (***Izazov 1s***)
- Koji vam deo, tema, izazov, slika ili film nedostaju?

Isto tako za pomoć u vezi specifičnih tačaka navedenih u www.motionmountain.net/help.html posebno ste dobrodošli. Sve povratne informacije koristiće se za poboljšanje narednih izdanja. Dobrodošli ste ako pošaljete povratne informacije e-poštom ili slanjem pdf datateke sa dodatim žutim zabeleškama, da se obezbede ilustracije ili fotografije ili da se učestvuje u ispravkama wiki na veb stranici. Ukoliko želite da prevedete neko poglavlje iz knjige na vaš jezik, molim da me obavestite.

Unapred se zahvaljujem za vaše savete u ime svih čitalaca. Za posebno korisnu saradnju bićete navedeni – ukoliko to želite – u priznanjima, dobićete nagradu ili oboje.

PODRŠKA

Dobrodošle su sve vaše donacije u dobrotvorne svrhe, oslobođene od poreza neprofitnoj organizaciji koja je prevela i publikovala ovu seriju knjiga! Za detalje, pogledati na veb stranicu www.motion mountain.net/donation.html. Poreska služba Nemačke proverava svrhu korišćenja vaših donacija. Ako želite, vaše ime će biti uključeno u popis sponzora. Unapred se zahvaljujem za vašu pomoć u ime svih čitalaca širom sveta.

Postoji i izdanje na papiru, bilo u boji ili crno-belo na www.amazon.com ili www.lulu.com. A sada, uživajte u čitanju.

SADRŽAJ

1. ZAŠTO TREBA DA VODIMO RAČUNA O KRETANJU? 17
Da li kretanje postoji? 18
Kako treba da razgovaramo o kretanju? 20
Koje su vrste kretanja 21
Opažanje, stalnost i promena 25
Da li je svetu potrebno stanje? 27
Galilejeva fizika u šest interesantnih iskaza 28
Zanimljivosti i zabavni izazovi o kretanju 29
Zaključak o kretanju 31

2. OD MERENJA KRETANJA DO NEPREKIDNOSTI **33**
Šta je brzina? 34
Šta je vreme? 38
Časovnici 41
Zašto časovnici idu u smeru kazaljke? 43
Da li vreme teče? 43
Šta je prostor? 44
Da li su prostor i vreme apsolutni ili relativni? 47
Veličina – zbog čega površina postoji ali ne i zapremina 48
Šta je prava? 51
Šuplja Zemlja? 51
Zanimljivisti i zabavni izazovi u vezi svakodnevnih prostora i vremena 52
Zaključak o svakodnevnom prostoru i vremenu 61

3. KAKO OPISATI KRETANJE – KINEMATIKA 63
Bacanje, skakanje i pucanje 65
Uživajte u vektorima 67
Šta je mirovanje? Šta je brzina? 68
Ubrzanje 69
Objekti i takasta čestica 71
Noge i točkovi 74
Zanimljivisti i zabavni izazovi u vezi kinematike 76
Zaključak o kinematici 79

4. OD OBJEKATA I SLIKA DO OČUVANOSTI 81
Kretanje i dodir 82
Šta je masa? 82
Količina kretanja i masa 84
Da li je kretanje večno? – Očuvanost količine kretanja 87
Još očuvanosti – energija 89
Vektorski proizvod ili unakrsni proizvod 93
Obrtanje i moment količine kretanja 94
Točkovi koji se obrću 97
Kako hodamo? 98
Zanimljivisti i zabavni izazovi o masi, očuvanosti i obrtanju 99
Zaključak o očuvanosti 105

5. OD OBRTANJA ZEMLJE DO RELATIVNOSTI KRETANJA 107
Kako se Zemlja obrće? 113
Da li se Zemlja kreće? 117
Da li je brzina apsolutna? – Svakodnevna teorija relativnosti 121
Da li je obrtanje relativno 122
Zanimljivosti i zabavni izazovi o relativnosti 123
Noge ili točkovi – ponovo 127
Zaključak o Galilejevoj relativnosti 130

6. KRETANJA USLED GRAVITACIJE 131
Osobine gravitacije 134
Potencijal gravitaciije 138
Oblik Zemlje 139
Dinamika – kako se stvari kreću u više dimenzija? 140
Gravitacija na nebu 141
Mesec 143
Orbite – konični preseci i više 144
Plima i oseka 148
Može li svetlost da pada? 151
Masa: inercijska i gravitacijska 152
Zanimljivosti i zabavni izazovi o gravitaciji 153
Zaključak o gravitaciji 166

7. KLASIČNA MEHANIKA, SILE I PREDVIDIVOST KRETANJA 167
Treba li koristiti silu ili snagu? 168
Sile, površine i očuvanost 171
Trenje i kretanje 172
Trenje, sport, mašine i predvidivost 172
Potpuni iskaz – početni uslovi 174
Postoje li iznenađenja? Da li je budućnost predodređena? 175
Slobodna volja 177
Zaključak o predvidivosti 178
Od predvidivosti do opšteg opisa kretanja 178

8. RAD KAO MERA PROMENE 183
Načelo najmanjeg rada 184
Lagranžijan i kretanje 189
Zašto je kretanje tako često ograničeno? 190
Zanimljivosti i zabavni izazovi o lagranžijanu 193
Zaključak o radu 196

9. KRETANJE I SIMETRIJA 197
Zašto možemo da razmišljamo i razgovaramo o svetu? 200
Tačke posmatranja 200
Simetrije i grupe 201
Predstavljanja 202
Simetrije, kretanje i Galilejeva fizika 204
Obnovljivost, očuvanost i teorema Emi Neter 206
Zanimljivosti i zabavni izazovi o simetriji 207
Paritet i invarijanta vremena 209
Simetrija interakcije 210
Zaključak o simetriji 210

10. PROSTA KRETANJA PROŠIRENIH TELA – OSCILAVIJE I TALASI 211
Oscilacije 211
Rezonansa 213
Talasi: opšti i harmonični 213
Talasi na vodi 216
Talasi i njihovo kretanje 219
Zašto možemo međusobno da razgovaramo? – Hajgensovo načelo 221
Talasne jednakosti 223
Zbog čega su muzika i glasovi pevanja tako lepi? 224
Merenje zvuka 227
Da li je snimanje ultrazvukom bezbedno za bebe? 227
Signali 229
Usamljeni talasi i solitoni 230
Zanimljivosti i zabavni izazovi o talasima i proširenim telima 232
Zaključak o talasima i oscilacijama 241

11. POSTOJE LI PROŠIRENA TELA? – OGRANIČENJA NEPREKIDNOSTI 243
Planine i fraktali 243
Može li rebro čokolade da traje zauvek? 244
Slučaj Galileo Galileja 244
Koliko visoko mogu da skoče životinje? 246
Obaranje stabala 246
Male tvrde lopte 247
Zvuk tišine 248
Kako uzeti u obzir ono što se ne vidi 248
Doživljavanje atoma 249
Vidljivi atomi 250
Zanimljivosti i zabavni izazovi o čvrstim telima 252
Zaključak o atomima 256

12. FLUIDI I NJIHOVA KRETANJA 257
Stanje fluida 257
Laminaran i turbulentni protok 257
Atmosfera 260
Fizika krvotoka i disanja 261
Zanimljivosti i zabavni izazovi o fluidima 265
Šta može da se kreće u prirodi – protoci 273
Zaključak o fluidima 274

13. OD TOPLOTE DO INVARIJANTE VREMENA 275
Temperatura 275
Toplotna energija 276
Zašto baloni zauzimaju prostor? Kraj neprekidnosti 279
Braunova kretanja 280
Zašto kamenje ne može biti ni meko ni fraktalno ni sastavljeno od malih tvrdih lopti 282
Entropija 283
Entropija iz čestice 284
Najmanja entropija prirode – kvant informacije 285
Da li je sve sastavljeno od čestica? 286
Drugo načelo termodinamike 287
Zašto ne možemo da se setimo budućnosti? 288
Protok entropije 289
Da li postoje izolovani sistemi? 290
Zanimljivosti i zabavni izazovi o toploti i povratnosti 290
Zaključak o toploti i invarijanti vremena 296

14. SAMOORGANIZOVANJE I HAOS – JEDNOSTAVNOST SLOŽENOSTI 297
Prisustvo poretka 297
Samoorganizovanje u pesku 300
Samoorganizovanje lopti 301
Pojava poretka 302
Matematika pojave poretka 303
Haos 303
Pojavljivanje 304
Zanimljivosti i zabavni izazovi o samoorganizovanju 305
Zaključak o samoorganizovanju i haosu 310

15. OD OGRANIĆENJA U FIZICI DO GRANICA KRETANJA 311
Teme istraživanja u klasičnoj dinamici 311
Šta je dodir? 311
Preciznost i tačnost 312
Može li sve iz prirode da bude opisano u knjigama? 313
Nešta je pogrešno u našem opisu kretanja 313
Zašto je merenje moguće? 314
Da li je kretanje neograničeno? 314

DODATAK A – PISANJE I SPORAZUMI 315
Latiničko pismo 315
Grčki alfabet 316
Hebrejsko pismo i drugi rukopisi 317
Brojevi i indijske cifre 318
Simboli koriščeni u tekstu 319
Kalendari 321
Imena ljidi 322
Skraćenice, eponimi ili pojmovi? 322

DODATAK B – JEDINICE, MERENJA I KONSTANTE 325
SI jedinice 325
Smisao merenja 327
Zanimljivosti i zabavni izazovi o mernim jedinicama 328
Preciznost i tačnost merenja 329
Ograničenja preciznosti 330
Fizičke konstante 331
Korisni brojevi 336

DODATAK C – IZVORI INFORMACIJA O KRETANJU 337

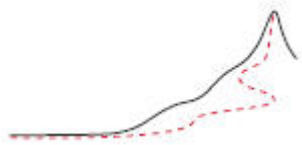
IZAZOVI, SAVETI I REŠENJA 343

BIBLIOGRAFIJA 385

ZASLUGE 415
Priznanja 415
Zaslužni za filmove 416
Zaslužni za slike 416

PAD, PROTOK I TOPLOTA

U našim traganjima da naučimo kako se stvari kreću,
iskustva o penjanju i drugim kretanjima
dovešće nas do uvođenja pojmova
brzine, vremena, dužine, mase i temperature.
Naučićemo da ih koristimo u ***merenju promene***
i saznaćemo da ga priroda minimizira.
Otkrićemo kako se lebdi u slobodnom prostoru,
zbog čega imamo noge umesto točkova,
zašto nered ne može nikada da se ukloni
i zbog čega je jedno od najtežih otvorenih pitanja
u nauci – proticanje vode kroz cev.



Poglavlje 1

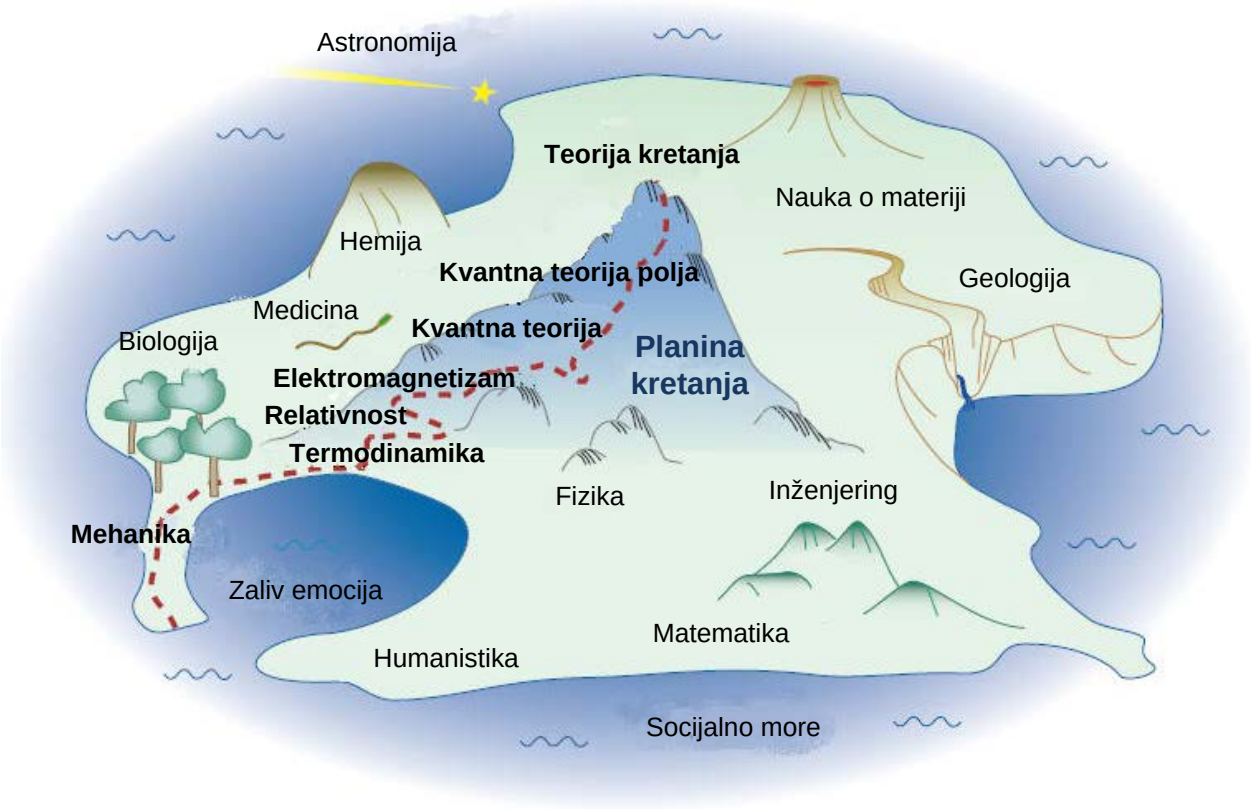
ZAŠTO TREBA DA VODIMO RAČUNA O KRETANJU?

Sva kretanja su iluzija.

Zenon iz Eleje[1]

Pogledajte! Svetlost se probija kroz obližnja stabla i nasilno remeti našu mirnu šetnju šumom, te prisiljava naša srca da odjednom kucaju brže. U vrhovima drveća vidimo početak vatre, a zatim se ona ponovo prigušuje. Nežan vetar pomera lišće oko nas i pomaže da se uspostavi smirenost mesta. U blizini, voda u maloj reci prati svoj komplikovani tok naniže, prema dolini, a na njenoj površini vide se odrazi oblaka koji neprestano menjaju svoj oblik.

Kretanja su svuda oko nas: prijatna ili preteća, strašna i prekrasna. Ona su osnove postojanja ljudske vrste. Potrebna su nam za rast, za učenje, za razmišljanja i za uživanja u životu. Kretanja koristimo za šetnju kroz šumu, za slušanje njenih zvukova i za razgovor o svemu tome. Kao i sve životinje, i mi se koristimo kretanjem da bismo dobili hranu i da preživimo opasnosti. Kao što počinju svi životi, kretanje nam je potrebno za produženje vrste, da dišemo i da se hranimo. Kao i kod svih objekata kretanja nam održavaju toplotu.



Slika 2 Ostrvo Iskustava, sa Planinom Kretanja i stazom koju treba pratiti.

Kretanje je uglavnom najosnovnije opažanje u prirodi. Pokazalo se da je ***sve*** što se događa u svetu neka vrsta kretanja. Ne postoje izuzeci. Kretanje je tako osnovni deo naših opažanja pa čak i poreklo reči je zagubljeno negde u tami Indo-Evropske jezičke istorije. Fasciniranost kretanjem uvek ga je činila

[1] Zenon iz Eleje (*c.* 450 pne), jedan od najistaknutijih u Elejskoj školi filozofije.

omiljenim objektom radoznalosti. U V veku pre nove ere u staroj Grčkoj pri njegovom proučavanju dobilo je naziv: ***physics - fizika***. (***Ref. 1***)

Kretanje je takođe važno i za stanje čovečanstva. Šta možemo da znamo? Odakle je došao svet? Ko smo mi? Odakle smo došli? Šta ćemo činiti? Šta bi trebalo da činimo? Šta nam donosi budućnost? Šta je smrt? Kuda nas vodi život? Sva ova pitanja u vezi su sa kretanjem. Proučavanje kretanja obezbeđuje odgovore koji su kako dublji, tako i iznenađujući

Kretanje je misterija. (***Ref. 2***) Premda ga nalazimo svuda – u zvezdama, u plimi i oseki, u našim očnim kapcima – nijedan drevni mislilac, a ni bezbroj drugih tokom 25 vekova od tada, nisu bili u stanju da osvetle centralnu zagonetku: ***šta je kretanje?*** Mi ćemo otkriti da je standardno ponavljanje "kreteanje je promena mesta tokom vremena", korektno, ali neodgovarajuće. Tek nedavno je potpuni odgovor konačno pronađen. Ovo je priča o načinu kako je pronađen.

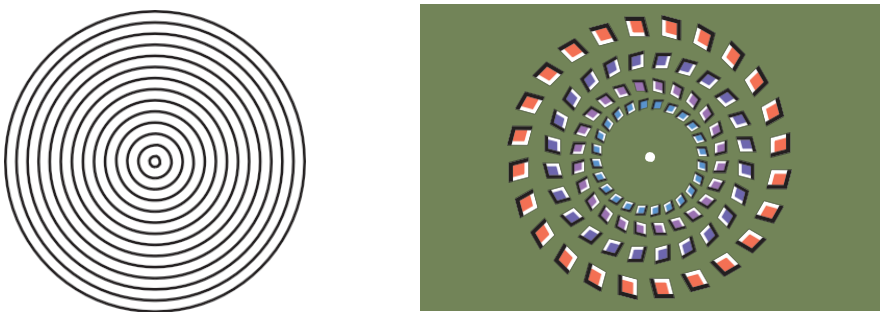
Kretanje je deo ljudskog iskustva. Ukoliko zamslimo ljudsko iskustvo kao neko ostrvo, tada nas sudbina, koju simbolizuju talasi mora, izbacuje na obalu. U blizini centra ostrva uzdiže se posebno visoka planina. Sa njenog vrha možemo da vidimo kompletni predeo i da steknemo pojam o povezanosti svih ljudskih iskustava, a posebno o povezanosti različitih oblika kretanja. To je putokaz do vrha onoga što sam nazvao Planina Kretanja (videti ***sliku 2***), a tačnija verzija kretanja prikazana je na ***slici 1*** (***strana 9***). Hodanje je jedna od najlepših pustolovina ljudskog uma.

Prvo pitanje koje se postavlja je:

DA LI KRETANJE POSTOJI?

Das Rätsel gibt es nicht. Wenn sich eine Frage uberhaupt stellen laßt, so kann sie beantwortet werden. [1]
Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein),
Tractatus, 6.5

Da bi se izoštrio um po pitanju postojanja kretanja, treba pogledati ***sliku 3*** ili ***sliku 4*** (***Ref. 3***) i slediti uputstva. U svim slučajevima izgleda da se oblici okreću. Sličan efekt možete doživeti ako hodate ulicom popločanom kamenom kockom složenom u lukove, ili ako posmatrate brojne iluzije kretanja na veb strani www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka koje je sakupio Kitaoka Akijuši (Kitaoka Akiyoushi) (***Ref, 4***). Kako možemo da budemo sigurni da se stvarno kretanje razlikuje od ovih iluzija ili sličnih? (***Izazov 2s***)



Slika 3 Iluzije kretanja: pogledajte oblik na levoj strani i polako pomerajte stranicu, ili posmatrajte belu tačku u centru desnog oblika i pomerajte glavu nazad i napred.

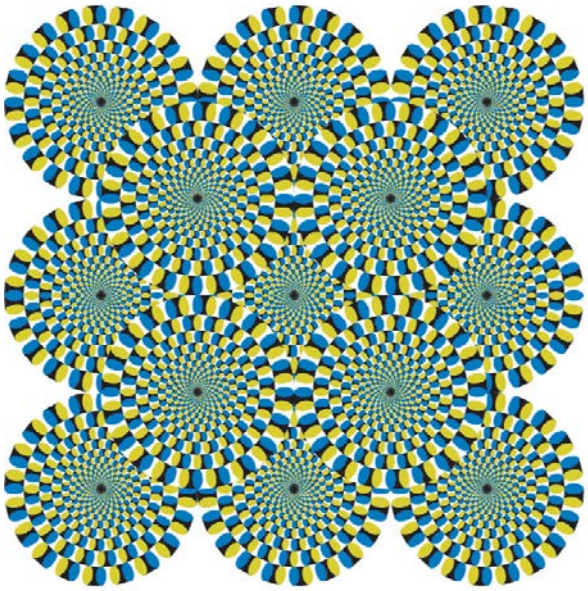
Mnogi naučnici se jednostavno ne slažu da kretanje uopšte postoji. Njihovi argumenti su duboko pod uticajem istraživanja kretanja tokom više vekova. (***Ref. 5***). Na primer, grčki filozof Parmenid (rođen 515. godine pre nove ere u malom gradu pored Napulja) tvrdio je da pošto ***ništa ne nastaje ni od čega***, promene ne postoje. On je naglašavao ***stalnost*** prirode i stoga dosledno podržavao da su sve promene, pa tako i kretanje, ustvari iluzija. (***Ref. 6***)

Heraklit (540. – 480. godine pre nove ere) držao se suprotnog gledišta. On ga je izrazio u svojoj čuvenoj izreci *Πάντα Ρει* (panta rei), odnosno "sve se kreće".[2] On je, nasuprot Parmenidu, posmatrao promene kao suštinu prirode. Ova dva podjednako čuvena mišljenja pokrenula su mnoge naučnike da istražuju sa više

[1] Zagonetke ne postoje. Ukoliko uopšte može da se postavi pitanje, na njega može i da se odgovori.
[2] U ***Dodatku A*** objašnjeno je kako se čitaju grčki tekstovi.

detalja bilo da u prirodi postoje očuvane količine, ili da su moguća ***stvaranja***. Mi ćemo ovo pitanje otvoriti kasnije, a do tada vi možete podržavati neku od opcija po želji (***Izazov 3s***).

Parmenidov saradnik, Zenon iz Eleje (rođen 500. godine pre nove ere), postavio se toliko jako protiv kretanja da pojedini ljudi i danas brinu zbog toga. U jednoj od svojih diskusija on je tvrdio – rečeno jednostavnim jezikom – da je nemoguće nekoga ošamariti, pošto ruka najpre treba da pređe polovinu putanje do lica, a zatim da pređe polovinu preostalog puta, pa ponovo tako i tako sve dalje; pa prema tome ruka nikada neće stići do obraza. Zenonov argument u opisivanju kretanja fokusirao se na odnos između ***beskonačnsti*** i njene suprotnosti, ***konačnosti***. U savremeboj kvantnoj teoriji ovo pitanje je predmet istraživanja još i danas (***Ref. 7***).



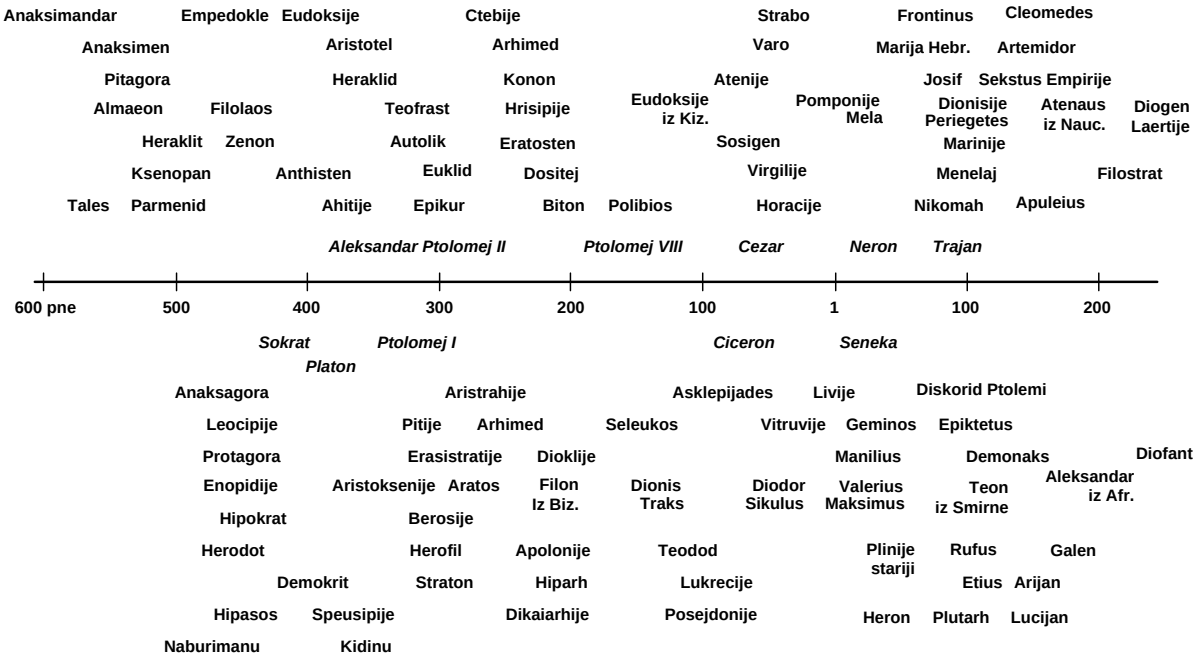
Slika 4 Povećajte ovu sliku ili joj se približite da biste doživeli prividno kretanje (© Michael Bach posle otkrića Kitaoke Akiyoshija).

Zenon je takođe započeo ovo posmatranjem objekta koji se kreće u ***jednom*** određenom trenutku vremena, i da niko ne može ustanoviti da kreće. On je tvrdio da u jednom određenom trenutku vremena ne postoji razlika između tela u kretanju i tela u mirovanju. Potom je zaključio da ako ne postoje razlike u određenom trenutku, neće biti razlika ni u dužem vremenu. Zaista, u istoriji fizike, mislioci su se dvoumili između pozitivnog i negativnog odgovora. Ovo zaista teško pitanje je bilo ono što je vodilo Alberta Ajnštajna do razvoja opšte teorije relativiteta, jedne od visokih tačaka na našem putu. U našoj pustolovini mi ćemo otkriti sve poznate razlike između kretanja i mirovanja. Najzad, bićemo toliko smeli da se zapitamo da li pojedinačni trenutak vremena uopšte postoji. Odgovor na ovo pitanje je ključ za dospevanje na vrh Planine Kretanja.

Kada budemo istraživali kvantnu teoriju, otkrićemo da je kretanje zaista iluzija – do određenog obima, kao što je tvrdio Parmenid. Još preciznije, mi ćemo pokazati da kretanje zapažamo samo usled ograničenja ljudskih sposobnosti. Saznaćemo da mi kretanje doživljavamo samo zato:

- *što imamo konačnu veličinu,*
- *što smo napravljeni od velikog ali konačnog broja atoma,*
- *što imamo konačnu ali umerenu temperaturu,*
- *što se krećemo mnogo sporije od brzine svetlosti,*
- *što živimo u prostoru sa tri dimenzije,*
- *što smo veliki u poređenju sa crmim rupama u našoj sopstvenoj masi,*
- *što smo veliki u poređenju sa našom talasnom dužinom iz kvantne mehanike,*
- *što smo mali u poređenju sa kosmosom,*
- *što imamo radnu ali ograničenu memoriju,*
- *što nas mozak prisiljava da prihvatamo prostor i vreme kao kontinualne subjekte i*
- *što nas mozak prisiljava da prihvatamo prirodu kao da je sastavljena od različitih delova.*

Ukoliko bilo koji od ovih uslova nije ispunjen, nećemo moći da posmatramo kretanje; kretanje prema tome ne postoji! Ako ovo nije bilo dovoljno, zapazite da nijedan od ovih uslova ne zahteva postojanje ljudskih bića; oni su potpuno valjani i za mnoge životinje ili mašine. Svaki od ovih uslova može da bude otkriven ako počnemo sa sledećim pitanjem:



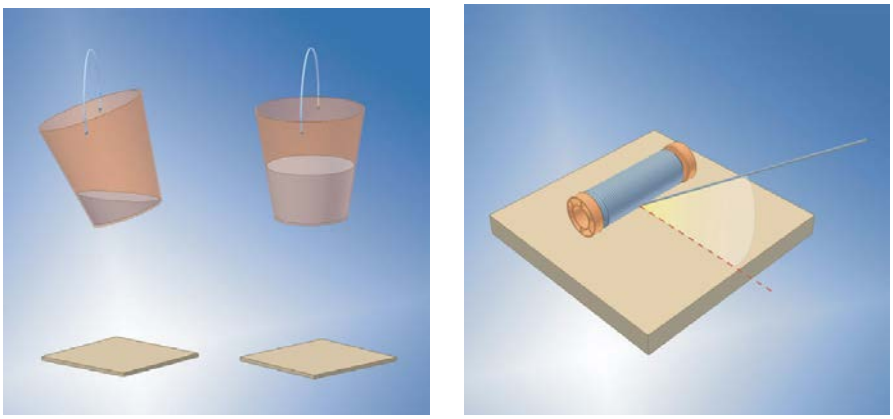
Slika 5 Vremenska linija antičkih ***naučnih*** i ***političkih*** ličnosti (poslednje slovo imena se poklapa sa godinom smrti).

KAKO TREBA DA RAZGOVARAMO O KRETANJU?

Je hais le mouvement, qui deplace les lignes,
Et jamais je ne pleure et jamais je ne ris.

Šarl Bodler (Charles Baudelaire), *La Beauté*.[1]

Kao kod svake nauke, pristup fizici je dvostruk: možemo nastaviti uz ***preciznost*** ili uz ***radoznalost.*** Preciznost je obim u kojoj meri naš opis odgovara posmatranjima. Radoznalost je strast koja pokreće sve naučnike. Preciznost omogućava svrsishodnu komunikaciju, a radoznalost je čini vrednom truda. Uzmite jednu elipsu, divan deo muzike ili rekord na Olimpijskim igrama: svet je prepun fascinirajućih primera kretanja. (***Ref. 9***).

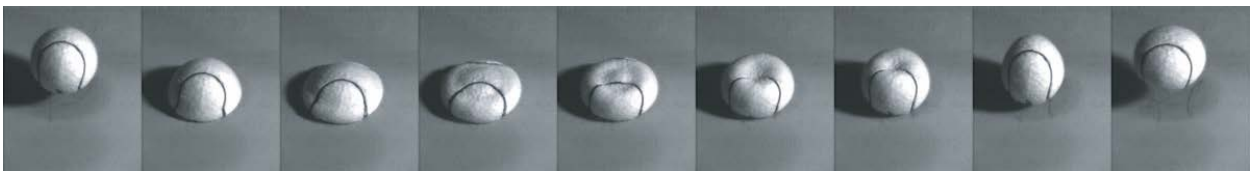


Slika 6 Koliko vode je potrebno da bi vedro visilo vertikalno? Pod kojim uglom treba povlačiti konac (nekorekno prikazano) da bi se promenio pravac kretanja (© Luca Gastaldi). (***Izazov 5s***)

[1] "Mrzim kretanje koje menja linije, i nikada ja ne plačem i nikada se ja ne smejem" Šarl Bodler u delu *Lepota* (Charles Baudelaure, 1821. Pariz - 1867. Pariz).(***Ref.8***)

Ukoliko ste zatekli sebe da govorite o kretanju, bilo da ga razumete preciznije ili dublje, vi ste započeli hod naviše uz Planinu Kretanja. Primeri na ***slici 6*** čine tu tačku. Prazno vedro visi vertkalno. Ako naspete u vedro izvesnu količinu tečnosti, ono više neće da visi vertikalno. (Zašto?). Ako nastavite da dolivate vodu, ono će opet da visi vertikalno. Kolika je vode potrebno za ovo poslednje dolivanje (***Izazov 4s***). Sledeći prikaz na ***slici 6*** je još jedna zagonetka. Ako povlačite konac sa kalema na način kako je prikazano, da li će kalem da se pomera napred ili unazad zavisi od ugla pod kojim povlačite konac. Koliki je granični ugao između ove dve mogućnosti?

Veća preciznost znači zalaženje u finije detalje. Posvećenost detaljima zapravo ***povećava*** zadovoljstvo u pustolovini.[1] ***Slika 7*** prikazuje jedan primer. Što se više uspinjemo na Planinu Kretanja, sve dalje možemo sagledavati i sve više će naša radoznalost bivati nagrađivana. Vidici koji se otvaraju oduzimaju dah, posebno sa većih visina. Putanja koju ćemo slediti – jedna je od mnogih mogućih – počinje od strane biologije i direkno zalazi u šumu koja je u podnožju planine. (***Ref. 10***).



Slika 7 Primer kako preciznost posmatranja može dovesti do otkrića novih efekata: deformacija teniske lopte tokom odskoka od cca 6 ms (© International Tennis Federation).

Povećanje radoznalosti vodi nas pravo do granice: razumevanje kretanja zahteva istraživanja na velikim daljinama, uz velike brzine, sa malim delovima, uz velike sile i najčudnije pojmove. Započnimo.

KOJE SU VRSTE KRETANJA?

Svako kretanje je rođeno iz želje za promenama.

Antika

Dobro mesto za sticanje opšteg pregleda tipova kretanja je velika biblioteka (videti ***Tabelu 1***). Opsezi u kojima ulogu igraju kretanja, pokreta i poteza zaista su različiti. Već najraniji istraživači u staroj Grčkoj – nabrojani na ***slici 5*** – posumnjali su da li su svi tipovi kretaja, a takođe i mnogi drugi tipovi promena, međusobno povezani. Uglavnom se prepoznaju tri kategorije promena:

1. ***Transport.*** Jedini tip promena koje nazivamo kretanje u svakodnevnom životu je transport materijala, kao što je pešačenje osoba, pad lišća sa drveća ili sviranje na muzičkim instrumentima. Transport je promena položaja ili usmerenja objekata, uključujući i tečnosti. U širem posmatranju, ponašanje ljudi takođe spada u ovu kategoriju

2. ***Transformacija.*** Druga kategorija osmatranja promena grupisana je kao: rastvaranje soli u vodi, stvaranje leda pri zamrzavanju, ukorenjavanje drveća, kuvanje hrane, zgrušavanje krvi i topljenje i legiranje metala. Ovim se menjaju boje, sjajnost, čvrstina, temperatura i druge osobine metala i sve su to transformacije. Transformacije su promene koje nisu vidno povezane sa transportom. U ovu kategoriju neki antički mislioci dodaju emisiju i apsorpciju svetlosti. U dvadesetom veku ova dva efekta su uvrštena u posebnu vrstu transformacije, kao što su i najnovija otkrića pojave i nestajanja materije, kao što je primećeno na Suncu i u radioaktivnosti. ***Promena mišljenja***, kao što je promene raspoloženja, zdravlja, obrazovanja i karaktera, takođe su (uglavnom) tipovi transformacije.(***Ref. 18***)

3. ***Rast.*** Ova poslednja i posebno važna kategorija promena je posmatranje životinja, biljaka, bakterija, kristala, planina, zvezda, pa čak i galaksija. U 19. veku dodate su u ovu kategoriju promene u populaciji sistema, ***biološki razvoj***, a u 20. veku promene veličine univerzuma, ***kosmički razvoj***,. Tradicionalno, ovi fenomeni se izučavaju u različitim naukama. Nezavisno se dolazi do zaključka da je rast kombinscija transporta i transformacije. Razlika je u složenosti i vremenskoj razmeri. (***Ref. 19***).

[1] Ne verujte nikome ko želi da vas nagovori da ne istražujete detalje. On se trudi da vas prevari. Detalji su važni. Budite oprezni tokom ovog putovanja. (***Izazov 6s***)

TABELA 1 Sadržaj knjiga o kretanju nađenih u javnim bibliotekama

TEME O KRETANJU	**TEME O KRETANJU**
pokretne slike i digitalni efekti	kretanje kao terapija za rak, diabetes, akne i depresiju
osećaj kretanja (***Ref. 11***)	bolesti kretanja
kretanje za kondiciju i dobro zdravlje	kretanje za meditaciju
kontrola kretanja i trening u sportu i pevanju	sposobnost kretanja radi provere zdravlja
neprekidno kretanje	kretanje u plesu, muzici i drugim vrstama umetnosti
kretanje za proveru raznih dobara (***Ref. 12***)	kretanje planeta, zvezda i anđela (***Ref.13***)
ekonomska efikasnost kretanja	povezanost između pokretačkih emotivnih ponašanja
kretanje radi prevazilaženja traume	kretanja u psihoterapiji (***Ref. 14***)
kretanja insekata, konja, životinja i robota	kretanja ćelija i biljaka
sudari atoma, automobila, zvezda i galaksija	rast višećelijskih bića, planina, sunčanih pega i galaksija
kretanja opruga, zglobova, mehanizama, tečnosti i gasova	kretanja kontinenata, seoba ptica, senke i praznog prostora
nemiri i naslja	kretanje vojnih veština
kretanje u parlamentu	kretanja u umetnosti, nauci i politici
kretanje u časovniku	kretanja na tržištu berze
kretanje u nastavi i učenju	kretanja u razvoju deteta (***Ref. 15***)
muzička kretanja	kretanje trupa (***Ref. 16***)
religiozna kretanja	kretanje creva
potezi u šahu	pokreti varanja u kockarnici (***Ref. 17***)
povezanost između porasta nacionalnog dohotka i mobilnosti stanovništva	

U početku moderne nauke, tokom Renesanse, jedino je proučavanje transporta posmatrano kao tema fizike. Kretanje je bilo izjednačeno sa transportom. Druge dve oblasti fizičari su zanemarivali. Uprkos ovom ograničenju, polje istraživanja je ostalo veliko, pokrivalo je veliki prostor Ostrva Iskustva, (***Slika 2***, ***strana 17***). Prvi naučnici razvrstavali su tipove transporta prema njihovom uzroku. Kretanja kao što su kretanja nogu dok koračamo, bila su klasificirana kao ***voljna***, pošto su upravljana nečijom voljom, pri čemu su kretanja spoljnih objekata, kao što je padanje snežnih pahuljica, na koji se ne može uticati snagom volje, klasifikovana kao ***pasivna*** (nevoljna) kretanja. Mladi ljudi, posebno mladi muškog pola, trošili su mnogo vremena u učenju kako da razrade voljna kretanja. Primer za to prikazuje ***slika 10***

Slika 8 Primer za transport na vulkanu Etna (© Marco Fulle).

Potpunu razliku između pasivnih i voljnih kretanja naprave deca oko šeste godine, i to označava centralni korak u razvoju ljudskog bića u odnosu na precizan opis okruženja.[1] Od ovog razlikovanja proizilazi istorijska, ali sada zastarela definicija fizike kao nauke pasivnih kretanja, odnosno kretanja neživih stvari.

[1] U slučaju da se potpuno propusti ovaj stepen razvoja, može da dovede do različitih čudnih ponašanja osobe, kao što su verovanje u sposobnost da se utiče na kuglicu ruleta, što se sreće kod strastvenih kockara, ili u sposobnosti da se druga tela pokreću snagom volje, što se sreće kod većine u drugom pogledu naizgled zdravih osoba. Zabavan i informativni izveštaj o svim takvim obmanama i samoobmanama u stvaranju i održavanju ovih verovanja dat je u knjigi *The Faith Healers (Iscelitelji verom),* od James Randi, Prometheus Books, 1989. Kao profesionalni mađioničar, on je prikazao mnoge slične teme u svojim drugim knjigama. Videti takođe veb stranicu www.randi.org za više detalja.

Pojava mašina primorala je naučnike da ponovo razmisle o razlikama između voljnih i pasivnih kretanja. Kao i živa bića, mašine imaju sopstvena kretanja, pa stoga imitiraju voljna kretanja. Međutim, pažljiva posmatranja pokazuju da je svaki deo mašine pokretan drugim delom, pa su tako njihova kretanja u stvari pasivna. A da li su živa bića takođe mašine? Da li su ljudske aktivnosti isto tako primeri pasivnih kretanja? Prikupljenje posmatranja u zadnji 100 godina pojasnila su da voljna kretanja[1] zapravo imaju iste fižičke osobine kao i pasivna kretanja neživih sistema. Pravljenje razlike između ova dva tipa kretanja je stoga nepotrebno. Naravno, sa emotivne tačke gledišta razlika je važna, na primer ***milosrđe*** može da se opiše samo kao voljno kretanje. (***Ref. 20***)

Pošto pasivna i voljna kretanja imaju iste osobine, kroz proučavanje kretanja neživih objekata možemo da naučimo ponešto i o stanju čovečanstva. Ovo je sasvim jasno kada se dotaknu teme kao što su: determinizam, uzročnost, verovatnoća, beskonačnost, vreme, ljubav i smrt, da ih imenujemo, ali sa nekim temama ćemo se susresti tokom naše pustolovine.

U 19. i 20. veku stavljena su na stranu drugačija klasična verovanja o kretanju. Obimna posmatranja su pokazala da su svi fenomeni transformacije i rasta, uključujući promene ponašanja i razvoj, takođe primeri transporta. Drugim rečima, izučavanja od preko 2000 godina pokazala su da su razvrstavanja posmatranja beskorisna, pošto:

- ***svaka promena je transport***

i

- ***transport i kretanje su ekvivalentni***

Slika 9 Transport, rast i transformacija (© Philip Plisson).

Sredinom 20. veka proučavanja kretanja dostigla su vrhunac u eksperimentalnim potvrdama za jednu posebnu misao, predhodno naglašenu u staroj Grčkoj:

- ***Svaki tip kretanja postoji zahvaljujući kretanju čestica***

Potrebno je puno vremena i puno rada da bi se došlo do ovog zaključka, koji se javlja samo kada prilikom opisa prirode nemilosrdno sledimo sve veću i veću preciznost. Prvih pet delova ove pustolovine prate isti put do ovog rezultata. (Da li se slažete sa ovim?) (***Izazov 7s***)

Poslednja dekada dvadesetog veka ponovo je kompletno promenila opis kretanja: ideja o česticama izgleda da je pogrešna. Ovi novi rezultati, do kojih se stiglo uz kombinaciju pažljivih posmatranja i zaključivanja, biće objašnjeni u poslednjem delu ove pustolovine. No, mi ćemo još uvek morati da hodamo pre no što dođemo do ovog rezultata, koji je samo malo ispod vrha našeg puta.

---

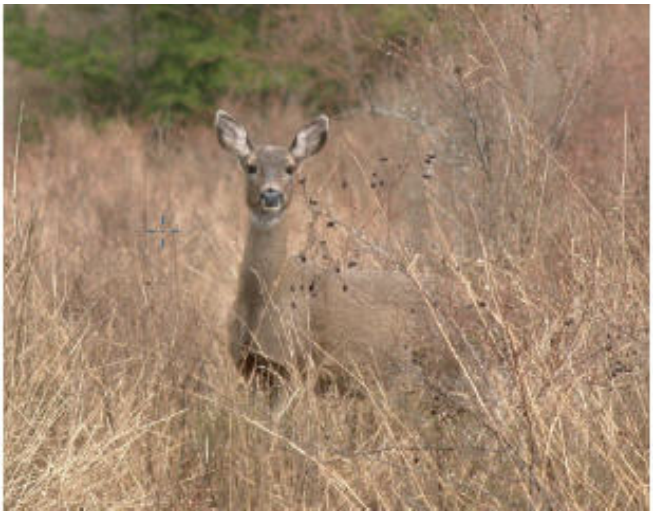
[1] Reč “movement” (*kretanje*) dosta je moderna u engleskom jeziku; ona je uneta u engleski jezik iz straro-francuskog i postala je popularna tek na kraju 18. veka. Šekspir je nije nikada koristio.

Ukratko, istorija je pokazala da razvrstavanje raznih vrsta kretanja nije svrsishodno. Samo ako se trudimo da postignemo maksimalnu preciznost možemo se nadati da ćemo doći do osnovnih osobina kretanja. ***Preciznost, a ne razvrstavanje, put je kojeg treba slediti***. Kao što je Ernest Raderford kazao u šali: "Celokupna nauka je ili fizika ili sakupljanje maraka."

Slika 10 Jedno od najtežih poznatih voljnih kretanja izvodi Aleksandar Cunakov, prvi čovek koji je u stanju da uradi ovo: skok sa jednog monocikla na drugi (© Moscow State Circus).

Kako bismo postigli preciznost u našem opisu kretanja, treba da odaberemo neki poseban primer kretanja i da ga detaljno proučavamo. Intuitivno je očigledno da je najpreciznij opis dostižan za ***najjednostavniji*** moguć primer. U svakodnevnom životu to je slučaj kretanja bilo kojeg neživog, čvrstog i grubog tela u našem okruženju, kao što je bacanje kamena kroz vazduh. Ustvari, kao i svi ljudi, naučili smo da bacamo predmete pre no što smo naučili da hodamo. Bacanje je prvi fizički eksperiment koji smo izveli. Važnost čina bacanja vidljiva je iz pojmova koji su iz njega izvedeni: u latinskom jeziku reči kao što su ***subjekt*** znači "baciti dole", ***objekt*** znači "baciti napred" i ***interjection*** znači "baciti između"; u grčkom jeziku akt bacanja dovodi do pojmova kao što su ***simbol*** znači "baciti zajedno", ***problem*** znači "baciti napred", ***emblem*** znači "baciti u", i na kraju, ali ne i manje važno, ***devil*** znači "baciti kroz". I zaista, tokom našeg ranog detinjstva, bacanjem kamena, igračaka i drugih objekata, dok su nasi roditelji strahovali za svaki deo domaćinstva, mi smo istražili osećaj i osobine kretanja. To isto ćemo učiniti i ovde. (***Ref. 21***).

DieWelt ist unabhangig von meinemWillen.[1]
Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein),
Tractatus, 6.373 **"**



Slika 11 Kako razlikujemo jelena od njegovog okruženja? (© Tony Rodgers).

[1] "Svet ne zavisi od moje volje." Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein, 1889., Wien – 1951., Kambrdge)

OPAŽANJE, STALNOST I PROMENA.

Samo slabići proučavaju samo opšte slučajeve;
pravi naučnici prate primere

Beresford Parlet (Beresford Parlett)[1]

Ljudska bića uživaju u sagledavanju. Opažanja počinju pre rođenja i nastavljamo da u tome uživamo dugo, sve dok možemo. To je ono zbog čega je televizija toliko uspešna, čak i kada je besadržajna. Tokom našeg hodanja kroz šumu u podnožju Planine Kretanja ne možemo da izbegnemo opažanja. Opažanje je prvo od svih sposobnosti ***razlikovanja***. Mi koristimo osnovno mentalno delovanje za razlikovanja skoro u svakom trenutku života; na primer, u doba detinjstva prvo što naučimo je da razlikujemo poznata od nepoznatih opažanja. To je moguće u kombinaciji uz ostale osnovne sposobnosti, naime kapaciteta da se ***zapamte*** iskustva. Pamćenje nam daje sposobnost za iskustva, da govorimo i stoga da istražujemo prirodu. Ujedinjeni opažanje, razvrstavanje i pamćenje čine ***učenje.*** Bez bilo koje od ove tri sposobnosti nećemo moći da izučavamo kretanje.

Deca veoma brzo nauče da razlikuju ***stalnost*** od ***promena***. Ona nauče da ***prepoznaju*** ljudska lica, čak i iako lice svaki put ne izgleda isto onako kao u vreme kada je prvi put viđeno. Preko prepoznavanja lica deca proširuju prepoznavanje na sva ostala opažanja. Prepoznavanje je jako dobro u svakodnevnom životu; jako je lepo prepoznati prijatelje, čak iako je noć, pa čak i posle dosta piva (ovo nije izazov). Čin prepoznavanja stoga uvek koristi i oblik ***uopštavanja***. Kada osmatramo, mi uvek imamo u našoj svesti neku opštu misao. Odredimo nekoliko glavnih.

Dok sedimo na travi u delu iskrčene šume u podnožju Planine Kretanja, okruženi drvećem i tišinom koja je tipična za takva mesta, obuzima nas osećaj smirenosti i spokojstva. Razmišljamo o suštini opažanja. Odjednom, nešto se pomera u grmlju; u trenutku usmeravamo pogled i naša pažnja se fokusira. Nervne ćelije koje su otkrile kretanje deo su drevnog većeg dela našeg mozga, koji delimo sa pticama i reptilima – moždano stablo. Zatim moždana kora, ili savremen mozak, preuzima analizu tipa kretanja i da mu odredi poreklo. Posmatranjem kretanja u našem vidnom polju, mi opažamo dva različita subjekta: neizmenjen predeo i životinju koja se kreće. Pošto smo prepoznali da je životinja jelen, ponovo smo smireni. (***Ref. 22***).

Kako smo napravili razliku između predela i jelena, kao u slučaju sa ***slike 11***? Opažanje uključuje nekoliko procesa u oku i u mozgu. Glavni deo ovih procesa je kretanje, što se najbolje može zaključiti iz flip filma u donjem levom uglu ove stranice Svaka slika prikazuje samo pravougaonik popunjen matematičkim nasumičnim uzorkom. Ali kada se stranica prelistavaju brzim vremenskim razmacima, vi ćete zapaziti oblik – kvadrat – koji se kreće na nepokretnoj pozadini. U bilo kojem datom trenutku kvadrat neće moći da se razlikuje od pozadine; ne postoji vidljiv objekt u datom trenutku vremena. Uprkos tome lako je opaziti kretanje.[2] Opiti opažanja kao što je ovo vršeni su u mnogo varijanti. Na primer, otkriveno je da zapažanje kvadrata koji se kreće na slučajnoj površini nije ništa posebno kod ljudi. (***Ref. 23***). Muve imaju istu sposobnost, kao i zapravo sve životinje koje imaju oči.

Flip film[3] u donjem levom uglu stranice, kao i mnogi drugi slični eksperimenti, ilustruje dva centralna svojstva kretanja. Prvo, kretanje se opaža samo kada se ***objekt*** može razlikovati u odnosu na ***pozadinu*** ili ***okruženje***.[4] Mnoge iluzije kretanja zasnovane su na ovom fenomenu. Drugo, kretanje zahteva da se ***definišu*** obe stvari, kako objekt, tako i okruženje i da se međusobno razlikuju. Zapravo, pojam prostora je – između ostalog – apstrakcija misli o pozadini. Pozadina je proširena, objekt kretanja je lokalizovan. Izgleda li vam ovo dosadno? Nije, sačekajte još sekund.

---

1 Beresford Parlet (Beresford Parlett) profesor je matematike na Univerzitetu Berkley, Kalifornija

2 Ljudsko oko je veoma dobro pri otkrivanju kretanja. Na primer, oko može da zapazi kretanje svetlosne tačke čak i kada je promena ugla manja od onog kojeg razlikuje na nepokretnoj slici. Detalji o ovoj i sličnoj temi za ostala čula oseg su istraživanja opažanja (***Ref. 11***).

3 Flip film nije mogao da bude ubačen u prevod. Umesto njega može da se napravi kratak film, koristeći kopirane kvadrate sa stranica orginala kao kadrove filma sa trajanjem od 0,10 sec. (prim. preev)

4 Tema o prepoznavanju kretanja je puna interesantnih gledišta. Divan uvod u Poglavlje 6 je prelep tekst od Donald D. Hofmana, *Visual Intelligence – How We Create What We See* (Vizuelna inteligencija – kako kreiramo ono što vidimo) W.W.Norton & Co., 1998. Njegova kolekcija osnovnih kretanja može se doživeti i pregledati na pridruženoj veb stranici www.cogsci.uci.edu/~ddhoff

Lokalizovanim subjektom istraživanja onog što može da menja ili pomera nazivamo ***fizički sistem*** ili jednostavnije rečeno – sistem. Sistem se može prepoznati pošto je stalni deo prirode. Sistemi mogu biti objekti – nazvani takođe "fizička tela" – ili zračenje. Prema tome, slike, koje smo stvorili o zračenju, aspekti su fizičkih sistema, ali one same nisu fizički sistemi. (***Izazov 8s***). Ove veze su sumirane u ***Tabeli 2***. A sada, da li su rupe fizički sisemi?

Drugim rečima skup lokalizovanih aspekata koji ostaju neizmenjeni ili stalni tokom kretanja, kao što su veličina, oblik, boje i dr., uzeti zajedno čine (fizički) ***objekt*** ili (psihički) ***telo***. Ovu odrednicu ćemo uskoro da suzimo, kako bismo razlikovali objekte od slika.

Zapazili smo, da ako odredimo objekt koji se stalno kreće, da moramo da ga razlikujemo u odnosu na okolinu. Drugim rečima, odmah od početka mi doživljavamo kretanje kao ***relativan*** proces, ono je zapaženo u odnosu i naspram okruženja.

TABELA 2 Stablo osnovnih pojmova u fizici.

kretanje
osnovni tipovi promena

delovi/sistemi		*odnosi*		*pozadina*	
stalni				mogu se meriti	
ograničeni		prave granicu		neograničeni	
imaju oblik		prave oblik		prošireni	
objekti	*radijacija*	*stanja*	*interakcije*	*fazni prostor*	*prostor - vreme*
neprobojni	probojni	opšta	lokalna	složeni	jednostavni
Odgovarajući aspekti:					
masa	jačina	trenutak	izvor	dimenzije	zakrivljenost
veličina	boja	položaj	domen	rastojanje	topologija
naboj	slika	moment	snaga	zapremina	rastojanje
spin	pojava	energija	smer	podprostor	oblast
itd.	itd.	itd.	itd.	itd.	itd.

svet – priroda – svemir - kosmos
zbirka svih delova, odnosa i pozadina

Važno je pojmovno razlikovanje lokalizovanog, izolovanog objekta i proširenog okruženja. Istina, ono ima izgled kružne odrednice. (Da li ste saglasni?) (***Izazov 9s***) Zapravo, ovaj pojam će nam kasnije zadržati pažnju. (***Strana 313***). S druge strane, toliko smo se navikli da koristimo našu sposobnost da razdvajamo lokalne sisteme od okruženja da je prihvatamo zdravo za gotovo. Međutim, kao što ćemo videti u poslednjem delu našeg puta, ovo razlikovanje će se pokazati kao logično i eksperimentalno nemoguće[1]. (***Vol. 6, strana 69***). Razlog zbog kojeg je ovo nemoguće izgleda da postaje začuđujuć. Da bi se otkrila nemogućnost, primetimo kao prvi korak, da odvojeno od objekta koji se kreće i nepromenljivog okruženja, moramo takođe da opišemo i njihov odnos. Neophodni pojmovi navedeni su u ***Tabeli 2***.

Jedno je naime mudrost: razumeti misao koja upravlja svim stvarima kroz sve stvari

Heraklit iz Efesa ***(Ref. 24)***

[1] Nasuprot onome što često čitamo u popularnoj literaturi, i u kvantnoj teoriji razlikovanje je moguće. Ono postaje nemoguće samo kada se kvantna teorija objedini sa opšom teorijom relativnosti.

DA LI JE SVETU POTREBNO STANJE?

Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins. Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende; die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.[1]

Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein), *Tractatus, 2.027 – 2.0271*

Po čemu se razlikuju različiti uzorci kvadrata u donjem levom uglu stranice? U svakodnevnom životu mi bismo kazali: ***situacija*** ili ***konfiguracija*** ubačenih subjekata. Situacija nekako opisuje sve one aspekte koji se mogu razlikovati od slučaja do slučaja. Uobičajeno je da se popis svih ***promenljivih*** aspekata iz skupa objekta nazove njihovim ***(fizičkim) stanjem kretanja,*** ili jednostavno njihovim ***stanjem.*** Kako je takvo stanje opisano?

Konfiguracije u uzorcima kvadrata u donjem levom uglu stranice razlikuju se pre svega po ***vremenu.*** Vreme je ono što čini suprotnosti mogućim: dete je u kući, a isto to dete je izvan kuće. Vreme opisuje i rešava ovaj tip suprotnosti. Ali stanje ne razlikuje samo situaciju u vremenu: stanje sadrži ***sve*** one aspekte sistema (tj. grupa objekata) koji se razlikuje od svih ***sličnih*** sistema. Dva slična sistema mogu se razlikovati u svakom deliću vremena po:

- položaju,
- brzini,
- usmerenju ili
- ugaonoj brzini.

Ove osobine određuju stanje i preciziraju ***individualnost*** fizičkog sistema između njegovih ***tačnih kopija.*** Isto tako, stanje opisuje odnos objekta ili sistema što se tiče njegovog okruženja. Ili, ekvivalentno:

- ***Stanje*** opisuje sve aspekte sistema koji zavise od posmatrača**.**

Definicija stanja uopšte nije dosadna – samo razmislite o tome: Da li svemir ima stanje? (***Izazov 10s***). Da li je lista osobina stanja maločas pomenutih ***kompletna***?

Pored nabrojanog, fizički sistemi su opisani svojim trajnim, ***sopstvenim osobinama.*** Neki primeri su sledeći:

- masa,
- oblik,
- boja,
- sastav

Sopstvene osobine ne zavise od posmatrača i nezavisna su od stanja sistema. Ona su nepromenljiva – barem u izvesnom intervalu vremena. Sopstvene osobine omogućavaju takođe da se fizički sistemi međusobno razlikuju. I ponovo, možemo se upitati: Kakva je kompletna lista sopstvenih osobina? I da li svemir ima sopstvene osobine? (***Izazov 11s***).

Različiti aspekti objekata i njihovih stanja nazivaju se ***opažanja***. Sve ove grube, privremene odrednice biće prečišćene korak po korak u tekstu koji sledi.

Opis prirode kao skup stalnih subjekata i promene stanja početna je tačka za proučavanje kretanja. Svako posmatranje kretanja zahteva razlikovanje stalnih, sopstvenih osobina – opis objekata koji se kreću – i promene stanja – opisuju način kretanja objekta. Bez ovog razlikovanja ne postoji kretanje. Bez ovog razlikovanja ne postoji čak ni način da se razgovara o kretanju.

Koristeći pojmove koje smo upravo upoznali, možemo reći:

- ***Kretanje*** je promena stanja stalnog objekta**.**

Tačno razdvajanje ova dva aspekta koja pripadaju objektu, ***sopstvene osobine*** i one koje pripadaju stanju ***osobine stanja*** zavisi od preciznosti posmatranja. Na primer, dužina komada drveta nije stalna, drvo se skuplja i krivi tokom vremena, usled procesa koji su na nivou molekula. Da bismo bili precizniji, dužina

[1] "Stalnost, postojanost i objekt su isto. Objekt je stalan, postojeći, konfiguracija se menja, promenljiva je.".

komada drveta nije aspekt objekta, ali je aspekt stanja. Preciznija posmatranja stoga ***menjaju*** razlikovanja između objekta i njegovog stanja, samo razlikovanje ne nestaje – najzad ne u prvih pet knjiga naše pustolovine.

Krajem dvadesetog veka neurološke nauke otkrile su da razlikovanje između promena stanja i stalnih objekata nisu samo napravili naučnici i inženjeri. Isto tako i priroda je stvorila razlike. Zapravo, priroda je ugradila sposobnost razlikovanja u mozak. Korišćenjem izlaznih signala iz vizuelnog dela moždane kore koji obrađuju opažanja oka, susedni delovi ***gornjeg*** dela ljudskog mozga obrađuju ***stanje*** objekta kojeg posmatramo, dok susedni delovi ***donjeg*** dela mozga obrađuju ***sopstvene osobine***, kao što su oblik, boja i uzorak.

Ukratko, stanja su zaista neophodna za opisivanje kretanja. Isto tako su nepromenjene sopstvene osobine. Da bi se nastavilo i došlo do ***potpunog*** opisa kretanja, potrebni su nam potpuni opisi njihovih mogućih stanja i potpuni opisi sopstvenih osobina objekata. Prvi pristup u kojem je ovo pokušano nazvan je Galilejeva fizika; ona počinje sto je moguće preciznijim određivanjem ***svakodnevnog*** okruženja i kretanjem u njemu.

GALILEJEVA FIZIKA U ŠEST INTERESANTNIH ISKAZA

Proučavanje svakodnevnih kretanja, Galilejeva fizika, vredna je truda sama po sebi: mi ćemo otkriti mnoge rezultate koji su u suprotnosti sa našim uobičajenim iskustvima. Na primer, ako se prisetimo sopstvene prošlosti, svi ćemo iskusiti koliko može da bude važnih, divnih ili nedobrodošlih ***iznenađenja***. Ipak, proučavanja svakodnevnih kretanja pokazuju ***da ne postoje*** iznenađenja u prirodi. Kretanja, pa stoga i svet, ***predvidivi su*** ili ***determinstični su***. Glavno iznenađenje našeg istraživanja kretanja je što u prirodi nema iznenađenja. Priroda je predvidiva. Zapravo, mi ćemo otkriti šest aspekata predvidivosti svakodnevnog kretanja:

1. ***Neprekidnost.*** Znamo da oči, kamere i merni aparati imaju konačnu rezoluciju. Svi imaju najmanje rastojanje pri posmatranju. Znamo da časovnik ima najmanji vremensi interval kojeg može da meri. Uprkos ovim ograničenjima, u svakodnevnom životu sva kretanja, njihova stanja, kao i sami prostor i vreme ***neprekidni su.***

2. ***Očuvanost.*** Svi mi opažamo da ljudi, muzika i mnogo drugih stvari u kretanju posle nekog vremena prekinu kretanje. Proučavanje kretanja donosi suprotan rezultat: kretanje se nikada ne prekida. Zapravo, tri aspekta kretanja se ne menjaju, već su ***očuvani***: količina kretanja, moment količine kretanja i energija (zajedno sa masom) očuvani su posebno u svim primerima kretanja. Nikada nisu opaženi izuzeci za ova tri tipa očuvanja. Osim toga, otkrićemo da očuvanje utiče da su kretanja i njihova stanja jedno te isto na svim mestima i u svako vreme: kretanje je ***univerzalno***.

3. ***Relativnost***. Svi znamo da se kretanje razlikuje od mirovanja. Uprkos ovom iskustvu, pažljiva proučavanja pokazuju da ne postoje suštinske razlike između ova dva stanja. Kretanje i mirovanje zavise od posmatrača. Kretanje je ***relativno***. Isto tako i mirovanje. To je prvi korak prema razumevanju teorije relativnosti.

4. ***Dvosmernost***. Svi smo primetili da se većina procesa događa samo u jednom smeru. Na primer, prosuto mleko se nikada samo od sebe ne vrati u posudu. Uprkos takvom posmatranju, proučavanje kretanja će pokazati su svakodnevna kretanja ***dvosmerna***. Fizičari nazivaju ovu invarijantnost svakodnevnih kretanja kao ***povratno kretanje***.

5. ***Invarijantnost u ogledalu***. Mnogi od nas nalaze da je teško raditi makazama levom rukom, da je teško pisati drugom rukom, i da rastemo sa srcem na levoj strani. Uprkos ovakvim opažanjima, naša istraživanja će pokazati da su svakodnevna kretanja ***invarijantna u ogledalu*** (ili ***paritetno invarijantna***). Proces u ogledalu je uvek moguć u svakodnevnom životu.

6. ***Minimiziranje promena***. Svi smo zaprepašćeni pri mnogim posmatranjima koja nudi svet: boje, oblici, zvuci, rast, nesreće, sreće, prijateljstva, ljubav. Varijacije, lepote i složenost su neverovatni. Potvrdićemo da su sva posmatranja uzrokovana kretanjem. I da su, uprkos prividnoj složenosti, sva kretanja jednostavna. Naše proučavanje će pokazati da se sva posmatranja mogu objediniti na jednostavan način: ***priroda je lenja.*** Sva kretanja se događaju na način koji ***minimizira promene.*** Promene se mogu meriti korišćenjem veličine pod nazivom "rad", ali priroda održava rad na minimumu. Situacije – ili stanja, kako to fizičari vole da kažu – razvijaju se minimiziranjem promena. Priroda je lenja.

Ovih šest aspekata su osnove za razumevanje kretanja u sportu, u muzici, kod životinja, kod mašina ili među zvezdama. U ovom prvom delu naše pustolovine biće istraživanje takvih kretanja. Posebno ćemo potvrditi pomenutih šest ključnih osobina u svim slučajevima svakodnevnih kretanja nasuprot svim prividnim protivrečnostima.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O KRETANJU[1]

Nasuprot mnogim životinjama, nepokretna bića, kao što su biljke ili morske sase, nemaju noge i ne mogu mnogo da se kreću; za svoju odbranu one su razvile ***otrove***. Primeri za takve biljke su kopriva, biljka duvana, digitalis, beladona i mak; otrovi uključuju kofein, nikotin i kuraru. Otrovi kao što su ovi predstavljaju baze za mnoge lekove. Prema tome, većina lekova postoji zato što biljke nemaju noge.

* * *

Čovek se penjao uz planinu od 9:00 do 13:00 časova. Prespavao je na vrhu i vratio se u dolinu narednog dana, spuštajući se ponovo od 9:00 do 13:00 časova. Postoji li na njegovoj putanji mesto pored kojeg je prošao u isto vreme u ova dva dana? (***Izazov 12s***)

* * *

Svaki put kada mehur sapunice pukne, kretanje površine tokom pucanja je isto, iako je prebrzo da bi se videlo golim okom. Možete li da zamislite detalje? (***Izazov 13s***)

* * *

Da li je kretanje duha primer kretanja? (***Izazov 14s***)

* * *

Može li nešta da zaustavi kretanje? Kako biste to pokazali (***Izazov 15s***)

* * *

Može li telo da se zauvek kreće po pravoj liniji prikazujući da su priroda ili prostor beskrajni? (***Izazov 16s***)

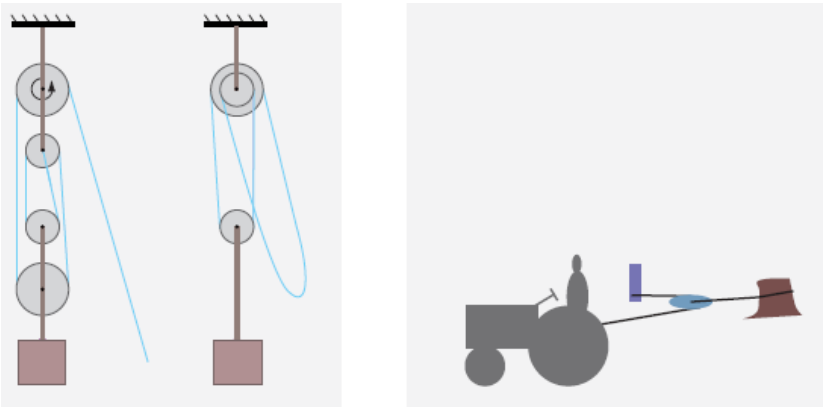
* * *

Kolika dužina konopca je potrebna da bi se podigla masa od visine *h* sa čekrkom i koturačom sa četiri točka, kako je prikazano na levoj strani ***slike 12***? Da li farmer na desnoj strani slike radi nešto osetljivo? (***Izazov 17s***)

* * *

Može li svemir da se kreće? (***Izazov 18s***)

* * *



Slika 12 Čekrk sa teretom i koturača (levo) i farmer (desno)

* * *

Da bi se govorilo precizno o preciznosti, potrebno je da se izmeri sama preciznost. Kako biste to učinili? (***Izazov 19s***)

* * *

Da li bismo mogli da opažamo kretanje kada ne bismo imali pamćenje? (***Izazov 20s***)

[1] Odeljak nazvan "zanimljivosti" je zbirka pojmova i problema koji omogućavaju da se proveri i proširi upotreba pojmova koje smo već upoznali.

* * *

Kolika je najmanja brzina koju ste opazili? Da li je to najmanja brzina u prirodi? (***Izazov 21s***)

* * *

Prema legendi, indijski pronalazač igre ***čaturanga*** ili šaha, Sisa ben Dahir, zatražio je od kralja Širhama za svoj pronalazak jedno zrno pšenice na prvom polju, dva na drugom, četiri na trećem, osam na ćetvrtom i tako dalje. Koliko vremena treba da bi se na svim poljima pšenice na svetu proizvela potrebna količina pšenice? (***Izazov 22s***)

* * *

Kada se pomeri upaljena sveća plamen zaostaje iza nje. Kako će se ponašati plamen ako sveća gori unutar čaše, a pomeri se čaša? (***Izazov 23s***).

* * *

Dobar način da se zaradi novac je izrada detektora kretanja. Detektor kretanja je mala kutija sa malo žica. Kutija daje električni signal uvek kada se pomeri. Kakav tip detektora kretanja možete da zamislite? Koliko jeftino možete napraviti takvu kutiju? Koliko preciznu? (***Izazov 24s***)

* * *

Lopta potpuno bez trenja stoji u blizini ivice potpuno ravne horizontalne ploče, kao što je prikazano na ***slici 13***. Šta će se dogoditi? U kom vremenskom opsegu? (***Izazov 25s***)

* * *

Ušli ste u zatvorenu kutiju bez prozora. Kutija je pokrenuta spoljnom silom bez vašeg znanja. Možete li da odredite u unutrašnjosti kutije ***kako*** se krećete? (***Izazov 26s***)

* * *

Kada se blok kotrlja po podu preko skupa valjaka, kao što je prikazano na ***slici 14***, kolika je brzina bloka i kakav je odnos sa brzinom valjaka? (***Izazov 27s***)

* * *

Da li mrzite obrasce? (***Ref. 18***). Ako ih mrzite, iskoristite sledeću trominutnu metodu da promenite situaciju. Vredno je pokušati da biste još više uživali u ovoj knjigi. Život je kratak; što je moguće više zavolite čitanje ovog teksta, treba da vam čini zadovoljstvo.

1. Zatvorite oči i prisetite se nekog doživljaja koji je bio ***apsolutno veličanstven,*** situaciju kada ste osetili uzbuđenost, radoznalost i pozitivnost.
2. Otvorite oči na sekundu ili dve i pogledajte ***stranu 206*** – ili neku drugu stranu na kojoj je mnogo obrazaca.
3. Potom zatvorite ponovo oči i vratite se na veličanstven doživljaj.
4. Vratite se na posmatranje obrazaca i vaše sećanje predstavite vizuelno – ponovite korake 2 i 3 – još tri puta.

Tada napustite sećanja, pogledajte oko sebe da biste se vratili ovde, a potom testirajte sebe. Ponovo pogledajte ***stranu 206***. Kako se sada osećate u pogledu obrazaca) (***Izazov 28s***).

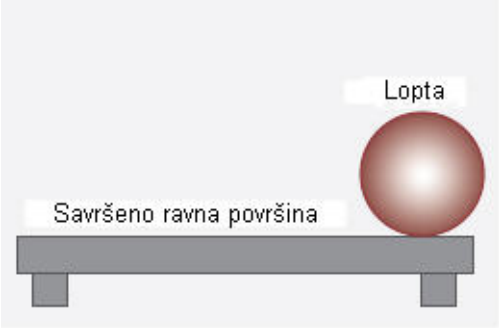
* * *

U šesnaestom veku, Nikolo Tartalja[1] postavio je sledeći problem. Tri mlada bračna para žele da pređu reku. Postoji samo mali čamac koji može da primi dve osobe. Muževi su jako ljubomorni i ne žele da ostave svoje supruge sa drugim muškarcima. Koliko putovanja preko reke je potrebno? (***Izazov 29s***)

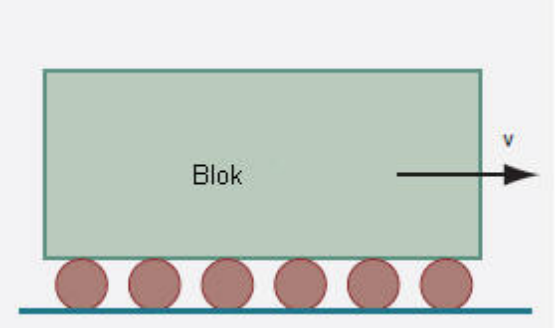
* * *

Valjci mogu da se koriste da bi se kotrljao ravan objekt po podu, kako je pokazano na ***slici 14***. Valjci održavaju ravan objekta uvek na istom rastojanju od poda. Koji presek ***drugačiji*** od kruga, takozvane **krivine *stalnog poluprečnika***, može da uradi isto što i valjci? Koliko primera možete da nađete? Da li su mogući i drugi oblici osim valjaka? (***Izazov 30s***)

[1] Nikolo Tartalja (Niccolo Fontana Tartaglia) (1499–1557), značajan matematičar Renesanse..



Slika 13 Šta će se dogoditi



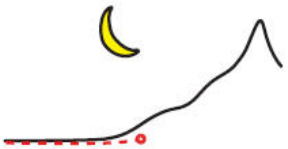
Slika 14 Kolika je brzina valjaka? Da li su mogući i drugi oblici valjaka

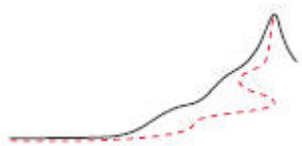
* * *

Vešanje slike na zid nije lako. Najpre zagonetka: koji je najbojli način da se okači slika na jedan ekser? Metoda mora da vam omogućava da možete pomerati sliku u horizontalnom položaju pošto je ekser već u zidu, u slučaju da težina nije ravnomerno raspoređena? (***Izazov 31s***) (***Ref. 25***) Druga zagonetka: možete li da obesite sliku na zid – ovog puta pomoću dugačkog kanapa – preko dva ekseta u slučaju da vađenje eksera izazove pad slike? A sa tri eksera? A sa *n* eksera? (***Izazov 32s***)

ZAKLJUČAK O KRETANJU

Kretanje je najosnovnije opažanje u prirodi. Svakodnevno kretanje je predvidivo i određeno. Predvidivost je prikazana kroz šest aspekata kretanja: kontinuitet, održivost, relativnost, dvosmernost, invarijanta u ogledalu i minimiziranje promena. Neki od ovih aspekata valjani su za ***sva*** kretanja, a neka su valjana samo za ***svakodnevna*** kretanja. Za koje i zašto (***Izazov 33d***). Sada ćemo to da objasnimo.





Poglavlje 2

OD MERENJA KRETANJA DO NEPREKIDNOSTI

Physic ist wahrlich das eigentliche Studium des Menschen.[1]

Georg Kristof Lihtenberg (Georg Christoph Lichtenberg)

Najjednostavniji opisi kretanja su oni koje poznajemo svi iz svakodnevnog života, kao što su mačke ili majmuni: *samo* ***jedna stvar može biti istovremeno na jednom mestu***. Ovaj opšti opis može da se razloži na tri predpostavke: matetija je ***neprobojna*** i ***pokretna***, vreme je sastavljeno od ***trenutaka***, a prostor je sastavljen od ***tačaka***. Bez ove tri predpostavke nije moguće da se definiše brzina u svakodnevnom životu. (Da li ste saglasni sa ovim?) (***Izazov 34s***). Ovi opisi prirode nazivaju se ***Galilejeva fizika***, a ponekad i ***Njutnova fizika***.

Galileo Galilej (1564 – 1642), toskanski profesor matematike, bio je centralni osnivač moderne fizike (***slika 15***). On je postao slavan zbog zalaganja za važnost opažanja kao provere stanja prirode. Zahtevanjem i sprovođenjem ovih provera tokom života on je doveo do neprestanog porasta tačnosti u opisu kretanja. Na primer, Galilej je proučavao kretanje merenjem promena položaja na svom časovniku-štoperici, koju je sam konstruisao. Galilejev cilj ekspreimenta bio je da izmeri sve što se može meriti u kretanju. Njegov pristup promenio je predpostavljene opise iz drevne Grčke u eksperimentalnu fiziku renesansne Italije[2].

Slika 15 Galileo Galilej

Posle Galileja, engleski alhemičar, očni lekar, teolog, fizičar i političar, Isak Njutn (Isaac Newton 1643 – 1727), nastavio je istraživanja uz energičnu ideju da različiti tipovi kretanja imaju imaju iste osobine i načinio je važne korake u konstruisanju pojmova potrebnih za prikazivanje te ideje.[3]

Pre svega, istraživanja i knjige od Galileja popularizovale su osnovne eksperimentalne iskaze o osobinama brzine, prostora i vremena.

---

[1] "Fizika je verovatno aktuelno proučavanje čoveka" Georg Kristof Lihtenberg (Georg Christof Lichtenberg, 1742. Ober-Ramstadt – 1799. Getingen) bio je značajan fizičar i esejist.

[2] Najbolja i najinformativnija knjiga o životu Galileja i njegovom vremenu je ona od Pijetra Redondi-ja (videti odeljak na ***strani 236***). Galileo Galilej je rođen u godini kada je pronađena pisaljka. Pre tog vremena nije bilo moguće izvoditi proračune na papiru. Za radoznale, na veb stranici www.mpiwg-berlin.mpg.de/ omogućeno je da se pročita orginalni Galilejev rukopis

[3] Njutn je rođen godinu dana posle smrti Galileja. Tokom većine svog života tragao je za kamenom mudrosti. Njutnov hobi, kao odgovornog u Engleskoj kovnici novca, bio je da nadgleda osoblje u pogledu falsifikata. O Njutnovoj doživotnoj opsednutosti alhemijom, videti knjigu Dobsa. (***Ref. 26***). Ženomrzac tokom života, Njutn je verovao da je odabran od Boga; uzeo je latinsko ime *Isaacus Neuutonus*, a napravio je i anagram *Jeova sanctus unus*. O Njutnu i njegovoj važnosti za klasičnu mehaniku pogledati tekst Clifford Truesdell-a (***Ref. 27***)

ŠTA JE BRZINA?

Ne postoji ništa slično tome.
Johen Rint (Jochen Rindt)[1]

Brzina fascinira. Za fizičare nisu interesantne samo automobilske trke, već svaki subjekt koji se kreće. Prema tome, fizičari prvo izmere što je više primera. Izbor izmerenih vrednosti brzina date su u ***Tabeli 3***. Jedinice i prefiksi koji su korišćeni detaljnije su objašnjeni u ***Dodatku B*** (***Strana 325***). Neki uređaji za merenje brzina prikazani su na ***slici 16***. Svakodnevni život mnogo nas uči o kretanju: objekti mogu da prestižu jedni druge, a isto tako mogu da se kreću u raznim smerovima. Takođe mi zapažamo da se brzina može dodavati ili da se postepeno menja. Detaljan pregled ovih osobina dat je u ***Tabeli 4***, njih su sredili matematičari po posebnim pojmovima; oni kažu da brzina ima formu ***Euklidovog prostornog vektora.***[2] Više detalja o ovom čudnom pojmu biće uskoro dati. (***Strana 67***). Za sada treba samo da zapazimo da u opisu prirode matematički pojmovi nude najsigurnije sredstvo.

Slika 16 Neki uređaji za merenje brzine: anemometar, tahometar za rolere, pištolj sportskog radara i Pitot – Prandtl cev na avionu (© Fachhochschule Koblenz, Silva, Tracer, Wikimedia).

Kada se predpostavi da brzina bude Euklidov vektor, tada se naziva ***Galilejeva*** brzina. Brzina je osnovni pojam. Na primer, brzini nije potrebno da se definiše izmerljivost prostora i vremena. Jeste li sposobni da nađete smisao merenja brzine, a da se ne mere prostor i vreme? (***Izazov 36d***). Ako jeste, verovatno želite da pređete na naredni deo knjige, preskačući 2000 godina istraživanja. Ako to ne možete, razmotrite sledeće: uvek kada merimo količine predpostavljamo da je svako sposoban da uradi isto to, te da će svako dobiti isti rezultat. Drugiim rečima, mi određujemo ***merenje*** kao upoređivanje sa standardom. Prema tome, prećutno predpostavljamo da takav standard postoji, to jest, da se može naći primer "savršene" brzine. Istorijski, proučavanje kretanja nije u početku istraživalo ovo pitanje, pošto tokom mnogih vekova niko nije mogao da nađe takvu standardnu brzinu. Tako da ste vi u dobrom društvu.

Neki istraživači su se specijalizovali u proučavanju najmanjih brzina koje se mogu naći u prirodi i oni se nazivaju geolozi. (***Ref. 32***). Nemojte propustiti mogućnost da se prošetate u prirodi dok slušate jednog od njih.

Kako se brzina meri u svakodnevnom životu? Životinje i ljudi procenjuju svoju brzinu na dva načina: preko procenjivanja učestanosti sopstvenog kretanja, kao što su njihovi koraci, ili koristeći svoje oči, ušu, čulo dodira ili osećaj vibracija da bi zaključili kako se njihov položaj menja u odnosu na okruženje. Ali mnoge životinje imaju dodatne mogućnosti: neke zmije mogu da odrede brzinu pomoću svojih infra-crvenih organa čula, druge pomoću organa koji osećaju magnetno polje. Neke druge životinje emituju zvuk koji stvara eho odjek kako bi izmerile brzinu uz veliku tačnost. Isti opseg rešenja se koristi i na tehničkim uređajima. U ***Tabeli 5*** naveden je njihov pregled.

---

1 Johan Rindt (1942 – 1970) čuveni austrijski vozač formule 1, kada je govorio o brzini.

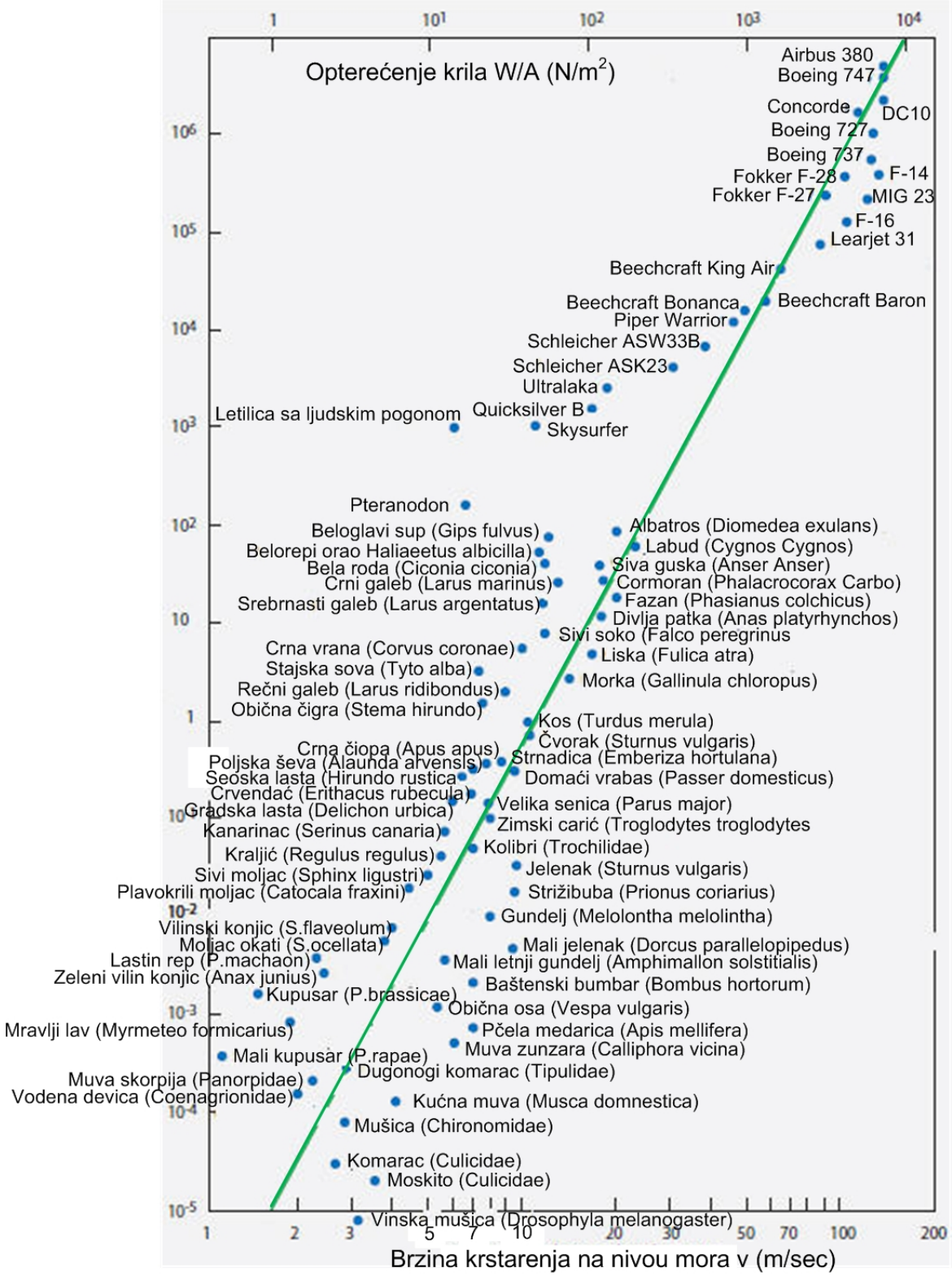
2 Nazvano po Euklidu, ili Euklidesu, velikom matematičaru Grčke koji je živeo u Aleksandriji oko 300. godine pne. Euklid je napisao monumentalnu raspravu o geometriji *Στοιχεῖα* ili *Elementi* koja predstavlja putokaz misli čovečanstva. Tekst predstavlja kompletno znanje geometrije iz tog vremena. Prvi put je Euklid uveo dva pristupa koji se danas normalno koriste: sve teoreme je izveo iz malog broja *aksioma* i za svaku teoremu dat je *dokaz.* Knjiga se štampa još i danas, i bila je referentni tekst iz geometrije preko 2000 godina. Na veb stranama može se naći na: aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html.

TABELA 3 Neke izmerene vrednosti brzina

Opažanja	**Vrednosti**
Rast magmatske kore u dubini mora Možete li da nađete nešta sporije	80 am/s (***Izazov 35s***)
Rast stalagmita	0,3 pm/s
Rast lišaja, manje od	7 pm/s
Tipično kretanje kontinenata	10 mm/god = 0,3 nm/s
Ljudski rast u detinjstvu, rast kose	4 nm/s
Rast drveća od	30 nm/s
Pomak elektrona u metalnom provodniku	1 μm/s
Kretanje spermatozoida	60 – 160 μm/s
Brzina svetlosti u centru Sunca (***Ref. 28***)	1mm/s
Kretanje kečapa	1 mm/s
Najmanja brzina svetlosti izmerena u materiji na Zemlji (***Ref. 29***)	0,3 m/s
Brzina snežne pahuljice	0,5 – 1,5 m/s
Brzina impulsa u nervnom vlaknu čoveka (***Ref.30***)	0,5 – 120 m/s
Brzina vetra na 1 i na 12 Bofora (povetarac i uragan)	<1,5 - >33 m/s
Brzina kišne kapi u zavisnosti od poluprečnika	2 – 8 m/s
Najbrža riba (vrsta morskog psa) *Istiophorus platypterus*)	22 m/s
brzinski rekord jedrenja 2009.god. (trimarin *Hydroptere*)	26,4 m/s
Najbrža životinja, gepard	30 m/s
Brzina vazduha u ždrelu prilikom kijanja	42 m/s
Najbrže bacanje lopte za kriket, tehnikom bezbola, iz trka	50 m/s
Čovek u slobodnom padu, u zavisnosti od odeće	50 – 90 m/s
Najbrža ptica u poniranju *Falco peregrinus*	60 m/s
Najbrži smeč u badmintonu	70 m/s
Srednja brzina molekula kiseonika u vazduhu na sobnoj temperaturi	280 m/s
Brzina zvuka u suvom vazduhu, na nivou mora i standardnoj temper.	330 m/s
Brzina rotacije Zemlje na ekvatoru	434 m/s
Kraj biča pri pucanju	750 m/s
Brzina puščanog zrna	1 km/s
Brzina širenja procepa u silikonu pri kidanju	5 km/s
Najveća makroskopska brzina ostvarena čovekom (satelit *Hellios II*)	70.2 km/s
Brzina Zemlje kroz svemir	370 km/s
Srednja (i vršna) brzina munje	600 km/s (50 Mm/s)
Najveća makroskopska brzina izmerena u našoj galaksiji (***Ref. 31***)	$0{,}98 \cdot 10^8$ m/sec
Brzina elektrona u kolor TV ekranu	$1 – 10^8$ m/s
Brzina radio poruke u svemiru	299 792 458 m/s
Najveća ikada izmerena brzina grupe svetlosti	$10 \cdot 10^8$ m/s
Brzina svetlosne tačke sa svetionika kada prođe pored Meseca	$2 – 10^9$ m/s
Najveća brzina elektrona koju je ikad postigao čovek	$7 – 10^{13}$ m/s
Najveća moguća brzina svetlosne tačke ili senke	nema granice

TABELA 4 Osobine svakodnevne – ili Galilejeve – brzine

Brzina može	**Fizičke osobine**	**Matematičko ime**	**Odrednica**
da se razlikuje	razlikovanje	element skupa	***Vol. III, str. 206***
da se menja postepeno	neprekidnost	realni prostorni vektor	***strana 67***, ***Vol. V, str. 204***
da se usmeri nekud	smer	vektorski prostor, dimenzije	***strana 67***
da se upoređuje	merljivost	metričnost	***Vol. IV, str. 182***
da se dodaje	dodavanje	vektorski prostor	***strana 67***
da ima određen ugao	smer	Euklidov vektorski prostor	***strana 67***
da prevaziđe svaku granicu	beskonačnost	neograničenost	***Vol. III, strana 208***



Slika 17 Kako opterećenje krila i brzina krstarenja morem zavise od od težine letećeg objekta, upoređeno sa zajedničkom linijom trenda.

Brzina nije uvek jednostavan subjekt. Fizičari izazivački vole da kažu da ono što se ne može izmeriti i ne postoji. Možete li da izmerite sopstvenu brzinu u praznom međuzvezdanom prostoru? (***Izazov 37s***)

Za brzinu su zainteresovani kako inženjeri tako i oni koji se bave razvojem. U opštem, samohodni sistemi su sve veći i sve brži. Kao što primer na ***slici 17*** pokazuje kako se ovo primenjuje za brzine krstarenja letećih naprava. Uopšteno, brzina krstarenja srazmerna je šestom korenu težine kako pokazuje linija trenda prikazana na grafiku. (Možete li pronaći zbog čega?) (***Izazov 38d***). Uzgred, slična ***alometrijska srazmera*** važi i za mnoge druge karakteristike sistema koji se kreću, kao što ćemo videti kasnije.

Brzina je temeljna tema i iz jednog dodatnog razloga: otkrićemo da je svaka od sedam njenih osobina navedenih u ***Tabeli 4*** samo približna, ***nijedna*** nije sasvim tačna. Usavršena ispitivanja će otkriti izuzetke za svaku osobinu Galilejeve brzine. Greške u poslednje tri osobine iz ***Tabele 4*** dovešće nas do specijalne i opšte teorije relativnosti, greške u srednje dve osobine do kvantne teorije i greške u prve dve osobine do jedinstvog opisa prirode. Međutim, za sada, mi ćemo se vezati za Galilejevu brzinu i nastaviti sa drugim Galilejevim pojmom izvedenim iz nje – vremenom.

TABELA 5 Uređaji za merenje brzine u biološkim i inženjerskim sistemima

Merenje	**Uređaj**	**Opseg**
Sopstvena brzina kretanja insekata, sisara i ljudi	frekvencija udara noge merena unutrašnjim časovnikom	0 do 33 m/s
Brzina automobila	brzinomer spojen sa točkovima	0 do 150 m/s
Brzina plena koju mere lovci i zveri	vizuelni sistem	0 do 30 m/s
Policijsko merenje brzine automobila	radar ili laserski pištolj	0 do 90 m/s
merenje sopstvene brzine i brzine plena slepih miševa	dopler eho sonar	0 do 20 m/s
Merenje brzine kliznih vrata pri približavanju osobe	dopler radar	0 do 3 m/s
Sopstvena brzina plivanja ljudi i riba	trenje i deformacije na koži	0 do 30 m/s
Sopstvena brzina plivanja delfina i brodova	sonar u odnosu na dno mora	0 do 20 m/s
Brzina zaranjanja riba, ronilaca i podmornica	promena pritiska	0 do 5 m/s
Vodene grabljivice i ribarski brodovi kada mere brzinu plena	sonar	0 do 20 m/s
Sopstvena brzina insekata u odnosu na Zemlju	najčešće nikakva (skakavci)	nepoznato
Sopstvena brzina ptica u odnosu na Zemlju	vizuelni sistem	0 do 6 m/s
Sopstvena brzina aviona ili raketa u odnosu na Zemlju	radio goniometrija, radar	0 do 8000 m/s
Sopstvena brzina insekata i ptica u odnosu na Zemlju	otklon vlakana kose ili perja	0 do 60 m/s
Sopstvena brzina aviona u odnosu na vazduh	Pitot – Prandlt cev	0 do 340 m/s
Merenje brzine vetra u meteorološkim stanicama	termički, rotacioni i ultrazvučni anemometri	0 do 80 m/s
Brzina gutanja plena grabljivica	vizuelni sistem	0 do 20 m/s
Merenje brzine plena slepih miševa	sonar	0 do 20 m/s
Makroskopska kretanja na Zemlji	Global Positioning System, Gallileo, Glonass	0 do 100 m/s
Merenje brzine cilja pilota	radar	0 do 1000 m/s
Kretanje zvezda	optički Doplerov efekt	0 do 1000 km/s
Kretanje zvezdanih mlazova	optički Doplerov efekt	o do 200 Mm/s

*Bez pojmova **mesto, praznina** i **vreme** nebi bilo promena [...] Stoga je jasno [...] da je njihovo istraživanje sprovedeno kroz proučavanje posebno svakog od njih*

Ariistotel[1] Physics, knjiga III, deo 1

[1] Aristotel (384/3 pne, Stageira, 322 pne, Euboea) značajan filozof i naučnik stare Grčke, osnivač Peripatetičke škole locirane u Liceumu, gimnaziji posvećenoj Apolonu, Apollo Lyceus

ŠTA JE VREME?

Vreme je nesreća kretanja.

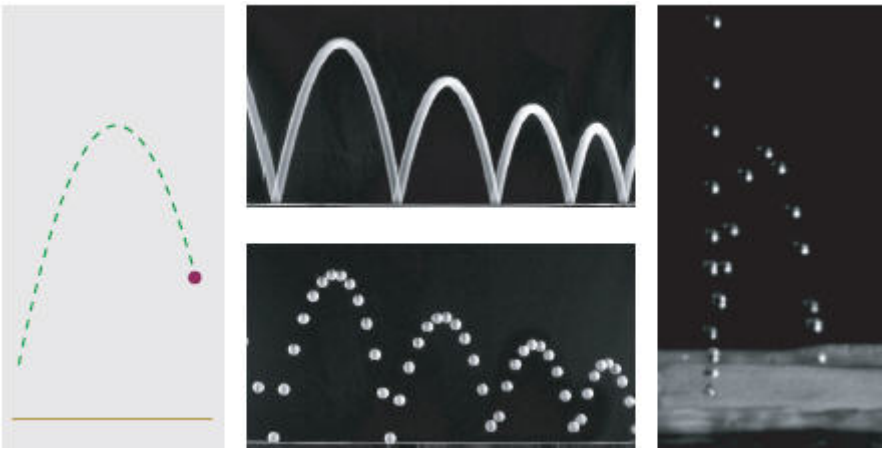
Teofrast[1]

Vreme ne postoji posebno, već se samo oživljava kroz objekte, iz čega nastaju pojmovi prošlost, sadašnjost i budućnost.

Lukrecije (Lukrecijus),[2] *De rerum natura*, knj. 1, v. 460. strana

Tokom prvih godina života deca utroše mnogo vremena bacajući predmete oko sebe. Sam pojam "*object*" latinska je reč i znači "*ono što se baci pred sebe*". Psihologija razvoja pokazala je eksperimentalno da iz ovog važnog iskustva deca izdvajaju pojmove vremena i prostora. (***Ref. 21***). Odrasli fizičari čine to isto kada proučavaju kretanja u svemiru.

Kada bacimo kamen kroz vazduh možemo odrediti ***redosled*** opažanja kako je prikazano na ***slici 18***. To nam omogućavaju naše pamćenje i naša čula. Čulo sluha registruje različite zvukove tokom penjanja, padanja i pada kamena na zemlju. Naše oči prate položaj kamena od jedne tačke do druge. Sva opažanja imaju svoje mesto u redosledu, neka opažanja predhode, neka su istovremena, a neka slede. Kažemo da su opažanja doživljena dešavanja u različitim ***trenucima***, a redoslednost svih trenutaka nazivamo ***vreme***.



Slika 18 Tipična putanja koju prati kamen bačen kroz vazduh – parabola – forografija (zamagljena i stroboskopska) teniske lopte koja odskače sa stola (u sredini) i stroboskopska fotografija kapi vode koja se odbija od hidrofobične površine (desno). (© Andrew Davidhazy, Max Groenendijk)

Posmatranje koje razmatra najmanji deo redosleda, to jest ne sam redosled, naziva se ***događaj.*** Događaj je centar definicije vremena; posebno start i zaustavljanje štoperice su događaji (***Izazov 39s***). (No, da li događaj zaista postoji? Zadržite ovo pitanje u glavi, kada budemo napredovali.)

Fenomen redosleda ima dodatne osobine poznate kao skupljanje, rastezanje i trajanje. Neke izmerene vrednosti navedene su u ***Tabeli 6***.[3] ***Trajanje*** izražava ideju da je za redosled ***potrebno*** vreme. Kažemo da je redosledu potrebno vreme kako bismo se izrazili da drugi redosledi mogu da se događaju paralelno sa njim.

Kakav je tačan pojam vremena izveden iz opažanja, uključujući redosled i trajanje? Mnogo ljudi se bavi ovim pitanjem: astronomi, fizičari, časovničari, psiholozi i filozofi. Svi su zaključili:

- ***Vreme*** *je izvedeno iz upoređivanja kretanja.*

Ovo važi čak i u slučaju dece i životinja. Počevši od jako malog uzrasta, deca razvijaju pojam "vreme" kroz upoređivanje kretanja u svom okruženju. (***Ref. 21***). Uz rast uzimamo kao standard kretanje Sunca i

---

1 Teofrast iz Eresosa (371 – 287 pne) bio je poštovani Lezbijski filozof i sledbenik Aristotela na Liceumu.

2 Tit Lukrecije Karo (Titus Lucretius Carus 95 – 55 pne), rimski naučnik i pesnik.

3 Oznaka za godinu *a* je je skraćenica iz latinskog – "*annus*".

tako nastalu vrstu vremena nazivamo ***lokalno vreme.*** Preko Meseca izveden je ***lunarni kalendar.*** Ako se uzme poseban časovnik jednog naselja na evropskom ostrvu, tada se to naziva ***koordinata univerzalnog vremena (UTC – Univerzal Time Coordinate),*** poznato kao ***Griničko vreme***.[1] Astronomi koriste kretanje zvezda i takav rezultat nazivaju ***vreme efemerida*** (ili neko od njihovih sledbenika). Posmatrač koji koristi svoj lični časovnik, naziva njegovo pokazivanje ***sopstvenim vremenom***; ono se često koristi u teoriji relativnosti.

TABELA 6 Sređena izmerena vremena

Posmatranje	**Vreme**
Najkraće izmereno vreme	10^{-44} s
Najduže izmereno vreme	10 ys
Vreme da svetlost prođe kroz tipičan atom	0,1 do 10 as
Najkraći laserski impuls svetlosti proizveden do sada	200 as
Period da cezijum pređe na osnovno stanje	108,78277570778 ps
Zamah krila voćne mušice	1 ms
Period pulsara (rotirajuće neutronske zvezde) PSR 1913+16	0,059029995271(2) s
Ljudski "trenutak"	20 ms
Najkraći životni vek živog bića	0,3 d
Srednja dužina dana od pre 400 miliona godina	79.200 s
Srednja dužina dana danas	86.400,2(1) s
Vreme od rođenja do jubileja od 1000 miliona sekundi	31,7 a
Starost najstarijeg živog drveta	4600 a
Starost Himalaja	35 do 55 Ma
Starost najstarije stene nađena na Isua Belt Grenland i Porpoise Cove, Hadsonski zaliv	3,8 Ga
Starost Zemlje	4,8 Ga
Starost najstarije zvezde	13,8 Ga
Starost najstarijeg protona u vašem telu	13,8 Ga
Životni vek jezgta tantala ^{108m}Ta	10^{15} a
Životni vek jezgta bizmuta ^{209}Bi	$1{,}9(2)\cdot 10^{19}$ a

Nije svako kretanje dobar standard za vreme. U godini 2000. jedan obrt Zemlje ne traje više 86.400 sekundi, kao što je bilo godine 1900., već 86.400,002 sekunde. (***Dodatak B, strana 328***). Možete li zaključiti u kojoj godini će vaš rođendan biti pomeren za čitav jedan dan od predviđenog vremena od 86.400 sekundi? (***Izazov 41s***)

Sve metode za definiciju vremena se stoga zasnivaju na upoređivanju vremena. Da bismo načinili pojam koji je najprecizniji i istovremeno najkorisniji, odabrano je ***standardno*** referentno kretanje, i sa njim su definisani standardni redosled i standardno trajanje. Uređaj koji izvršava ovaj zadatak naziva se ***časovnik***. Stoga možemo da odgovorimo na pitanje iz naslova ovog odeljka:

- *Vreme je ono što očitamo na časovniku*

Treba zapaziti da su sve odrednice za vreme korišćene u raznim oblastima fizike jednake sa ovom; nije moguća "dublja" ili osnovnija odrednica.[2] Zapazite da je reč "moment" izvedena iz reči "movement". Jezik u ovom slučaju prati fiziku. Začudujuće, ali odrednica za vreme koja je ovde data je konačna i neće nikada biti promenjena, čak ni na vrhu Planine Kretanja. Na prvi pogled je to iznenađujuće, pošto je mnogo knjiga napisano o prirodi vremena. Umesto toga, one bi trebalo da ispituju prirodu kretanja! Ali to je svakako cilj našeg hodanja. Mi stoga stavljamo na stranu otkrivanje svih tajni vremena kao rezultat naše pustolovine. Svaki časovnik nas podseća kako da razumemo vreme, ali mi želimo da razumemo kretanje.

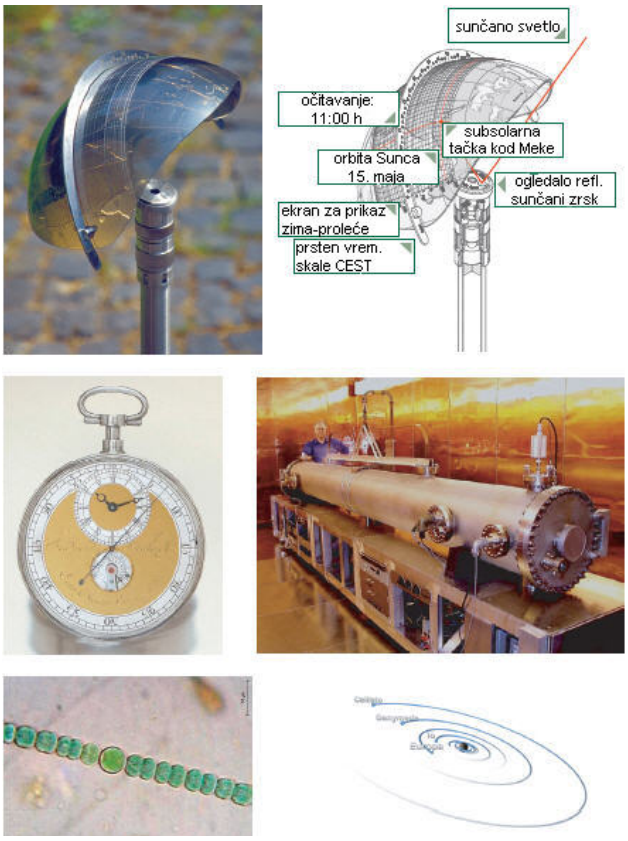
---

[1] Zvanične UTC koriste se za određivanje faze energetske mreže, telefonske i internet kompanije, prenos podataka i za signale GPS sistema. Ranije su ih koristili mnogi sistemi navigacije širom sveta, posebno za brodove, avione i mobilne telefone. Za više informacija pogledati veb stranu www.gpsworld.com. Infrastruktura čuvanja vremena važna je takođe i za druge delove savremene skonomije. Možete li da navedete neki najvažniji? (***Izazov 40s***)

[2] Najstariji časovnik je sunčani sat. Nauka koja se bavi njegovom izradom naziva se ***gnomonika***. (***Ref. 33***)

Vreme nije samo subjekt posmatranja, ono je takođe gledište ličnog iskustva. Čak i u našem najdubljem privatnom životu, u našim mislima, osećanjima i snovima, mi doživljavamo redoslede i trajanja. Deca uče da upoređuju ova unutrašnja doživljavanja sa spoljnim posmatranjima, i da bi ga koristila za redosledne osobine događaja u svojim delovanjima. Proučavanja nastanka psihološkog vremena pokazuju da se to poklapa – pored nedostatka preciznosti – sa vremenom na časovniku.[1] Svaki čovek tokom života nephodno koristi svakog dana pojam vremena kao kombinaciju redosleda i trajanja; ova činjenica je proverena u brojnim istraživanjima. Na primer, pojam "kada" postoji u svim svetskim jezicima (***Ref.35***)

Vreme je pojam ***neophodan*** za razlikovanje opažanja. U svakom redosledu opažanja zapažamo da događaji slede jedan za drugim glatko, prividno bez kraja. U ovom kontekstu "postepeno" znači da opažanja koja nisu previše udaljena teže i da ne budu previše različita. Ipak između dva trenutka, bliska koliko možemo da ih zapazimo, postoji uvek prostor za još jedan događaj. Trajanja, ili ***vremenski intervali*** koje mere različite osobe sa različitim časovnicima slažu se u svakodnevnom životu; štaviše, svi posmatrači saglasni su u pogledu redosleda događaja. Vreme je prema tome u svakodnevnom životu ***jedinstveno***.



Slika 19 Različiti tipovi časovnika: sunčani sat visoke tehnologije (veličina oko 30 cm), mornarički džepni hronometar (veličina oko 6 cm), cezijumski atomski časovnik (veličina 4 m), grupa cijanobakterija i satelit Jupitera, Galilej. (© Carlo Heller na www.heliosuhren.de , anonimus, INNS, Wikimedia, NASA).

Vreme je neophodno da se napravi razlika između opažanja. Iz tog razloga svi uređaji za opažanja koji prave razliku između događaja, od mozga do diktafona i video kamera, imaju interni časovnik. Osim toga, svi životinjski mozgovi imaju interni časovnik. Ovi časovnici u mozgu omogućavaju korisniku da napravi razliku između sadašnjih, skorašnjih i prošlih podataka i opažanja.

Kada je Galilej u sedamnaestom veku proučavao kretanje, još uvek nisu postojale štoperice. Zato je on napravio jednu za sebe kako bi mogao da meri vreme u opsegu od delova sekunde i nekoliko sekundi. Možete li zamisliti kako je on to učinio? (***Izazov 42s***)

[1] Mozak sadrži brojne časovnike. (***Vol. V, strana 36***). Najprecizniji je časovnik za kratke vremenske intervale, interni tajmer intervala u mozgu je tačniji no što se često zamišlja, posebno kada se trenira. Za periode vremena između nekoliko desetina sekunde, što je potrebno za muziku, i nekoliko minuta, čovek može da postigne tačnost vremena od nekoliko procenata. (***Ref. 34***)

Ako formulišemo precizno sve odobine vremena koje doživljavamo u našem svakodnevnom životu, kao što je učinjeno u ***Tabeli 7***, dobićemo pojam vremena koji se naziva ***Galilejevo vreme.*** Sve njegove osobine mogu se izraziti istovremeno opisom vremena uz pomoć ***realnih brojeva.*** Zapravo, realni brojevi osmislili su matematičari tako da imaju tačno iste osobine kao Galilejevo vreme, kao što je opisano u poglavlju o mozgu (***Vol. III, str. 213***). U slučaju Galilejevog vremena svaki trenutak vremena može da bude opisan realnim brojem, obično označen sa *t*. Trajanje rerosleda događaja tada je dato kao razlika između vrednosti vremena završetka i početka događaja. Mi ćemo prilično imati nekih zabava sa Galilejevim vemenom u ovom delu naše pustolovine. Međutim, hiljade godina bližih istraživanja pokazale su da je ***svaka pojedinačna*** osobina Galilejevog vremena prikazana u ***Tabeli 7*** približna i da nijedna nije potpuno tačna. Ova priča je ispričana u ostatku naše pustolovine.

TABELA 7 Osobine Galilejevog vremena

Trenutak vremena	Fizičke osobine	Matematički naziv	Definicija
Može da se napravi razlika	mogućnost razlikovanja	element skupa	***Vol. III, str. 208***
Može da se dovede u red	redosled	red	***Vol. V, str. 274***
Određeno trajanje	izmerljivost	metričnost	***Vol. IV, str. 182***
Može da ima nestajuće trajanje	neprekidnost	gustina, kompletnost	***Vol. V, str. 275***
Dopušta dodavanje trajanja	aditivnost	metričnost	***Vol. IV, str. 182***
Nema skrivenih iznenađenja	invarijanta translacije	homogenost	***str. 175***
Nema kraja	beskonačnost	neograničenost	***Vol. III, str. 208***
Jednako je za sve objekte	apsolutnost	jedinstvenost	

ČASOVNICI

Najvrednija stvar koju čovek može da potroši je vreme
Teofrast iz Erososa

Časovnik je pokretan sistem čiji položaj može da se očitava. Postoji mnogo tipova časovnika: štoperica, časovnik sa dvanaest sati, sinčani časovnik, lunarni časovnik, časovnik godišnjih doba itd. Nekoliko njih je prikazano na slici 19. (***Ref. 36***). Skoro svi tipovi časovnika nađeni su u biljkama i životinjama, kako je prikazano u ***Tabeli 8***.

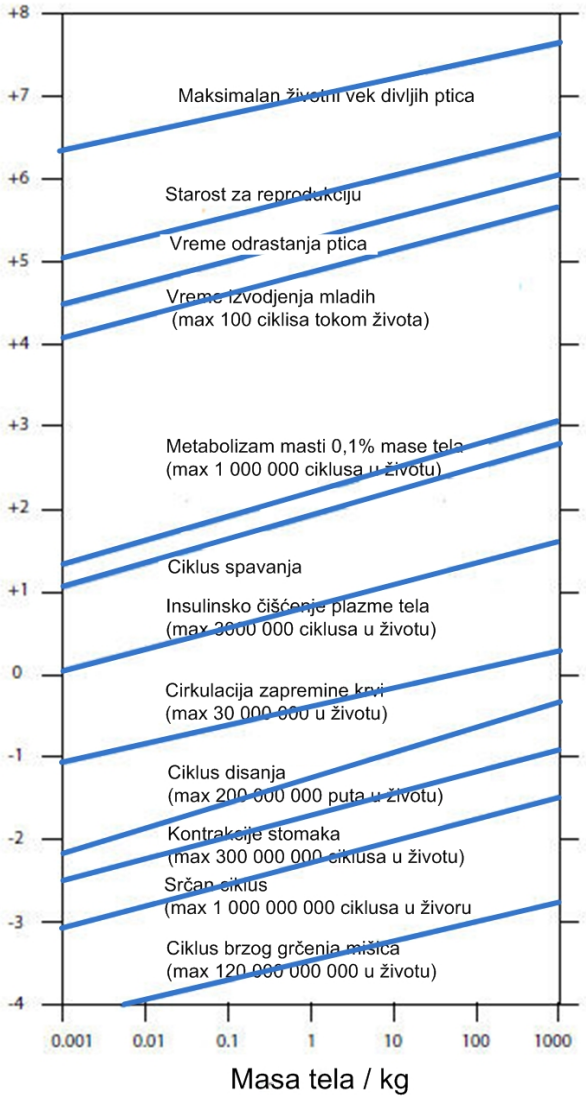
TABELA 8 Primeri bioloških ritmova i časovnika

Živo biće	Oscilatorni sistem	Period
Peščani skakavac *(Talitrus saltator)*	poznaje smer u kojem će da leti pomoću položaja Sunca ili Meseca	biološki
Čovek *(Homo sapiens)*	gama talasi u mozgu	0,023 do 0,03 s
	alfa talasi u mozgu	0,08 do 0,13 s
	otkucaji srca	0,3 do 1,5 s
	delta talasi u mozgu	0,3 do 10 s
	cirkulacija krvi	30 s
	čelijski cirhoralni ritam	1 do 2 ks
	brza kretanja oka tokom sna	5,4 ks
	nazalni ciklus	4 do 9 ks
	ciklus hormona rasta	11 ks
	suprahijazmatični nukleus (SCN), koncentracija cirkadijalnog hormona, temperatura itd;	biološki
	mesečni period	2,4(4) Ms
	ugrađena starost	3,2(3) Gs
Kućna muva *(Musca domestica)*	treptaj krila	30 ms
Voćna mušica *(Drosophila melanogaster)*	treptaj krila pri udvaranju	34 ms
Većina insekata (osa, voćna mušica i std)	otkrivanje približavanja zime (diapausa), merenjem dužine dana, okidač promena metabolizma	godišnji

Alge	koncentracija adenosinetrifosfata (ATP)	
Plesan *(na pr.:Neurospora crassa)*	formiranje kondiloma	biološki
Većina biljaka koje cvetaju	otvaranje i zatvaranje cvetova	biološki
Biljka duvana	časovnik otvaranja cvetova, pokreće ga dužina dana, otkrili 1920. god. Garner i Allard	godišnji
Biljka gušara *Arabidopsis*	circumnutacija	biološki
	rast	nekoliko sati
Biljka telegraf *(desmodium gyrans)*	okretanje strane lista	200 sec
Forsythia europaea, F. suspensa, F. viridissima, F. spectabilis	oscilacija latica, otkrio Van Goosh 2002.god.	5,1 ks

Zanimljivo je da postoji strogo pravilo u carstvu životinja: veliki časovnici idu sporije. (***Ref. 37***). Kako se to događa prikazano je na ***slici 20***, još jedan primer "*zakona*" ***alometrijske razmere***. izrađivači satova su stručnjaci da naprave kretanje koje je što je moguće tačnije. (***strana 136***) .Mi ćemo malo kasnje da otkrijemo neke od njihovih trikova. Isto tako malo kasnije istražićemo, osnovne granice za tačnost časovnika. (***Vol. V, strana 38***).

Časovnik je pokretan sistem čije pokazivanje može da se očitava. Naravno, ***precizni*** časovnik je sistem koji se kreće što je tačnije moguće, uz što je moguće manje spoljne smetnje. Postoji li u prirodi savršen časovnik? Da li časovnici uopšte postoje? Nastavićemo da proučavamo ova pitanja tokom ovog rada i konačno doći do iznenađujućih zaključaka. Međutim, na ovom mestu, mi ćemo iskazati jednostavan srednji rezultat: pošto časovnici postoje, na neki način, postoji u prirodi unutrašnji, prirodni i ***idealan*** način za merenje vremena. Možete li da ga sagledate? (***Izazov 43s***).



Slika 20 Kako je biološki ritam srazmeran sa veličinom sisara: sve srazmere su manje više četvrti koren iz mase (prema podacima EMBO and Enrique Morgado).

ZAŠTO ČASOVNICI IDU U SMERU KAZALJKE?

Koje je vreme sada na Severnom polu? (***Izazov 44s***)

Većina kružnih kretanja u našem društvu, kao što su trke atletičara, konjske i biciklističke trke ili trke klizača na ledu, kreću se suprotno od kazaljki sata[1]. Matematičari to nazivaju pozitivnim smerom obrtanja. Svaki supermarket vodi posetioce kroz halu suprotno kazaljkama sata. Zašto? Većina ljudi se služi desnom rukom, a desna ruka je slobodnija ako je na spoljnoj strani kruga. Prema tome, pre hiljadu godina, trke dvokolica na stadionu bile su nasuprot kazaljkama sata. Kao rezultat, sve trke na stadionu još uvek se tako odvijaju do današnjeg vremena, i to je razlog zbog čega trkači trče nasuprot kazaljkama sata. Iz istog razloga, spiralno stepenište na dvorovima građeno je na taj način, što je omogućavalo da branioci koji se služe desnom rukom, a obično su gore, imaju slobodnu ruku na spoljnoj strani.

S druge strane, časovnik imitira senku sunčanog sata; očigledno, to je tačno samo na severnoj polulopti i samo za sunčani časovnik na tlu, što je bilo najuobičajnije. (Na južnoj polulopti ne važi stari trik da se odredi jug tako što se uperi mala kazaljka časovnika, koji je u horizontalnom položaju, prema suncu, pa se prepolovi ugao između nje i smera 12:00 časova – ali se na taj način može odrediti smer severa.) Dakle, svaki časovnik prećutno nastavlja da se izjašnjava na kojoj polulopti je izmišljen. Osim toga, to nam takođe kazuje da su sunčani časovnici na zidu upotrebljeni mnogo kasnije od onih koji su na tlu.

DA LI VREME TEČE?

Wir können keinen Vorgang mit dem "Ablauf der Zeit" vergleichen – diesen gibt es nicht – sondern nur mit einem anderen Vorgang (etwa dem Gang des Chronometers)[2]

Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein), *Tractatus, 6.3611*

Si le temps est un fleuve, quel est son lit?[3]

Izraz "tok vremena" često se koristi kako bi se pokazalo da u prirodi događaj sledi za događajem na stalan i trajan način. Ali kazaljke časovnika ne pokazuju "tok" vremena. Vreme je pojam koji je uveden posebno kako bi opisao tok događaja oko nas; to nije tok sam po sebi, on ***opisuje*** tok. Vreme ne napreduje. Vreme nije ni linearno ni ciklično. Pojam da vreme teče isto je kao skrivanje razumevanja prirode kao i pojam da ogledalo menja desno sa levim. (***Vol. III, str. 70***)

Pogrešnu upotrebu izraza "tok vremena" najpre su greškom raširili neki mislioci iz stare Grčke, a zatim je nastavio Njutn. (***Ref. 38***). Aristotel je pažljivo logički razmislio i naglasio njegovu pogrešnu upotrebu, a posle njega još mnogo njih. Uprkos tome, izrazi kao što su "preokret vremena", "nepovratnost vremena" i mnogo zlostavljani izraz "smer vremena" još uvek su uobičajeni. (***Izazov 45e***). Samo čitajte popularne nasumično odabrane naučne magazine. Činjenica je da se vreme ne može vratiti, jedino se može vratiti kretanje, ili još preciznije samo brzina objekta; vreme nema smer, ima ga jedino kretanje; to nije tok vremena kojeg ljudi ne mogu da zaustave, već kretanje svih objekata u prirodi. Neverovatno je, ali postoje čak i knjige koje su napisali uvaženi fizičari (***Ref. 39***) koje proučavaju različite tipove "smera vremena" i upoređuju ih međusobno. Predvidivo, nije pronađen nijedan opipljiv ili nov rezultat. Vreme ***ne teče.***

Na isti način treba izbegavati uobičajene izraze kao što su "početak (ili kraj) vremena". Stručnjaci za kretanje odmah ih prevode u "početak (ili kraj) kretanja".

---

1 Značajni izuzetak je često, ali ne i uvek, na automobilskim trkama Formule 1.

2 Ne možemo nijedan proces uporediti sa protokom vremena – ne postoji slična stvar – već samo sa nekim drugim procesom (recimo sa radom hronometra)

3 Ako je vreme je reka, šta je njeno korito?

ŠTA JE PROSTOR

Uvođenje brojeva kao koordinata […]čin je nasilja […].
Herman Vajl (Hermann Weyl))[1], *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*

Uvek kada razlikujemo dva objekta međusobno, kao što su dve zvezde, mi pre svega napravimo razliku između njihovog položaja. Položaje razlikujemo našim čulima vida, dodira, sluha i osećaja osobina. Položaj je prema tome važan aspekt fizičkog stanja objekta. Položaj može za zauzme samo jedan objekt u isto vreme. Položaji su ograničeni. Skup svih mogućih položaja, nazvan ***(fizički) prostor)***, bavi se kako sadržajem, tako i sa pozadinom. U tesnoj vezi sa položajem je ***veličina***, skup položaja koje zauzima sam objekt. Mali objekti zauzimaju samo podskup položaja koje zauzimaju veliki objekti. Mi ćemo veličinu razmatrati uskoro detaljnije (***strana 48***).

Kako iz posmatranja utvrđujemo poreklo prostora ? Tokom detinjstva, ljudi (i mnoge više životinje) nauče da u skladan skup doživljaja i opisa spoje različite percepcije prostora, naime vizuelno, dodirom, slušanjem, osećajem napetosti, ravnotežno itd. Rezultat ovog procesa učenja je izvesno poimanje prostora u mozgu. Pojmovi dužine, površine, zapremine, ugla i prostornog ugla izvedene su uz njegovu pomoć. Geometri, spasioci, aritekte, astronomi, prodavci tepiha i proizvođači metarske trake zasnivaju svoji trgovinu merenjem rastojanja. Prostor je pojam načinjen da obuhvati sve odnose rastojanja između objekata radi preciznijeg opisa opažanja.

Metarska traka se ispravno koristi samo ako je ravna. Ali kada ljudi žive u džungli oko njih ne postoje ravni objekti. Nema ravnih lenjira, nema ravnih alata, nema ničeg. Danas je pejzaž grada zaista skup pravih linija. Možete li opisati kako su ljudi postigli to? (***Izazov 46s***)

Međutim, kada su ljudi jednom izašli iz džungle sa svojim novoizgrađenim metarskim štapom, prikupili su bogatstvo rezultata. Oni najvažniji su navedeni u ***Tabeli 9***; nih je lako potvrditi na osnovu ličnih iskustava. Objekt može da zauame položaj na prividno ***neprekidan*** način: postoji zaista mnogo položaja no što bi se moglo izbrojati.[2]

TABELA 9 Osobine Galilejevog prostora

Tačka	**Fizičke osobine**	**Matematički naziv**	**Odrednica u**
Može se razlikovati	razlikovanje	element skupa	***Vol. III, str. 206***
Može se poravnati na istoj pravoj	redosled	red	***Vol. V, str. 274***
Može da obrazuje oblik	oblik	topologija	***Vol. V, str. 274***
Leži na tri nezavisne prave	mogućnost čvora	3-dimenzionalnost	***str 67, Vol. IV, str. 182***
Može da ima rastojanje koje nestaje	neprekidnost	gustina, kompletnost	***Vol. V, str. 274***
Određuje rastojanje	merljivost	metričnost	***Vol. IV, str. 182***
Određuje ugao	skalarni proizvod	Euklidov prostor	***str. 67***
Nema skrivenih iznenađena	invarijanta pomeranja	homogenost	
Može da prevaziđe svaku granicu	beskonačnost	neograničenost	***Vol. III, str. 206***
Određena je za sve posmatrače	apsolutnost	jedinstvenost	***str. 47.***

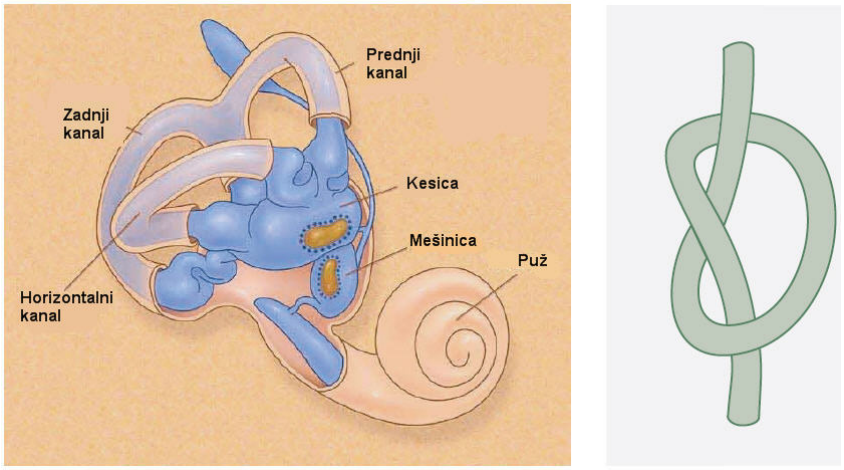
Veličina dobijena određivanjem rastojanja između različitih položaja, naziva se ***dužina***, ili ako se koristi vidno polje na objekt kada se dodirne, naziva se ***površina.*** Dužina i površina mogu da se izmere pomoću metarskog štapa. (Odabrani rezultati merenja dati su u ***Tabeli 10***; neki uređaji za merenje dužine prikazani su na ***slici 23***). Dužina objekata je nezavisna od osobe koja je meri, od položaja objekata i njegove usmerenosti. U svakodnevnom životu zbir uglova u svakom trouglu jednaka je dvostrukoj vrednosti pravog ugla. Ne postoje ograničenja za rastojanja, dužine, pa prema tome ni za prostor.

Eksperimenti su pokazali da prostor ima tri dimenzije; moženo definisati redosled na tačno tri nezavisna načina. Zapravo, srednje uho (praktično) svih kičmenjaka ima tri polukružna kanala koji osećaju ubrzanje

[1] Herman Vajl (Hermann Klaus Hugo Weyl, 1885–1955) je bio jedan od najvažnijih nemačkih matematičara svog vremena, a isto tako i važan teoretićar fizike. Bio je jedan od poslednjih univerzalista u obe oblasti, dao je doprinos kvantnoj teoriji i teoriji relativnosti, otac je pojma teorija "merila" i autor mnogih popularnih tekstova.

[2] Za definiciju neprebrojnosti, videti ***Vol. III, strana 209***.

tela u tri dimenzije prostora, kao što je prikatano na ***slici 21***[1]. Slično tome, čovečije oko pokreće se pomoću tri para mišića. (Zašto tri?) (***Izazov 47s***). Drugi dokaz da prostor ima tri dimenzije obezbeđuju pertle cipela: ako bi prostor imao više od tri dimenzije, pertle nebi mogle da se koriste, pošto čvor može da postoji samo u trodimenzionalnom prostoru. Ali zašto prostor ima tri dimenzije? To je jedno od najtežih pitanja u fizici; na njega će se dati odgovor u poslednjem delu našeg hodanja.



Slika 21 Dva dokaza da prostor ima tri dimenzije: lavirint za ravnotežu u srednjem uhu sisara (ovde je čovečije uho) sa tri kanala i čvor (© NorthwesternUniversity).

TABELA 10 Neke izmerene vrednosti rastojanja

Opažanje	**Rastojanje**
Komptonova galaktička talasna dužina	10^{-85} m (dobijena izračunavanjem)
Plankova dužina, najmanja dužina koja može da se izmeri	10^{-35} m
Prečnik protona	1 fm
Komptonova talasna dužina elektrona	2,426310215(18 m)
Najmanja oscilacija vazduha koju čuje ljudsko uho	11 pm
Veličina atoma vodonika	30 pm
Veličina male baktrije	0,2 μm
Talasna dužina vidljive svetlosti	0,4 do 0,8 μm
Poluprečnik oštrog nožića za brijanje	5 μm
Tačka: prečnik najmanjeg objekta vidljivog golim okom	20 μm
Prečnik vlati ljudske kose	30 do 80 μm
Najduža živa stvar, plesan *Armillaria ostoyae*	3 km
Najviša građevina koju je izgradio čovek, Burj Khalifa	828 m
Najveća paukova mreža u Meksiku	cca 5 km
Dužina zemljinog ekvatora	40.075.014(6) m
Ukupna dužina krvnih sudova čoveka (gruba procena)	4 do $16 \cdot 10^4$ km
Ukupna dužina nervnih ćelija čoveka (gruba procena)	1,5 do $8 \cdot 10^5$ km
Srednja udaljenost Sunca	149.597.870.691(30) m
Svetlosma godina	9,5 Pm
Rastojanje do tipične zvezde na noćnom nebu	10 Em
Veličina galaksije	1 Zm
Udaljenost galaksije Andromeda	28 Zm
Najudaljeniji vidljivi objekt	125 Ym

Vrlo često se kaže da je razmišljanje u četiri dimenzije nemoguće. To je pogrešno. Treba samo pokušati (***Izazov 48s***). Na primer, da li možete da potvrdite da je nemoguć čvor u četiri dimenzije. Slično intervalu

[1] Zapaziti da kada kažemo da prostor ima tri dimenzije to ***podrazumeva*** da je prostor neprekidan. Holandski matematičar i fizičar Lojcen Brauver (Luitzen Egbertus Jan Brouwer, 1881. Overschie – 1966. Blaricum) pokazao je da je dimenzionalnost samo korisan pojam za neprekidne skupove.

vremena, interval dužine može da se opiše vrlo precizno uz pomoć ***realnih brojeva.*** U cilju pojednostavljenja komuniciranja, koriste se standardne ***jedinice***, tako da svako koristi iste brojeve za istu dužinu. Jedinice nam pomažu da eksperimentalno istražujemo opšte osobine ***Galilejevog prostora***: prostor, posuda za objekte, je neprekidan, trodimenzionalan, izotropan, homogen, beskrajan, Euklidski, i jedinstven ili "apsolutan". U matematici, struktura ili matematički pojam koji ima sva ove nabrojane osobine naziva se trodimenzionalni ***Euklidov prostor.*** Njegovi elementi ***(matematičke) tačke***, opisane su pomoću tri realna parametra. Oni se obično zapisuju kao:

$$(x, y, z) \tag{1}$$

i nazivaju se ***koordinate***. One specificiraju i određuju položaj svake tačke u prostoru. (Radi preciznije definicije Euklidovog prostora, videti dalji tekst). (***Strana 67***).

Slika 22 Rene Dekart (1596. – 1650.)

Za ovo što je opisano ovde na jedva pola stranice bilo je potrebno zapravo 2000 godina da se uradi, uglavnom jer je bilo potrebno da pojmovi "realan broj" i "koordinata" budu najpre otkriveni. Prva osoba koja je opisala tačku u prostoru na ovaj način bio je čuveni matematičar i filozof Rene Dekart[1], ***slika 22***, a prema njemu se koordinate date u izrazu (1) nazivaju ***Dekartove koordinate*** ili ***kartezijani.***

Isto kao vreme tako je i prostor ***neophodan*** pojam da bi se opisao svet. Zapravo, prostor se automatski podrazumeva kada opisujemo situaciju sa mnogo objekata. Na primer, kada na bilijarskom stolu stoji više lopti, ne možemo da izbegnemo korišćenje prostora pri opisivanju odnosa između njih.

Slika 23 Uređaji za merenje dužina i rastojanja – tri mehanička (pomično merilo, mikrometar, brkovi) i tri optićka (oči, laser, i svetlosna zavesa) (© www.medien-werkstatt.de, Naples Zoo, Keyence, and Leica Geosystems).

[1] Rene Dekart (Rene Descartes, ili latinski, Renatus Cartesius, 1596. La Haye – 1650. Stockholm) bio je francuski matematičar, filozof i naučnik; autor je čuvene izreke "*je pense, donc je suis*", koja se prevodi kao "*mislim, dakle postojim*" ("*cogito, ergo sum*"). Po njegovom mišljenju ovo je jedini iskaz koji je siguran.

Ne postoji način da se izbegnu prostorni pojmovi kada se govori o prirodi. Čak i kada nam je prostor potreban da govorimo o prirodi, još uvek je interesantno da se zapitamo zbog čega je to moguće. Na primer, pošto postoji mnogo metoda za merenje dužine – neke od njih su navedene u ***Tabeli 11*** – i pošto sve one daju dosledne rezultate, mora da postoji ***prirodan*** ili ***idealan*** način da se izmeri rastojanje, veličina ili usmerenje. Možete li da ga nađete? (***Izazov 49s***). Kao i u slučaju sa vremenom, svaka osobina prostora koja je navedena, mora da se proveri. I ponovo, pažljivo opažanje će pokazati da je svaka osobina samo približna.

Pojednostavljenim i drastičnijim rečima – ***sve*** su one pogrešne. To potvrđuje Vajlov iskaz u citatu na početku ovog odeljka. Zapravo, njegov iskaz o nasilju povezanog sa uvođenjem brojeva govori svaka šuma na svetu, pa normalno, i ona u podnožju Planine Kretanja. Ostatak naše pustolovine će to pokazati.

Μέτρον ἄριστον[1].
Kleobul

TABELA 11 Uređaji za merenje dužine u biološkim i energetskim sistemima

Merenje	**Uređaj**	**Opseg**
ljudsko biće		
Merenje oblika tela, na primer rastojanje prstiju, položaj oka, razmak zuba	mišićni senzori	0,3 do 2 mm
Merenje udaljenosti objekta	stereoskopski vid	1 do 100 m
Merenje udaljenosti objekta	efekt zvučnog odjeka	0,1 do 1000 m
životinje		
Merenje veličine otvora	brkovi	do 0,5 m
Merenje razmaka kretanja pustinjskih mrava	brojač koraka	do 100 m
Merenje rastojanja leta pčele	oko	do 3 km
Merenje daljine plivanja ajkule	mapa magnetnog polja	do 1000 km
Merenje udaljenosti plena zmije	infracrveni senzor	do 2 m
Merenje udaljenosti plena slepih miševa, delfina i grbavih kitova	sonar	do 100 m
Merenje udaljenosti plena ptice grabljivice	vizuelno	0,1 do 1000 m
mašine		
Merenje udaljenosti objekta laserom	odbijanje svetlosti	0,1 m do 400 Mm
Merenje udaljenosti objekta radarom	radio ođek	0,1 do 50 km
Merenje dužine objekta	interferometar	0,5 μm do 50 km
Merenje udaljenosti zvezda, galaksija ili kvazara	opadanje intenziteta	do 125 Ym
Merenje večlićine čestice	akcelerator	ispod 10^{-18} m

DA LI SU PROSTOR I VREME APSOLUTNI ILI RELATIVNI?

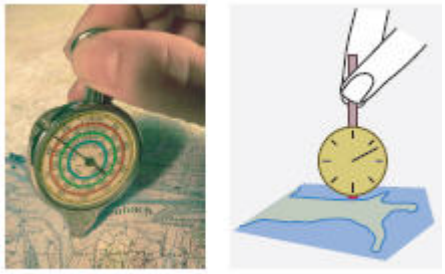
U svakodnevnom životu pojmovi Galilejevog prostora i vremena sadrže dva suprotna aspekta; kontrast daje ton svakom razmatranju kroz nekoliko vekova. S jedne strane, prostor i vreme izražavaju nešto što je invarijantno i stalno; oba pojma deluju kao velika posuda za sve objekte i događaje koji se nalaze u prirodi. Posmatrano na takav način, prostor i vreme imaju sopstveno postojanje. U tom smislu može da se kaže da su oba pojma temeljna ili ***apsolutna***. S druge strane, prostor i vreme alati su za opis koji nam omogućava da govorimo o odnosima između objekata. U tom pogledu, oni nemaju bilo kakav smisao kada se odvoje od objekta, a samo daju rezultat iz odnosa između objekata, oni si izvedeni, relacioni ili ***relativni***. Koji od ova dva pogleda više vam se dopada? (***Izazov 50e***) Rezultati fizike naizmenično favorizuju jedno ili drugo gledište. Mi ćemo se vraćati na ovu naizmeničnost tokom maše pustolovine, sve dok ne nađemo rešenje (***Ref. 40***). A očigledno je, izgleda da postoji i treća opcija.

[1] "Merenje je najbolje (stvar)". Kleobulos (Κλεοβουλος) starogrčki pesnik, rodom iz iz Lindosa, (620 – 550 pne) bio je jedan od sedmorice mudraca Rrčke.

VELIČINA – ZBOG ČEGA POVRŠINA POSTOJI ALI NE I ZAPREMINA

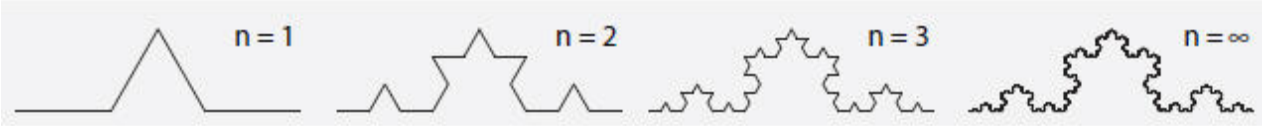
Glavna osobina objekta je njegova veličina. Svaki čovek, još kao malo dete, u predškolskom uzrastu, nauči kako da koristi u svojim delovanjima osobine veličine i prostora. Pošto odrasle osobe traže preciznost, uz odrednicu ***rastojanje*** kao razlike koordinata, omogućeno je da odrede ***dužinu*** na pouzdan način. Bilo je potrebno hiljade godina da se otkrije da to ***nisu*** iste stvari. Mnoga istraživanja u fizici i matematici dovela su do komplikacija. Fizički subjekti počeli su sa zaprepašćijuće jednostavnim pitanjem koje je postavio Luis Ričardson[1]: Koliko je dugačka morska obala Britanije? Prateći morsku obalu na mapi, korišćenjem hodometra, uređaja koji je prikazan na ***slici 24***, odredio je da dužina l morske obale zavisi od razmere s mape (recimo 1:10.000 ili 1:500.000) koja se koristi:

$$l = l_o \cdot s^{0,25} \qquad (2)$$



Slika 24 Kurvimetar ili hodometar (photograph © Frank Müller).

(Ričardson je odredio i druge izložioce za druge obale. Broj l_o je dužina pri razmeri 1:1. Glavni rezultat je: što je veća mapa, veća je dužina obale. Šta bi se dogodilo ako bi se razmera povećala čak preko veličine orginala? Dužina bi porasla preko svakih granica. Može li morska obala zaista da ima ***beskonačnu*** dužinu? Da, može. Ustvari, matematičari su opisali više takvih krivih; nazvali su ih ***fraktalima.*** Ima ih veliki broj, a na ***slici 25*** je prikazan jedan primer.[2] Možete li da konstruišete drugi? (***Izazov 51e***).



Slika 25 Primer fraktala: kriva slična samoj sebi ***beskonaččne*** dužine (sasvim desno), i njena konstrukcija

Dužina ima čudne osobine. Matematičar Đuzepe Vitali (Giuseppe Vitali) bio je prvi koji je otkrio da je moguće iseći segment linije dužine 1 na delove koji mogu ponovo da se sastave – uglavnom putem pomeranja u smeru segmenta – u segment linije dužine 2. Da li ste sposobni da nađete takvu podelu koristeći savet da je to moguće samo ako upotrebite beskonačno mnogo delova? (***Izazov 52d***)

Da sumiramo, dužina je dobro određena za linije koje su prave ili blago zakrivljene, ali ne i za složene linije, ili linije sastavljene od beskonačno mnogo delova. Prema tome, mi ćemo ubuduće izbegavati fraktale i druge linije čudnih oblika, a obratiti posebnu pažnju kada govorimo o beskonačno malim segmentima. Oni će biti centralne predpostavke u prvih pet delova ove pustolovine i nikada to ne smemo da zaboravimo. Na ovu predpostavku vratićemo se u poslednjem delu naše pustolovine.

Ustvari, svi ovi problemi blede kada se uporede sa narednim problemom. Uobičajeno je da su površina i zapremina određene upotrebom dužina. Mislite da je to jednostavno? Niste u pravu, isto onako kao što su žrtve predrasuda rasute po školama širom sveta. Da bi se tačno definisali površina i zapremina, njihove odrednice mora da imaju dve osobine: vrednosti moraju da budu ***aditivne***, to jest, za konačan i beskonačan skup objekata ukupna površina i zapremina moraju biti zbir površina i zapremina svakog elementa iz

---

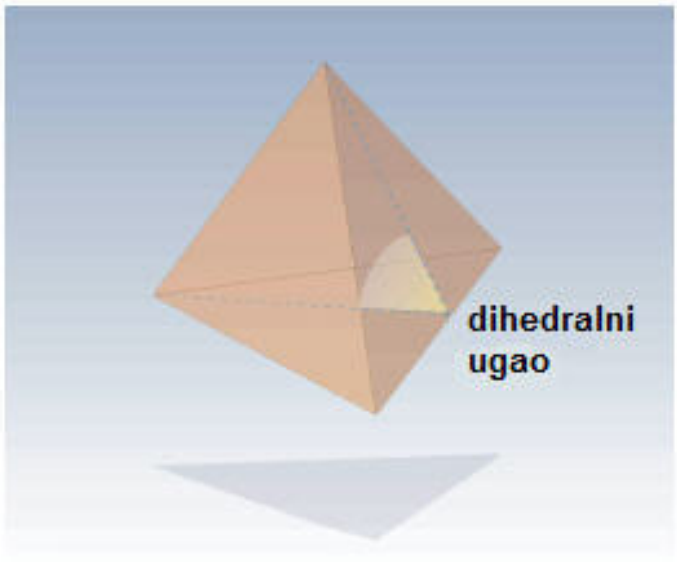
[1] Luis Fraj Ričardson (Lewis Fry Richardson, 1881. –1953.), engleski matematičar, fizičar, meteorolog, psiholog i pacifist.

[2] Većina ovih krivih su ***samosличне***, to jest, one prate "zakon" razmere sličan gore pomenutom. Pojam "fraktal" dobio je naziv po poljskom matematičaru Benoa Mandelbrotu (Benoit Mandelbrot) i odnosi se na čudnu osobinu: u izvesnom smislu one imaju necelobrojni broj dimenzija D, uprkos jednoj dimenziji prilikom konstrukcije. Mandelbrot je video da je necelobrojna dimenzija srazmerna izložiocu e Ričardsona za $D = 1+e$, stoga je D = 1,25 u gornjem primeru. (***Ref. 41***). Broj D varira od slučaja do slučaja. Mernja su dala vrednost D = 1,14 za suvozemnu granicu Portugalije, D = 1,13 za obalu Australije i D = 1,02 za obalu Južne Afrike.

skupa; i one moraju biti ***stroge***, to jest, ako neko iseče površinu ili zapreminu u delove, a zatim ponovo složi delove, da vrednost ostaje ista. Da li su takve odrednice moguće? Drugim rečima, da li takvi pojmovi zapremine i površine postoje?

Za površine u ravni, postupa se na sledeći standardni način: odredi se površina A za pravougaonik stranica a i b kao $A = a \cdot b$; pošto svaki poligon može da se preuredi u pravougaonike konačnog broja pravih isečaka, pa se zatim odredi vrednosti površina za sve isečke. (***Izazov 53s***). Slično tome, može da se odredi površina za blago zakrivljene oblike kao graničmi zbir beskonačno mnogo isećaka. Ovaj postupak se naziva ***integriranje***; on će biti detaljno uveden u odeljku o fizičkim postupcima. (***strana 185***).

Međutim, integriranje nam ne omogućava da odredimo površine proizvoljno ograničenih oblasti. (Da li možete da zamislite takvu oblast?) (***Izazov 54s***). Za kompletnu definiciju potrebni su prefinjeniji alati. Njih je otkrio 1923. godine čuveni matematičar Stefan Banah[1] (Stefan Banach). On je dokazao da se može zaista odrediti površina za svaki makar kakav skup tačaka, čak i kada granica nije blago zakrivljena, već izuzetno komplikovana, kakva je kriva fraktala koja je maločas pomenuta. Danas se ovaj uopšteni pojam površine, tehnički "konačno aditivno izometrijsko invarijantno merenje", naziva ***Banahovo mernje*** u njegovu čast. Matematičari sumiraju ovo razmatranje rečima da pošto u dve dimenzije postoji Banahovo merenje, postoji i način da se odredi pojam površine – aditivnim i grubim merenjem – za svaki bilo kakav skup tačaka[2].



Slika 26 Ivični ili dihedralni ugao

Kakva je situacija u ***tri*** dimenzije, to jest zapremine? Možemo početi na isti način kao kod površine, tako što ćemo definisati zapreminu V kao paralelopiped sa stranicama a, b i c, kao $V = a \cdot b \cdot c$. Ali tada otkrivamo prvi prvi problem: opšti paralelopiped ne može da se iseče na kocke ravnim sečenjem! Ograničenje je otkrio 1900. i 1902. godine Maks Den (Max Dehn)[3]. On je našao da verovatnoća zavisi od vrednosti ivičnih uglova, ili dihedralnih uglova, kako ih matematičari nazivaju. (Oni su određeni na ***slici 26***.) Ako se opiše za svaku ivicu opšteg poliedra broj dat njegovom dužinom l pomnožen specijalnom funkcijom $g(\alpha)$ njegovog dihedralnog ugla α, tada je Den utvrdio da zbir svih brojeva za sve ivice tela neće da se promeni usled raščlanjenja ako funkcija ispunjava uslov:

$$g(\alpha+\beta) = g(\alpha) + g(\beta) \quad \text{kao i} \quad g(\pi) = 0$$

---

1 Stefan Banah (Stefan Banach, 1892. Krakow – 1945. Lvov) bio je poljski značajan matematičar.

2 Zapravo, ovo je tačno samo za skup u ravni. Za zakrivljene površine, kao što je površina lopte, postoje komplikacije koje ovde neće biti razmatrane. Osim toga, problemi pomenuti pri definisanju dužine fraktala ponovo se pojavljuju za površinu ako površina koja se premerava nije ravna. Tipičan primer je površina ljudslih pluća: u zavisnosti od nivoa detalja ispitivanja određena je vrednost površine od nekoliko kvadratnih metara do više od stotinu kvadratnih metara.

3 Maks Den (Max Wilhelm Dehn, 1878. Hamburg – 1952. Black Mountain) rođen u Nemačkoj, bio je američki matematičar, učenik Davida Hilberta. Poznat je po radu u geometriji, topologiji i teoriji geometrijskih grupa.

Primer za takvu čudnu funkciju *g* je ona kojoj se pridružuje vrednost 0 za svaki racionalni umnožak od π, a vrednost 1 za osnovni skup iracionalnih umnožaka od π. Vrednosti za sve ostale dihedralne uglove poliedra mogu da se konstruišu kombinacijom racionalnih umnožaka ovih osnovnih uglova. Koristeći ovu funkciju možete tada da zaključite da kocka ne može da se raseče na pravilne tetraedre, pošto su njene pojedinačne Denove invarijante različite[1]. (***Izazov 55s***)

Uprkos problemima sa Denovim invarijantama, *može* da se odrerdi grub pojam zapremine koji može da se sabira, pošto za sve poliedre i uopšte za sve "blago zakrivljene" oblike, može da se koristi integriranje za određivanje njihovih zapremina.

Posmatrajmo sada opšte oblike i opšta sečenja u tri dimenzije, a ne samo "lepe" kao do sada. Tada ćemo se spotaći na ***Banah – Tarski teoremu*** (ili paradoks). (***Ref.42***). Godine 1924. Stefan Banah i Alfred Tarski[2] dokazali su da je moguće iseči loptu na pet delova tako da se ponovnim slaganjem dobiju ***dve*** lopte, istih veličina kao orginal. Ovaj rezultat koji je suprotan intuiciji je teorema Banah – Tarski. Još gore, druga verzija ove teoreme glasi: uzmite bilo koja dva skupa koji se ne protežu do beskonačnosti i da svaki od njih sadrži čvrstu loptu, tada je uvek moguće da se raseče jedna u drugu uz ***konačan*** broj sečenja. Posebno, moguće je rasecanjem podeliti zrno graška u zemljinu loptu i obrmuto. Veličina nije bitna![3] Zapreina zato nije uopšte upotrebljiv pojam.

Slika 27 Prave linije se nalaze u prirodi: ceruzit (levo, veličine oko 3 mm © Stephan Wolfsried) i selenit (desno, velićine oko 15 m, © Arch. Speleoresearch & Films/La Venta at www.laventa.it i www.naica.com.mx).

Teorema Banah – Tarski pokreće dva pitanja: prvo, može li rezultat da se primeni na zlato ili hleb. To bi rešilo mnoge probleme. Drugo, može li da se primeni na prazan prostor? (***Izazov 56s***). Drugim rečima, da li su materija i prazan prostor kontinualni? Obe ove teme biće istražene kasnije tokom našeg hodanja; svako pitanje će imati i svoje posebne posledice. U ovom trenutku mi ćemo ostaviti na stranu ova teška pitanja ograničavanjem naših interesovanja na blago zakrivljene oblike (i noževe sečenja). Uz ova ograničenja, zapremine materije i praznog prostora ponašaju se pravilno: one su krute i mogu se sabirati, a ne pokazuju ikakve paradokse.[4] U stvari, isecanja koja zahteva Banah – Tarski paradoks, nisu jednostavna; nije moguće da se načine običnim svakodnevnim noževima, pošto zahtevaju (beskrajno mnogo) beskrajno oštrih savijanja koja se izvode beskrajno oštrim noževima. Takvi noževi ne postoje. Ipak, mi ćemo zadržati u pamćenju da je veličina objekta ili dela praznog prostora varljiva veličina – i moramo da budemo pažljivi uvek kada govorimo o njima.

---

1 O tome se takođe govori u divnoj knjigi od M. Aigler & G.M. Ziegler, *Proofs from the Book*, Springer Verlag, 1999. Naslov je dat zbog čuvene navike mađarskog matematičata Pal Erdeša (Paul Erdős) da zamišlja kako se svi prelepi matematički dokazi mogu uvrstiti u "knjigu dokaza".

2 Alfred Tarski, (rođen kao Alfred Teitelbaum, 1902. Warsaw – 1983. Berkeley), bio je značajan poljski matematičar, emigrirao 1939 u SAD.

3 Dokaz rezultata ne iziskuje mnogo matematike; njega je divno objasnio Ian Stujart (Ian Nicholas Stewart) u knjizi *Paradox of the spheres*, New Scientist, 14 January 1995, strane. 28–31. Dokaz se zasniva na aksiomu izbora koji će biti predstavljen kasnije, ***Vol. III, str. 206***. Paradoks Banah – Tarski postoji i u četiri dimenzije, kao što postoji i za sve više dimenzije (***Ref. 43***). Više matematičkih detalja može se naći u divnoj knjizi *The Banach-Tarski Paradox* (Cambridge University Press, 1985 od Stana Vagona (Stan Wagon), kanadsko-američkog matematičara.

4 Matematičari kažu da je takozvana ***merenj Lebega*** (*Lebesgue measure*) dovoljna za fiziku. Ovo numeričko aditivno izometrijsko invarijantno merenje daje najopštiji način određivanja zapremine.

ŠTA JE PRAVA?

Kada vidite čvrsti predmet sa pravim uglovima, onda je 99% sigurno da ga je napravio čovek. Normalno, postoje izuzeci, kao što je predstavljeno na ***slici 27***.[1] Najveći kristal koji je ikada pronađen ima dužinu od 18 m. (***Ref. 45***). Ali uopšte, očigledan je kontrast između objekata koji se vide u gradu – zgrade, nameštaj, automobili, stubovi za elektične vodove, kutije, knjige – i objekata koji se vide u šumi – stabla, biljke, stene, oblaci: u šumi ništa nije pravo ili ravno, u gradu većina objekata jeste. Kako je moguće da čovečanstvo izrađuje prave objekte dok u prirodi ne postoji skoro nijedan?

Svaka šuma nas uči o poreklu pravih; njih predstavljaju visoka debla drveća i zraci dnevnog svetla koji prodiru odozgo kroz lišće. (***Slika 288, strana 347***). Iz tog razloga mi liniju nazivamo ***pravom*** ako se ona odnosi ili na visak ili na zrak svetlosti duž cele njegove dužine. Ustvari, dve odrednice su ekvivalentne. Da li to možete da potvrdite? (***Izazov 57s***). Možete li da nađete i druge odrednice? Očigledno, mi površinu nazivamo ***ravnom*** ako za bilo koji odabrani smer i položaj površinu duž celog njenog protezanja dodiruju visak ili svetlosni zrak.

Da zaključimo, pojam prave – pa stoga i ravne površine – određeni si uz pomoć tela ili zračenja. Zapravo, svi koncepti u prostoru, kao i svi privremeni pojmovi, zahtevaju kretanje za svoju odrednicu.

Slika 28 Fotografija Zemlje – viđena iz pravca Sunca (NASA)

ŠUPLJA ZEMLJA?

Prostor i prava linija predstavljaju prefinjene izazove. Neki čudni ljudi smatraju da svi ljudi žive ***unutar*** sfere; oni to ***(obično)*** nazivaju ***teorija šuplje Zemlje***. Oni tvrde da su Mesec, Sunce i zvezde u blizini centra šuplje lopte, kao što je prikazano na ***slici 29*** (***Ref. 46***) Oni takođe objašnjavaju da svetlost prati zakrivljenu putanju na nebu i to što svakodnevni fizičari pričaju da je rastojanje r od centra Zemlje, stvarna udaljenost Zemlje je:

$$r_{he} = \frac{R_{Earth}^2}{r}$$

[1] Drugi poznati izuzetak, koji nije u vezi sa strukturom atoma, je dobro poznata geološka formacija u Irskoj pod imenom Giant's Causeway (***strana 307***). Ostali kandidati koji bi mi pali na pamet, recimo izvesne bakterije koje imaju (skoro) kvadratne ili (skoro) trouglaste oblike, nisu uzorci koji su protivrečni, pošto su oblici samo približni. (***Ref. 44***)

Možete li pokazati da je ovaj model pogrešan? (***Izazov 58s***) Roman Sexl[1] znao je da ovo pitanje postavi svojim studentima i prijateljima. Ogovor je jednostavan: ako mislite da imate dokaz koji dokazije da je ovo gledište pogrešno, vi grešite! Ne postoji način da se dokaže da je ovakvo gledište pogrešno. Moguće je da se objasni horizont, pojavljivanje dana i noći, kao i satelitski snimci okrugle Zemlje, kao što je na ***slici 28***. (***Izazov 59e***). Da se objasni šta se događalo tokom leta na Mesec takođe je šala. Doslednost šuplje Zemlje u potpunosti je ***ekvivalentna*** uobičajenoj slici bedkonačno proširenog svemira. Na ovaj problem ćemo se vratiti u odeljku o opštoj teoriji relativnosti. (***Vol. II, strana 220***).

Slika 29 Model koji ilustruje teoriju šuplje Zemlje, prikazuje kako se smenjuju dan i noć (© Helmut Diehl).

ZANIMLJIVISTI I ZABAVNI IZAZOVI U VEZI SVAKODNEVNIH PROSTORA I VREMENA

Kako može da se izmeri brzina topovskog zrna u prostoru od 1 m^3, pomoću štoperice bez elektronike? (***Izazov 60s***). Savet: isti postupak može da se koristi i za merenje brzine svetlosti.

* * *

Za začuđujući i interaktivni način povećavanja svih opsega dužine u prirodi, od Plankove dužine do veličine svemira, pogledajte veb stranu www.htwins.net/scale2/.

* * *

Šta je brže: strela i motocikl? (***Izazov 61s***)

* * *

Zašto su otvori na ljudskom telu obično okrugli? (***Izazov 62s***)

* * *

Da li imate čašu cija je visina veća od maksimalnog obima?

* * *

Baštovan želi da zasadi devet stabala na takav način da obrazuju deset pravih linija sa po tri stabla u svakoj. Kako da to uradi? (***Izazov 63e***).

* * *

Koliko brzo hoda mrgodan žetelac (smrt)? Ovo pitanje je iz naslova publikacije u *British Medial Journal* iz 2011. godine? Možete li da zamislite kakav je odgovor? (***Izazov 64d***)

* * *

Merenje vremena zahteva periodične pojave. Godovi drveta su tragovi sezona. Glečari imaju takođe takve tragove, ***ogive*** (oblik sličan šiljatom ili gotskom luku). Slični tragovi se nalaze i u zubima. Da li znate još primera?

* * *

[1] Matematičari kažu da je takozvano ***merenje Lebega*** (*Lebesgue measure*) dovoljno za fiziku. Ovo numerićko aditivno izometrijsko invarijantno merenje daje najopštiji način određivanja zapremine.

Čovek želi da sazna koliko stepenica mora da se popne, ako pokretno stepenište ispred njega koje ide naviše, stoji. Hodajući naviše, on prebroji 60 stepenika; hodajući naniže po istom pokretnom stepeništu, istom brzinom on izbroji 90 stepenika. Kakav je odgovor? (***Izazov 65s***)

* * *

Imate dva peščana časovnika, jednom je potrebno 4 minuta, drugom 3 minuta. Kako ćete ih iskoristiti da saznate kada je prošlo 5 minuta? (***Izazov 66e***)

* * *

Imate dva fitilja različitih dužina od kojih svaki gori 1 minut. Nije dopušteno da ih savijate niti da koristite lenjir. Kako ćete odrediti kada je proteklo 45 sekundi? (***Izazov 67e***) Sada teže pitanje: kako ćete odrediti kada je prošlo 10 sekundi uz iste fitilje?

* * *

Imate tri posude za vodu: jednu punu od 8 litara, jednu praznu od 5 litara i drugu praznu od 3 litre. Kako ćete ih iskoristiti da podelite količinu vode tačno na polovinu? (***Izazov 68e***)

* * *

Kako biste napravili otvor na poštanskoj dopisnici koja će vam omogućiti da prođete kroz njega? (***Izazov 69s***)

* * *

Slika 30 Na kojoj visini će čaša oblika kupe biti do pola napunena?

Do koje visine mora da bude napunjena čaša oblika kupe, prikazana na ***slici 30***, da bi ona bila napunjena do pola? (***Izazov 70s***)

* * *

Koliko olovaka je potrebno da se nacrta linija dugačka kao zemljin ekvator? (***Izazov 71s***)

* * *

Možete li da rasporedite 5 metalnih novčića tako da se međusobno dodiruju? (***Izazov 72e***) Da li je raspored dva sloja od po tri novčića, a svaki sloj je u trouglu, rešenje za šest novčića? Zašto? (***Izazov 73e***)

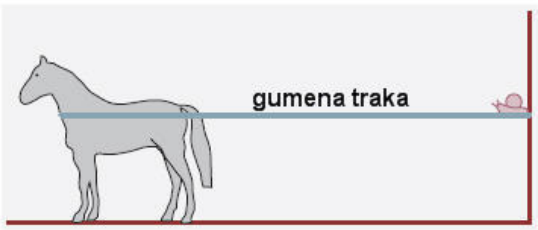
* * *

Da li možete na šahovskoj tabli da pronađete tri presečne tačke koje leže na jednakostraničnom trouglu. (***Izazov 74e***)

* * *

Svi znaju zagonetku o medvedu: Lovac napusti kuću, hoda 10 km na jug, zatim 10 km na zapad, ubije medveda, pa hoda 10 km na sever i došao je nazad do kuće. Koje boje je medved? Možda znate odmah odgovor. Sada dolazi teže pitanje, korisno da se dobiju pare prilikom klađenja. Kuća bi mogla da bude na nekoliko ***dodatnih*** tačaka na zemlji; gde su sve te manje očigledne tačke sa kojih bi čovek imao ***tačno*** isti put (zaboravite medveda) koji je opisan i da se vrati ponovo do kuće? (***Izazov 75s***)

* * *



Slika 31 Može li puž da stigne konja pošto konj počne da galopira?

Zamislite gumenu traku koja je jednom stranom vezana za zid, a na drugom kraju je vezana za konja, kako je prikazano na ***slici 31***. Na gumenoj traci, u blizini zida je puž. I konj i puž počnu da se kreću svojim

tipičnim brzinama – uz uslov da je traka beskrajno rastegljiva. Može li puž da stigne do konja? (***Izazov 76s***)

* * *

Za matematičare je 1 km isto što i 1000 m. Za fizičare te dve stvari su različčite. Ustvari, za fizičare 1 km je merenje koje se nalazi između 0,5 km i 1,5 km, dok je 1000 m merenje između 999,5 m i 1000,5 m. Dakle morate da budete pažljivi kada budete zapisivali izmerene vrednosti. Profesionalni način je pisanje, na primer 1000(8) m što znači 1000 ± 8 m, to jest, vrednost se nalazi između 992 m i 1008 m, uz verovatnoću od 68,3 % (***strana 329***).

* * *

Zamislite crnu tačku na beloj površini. Koje je boje linija koja razdvaja tačku od pozadine? (***Izazov 77s***).. Ovo pitanje se često naziva Persova zagonetka (Charles Sanders Peirce).

* * *

Takođe je i hleb jedna vrsta fraktala, istina nepravilnog. Dimenzija fraktala hleba je 0ko 2,7. Pokušajte da to izmerite. (***Izazov 78s***).

* * *

Kako ćete odrediti centar okruglog podmetača za pivo koristeći papir i olovku? (***Izazov 79e***).

* * *

Koliko puta u 24 sata na časovniku satna i minutna kazaljka bivaju jedna iznad druge? Za časovnik koji ima i sekundnu kazaljku koliko puta tri kazalke bivaju jedna iznad druge? (***Izazov 80s***).

* * *

Koliko puta u 24 časova na časovniku satna i minutna kazaljka obrazuju prav ugao? (***Izazov 81s***).

* * *

Koliko puta u 12 časova na časovniku mogu satna i minutna kazaljka da se ***zamene,*** a da rezultat nove situacije pokazuje ***tačno*** vreme. Šta se dešava za časovnik koji ima i treću, sekundnu kazaljku? (***Izazov 82s***).

* * *

Za koliko ugaonih minuta se obrne Zemlja u jednom minutu? (***Izazov 83s***).

* * *

Kolika je najveća brzina postignuta bacanjem (sa raketom i bez nje)? Koji je projektil korišćen? (***Izazov 84s***).

* * *

Obavijen je konopac oko Zemlje na ekvatoru i zategnut što je moguće više. Zatim se konopac rastegne za 1 m. Može li miš da se provuče ispod konopca? Orginalni, zategnut konopac se rastegne za 1 mm. Može li dete da se provuče ispod konopca? (***Izazov 85s***).

* * *

Džek je veslao u svom ćamcu po reci. Kada je bio ispod mosta, on je spustio loptu u vodu. Džek je nastavio da vesla u istom smeru još 10 min od spuštanja lopte. Potom se okrenuo i veslao nazad. Kada je stigao do lopte, lopta je otplovila 600 m od mosta. Kojom brzinom teče reka? (***Izazov 86s***).

* * *

Adam i Bert su braća. Adam je stariji 18 godina. Bert je dvostruko stariji nego li u vreme kada je Adam bio u godinama koje Bert ima sada. Koliko godina ima Bert? (***Izazov 87e***).

* * *

Često pitanje je “Gde sam ja?”; Nikada se ne upitamo “Kada sam ja?”, čak ni na drugim jezicima. Zašto? (***Izazov 88s***)

* * *

Postoji li najmanji vremenski interval u prirodi? Ili najmanje rastojanje? (***Izazov 89s***).

* * *

S obzirom da znate sta je prava linija, kako biste okarakterisali ili odredili zakrivljenost krive linije korišćenjem brojeva? I isto to za površinu? (***Izazov 90s***).

* * *

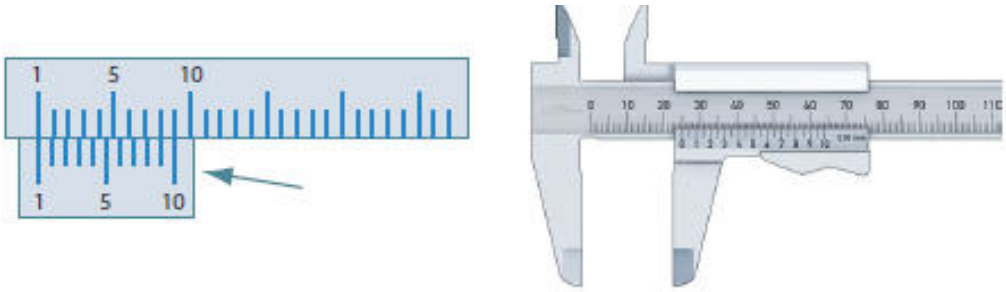
Kolika je brzina vašeg očnog kapka? (***Izazov 91s***)

* * *

Površina ljudskog tela je oko 400 m^2. Možete li reći odakle proističe tako veliki broj? (***Izazov 92s***).

* * *

Kako radi ***pomično merilo (šubler, vernijer)***? U nekim jezicima naziva se i ***nonius***. Prvi naziv je dobio prema francuskom vojnom inženjeru[1] koji ga čak nije ni izmislio, a drugi je igra reči od latiniziranog imena portugalskog pronalazača složenijeg uređaja[2] i iz latinske reči za "devet". Ustvari, uređaj kakvog poznajemo danas – prikazan na ***slici 32*** – pronašao je oko 1600. godine Hristohonijus Klavus,[3] isti astronom čije studije su bile osnova Gregorijanske kalendarske reforme 1582. godine. Da li ste sposobni da konstruišete vernier/nonius/clavus koji će, umesto desetostrukog povećanja tačnosti, raditi isto to sa nekim proizvoljnim činiocem? Postoji li granica za dostignute tačnosti? (***Izazov 93s***)



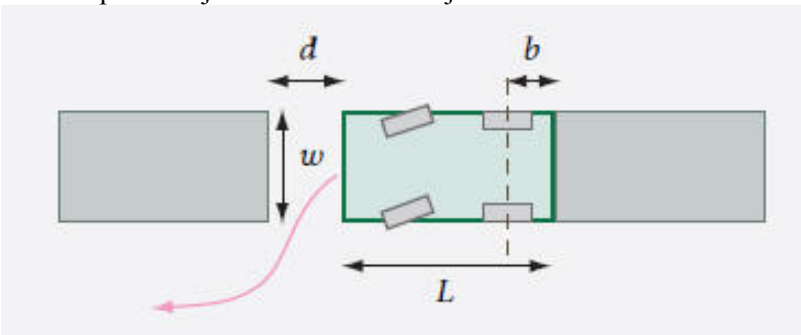
Slika 32 Pomično merilo (vernier/nonius/clavius), u verziji 9 od 10 i verziji 19 od 29 (zapravo kod šestara 38 od 40). (© www.medien-werkstatt.de).

* * *

Fraktali u tri dimenzije pružaju mnoga iznenađenja. Uopštimo ***sliku 25*** u tri dimenzije. (***Strana 78***). Uzmite običan tetraedar; potom na svaku od njegovih trougaonih strana zalepite manji, pravilan tetraedar tako da su strane tela načinjene od više jednakostraničnih trouglova. Ovaj proces ponavljajte lepljenjem sve manjih tetraedara na ove nove (višebrojne) trougaone površine. Kakav će biti oblik krajnjeg fraktala posle konačnog broja koraka? (***Izazov 94s***)

* * *

Automobilizam postavlja mnogo matematičkih probema. Glavni je onaj koji prati ***izazov paralelnog parkiranja***: koliko je najmanje rastojanje *d* od auta ispred potrebno da se napusti mesto parkiranja bez korišćenja vožnje unazad? (***Izazov 95s***) (Predpostavlja se da poznajete geometriju svog auta, kako je prikazano na ***slici 33***, i najmanji poluprečnik spoljnog okretanja *R* koji se zna za svaki auto.) Sledeće pitanje: koliko je najmanji međuprostor potreban ako se dozvoljava manevrisanje napred-nazad koliko god puta je potrebno? (***Izazov 96s***). A sada problem za koji ne postoji rešenje u literaturi, a koje izgleda moguće. Kako zavisi međuprostor od broja *n* koliko puta koristite vožnju unazad? (***Izazov 97s***). (Autor nudi 50 eura za prvi dobar opis rešenja. Pobedničko rešenje Daniel Hawkins-a nalazi se u dodatku.)



Slika 33 Izlazak sa mesta parkiranja

* * *

Naučnici koriste poseban način da zapišu velike i male brojeve, što je objašnjeno u ***Tabeli 12***

---

[1] Pjer Vernije (Pierre Vernier, 1580. – 1637.), francuski vojni inženjer, zainteresovan za kartografiju.

[2] Pedro Nunes ili Peter Nonnius (1502–1578), portugalski matematičar i kartograf.

[3] Christophonius Clavius ili Ključ (1537–1612), bavarski astronom, jedan od glavnih astronoma iz tog vremena.

TABELA 12

Broj	Eksponencijalni zapis	Broj	Eksponencijalni zapis
1	1^0	1	1^0
0,1	10^{-1}	10	10^1
0,2	$2 \cdot 10^{-1}$	20	$2 \cdot 10^1$
0,0324	$3{,}24 \cdot 10^{-2}$	32,4	$3{,}24 \cdot 10^1$
0,01	10^{-2}	100	10^2
0,001	10^{-3}	1.000	10^3
0,0001	10^{-4}	10.000	10^4
0,000056	$56 \cdot 10^{-5}$	56.000	$5{,}6 \cdot 10^4$
0,00001	10^{-5} itd	100.000	10^5 itd

* * *

Godine 1996. najmanje rastojanje dobijeno eksperimentom bilo je 10^{-19} m, izmereno između kvarkova u Fermi laboratoriji. (***Ref. 47***). (Da biste iskusili vrednost rastojanja zapišite ga bez eksponenta.) Šta takvo merenje znači za neprekidnost prostora? (***Izazov 98s***)

* * *

Zenon, grčki filozof, razmatrao je detaljno šta se događa sa objektom koji se kreće u datom trenutku vremena. Da biste se raspravljali sa njim, odlučili ste da ugradite najbrže poznato okidanje fotografske kamere koje možete zamisliti. Imate sav novac koji poželite. Koliko je najkraće vreme okidača koje ste postigli? (***Izazov 99s***).

* * *

Možete li da dokažete Pitagorinu teoremu samo uz geometrijsko značenje, ne koristeći koordinate? (Postoji više od 30 mogućnosti.) (***Izazov 100s***)

* * *

Zbog čega su većina planeta i meseca, uključujući i našu planetu (uglavnom) oblika lopte? (videti, na primer ***sliku 28*** na ***strani 43***.) (***Izazov 101s***)

* * *

Gumena traka spaja vrhove obe kazaljke sata. Kakvu putanju prati srednja tačka trake? (***Izazov 102s***)

* * *

Postoje dve važne veličine u vezi uglova. Kao što je prikazano na ***slici 34***, uglom se obično naziva ***ugao (u ravni)*** koji je određen kao odnos između dužine luka α i poluprečnika r. Prav ugao je je $\pi/2$ ***radijana*** (ili $\pi/2$ rad) ili 90°. ***Prostorni ugao*** je odnos između površine i kvadrata poluprečnika. Jedna osmina lopte je $\pi/2$ ***steradijana*** ili $\pi/2$ srad. (Matematičari bi, normalno, izostavili jedinicu steradian.) Kao rezultat, mali prostorni ugao oblika kupe i ugao na vrhu kupe se ***razlikuju***. Možete li da nađete odnos? (***Izazov 103s***)

* * *

Definicija ugla pomaže da se odredi veličina prikaza vatrometa. Izmerite vreme T u sekundama od trenutka kada ste videli da je raketa na nebu eksplodirala i trenutka kada ste čuli eksploziju, izmerite pomoću vaših ruku – ugao α (u ravni) lopte nastale od vatrometa. Prečnik D je

$$D \approx \frac{6m}{s^o} T \cdot \alpha \qquad (3)$$

Zašto? (***Izazov 104e***) Za više informacija o vatrometu pogledajte veb stranicu www.lsned.com/color-of-fireworks/. Usput, ugaono rastojanje između zglavaka raširene pesnice je oko 3°, 2° i 3°, veličina ispružene ruke je 20°. Možete li da odredite druge uglove u vezi sa vašom rukom? (***Izazov 105s***)

* * *

Koristeći uglove mogu da se definišu ***sinus, kosinus, tangens, kotangens, sekans i kosekans***, kao što je prikazano na ***slici 35***. Trebalo bi da se toga sećate iz srednje škole. Možete li da potvrdite da je:

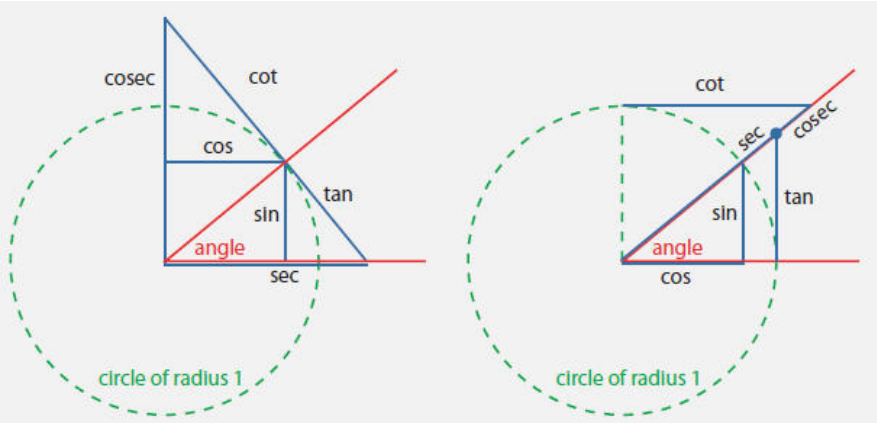
$$\sin 15^o = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \qquad \sin 18^o = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}, \qquad \sin 36^o = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4},$$

$$\sin 54^o = \frac{1+\sqrt{5}}{4}, \qquad \text{i} \qquad \sin 72^o = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

Slika 34 Definicija ugla u ravni i prostornog ugla

Možete li dokazati da je takođe tačno (***Izazov 107e***):

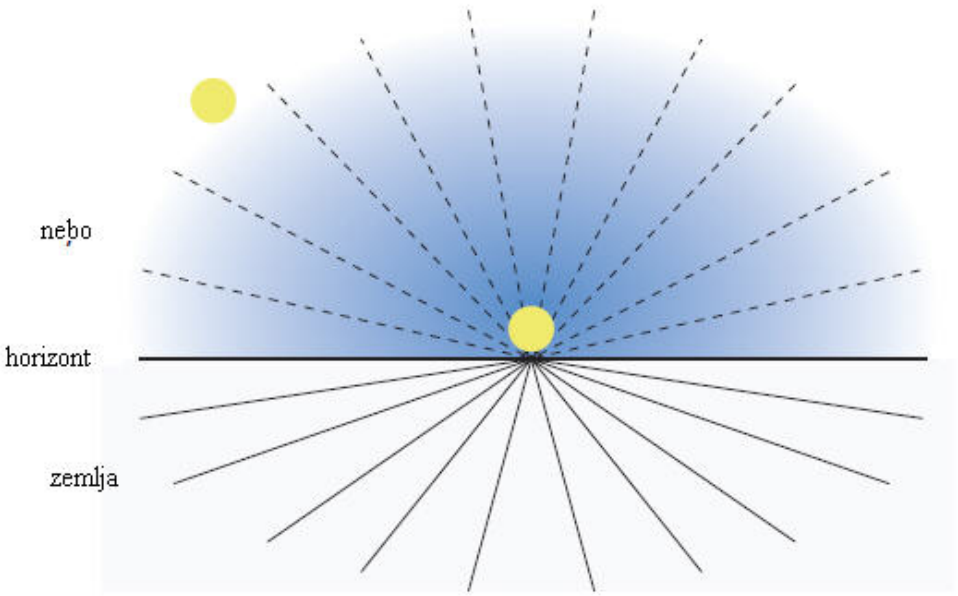
$$\frac{\sin x}{x} = \cos\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{8}\cdots \tag{4}$$



Slika 35 Dve jednake odrednice sinusa, kosinusa, tangensa, kotangensa, sekansa i kosekansa ugla.

* * *

Merenje veličine ugla okom je varljivo. Na primer, možete li da kažete da li je Mesec veći ili manji od nokta na palcu vaše ispružene ruke. (***Izazov 108e***). Ugaona veličina nije intuitivna veličina; potrebno je merenje pomoću instrumenata.



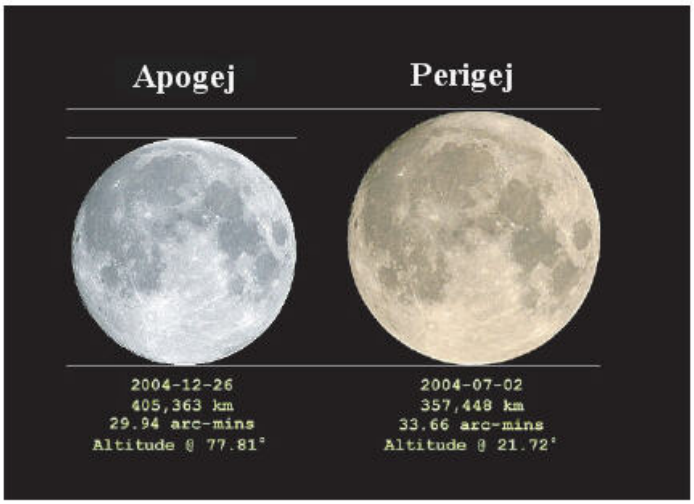
Slika 36 Kako se tokom dana menja prividna veličina Meseca ili Sunca

Poznati primer je prikazan na ***slici 36***, ilustruje teškoću pri određivanju ugla. I Sunce i Mesec izgledaju veći kada su na horizontu. U drevna vremena Ptolomej je objasnio takozvanu ***iluziju Meseca*** nesvesnom prividnom promenom rastojanja koje nastaje u ljudskom mozgu. (***Ref. 48***). Zaista, iluzija Meseca nestaje kada gledate mesec kroz vaše noge. Ustvari, Mesec je čak ***udaljeniji*** kada je neposredno iznad horizonta, pa je stoga njegov lik ***manji*** no što je bila nekoliko časova ranije, kada je bio visoko na nebu. Možete li da potvrdite ovo? (***Izazov 109s***)

Mesečeva ugaona veličina menja se čak još više usled drugog efekta: orbita Meseca oko Zemlje je eliptična. Primer ove posledive prikazan je na ***slici 37***

* * *

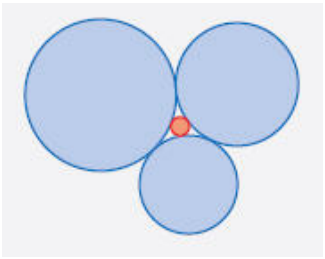
Galilej je takođe pravio greške. U svojoj knjizi *Dijalozi* on je kazao da je kriva koju pravi tanak lanac obešen između dva eksera parabola, to jest, kriva definisana sa $y = x^2$, što nije tačno. Kakva je tačno ta kriva? (***Izazov 110d***). Možete posmatrati oblik (približno) koji ima viseći most.



Slika 37 Kako se veličina meseca zaista menja u toku orbite (© Anthony Ayiomamitis).

* * *

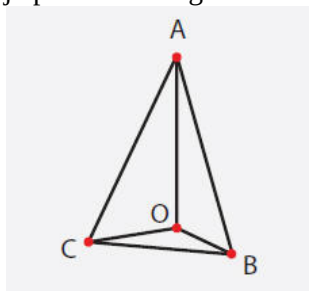
Nacrtajte tri kruga različitih veličina koji se dodiruju, kao što je prikazano na ***slici 38***. Sada nacrtaje i četvrti krug u međuprostoru tako da dodiruje spoljne krugove. Koju jednostavni odnos moraju da ispoštuju obrnute srazmere poluprečnika? (***Izazov 111s***)



Slika 38 Poznata zagonetka – u kakvom su odnosu poluprečnici

* * *

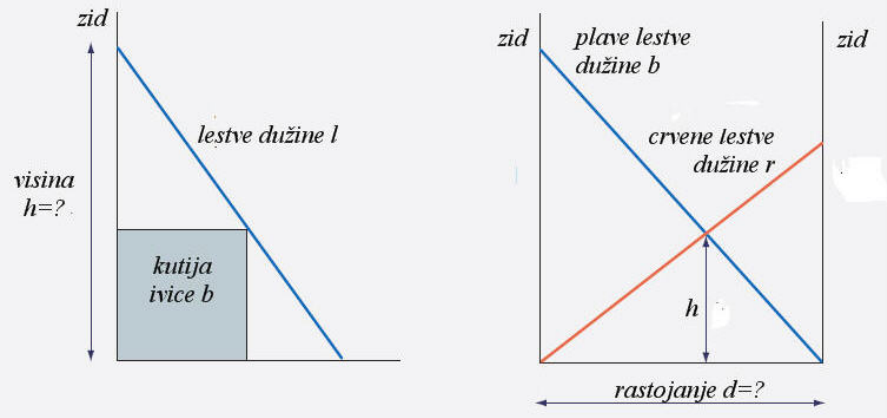
Uzeti tetraedar OABC čije su stranice trougli OAB, OBC i OAC prav ugao u O, kao što prikazije ***slika 39***. Drugim rečima, ivice OA, OB i OC normalne su međusobno. U tetraedru površine trouglova OAB, OBC i OAC iznose 8, 4 i 1 respektivno. Kolika je površina trougla ABC? (***Izazov 112s***)



Slika 39 Kolika je površina trougla ABC određena sa druge tri površine i pravim uglovima u O

* * *

Postoji puno zagonetki sa lestvama. (***Ref. 49***). Dve su prikazane na ***slici 40.*** Ako se lestve dužine $l = 5$ m prislone na zid na takav način da dodiruju pravougaonu kutiju 1 m visine i dubine, koliko visinu h mogu lestve dosegnuti? (***Izazov 113s***) Ako se dve lestve naslone na dva naspramna zida i ako su dužina lestvi i visina presečne tačke poznati, koliki je razmak zidova? (***Izazov 114d***)



Slika 40 Zagonetka sa lestvama: umereno teška (levo) i teška (desno)

* * *

Uz pomoć dva lenjira možete sabirati i oduzimati brojeve tako što ćete ih postaviti jednog pored drugog. Jeste li sposobni da zamislite izgled lenjira koji bi vam omogućavali množenje i deljenje na isti način? (***Izazov 115s***)

* * *

Koliko dana bi imala godina ako bi se Zemlja okretala na drugu stranu uz istu učestanost rotacije? (***Izazov 116s***)

* * *

Sunce je skriveno u spektakularnoj situaciji prokazanoj na ***slici 41***. Gde je ono? (***Izazov 117s***) Malo drugačija, ali takođe začuđujuća situacija – i korisna za privikavanje na crtanje u perspektivi – pojavljuje se kada imate svetionik iza leđa. Možete li nacrtati zrake koje vidite na nebu iznad horizonta? (***Izazov 118e***)

Slika 41 Antikreposkularni zraci – gde je Sunce u ovoj situaciji? (© Peggy Peterson)

* * *

Dva valjka istih poluprečnika presecaju se pod pravim uglom. Koja je vrednost zapremine tela u preseku? (***Izazov 119s***) (Prvo nacrtajte.)

* * *

Odsranjene su dve strane šuplje kocke sa ivicom 1 dm, tako da čine tunel kvadratnog preseka. Da li je tačno da kocka ivice 1,06 dm može da prođe kroz šuplju kocku ivice 1 dm? (***Izazov 120s***)

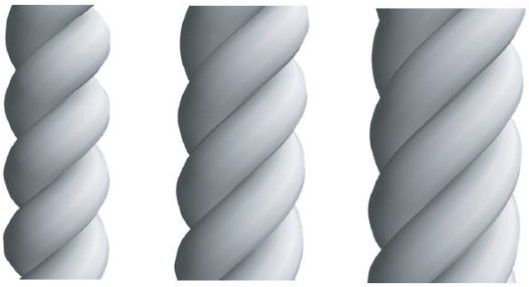
* * *

Da li može da postoji svemir sa dve dimenzije? (***Ref. 50***). Aleksandar Dudni (Alexander Dewdney) zamislio je takav svemir sa velikim detaljima i napisao o tome dobro poznatu knjigu. Opisao je kuće, transportne sisteme, varenje, reprodukciju i mnogo više. Možete li da objasnite zbog čega nije moguć dvodimenzionalni svemir? (***Izazov 121d***)

* * *

Užad su izvanredne strukture. Ona su savitljiva, ona su upredena spiralno, ali uprkos tome ona se ne raspredaju ili uvijaju, ona su skoro nerastegljiva, a njihova geometrija malo zavisii od materijala od kojih su izrađena (***Ref. 51***). Šta je uzrok svih ovih osobina?

Izrada užadi je stari zanat; zasnovan je na čisto geometrijskim rezultatima: između svih mogućih spirala od *n* pramena date dužine položenih oko centralne strukture stalnog poluprečnika, postoji jedna spirala čiji je broj zavojaka ***maksimalan.*** Iz čisto geometrijskih razloga užad sa ovim specifičnim brojem zavijaka i odgovarajućim unutarnjim poluprečnikom ima gore pomenute osobine koje uže čine korisnim. Geometrije idealnih užadi načinjenih od dva, tri i četiri pramena prikazane su na ***slici 42***.



Slika 42 Idealna struktura užadi načinjenih od dva, tri i četiri niti. U idealnoj konfiguraciji specifični ugao nagiba u odnosu na ekvatorijalnu ravan od – 39,4°, 42,8° i 43,8° respektivno – dovodi na nulu strukturu uvrtanja. U ovim idealnim situacijama, pod vertikalnim opterećenjem uže se neće obrtati ni na jednu ni na drugu stranu (© Jakob Bohr).

* * *

Neki istraživači su istraživali da li vreme može da bude u dve dimenzije. Može li da bude? (***Izazov 122s***)

* * *

Drugi istraživači su istraživali da li vreme može da ima više od tri dimenzije. Može li da ima? (***Izazov 123s***)

* * *

Jedan od načina da se uporedi brzina životinja i mašina je da se izmeri minimalna "*dužina tela u sekundi*". Skočibuba dostiže vrednost od oko 2000 tokom faze skoka, izvesne *Archaea* ćelije (nalik bakterijama) vrednost 500, a neki kolibri 380. Ovo su do sada rekorderi. Automobili, avioni, gepardi, sokolovi, krabe i svi drugi motorizovani sistemi su mnogo sporiji. (***Ref. 52***)

* * *

Zbog čega je poprečni presek cevi obično kružan? (***Izazov 124e***)

* * *

Kolike su dimenzije otvorenog pravougaonog rezervoara koji sadrži 1 m^3 vode i za koji je korišćena najmanja količina materijala za zidove? (***Izazov 125e***)

* * *

Nacrtajte kvadrat koji se sastoji od delova četiri spojne linije istih dužina učvršćenih u temenina u šarke. Takva struktura može slobodno da se deformiše u romb kada se primeni neka sila. Sa koliko dodatnih linija povezivanja istih dužina mora da se dopuni da bi se izbegla ova sloboda i da se spreči da kvadrat bude deformisan? Posebne linije povezivanja moraju da budu u istoj ravni kao i kvadrat i svaka od njih može da se veže sa drugima na kraju. (***Izazov 126s***)

* * *

Merenja površine mogu da budu teška. Godine 2014. postalo je jasno da je površina probavnog trakta odraslog zdravog čoveka između 30 m^2 i 40 m^2. Dugi niz godina pogrešna procena za ovu površinu bila je između 180 m^2 i 300 m^2.

* * *

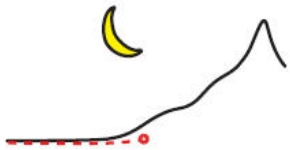
Ovo je jednostavan izazov za dužinu kojeg još niko nije uspeo da reši. Uzmite komad idealnog konopca: stalnog poluprečnika, idealno savitljivog i potpuno glatkog. Vežite na njemu ćvor, kao što je prikazan na ***slici 43***. Za koliko su se dva kraja konopca približila jedan drugom? (***Izazov 127r***)

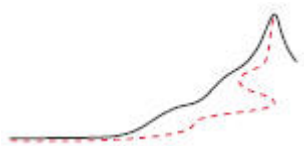
Slika 43 Otvoren problem za istraživanje. Kolika je dužina konopca sa zategnutim čvorom (© Piotr Pieranski, iz ***Ref. 53***)

ZAKLJUČAK O SVAKODNEVNOM PROSTORU I VREMENU

Kretanje određuje brzinu, vreme i dužinu. Promatranja svakodnevnog života i precizni eksperimenti prikladno su i tačno opisani u modeliranju brzine kao Euklidovog vektora, prostora kao trodimenzionalnog Euklidovog prostora, a vremena kao jednodimenzionalne realne prave. Ove tri definicije sačinjavaju svakodnevni, ili ***Galilejev***, opis našeg okruženja.

Modeliranje brzine, vremena i prostora kao ***neprekidnih*** veličina precizno je i odgovarajuće. Rad na modeliranju će trajati tokom većine naših pustolovina koje slede. Međutim, ovaj zajednički model prostora i vremena ***ne može*** da se potvrdi eksperimentalno. Na primer, nijedan eksperiment ne može da proveri rastojanja veća od 10^{25} m ili manja od 10^{-25} m; neprekidni model izgleda da je zato netačan. Mi ćemo saznati tek u poslednjem delu našeg uspona na planinu da je to zaista slučaj.





Poglavlje 3

KAKO OPISATI KRETANJE - KINEMATIKA

La filosofia e scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo) ... Egli e scritto in lingua matematica[1].

Galileo Galilej (Galileo Galilei), *Il saggiatore VI*

Eksperimenti pokazuju da su osobine Galilejevog vremena i prostora izvedene iz okruženja, kako dece tako i životinja. Ove osobine potvrđena su za mačke, pse, pacove, miševe, mrave i ribe između ostalih. Kod svih su otkriveni isti rezultati.

Pre svega ***kretanje je promena položaja u vremenu.*** Ovaj opis ilustrovan ako se brzo prelistavaju donji levi uglovi ove knjige, počevši od ***strane 170*** [2]. Svaka stranica predstavlja jedan trenutak vremena i jedina promena koja se događa tokom kretanja je položaj objekta, recimo kamena, koji je predstavljen kao crna tačka. Ostale promene od jedne slike do druge, koje su nastale usled nepreciznosti tehnike štampanja, mogu da se smatraju da simuliraju nemerljive greške u kretanju.

Polazeći od toga da je "kretanje" promena položaja tokom vremena, ***nije*** ni objašnjenje ***niti je*** odrednica, pošto su oba pojma za vreme i položaj izvedena iz samog kretanja. To je samo ***opis*** kretanja. Ipak, iskaz je korisan, pošto omogućava veliku preciznost, kao što ćemo saznati ispitujući gravitaciju i elektrodinamiku. Pre svega, preciznost je naše vodeće načelo tokom ovog hodanja. Zato detaljni opis promena položaja ima posebno ime ***kinematika.***

Ideja o promeni položaja znači da objekt može da bude ***praćen*** tokom njegovog kretanja. Ovo nije očigledno; u odeljku o kvantnoj teoriji otkrićemo primere u kojima je to nemoguće. Ali u svakodnevnom životu, objekti mogu uvek da se prate. Skup svih položaja koje objekt zauzima tokom vremena formira njegovu ***putanju*** ili ***trajektoriju.*** Početak ovih pojmova je evidentan kada se posmatra vatromet ili ponovo flip film brzim prelistavanjem donjeg levog ugla ove knjige počev od ***strane 277***[3]**.** (***Ref. 54***).

U svakodnevnom životu, životinje i ljudi uklapaju se u Euklidove osobine brzine, prostora i vremena. Posebno, to znači da se trajektorija može opisati određivanjem tri broja, tri ***koordinate*** *(x, y, z)* – po jedan za svaku dimenziju – kao neprekidne funkcije vremena *t* (***Vol. III, strana 209***). To se obično piše kao:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t) = \big(x(t), y(t), z(t)\big) \tag{5}$$

Na primer, već je Galilej otkrio, koristeći štopericu i lenjir, da se visina *z* svakog bačenog kamena ili kamena koji pada, menja kao:

$$z(t) = z_o + v_{zo}(t - t_o) - \frac{1}{2} g (t - t_o)^2 \tag{6}$$

pri čemu je t_o – vreme kada je počelo padanje, z_o – početna visina, v_{zo} – početna brzina u vertikalnom smeru i $g = 9{,}8$ m/sec^2 konstanta za koju će se otkriti da je ista, u približno jednom delu od 300, za sva tela koja padaju u bilo kojoj tački na Zemlji (***Ref. 55***). Odakle je došla vrednost *9,8* m/sec^2 i njena mala

---

1 Nauka je zapisana u ovij velikoj knjizi koja se neprestano otvara pred našim očima (rekao bih i svemir)… Ona je zapisana matematičkim jezikom.

2 Flip film nije mogao da bude ubačen u prevod. Umesto njega može da se napravi kratak film, koristeći kopirane kvadrate sa stranica orginala kao kadrove filma sa trajanjem od 0,10 sec. (prim. preev)

3 Ovo je nažalost nemogućeu tekstu ovakvog oblika**.** Verovatno se odnosi na štampani oblik teksta kada je moguće brzo listanje stranica.

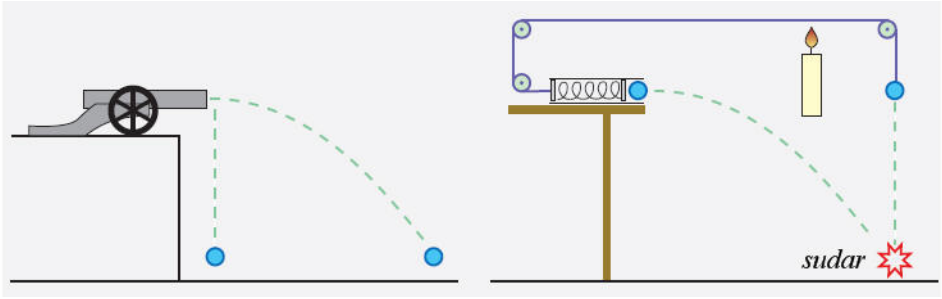
odstupanja? Privremen odgovor će se uskoro dobiti, ali kompletno objašnjenje će nas okupirati tokom velikog dela našeg penjanja.

Poseban slučaj bez početne brzine od velike je važnosti. Kao i nekoliko ljudi pre njega, Galilej je razjasnio da je g isto za sva tela, ukoliko se može zanemariti otpor vazduha (***strana 152***). On je imao mnogo dokaza za svoj zaključak, možete li da nađete jedan? I naravno, njegov čuveni ogled na krivom tornju u Pizi potvrdio je izjavu. (***Nije tačna*** urbana legenda da Galilej nikada nije izveo taj eksperiment. On je to učinio.) (***Ref. 56***).

Prema tome, jednakost (6) onogućava nam da odredimo dubinu bunara, preko poznatog vremena za koje kamen padne na dno. (***Izazov 128s***). Jednakost isto tako daje brzinu v koja se ima na tlu posle skoka sa drveta, naime:

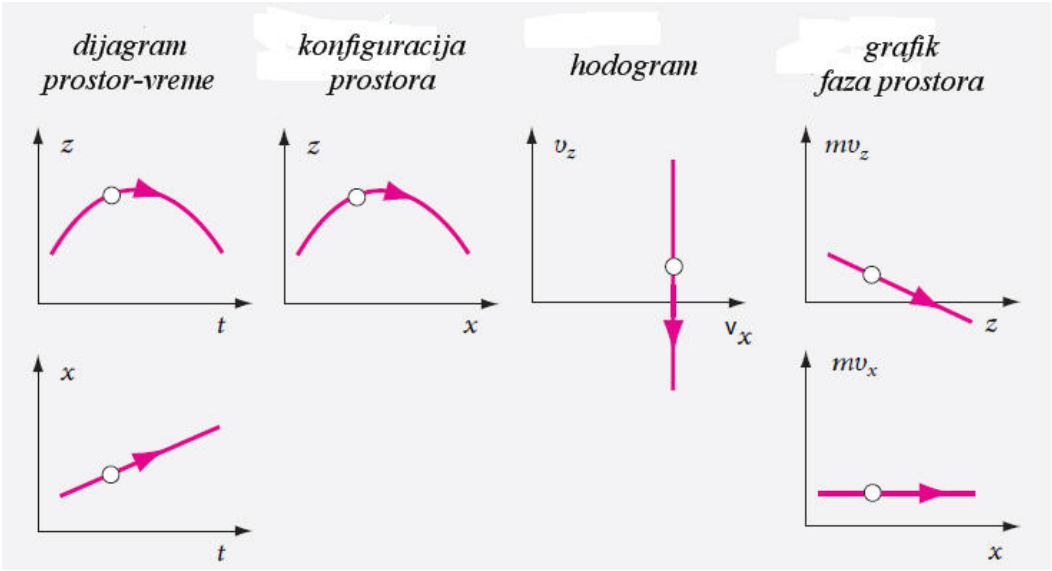
$$v = \sqrt{2gh} \tag{7}$$

Visina od 3 m daje brzinu od 27 km/h. Brzina je pema tome srazmerna samo kvadratnom korenu visine. Da li to znači da veliki strah od pada proizilazi iz precenjivanja njegovog stvarnog efekta? (***Izazov 129s***)



slika 44 Dva načina da se utvrdi da vreme slobodnog pada ne zavisi od horizontalne brzine

Galilej je bio prvi koji je iskazao važan rezultat slobodnog pada: kretanja u horizontalnom i vertikalnom smeru su ***nezavisna.*** On je pokazao da vreme koje je potrebno za pad topovskog projektila tačno horizontalno ispaljenog, kao što je prikazano na ***slici 44***, ***ne zavisi*** od barutnog punjenja,. Mnogi veliki mislioci se nisu slagali sa ovim iskazom, čak ni posle njegove smrti, godine 1658. Akademija del Cimento ***(Ref. 57***) čak je organizovala eksperiment da bi proverila ovu tvrdnju, tako što će uporediti horizontalno ispaljen topovski projektil sa onim koji prosto pada vertikalno. Možete li zamisliti kako su oni proverili istovremenost? (***Izazov 130s***). ***Slika 44*** takođe pokazuje kako to možete proveriti kod kuće. U ovom eksperimentu, bez obzira koliko je opruga nategnuta u "topu", dva tela će se uvek sudariti u vazduhu (ako je sto dovoljno visok), te tako potvrditi tvrdnju.



slika 45 Različiti tipovi dijagrama koji opisuju istu putanju bačenog kamena

Drugim rečima, topovski projektil nije ubrzan u horizontalnom smeru. Negovo horizontalno kretanje je prosto jednolično – sve dok se može zanemariti otpor vazduha. Proširenjem jednakosti (6) u dva izraza, za horizontalnu koordinatu x i i vertikalnu koordinatu y, naime:

$$x(t) = x_o + v_{xo}(t - t_o)$$
$$y(t) = y_o + v_{yo}(t - t_o) \qquad (8)$$

upotpunjuju opis putanje koja prati rezultate bačenog kamena. Putanja i njen oblik naziva se ***parabola***; prikazana je na ***slici 18***, (***strana 38***), ***slici 44*** i ***slici 45***. Paraboličan oblik takođe se koristi za reflektor svetlosti u džepnoj lampi ili farovima automobila. Možete li pokazati zašto? (***Izazov 131s***)

Fizičari vole da uopštavaju ideju o putanji. (***Ref. 58***). Kao što prikazuje ***slika 45***, putanja je trag levo u slici objekta koji se kreće. U zavisnosti koji se dijagram koristi, ove putanje imaju različita imena. Dijagrami prostor-vreme korisni su da se načini pristupačnom teorija relativiteta. ***Konfiguracija prostora*** obuhvaćena je koordinatama u svim delovima sistema. Za više delova ona ima i veći broj dimenzija. To igra važnu ulogu u samoorganizovanju. Razlika između haosa i reda može da se opiše kao razlika u osobinama putanja u konfigurisanom prostoru. ***Hodogram***, putanja u dijagramu "brzina-vreme" koristi se u prognozama vremena. Dijagram faza-prostor često se naziva ***dijagram stanja prostora***. On igra glavnu ulogu u termodinamici.

BACANJE, SKAKANJE I PUCANJE

Kinematički opis kretanja koristan je za odgovore na ceo niz pitanja

* * *

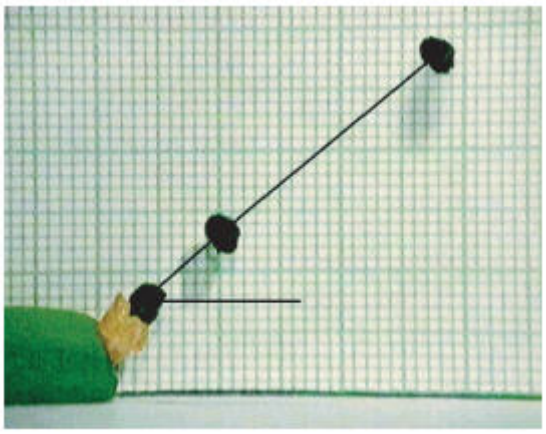
Koja je gornja granica za skok u dalj? Najveća brzina trčanja u 2008. godini bila je 12,5 m/s ≈ 45 km/h, svetski rekord Useina Bolta (***Ref. 59***), a 1997. godine svetski rekord za žene bio je 11 m/s ≈ 40 km/h (***Ref. 60***). Međutim, ženske skakačice u dalj nikada nisu trčale brže od 9,5 m/s. Do kolikog rastojanja naknadno bi mogle da stignu kada bi trčale punom brzinom? Kako da to postignu? Osim toga, skakači u dalj skaču pod uglom od oko 20° (***Ref. 61***), pošto ne mogu da postignu veći ugao pri brzini kojom trče. Koliko bi mogli da dostignu ako bi dostigli ugao od 45°? Da li je 45° optimalni ugao? (***Izazov 132s***)

* * *

Šta imaju zajedničkog Usein Bolt i Majkl Džonson, poslednja dva svetska rekordera u trkama na 200 m u vreme kada je ovo pisano? Oni su visoki, atletski građeni i imaju u mišićima mnogo vlakana koja se brzo grče. Ove osobine ih čine dobrim sprinterima. I poslednja razlika koja ih čini sprinterima svetske klase: imaju izravnat kičmeni stub, koji skoro uopšte nema S-oblik. Ovo abnormalno stanje uštedi njima malo vremena pri svakom koraku, pošto njihova kičma nije toliko savitljiva kao kod drugih ljudi. To im omogućava da budu nenadmašni u trčanju na kratkim rastojanjima

* * *

Atletičari neprestano popravljaju svetske rekorde. Trkački konji ne. Zašto? Kod trkačkih konja ritam disanja zavisi od hoda, kod ljudi ne. Kao rezultat, trkački konji ne mogu da poprave svoju tehniku, pa brzina trkačkih konja je suštinski ista od kada se meri.



slika 46 Tri prekloplene fotografije odbacivanja kuglica izmeta gusenice iz uvijenog lista (© Stanley Caveney).

* * *

Koja je najveća postignuta visina bacanja bilo kojeg objekta koju je postigao čovek? Koja je najveća postignuta daljina bacanja koju je postigao čovek? Kako biste vi razjasnili pravila? (***Izazov 133s***).

Uporedite rastojanje sa rekordnom daljinom iz samostrela od 1871,8 m kojeg je postigao 1988. godine Hari Drejk (Harry Drake), rekordnom daljinom iz nožnog luka od 1854,4 m, kojeg je 1971. postigao takođe Hari Drejk i sa ručnim lukom 1222,0 m, kojeg je postigao 1987 Don Braun (Don Brown).

* * *

Kako može da se meri brzina padanja kišnih kapi korišćenjem kišobrana? (***Izazov 134s***) Odgovor je važan: ista metoda može da se koristi za merenje brzine svetlosti, kao što ćemo otkriti kasnije (***Vol. II, strana 19***) Možete li da pogodite kako?

* * *

Kada partner u plesu skoči u vis, koliko puta on može da se okrene oko svoje ili njene vertikalne ose pre no što se prizemlji? (***Izazov 135s***)

* * *

Brojne vrste gusenica moljaca i leptira odbacuju na stranu svoje fekalije – da se izrazimo grublje: svoj izmet – tako da njegov miris ne pomogne da ih pronađu predatori. (***Ref. 62***) Stenli Kaveni (Stanley Caveney) načinio je fotografije ovog procesa. ***Slika 46*** prikazuje gusenicu (žutog) skipera ***Calopodes ethilus*** unutar uvijenog zelenog lista snimljenu u postupku. Budući da je rekordno primećena daljina 1,5 m (bačena od strane druge vrste ***Epargyeus clarus***) kolika je brzina izbacivanja? Kako gusenica nju postiže? (***Izazov 136s***)

* * *

Kolika je horizontalna udaljenost koja može da se postigne bacanjem kamena datom brzinom i uglom od horizontale na koju je bačen? (***Izazov 137s***)

* * *

Sa kolikim najvećim brojen lopti može istovreneno da se žonglira? (***Izazov 138s***)

* * *

Da li je tačno da bi kišna kap mogla da ubije kada nebi postojao otpor vazduha u atmosferi? (***Izazov 139s***) A šta je sa gradom?

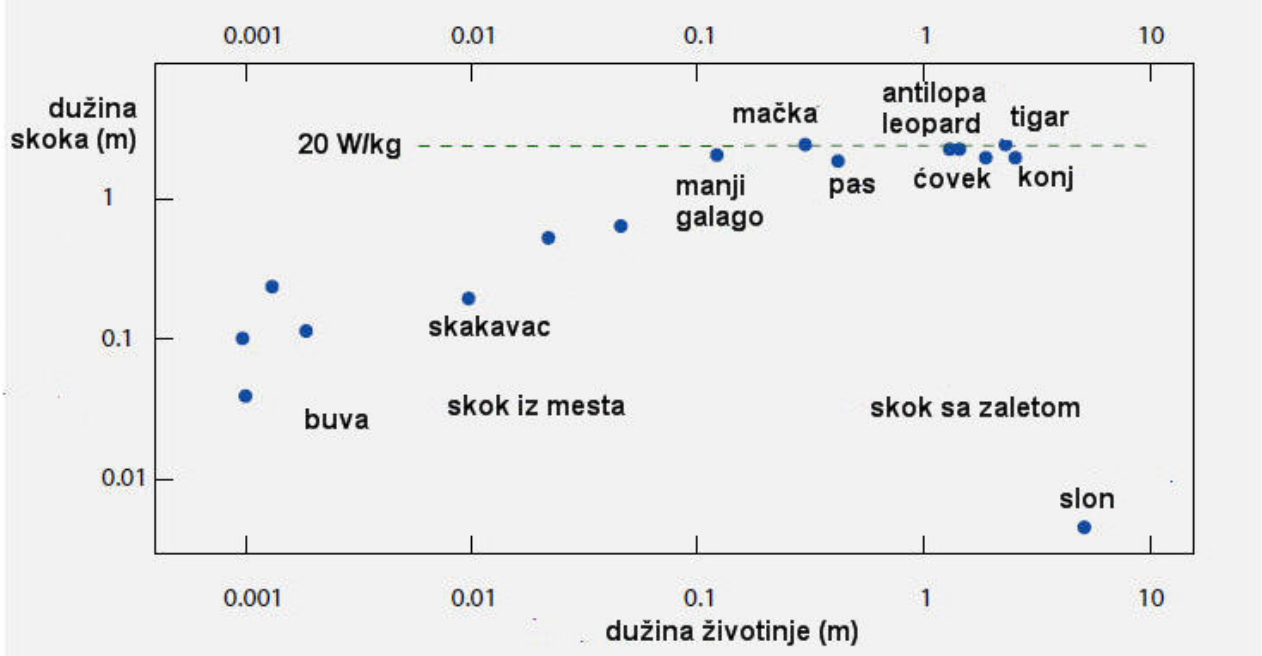
* * *

Da li je granata ispaljena u vazduh iz topa opasna kada opet padne na zemlju? (***Izazov 140s***)

* * *

Policija je našla mrtvo telo čoveka na dnu litice visine 30 m, na rastojanju od 12 m od litice? Da li je ti bilo samoubistvo ili ubistvo? (***Izazov 141s***)

* * *



slika 47 Postignute visine skoka kopnenih životinja

Sve kopnene životinje, bez obzira na svoju veličinu, postižu visinu od skoro 2,2 m, kao što je prikazano na ***slici 47*** (***Ref. 63***). Objašnjenje ove činjenice zauzima samo dva reda. Možete li da ih nađete? (***Izazov 142s***)

* * *

Poslednje dve stavke nastaju usled toga što jednakost (6) opisuje slobodan pad koji ne važi u svim slučajevima. Na primer, ne prate je lišće ili čips od krompira. Kao što je Galilej već znao, ovo je posledica otpora vazduha; njega ćemo uskoro razmatrati. Zbog otpora vazduha ni putanja kamena nije parabola.

Zapravo, postoje i druge situacije u kojima putanja padanja kamena nije parabola, čak i bez otpora vazduha. Možete li da nađete jednu? (***Izazov 143s***)

UŽIVAJTE U VEKTORIMA

Fizičke veličine sa određenim smerom, kao što je brzina, opisane sa tri broja, ili tri komponente, nazivaju se ***vektori.*** Naučiti da se računa sa ovim višekomponentnim veličinama važna je sposobnost za više nauka. Ovde je to sažeto.

Vektor može da se predstavi malom strelom. Treba zapaziti da vektori nemaju određene tačke na kojima počinju: dve strele koje imaju isti smer i iste dužine predstavljaju ***jednake*** vektore, čak i kada počinju na različitim mestima u prostoru. Pošto se vektori ponašaju kao strele, oni se mogu sabirati i oni se mogu množiti brojem. Na primer, rastezanje neke strele $\boldsymbol{a} = (ax, ay, az)$ brojem c odgovara u komponentnom zapisu, vektor $c\boldsymbol{a} = (cax, cay, caz)$.

Preciznim, matematičkim jezikom, vektor je element skupa koji se naziva ***vektorski prostor***, u kojem važe sledeće osobine za sve vektore $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{b}$ i za sve brojeve c i d:

$$c\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = c\cdot\boldsymbol{a}+c\cdot\boldsymbol{b} \qquad (c+d)\cdot\boldsymbol{a} = c\cdot\boldsymbol{a}+d\cdot\boldsymbol{a} \qquad (c\cdot d)\cdot\boldsymbol{a} = c\cdot(d\cdot\boldsymbol{a}) \qquad 1\cdot\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \tag{9}$$

Primer za vektorski prostor je skup svih ***položaja*** nekog objekta, ili skup svih njegovih mogućih brzina. Da li i skup svih obrtanja čini vektorski prostor? (***Izazov 144s***)

Svi vektorski prostori dopuštaju da se za svaki vektor odrede jedinstveni ***nulti vektor*** i jedinstveni ***negativni vektor***. (***Izazov 145e***)

U većini vektorskih prostora od važnosti za nauku je mogućnost da se uvede pojam ***dužine*** (određuje veličinu). Ovo se radi preko međukoraka, naime preko uvođenja ***skalarnog proizvoda*** dva vektora. Ovaj proizvod se naziva "skalarni" pošto je njegov rezultat skalar: ***skalar*** je broj koji je isti za sve posmatrače; na primer, on je isti za posmatrače sa različitim usmerenjima.[1] ***Skalarni proizvod*** dva vektora $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{b}$ je broj koji zadovoljava:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a} \geq 0\text{,}\\
&\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}\\
&(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}')\cdot\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}'\cdot\boldsymbol{b}\\
&\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}') = \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}'\\
&(c\cdot\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\cdot(c\cdot\boldsymbol{b}) = c\cdot(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})
\end{aligned} \tag{10}$$

Ova odrednica skalarnog proizvoda nije jedinstvena; međutim, postoji i ***standardni*** skalarni proizvod. Zapisan u kartezijanskim koordinatama, standardni skalarni proizvod je dat kao:

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = a_x\cdot b_x + a_y\cdot b_y + a_z\cdot b_z \tag{11}$$

Ukoliko je skalarni proizvod dva vektora nula, ta dva vektora su ***upravna***, međusobno su pod pravim uglom. (Pokažite to.) (***Izazov 146e***). Zapaziti da se skalarni proizvod može napisati ili kao $\boldsymbol{ab}$ ili $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$, to jest sa centralnom tačkom

[1] Napominjemo da je u matematici skalar ***broj***, dok je u fizici skalar ***invarijantni*** broj, to jest broj koji je isti za sve posmatrače. Slično tome, u matematici je vektor element vektorskog prostora, u fizici je vektor invarijantni element vektorskog prostora, to jest, veličina čije se koordinate menjaju slično komponentama brzine kada ga posmatraju različiti posmatrači.

Dužina, ili ***veličina***, ili ***norma*** vektora može da se odredi kao kvadretni koren skalarnog proizvoda vektora sa samim sobom:

$$a = \sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$$

Često, pa tako i u ovom tekstu, veličine se pišu *kosim slovima*, dok se vektori pišu ***zadebljanim kosim slovima***. Veličina se često piše i kao $a = \sqrt{\boldsymbol{a}^2}$. Vektorski prostor sa skalarnim proizvodima naziva se ***Eukledov*** vektorski prostor.

Skalarni proizvod se često koristi za određivanje određenih smerova, Ustvari, skalarni proizvod dva vektora prikazuje ugao između njih. Možete li da izvedete ovu važnu relaciju? (***Izazov 147s***)

ŠTA JE MIROVANJE? ŠTA JE BRZINA?

U Galilejevom opisu prirode, kretanje i mirovanje su suprotnosti. Drugim rečima, telo je u stanju mirovanja kada se njegov položaj, to jest, njegove koordinate, ne menjaju u vremenu. Drugim rečima (Galilejevo) ***mirovanje*** je određeno kao:

$$\boldsymbol{x}(t) = \text{const} \tag{12}$$

Sećamo se da je ***x(t)*** skraćeno pisanje za tri koordinate *(x(t), y(t), z(t))*. Kasnije ćemo videti da ova odrednica mirovanja, nasuprot prvim utiscima, nije od velike koristi i mora da bude proširena. Ipak, svaka odrednica mirovanja podrazumeva da objekt koji ne miruje može da se razlikuje upoređivanjem brzina njegovog premeštanja. Stoga možemo da odredimo ***vektor brzine v*** kao promenu njegovog položaja ***x*** u vremenu *t*. To se obično piše kao:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} \tag{13}$$

U ovoj jednakosti, koja važi za svaku koordinatu posebno, *d/dt* označava "promenu u vremenu". Stoga možemo reći da je vektor brzine ***izvod*** položaja u odnosu na vreme. Veličina brzina *v* je naziv dat za veličinu vektora brzine ***v***. Stoga imamo da je: $v = \sqrt{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}}$. Izvod se zapisuje kao razlomak da bi podsetio čitaoca da je izveden iz ideje nagiba. Izraz

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \quad \text{podrazumeva se da je to skraćeno pisanje za} \quad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{14}$$

skraćenica je za kazivanje da je ***izvod u tački*** granica nagiba tangente i blizini tačke, kao što je prikazano na ***slici 48***. To podrazumeva pravila u radu (***Izazov 148e***)

$$\frac{\mathrm{d}(s+r)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \qquad \frac{\mathrm{d}(c\cdot s)}{\mathrm{d}t} = c\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} \qquad \frac{\mathrm{d}(sr)}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + s\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \tag{15}$$

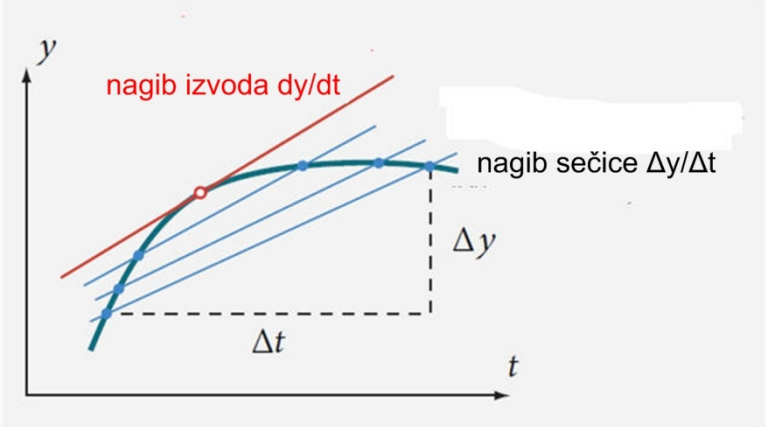
pri čemu je *c* bilo koji broj. To je sve što je potrebno da se zna o izvodima u fizici. Veličine kao što su d*t* i d*s*, ponekad se koriste samostalno i nazivaju se ***diferencijali***. Ove pojmove je uveo Gotfrid Vlhelm Lajbnic (Gottfried Wilchelm Leibnitz).[1] Izvodi leže u osnovama svih izračunavanja zasnovanih na neprekidnosti prostora i vremena. Lajbnic je bio osoba koja je načinila mogućim da se opiše i koristi brzina u fizičkim obrascima, a posebno da se koristi ideja o brzini u datoj tački u vremenu i prostoru radi izračunavanja.

Odrednica brzine podrazumeva da ima smisla da se uzme granica $\Delta t \to 0$. Drugim rečima, to podrazumeva da ***beskrajno mali*** intervali vremena zaista postoje u prirodi. Odrednica brzine pomoću izvoda moguća je samo zato što su i prostor i vreme opisani skupovima koji su ***neprekidni***, ili rečeno matematičkim jezilom, ***spojeni i potpuni***. U ostatku našeg hodanja mi ne smemo da zaboravimo da je od početka klasične fizike ***beskonačnost*** prisutna u njenom opisivanju prirode. Beskonačno malo je deo našeg opisa brzine. Ustvari, diferencijalni račun može da se odredi kao izučavanje konačnosti i njene upotrebe. Stoga otkrivamo da

[1] Gotfrid Vilhelm Lajbnic (Gotfried Wilhelm Leibnitz, 1646. Leipzig – 1716. Hannover) bio je pravnik, fizičar, matematičar, filozof, diplomat i istoričar. On je bio jedan od najvećih umova čovečanstva; izmislio je diferencijalni račun (pre Njutna) i objavio mnogo značajnih i uspešnih knjiga u različitim oblastima koja je istraživao, između ostalih: *De arte combinatoria*, *Hypothesis physica nova*, *Discours de métaphysique*, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, the *Théodicée* i *Monadologia*.

pojava beskonačnosti ne nudi opise nemogućeg ili nepreciznog. Da bi ostali precizni, fizičari koriste samo dva najmanja od mnogih mogućih tipova beskonačnosti. Njihove precizne odrednice i pregled ostalih tipova biće predstavljen kasnije. (***Vol. III, strana 206***).

Pojava beskonačnosti u njenom uobičajenom opisu kretanja bila je kritikovana najpre od strane Zenona iz Eleje (oko 445 pne), učenika Parmenidesa, u njegovim čuvenim ironičnim argumentima. (***Ref. 64***). U svom, takozvanom trećem argumenu, Zenon je objanio da pošto svaki delić posmatranog objekta zauzima deo prostora koji odgovara njegovoj veličini, pojam brzine u datom trenutku nema smisla; on je provokativno zaključio da prema tome kretanje ne posoji. Danas mi ovaj argument ne bismo nazvali da je ***protiv*** kretanja, već da je protiv uobičajenog ***opisa***, posebno protiv korišćenja beskonačnog deljenja prostora i vremena. (Da li ste saglasni?) (***Izazov 149e***). Ipak, opis kojeg je kritikovao Zenon zapravo sasvim dobro funkcioniše i danas. Razlog je jednostavan, ali dubok: u svakodnevnom životu promene su zaista neprekidne.



slika 48 Izvod u tački kao granicni slučaj tangente

Velike promene u prirodi sastavljene su od mnogo malih promena. Ova osobina prirode nije očigledna. Na primer, mi ne zapažamo da prećutno predpostavljamo da putanja nekog tela nije fraktal ili neko drugo nepravilno ponašanje subjekta. U svakodnevnom životu ovo je tačno, u ostalim oblastima prirode nije. Sumnja Zenona biće delimično rehabilitovana kasnije u toku našeg hodanja (***Vol. VI, strana 55***), i sve više i više ukoliko budemo dalje napredovali. Rehabilitacija je samo delimična, jer će krajnje rešenje biti različito od onog kojeg je on predviđao; na dugoj strani, sumnja o ideji o "brzini u tački" pokazalo se da je osnovana. Za trenutno razmišljanje nemamo izbora: nastavićemo sa osnovnom predpostavkom da se promene u prirodi događaju postepeno.

slika 49 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716).

Zašto je brzina potrebna kao pojam? Ciljajući ka preciznosti u opisu kretanja, potrebno nam je da odredimo celokupni popis aspekata potrebnih da se odrede stanja nekog objekta. Pojam brzine je očigledno na tom popisu.

UBRZANJE

Nastavljajući duž iste linije, ***ubrzanjem a*** tela nazivamo promenu brzine u vremenu, ili:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t^2} \tag{16}$$

Ubrzanje je ono što osećamo kada se Zemlja trese, kada uzleće avion ili kada biciklom zalazimo za ugao. Više primera navedeno je u ***Tabeli 13***. Ubrzanje je izvod brzine po vremenu. Kao i brzina, ubrzanje ima i intenzitet i smer. Ukratko, ubrzanje je vektorska veličina, isto kao i brzina. Kao i obično ova osobina će biti prikazivana ***podebljanom kosom*** slovnom oznakom.

U običnom automobilu, ili na motociklu, možemo da ***osetimo*** da se ubrzavamo. (Ova ubrzanja su ispod 1g i prema tome su bezopasna.) Ubrzanje osećamo pošto se neki delovi unutar nas pomere u odnosu na druge delove: ubrzanje nas izobličava. Takva kretanja mogu biti, na primer, neki mali delovi unutar našeg uva, ili želuca u stomaku, ili jednostavno naši udovi u odnosu na naše telo. Svi senzori ubrzanja, uključujući one navedene u ***Tabeli 14***, ili onih prikazanih na ***slici 50***, bilo biološki ili tehnološki, rade na ovaj način.

TABELA 13 Neke izmerene vrednosti ubrzanja

Opažanje	**Ubrzanje**
Koje najmanje ubrzanje ste naši	***Izazov 150s***
Zadnje ubrzanje galaksije M82 njenog izbačenog mlaza	10 fm/s^2
Ubrzanje mlade zvezde njenog izbačenog mlaza	10 pm/s^2
Fatumijevo ubrzanje Sunca u njegovoj orbiti oko Mlečnog puta	0,2 nm/s^2
Usporavanje satelita Pionir usled neravnoteže zagrevanja zračenjem	0,8 nm/s^2
Centrifugalno ubrzanje na ekvatoru usled rotacije Zemlje	33 mm/s^2
Ubrzanje elektrona u kućnoj instalaciji naizmenične struje	500 mm/s^2
Ubrzanje brzog voza podzemne železnice	1,3 m/s^2
Gravitaciono ubrzanje Meseca	1,6 m/s^2
Najmanje usporavanje automobila na savremenom suvom asfaltu	5,5 m/s^2
Gravitaciono ubrzanje na površini Zemlje, u zavisnosti od položaja	9,8 ± 0,3 m/s^2
Standardno gravitaciono ubrzanje	9,80665 m/s^2
Najveće ubrzanje automobila ili motocikla sa točkovima gonjenim motorom	15 m/s^2
Ubrzanje rakete pri poletanju	20 do 90 m/s^2
Ubrzanje geparda	32 m/s^2
Gravitaciono ubrzanje na površini Jupitera	25 m/s^2
Kućna muva (*Musca Domnestica*)	cca 100 m/s^2
Ubrzanje bačenog kamena	cca 120 m/s^2
Ubrzanje kojim se aktivira vazdušni jastuk u automobilu	360 m/s^2
Najveće ubzanje postignuto nogama (vrsta cikade – *Philaenus spumarius*)	4 km/s^2
Teniska lopta pri udaru u zid	0,1 Mm/s^2
Ubrzanje puščanog metka	2 Mm/s^2
Najbrža centrifuga	0,1 Gm/s^2
Ubrzanje elektrona u velikom akceleratoru	90 Tm/s^2
Ubrzanje protona u jezgru	10^{31} m/s^2
Najveće moguće ubrzanje u prirodi	10^{52} m/s^2

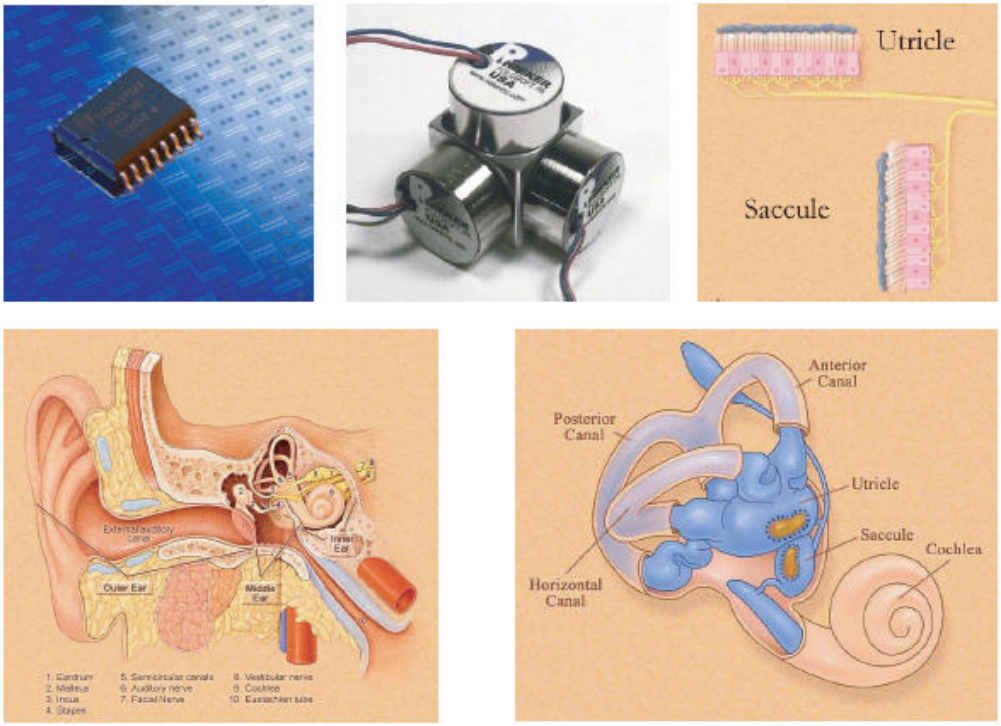
Ubrzanje se oseća. Naše telo se izobličava i senzori u našem telu ga otkrivaju, na primer, u zabavnim parkovima. Veće vrednosti ubrzanja mogu da imaju snažnije uticaje. Na primer, kada je ubrzanje u smeru glave osobe koja sedi dva ili tri puta veće od uobičajenog gravitacionog ubrzanja, oči prestaju da rade i vid postane siv, pošto krv više ne može da dopre u oči. Između 3g i 5g jednolikog ubrzanja ili 7g i 9g kratkotrajnog ubrzanja, gubi se svest, pošto u mozak ne dolazi dovoljno krvi, a krv može da teće iz stopala nogu. (***Ref. 65***). Veća ubrzanja u smeru stopala osobe koja sedi mogu da dovedu do hemoragičnih moždanih udara. Osobe koje su pod ovim rizikom su piloti mlaznih aviona; zato oni imaju specijalna odela koja šalju komprimirani vazduh do odgovarajućih delova tela pilota kako bi se izbeglo nagomilavanje krvi na pogrešnim mestima.

TABELA 14 Neki senzori ubrzanja

Merenje	**Senzor**	**Opseg**
Smer gravitacije kod biljaka (koren, stablo, grane, lišće	statoliti u ćelijama	0 do 10 m/s^2
Smer i vrednost ubrzanja kod sisara	membrane u svakom polukružnom kanalu i *utricule* i *saccule* u unutrašnjem uhu	0 do 20 m/s^2
Smer i vrednost ubrzanja u modernom brojaču koraka kod izletnika	piezoelektrički senzori	0 do 20 m/s^2
Smer i vrednost ubrzanja u sudaru automobila	senzor u vazdušnom jastuku koristi piezoelektričnu keramiku	0 do 2000 m/s^2

Možete li da zamisčite situaciju u kojoj ste ubrzani, ali da to ne osećate? (***Izazov 151s***)

Brzina je izvod položaja po vremenu. Ubrzanje je drugi izvod položaja po vremenu. Izvodi višeg reda mogu takođe da se odrede na isti način. (***Izazov 152s***) Oni dodaju malo u opis prirode, pošto – kao što ćemo ubrzo pokazati – nijedan od tih izvoda, a ni samo ubrzanje nisu od koristi za opis stanja kretanja sistema.



slika 50 Tri senzora ubrzanja: senzor vazdušnog jastuka u jednoj osi, kapacitivni senzor za tri smera i utrikule i sakule u blizini polukružnih kanala u ljudskom uhu (© Bosch, Rieker Electronics, Northwestern University).

OBJEKTI I TAČKASTA ĆESTICA

Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch samtliche Moglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten.[1]

Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein), *Tractatus, 2.0123*

Jedan od ciljeva proučavanja kretanja je da se nađe kompletan i precizan opis kako stanja tako i objekta. Uz pomoć pojma prostora, opis objekta se može znatno poboljšati. Osim toga, iz iskustva znamo da svi objekti koje svakodnevno viđamo imaju značajnu osobinu: oni mogu da se podele u ***delove.*** (***Izazov 153e***). Ova posmatranja često se izražavaju tako što kažemo da svi objekti, ili tela, imaju dve osobine. Prvo, ona

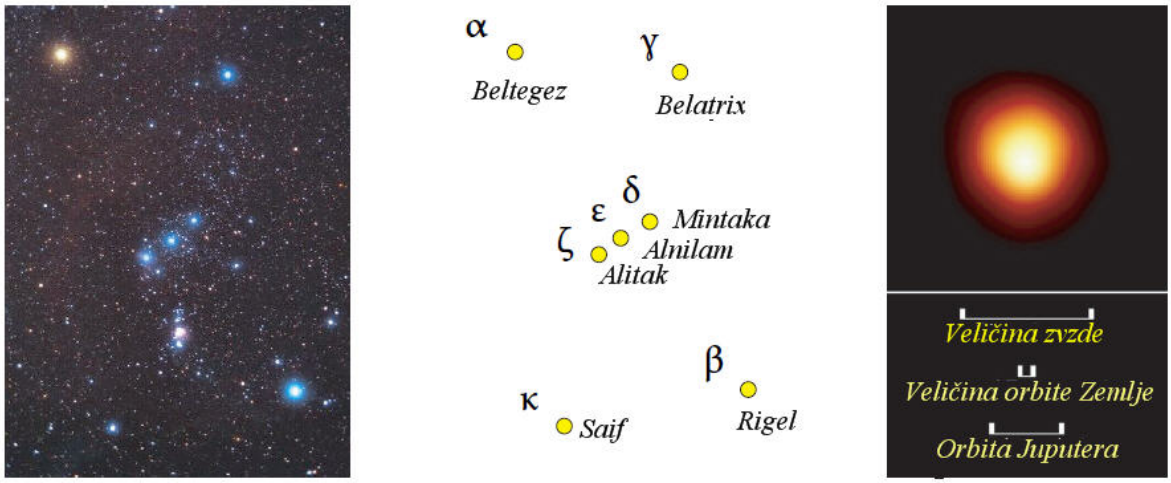
[1] "Kada poznajem objekt, tada poznajem i sve mogućnosti njegove pojave u činjenicama"

su sastavljena od materije[1], određene tako da je taj aspekt objekta odgovoran za njegovu ***neprobojnost***, to jest, osobinu koja sprečava da dva tela budu istovremeno na istom mestu. Drugo, tela imaju izvesnu formu ili ***oblik***, određen kao precizan način po kojem je ta neprobojnost raspoređena u prostoru.

Kako bismo opisali kretanje što tačnije je moguće, podesno je početi sa onim telom koji je jednostavan što je više moguće. Uopšte, što je telo manje, to je jednostavnije. Telo koje je tako malo da ne postoji potreba da njegove delove dalje nije potrebno uzimati u obzir naziva se ***čestica.*** (Raniji naziv ***korskopula*** izašao je iz mode.) Čestice su stoga idealizovano malo kamenje. U ekstremnom slučaju, čestice čija veličina može biti ***zamenarena*** u poređenju sa dimenzijama njenog kretanja, tako da se njen položaj može potpuno opisati pomoću ***jednog*** kompleta od tri koordinate, naziva se ***tačkasta čestica*** ili ***čestica mase*** ili ***tačka mase.*** U jednačini (6) kamen je predpostavljen da je takva tačkasta čestica.

Da li objekti koji liče na tačku, to jest, objekti koje niko ne može premeriti, postoje u svakodnevnom životu? I da i ne. Najzapaženiji primer su zvezde. U sadašnje vreme može da se izmeri ugaona veličina manja od 2 μrad, što je granica uslovljena kretanjem vazduha u atmosferi. U svemiru, kao što je za teleskop Habl u orbiti oko Zemlje, ugaona granica nastaje usled prečnika teleskopa i ona je reda 10 nrad. Praktično, sve zvezde koje se vide sa Zemlje su manje od toga, pa su one efektivno "tačkaste", čak i kada se posmatraju uz pomoć snažnih teleskopa.

Kao izuzetak od opšteg pravila, veličina nekoliko velikih ili bliskig zvezda, obično tipa crvenih džinova, može sa se premeri pomoću posebnih instrumenata.[2] Beltegez, najviši od dva ramena Oriona, prikazan na ***slici 51***, Mira u Cetusu, Antares u Škorpionu, Aldebaran u Biku i Sirijus u Velikom Psu primeri su zvezda čije su veličine izmerene, a one su udaljene manje od 2000 svetlosnih godina od Zemlje. (***Ref. 67***). Radi upoređivanja veličina pogledajte ***sliku 52***. Normalno, isto kao i Sunce, tako i sve ostale zvezde imaju konačnu veličinu, ali ona se ne može dokazati merenjem njihovih dimenzija na fotografijama. (Da li je to istina?) (***Izazov 154s***). Razlika između "tačkastih" izvora i konačnih veličina može se videti golim okom noću, zvezde trepere, a planete ne. (Proverite!) (***Izazov 155e***). Lepo vizuelno predstavljanje dato je na ***slici 53***. Ovaj efekt nastaje usled turbulencije vazduha. Turbulencija ima uticaj na sve zvezde koje su skoro tačkaste, pošto u malim količinama odbija svetlosne zrake. S druge strane turbulencija vazduha je isuviše slaba da bi izazvala treperenje objekata koji imaju veću ugaonu veličinu, kao što su planete ili veštački sateliti[3], pošto su u tom slučaju u proseku izvan skretanja.



slika 51 Orion u prirodnoj boji (© Matthew Spinelli) i Beltegez (ESA, NASA).

---

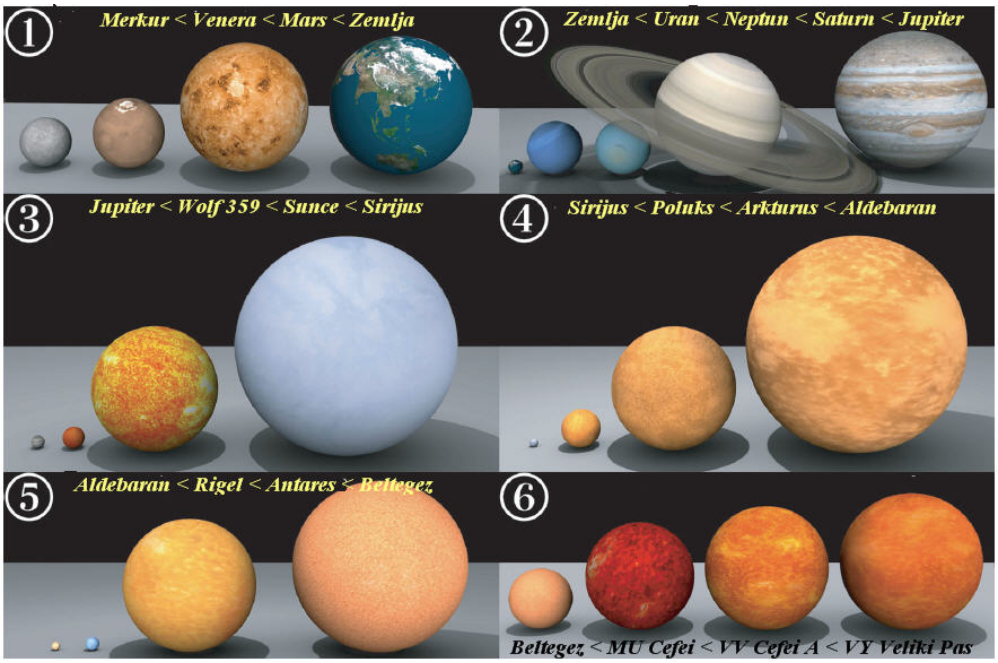
[1] Materija je reč izvedena od latinske reči "*materia*" koja je prvobitno značila "*drvo*", a bila je izvedena međukorakom od reči "*mater*" što znači "*majka*".(***Ref. 66***)

[2] Na veb strani stars.astro.illinois.edu/sow/sowlist.html dat je uvod u različite tipove zvezda. Na veb strani www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations prikazane su detaljne i interesantne informacije o sazvežđima. Za pregled planeta pogledajte divnu knjigu od Kenneth R. Lang & Charles A. Whitney, *Vagabonds de l'espace – Exploration et découverte dans le systéme solaire*, Springer Verlag, 1993. Začudujuće lepe fotografije zvezda mogu se naći u knjizi od David Malin, *A View of the Universe*, Sky Publishing and Cambridge University Press, 1993.

[3] **Satelit** je objekt koji kruži oko planete, kao što je Mesec; ***veštački satelit*** je sistem koji je postavljen u orbitu od strane čoveka, kao što je Sputnjik.

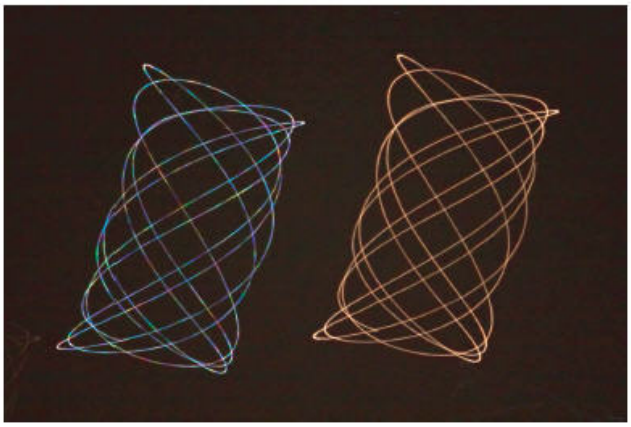
Objekt je ***tačkast za golo oko*** ako je njegova ugaona veličina manja od oko 2’ = 0,6 mrad. Možete li da utvrdite veličinu tačkaste čestice prašine? (***Izazov 156s***) Uzgred, objekt je ***nevidljiv*** golim okom ako je tačkast i luminiscentan, to jest, ako je intenzitet svetla koji dospeva u oko ispod kritičnih vrednosti. Možete li da odredite da li postoji ljudska građevina vidljiva sa Meseca, ili iz space shutll-a? (***Izazov 157s***)

Gornje odrednice “tačkastog” u svakodnevnom životu su očigledno varljive. Da li prave, zaista tačkaste čestice postoje? Zapravo, da li je uopšte moguće pokazati da čestica ima veličinu koja nestaje? Ovo pitanje će biti centralno u poslednjem delu naše šetnje. Na isti način treba da se zapitamo i da proverimo da li tačke postoje u prostoru. Naše hodanje će nas dovesti do rezultata koji začuđuju, jer su svi odgovori na ova pitanja negativni. Možete li da zamislite zbog čega? (***Izazov 158s***) Nemojte biti razočarani ako otkrijete da je ovo pitanje teško; mnogi veliki umovi imali su isti problem.



slika 52 Upoređenje veličina zvezda (© Dave Jarvis).

Međutim, mnoge čestice, kao što su elektroni, kvarkovi ili fotoni tačkaste su za sve praktične primene. Jednom kada se sazna kako da se opiše kretanje tačkaste čestice, moći će da se opiše takođe i kretanje proširenih tela, čvrstih ili onih koji se mogu izobličiti, tako što će se predpostaviti da su ona sastavljena od čestica. To je isti pristup kao opis kretanja životinje kao celine kombinujući kretanja njenih različitih delova tela. Najjednostavniji opis ***neprestane približnosti***, opisuje proširena tela kao beskonačni skup tačkastih čestica. To nam omogućava da razumemo i predvidimo kretanja mleka i meda, kretanje vazduha u uraganima i mirisa kućnih ljubimaca u sobi. Kretanje vatre i svih drugih gasovitih tela, savijanje bambusa na vetru, promenu oblika gume za žvakanje i rast biljaka i životinja isto mogu da se opišu na ovaj način. (***Ref. 68***)

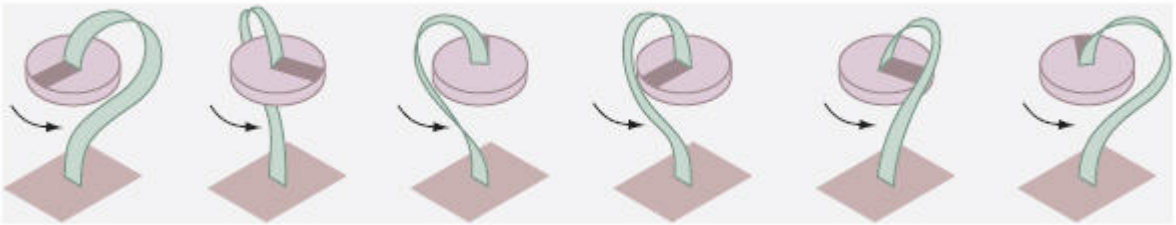


slika 53 Regulus i Mars snimljeni 4. juna 2010. klimajućom kamerom, sa vremenom ekspozicije od 10 sekundi pokazuje razliku između tačkaste zvezde koja treperi i planete koja ne treperi (© Jürgen Michelberger).

Još preciznija odrednica no neprestano približavanje data je u daljem tekstu. (***Vol. IV, strana 17***). Ipak, sva opažanja do sada potvrdila su da kretanje velikih tela može da se opiše uz veliku preciznost kao rezultat kretanja njihovih delova. Ovaj pristup će nas voditi kroz prvih pet delova našeg penjanja uz planinu. Samo u poslednjem delu mi ćemo otkriti da je, u osnovnoj razmeri ovo rastavljanje nemoguće.

NOGE I TOČKOVI

Delovi tela određuju njegov oblik. Oblik je važan aspekt tela: između ostalih stvari, on nam govori kako da ih izbrojimo. Osim toga, živa bića su uvek sastavljena od jednog tela. Ovo nije prazna izreka: iz ove činjenice zaključujemo da životinje ne mogu imati velike točkove ili velike propelere, već samo noge, peraja ili krila. Žašto? Živa biča imaju samo jednu površinu; prostije rečeno, ona imaju samo jedan komad kože. (***Vol. V, strana 276***). Matematički rečeno životinje su ***povezane***. Obično se ovo predpostavlja da je očigledno, a često se pominje da bi snabdevanje krvlju, nervni i limfni sistem u spoju sa obrtnim delovima bili zapetljani. (***Ref. 69***). Međutim, ovaj dokaz nije tako jednostavan, kao što pokazuje ***slika 54***. Na njoj je pokazano da je moguće neprekidno obrtanje nekog tela oko nekog drugog, a da se spoj ne zapetljava. Tri dimenzije prostora dopuštaju ***vezano obrtanje***. Možete li da nađete primer takvog kretanja u našem telu? (***Izazov 159s***) Jeste li u mogućnosti da sagledate koliko kablova može da se priključi na telo na ***slici 55*** bez ometanja rotacije? (***Izazov 160s***)



slika 54 Primer kako se objekt može neprestano obrtati bez zapetljavanja veze sa drugim

Uprkos mogućnosti da životinje mogu imati obrtne delove, postupcima prikazanim na ***slici 54*** i ***slici 55***, još uvek je nemoguće napraviti praktičan točak ili propeler. Možete li sagledati zbog čega? (***Izazov 161s***). Evolucija nije imala izbor: ona je izbegla životinje sa (velikim) obrtnim delovima oko osovine. Naravno, ovo ograničenje nije pravilo da se živa tela u potpunosti kreću obrtanjem: pustinjska trava koja putuje, semenke nekih biljaka, neki insekti, više paukova, više drugih životinja, deca i plesači ponekad se kreću valjajući se ili se obrću u potpunosti. (***Ref. 70***)

slika 55 Vezano obrtanje objekta povezanog sa okolinom (QuickTime film © Jason Hise video se može videti ba veb strani youtube/8rqBFvm2lME)

Velika usamljena tela, pa prema tome sva velika živa bića, mogu stoga da se kreću jedino ***izobličenjem*** svog oblika; prema tome, ona su ograničena na hodanje, trčanje, skakanje, valjanje, klizanje, puzanje, mahanje perajima ili krilima. (***Ref. 71***). Pokretanje nogu uobičajeni je način izobličenja tela.

Ekstremni primeri nogu korišćenih u prirodi prikazuju ***slika 56*** i ***slika 57***. (***Ref. 72***). Najekstremniji primer valjajućih paukova – a postoji više vrsta – su ***Cebrennus villosus*** i žive u pesku u Maroku. (***Ref. 73***). Oni svoje noge koriste radi ubrzavanja valjanja, mogu upravljati smerom valjanja i mogu da se valjaju uzbrdo usponom od 30% – podvig, koji ljudi ne mogu da izvedu. Filmovi o kretanjima valjanjem mogu se naći na na veb strani www.bionik.tu-berlin.de[1] (***Vol. V, strana 211***). Hodanje po vodi je prikazano na ***slici 118*** na ***strani 129***; primeri krila su dati kasnije (***Vol. V, strana 212***), kao što su razni tipovi izobličenja koja omogućavaju plivanje u vodi. Nasuprot tome, sistemi više tela, kao što su bicikli, čamci sa pedalama i druge mašine mogu da se kreću ***bez*** promene oblika svojih delova, pa prema tome omogućavaju korišćenje osovina sa točkovima. propelerima i drugim obrtnim uređajima.[2]

Ukratko, uvek kada posmatramo konstrukciju na kojoj se neki delovi neprestano obrću (i bez "ožičavanja" sa ***slike 54***), odmah znamo da je to veštačka tvorevina: to je mašina, a ne živo biće (mada je napravilo živo biće). Međutim, nalik mnogim iskazima o živom stvorovima ovo takođe ima izuzetke.

slika 56 Noge i "točkovi" kod živih bića: crvena stonoga ***Aphistogoniulus erythrocephalus*** (dužina tela 15 cm), gekon na staklenoj površini (dužina tela 15 cm), ameba ***Amoeba proteus*** (veličina 1 mm), kotrljajuća škampa ***Nannosquilla decemspinosa*** (dužina tela 2 cm, 1,5 obrta u sekundi, više od 2 m može da se penje čak i po blagom nagibu) i kotrljajuća gusenica ***Pleurotya ruralis*** (može da se kotrlja samo naniže da bi izbegla grabljivice), (© David Parks, Marcel Berendsen, Antonio Guillén Oterino, Robert Full, John Brackenbury / Science Photo Library).

Razlika između jednog ili dva tela je slabo određena kada je ceo sistem sastavljen od samo nekoliko molekula. To postaje uglavnom jasno unutar bakterija. Organizmi, kakvi su na primer, ***Escherichia coli,*** dobro poznata bakterija koja se nalazi u ljudskom stomaku, ili bakterija iz roda ***Salmonella,*** sve one plivaju korišćenjem bičeva. ***Bičevi*** su tanka vlakna, slična tankoj kosi, koje vire iz membrane. Godine 1971. je pokazano da je svako vlakno načinjeno od jednog ili više dugih molekula prečnika od nekoliko desetina nanometra, i da se zapravo okreću oko svoje ose. (***Vol. V, strana 215***).

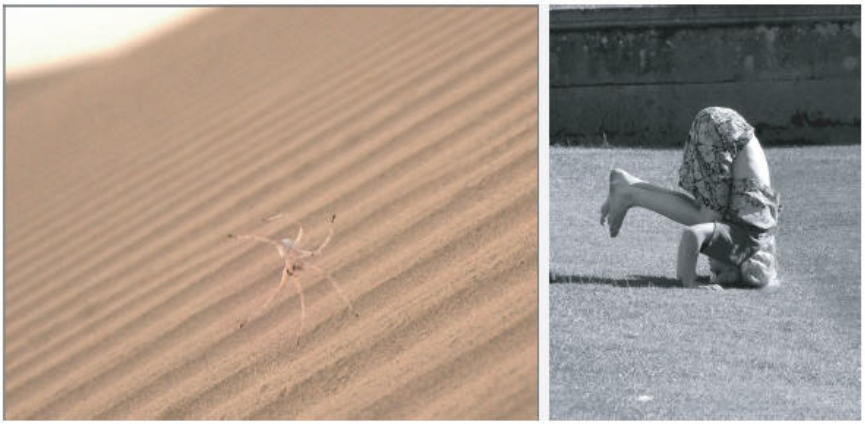
---

1 Valjanje je takođe poznato i kod namibijskog pauka roda *Carparachine*; film sa njihovim kretanjem može se naći na internetu.(imgur.com/gallery/CVSAtbh/comment/435265989)

2 Uprkos nedostacima, budući da nisu sposobne da koriste obrtne delove i budući da su ograničene na jedno telo, prirodne pokretne konstrukcije, obično nazivane životinjama, često nadmašuju mašine koje je napravio čovek. Kao jedan od primera, uporedite veličinu najmanjeg letećeg sistema koji je izgradila evolucija, sa onim koji je izgradio čovek. (Pogledati, na primer, www.youtube.com/watch?v=0tOXYzfuYdo.). Postoje dva razloga za ovu razliku. Prvo, prirodni sistemi imaju ugrađene sisteme za popravke i održavanje. Drugo, priroda može da napravi velike strukture unutar posuda sa malim otvorima. Zapravo, priroda je jako dobra u onome što rade ljudi koji prave brodove u boci. Ljudsko telo je puno takvih primera, možete li da imenujete nekoliko? (***Izazov 162s***)

Bakterija je sposobna da obrće svoja vlakna kako u smeru kazaljki sata, tako i u suprotnom, može da postigne i više od 1000 obrtaja u sekundi i da obrće svoja vlakna u savršenoj sinhronizaciji. (***Ref. 74***). Ovi točkovi su tako tanki da im nije potreban mehanički spoj (***Ref. 75***); ***slika 58*** prikazuje brojne modele motora nađenih u bakteriji. Kretanje i konstrukcija ove začuđujuće strukture prikazani su na filmovima ***slika 59*** i ***slika 60***.

Kao zaključak, točkovi zapravo postoje kod živih bića, iako samo kod malih. Rast i kretanje ovih točkova su čuda prirode. Makroskopski točkovi kod živih bića nisu mogući, mada je kretanje valjanjem moguće.



slika 57 Dva retka oblika života koji mogu da se valjaju uzbrdo i po strmim nagibima: pustinjski pauk ***Cebrennus villosus*** i ***Homo sapiens*** (© Ingo Rechenberg, Karva Javi).

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI U VEZI KINEMATIKE

Koliki je najveći točak ikada izgrađen? (***Izazov 163s***)

* * *

Futbalsku loptu je šutnuo golman sa oko 30 m/s. Izračunajte daljinu koju treba da preleti i uporedite je sa daljinom nađenom u utakmici. Odakle nastaje razlika? (***Izazov 164s***)

* * *

Voz započne putovanje stalnom brzinom od 10 m/s između dva mesta A i B, udaljena 36 km. Vozu će biti potreban 1 sat za putovanje. Istovremeno kada i voz brzi golub počne da leti od A ka B sa 20 m/s. Budući da je brži od voza, golub stigne prvi u B. Potom golub leti ponovo ka A. Kada sretne voz on se ponovo okrene ka mestu B. On nastavlja da leti nazad napred sve dok voz ne pristigne u B. Koliko rastojanje je preleteo golub? (***Izazov 165e***)

* * *

Balansirajte olovkom vertikalno (vrhom nagore) na komadu papira u blizini ivice stola. Kako možete da izvučete papir, a da ne dopustite da olovka padne? (***Izazov 166e***)

* * *

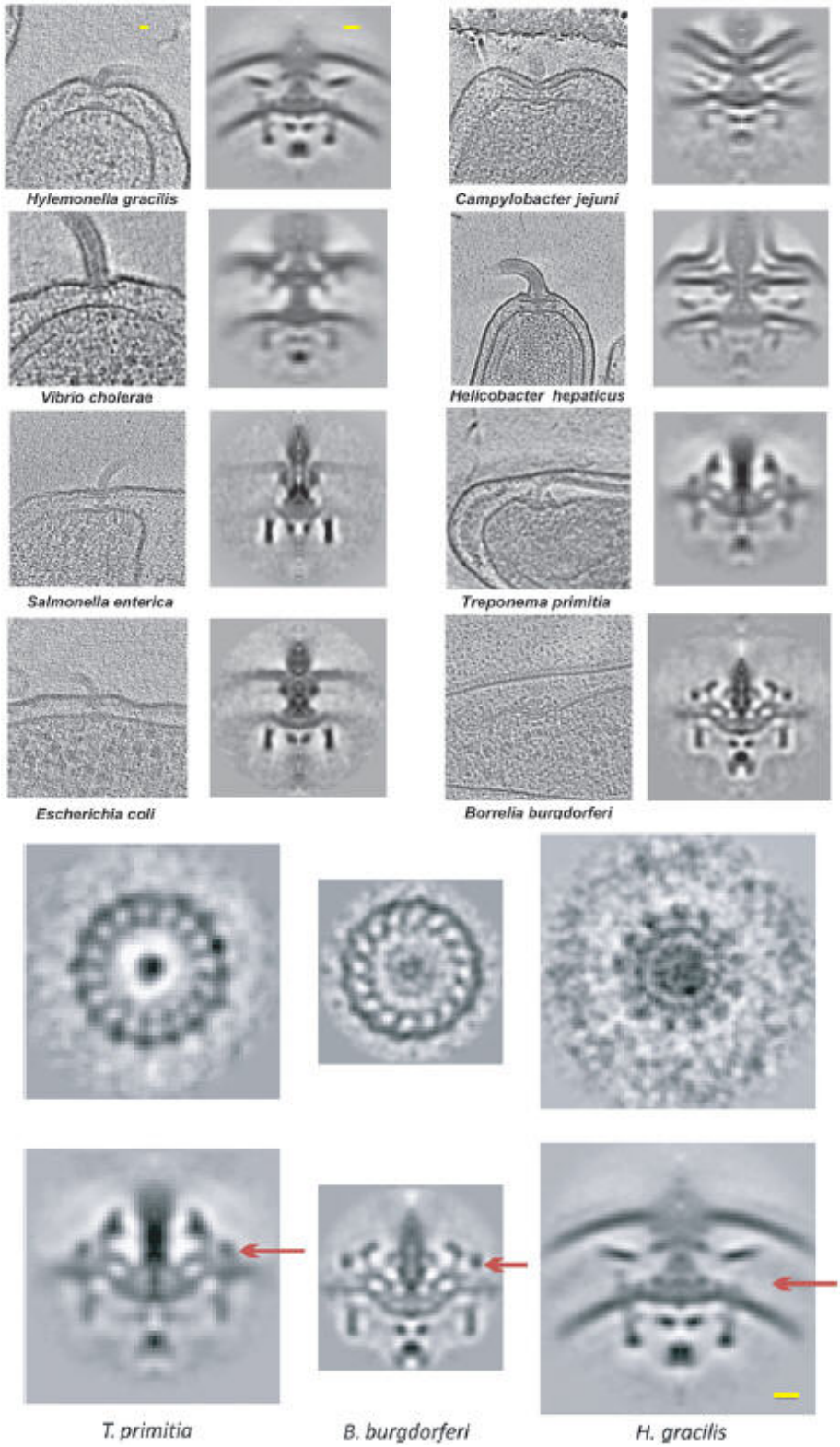
Da li je let aviona – od tačke A ka B i u povratku nazad ka A – brži ako vetar duva ili ako ne duva? (***Izazov 167e***).

* * *

Nivo ubrzanja kojeg čovek može da preživi zavisi od trajanja u kojem mu je podvrgnut. Za desetinu sekunde 30g = 300 m/s^2 kojeg proizvede lanser sedišta u avionu je prihvatljivo. (Izgleda da je rekordno ubrzanje koje je čovek preživeo oko 80g = 800 m/s^2.) Ali kao pravilo se kaže da su fatalna ubrzanja od 150 m/s^2 ili veća.

* * *

Najveća ***mikroskopska*** ubrzanja su zapažena prilikom sudara čestica, kada dostignu vrednost od 1035 m/s^2. Največa ***makroskopska*** ubrzanja se verovatno nalaze u sudaru unutrašnjosti ***supernove***, zvezde koja eksplodira, koja mogu da budu tako sjajna da se mogu videti na nebu čak i tokom dana. Kandidat na Zemlji je unutrašnjost mehura koji puca u tečnosti, proces koji se naziva ***kavitacija.*** Kavitacija često proizvede svetlost, efekt kojeg otkrili Frenzel i Šultes godine 1934. i nazvali ga ***sonoluminisenca***. (***Ref. 76***). (Videti ***sliku 62.).***

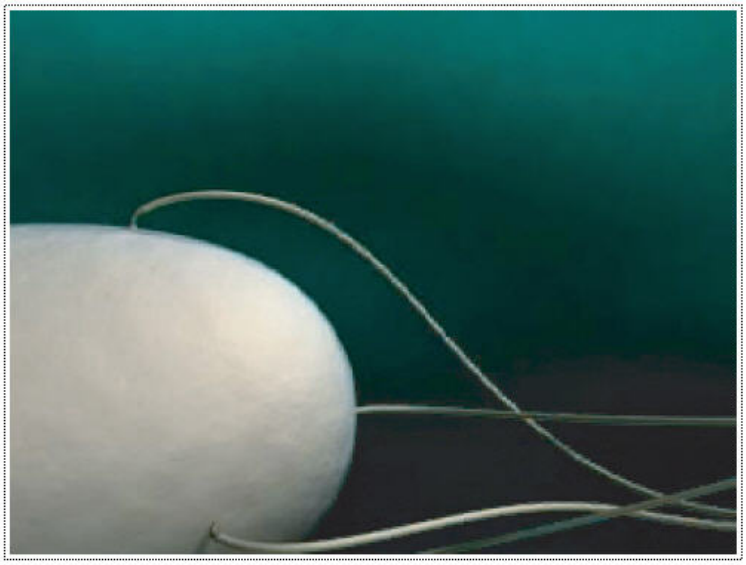


slika 58 Neki tipovi vlaknastih motora nađenih u prirodi; snimci su napravljeni kriotomografski sa žutom oznakom od 10 nm radi razmere (© S. Chen & al., EMBO Journal, Wiley & Sons).

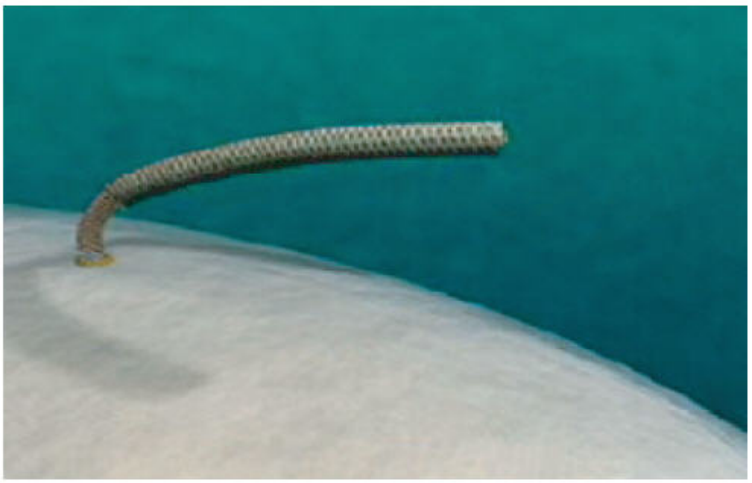
To izgleda najizrazitije kada se vazdušni mehurići u vodi šire i skupljaju usled podvodnog zvučnika na oko 30 kHz i omogućavaju precizno merenje kretanja mehurića. Na jednom pragu intenziteta poluprečnik se menja brzinom od 1500 m/s u manji od nekoliko μm, što daje ubrzanje veće od 1011 m/s^2. (***Ref. 77***)

* * *

Noge je jako lako napraviti. Priroda je proizvela stonogu *Illacme plenipes*, koja ima 750 nogu. Životinja je duga 3 do 4 cm i široka 0,5 mm. Izgleda da je to rekord za sada. Suprotno svom imenu nijedna stonoga nema hiljadu nogu. (Stonoga na engleskom se naziva *milipede – "hiljadunoga".)*



slika 59 Obrtno kretanje bakterije flagellum i njen preokret (QuickTime film © Osaka University). Može se videti na veb strani www.youtube.com/watch?v=fFq_MGf3sbk



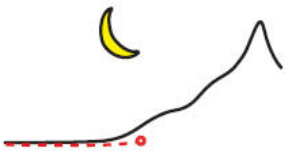
slika 60 Rast vlakna bakterije flagellum prikazuje molekularni sastav (QuickTime film © Osaka University). Može se videti na www.youtube.com/watch?v=fFq_MGf3sbk

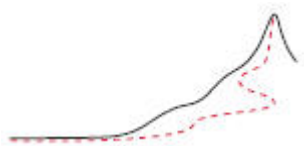
slika 61 Da li je kometa, kao što je ova divna McNaught kometa, viđena 2007. godine slika ili telo? Kako možete to da pokažete? (I zašto joj je rep zakrivljen?) (© Robert McNaught)

slika 62 Posmatranje sonoluminiscencije uz pomoć jednostavnog pribora koji fokusira ultrazvuk u vodi (© Detlef Lohse).

ZAKLJUČAK O KINEMATICI

Opis svakodnevnog kretanja tačkaste mase uz tri koordinate kao *(x(t), y(t), z(t))* je jednostavan precizan i kompletan. To predpostavlja da objekt može da bude praćen duž njegove putanje. Prema tome, opis često ne funkcioniše u jednom posebnom slučaju: kretanju slika.





Poglavlje 4

OD OBJEKTA I SLIKA DO OČUVANOSTI

Šetajući se kroz šumu opažamo dva dosta različita tipa kretanja. Vidimo kako povetarac pomera lišće, dok istovremeno, na zemlji, vidimo kako se pomeraju senke. Senke su jednostavni oblici slika. (***Ref. 78***). I objekti i slike su sposobni da se kreću; i objekti i slike menjaju položaj u vremenu. Tigar koji trči, padanje snežnih pahuljica i materijal izbačen iz vulkana primeri su kretanja, ali kretanja su takođe senka koja prati naše telo, zrak svetla koji kruži oko kule svetionika u maglovitoj noći i duga koja stalno održava isto rastojanje od nas.

I objekti i slike razlikuju se od njihovog okruženja po tome što imaju ***granicu*** koja određuje njihovu veličinu i oblik. Ali svako ko je ikada gledao crtani film zna da slike mogu da se kreću na više iznenađujućih načina nego li objekti. Slike mogu da menjaju svoju veličinu i oblik, one mogu da menjaju čak i boju, osobine koje mogu da imaju samo nekoliko objekata[1]. Slike mogu da se pojave i da nestanu bez tragova, da se umnožavaju, prožimaju, da se kreću unazad u vremenu i da prkose gravitaciji ili bilo kojoj drugoj sili. Slike, pa čak i obične senke, mogu da se kreću brže od svetlosti. Slike mogu da plove prostorom i da održavaju ista rastojanja od objekata koji prilaze. (***Ref. 80***). Objekti ne mogu skoro ništa od toga. U osnovi "zakoni fizike crtanih filmova" su sasvim različiti od onih u prirodi. Zapravo, kretanja slika, suprotno od kretanja objekata, izgleda kao da ne prate bilo koja pravila. Osećamo da su nam potrebni precizni kriterijumi koji bi omogućili da ova dva slučaja mogu da se razlikuju.

Pravljenje jasne razlike između slika i objekata izvodi se korišćenjem istih metoda koje koriste deca ili životinje kada prvi put stanu pred ogledalo: pokušavaju da ***dodirnu*** ono što vide. Zapravo, ako smo kadri da dodirnemo ono što vidimo – to nazivamo ***objekt,*** u protivnom to je ***slika***.[2] (***Vol. IV, strana 109***). Slike ne mogu da se dodirnu, ali objekti mogu. Slike ne mogu da se bace jedna drugu, ali objekti mogu. I kao što svako zna, dodirivanje nečeg znači osetiti da se to opire kretanju. Izvesna tela, kao što su leptiri, pružaju mali otpor i mogu se lako pokrenuti, drugi, kao što je brod, opiru se više i oni se pokrenu uz više teškoća. Opiranje kretanju – ili još preciznije, promeni kretanja – naziva se ***inercija***, a teškoća uz koju se telo može pokrenuti naziva se njegova ***(inercijalna) masa.*** Slike nemaju ni inerciju ni masu.

Sumirajući, za opis kretanja moramo napraviti razliku između tela, koja se mogu dodirnuti i koja su neprobojna, i slika koje ne mogu da se dodirnu i probojne su. Sve što se može videti ili su objekti ili slike; nema treće mogućnosti. (Da li ste saglasni?) (***Izazov 169s***). Ako je objekt tako daleko da se ne može dodirnuti, kao što su zvezda ili kometa, teško može da se odluči da li se radi o slici ili o objektu; sa ovom teškoćom neprestano ćemo se susretati. Na primer, kako možete pokazati da je kometa – kao što je lep primer na ***slici 61*** – objekt a ne slika, kao što je Galilej (pogrešno) tvrdio. (***Izazov 170s***).

Na isti način kako su objekti izgrađeni od ***materije***, slike su izgrađene od ***zračenja***. (***Ref. 81***). Slike su područje pozorišta senki, bioskopa, televizije, računarske grafike, sistema verovanja i stručnjaka za droge. Forografije, pokretne slike, duhovi, anđeli, snovi i mnoge halucinacije su slike (ponekad povezane sa

---

[1] Izuzimajući veoma spore promene kao što su promena boje lišća u jesen, u prirodi to postižu samo izvesni kristali, hobotnice i drugi glavonošci, kameleon i nekoliko drugih životinja. Od objekata koje je napravio čovek, mogu to da urade televizija, ekrani računara, objekti grejanja i neki laseri. Da li vi znate više primera? (***Izazov 168s***) Izvaredan izvor informacija sa temom boje je knjiga od K. Nassau, *The Physics and Chemistry of Colour – the fifteen causes of colour*, J. Wiley & Sons, 1983. U oblasti popularne nauke najlepša knjiga je klasično delo flamanskog astronoma Marcel G. J. Minnaert, *Light and Colour in the Outdoors*, Springer, 1993, aktuelizirana verzija zasnovana na njegovoj seriji divnih knjiga *De natuurkunde van 't vrije veld*, Thieme & Cie, 1937. (***Ref. 79***) Čitanje ove knjige imperativ je za sve naučnike o prirodi. Na veb strani postoji takođe – jednostavnija , ali izvanredna – www.webexhibits.org/causesofcolour.

[2] Moglo bi da se predloži i uključivanje zahteva da objekti mogu da se obrću; međutim, ovaj zahtev, na iznenađenje, donosi teškoće u slučaju atoma, kao što je objašnjeno u ***Vol. IV strani 136***.

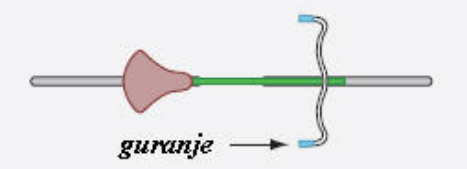
poremećajima u mozgu). Da bismo razumeli slike, potrebno je da proučimo zračenja (takođe oči i mozak). Međutim, zbog važnosti objekata – najzad i mi saami smo objekti – proučavaćemo najpre ovo poslednje.

KRETANJE I DODIR

*Demokrit je potvrdio da postoji samo jedna vrsta kretanja: ona koja je posledica sudara. (**Ref. 82**)*
Aetius, Opinions.

Kada dete vozi monocikl, ono koristi opšte pravilo u mašem svetu: jedno telo deluje na drugo da bi ga pokrenulo. U stvari, za oko šest časova svako može da nauči da vozi monocikl i da uživa u tome. Kao i svako zadovoljstvo u životu, kao što su igračke, životinje, žene, mašine, deca, muškarci, more, vetar, bioskop, žongliranje, lutanje i ljubav, nešta gura nešta drugo. Stoga je naš prvi zadatak da opišemo ovaj prenos kretanja preciznijim pojmovima.

Dodir nije jedini način da se nešta pokrene; suprotni primer je pad jabuke sa drveta ili kada magnet privlači drugi magnet. Uticaji bez dodira još su zanimljiviji: nešta je skriveno, ali se ipak dogodi nešta misteriozno. Kretanje zbog dodira izgleda da je lakše za shvatanje, te se stoga sa njim počinje. Međutim, uprkos ovom izboru, nije lako da se izbegnu sile bez dodira. Uzimanjem ovog izbora mi ćemo napraviti slično iskustvo sa onim kod bicikliste (videti ***sliku 63***.) Ako vozite bicikl održivom brzinom i želite da skrenete levo tako što ćete desnom rukom pogurati upravljač, vi ćete skrenuti ***desno.*** Uzgred, ovaj iznenađujući efekt, poznat i kod motociklista, očigledno radi iznad izvesne mimimalne brzine. Možete li da odredite kolika je ta brzina? (***Izazov 171s***). Budite pažljivi! Kod prejakog guranja možete da padnete.



slika 63 U koju stranu će skrenuti bicikl?

Nešta slično će se dogoditi takođe i nama; uprkos našem izboru kretanja usled dodira, ostatak našeg hodanja ubrzo će nas naterati da proučavamo kretanja bez dodira.

ŠTA JE MASA

Δός μοί (φησι) ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν.
Da ubi consistam, et terram movebo.[1]
Arhimed

Kada nešta što nam je nepoznato poguramo, kao kada udarimo neki objekt na ulici, automatski skrenemo pažnju na isti aspekt kojeg deca istražuju kada stanu prvi put ispred ogledalo, ili kada prvi put vide tačku crvenog lasera. Ona proveravaju da li se nepoznati objekt može gurnuti ili uhvatiti, a potom obrate pažnju kako se nepoznati objekt kreće pod njihovim uticajem. Najpreciznija verzija eksperimenta prikazana je na ***slici 64***. Ponavljanjem eksperimenta sa različitim parovima objekata, otkrićemo – kao i u svakodnevnom životu – da se za svaki objekt *i* može opisati ***nepromenljiva*** veličina m_i određena relacijom:

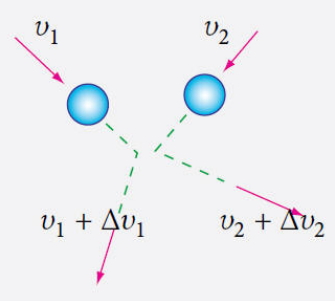
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \qquad (17)$$

gde je Δv promena brzine nastala usled sudara. Što je taj broj veći, tim je teže pomeriti objekt. Broj m_i se naziva ***masa*** objekta *i*. Da bi se imala vrednost mase koja je zajednička za svakog, vrednost mase za jedan poseban, odabran objekt mora da bude unapred određen. Ovaj specijalni objekt, prikazan na ***slici 65***, naziva se ***standardni kilogram*** i čuva se uz veliku pažnju u staklenoj posudi u Sevru, u blizini Pariza. Standardni kilogram se dira samo jednom svakih nekoliko godina, pošto bi inače prašina, vlaga ili ogrebotine mogle da promene njegovu masu. Uzgred, standardni kilogram ne čuva se pod vakuumom, pošto bi to dovelo do izdvajanja gasova i stoga do promene mase. Standardni kilogram određuje vrednost mase svakog objekta na svetu.

[1] "Dajte mi tačku oslonca i ja ću pomeriti svet". Arhimed (283 – 212 pne), grčki naučnik i inženjer (***Ref. 83***) Ovu frazu pripisao mu je Papus. Arhimed je znao da ima smisla razlika između pokretnih i nepokretnih objekata što su koristili advokati.

Masa je prema tome merilo teškoće da se nešta pokrene. Velike mase je teže pokrenuti nego li male mase. Očigledno, samo objekti imaju masu; slike je nemaju. (Uzgred, reč masa je izvedena preko latinskog iz grčkog jezika – μαζα – hleb – ili hebrejskog "mazza" beskvasni hleb. To je prilična promena u smislu.) (***Ref 66***). Eksperimenti sa objektima u svakodnevnom životu takođe pokazuju da je tokom bilo kojeg sudara zbir masa ***očuvan***:

$$\sum_i^n m_i = \text{const} \tag{18}$$



slika 64 Sudari određuju masu

slika 65 Standardni kilogram (© BIPM).

Princip očuvanja mase prvi je iskazao Antoan-Loran Lavoazije (Antoine-Laurent Lavoisier)[1]. Očuvanje mase takođe podrazumeva da je masa složenog sistema jednaka zbiru masa sastojaka. Ukratko, ***Galilejeva masa je mera količine materije.***

U čuvenom eksperimentu iz 16. veka, tokom nekoliko sedmica Santorio Santorio (Sanctorius) (1561. – 1636.), prijatelj Galileja, živeo je u velikoj ravnoteži, bez ikakvog konzumiranja hrane i pića, takođe i bez održavanja čistiće. Želeo je da ispita očuvanje mase. Kako je merio promenu težine sa vremenom? (***Izazov 172s***)

slika 66 Antoan Lavoazije (1743.–1794.) i njegova supruga

[1] Antoan-Loren Lavoazije (Antoine-Laurent Lavoisier, 1743–1794), francuski hemičar i genije. Lavoazije je prvi razumeo da je sagorevanje reakcija sa kiseonikom; on je otkrio komponente vode i uveo u hemiju merenje masa. Postoji dobra ali verovatno netačna priča o njemu: Kada je (nepravedno) osuđen na giljotinu tokom Francuske revolucije, odlučio je da tu situaciju iskoristi za naučni eksperiment. Pokušao je da trepne očima što je moguće češće pošto mu je glava bila odsečena, da bi pokazao ostalima koliko treba da se izgubi svest. Lavoazije je upravljao treptajima jedanaest puta. Nejasno je da li je priča istinita ili ne. Međutim, poznato je da je mogla da bude istinita. Zapravo obezglavljeni ne oseća bol ili šok, ali može da zadrži svest duže od pola minuta. (***Ref. 84***).

KOLIČINA KRETANJA I MASA

Odrednica za masu može da bude data i na drugi način. Možemo opisati broj m_i za svaki objekt i tako da za sudar na kojeg nema spoljnih uticaja sledeći zbir je nepromenljiv ***tokom*** sudara:

$$\sum_i^n m_i \cdot \boldsymbol{v}_i = \text{const} \tag{19}$$

Proizvod vektora brzine $\boldsymbol{v}_i$ i mase m_i naziva se ***količina kretanja*** tela (engl***. momentum***). Zbir, ili ***ukupna količuna kretanja*** za sistem je nepromenjena pre i posle sudara, količina kretanja je očuvana veličina.

- Očuvanje količine kretanja određuje masu.

Slika 67 Kristijan Hajgens (Christiaan Huygens, 1629. – 1695.).

Dva principa očuvanja (18) i (19) prvi put je iskazao na ovakav način važan fizičar Kristijan Hajgens.[1] Količina kretanja i masa su očuvani u svakodnevnom kretanju objekata. Nikakve veličine ne mogu da se odrede za kretanje slika. Neke tipične vrednosti količina kretanja date su u ***Tabeli 15***.

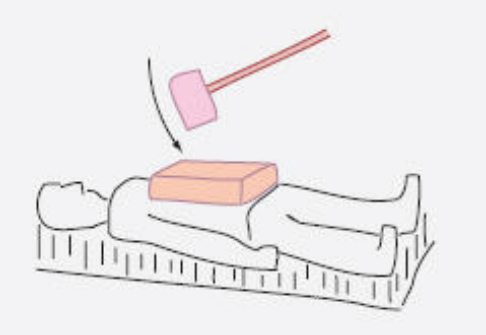
Očuvanost količine kretanja podrazumeva da kada kugla koja se kreće udari u kuglu iste mase koja miruje i bez gubitka energije, jdnostavno pravilo određuje ugao između smerova koje će obe kugle imati posle sudara. Možete li da odredite to pravilo? (***Izazov 173s***). Ovo je posebno korisno kada se igra bilijar. Mi ćemo kasnije otkriti da u specijalnoj teoriji relativnosti ovo ***ne važi***.

TABELA 15 Neke izmerene vrednosti količina kretanja

Opažanje	**Količina kretanja**
Slike	0
Količina kretanja fotona zelene svetlosti	$1{,}2 \cdot 10^{-27}$ Ns
Srednja količina kretanja molekula kuseonika u vazduhu	10^{-26} Ns
Količina kretanja protona X-zraka	10^{-23} Ns
Količina kretanja γ fotona	10^{-17} Ns
Najveća količina kretanja u akceleratoru	1 fNs
Najveća moguća količina kretanja jedne elementarne čestice – Plankova količina kretanja	6,5 Ns
Brza kugla u bilijaru	3 Ns
Puščano zrno u letu	10 Ns
Udarac u boksu	15 do 50 Ns
Čovek u udobnom hodu	80 Ns
Udarac šape lava	kNs
Udarac repa kita	kNs
Automobil na autoputu	40 kNs
Udar meteorita prečnika 2 km	100 TNs
Količina kretanja galaksije u sudaru galaksija	više od 10^{46} Ns

[1] Kristijan Hajgens (Christiaan Huygens, 1629. 's Gravenhage – 1695. Hofwyck) bio je jedan od glavnih fizičara i matematičara svog vremena. Hajgens je razjasnio pojmove mehanike; isto tako bio je prvi koji je pokazao da je svetlost talas. Napisao je uticajne knjige iz teorije verovatnoće, teorije časovnika, optike i astronomije. Između drugih dostignuća, Hajgens je pokazao da se maglina Orion sastoji od zvezda, otkrio je Titan, Saturnov mesec i pokazao da su Saturnovi prstenovi sastavljeni od kamenja. (Ovo je suprotno od samog Saturna, čija je gustina manja od gustine vode.)

Druga posledica očuvanja količine kretanja prikazana je na ***slici 68***; čovek leži na krevetu od eksera sa velikim betonskim blokom na stomaku. Drugi čovek je udario po betonu teškim kovačkim čekićem. Pošto je udarac uglavnom absorbovao beton, ne postoji bol i nema opsnosti. Zašto? (***Izazov 174s***).



slika 68 Da li je ovo opasno?

Gornju odrednicu mase su generalizovali fizičari i filozof Ernst Mah (Enst Mach)[1] na takav način da ona važi čak i kada dva tela pod međusobnim uticajem bez kontakta, sve dok to čine duž linije koja spaja njihove položaje. Odnos masa između dva tela je određen kao negativan obrnuto proporcionalan odnos ubrzanja, kao:

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{a_1}{a_2} \qquad (20)$$

pri čemu su a_1 i a_2 ubrzanja svakog tela tokom interakcije. Ova odrednica je bila proučavana mnogo detaljnije od strane društva fizičara, uglavnom u devetnaestom veku. Nekoliko tačaka sažima rezultate:

- Odrednica mase ***podrazumeva*** očuvanje ukupne količine kretanja Σmv. Očuvanje količine kretanja ***nije*** posebno načelo. Očuvanje količine kretanja ne može da se proveri eksperimentalno, zato što je masa određena na takav način da načelo važi.
- Odrednica mase ***podrazumeva*** jednakost proizvoda $m_1 \cdot a_1$ i $-m_2 \cdot a_2$. Ovi proizvodi se nazivaju ***sile***. Jednakost sile koja je akcija i sile koja je reakcija nisu posebni principi; masa je određena na takav način da princip važi.
- Odrednica mase je ***nezavisna*** od toga da li je kontakt prisutan ili ne, da li je uzrok ubrzanja usled elektriciteta, gravitacije ili drugih interakcija.[2] Pošto interakcija ne zadire u odrednicu mase, vrednost mase određene uz pomoć elektriciteta, nuklearnih ili gravitacionih interakcija se slaže, sve dok je količina kretanja očuvana. U svim poznatim interakcijama količina kretanja je očuvana. Iz nekih nesretnih istorijskih razloga, vrednost mase izmerene uz pomoć električne ili nuklearne interakcije nazvana je "inercijska" masa, a uz pomoć gravitacije nazvana je "gravitacijska" masa. Ispada da ove veštačke razlike nemaju stvarni značaj; ovo postaje posebno jasno kada se uzme tačka posmatranja koja je daleko od svih posmatranih tela.
- Odrednica mase zahteva opažanja u mirovanju ili u inercijskom kretanju.

Merenjem masa tela koja nas okružuju, možemo otkriti nauku i vrtstu eksperimenata. Pregled uređaja je naveden u ***Tabeli 18*** u na ***slici 69***. Neki rezultati merenja dati su u ***Tabeli 16***. Isto tako otkrivamo glavne osobine mase. U svakodnevnom životu ona može da se ***sabira***, pošto je masa dva spojena objekta jednaka zbiru masa odvojenih objekata. Osim toga masa je ***neprekidna***; ona izgleda da može da ima bilo koju pozitivnu vrednost. Najzad, masa je ***očuvana***; masa sistema, određena kao zbir masa svih sastojaka, ne

---

[1] Ernst Mah (Enst Mach, 1838. Chrlice – 1916. Vaterstetten) austrijski fizičar i filozof. Jedinica *mach* za brzinu aviona kao umnožak brzine zvuka u vazduhu (oko 0,3 km/s) dobila je naziv po njemu. On je razvio takozvani Mach-Zehnder interferometar; takođe je proučavao osnove mehanike. Njegova razmišljanja o masi i inerciji uticala su na razvoj opšte teorije relativnosti i dovela do Mahovih načela koji će se kasnije pojaviti. Bio je isto tako ponosan što je posledni naučnik koji negira – smešno i protiv svih dokaza – postojanje atoma.

[2] Kao što je u predhodnom tekstu pomenuto, samo ***centralne*** sile (20) koriste se za određivanje mase. Centralne sile deluju između centara mase ili tela. Preciznija odrednica biće data kasnije (***strana 86***). Međutim pošto su sve osnovne sile centralne, ovo nije ograničenje. Izgleda da postoji značajan izuzetak: magnetizam. Da li je odrednica mase valjana i u tom slučaju? (***Izazov 175s***)

menja se u vremenu ako se sistem drži izolovan od ostatka sveta. Masa ne samo da je očuvana u sudarima, već isto tako i tokom topljenja, isparavanja, varenja i svih drugih procesa.

Kasnije ćemo otkriti da su sve ove osobine u slučaju mase, navedene u ***Tabeli 17***, samo približne. Precizni eksperimenti pokazuju da nijedna od njih nije tačna.[1] U ovom trenutku mi ćemo nastaviti sa prisutnim, Galilejevim pojmom mase, pošto nam nije neki bolji na raspolaganju.

Odrednica mase preko očuvanosti količine kretanja predpostavlja da kada neki objekt padne, da Zemlja dobije malu vrednost vertikalnog ubrzanja. Kada bi ta mala vrednost mogla da se izmeri, mogla bi i da se odredi masa Zemlje. Nažalost, takvo merenje je nemoguće. Možete li da nađete bolji način za određivanje mase Zemlje? (***Izazov 176s***)

Sažeta u ***Tabeli 17***, masa tela je prema tome opisana ***pozitivnim*** realnim brojem, često sa oznakom *m* ili *M*. Ovo je direktna posledica nezavisnosti od materije.

TABELA 16 Neke izmerene vrednosti masa

Opažanje	**Masa**
Verovatno najlakši poznat objekt: neutrino	cca $2\cdot10^{-36}$ kg
Povećanje mase usled apsorpcije jednog fotona zelene svetlosti	$4{,}1\cdot10^{-36}$ kg
Najlakši poznat naelektrisan objekt: elektron	$9{,}10938188(72)\cdot10^{-31}$kg
Atom argona	39,962383123(3) u = 66,3591(1) yg
Najlakši objekt ikada izmeren (čestica zlata)	0,39 ag
Čovek u najranijem dobu (oplođeno jajašce)	10^{-8} g
Voda absorbovana u metal težine 1 kilograma	10^{-5} g
Plankova masa	$2{,}2\cdot10^{-5}$ g
Otisak prsta	10^{-4} g
Tipičan mrav	10^{-4} g
Kap vode	1 mg
Pčela, *Apis mellifera*	0,1 g
Kovanica od 1 Eura	7,5 g
Plavi kit, *Balaenoptera musculus*	180Mg
Najteži zivi stvor, kao što je gljiva *Armillaria ostoyae*, ili sekvoja	10^{6} kg
Najteži voz, ikada izmeren	$99{,}7\cdot10^{6}$ kg
Najveći prekookeanski brod	$400\cdot10^{6}$ kg
Najveći objekt kojeg pokreće čovek (plovna platforma za bušenje)	$687{,}5\cdot10^{6}$ kg
Najveća santa leda na Antarktiku	10^{15} kg
Voda na Zemlji	10^{21} kg
Masa Zemlje	$5{,}98\cdot10^{24}$ kg
Masa sunčevog sistema	$2\cdot10^{30}$ kg
Masa vidljivog dela naše galaksije	$3\cdot10^{41}$ kg
Ukupna procenjena masa maše galaksije	$2\cdot10^{42}$ kg
Superjato sazvežđa Device	$2\cdot10^{46}$ kg
Ukupna masa vidljivog dela svemira	10^{54} kg

Ustvari ***negativna*** (inercijalna) masa značila bi da bi se takvo telo kretalo u suprotnom smeru pod dejstvom bilo koje sile ili ubrzanja. Takvo telo nebi moglo da se čuva u kutiji, ono bi probilo svaki zid koji bi pokušao da ga zaustavi. Začudo, tela sa negativnom masom ipak bi padala naniže u polju velike pozitivne mase (premda sporije nego li ista pozitivna masa). Jeste li u stanju da to potvrdite? (***Izazov 177e***), Međutim, objekt sa malom pozitivnom masom lebdeo bi daleko od velikog tela sa negativnom masom, kao što možete jednostavno zaključiti kada uporedite različita prisutna ubrzanja. Pozitivna i negativna masa istih vrednosti stajale bi na stalnom rastojanju i spontano bi ubrzavale po liniji koja spaja obe mase. (***Izazov 178e***) Treba zapaziti da su i energija i količina kretanja očuvani u svim ovim

[1] Posebno, da bismo odredili masu, moramo imati mogućnost da razlikujemo tela. Ovo izgleda kao trivijalan zahtev, ali otkrićemo da u prirodi to nije uvek moguće.

situacijama.[1] (***Vol. II, strana 59***) Telo sa negativnom masom nije nikada zapaženo (***Vol. IV, strana 148***) Antimaterija koja će razmatrana kasnije, ima takođe pozitivnu masu.

TABELA 17 Osobine Galilejeve mase

Mase	Fizičke osobine	Matematički naziv	Odrednica
Moze da se razlikuje	razlikovanje	element skupa	***Vol. III, strana 206***
Može da se uredi	redoslednost	red	***Vol. IV, strana 173***
Može da se uporedi	merljivost	metričnost	***Vol. IV, strana 182***
Može da se menja postepeno	neprekidnost	kompletnost	***Vol. V, strana 275***
Može da se dodaje	veličina materije	aditivnost	***strana 67***
Prelazi sve granice	beskonačnost	neograničenost, otvorenost	***Vol. III, strana 206***
Ne menja se	očuvanost	invarijantnost	$m = const$
Ne nestaje	neprodornost	pozitivnost	$m \geq 0$

DA LI JE KRETANJE VEČNO? – OČUVANOST KOLIČINE KRETANJA

Sve ostaje u stanju mirovanja ili jednolikog kretanja po pravoj liniji osim ako to ne čini

Artur Edihdton (Arthur Eddington)[2]

Proizvod mase i vektora brzine, $\boldsymbol{p} = m \cdot \boldsymbol{v}$ naziva se količina kretanja čestice; ona opisuje nastojanje da neki objekt nastavi kretanje u toku sudara. Ukoliko je veći, utoliko je teže zaustaviti objekt. Isto kao i brzina, količina kretanja ima smer i veličinu, ona je vektor. U francuskom jeziku, isto kao i u srpskom naziva se "količina kretanja" što je prikladniji naziv – (na engleskom se naziva ***momentum – impuls***). Ranije se koristio pojam "kretanje" umesto "količina kretanja", na primer, koristio ga je Njutn. Očuvanost količine kretanja, obrazac (19) prema tome izražava očuvanost količine kretanja tokom interakcija.

Količina kretanja je ***proširena veličina***. To znači da se može reći da ona ***teće*** od jednog tela ka drugom, a da tada može da bude ***akumulirana*** u telu, na isti način kao što voda teče i može da se akumulira u posudi. Zamišljanje količine kretanja kao nečeg što tela mogu da ***razmenjuju*** prilikom sudara uvek je korisno kada mislimo o opisu objekta koji se kreče (***Ref. 85***)

Količina kretanja može da se očuva. To objašnjava ako ste možda doživeli da ste bili na površini savršeno bez trenja, kao što je led ili uglačana, uljem prekrivena mermerna ploća: niste mogli da se pokrenete napred tapšući sopstvena leđa. (Jeste li ikada pokušali da stavite mačku na takvu mermernu površinu? Ona čak nije ni sposobna da stane na sopstvene noge. Ne može ni čovek. Možete li da zamislite zašto?). (***Izazov 182s***). Očuvanost količine kretanja takođe je odgovor i na zagonetke sa ***slike 70***.

Očuvanost količine kretanja i mase takođe znači da je teleportovanje ("pretvori me u zrak") nemoguće u prirodi. Možete li to da objasnite nekom ko nije fizičar? (***Izazov 183s***).

Očuvanost količine kretanja podrazumeva da se količina kretanja može zamisliti kao nevidljiv fluid. U nekoj interferenciji taj nevidljivi fluid de prenese sa jednog objekta na drugi. U takvom prenošenju količina fluida ostaje uvek stalna.

Očuvanost količine kretanja podrazumeva da kretanje nikada ne prestaje; ono se samo ***razmenjuje***. S druge strane kretanje često "nestane" u našem okruženju, kao u slučaju kada kamen padne na zemlju, ili kada lopta prestane ga se kotrlja na travi. Štaviše, u svakodnevnom životu zapažamo stvaranje kretanja, kao što je uvek kada otvorimo šaku. Kako se ovi primeri uklapaju u očuvanost količine kretanja?

---

[1] Za više zanimljivosti pogledati R.H Price, *Negative mass can be positively amusing*, American Journal of Physics 61, strane 216-217, 1993. Čestice negativne mase u kutiji mogle bi da zagreju kutiju od pozitivne mase prolazeći kroz njene zidove i ubrzavati, to jest, istovremeno gubiti energiju. (***Strana 81***). One bi mogle da omoguće da se napravi *perpetuum mobile* druge vrste, to jest, uređaj koji savladava drugi princip termodinamike. (***Izazov 179e***) Štaviše, takav sistem nebi imao termodinamičku ravnotežu, pošto bi njegova energija mogla da raste zauvek. Što je više razmišljanja o negativnoj masi, toliko više se nađe čudnih osobina koje su suprotne opažanjima. Uzgred, koji je opseg moguće mase tahiona? (***Izazov 180s***)

[2] Artur Edington (Arthur Eddington 1882. – 1944.), britanski astrofizičar.

TABELA 18 Neki senzori mase

Merenje	**Senzor**	**Opseg**
Precizna merenja	ravnoteža, klatno, opruga	1 pg do 10^3 kg
Sudar čestica	brzina	ispod 1 mg
Čulo dodira	pritisak na ćelije osećanja	1 mg do 500 kg
Doplerov efekt na svetlo odbijeno sa objekta	interferometar	1 mg do 100 g
Uređaj za merenje mase tela kosmonauta	učestanost opruge	oko 70 kg
Vaga kamiona	hidraulična ravnoteža	10^3 kg do $60{\cdot}10^3$ kg
Težina broda	merenje zapremine vode	iznad $500{\cdot}10^6$ kg

slika 69 Uređaji za merenje mase: vakuumska vaga koji je koristio 1890. godine Dmitrij Ivanovič Mendeljejev, savremena laboratorijska vaga, uređaj za merenje mase kosmonauta u svemiru, vaga za kamione (© Thinktank Trust, Mettler-Toledo, NASA Anonymous).

Izgleda da odgovor leži u mikroskopskim aspektima ovih sistema. Mišići samo ***pretvaraju*** jedan tip kretanja, naime elektrona u nekim hemijskim jedinjenjima[1], u drugo kretanje, pokretanje prstiju. Rad mišića je sličan radu motora automobila koji pretvara kretanje elektrona u gorivu u pokretanje točkova. Za oba sistema potrebno je gorivo i oba se zagrevaju tokom procesa.

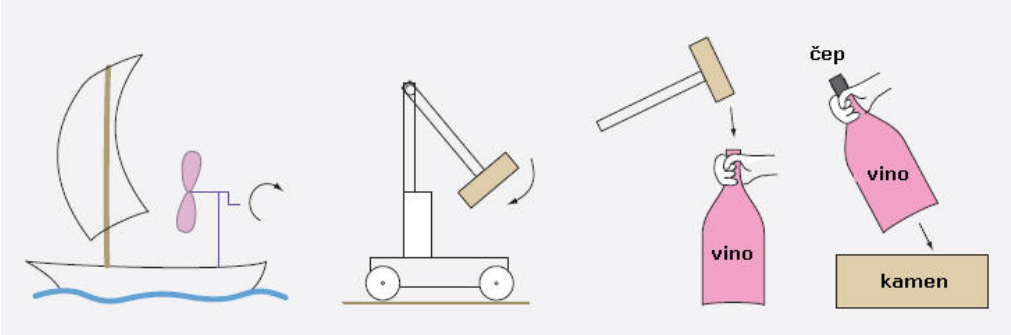
Isto tako moramo mikroskopski da proučimo ponašanje lopte na travi dok se ne zaustavi. Prestanak kretanja se naziva ***trenje***. Pažljivim proučavanjem situacije možemo da ustanovimo da su se malo zagrejali i lopta i trava tokom ovog procesa. Tokom trenja vidljivo kretanje pretvara se u toplotu. Upečatljivo posmatranje ovog efekta za bicikl je prikazano na ***strani 268*** na ***slici 256***. Kasnije, kada budemo otkrili strukturu materije, postaće nam jasno da je toplota neorganizovano kretanje mikroskopskih sastojaka svakog materijala. Kada se svi ovi sastojci kreću u istom smeru, kod objekta u kretanju oni se kreću

[1] Obično adenozin trifosfat (ATP), gorivo većine procesa kod životinja. (***Ref. 86***)

nasumično, objekt će preći u stanje mirovanja, ali topliji. Toplota je oblik kretanja. Prema tome izgleda da zbog trenja kretanje nestaje; zapravo to je pretvaranje ili uređenog u nasumično kretanje.

Uprkos očuvanosti količine kretanja ***makroskopsko*** neprestano kretanje ne postoji (***strana 290***), pošto trenje ne može kompletno da se odstrani.[1] Kretanje je neprekidno samo u mikroskopskim razmerama. Drugim rečima, nestajanje i isto tako spontano pojavljivanje kretanja u našem svakodnevnom životu, samo su iluzije usled ograničenosti naših čula. Na primer, osobina kretanja u nečijem životu postoji i pre njegovog rođenja, a ostaje i posle njegove smrti. Isto se događa i sa energijom. Ovaj rezutat je verovatno najbliži što se može dobiti o ideji da se ima beskonačan život iz zabeleženih prikupljenih informacija. To je možda manje od koincidencije da su za energiju Lajbnic i mnogi drugi koristili naziv ***vis viva*** ili "životna snaga".

Pošto je kretanje očuvano, ono nema početak. Prema tome, na ovom mestu našeg penjanja mi ne možemo da odgovorimo na osnovno pitanje: Zbog čega postoji kretanje? Kakav je početak? Kraj naše pustolovine nije nigde u blizini.



slika 70 Šta će se dogoditi u ovim situacijama? (***Izazov 181s***)

JOŠ OČUVANOSTI – ENERGIJA

Kada su sudari detaljnije proučeni, pojavila se druga očuvana veličina. Eksperimenti su pokazali u slučaju savršenog, ili elastičnog sudara – sudara bez trenja – da je takođe očuvana još jedna veličina, nazvana ***kinetučka energija*** *T* sistema:

$$T = \sum_i^n \frac{1}{2} m_i \cdot \boldsymbol{v}_i^2 = \sum_i^n \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2 \qquad (21)$$

Kinetička energija je sposobnost da telo izazove promenu na telu kojeg je pogodilo. Kinetička energija zavisi stoga od mase i kvadrata brzine *v* tela. Pun naziv "kinetička energija" uveo je Gustav-Gaspar Koriolis.[2] Neke vrednosti izmerenih energija date su u ***Tabeli 19***.

- (Fizička) ***energija*** je merilo sposobnosti da se izazove kretanje.

---

[1] Neki smešni primeri pokušaja iz prošlih vremena da se izgradi *perpetual motion machine* opisao je Stanislav Michel u *Perpetuum mobile*, VDI Verlag, 1976. Zanimljivo, ideja o beskrajnom kretanju došla je u Evropu iz Indije, preko islamskog sveta, oko 1200. godine, i postala popularna kao suprotnost standardnom pogledu da će sva kretanja na Zemlji vremenom da prestanu. Radi dokaza, pogledati veb stranu web.archive.org/web/20040812085618/http://www.geocities.com/mercutio78_99/pmm.html i lockhaven.edu/. Greška u zamisli, koju su pravili čudaci, a koristili prevaranti, bila je uvek ista: nada da će prevazići trenje. (Zapravo, ovo je važilo samo za mašine perpetuum mobile drugog reda; kod onih prvog reda – što je čak u većoj suprotnosti sa posmatranjima – pokušavalo se čak da se energija dobije ni iz čega.) Ako je mašina dobro konstruisana, to jest, sa malim trenjem, ona je uzimala malo energije za potrebe produženog kretanja uz vrlo prefinjene uticaje na okolinu. Na primer, u muzeju Viktorije i Alberta (***Ref. 87***) može vas zabavljati lep časovnik kojeg pokreću promene atmosferskog pritiska. Malo trenje znači da će kretanje trajati malo duže do prestanka. Odmah se pomisli na kretanje planeta. Ustvari, ***postoji*** trenje između Zemlje i Sunca. (Možete li pogoditi jedan od mehanizama?) (***Izazov 184s***). Ali ono je tako malo da Zemlja oko Sunca kruži hiljadama miliona godina, i još uvek će to činiti jos dugo vremena.

[2] Gustav Gaspar Koriolis (Gustave-Gaspard Coriolis, 1792. Paris – 1843. Paris) bio je inženjer i matematičar. On je uveo savremene pojmove za "rad" i za "kinetičku energiju" i objasnio Koriolisov efekt kojeg je zapravo otkrio Laplas. (***strana 100***). Koriolis je uveo činilac 1/2 u kinetičku energiju *T*, da bi se poštovala relacija $dT/dv = p$. (Zašto?) (***Izazov 185s***)

TABELA 19 Neke vrednosti izmerenih energija

Opažanja	**Energija**
Srednja kinetička energija molekula kiseonika u vazduhu	6 zJ
Energija fotona zelene svetlosti	0,37 aJ
Energija fotona X-zraka	1 fJ
Energija γ fotona	1 pJ
Najveća energija čestice u akceleratoru	0,1 μJ
Kinetička energija komarca u letu	0,2 μJ
Čovek u ugodnoj šetnji	20 J
Strela u letu	50 J
Desni kroše u boksu	50 J
Energija baterije u džepnoj lampi	1 kJ
Energija eksplozije 1 g TNT	4.1 kJ
Energija 1 kcal	4,18 kJ
Metak iz puške u letu	10 kJ
1 g masti	38 kJ
1 g benzina	44 kJ
Probava jabuke	0,2 MJ
Automobil na autoputu	0,3 MJ do 1 MJ
Najveća energija impulsnog lasera	1,8 MJ
Sevanje munje	veće od 1 GJ
Plankova energija	2,0 GJ
Eksplozija male nuklearne bombe (20 kT)	84 TJ
Zemljotres magnitude 7	2 PJ
Eksplozija velike nuklearne bombe (50 MT)	210 PJ
Udar meteorita prečnika 2 km	1 EJ
Godišnja potrošnja svih mašina	420 EJ
Energija rotacije Zemlje	$2 \cdot 10^{29}$ J
Eksplozija super nove	10^{44} J
Nalet gama-zraka	iznad 10^{47} J
Sadržaj energije Sunčanog sistema $E = m \cdot c^2$	$1{,}8 \cdot 10^{47}$ J
Sadržaj energije centralne crne rupe galaksije	$4 \cdot 10^{53}$ J

Telo ima dovoljno energije ako je sposobno da pokrene više drugih tela. Energija je broj; energija, nasuprot količini kretanja, nema smer. Ukupna količina kretanja dve jednake mase koje se kreću u suprotnim smerovima je nula; ali njihova ukupna energija nije, i povećava se sa brzinom. Prema tome energija takođe meri kretanje, ali na drugačiji način nego količina kretanja. Energija meri kretanje na globalan način. Ekvivakentna odrednica je sledeća:

- Energija je sposobnost da se izvrši rad.

Ovde je fizički pojam rad samo preciznija verzija onoga što podrazumeva rad u svakodnevnom životu. Kao i obično, ***rad*** (u fizici) je proizvod sile i rastojanja u smeru delovanja sile. Drugim rečima, rad je ***skalarni proizvod*** sile i rastojanja.

Druga, ekvivalentna odrednica energije postaće jasna kasnije:

- Energija je ono što se može pretvoriti u toplotu.

Energija je reč preuzeta od starih Grka; u orginalu je korišćena da se opiše karakter, a znači "intelektualnu ili moralnu čvrstinu". Nju je u fiziku 1807. godine uveo Tomas Jang (Thomas Young, 1773 – 1829.), pošto je njeno bukvalno značenje "sila u sastavu". (Slova *E, W, A* i još mnoga druga, takođe se koriste za obeležavanje energije.)

I energija i količina kretanja mere kako se sistemi menjaju. Količina kretanja govori nam kako se sistemi menjaju ***na daljinu***: količina kretanja je delovanje (ili promena) podeljena sa rastojanjem. Količina kretanja zahteva da se kretanje upoređuje ovde i tamo.

Energija meri kako se sistemi menjaju ***u vremenu***: Energija je delovanje (ili promena) podeljena sa vremenom. Energija zahteva da se kretanje upoređuje sada i kasnije.

Nemojte biti iznenađeni ako ne možete odmah da shvatite razliku između količine kretanja i energije: fizičari su utrošili oko jednog veka da bi to shvatili! Tako da je vama dopušteno da neko vreme to usvajate. Zapravo, više decenija engleski fizičari su insistirali da se koristi isti naziv da oba pojma; to je bilo zbog Njutnovog insistiranja – nije šala – postojanje Boga podrazumeva da je energija isto što i količina kretanja. Umesto toga Lajbnic je znao da se energija povećava sa kvadratom brzine i dokazao je da Njutn nije u pravu. Godine 1722. Viljem Jakob Gravezand (Willem Jakob's Gravesande) čak je to pokazao eksperimentalno. (***Ref. 88***). On je puštao metalne lopte različitih masa da padnu u blato sa različitih visina. Upoređivanjem veličina otisaka on je dokazao da Njutn nije u pravu ni u fizičkim ni u teološkim iskazima.

Jedan od načina da se objasni razlika između energije i količine kretanja je da se razmisli o sledećem pitanju. Da li je teže da se zaustavi čovek mase m koji trči brzinom v, ili čovek mase $m/2$ i brzine $2v$, ili čovek mase $m/2$ i brzine $\sqrt{2}\cdot v$? (***Izazov 186e***). Za odgovor mogli biste da zapitate prijatelja koji se bavi ragbijem.

Druga različitost ilustruju atletičari: ***stvarni*** svetski rekord skoka u dalj, od skoro 10 m, još uvek je u vlasništvu atletičara koji je u ranim godinama dvadesetog veka trčao sa dva tega u rukama, a zatim odbacio tegove iza sebe u trenutku skoka. Možete li da objasnite ovaj podvig? (***Izazov 187s***)

Kada automobil koji ide brzinom od 100 m/s udari čeono parkirani automobil iste vrste i napravi štetu, koji automobil pretrpi veća oštećenja? (***Izazov 188s***). Šta se menja ako je parkirani automobil zakočen?

Slika 71 Robert Majer (1814–1878).

Radi sticanja boljeg osećaja za energiju, ovde je drugačiji pristup. Svetska potrošnja energije ljudskih mašina (dobijene solarno, geotermalno, iz biomase, iz vetra, nuklearno, hidro, gasa, nafte, uglja i rada životinja) u 2000. godini iznosila je 420 EJ[1] za čovečanstvo od 6 milijardi ljudi. (***Ref 89***). Da bi se videlo šta znači ova potrošnja energije, prevešćemo je u ličnu potrošnju snage; dobijamo oko 2,2 kW. Vat W je jedinica za snagu i jednostavno se određuje kao $1\ W = 1\ J/s$, što odražava odrednicu ***snage (u fizici)*** kao energije utrošene u jedinici vremena. (Preciznije izraženo: snaga je energija koja protekne u vremenu kroz određenu zatvorenu površinu.) Pošto osoba koja radi može da proizvede mehanički rad od oko 100 W, prosečna potrošnja čovečanstva odgovara radu od oko 22 osobe koje rade 24 časa dnevno. (Videti ***Tabelu 20*** za neke vrednosti snage koje se nalaze u prirodi i ***Tabelu 21*** za neke uređaje merenja.) Osim toga, ako pogledamo na potrošnju energije u razvijenim zemljama Prvog Sveta, tamo prosečan stanovnik ima mašine koje rade za njega koje su ekvivalentne sa nekoliko stotina "slugu". Možete li da navedete neke od ovih mašina? (***Izazov 189s***)

Kinetička energija stoga nije očuvana i svakodnevnom životu. Na primer, u neelastičnim sudarima kao što je onaj kada se guma za žvakanje baci u zid, kinetička energija se gubi. ***Trenje*** uništava kinetičku energiju. Istovremeno, trenje proizvodi toplotu. To je bilo jedno od važnih pojmovnih otkrića u fizici da je ***ukupna*** energija očuvana ako se uzme u obzir da je otkriveno da je toplota jedan vid energije. Trenje je stoga zapravo proces pretvaranja kinetičke energije, to jest, energije koja je povezana sa kretanjem tela, u toplotu. U mikroskopskim razmerama energija je očuvana.[2] Ustvari, bez očuvanosti energije nebi mogao da se odredi pojam vremena. Uskoro ćemo pokazati ovu vezu.

---

1 Za objašnjenje oznake E u dimenziji veličine, pogledati ***Dodatak B. strana 317***

2 Zapravo, očuvanost energije objavio je u njenoj punoj opštosti Julijus Robert Majer (Julius Robert von Mayer) 1842. godine. Po obrazovanju on je bio doktor medecine, i časopis *Annalen der Physik* je odbio da objavi njegov rukopis, pošto navodno sadrži "fundamentalne greške" Ono što su editori nazvali greškama bile su zapravo

Kao zaključak, pored mase i količine kretanja, u svakodnevnom linearnom kretanju energija je takođe očuvana. Da bismo otkrili poslednju očuvanu veličinu, objasnićemo sledeći tip kretanja: obrtanje.

TABELA 20 Neke izmerene vrednosti snaga

Opažanje	**Snaga**
Radio signal sa svemirske stanice Galieo poslate ka Jupiteru	10 zW
Snaga motora bakterije flagela	0,1 pW
Potrošnja snage tipične ćelije	1 pW
Zvučna snaga u uhu na pragu čujnosti	2,5 pW
CR-R laser na 780 nm	40 W – 80 mW
Snaga izlaza zvuka klavira fortissimo	0,4 W
Bazni metabolizam golubice (0,16 kg)	0,97
Bazni metabolizam pacova (0,26 kg)	1,45 W
Bazni metabolizam goluba (0,30 kg)	1,55 W
Bazni metabolizam kokoši (2,0 kg)	4,8 W
Izlazna svetlosna snaga inkadescentne sijalice	1 W do 5 W
Bazni metabolizam psa (16 kg)	20 W
Bazni metabolizam ovce (45 kg)	50 W
Bazni metabolizam žene (60 kg)	68 W
Bazni metabolizam muškarca (70 kg)	87 W
Potrošnja električne energije inkadescentne sijalice	25 W do 100 W
Čovek, tokom radne smene od 8 časova	100 W
Bazni metabolizam krave (400 kg)	266 W
Konj, tokom radne smene od 8 časova	300 W
Bazni metabolizam vola (680 kg)	411 W
Edi Merks (Eddy Merckx), biciklistički as, tokom jednog sata	500 W
Jedinica konjske snage (metrička: 75 kg · 9,81 m/sec^2 · 1 m/s)	735,5 W
Jedinica konjske snage (engleska)	745,7
Veliki motocikl	100 kW
Izlazna električna snaga elektrane	0,1 GW do 6 GW
Ukupna godišnja proizvodnja snage u 2000. god. (***Ref. 89***)	450 GW
Snaga koju uzima geodinamo	200 GW do 500 GW
Granica proizvodnje energije vetra (***Ref. 90***)	18 TW do 68 TW
Ulaz na površini Zemlje: zračenje Sunca na Zemlju (***Ref. 91***)	0,17 EW
Ulaz na površini Zemlje: termička energija iz središta Zemlje	32 TW
Ulaz na površini Zemlje: od plime i oseke (tj. od rotacije Zemlje	3 TW
Ulaz na površini Zemlje: snaga koju generira čovek iz fosilnih goriva	8 TW do 11 TW
Gubici sa površine Zemlje: snaga fotosinteze biljaka	40 TW
Svetski rekord snage lasera	1 PW
Gubici sa površine Zemlje: reflektovana sunčeva svetlost u svemir	0,06 EW
Gubici sa površine Zemlje: zračenje snage u svemir na 287° K	0,11 EW
Vršna snaga velike nuklearne bombe	5 YW
Izlazna snaga Sunca	284,6 YW
Maksimalna snaga u prirodi: $c^5/4G$	$9{,}1 \cdot 10^{51}$

uglavnom – ali ne samo – suprotnosti sa njihovim predrasudama. Kasnije su Helmholc, Tompson-Kelvin, Džul i mnogi drugi upoznali Majerovu genijalnost. Međutim, prvi koji je iskazao očuvanost energije u njenom savremenom obliku bio je francuski fizičar Sadi Karno (Sadi Carnot, 1796 – 1832) godine 1820. Za njega je to pitanje bilo toliko jasno da nije ni objavio rezultat. Zapravo, on je to napustio i otkrio drugi "zakon" termodinamike. Danas, očuvanost energije, takođe poznato kao prvi "zakon" termodinamike, jedan je od potpornih stubova fizike, pošto važi u svim njenim oblastima.

TABELA 21 Neki senzori snage

Merenje	**Senzor**	**Opseg**
Kucanje srca kao merač snage	senzor izobličenja i časovnik	75 W do 2.000 W
Merač snage u fitnesu	piezoelektrični senzor	75 W do 2.000 W
Brojilo električne energije u kući	obrtni aluminijumski disk	20 W do 10.000 V
Merač snage automobilskih motora	elektromagnetna kočnica	više od 1 MW
Merač snage lasera	fotoelektrični efekt u poluprovodniku	više od 10 GW
Kalorimetar za hemijske reakcije	senzor temperature	više od 1 MW
Kalorimetar za čestice	svetlosni detektor	više od nekoliko μJ/ns

VEKTORSKI PROIZVOD ILI UNAKRSNI PROIZVOD

Razmatranje o obrtanju je lakše ako uvedemo još jedan način množenja vektora. Ovaj novi proizvod dva vektora ***a*** i ***b*** naziva se ***vektorski proizvod*** ili ***unakrsni proizvod*** $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$

Rezultat vektorskog proizvoda je novi vektor; stoga se razlikuje od ***skalarnog*** proizvoda čiji je rezultat skalar, to jest, broj. Rezultat vektorskog proizvoda je takav vektor koji je normalan na oba vektora koji su pomnoženi, čija je orijentacija određena pomoću ***pravila desne ruke***[1], a veličina iznosi $a \cdot b \cdot \sin \sphericalangle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$, odnosno površina paralelograma kojeg obrazuju dva vektora

Odrednica podrazumeva da vektorski proizvod nestaje ako su, i samo ako su, vektori paralelni. Iz odrednice možete takođe da pokažete (***Izazov 190e***) da vektorski proizvod ima sledeće osobine:

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}$$

$$\lambda\,\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$$

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a} = 0$$

$$\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$$

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{c})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}$$

$$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d})) = (\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{c})(\boldsymbol{b}\,\boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{b}\,\boldsymbol{c})(\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{d})$$

$$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = ((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{d})\boldsymbol{c} - ((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{c})\boldsymbol{d}$$

$$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = ((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{d})\boldsymbol{c} - ((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{c})\boldsymbol{d}$$

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) + \boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) + \boldsymbol{c}\times(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = 0 \qquad (22)$$

Vektorski proizvod postoji samo u vektorskom prostoru sa ***tri*** dimenzije. Kasnije ćemo ovu vezu istražiti detaljnije (***Vol. IV, strana 183***)

Vektorski proizvod je korisan pri opisu sistema koji se ***obrće,*** pa stoga takođe i sistema sa magnetnim silama. Glavni razlog korisnosti je taj što je kretanje tela koje se obrće uvek normalno kako u odnosu na osu tako i u odnosu na najkraču liniju koja spaja to telo i osu.

Dokažite da je najbolji način da se izračunaju komponenta po komponenta vektorskog proizvoda $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ dat preko determinante simbola (***Izazov 191e***)

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & a_x & b_x \\ \boldsymbol{e}_y & a_y & b_y \\ \boldsymbol{e}_z & a_z & b_z \end{vmatrix} \quad \text{ili povoljnije} \quad \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \qquad (23)$$

[1] Pravilo desne ruke koristi se za određivanje vektorskog proizvoda $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$. Koriste se tri ispružena prsta desne ruke – palac, kažiprst i srednji prst – tako da su normalni uzajamno. Ako kažiprst pokazuje smer vektora ***a***, srednji prst smer vektora ***b***. onda palac pokazuje smer njihovog vektorskog proizvoda $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \boldsymbol{c}$.

Ova determinanta simbola lako se pamti i lako rešava, kako sa slovnim, tako i sa brojčanim vrednostima. (Ovde su $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, i $\boldsymbol{e}_z$ jedinični vektori u smeru osa *x*, *y* i *z*, respektivno). Tako napisana determinanta smbola ekvivalentna je sa relacijom:

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \left(a_y b_z - b_y a_z\right)\boldsymbol{e}_x + \left(b_x a_z - a_x b_z\right)\boldsymbol{e}_y + \left(a_x b_y - b_x a_y\right)\boldsymbol{e}_z \qquad (24)$$

premda je ovaj oblik teži za pamćenje.

Pokazati da ***paralelopiped*** kojeg obrazuju proizvoljni vektori $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ i $\boldsymbol{c}$ ima zapreminu $V = \boldsymbol{c}\cdot(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$. Pokazati da ***piramida*** ili ***tetraedar*** koje obrazuju ista tri vektora ima jednu šestinu zapremne paralelopipeda. (***Izazov 192e***)

slika 72 Neki uređaji za merenje snage: merač snage na biciklu, laserski merač snage i merač električne snage (© SRAM, Laser Components, Wikimedia).

OBRTANJE I MOMENT KOLIČINE KRETANJA

Obrtanje nas održava u životu. Bez promena dana i noći mi bismo se ili ispržili ili se smrznuli do smrti, u zavisnosti od našeg položaja na našoj planeti. Ali obrtanje se sreće i mnogo drugih oblika, kao što pokazuje ***Tabela 22***. Prikladno je stoga ukratko istražiti obrtanje. Svi objekti imaju sposobnost obrtanja. Ranije smo videli da je telo opisano svojim opiranjem kretanju; isto tako telo se opire obrtanju. Ova veličina se naziva ***moment inercije*** i često se obeležava sa Θ – izgovara se "teta". Brzina ili tempo obrtanja opisana je ***ugaonom brzinom***, obično se obeležava sa $\boldsymbol{\omega}$ – izgovara se "omega". Nekoliko vrednosti iz prirode date su u ***Tabeli 22***.

TABELA 24 Odnosi između linearnog i obrtnog kretanja

Veličina	**Linearno kretanje**		**Obrtno kretanje**	
Stanje	vreme	t	vreme	t
	položaj	x	ugao	φ
	količina kretanja	$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	moment količine kretanja	$\boldsymbol{L} = \Theta\boldsymbol{\omega}$
	energija	$mv^2/2$	energija	$\Theta\omega^2/2$
Kretanje	brzina	$\boldsymbol{v}$	ugaona brzina	$\boldsymbol{\omega}$
	ubrzanje	$\boldsymbol{a}$	ugaono ubrzanje	$\boldsymbol{\alpha}$
Opiranje kretanju	masa	m	moment inercije	Θ
Uzrok promene kreatanja	sila	$m\boldsymbol{a}$	moment	$\Theta\boldsymbol{\alpha}$

Posmatranja koja opisuju obrtanje slična su onima koja opisuju linearno kretanje, kao što je prikazano u ***Tabeli 24***. Isto kao masa, momenat inercije je određen na takav način da je zbir ***momenta količine kretanja L –*** proizvod momenta inercije i ugaone brzine – očuvan u sistemu koji nije u interakciji sa okolnim svetom.

$$\sum_i^n \Theta_i \cdot \omega_i = \sum_i^n \boldsymbol{L}_i = \text{const} \qquad (25)$$

Na isti način kako očuvanost linearne količine kretanja određuje masu, očuvanost momenta količine kretanja određuje moment inercije.

Moment inercije može da se izrazi preko mase i oblika tela. Ako se zamisli da se telo sastoji od malih delova ili elemenata mase, rezultat je izraz:

$$\Theta = \sum_n m_n \cdot r_n^2 \tag{26}$$

gde je r_n rastojanje elementa mase m_n od ose obrtanja. Možete li da potvrdite obaj izraz? (***Izazov 193e***) Prema tome, moment inercije tela zavisi od odabrane ose rotacije. Možete li da potvrdite ovo za ciglu? (***Izazov 194s***)

Nasuprot slučaju sa masom, ovde ne postoji očuvanost momenta inercije. Vrednost momenta inercije zavisi od položaja ose koja se koristi za njegovo određivanje. Za svaki smer osa razlikuje se ***sopstveni*** moment inercije, kada osa prolazi kroz težište (centar mase) tela, od ***spoljašnjeg*** momenta inercije kada osa ne prolazi kroz težište tela.[1] Na isti način se razlikuju sopstveni i spoljašnji moment količine kretanja. (Uzgred, ***težište*** tela je zamišljena tačka koja se kreće pravolinijski tokom slobodnog pada, iako se telo obrće.) Možete li naći način da ga odredite za posebna tela? (***Izazov 196s***)

TABELA 22 Neke izmerene učestanosti obrtanja

Opažanje	**Ugaona brzina $\omega = 2\pi/T$**
Galaktičko obrtanje	$2\pi\cdot 0{,}14\cdot 10^{-15}$ /s = $2\pi/(220\cdot 10^6$ a)
Srednje obrtanje Sunca oko svoje ose	$2\pi\cdot 3{,}8\cdot 10^{-7}$ /s = 2π/30 d
Tipični svetionik	$2\pi\cdot 0{,}08$ /s
Pirueta igrača baleta	$2\pi\cdot 3$ /s
Brodski dizel motor	$2\pi\cdot 5$ /s
Rotor helikoptera	$2\pi\cdot 5{,}3$ /s
Mašina za pranje rublja	više od $2\pi\cdot 20$ /s
Flagela bakterije	$2\pi\cdot 100$ /s
Brzi CD snimač	više od $2\pi\cdot 458$ /s
Motor trkačkog automobila	više od $2\pi\cdot 600$ /s
Najbrža izgrađena turbina	$2\pi\cdot 10^3$ /s
Najbrži pulsar (rotirajuća zvezda)	do najmanje $2\pi\cdot 716$ /s
Ultracentrifuga	više od $2\pi\cdot 3\cdot 10^3$ /s
Zubarska bušilica	više od $2\pi\cdot 13\cdot 10^3$ /s
Tehnički rekord	$2\pi\cdot 333\cdot 10^3$ /s
Obrtanje protona	$2\pi\cdot 10^{20}$ /s
Najveće moguće, Plankova ugaona brzina	$2\pi\cdot 10^{35}$ /s

Sada možemo da odredimo ***energiju obrtanja*** kao:

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\Theta\cdot\omega^2 = \frac{L^2}{2\Theta} \tag{28}$$

Izraz je sličan izrazu za kinetičku energiju čestice. Možete li pogoditi koliko je veća energija obrtanja Zemlje u poređenju sa godišnjom potrošnjom električne energije čovečanstva? (***Izazov 197s***). Zapravo ako nađete način da ovu energiju učinite korisnom, postaćete čuveni. Za objekte koji se obrću bez smetnji, energija obrtanja je očuvana.

Svaki objekt je orijentisan, a takođe ima i sopstveni moment količine kretanja (Šta je sa loptom?) (***Izazov 198s***). Prema tome ***tačkasta*** čestica ***nema*** sopstveni moment količine kretanja – najzad kao u klasičnoj fizici. (Ovaj iskaz će se promeniti u kvantnoj teoriji.) ***Spoljašni*** moment količine kretanja $\boldsymbol{L}$ za tačkastu česticu je određen kao:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p} \tag{29}$$

[1] Spoljašnji i sopstveni moment inercije su u odnosu:

$$\Theta_{ext} = \Theta_{int} + m\cdot d^2\,, \tag{27}$$

pri čemu je d rastojanje između težišta i ose spoljašnjeg obrtanja. Ovaj odnos se naziva ***Štajnerova teorema paralelnih osa***. Jeste li sposobni da je izvedete? (***Izazov 195s***)

gde je ***p*** količina kretanja čestice, a ***r*** vektor položaja. Moment količine kretanja je stoga postavljen duž ose obrtanja, a prati pravilo desne ruke, kao što je prikazano na ***slici 73***. Nekoliko vrednosti zapaženih u prirodi dato je u ***Tabeli 23***. Odrednica podrazumeva da se moment količine kretanja može isto tako da se odredi korišćenjem izraza: (***Izazov 199e***)

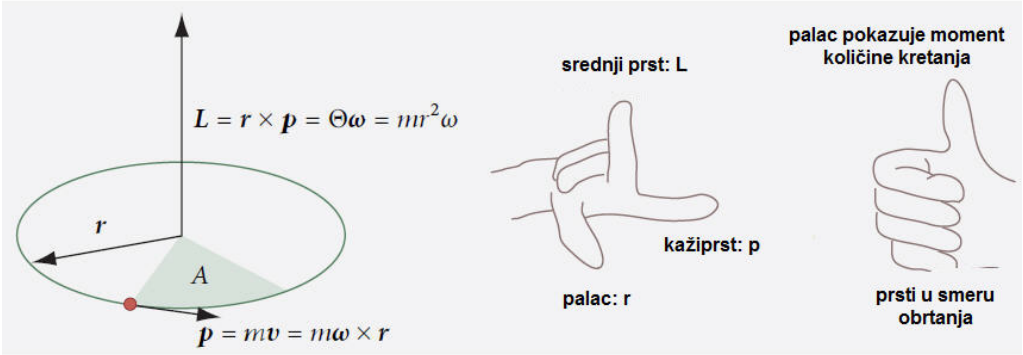
$$L = \frac{2 \cdot A(t) \cdot m}{t} \tag{30}$$

gde je *A(t)* površina koju ***prebriše*** vektor ***r*** položaja čestice u toku vremena *t*. Na primer, određivanjem površine koja je prebrisana, Johanes Kepler je otkrio uz pomoć teleskopa godine 1609. da svaka planeta koja se obrće oko Sunca ima vrednost momenta količine kretanja koji je ***stalan*** u vremenu.

TABELA 23

Opažanje	**Moment količine kretanja**
Najmanji zapaženi objekt u prirodi ($\hbar/2$) – odnosi se na z-komponentu elementarne materijalne čestice (fermion)	$0{,}53 \cdot 10^{-34}$ Js
Vreteno za predenje	$5 \cdot 10^{-6}$ Js
CD (kompakt disk) u reprodukciji	cca 0,029 Js
Čovek u hodu (oko ose tela)	cca 4 Js
Igrač u pirueti	5 Js
Točak tipičnog automobila	10 Js
Tipičan vetrogenerator pri vetru 12 m/s (6 bofora)	10^4 Js
Zemljina atmosfera	1 do $2 \cdot 10^{26}$ Js
Okeani na Zemlji	$5 \cdot 10^{24}$ Js
Zemlja oko svoje ose	$7{,}1 \cdot 10^{33}$ Js
Mesec oko Zemlje	$2{,}9 \cdot 10^{34}$ Js
Zemlja oko Sunca	$2{,}7 \cdot 10^{40}$ Js
Sunce oko svoje ose	$1{,}1 \cdot 10^{42}$ Js
Jupiter oko Sunca	$1{,}9 \cdot 10^{43}$ Js
Solarni sistem oko Sunca	$3{,}2 \cdot 10^{43}$ Js
Mlečni put	10^{68} Js
Sve mase u svemiru	0 (unutar greške merenja)

Fizičko telo može da se istovremeno okreće oko ***više*** osa. Film na ***slici 104*** (***strana 115***) prikazuje jedan primer: vrh se okreće oko ose sopstvenog tela i istovremeno oko vertikale. Detaljnije istraživanje pokazuje da je tačan opis okretanja vrha dat kao ***zbir vektora*** ova dva okretanja. (***Izazov 200e***). Da bi se sagledalo, u određenom trenutku "zamrznuta" je osa promene obrtanja na ***strani 115***. Obrtanje je prema tome vrsta vektora.



slika 73 Moment količine kretanja i ostale veličine za tačkastu česticu u kružnom kretanju i dve verzije pravila desne ruke.

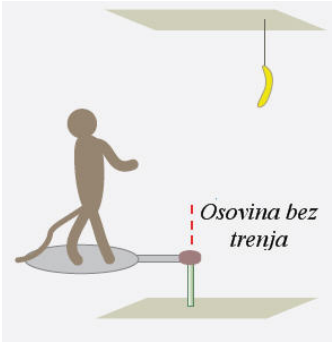
Kao i u slučaju linearnog kretanja, energija obrtanja i moment količine kretanja nisu uvek očuvani u makroskopskom svetu: energija obrtanja se može promeniti usled trenja, a moment količine kretanja može da se promeni isled spoljne sile (momenta). Prema tome, za ***zatvorene*** sisteme (bez smetnji), i moment

količine kretanja i energija obrtanja uvek su očuvani. Osim toga, u mikroskopskim razmerama većina objekata je bez smetnji, tako da očuvanost obrtne energije i momenta količine kretanja obično ima mikroskopske razmere.

Moment količine kretanja je očuvan. Ovaj iskaz je valjan za sve ose fizičkog sistema, ***pod uslovom*** da spoljna sila (moment) ne igraju nikakvu ulogu. Da bi to naglasili Žan-Mark Levi-Leblan (Jean-Marc Levy-Leblond) postavio je problem na ***slici 74***. (***Ref. 2***). Može li majmun da dođe do banane, a da ne napusti ploču, pod predpostavkom da se ploča na kojoj se nalazi može obrtati oko ose bez trenja? (***Izazov 201s***)

Zapazili smo da su efekti obrtanja isti kao za ubrzanje. Prema tome mnogi senzori za obrtanje su isti kao i ranije objašnjeni senzori za ubrzanje. (***Strana 71***) Ali nekoliko senzora za obrtanje u osnovi su novi. Osim toga, srešćemo se uskoro sa žiroskopom. (***Strana 111***)

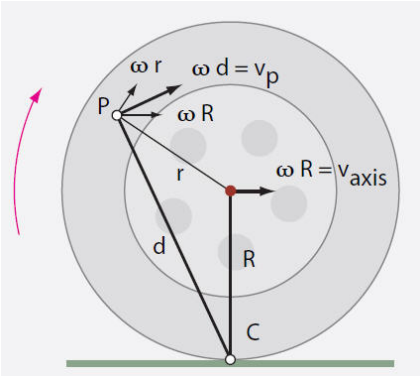
Na površini bez trenja, kao što je priibližno gladak led ili mermerni pod sa slojem ulja, nemoguće je kretanje napred. Da bismo se kretali moramo se odgurnuti ***oslanjajući*** se na nešto. Da li je to isti slučaj i sa obrtanjem?



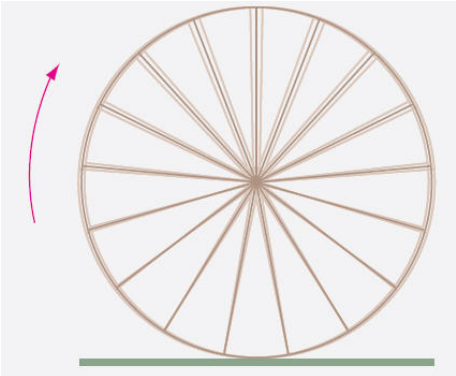
Slika 74 Može li majmun doći do banane?

Slika 75 ..Kako se zmija okreće duž svoje ose

Iznenađujuće je, ali moguće je da se obrnemo ***bez*** odgurivanja od nečeg. To možete da proverite na dobro podmazanoj kancelarijskoj stolici: jednostavno okrenite jednu ruku iznad glave. Posle svakog obrta ruke usmerenost stolice će se promeniti za mali iznos. Ustvari, očuvanosti momenta količine kretanja i energije obrtanja neće sprečiti telo da promeni svoje usmerenje. Mačke to nauče još u svojoj mladosti. Pošto nauče taj trik, ukoliko padaju sa nogama okrenim naviše, one mogu da se oktenu tako da se uvek dočekaju na noge. (***Ref. 92***). Zmije takođe znaju kako da se okreću, kao što pokazuje ***slika 75***. Tokom Olimpijskih igara može se videti da vozači na dasci i gimnastičari izvode isti trik. Obrtanje se stoga razlikuje od pravolinijskog kretanja u ovom pogledu. Zašto? (***Izazov 202d***)



slika 76 Brzine i jedinični vektori za točak koji se obrće



Slika 77 Simulirana fotografija točka sa paocima

TOČKOVI KOJI SE OBRĆU

Obrtanje je interesantna pojava u mnogim pogledima. Točkovi koji se okreću ***ne čine*** to oko svoje ose, već oko tačke u kojoj dodiruju tlo. Hajde da to pokažemo. Točak poluprečnika R ***obrće*** se ako se brzina ose v_{axsis} odnosi sa ugaonom brzinom ω kao:

$$\omega = \frac{v_{ose}}{R} \tag{31}$$

Za svaku tačku *P* na točku, sa rastojanjem *r* od ose, brzina v_P je zbir brzine ose i kretanja oko ose. Na ***slici 76*** pokazano je da je v_P normalna na rastojanje *d* tačke *P* od tačke *C* u kojoj točak dodiruje zemlju. Slika takođe pokazuje da je odnos između v_P i *d* isti kao između v_{ose} i poluprečnika *R*. Kao rezultat može se napisati: (***Izazov 203e***)

$$\boldsymbol{v_p = \omega \times d} \tag{32}$$

što pokazuje da se točak zaista obrće oko tačke u kojoj dodiruje zemlju.

Iznenađujuće je da kada se točak obrće, neke tačke na njemu se kreću ***prema*** osi, neke ostaju na ***stalnom*** rastojanju, dok se neke ***udaljavaju*** od ose. Možete li da odredite gde se ove različite tačke nalaze? (***Izazov 204s***). Zajedno, one dovode do interesantnog obrasca kada se fotogafiše točak sa paocima, kao što je točak bicikla, koji se okreće, kao što je pokazano na ***slici 77***. (***Ref. 93***).

Uz ove rezultate možete se uhvatiti u koštac sa sledećim lepim izazovom. (***Ref. 94***). Kada se biciklistički točak, koji se okreće, postavi na klizavu površinu, on će neko vreme klizati, zatim klizati i okretati se, a na kraju će se samo okretati. Koliko krajnja brzina zavisi od početne brzine i od trenja? (***Izazov 205d***)

KAKO HODAMO?

Golf je dobro hodanje razmaženih

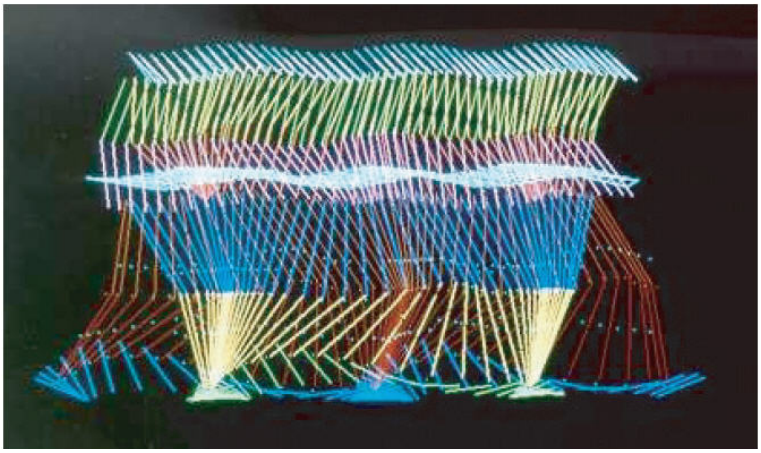
Alens

Zbog čega pokrećemo ruke dok hodamo? Da bismo sačuvali energiju ili da bismo bili graciozni? Ustvari, uvek kada se telo kreće čini to sa što je moguće manje energije, to je i prirodno i graciozno. Ovaj sporazum može zapravo da se uzme kao prava odrednica gracioznosti. Spoj je opšte poznat u svetu plesa; on je takođe centralni aspekt metoda koje koriste izvođači da nauče kako da pokreću svoja tela uz sto je moguće više lepote (***Ref. 20***)

Da biste se uverili o uštedi energije, probajte da koračate ili trčite sa nepokretnim rukama ili da ih pokrećete u suprotnom smeru od uobičajenog: potreban je znatno veći napor. Zapravo, kada se pomeri noga, to izaziva moment oko ose tela koji mora da bude uravnotežen. Metoda koja koristi najmanje energije je njihanje ruke, kao što je pokazano na ***slici 78***. Pošto je ruka manje težine nego li noga, ona mora da se odmakne dalje od ose tela, kako bi kompenzovala količinu kretanja; evolucija je zato postavila rame, kao spoja ruke, udaljenije od kuka, kao spoja noge. Životinje sa dve noge, ali bez ruku, kakve su pingvini ili golubovi, imaju mnogo teže hodanje; moraju da pomeraju čitav torzo prilikom svakog koraka. Merenja su pokazala da svaka životinja koja hoda prati: (***Ref. 95***)

$$v_{hoda\,max} = (2{,}2 \pm 0{,}2\ \mathrm{m/s})\sqrt{\frac{l}{m}} \tag{33}$$

Ustvari, hodanje, pomeranje jedne noge posle druge, može da se posmatra kao njihanje (obrnutog) klatna povezano u niz. Dužina klatna je data dužinom nogu *l*. Tipična vremenska razmera klatna inosi: $t \sim \sqrt{\frac{l}{g}}$ pa je maksimalna brzina hodanja : $v \sim \frac{l}{t} \sim \sqrt{gl}$ što je , uz konstantni činilac, i rezultat merenja.



slika 78 Izmereno kretanje čoveka u hodu (© Ray McCoy).

Koji mišići najviše rade tokom koračanja, kretanja kojeg stručnjaci nazivaju ***hod***? Godine 1980. Serž Gracovjetski (Serge Gracovetsky) otkrio je da pri ljudskom hodanju veliki deo snage dolazi od mišića koji su uz ***kičmu***, a ne od onih koji su nogama. (***Ref. 96***). (Istina je da i ljudi koji su ostali bez nogu takođe mogu da hodaju. Međutim, brojni mišići u nogama moraju da rade da bi se hodalo normalno.) Kada načinite korak, lumbalni mišići isprave kičmu; to automatski učini da se ona malo okrene ustranu, te koleno noge na toj strani automatski dođe napred. Kada se stopalo pomeri, lumbalni mišići mogu da se opuste, a zatim se ponovo isprave za sledeći korak. U stvari, može da se oseti porast napora u mišićima ***leđa*** kada se hoda bez pokretanja ruku (***Izazov 206e***), pa to potvrđuje gde se nalazi mašina čoveka, pod nazivom ***kičmeni motor.***

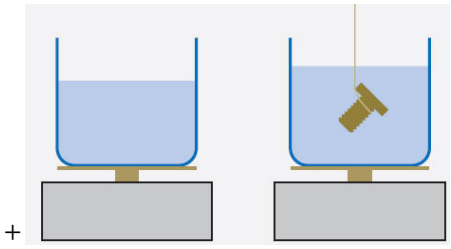
Ljudske noge se razlikuju od onih kod majmuna u temeljnom aspektu: ljudi mogu da ***trče***. Zapravo, kompletno ljudsko telo optimizirano je za trčanje, za sposobnost koju nema nijedan primat. Ljudsko telo je odbacilo većinu dlaka da bi se postiglo bolje hlađenje, razvilo je sposobnost da trči pri čemu drži glavu stabilnom i čak ima posebne ligamente u leđima koji rade kao amortizeri udara tokom trčanja. Drugim rečima, od svih vrsti kretanja trčanje je najljudskije.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O MASI, OČUVANOSTI I OBRTANJU

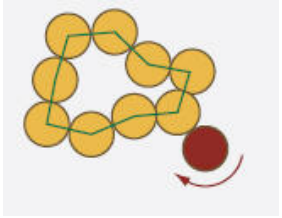
Matematička je činjenica da prosipanje ovog šljunka iz moje ruke menja centar gravitacije svemira.

Tomas Karlajl (Thomas Carlyle),[1] *Sartor Resartus III.*

Posuda sa vodom je stavljena na tas vage, kako pokazuje ***slika 79***. Kako će se promeniti rezultat mase ako se stavi u vodu komad metala obešen o konac? (***Izazov 208e***)



slika 79 Koliko će se promeniti pokazivanje težine ako se u vodu stavi objekt obešen o konac?



Slika 80 Koliko obrta treba da napravi novčić tokom obilaska?

* * *

Uzmite 10 novčića istih vrednosti. Stavite devet njih na sto tako da formiraju zatvorenu petlju bilo kojeg oblika. (Devet novčića stoga izgledaju kao deo biserne ogrlice u kojoj se biseri dodiruju međusobno.) Sada uzmite deseti novčić i pustite ga da se kotrlja po petlji, tako da nikada ne sklizne. Koliko obrta treba da načini ova poslednja kovanica tokom jednog obilaska? (***Izazov 209e***)

* * *

Očuvanost količine kretanja se najboje proučava ako se igra i istražuje bilijar. Najbolji uvod su filmovi sa trik udarcima koji se nalaze širom interneta. Da li ste kadri da koristite očuvanje količine kretanja kako biste sagledali način za poboljšanje vaše igre bilijara? (***Izazov 210e***)

* * *

Postoji dobro poznat način da se doživi 81 izlazak Sunca za samo 80 dana. Kako? (***Izazov 211s***)

[1] Tomas Karlajl (Thomas Carlyle,1797–1881), škotski esejist. Da li ste saglasni sa ovim citatom? (***Izazov 207s***)

* * *

Hodanje je uzrok mnogih fizičkih problema. Kada se penjemo na planinu, najbolji način da se energija iskoristi što efikasnije nije da se prati najstrmiji uspon; zapravo za strme padine kretanje u cik-cak je efikasniji u pogledu energije. Zašto? (***Ref. 97***) A da li možete da odredite ugao nagiba pri kojem se to događa? (***Izazov 212s***)

* * *

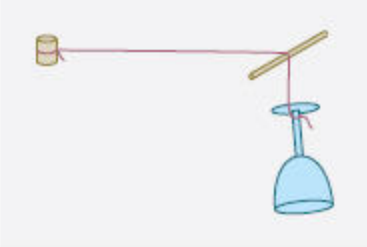
Smrt je fizički proces; dopustite da to objasnimo. U opštem slučaju životinje imaju ***životni vek T*** koji je srazmeran četvrtom korenu iz mase *M*. Drugim rečima, $T = M^{1/4}$. Životinje takođe imaju trošenje snage po masi, ili ***stepen metabolizma*** po masi, koji je u ***obrnutoj srazmeri*** sa četvrtim korenom. Zaključujemo da smrt nastupa za sve životinje kada se dostigne određeni stalni iznos potrošnje po masi. Ovo zapravo i jeste slučaj, za većinu životinja smrt nastupa kada one utroše oko 1 GJ/kg. (***Ref. 98***). (Ali poprilično kasnije za ljude.) Ovaj začudujuće jednostavan rezultat je valjan, ***u proseku***, za sve poznate životinje.

Zapaziti da je ovaj argument valjan jedino kada se uporede ***različite*** vrste. Zavisnost od mase ***nije*** valjana kada se upoređuju primerci iste vrste. (Nećete živeti duže ako budete manje jeli.) Ukratko, životinje uginu pošto metaboliziraju 1 GJ/kg. Drugim rečima, pošto pojedemo sve kalorije za koje smo predviđeni, mi umiremo.

* * *

Automobil pri određenoj brzini troši 7 litara benzina na 100 km. Koliki su zajednički otpori vazduha i kotrljanja. (***Izazov 213s***). (Predpostaviti da motor ima efikasnost od 25%)

* * *



slika 81 Da li je bezbedno da se zapušač pusti?

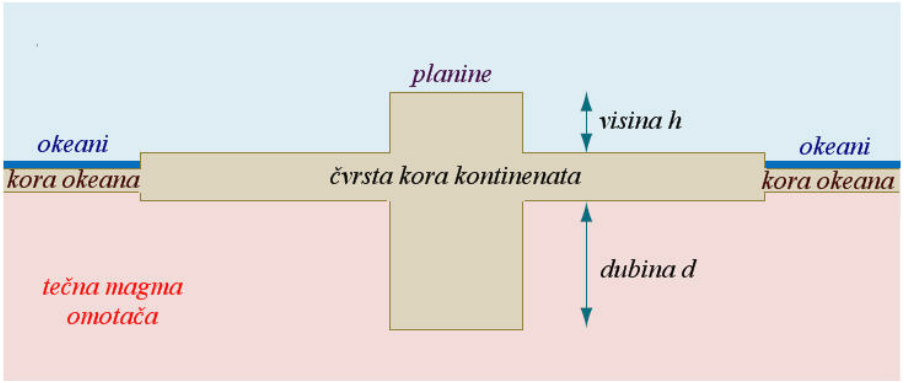
Zapušač je vezan tankim kanapom dugačkim jedan metar. Kanap prelazi prko duge horizontalne šipke, a vinska čaša je vezana na drugom kraju. Ako pustite zapušač na ***slici 81***, ništa se ne lomi. Zbog čega? I šta se tačno dodađa? (***Izazov 214s***)

* * *

Godine 1907. Dankan MakDugals (Duncan MacDougalls), doktor medecine, merio je ljude na samrti, u nadi da će otkriti da li smrt dovodi do smanjenja mase. (***Ref. 99***). Našao je da se u trenutku smrti smanji između 10 g i 20 g. On je to pripisao izlasku duše iz tela. Možete li naći objašnjenje koje više zadovoljava? (***Izazov 215s***)

* * *

Poznato je da težina jednogodišnjeg deteta zavisi od toga da li želi da ga nose ili da li želi da ga stave na pod. Da li je to u suprotnosti sa očuvanjem mase? (***Izazov 216e***)



Slika 82 Uprošćen model kontinenata i planina

* * *

Zemljina kora je manje gustine (2,7 kg/l) nego li omotač Zemlje (3,1 kg/l) i pliva na njemu. Kao rezultat toga, laka kora ispod planinskih grebena mora da bude veće debljine nego li ispod ravnica. Ako se planina izdiže 1 km iznad ravnice, koliko mora da bude deblja kora ispod nje? (***Izazov 217s***). Pojednostavljen model blokova na ***slici 82*** to ilustruje veoma dobro; prvo, objašnjava zbog čega u blizini planina merenja odstupanja slobodnog pada po vertikalnoj liniji dovode do tako mnogo nižih vrednosti nego li ona koja se očekuju bez debele kore. Osim toga, merenja zvukom su potvrdila direktno da je kora kontinenta zaista deblja ispod planina.

* * *

Svi homogeni valjci kotrljaju se niz nagnutu ravan na isti način. Tačno ili netačno? (***Izazov 218e***). A šta je sa loptama? Možete li da pokažete da se lopte brže kotrljaju od valjaka?

* * *

Koja od dve limenke će se kotrljati brže: limenka napunjena tečnošću ili napunjena ledom? (A kako biste napunili limenku ledom?). (***Izazov 219s***).

* * *

Uzmite dve limenke iste veličine i težine, jednu punu sa raviolama, drugu punu graška. Koja od njih dve će se brže kotrljati po nagnutoj ravni? (***Izazov 220e***).

* * *

Još jedna razlika između materije i slike: materija ima miris. U stvari, nos je senzor za materiju. Isto se može reći za jezik i njegov osećaj ukusa.

* * *

Postavite gomilu kovanih novčića. Možete istisnuti jedan novčić, počevši od onog na dnu, tako što ćete ispucati drugi novčić preko površine stola. Ova metoda takođe pomaže da se vizuelno predstavi očuvanje količine kretanja u dve dimenzije. (***Izazov 221e***)

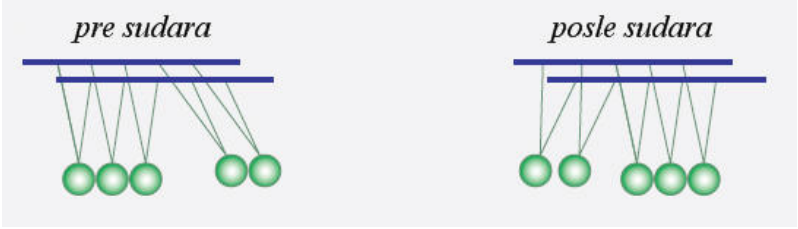
* * *

Ranih 2004. godine dva muškarca i žena zaradili su 1,2 miliona funti za jedno veče u londonskom kasinu. Oni su primenili formule iz Galilejeve mehanike. Primenili su metodu koju su razvili 1950-ih godina mnogi fizičari koji su pravili male računare, koja je mogla da predvidi rezultat kuglice ruleta iz početne brzine kojom krupije baci kuglicu. (***Ref. 100***). U ovom slučaju u Britaniji grupa je dodala laserski skener na mobilni telefon kojim su merili putanju kuglice ruleta i predviđali broj na kojem će se zaustaviti. Na taj način oni su povećali izglede sa 1 od 37 na oko 1 od 6. Posle 6 meseci istrage, Skotland Jard je presudio da oni mogu da zadrže dobijeni novac.

Zapravo u isto vreme nekoliko ljudi je zaradilo oko 400.000 eura tokom nekoliko sedmica korišćenjem iste metode u Nemačkoj, ali potpuno bez računara. U nekim kockarnicama mašine su bacale kuglicu ruleta. Golim okom su određivali položaj nule u odnosu na upad kuglice, pa su igrači bili u stanju da povećaju izglede za uloge koje su postavljali u toku dopuštenih poslednjih sekundi i tako dobili znatnu sumu čisto i uz brza reagovanja.

* * *

Igračka sa ***slike 83*** pokazuje interesantno ponašanje: kada se nekoliko kugli podigne i pusti da padne da bi udarile one koje miruju, nekoliko kugli na drugoj strani se odvoji, pri čemu predhodno puštene kugle prestanu da se kreću. Na prvi pogled, sve to izgleda da prati očuvanost količine kretanja i energije Međutim, očuvanost količine kretanja i energije dati su sa samo dve jednakosti, koje su nedovoljne da objasne ponašanje ovih pet kugli. Zbog čega se kugle ponašaju na ovakav način? I zašto se sve one njišu u fazi posle dužeg vremena? (***Izazov 222d***)



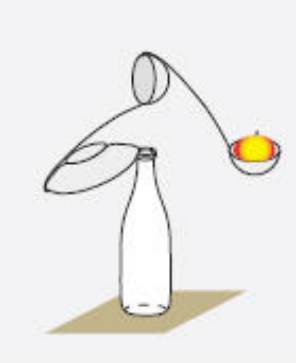
slika 83 Poznata igračka

* * *

Iznenađujući efekt se koristi u kućnom alatu kao što je bušilica sa udarcima. Pamtimo da kada se mala lopta elastično sudari sa velikom koja miruje, obe lopte se posle sudara pomere, ali mala lopta će se kretati brže od velike. (***Ref. 101***). Uprkos tom rezultatu, kada mali valjak udari u veliki valjak istog prečnika i od istog materijala, ali čija je dužina neki celobrojni umnožak dužine malog valjka, događa se nešta čudno. Posle sudara mali valjak ostaje da miruje, dok se veliki valjak pomera, kao što je pokazano na ***slici 84***. Čak i kada je sudar elastičan, izgleda da je očuvanost energije u ovom slučaju neodrživo. (Zapravo, to je razlog što su naučnici eksperimente elastičnih sudara uvek vršili sa loptama.) Šta se dogodilo sa energijom? (***Izazov 223d***)

slika 84 Elastični sudar u kojem izgleda da nije očuvana energija

* * *



slika 85 Da li je ovo moguće

Da li je struktura, prikazana na ***slici 85*** moguća?

* * *

Da li zid pretrpi jači udarac kada ga pogodi lopta koja odskoči od njega ili kada ga pogodi lopra koja ostaje zalepljena za njega? (***Izazov 224s***)

* * *

Domaćice znaju kako da odčepe bocu sa vinom koristeći krpu ili cipelu. Možete li da zamislite kako? (***Izazov 225s***). Isto tako znaju kako da pomoću krpe izvuku čep koji je upao u bocu. Kako?

* * *

Problem sa klizanjem lestvi, prikazan šematski na ***slici 86***, zahteva detaljnije proučavanje kretanja lestvi u vremenu. Problem je mnogo složeniji no što izgleda, čak i kada se trenje ne uzme u obzir. Možete li reći da li će donji kraj lestvi uvek dodirivati pod, ili će se podići sa poda u kratkom vremenskom periodu? (***Izazov 226s***).

* * *

slika 86 Kako će lestve pasti

* * *

Homogene lestve dužine 5 m i mase 30 kg naslonjene su na zid. Ugao je 30°; sačinilac statičkog trenja za zid je zanemarljiv, a za pod je 0,30. Osoba mase 60 kg penje se uz lestve. Do koje visine će se osoba popeti pre no što lestve počnu da klizaju? Ova i još puno problema sa lestvama može da se nađe na veb strani www.mathematische-basteleien.de/leiter.htm.

* * *

Obična muva na krmi broda od 30.000 tona, dužine 100 m, pomeri krmu manje od prečnika jednog atoma. (***Ref. 102***). Danas je lako izmeriti tako mala rastojanja. Možete li zamisliti bar dve metode od kojih bi svaka koštala manje od 2000 Eura? (***Izazov 227s***).

* * *

Da li je slika tri naslagana vrha čigri, prikazanih na ***slici 87***, stvarna fotografija, koja prikazuje stvarno opažanje, ili rezultat digitalne komozicije, koja prikazuje nemoguću situaciju? (***Izazov 228 ny***).

slika 87 Da li je ovo moguća situacija ili prevara fotografa? (© Wikimedia)

* * *

Kako se kinetička energija puščanog metka može uporediti sa energijom čoveka koji trči? (***Izazov 229s***).

* * *

Sta se događa sa veličinom jajeta kada se stavi u teglu sa sirćetom tokom nekoliko dana? (***Izazov 230s***).

* * *

Kolika je amplituda klatna koje osciluje na takav način da su apsolutne vrednosti njegovog ubrzanja u najnižoj tački i u tačku povratka jednake? (***Izazov 231s***).

* * *

Možete li da potvrdite da vrednost ubrzanja kapi vode koja pada kroz maglu iznosi *g/7*? (***Izazov 232d***).

* * *

Imate dve šuplje lopte: one imaju jednake težine, iste veličine i obojene su istom bojom. Jedna je izrađena od bakra, druga od aluminijuma. Očigledno, one padaju istom brzinom i ubrzanjem. Šta se događa ako se obe kotrljaju po nagnutoj ravni? (***Izazov 233s***).

* * *

Kakav je oblik konopca kada se konopac preskače? (***Izazov 234s***).

* * *

Kako možete da odredite brzinu puščanog metka samo pomoću vage i metarskog štapa? (***Izazov 235s***).

* * *

Zašto top napravi rupu u vratima, ali ne može da ih otvori guranjem, tačno suprotno od onog što može da učini prst? (***Izazov 236e***).

* * *

Kakvu krivu opisuje srednja tačka lestvi koje klizaju niz zid? (***Izazov 237s***).

* * *

Preduzeće visoke tehnologije, vidi veb stranu www.enocean.com, prodaje elektronske prekidače za osvetljenje prostorije koji nemaju ni vodove ni energetsku ćeliju (bateriju). Takav prekidač možete da zalepite u sredinu prozorskog stakla. Kako je to moguće? (***Izazov 238s***).

* * *

Pre više od 50 godina čuveni švajcarski proizvođač časovnika prodao je stoni časovnik sa obrtnim klatnom kome nisu potrebne baterije ni navijanje rukom, pošto on uzima energiju iz okruženja. Primerak je prikazan na ***slici 88***. Možete li da zamislite kako taj časovnik radi? (***Izazov 239s***).

slika 88 Komercijalni časovnik kome nije potreban poseban izvor energije, pošto energiju uzima iz okruženja (© Jaeger-LeCoultre).

* * *

Brodski liftovi, kao što je onaj na ***slici 89***, su impresivne mašine. Koliko se težina lifta promeni kada u njega uplovi brod? (***Izazov 240s***)

* * *

Kako biste izmerili masu broda?

* * *

Sve mase su izmerene njihovim upoređivanjem, direktni ili indirektno, sa ***standardnim kilogramom*** koji je u Sevru u blizini Pariza. Od pre nekoliko godina postoji ozbiljna sumnja da standardni kilogram gubi težinu, verivatno usled ispuštanja gasova, uz procenjen odnos od oko 0,5 µg/god. To je neprijatna situacija, i postoji ogromno, svetsko nastojanje, da se nađe bolja odrednica za kilogram. Takva popravljena odrednica morala bi da bude jednostavna, precizna i da put do Sevra bude nepotreban. Međutim, takva alternativa još uvek nije nađena.

* * *

Koja je mašina efikasnija: moped ili čovek na biciklu?

* * *

I masa i moment inercije mogu da se odrede i izmere kako dodirom, tako i bez njega. Možete li to da učinite? (***Izazov 241e***)

* * *

Slika 90 prikazuje takozvani ***keltski ljuljajući kamen (Celtic woble stone)***, takođe nazvan ***anagyre*** ili ***rattleback*** koji počinje da se okreće na ravnoj površini kada se dovede u oscilacije gore-dole. (***Ref. 101***). Veličina može da se kreće između nekoliko centimetara i nekoliko metara. Jednostavnim savijanjem kašike može da se napravi primitivni oblik ove čudne naprave, ako savijanje nije u potpunosti simetrično. Obrtanje je uvek u istom pravcu. Ako se kamen pokrene u obrtanje u suprotnom smeru, on će se posle izvesnog vremena zaustaviti i započeti obrtanje u drugom smeru. Možete li da objasnite efekt koji izgleda da je u suprotnosti sa očuvanjem momenta količine kretanja? (***Izazov 242d***)

* * *

Divan efekt, ***fontanu sa lancem***, otkrio je 2013 Stiv Mod (Steve Mould). Neki lanac kada izlazi iz posude, najpre krene uvis. Videti video na www.youtube.com/embed/_dQJBBklpQQ, a priču o otkrivanju efekta na www.stevemould.com. Možete li taj efekt da objasnite vašoj babi? (***Izazov 243ny***).

* * *

slika 89 Spektakularni brodski lift u Strépy-Thieux u Belgiji. Kolika snaga mašina je potrebna da se podigne brod, da li su levi i desni lift spojeni užadima ili hidrauličnim sistemom? (© Jean-Marie Hoornaert)

slika 90 Čuveni keltski kamen koi se ljulja – gore i desno – i dole levo, verzija napravljena krivljenjem kašike (© Ed Keath).

ZAKLJUČAK O OČUVANOSTI

Bogovi nisu toliko bogati koliko se misli: ono što daju jednom, uzmu od drugog

Antika

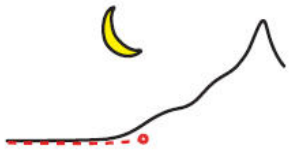
Sreli smo se sa četiri principa očuvanja koji važe u svakodnevnom životu za zatvorene sisteme:

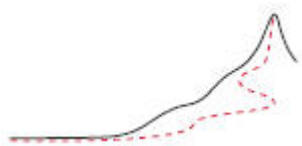
- očuvanost ukupne linearne količine kretanja,
- očuvanost ukupnog momenta količine kretanja
- očuvanost ukupne energije,
- očuvanost ukupne mase.

Nijedan od ovih zakona očuvanosti ne važi za kretanje slika.

Ovi principi očuvanosti su među velikim rezultatima nauke. Oni ograničavaju iznenađenja koja nam nudi priroda: očuvanost znači da linearna količina kretanja, moment količine kretanja kao i masa i energija niti mogu da nastanu ni iz čega, niti da nestanu ni u šta. Očuvanost ograničava stvaranje. Gore navedeni iskazi izražavaju ove ideje, skoro bogohulno.

Kasnije ćemo saznati da bi ovi rezultati mogli da se izvedu iz tri jednostavna opažanja: zatvoreni sistemi ponašaju se nezavisno od toga gde su, u kom su smeru usmereni i od vremena u kome su nastali. Kretanje je univerzalno. U apstraktnijim i ponešto uopštenijim pojmovima, fizičari vole da kažu da su svi principi očuvanja posledice ***invarijantnosti*** ili ***simetričnosti,*** prirode. (***Strana 206***). Kasnije, specijalna teorija relativnosti pokazaće da su energija i masa očuvane samo ako se uzmu zajedno. Mnogo pustolovina još uvek nas čeka.



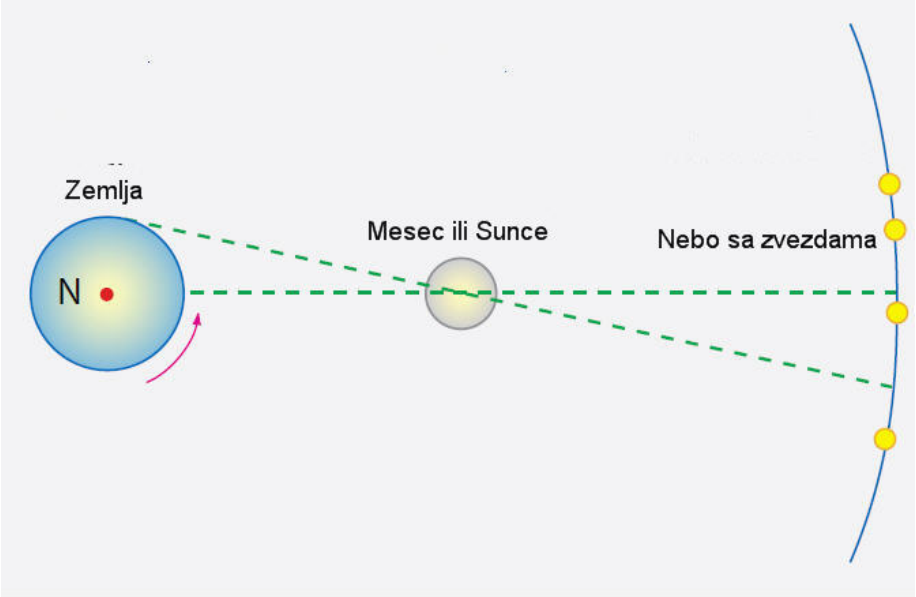


Poglavlje 5

OD OBRTANJA ZEMLJE DO RELATIVNOSTI KRETANJA

Eppur si muove!
Anonymous [1]

Da li se Zemlja obrće? Potraga za konačnim odgovorom na ovo pitanje daje interesantan presek istorije klasične fizike. Oko godine 265 pne., na Samosu, grčki mislioc Aristrah smatrao je da se Zemlja obrće. (***Ref. 103***). On je merio paralaksu Meseca (danas znamo da je ona do 0,95°) i Sunca (danas znamo da je 8,8′).[2] ***Paralaksa*** je interesantan efekt; to je ugao kojim je opisana razlika između pravaca nebeskog tela kada ga gleda posmatrač sa površine Zemlje i zamišljeni posmatrač iz centra Zemlje. (Videti ***sliku 91***). Aristrah je primetio da se Mesec i Sunce ***kreću*** po nebu i da to kretanje ima period od 24 časa. On je zaključio da se Zemlja obrće. Izgleda da je zbog ovog rezultata Aristrah osuđen na smrtnu kaznu.



slika 91 Paralaksa (nije nacrtano u razmeri)

Aristrahovo posmatranje davalo je čak jači dokaz od tragova zvezda prikazanih na ***slici 92***. Možete li da objasnite zašto? (***Izazov 244e***). (I kako izgledaju ovi tragovi posmatrani sa najnaseljenijih mesta na Zemlji?) (***Izazov 245s***).

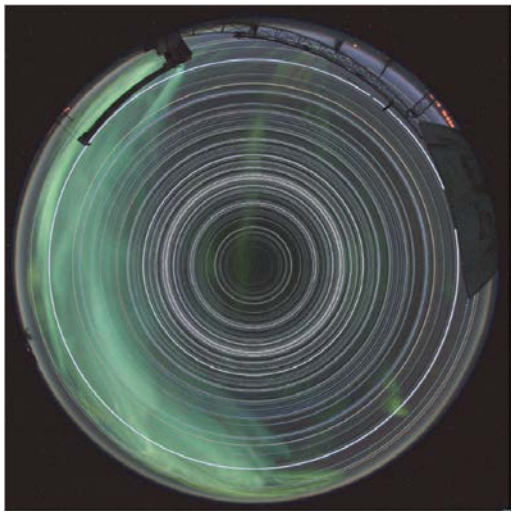
Ako se Zemlja obrće, reći će oni što u to ne veruju, brzina na ekvatoru ima znatnu veću vrednost brzine od 0,46 km/s. Kako je Galilej objasnio zašto je ne osećamo i ne zapažamo je? (***Izazov 246e***).

Merenje aberacije svetlosti takođe pokazuje da se Zemlja obrće; to može da se ustanovi pomoću teleskopa dok se posmatraju zvezde (***Vol. II, strana 19***). ***Aberacija*** je odstupanje očekivanog smera svetlosti, o čemu ćemo uskoro raspravljati. Na ekvatoru obrtanje Zemlje dodaje aberaciji ugaono odstupanje od 0,32′, menjajući predznak svakih 12 sati, na aberaciju od oko 20,5′ zbog obrtanja Zemlje oko Sunca. U današnje vreme astronomi su otkrili mnogobrojne dokaze, ali nijedan od njih nije dostupan čoveku sa ulice. Osim toga, merenja su pokazala da Zemlja nije lopta, već je na polovima ***spljoštena***, što potvrđuje obrtanje

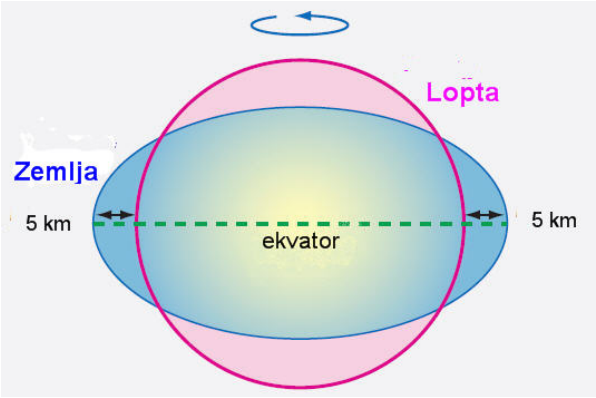
[1] "Ipak se okreće" je rečenica o Zemlji pripisana Galileju posle 1640. godine, najverovatnije netačno. Tačno je, međutim, da je na njegovom suđenju bio primoran da javno povuče izjavu o obrtanju Zemlje kako bi spasao život. Za više detalja o ovoj čuvenoj priči, pogledajte odeljak na ***strani 236***.

[2] Za definiciju pojma ugla pogledati ***sliku 34***, ***strana 49***, a za odrednicu merne jedinice ugla, pogledati ***Dodatak B***.

Zemlje. ***Slika 93*** ilustruje situaciju. Međutim opet, ova merenja Mopera[1] iz osamnaestog veka nisu pristupačna za svakodnevna posmatranja.



slika 92 Kretanje zvezda u toku noći, posmatrano 1. maja 2012 sa Južnog pola, zajedno sa zelenim svetlom polarne svetlosti – aurore australis. (© Robert Schwartz).



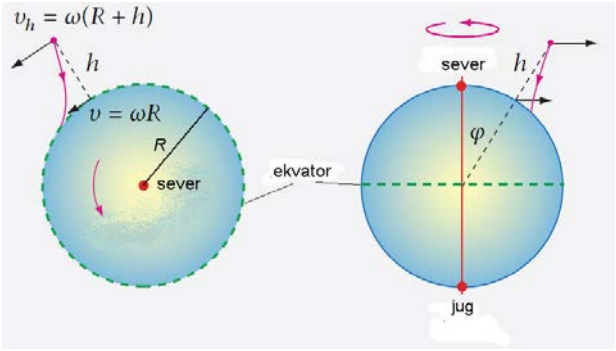
slika 93 Odstupanje Zemlje od oblika lopte usled obrtanja (preteran prikaz)

Zatim je, u godinama 1790. do 1972., u Bolonji, Đovani Batista Đuljemini (Giovanni Battista Giulemini, 1763. – 1817.) konačno uspeo u merenjima onog što su Galilej i Njutn predvideli da je najjednostavniji dokaz da se Zemlja obrće. Na Zemlji objekti ne padaju vertikalno, već malo skreću ka istoku. Ovo odstupanje nastaje zbog toga što objekt zadržava značajnu horizontalnu brzinu koju ima na visini sa koje počinje da pada, kao što je pokazano na ***slici 94***. Đuljeminijevi rezultati bili su prvi dokazi da se Zemlja obrće, dobijeni bez astrinomije. Eksperiment je ponovio 1802. godine Johan Fridrih Bencenberg (Johann Friedrich Benzenberg 1777. – 1846.) Koristeći metalne kugle koje je puštao sa Mihaelisovog tornja u Hamburgu – visine 76 m – Bencenberg je odredio da je odstupanje ka istoku za 9,6 mm. Možete li da potvrdite da se vrednost koju je izmerio Bencenberg skoro slažu sa predpostavkom da se Zemlja obrne jednom u 24 časa? (***Izazov 247d***). Postoji takođe i mnogo manja devijacija u smeru ekvatora, koju ni Đuljemini ni Bencenberg nisu izmerili, niti bilo ko posle njih, sve do današnjih dana; međutim ono upotpunjuje listu uticaja obrtanja Zemlje na slobodan pad.

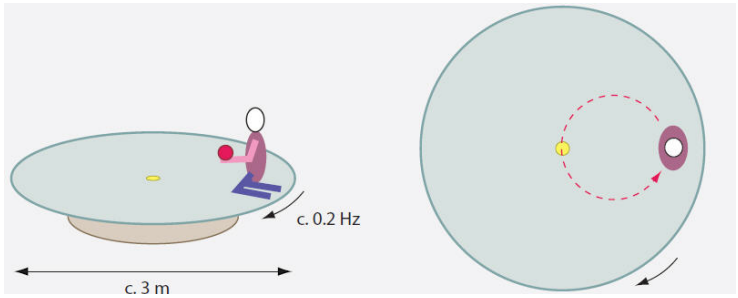
Oba odstupanja pri slobodnom padu lakša su za razumevanje ako se poslužimo rezultatom (opisan na ***strani 144*** dole) da objekt koji pada opisuje elipsu oko centra zemlje koja se obrće. Eliptični oblik pokazuje da putanja puštenog kamena ne leži u ravni za posmatrača koji stoji na Zemlji; za takvog posmatrača tačna putanja prema tome ne može da se nacrta na listu papira.

[1] Pjer Luj Moro deMoper (Pierre Louis Moreau deMaupertuis 1698. – 1759.) Francuski fizičar i matematičar. On je bio jedna od ključnih figura u traganju za načelom najmanjeg rada, kojeg je on tako nazvao. Bio je takođe i osnivački predsednik Berinske akademije nauka. Moper je mislio da načela utiču na maksimiziranje Boga u svemiru. Ovu ideju je Volter u potpunosti ismejao u njegovom delu *Histoire du Docteur Akakia et du natif de Saint-Malo* 1753. godine (videti na veb strani www.voltaire-integral. com/Html/23/08DIAL.htm). Moper je ponovio svoja merenja Zemlje kako bi napravio razliku između Njutnove teorije gravitacije i teorije Dekarta, koji je predviđao da je Zemlja na polovima izdužena, umesto spljoštena.

Godine 1798. Pjer Simon Laplas[1] (Pierre Simon Laplace) objasnio je kako se tela kreću na Zemlji koja se obrće i pokazao da ona osećaju posebnu silu. (***Ref.104***). Zatim je godine 1835. Gustav-Gaspar Koriolis preformulisao ovaj opis. Zamislite loptu koja se kotrlja po stolu. Za posmatrača koji stoji na podu, lopta se kotrlja po pravoj liniji. Sada zamislite da se sto obrće. Za posmatrača koji stoji na podu lopta jos uvek se kreće po pravoj liniji. Ali za osobu koja stoji na na stolu koji se obrće, lopta opisuje ***zakrivljenu*** putanju. Ukratko, svaki objekt koji putuje u okruženju koje se obrće predmet je poprečmog ubrzanja. Ubrzanje, koje je otkrio Laplas, nazvano je u današnje vreme ***Koriolisovo ubrzanje*** ili ***Koriolisov efekt***. Najbolji način da se razume Koriolisov efekt je da ga lično doživite; to može da se uradi na karuselu, kao što je pokazano na ***slici 95***. Gledanje filmova sa ovom temom na internetu takođe je korisno. (***Ref. 105***). Zapazićete da je sa karusela koji se obrće jako teško da se bacanjem ili kortlanjem lopte pogodi cilj.



slika 94 Odstupanje pri slobodnom padu prema istoku i prena ekvatoru usled obrtanja Zemlje



slika 95 Običan karusel omogućava da se posmatra Koriolisov efekt u iznenađujućem obliku. Ako osoba pusti loptu da se kotrlja odgovarajućom brzinom i u odgovarajućem smeru, lopta će skrenuti tako jako da će mu se vratiti

Zemlja je takođe okruženje koje se obrće. Na severnoj hemisferi obrtanje je nasuprot kazaljkama sata. Kao rezultat javlja se da svaki objekt koji se kreće malo odstupa udesno (pri čemu vrednost njegove brzine ostaje stalna). Na Zemlji, kao i na svim okruženjima koja se obrću, ***Koriolisovo ubrzanje a*** ima za posledicu promenu rastojanja od ose obrtanja. Možete li da izvedete analitički izraz za Koriolisov efekt (***Izazov 248s***), naime:

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{C}} = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$$

Koriolisovo ubrzanje na Zemlji ima uopšte malu vrednost. Prema tome, najbolje je posmatrati ga ili u velikim razmerama ili u pojavama velikih brzina. Ustvari, Koriolisovo ubrzanje objašnjava samovolju pojava velikih razmera sa spiralnim oblikom, kao što su smerovi ciklona i anticiklona u meteorologiji, opšti smerovi vetrova na Zemlji, skretanja okeanskih struja, kao i plima i oseka. Ove pojave imaju imaju suprotna ponašanja na severnoj i južnoj hemisferi. Još lepše, Koriolisovo ubrzanje objašnjava zbog čega sante leda ne prate smerove vetrova kada kreću sa polarnih kapa (***Ref. 106***). Koriolisovo ubrzanje takođe ima ulogu pri letu topovskih đuladi (to je i bilo početno interesovanje Koriolisa), pri lansiranju satelita, pri kretanju sunčanih pega, pa čak i pri kretanju elektrona u molekulima. (***Ref. 107***). Sva ova Koriolisova ubrzanja imaju suprotne predznake na severnoj i južnoj polulopti i zato dokazuju obrtanje Zemlje. (U Prvom Svetskom ratu mnogi brodski topovi promašivali su ciljeve na južnoj polulopti, pošto su inženjeri kompenzovali nišanske uređaje za Koriolisov efekt na severnoj polulopti.)

[1] Pjer Simon Laplas (Pierre Simon Laplace, 1749. Beaumont-en-Auge – 1827. Paris) važan matematičar. Njegova rasprava *Traité de mécanique céleste* pojavila se u četiri toma između godina 1798. i 1825. On je bio prvi koji je predvideo da je solarni sistem bio formiran iz oblaka gasa koji se obrtao, a bio je i jedan od prvih ljudi koji je zamislio i objasnio crne rupe.

Tek 1962. godine, posle više predhodnih pokušaja drugih istraživača, Ašer Šapiro (Asher Shapiro) bio je prvi koji je potvrdio da Koriolisov efekt ima mali uticaj na smer vrtloga koji nastaje pri isticanju vode iz kade za kupanje. (***Ref. 108***). Umesto uobičajene kade za kupanje, on je morao da primeni pažljivo izrađenu eksperimentom podešenu napravu, pošto, suprotno često slušanim tvrdnjama, takav efekt ne može da se vidi u običnim kadama za kupanje. On je uspeo u tome samo uz pažjivo otklonjene sve smetnje iz sistema; na primer, čekao je 24 časa po punjenju rezervoara (i nikada nije zapravo zakoračio u njega ili iz njega!) kako bi izbegao bilo kakvo preostalo kretanje vode koje bi možda ometalo efekt, a napravio je pažljivo konstruisan, potpuno kružno simertičan mehanizam za otvaranje. Drugi su ponovili eksperiment na južnoj hemisferi i otkrili suprotan smer obrtanja, te time potvrdili rezultat. (***Ref. 109***). Drugim rečima, samovoljni vrtlog u običnoj kadi za kupanje ***nije*** izazvalo obrtanje Zemlje, već je posledica načina na koji je voda počela da ističe. (Brojni prevaranti u Kitu, gradu koji se nalazi na ekvatoru, prikazuju lakovernim turistima kako se vrtlog u umivaoniku menja kada se pređe preko linije ekvatora iscrtane na putu.) No hajde da nastavimo priču o obrtanju Zemlje.

Godine 1851., lekar koji je postao fizičar, Žan Bernar Leon Fuko (Jean Bernard Leon Foucault 1819. Paris – 1868. Paris) izveo je eksperiment koji je otklonio sve nedoumice i doneo mu praktično preko noći svetsku slavu. On je obesio klatno dužine 67 m[1] u pariskom Panteonu i prikazao zaprepašćenim posmatračima da se smer njihanja klatna menja vremenom, uz lagano obrtanje. Svakom ko je nekoliko minuta pažljivo pratio promenu smera, eksperiment je dokazao da se Zemlja obrće. Ako se Zemlja nebi obrtala njihanje klatna bi se uvek nastavljalo u istom smeru. Zbog obrtanja Zemlje, smer se menjao u Parizu udesno, u smeru kazaljke sata, kako je prikazano na ***slici 96***. Smer njihanja nebi se menjao ako bi se klatno postavilo na ekvatoru, a menjao bi se ulevo na južnoj hemisferi.[2] Savremena verzija klatna može da se prati preko veb-kamere na veb strani pendelcam.kip.uni-heidelberg.de/; film sa ubrzanim snimcima tokom dana i noći, može i da se učita sa veb stranice www.kip.uni-heidelberg.de/oeffwiss/pendel/zeitraffer/.

Vreme za koje orijentacija njihanja klatna izvede pun obrt – ***vreme precesije*** – može da se izračuna. Proučavanjem ktatna, počevši od smera njihanja u pravcu sever-jug, zaključićete da je vreme precesije T_{Fuko} određeno kao (***Izazov 250d***):

$$T_{Fuko} = \frac{23\text{h } 56\text{min}}{\sin\varphi}$$

gde je φ geografska širina (latituda) lokacije klatna, to jest $0°$ na ekvatoru i $90°$ na severnom polu. Ovaj obrazac je jedan od najlepših rezultata Galilejeve kinematike.[3]

Fuko je takođe i pronalazač ***žiroskopa*** čemu je dao i ime. On je 1852. godine, jednu godinu posle klatna, napravio uređaj, prikazan na ***slici 97***. Pomoću njega, on je takođe dokazao obrtanje Zemlje. Kada žiroskop počne da se obrče, njegova osa ostaje nepromenjena u prostoru – ali samo kada se posmatra sa udaljene zvezde ili galaksije. (Ovo nije isto kao kada se govori o apsolutnom prostoru.) Zašto? (***Izazov 251s***). Za posmatrača sa Zemlje, pravac ose se menja u pravilnim intervalima od 24 časa. Žiroskopi sa danas rutinski koriste na brodovima i avionima za određivanje smera severa, pošto su precizniji i pouzdaniji od kompasa. Najmodernija verzija koristi svetlost lasera koja se obrće umesto mase, koja se obično obrće u klasičnim žiroskopima.[4]

Roland fon Etveš (Roland von Eötvös) izmerio je jednostavan efekt: zbog obrtanja Zemlje težina nekog tela zavisi od smera u kojem se kreće. Kao rezultat, obrtanje oko vertikalne ose ne ostaje u potpunosti horizontalno: ravnoteža počinje polako da osciluje. (***Ref. 110***). Možete li da objasnite uzrok ovog efekta? (***Izazov 253s***).

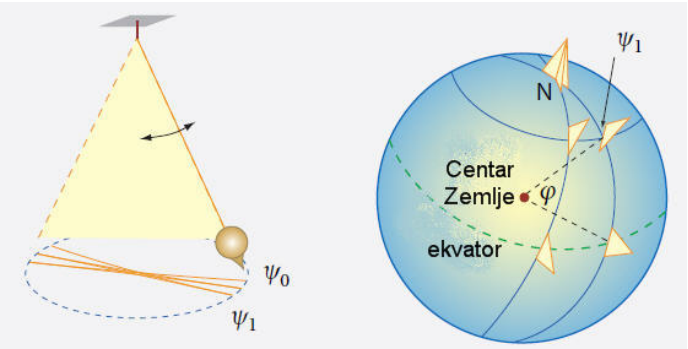
---

[1] Radi čega mu je bilo potrebno tako dugačko klatno? (***Izazov 249d***). Razumevanje razloga dozvoljava da se eksperiment ponovi, korišćenjem klatna tako kratkog, kao što je dužina od 70 cm, uz pomoć nekoliko trikova. Da biste videli Fukoov efekt uz jednostavan pribor, obesite klatno za vašu kancelarijsku stolicu i lagano je okrećite. Na veb strani commons.wikimedia.org/wiki/Foucault_pendulum može da se nađe nekoliko animacija klatna uz preterana odstupanja.

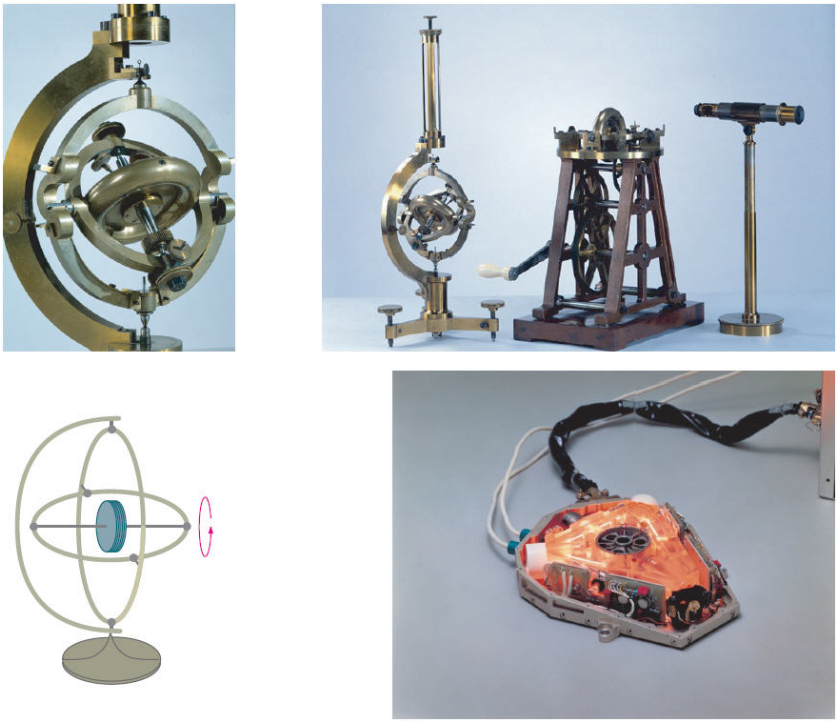
[2] Otkriće takođe pokazuje kako preziznost i genijalnost idu zajedno. Zapravo, prva osoba koja je posmatrala taj efekt mnogo ranije, još 1661. godine, bio je Vinćenco Viviani (Vincenzo Viviani), Galilejev učenik,! U stvari, Fuko je pročitao rad Vivijanija u publikaciji *Academia dei Lincei*. Ali bila je potrebna Fukoova genijalnost da spoji efekt sa obrtanjem Zemlje; pre njega niko to nije uradio.

[3] Izračunavanje periode Fukoovog klatna predpostavlja da je stepen precesije stalan tokom obrtanja. Ovo je samo približnost (mada obično dobra).

[4] Možete li da zamislite kako se u tom slučaju otkriva obrtanje? (***Izazov 252s***)



slika 96 Kružno kretanje klatna pokazuje obrtanje Zemlje



slika 97 Žiroskop: orginalan Fukoov sistem sa slobodnom čigrom, mehanički uređaji koji ga pokreću, opšti princip konstrukcije i savremeni (trouglast) lasersi žiroskop, čiji rad bazira na promeni boje laserskog svetla koje se obrće, umesto obrtanja mase (© CNAM, JAXA).

Džon Hejgen (John Hagen) je 1910. godine objavio rezultate još jednostavnijeg eksperimenta, koji je Luj Poanso (Louis Poinsot) predložio 1851. godine. Dve mase su bile postavljene na horizontalnu gredu koja može da se obrće oko vertikalne ose, takozvani ***isotomeograf.*** Njihova ukupna masa bila je 260 kg. Ako se dve mase lagano pomeraju prema osloncu, kao što je prikazano na ***slici 99***, a trenje se zadrži na dovoljno maloj vrednosti, greda počinje da se obrće. Očigledmo je da se ovo nebi dogodilo da se Zemlja ne obrće. Možete li da objasnite ovaj eksperiment? (***Izazov 254s***). Ovaj malo poznat eksperiment korišćen je kao tema za opklade među fizičarima.

U godini 1913. Artur Kompton (Arthur Compton) pokazao je da zatvorena cev napunjena vodom i malim plutajućim delićima (ili mehurićima) može da se koristi radi pokazivanja obrtanja Zemlje. (***Ref. 111***) Uređaj je nazvan ***Komptonova cev*** ili ***Komptonov točak***. Kopton je pokazao da kada se horizontalna cev napunjena vodom obrne za 180°, nešta se događa što omogućava dokaz da se Zemlja obrće. Eksperiment, prikazan na ***slici 100***, omogućava čak da se izmeri geografska širina tačke u kojoj se eksperiment vrši. Možete li da pogodite šta se događa? (***Izazov 255d***).

Drugu metodu za otkrivanje obrtanja Zemlje, uz korišćenje svetlosti, prvi put je realizovao 1913. godine francuski fizičar Žorž Sanjak (Georges Sagnac[1]); on je koristio ***interferometar*** (***Vol. IV, strana 47***) da bi

[1] Žorž Sanjak (Georges Sagnac, 1869. Perigeux – 1928. Meudon-Bellevue) bio je fizičar u Lilu i Parizu, prijatelj Kirija, Lanževina, Perina i Borela. Sanjak je zaključio iz svog eksperimenta da je brzina svetlosti nezavisna od brzine njenog izvora, te time potvrdio predviđanje specijalne teorije relativnosti.

napravio svetle i tamne pruge svetla sa dva zraka svetlosti, jednog koji kruži u smeru kazaljki časovnika i drugog koji kruži u smeru suprotnom od kazaljki časovnika. Pruge interferencije se ***pomeraju*** kada se ceo sistem obrće; što se brže obrće, veće je pomeranje. Moderna, preciznija verzija ovog eksperimenta koja koristi lasere umesto svetiljki, prikazana je u ***Vol. III, strana 82***, ***slika 101***. (***Ref. 112***) (Više detalja o interferenciji i prugama svetlosti je u ***Vol. III***.). Sanjak je takođe odredio odnos između pomeranja pruga i detalja eksperimenta. Obrtanje celog prstena interferometra ugaonom frekvencijom $\boldsymbol{\Omega}$ (vektor) proizvodi pomeranje pruga za ugaonu fazu $\Delta\varphi$ datu kao: (***Izazov 256s***)

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi \cdot \Omega \cdot a}{c \cdot \lambda} \tag{35}$$

gde je $\boldsymbol{a}$ prostorni vektor obuhvaćen sa dva svetlosna zraka koji su u interferenciji, λ – njihova talasna dužina i c – brzina svetlosti. Ovaj efekt se danas naziva ***Sanjakov efekt*** po njegovom pronalazaču. Oliver Lodž (Oliver Lodge[1]) ovaj efekt je predvideo 20 godina ranije. (***Ref. 113***). Danas je Sanjakov interferometar centralni deo laserskog žiroskopa – prikazanog na ***slici 97*** – i nalazi se na svalom putničkom avionu, raketi ili podmornici, kako bi bi se izmerila promena njihovog kretanja i tako odredio njihov stvarni položaj.

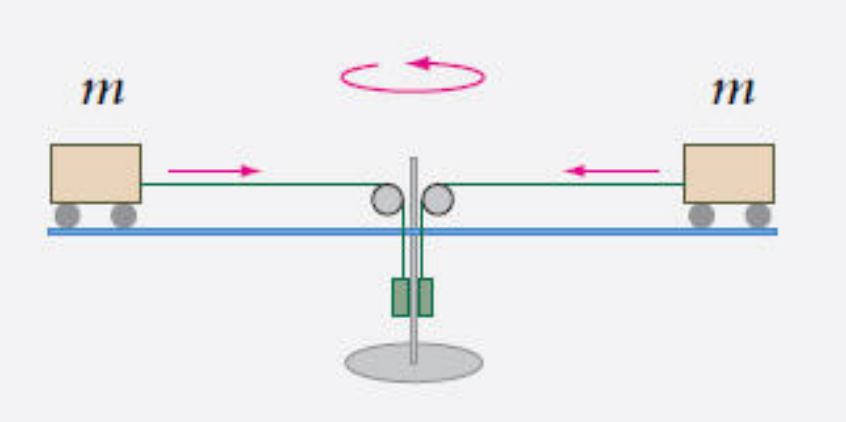
slika 98 Trodimenzionalni model Fukoovog žiroskopa. U orginalnom tekstu model može da se pomera pomoću kurzora i posmatra iz svih smerova (© Zach Joseph Espiritu).

Deo kruga se pomera usled obrtanja Zemlje. Savremeni Sanjakovi iterferometri visoke tehnologije koriste prstenaste lasere veličine od nekoliko kvadratnih metara, kao što je pokazano na ***slici 101***. Takav interferometar u obliku prstena može da izmeri promenu stepena obrtanja Zemlje manju od jednog milionitog dela. Zapravo, uz proticanje godina, dužina dana se nepravilno menjala za nekoliko milisekundi, uglavnom usled uticaja Sunca ili Meseca, a delom i usled promene klimatskih uslova i usled tokova usijane magme duboko unutar Zemlje.[2] (***Ref. 114***). Ali takođe zemljotresi i El Ninjo, efekt u klimi, i punjenje vodom veštačkih jezera imaju uticaj na obrtanje Zemlje. Svi ovi efekti mogu da se proučavaju pomoću takvih interferometara visoke preciznosti; oni mogu isto tako da se koriste za istraživanja u kretanju terena usled mesečevih plima i oseka ili zemljotresa, kao i za provere u specijalnoj teoriji relativnosti.

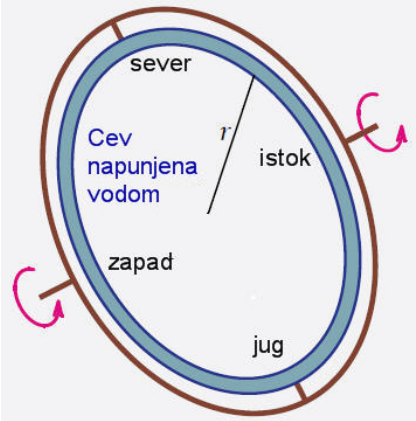
---

[1] Oliver Lodž (Oliver Lodge, 1851. – 1940.) bio je britanski fizičar koji je proučavao elektromagnetne talase i pokušavao da komunicira sa mrtvima. Čudna, ali uticajna figura, čije su ideje često citirane kada je bilo potrebno da se prave šale o fizičarima, na primer, on je bio od onih (retkih) fizičara koji su verovali da će krajem 19. veka biti kompletirana cela fizika.

[2] O uticaju rasta lišća na drveću i posledičnoj promeni momenta inercije Zemlje, razmišljao je Harold Džefris već je ranije, 1916. godine, na način da je mali za sagledavanje, jer je sakriven većim uticajima.



slika 99 Prikaz obrtanja zemlje pomoću obrtanja oko ose



slika 100 Demonstracija obrtanja zemlje pomoću vode

Konačno je Hans Bucka godine 1948. izveo do sada najjednostavniji eksperiment da bi pokazao obrtanje zemlje. (***Ref. 115***). Metalna šipka omogućava da se otkrije obrtanje Zemlje posle samo nekoliko sekundi posmatranja, korišćenjem pribora sa ***slike 102***. Eksperiment može jednostavno da se izvede u učionici. Možete li da pogodite kako on radi? (***Izazov 257s***)

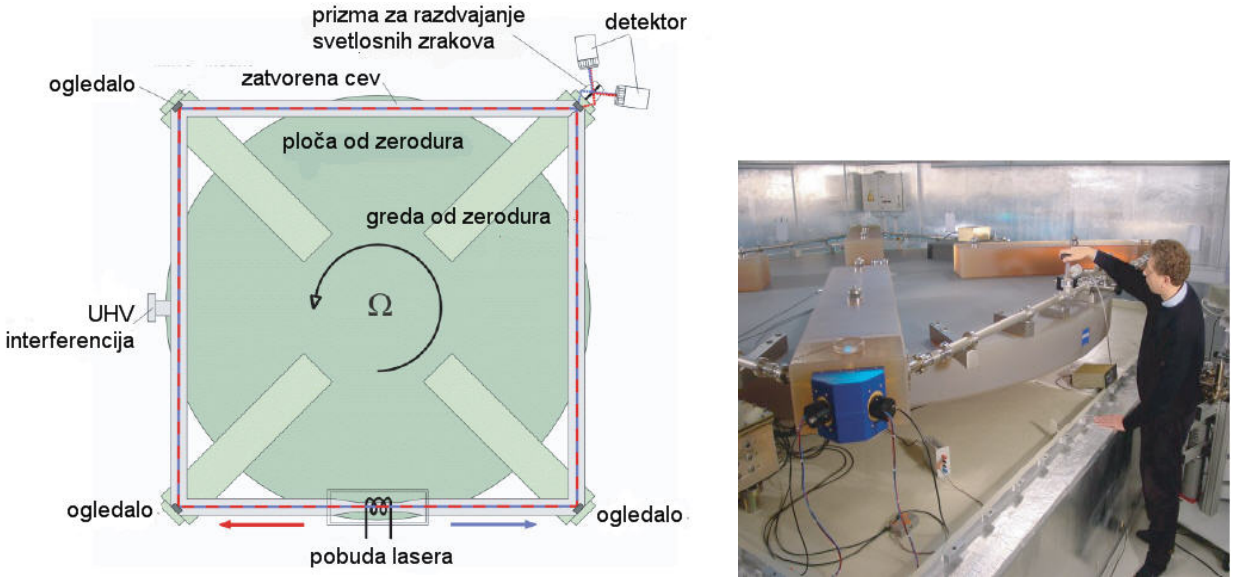
Ukratko, posmatranja pokazuju da se sunčana strana Zemlje na ekvatoru obrće sa 464 m/s, što je veća vrednost od brzine zvuka u vazduhu pod uobičajenim uslovima, koja iznosi oko 340 m/s. Obrtanje stoga uzrokuje ubrzanje od 0,034 m/s^2 na Ekvatoru. Mi se zapravo krećemo kroz svemir u ***vrtlozima***.

KAKO SE ZEMLJA OBRĆE

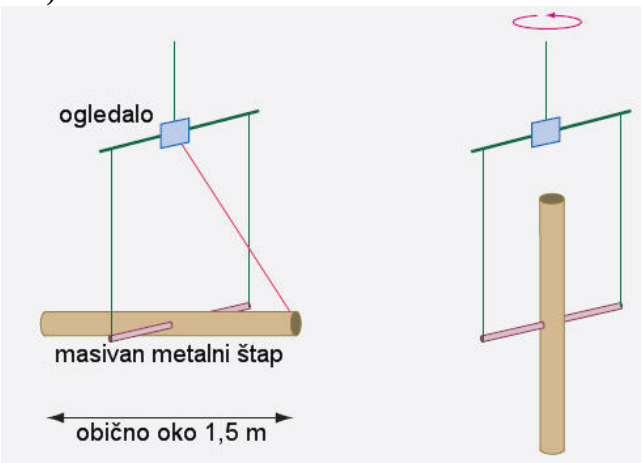
Da li je obrtanje Zemlje, dužina dana, ***neizmenjena*** tokom geoloških vremenskih razmera? To je teško pitanje. Ako budete našli metodu koja će dovesti do odgovora. objavite je. (Isto važi i za pitanje da li je dužina godine stalna.) (***Ref. 116***). Poznato je samo nekoliko metoda i uskoro ćemo ih objasniti.

Obrtanje Zemlje promenljivo je čak i u toku ljudskog života. Ono se menja u malim delovima od 10^8. Posebno, u laičkoj vremenskoj razmeri, dužina dana poraste za 1 do 2 ms u toku veka, uglavnom zbog trenja sa Mesecom i topljenja polarnih kapa. To je zaključak iz proučavanja istorijskih astronomskih opažanja starih vavilonskih i arapskih astronoma. (***Ref. 117***). Dodatne "decenijske" promene imaju amplitudu od 4 ili 5 ms i one su usled kretanja vodenih masa na kori Zemlje. (Centar Zemlje je u čvrstom stanju; to je otkrio 1936. godine danski seizmolog Inge Leman (Inge Lehmann, 1888-1993); njegovo otkriće su potvrdila jako upečatljivo dva britanska seizmologa 2008. godine, koji su otkrili talase smicanja u unutrašnjosti kore, te time potvrdili Lemanov zaključak. Postoji tečna kora oko čvrstog centra.)

Sezonske promene dužine dana i promene koje se dešavaju dva puta godišnje – sa amplitudom od 0,4 s tokom šest meseci, druge od 0,5 s tokom godine i 0,08 s tokom 24 do 26 meseci – nastaju uglavnom zbog uticaja ***atmosfere***. Godine 1950. pouzdana i precizna merenja pokazala su da usled Meseca postoji čak i period od 14 i 28 dana sa amplitudom od 0,2 ms. Godine 1970., kada je otkriveno ***osciliranje vetra*** u periodima od 50 dana, nađeno je takođe da se menja dužina dana sa amplitudom od oko 0,25 ms. Međutim, ove promene su sasvim nepravilne.



slika 101 Moderan precizan laserski interferometar u obliku prstena (© Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Carl Zeiss).



slika 102 Opažanje obrtanja Zemlje u samo 2 sekunde

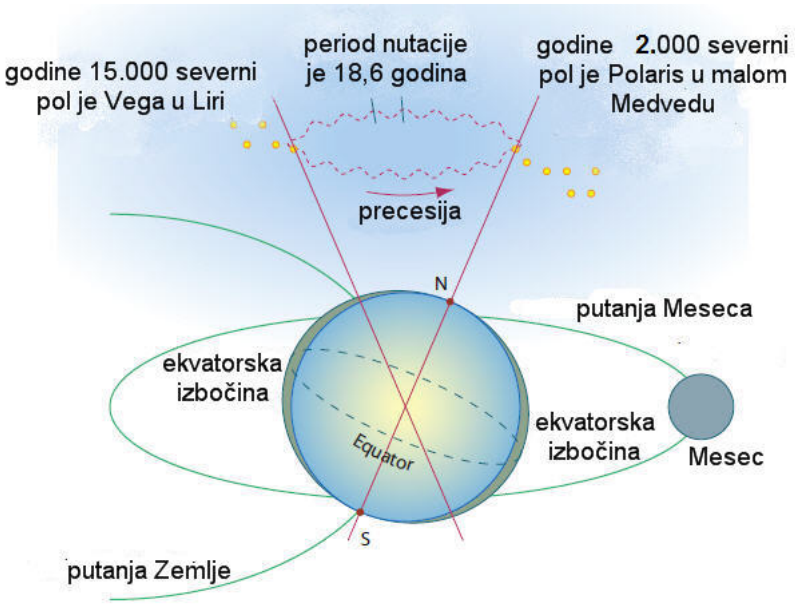
Isto tako okeani imaju uticaj na obrtanje Zemlje, usled njihovih plima i oseka, okeanskih struja. sila vetrova i sile atmosferskog pritiska. (***Ref. 118***). Ostali uticaji su usled površina pod ledom, usled isparavanja vode i padanja kiše. Najzad, ali ne i poslednje, tokovi u unutrašnjosti Zemlje, kako onih u omotaču, tako i u jezgru, menjaju obrtanje Zemlje. Na primer, zemljotresi, kretanje ploča, post-glacijalni oporavci i erupcije vulkana sve to utiče na obrtanje.

Ali zašto se Zemlja uopšte obrće? Obrtanje potiče od obrtanja oblaka gasa pri stvaranju sunčevog sistema. Ova povezanost objašnjava što se Sunce i sve planete, izuzev dve, obrću oko svojih osa u istom smeru, i da sve imaju orbite oko Sunca u istom smeru. (***Ref. 119***). Ali kompletna priča je izvan obima ovog teksta.

Obrtanje oko sopstvene ose nije jedino kretanje Zemlje; ona isto tako izvodi i druga kretanja. To je poznato već dugi niz godina. Godine 128. pne grčki astronom Hiparh otkrio je ono što danas nazivamo ***(ravnodnevička) precesija***. On je uporedio merenja koja je lično napravio sa onima koja su napravljena 169 godina ranije. Hiparh je otkrio da je osa Zelje uperena ka različitim zvezdama i zaključio je da se nebo pomera. Danas mi više volimo da kažemo da se pomera osa Zemlje (Zašto?) (***Izazov 258e***). Tokom perioda od 25.800 godina osa Zemlje opiše kupu sa uglom od 23,5° na vrhu. Ovo kretanje, prikazano na ***slici 103***, uzrokovano je silama plime i oseke Meseca i Sunca na ekvatorsko ispupčenje Zemlje, koje je posledica spljoštenosti. Sunce i Mesec nastoje da da poravnjaju osu Zemlje pod pravim uglom u odnosu na putanju Zemlje; ovaj momenat dovodi do precesije ose Zemlje.

Precesija je kretanje zajedničko za sve sisteme koji se obrću; ona se pojavljuje kod planeta, čigri i atoma. (Precesija je takođe osnova za iznanađenje koje se pojavljuje kod obešenog točka prikazanog na ***slici 171***, (***Vol. V, strana 173***). Precesija se najlakše primeti kod čigre, bilo da je obešena ili ne. Primer je prikazan na ***slici 104***; za atomsko jezgro ili planete samo zamislite da nedostaje nit o koju su obešeni i da je telo

koje se obrće manje ravno. Kod Zemlje, precesija dovodi do zagrevanja dubokih voda u ekvatorskom delu Atlanskog okeana i redovno menja ekologiju algi.

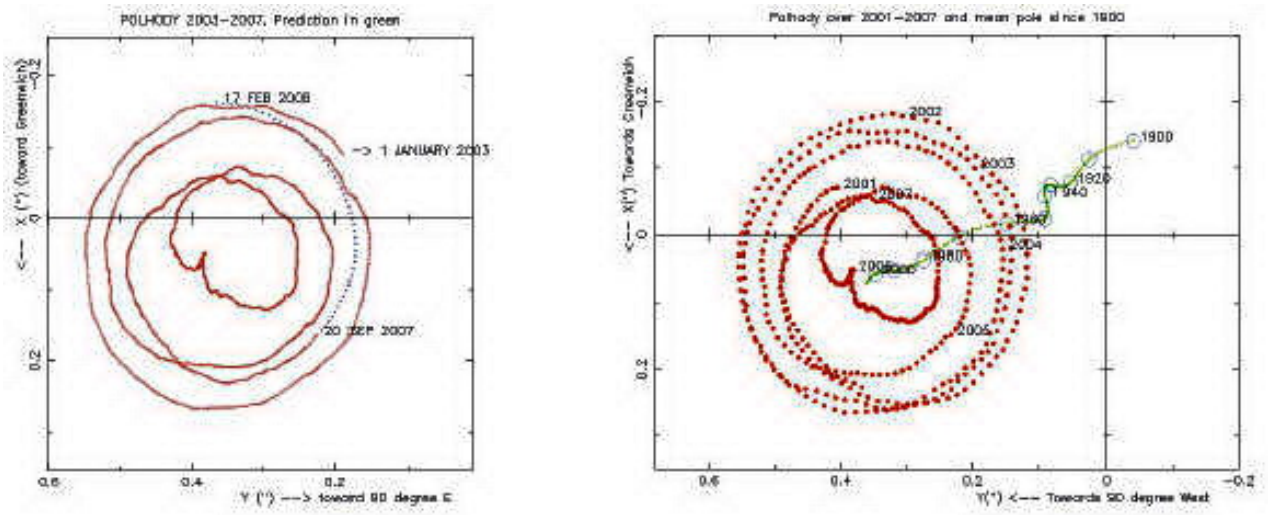


slika 103 Precesija i nutacija Zemljine ose

Osim toga, osa Zemlje nije čak fiksna ni u odnosu na površinu Zemlje. Godine 1884. merenjem tačnog ugla nebeskog severnog pola iznad horizonta, Fridrih Kustner (Friedrich Kustner 1856-1936) utvrdio je da se osa Zemlje ***kreće*** u odnosu na zemljinu koru, kao što je Besel predpostavljao 40 godina ranije. Kao posledicu Kustnerovog otkrića oformljena je Međunarodna Služba geografskih širina (International Latitude Service). Ispostavilo se da je Kustner otkrio da se ***polarno kretanje*** sastoji od tri komponente: malog linearnog skretanja – još uvek nerazumljivog – godišnjeg eliptičkog kretanja usled sezonske promene u vazduhu i vodenim masama i od kružnog kretanja[1] sa periodom od oko 1.2 godine usled promena pritiska na dnu okeana. Prakrično, Severni pol de kreće sa amplitudom od oko 15 m oko centralnog srednjeg položaja (***Ref. 120***), kao što je prikazano na ***slici 105***. Takođe su izmerene i varijacije u kraćim vremenskim intervalima usled lokalnih promena atmosferskog pritiska, do promene meteoroloških promena i plima i oseka. (***Ref. 121***) Velika preciznost GPS sistema moguća je samo uz pomoć tačnog položaja ose Zemlje; i samo uz ovo poznavanje može veštački satelit da se vodi do Marsa ili ostalih planeta. Detalji o kretanju Zemlje proučeni su uz veliku detaljnost. ***Tabela 25*** daje pregled znanja i preciznosti koji su danas na raspolaganju.

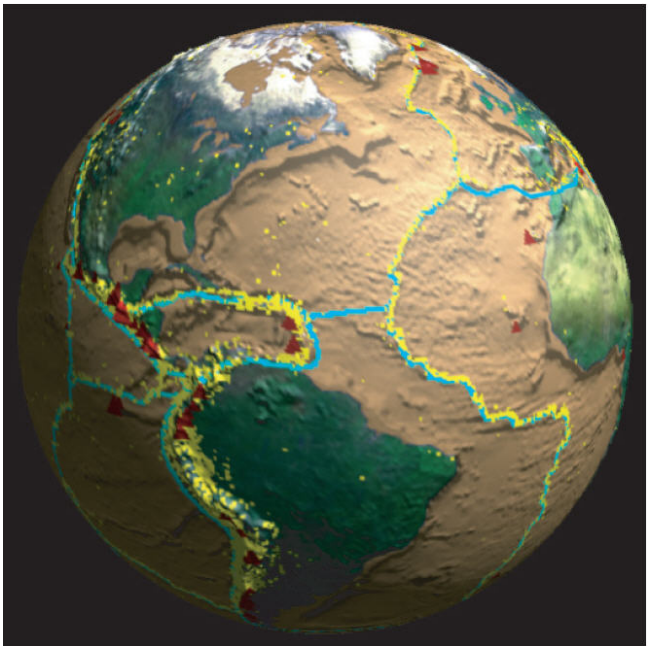
Slika 104 Precesija čigre (mpg film © Lucas Barbosa)

[1] Kružno kretanje, klaćenje, predvideo je veliki švajcarski matematičar Leonard Ojler (Leonhard Euler, 1701-1783). U odvratnoj priči, koristeći se Ojlerovim i Beselovim previđanjima i podacima Kustnera, Set Čendler (Seth Chandler) je 1891. godine tvrdio da je on otkrio kružnu komponentu.



slika 105 Kretanje Severnog pola od 2003. do 2007. uključujući predviđanje za 2008 (levo) i srednji položaji od 1900. (desno) – budući da je 0,1 lučne sekunde oko 3, 1 m na površini Zemlje – nisu prikazane dnevna i poludnevna odstupanja u delovima lučnih milisekundi usled plima i oseka. (sa veb strane hpiers.obspm.fr/eop-pc/index.php)

Godine 1912. meteorolog i geofizičar Alfred Vegener (Alfred Wegener, 1880-1930) otkrio je još jedno veće delovanje. Posle proučavanja oblika kontinentalnih ploča i geoloških slojeva na obe strane Atlantika, on je predpostavio da se kontinenti ***kreću***, i da su oni samo delovi jedinstvenog kontinenta koji se raspao pre 200 miliona godina.[1] Uprkos početnim ismejavanjima širom sveta, Vegenerova otkrića su bila tačna. Savremena satelitska merenja, prikazana na ***slici 106***, potvrđuju taj model. Na primer, američki kontinent udaljava se od evropskog za oko 10 mm svake godine. Postoje takođe nagađanja da je ta brzina možda u prošlosti bila i veća. Način da se to proveri je da se pogleda magnetizam sedimentnih stena. U današnje vreme je to još uvek vrhunska tema istraživanja. Praćenjem savremene verzije modela, nazvanog ***tektonske ploče***, kontinenti (gustine $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3) plove po tečnom omotaču Zemlje (gustine $3{,}1 \cdot 10^3$ kg/m^3) kao komadi plute po vodi, a konvekcija unutar omotača omogućava pokretački mehanizam za kretanje. (***Ref. 122***) i (***Vol. III, strana 163***).



slika 106 Kontinentalne ploče su premet tektonskih kretanja (HoloGlobe project, NASA).

[1] Na ovom prastarom kontinentu, nazvanom Gondavana, postojala je velika reka koja je tekla u smeru zapada, od Čada do Gvajakila u Ekvadoru. Posle cepanja kontinenta, ova reka je još uvek tekla na zapad. Kada su se pojavili Andi, voda je zaustavljena, a mnogo miliona godina kasnije, promenila je tok. Danas ta reka teče u smeru istoka i naziva se Amazon.

TA**BELA 25** Savremeni podaci merenja o kretanjima na Zemlji (iz hpiers.obspm.fr/eop-pc/index.php)

Posmatranje	**Simbol**	**Vrednost**
Srednja ugaona brzina Zemlje	Ω	72,921 150 μrad/s
Nazivna ugaona brzina Zemlje (epoha 1820)	Ω_N	72,921 151 467 064 μrad/s
Konvencionalni srednji solarni dan (epoha 1820)	d	86 400 s
Konvencionalni sideralni dan	d_{st}	86 164, 090 530 832 88 s
Odnos konv. srednjeg dana i konv. sideralnog dana	$k = d/d_{st}$	1,002 737 909 350 795
Konvencionalno trajanje zvezdanog (stelarnog) dana	d_{st}	86 164, 098 903 691 s
Odnos konv. sred. solarnog dana i konv. zvezd. dana	$k' = d/d_{st}$	1,002 737 811 911 354 48
Opšta precesija u geografskoj širini	$\boldsymbol{p}$	5,028 792(2) /god
Zakošenost ekliptike (epoha 2000)	ε_o	23°26′21,4119″
Kustner-Čendlerov period u zemaljskim okvirima	T_{KC}	433,1(1,7) d
Sačinikac kvaliteta Kustner-Čendlerovog vrha	Q_{KC}	170
Nutacija slobodnog jezgra u zemaljskim okvirima	T_F	430,2(3) d
Sačinikac kvaliteta nutacije slobodnog jezgra	Q_F	$2 \cdot 10^4$
Astronomska jedinica	AU	149 597 870,691(6) km
Zvezdana godina (epoha 2000)	a_{st}	365,256 363 004 d = = 365 d 5 h 48 min 9,76 s
Tropska godina	a_{tr}	365,242 190 402 d = = 365 d 5 h 48 min 45,25 s
Srednja perioda Meseca	T_M	27,321 661 55(1) d
Ekvatorijalni poluprečnik Zemlje	a	6.378 136,6(1) kn
Prvi ekvatorijalni moment inercije	A	$8{,}0101(2) \cdot 10^{37}$ kgm^2
Geografska dužina glavne ose inercije A	λ_A	-14,9221(10)°
Drugi ekvatorijalni moment inercije	B	$8{,}0103(2) \cdot 10^{37}$ kgm^2
Aksijalni moment inercije	C	$8{,}0365(2) \cdot 10^{37}$ kgm^2
Spljoštenost Zemlje	f	1/298,25642(1)
Astronomska dinamička spljoštenst Zemlje	$h = (C - A)/C$	0.003 273 794 9(1)
Geofizička dinamička spljoštenst Zemlje	$e = (C - A)/A$	0.003 284 547 9(1)
Dinamička spljoštenost jezgra Zemlje	e_f	0,002 646(2)
Član drugog reda gravitacijskog potencijala Zemlje	$J_2 = -(A+B-2C)/(2MR^2)$	$1{,}082\ 635\ 9(1) \cdot 10^{-3}$
Sekularni odnos J_2	dJ_2/dt	$-2{,}6(3) \cdot 10^{-11}$/god
Nulti broj (meri oblik distorzije plime i oseke)	k_2	0,3
Sekularni nulti broj	k_s	0,9383
Srednja ekvatorijalna gravitacija	g_{eq}	9,780 3278(10) m/s^2
Geocentrična konstanta gravitacije	GM	3.986 004 418(8) · 1014 m^3/s^2
Heliocentrična konstanta gravitacije	$GM_\odot$	1.327 124 420 76(50) · 10^{20} m^3/s^2
Odnos masa Meseca i Zemlje	μ	0,012 300 038 3(5)

DA LI SE ZEMLJA KREĆE?

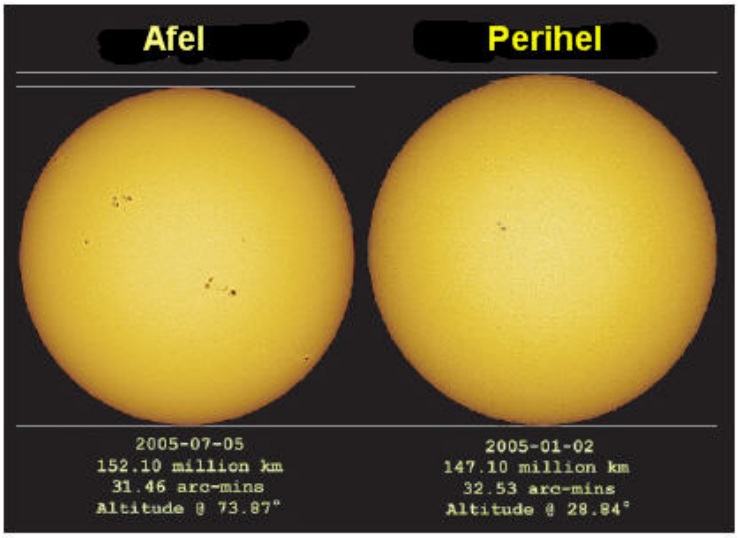
Centar Zemlje ne miruje u svemiru. U trećem veku pne Aristarh sa Samosa smatrao je da se Zemlja obrće oko Sunca. Eksperiment, kao što je onaj sa ***slike 107***, potvrdio je da je orbita elipsa. Međutim, osnovna teškoća heliocentričnog sistema je što zvezde izgledaju isto tokom svih godina. Kako je to moguće ako se Zemlja obrće oko Sunca? Rastojanje između Zemlje i Sunca bilo je poznato još od 17. veka, ali je tek 1837 Fridrih Vilhelm Besel (Friedrich Wilhelm Bessel[1]) postao prvi koji je posmatrao ***paralaksu*** zvezda. To je bio rezultat ekstremno pažljivih merenja i kompleksnih izračunavanja: on je otkrio ***Beselove funkcije*** da bi mogao da ih sprovede. On je bio sposoban da otkrije zvezdu 61 u sazvežđu Labud, čiji se prividan položaj menja tokom meseci u godini. Posmatrana tokom cele godine, ova zvezda opisuje malu elipsu na nebu sa

[1] Fridrih Vilhelm Besel (Friedrich Wilhelm Bessel, 1784-1846) vestfalijski astronom koji je napustio uspešnu poslovnu karijeru da bi svoj život posvetio zvezdama i postao vodeći astronom svog vremena.

otvorom od 0,588″ (ovo je savremena mera). Posle pažljivog odstranjivanja svih drugih mogućih objašnjenja, on je zaključio da je promena položaja bila usled kretanja Zemlje oko Sunca, kada se posmatra sa udaljene zvezde. Iz veličine elpse on je odredio da je rastojanje do zvezde 105 Pm ili 11,1 svet.god. (***Izazov 259s***).

Besel se prema tome prvi put, dosetio kako da izmeri rastojanje do zvezde. Učinivši to on je takođe dokazao da Zemlja nije nepokretna u odnosu na zvezde na nebu. Kretanje Zemlje nije bilo iznenađenje. To je potvrdilo rezultat pomenute aberacije svetlosti, koju je otkrio 1728 Džems Bredli (James Bradley[1]) i o njoj će biti reči u daljem tekstu. (***Vol. II, strana 18***). Kada se posmatra sa neba, Zemlja se zaista obrće oko Sunca.

Sa poboljšanjem teleskopa, bila su otkrivena i ostala kretanja Zemlje. Godine 1748. Džems Bredli je najavio da postoje male redovne ***promene*** u precesiji, koje je nazvao ***nutacija***, sa periodom od 18,6 godina i ugaonom amplitudom od 19,2″. Nutacija se pojavljuje pošto ravan orbite Meseca oko Zemlje nije u potpunosti ista kao i ravan Zemljine orbite oko Sunca. Jeste li u stanju da potvrdite da ta situacija proizvodi nutaciju? (***Izazov 260e***)



slika 107 Ugaona veličina Sunca se menja usled kretanja Zemlje po elipsi (© Anthony Ayiomamitis).

Astronomi su takođe otkrili da se nagib od 23,5° - ili ***zakošenost*** – zemljine ose, ugao između njenog sopstvenog i njenog orbitalnog momenta količine kretanja, zapravo menja od 22,1° do 24,5° u periodu od 41.000 godina. Ovo kretanje nastaje usled privlačenja od strane Sunca i odstupanja oblika Zemlje od oblika lopte. Godine 1941., za vreme Drugog svetskog rata, srpski astronom Milutin Milanković (1879-1958) povukao se u samoću i objasnio posledice. U svojim proučavanjima on je otkrio da ovaj period zakošenosti od 41.000 godina, uz srednji period od 22.000 godina usled precesije[2] daju razloge za više od 20 ***ledenih doba*** u poslednjih 2 miliona godina. Ovo se događa usled jačeg ili slabijeg ozračenja polova od strane Sunca. Promena količine istopljenog leda tada dovodi do promene srednje temperature. Poslednje ledeno doba je imalo svoj vrhunac pre oko 20.000 godina i završilo se pre oko 11.800 godina; sledeće je još uvek jako daleko. Spektakularna potvrda o odnosu ciklusa ledenih doba i astronomije dobila se merenjem stepena izotopa kiseonika u ledenoj kori i sedimentima mora. što je omogućilo da se prate srednje temperature tokom proteklih milion godina. (***Ref. 123***). Slika 110 prikazuje koliko su povezane temperature koje prate promene ozračenja usled promene zakošenosti i precesije.

Zemljina orbita takođe menja svij ***ekcentricitet*** sa vremenom, od savršeno kružne do blago ovalne i nazad. Međutim, to se događa na vrlo kompleksam način, ne po pravilima periodičnosti, a to je usled uticaja velikih planeta sunčevog sistema na orbitu Zemlje. Tipična vremenska razmera je od 100.000 godina do 125.000 godina.

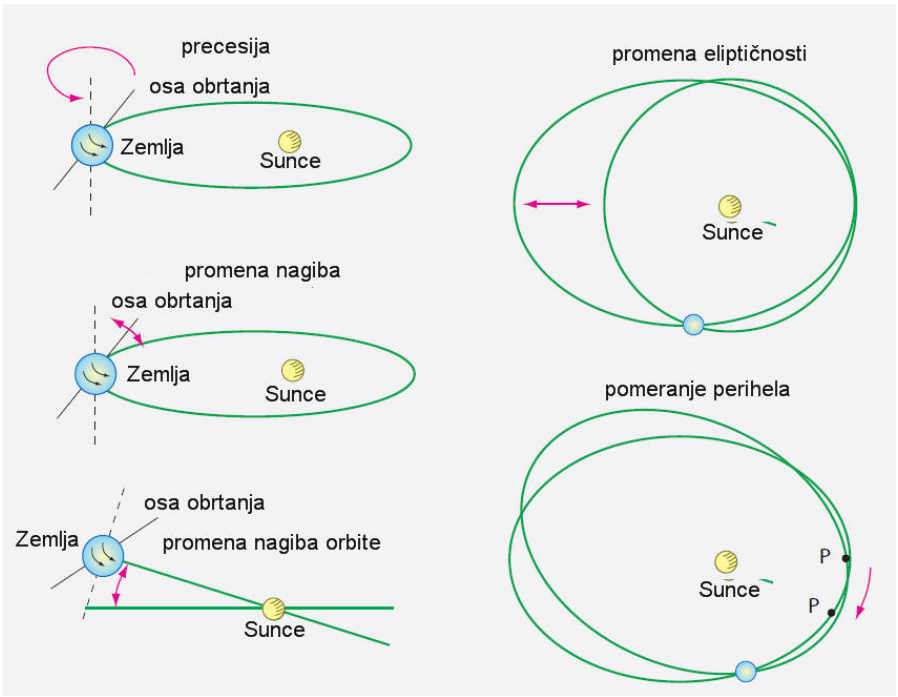
---

[1] Džejms Bredli (James Bradley, 1693-1762) engleski astronom. On je bio jedan od prvih astronoma koji su rezumeli vrednost precizih merenja i temeljno je modernizovao Griničku opservatoriju. Otkrio je aberaciju svetlosti, otkriće koje je pokazalo da se Zemlja kreće što mu je takođe omogućilo da izmeri brzinu svetlosti; on je takođe otkrio i nutaciju Zemlje.

[2] Zapravo, period precesije od 28.000 godina donosi i tri perioda ozračenosti, 23.700, 22.400 i 19.000 godina, usled međusobnog delovanja precesije i pomeranja perihela.

Osim toga, orbita Zemlje menja ***nagib*** u odnosu na orbite ostalih planeta; izgleda da se to događa pravilno svakih 100.000 godina. U tim periodu nagib se menja od +2,5° do -2,5° i obratno.

slika 108 Fridrih Vilhelm Besel (1784–1846).

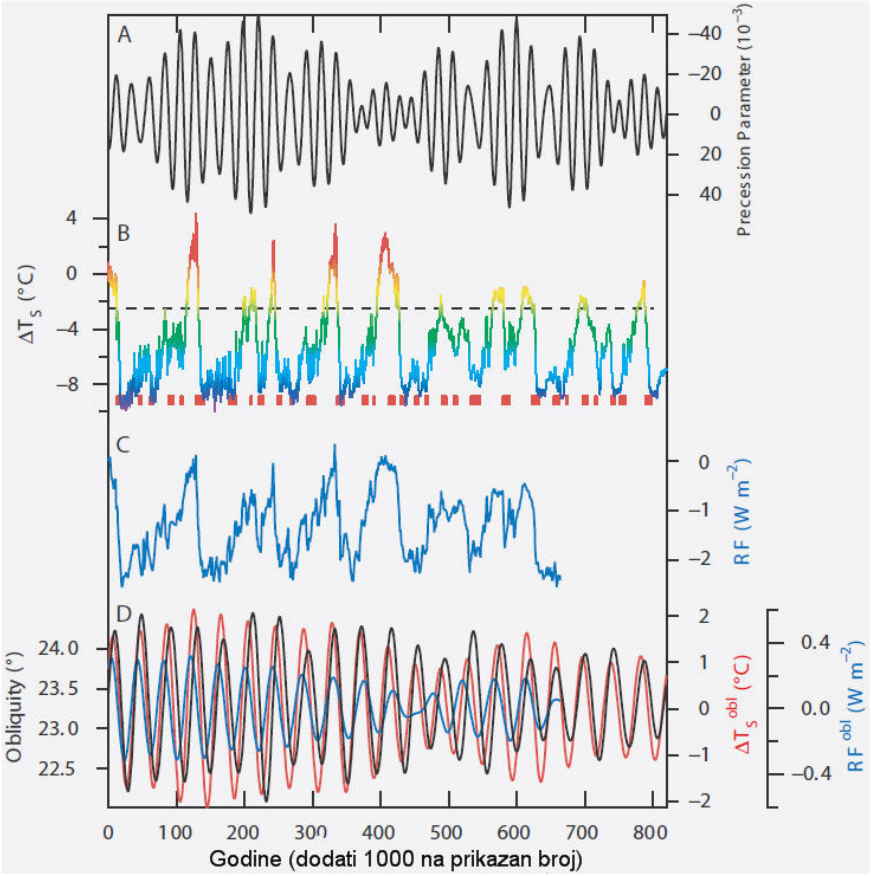


slika 109 Promene u kretanju Zemlje oko Sunca, kako izgledaju različitim posmatračima izvan ravni orbite

Čak se i smer u kojem je usmerena elipsa menja sa vremenom. Ovaj takozvani ***pomeranje perihela*** je većim delom usled delovanja ostalih planeta; manji preostali deo biće važna tema u odeljku o opštoj teoriji relativnosti. Pomeranje perihela Merkura bio je prvo deo podataka koji su potvrdili teoriju Ajnštajna.

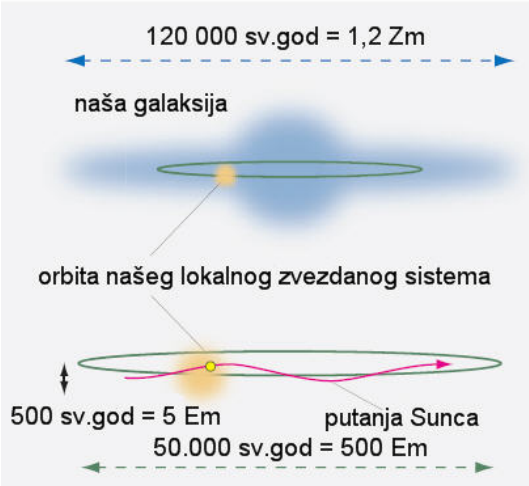
Očigledno, dužina godine se takođe menja sa vremenom. Izmerena odstupanja su reda nekoliko delova od 10^{11} ili oko 1 ms godišnje. Međutim, poznavanje ovih promena i njihovih uzroka mnogo manje su detaljni no što su promene u obrtanju Zemlje.

U sledećem koraku treba postaviti pitanje da li se i samo Sunce kreće? U stvari, kreće se. Lokalno, ono se kreče brzinom od 19,4 km/s prema sazvežđu Herkules. To je pokazao 1783. godine Vilijam Heršel (William Herschel). Ali globalno, njegovo kretanje je još interesantnije. Prečnik galaksije je najmanje 100.000 svetlosnih godina, a mi smo od centra udaljeni 26.000 svetlosnih godina. (To je poznato od 1918. godine; centar galaksije se nalazi u pravcu Strelca.) Na našem položaju galaksija je debljine 1.300 svetlosnih godina; trenutno, mi se nalazimo 68 svetlosnih godina "iznad" centralne ravni. (***Ref. 124***). Suncu, a sa njim i sunčevom sistemu, potrebno je 225 miliona godina da se jednom obrne oko centra galaksije, tako da bi njegova orbitalna brzina iznosila oko 220 km/s. Izgleda da će Sunce nastaviti da se udaljava od ravni galaksije sve dok ne bude iznad ravni oko 250 svetlosnih godina, a onda će krenuti nazad, kao što je prikazano na ***slici 111***. Procenjen period oscilovanja je oko 62 miliona godina, i on je naveden kao mehanizam za masovno istrebljenje životinjskog sveta na Zemlji, verovatno što se na putanji susretne nekakav oblak gasa ili nekakav izvor radioaktivnog zračenja. Ovo pitanje je još uvek vruća tema istraživanja.



slika 110 Savremena merenja pokazuju kako Zemljin parametar precesije (crna kriva A) i ukošenost (crna kriva D) utiču na srednju temperaturu (kriva u boji B) i ozračenost Zemlje (plava kriva C) u proteklih 800.000 godina: zakošenost izvedena Furijeovom analizom iz podataka ozračenosti RF (plava kriva D) i zakošenost izvedena Furijeovom analizom temperature (crvena kriva D), odgovaraju zakošenosti poznatoj iz astronomskih podataka (crna kriva D); događaji jake hladnoće dogode se uvek kada zakošenost raste, a parametar precesije se smanjuje (crvene oznake ispod krive temperature) (© Jean Jouzel/Science iz ***Ref. 123***)

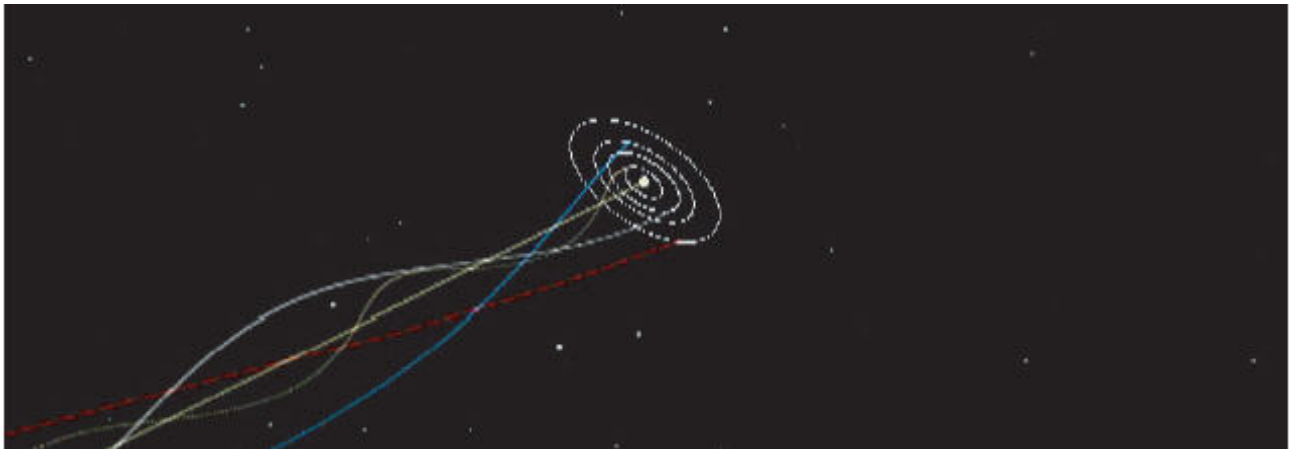
Kretanje Sunca oko centra galaksije Mlečni Put znači da planete u sunčevom sistemu mogu da se posmatraju kao da prave spirale oko sunca. ***Slika 112*** prikazuje njihovu spiralnu putanju. Mi se obrćemo oko centra galaksije pošto se obrazovanje galaksije, isto kao i sunčevog sistema, uvek događa u vrtlogu. Uzgred. možete li da potvrdite iz vašeg ličnog opažanja da se i sama naša galaksija obrće? (***Izazov 261s***)



slika 111 Kretanje Sunca u galaksiji

Konačno, možemo se upitati da li se i sama galaksija kreće. Njeno kretanje može zaista da bude posmatrano pošto je moguće dati vrednost za kretanje Sunca kroz svemir, definisanog kao kretanje naspram radijacije iz pozadine. Ova vrednost je izmerena i ona je 370 km/s. (***Ref. 125***). (Brzina Zemlje

preko zračenja iz pozadine naravno da zavisi od godišnjeg doba.) Ova vrednost je kombinacija kretanja Sunca oko galaksije i kretanja same galaksije. Ovo poslednje kretanje je usled gravitacionog privlačenja od drugih, bližih galaksija u našem lokalnom jatu galaksija.[1]



slika 112 Spiralno kretanje prve četiri planete oko putanje koju prati Sunce tokom putovanja oko centra Mlečnog puta. Smeđa – Merkur, bela – Venera, plava – Zemlja i crvena – Mars. (QuickTime film © Rhys Taylor na veb strani www.rhysy.net).

Kao zaključak, Zemlja se zaista kreće, a to čini na zaista kompleksan način. Kao što bi rekao Anri Poenkare (Henri Poincare), ako smo danas na nekom određenom mestu, recimo u Panteonu u Parizu, i dođemo sutradan na to isto mesto u isto vreme, mi smo se ustvari udaljili 31 milion kilometara. Ovakvo stanje stvari moglo bi da učini jako teškim putovanje kroz vreme čak i kada bi bio moguće (što nije); uvek kada se vratite u prošlost, vi biste morali da dođete tačno u staru tačku!

DA LI JE BRZINA APSOLUTNA? – SVAKODNEVNA TEORIJA RELATIVNOSTI.

Zbog čega mi ne osećamo sva ta kretanja Zemlje? Dva dela odgovora bila su data već 1832. godine. Pre svega, kako je objasnio Galilej, mi ne osećamo ubrzanja Zemlje pošto su efekti koje izazivaju isuviše mali da bi bili otkriveni našim čulima. Zaista, mnogi od pomenutih ubrzanja izazivaju efekte koji se mogu izmeriti samo u eksperimentima visoke tačnosti, na primer u atomskom časovniku. (***Vol. II, strana 123***).

Ali sledeća tačka na koju je ukazao Galilej podjednako je bitna: nemoguće je osetiti veliku brzinu kojom se krećemo. Mi ne osećamo translatorno kretanje bez ubrzanja, zbog toga što je to nemoguće ***u načelu.***. Galilej je raspravljao o ovom pitanju upoređujući zapažanja dva posmatrača: jednog na Zemlji a drugog na najmodernijem transportnom sredstvu bez ubrzanja iz tog vremena, na brodu. Galilej je pitao da li čovek na zemlji i čovek na bodu koji se kreće stalnom brzinom doživljavaju (ili "osećaju") različite stvari. Ajnštajn je koristio posmatrače u tramvaju. Kasnije je postalo moderno da se koriste putnici u raketi. (Šta je sledeće?) (***Izazov 262e***). Galilej je objasnio da samo ***relativne*** brzine između tela izazivaju efekte, ali ne i apsolutne vrednosti brzina. Za čula i za sva merenja važi:

- Ne postoji razlika između stalnih, neometanih kretanja, ma kako bi bila brza, i mirovanja. Stoga se ovo naziva ***Galilejev princip relativnosti***.

Zaista, u svakodnevnom životu mi kretanje osećamo samo ako transportno sredstvo podrhtava (ili ako ubrzava), ili ako se krećemo nasuprot vazduhu. Prema tome Galilej je zaključio da dva posmatrača u pravolinijskom i neometanom kretanju jedan u odnosu na drugog ne mogu da kažu ko se "zaista" kreće. Bez obzira na njihove relativne brzine, nijedan od njih ne "oseća" kretanje.

Mirovanje je relativno. Ili još jasnije: mirovanje je pojam koji zavisi od posmatrača. Ovaj rezultat Galilejeve fizike je tako važan da je Poenkare uveo izraz "teorija relativnosti", a Ajnštajn izričito ponovio načelo kada je objavio svoju čuvenu specijalnu teoriju relativnosti. Međutim, ovaj naziv je nespretan.

[1] Ovo je otprilike kraj lestvi. Treba zapaziti da širenje svemira, kojeg ćemo proučiti kasnije, ne uzrokuje nikakvo kretanje.

Galilejeva fizika je takođe teorija relativnosti! Relativnost mirovanja ja tajednička za ***sve*** fizike, ona je samo jedan poseban slučaj kretanja[1].

Kao zaključak, neometano ili jednolično kretanje nema efekata koji mogu da se zapaze; zapažaju se samo ***promene***. Brzina ne može da se osetiti; ubrzanje može. Kao rezultat, svaki fizičar može zaključiti nešta jednostavno o sledećem iskazu Vitgenštajna (Wittgenstein):

> *"Daß Die Sonne morgen augehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir wissen nicht, ob sie augehend wird."*[2]

Iskaz je ***pogrešan***. Možete li objasniti zašto je Vitgenštein ovde pogrešio, uprkos njegovoj jakoj želji da to ne čini? (***Izazov 263s***).

DA LI JE OBRTANJE RELATIVNO

Kada se naglo obrnemo, naše ruke se podignu. Zbog čega se to događa? Kako naše telo otkriva da li se obrće ili ne? Postoje dva moguća odgovora. Prvi prilaz, kojeg je promovisao Njutn, je da se kaže da postoji apsolutni prostor; uvek kada se obrćemo unutar tog prostora, sistem reaguje. Drugi odgovor je da se zapazi kako uvek kada se ruke podignu zvezde se takođe obrnu, i to na tačno isti način. Drugim rečima, naše telo oseća obrtanje zato što se krećemo nasuprot rasporeda srednje mase u prostoru.

Najviše citirana rasprava o ovom pitanju potiče od Njutna. Umesto ruku, on je istraživao vodu u kofi koja se obrće. U kofi koja se obrće, vodena površina formira udubljen oblik, dok je u kofi koja se ne obrće površina vode ravna. Njutn se upitao zbog čega to nastaje. Kao i uvek za filozofska pitanja, Njutnov odgovor je vođen misticizmom pokrenutog ranom smrti njegovog oca. Njutnovo viđenje apsolutnog prostora kao mistični i religiozni koncept i nije bio baš spreman da zamisli alternativu. Njutn je zato video obrtanje kao ***apsolutni*** tip kretanja. Većina savremenih naučnika ima manje ličnih problema i više zdravog razuma nego li Njutin; kao rezultat je današnja saglasnost da efekti obrtanja nastaju usled rasporeda masa u prostoru:

- obrtanje je relativno.

Teorija opšte relativnosti i brojni eksperimenti velike preciznosti potvrđuju ovaj zaključak.

---

[1] Godine 1632., u svojim *Dijalozima (Dialogo)* Galilej je zapisao: "Zatvorite se sa nekoliko prijatelja u glavnu kabinu ispod palube nekog velikog broda, i ponesite sa sobom nekoliko muva, leptira i drugih malih letećih životinja. Uzmite veliku posudu sa nekoliko riba u njoj; obesite bocu koja se prazni kap po kap u široki sud ispod nje. Dok brod bude stajao posmatrajte pažljivo kako male životinje lete istom brzinom na sve strane kabine. Ribe plivaju nezavisno u svim smerovima, kapi padaju u sud ispod; pri bacanju nečeg ka vašem prijatelju, nećete morati to da bacite jače u jednom smeru nego li u drugom. rastojanja će biti jednaka: skočite sa obe noge, preći ćete isti prostor u svakom smeru. Kada sve te stvari pažljivo osmotrite (iako ne postoji sumnja da dok brod stoji sve to mora da se dogodi na taj način), neka brod krene bilo kojom brzinom koju želite, tako dugo dok je kretanje jednolično i da se ne koleba ni na koji način, nećete otkriti ni najmanju promenu u svim navedenim efektima, niti možete reći bilo kojem od njih da li se brod kreće ili stoji u miru. Prilikom skoka vi ćete preći isti prostor na podu kao i pre, niti ćete napraviti duži skok u pravcu krme nego li u smeru pramca iako se brod kreće mnogo brže, uprkos činjenici da se u vreme dok ste bili u vazduhu pod ispod vas kretao u smeru suprotnom od vašeg skoka. U bacanju nečeg ka vašem prijatelju, neće vam biti potrebna veća sila da dobacite to do njega, bez obzira da li je on u smeru krme ili pramca, ili se vi nalazite nasuprot. Kapljice će padati kao i pre u sud ispod bez skretanja ka krmi, iako će brod preći više dužina dok je kapljica u vazduhu. Ribe u njihovoj vodi će plivati ka prednjem delu posude bez povećanog naprezanja nego li pri plivanju nazad, a uzimaće istom lakoćom mamce postavljene bilo gde po obodu posude. Konačno, leptiri i muve će nastaviti svoj let nezavisno u svim smerovima, niti će se dogoditi da se nagomilaju u smeru krme, kao da su se umorili od suprostavljanja kursu broda, zbog kojeg bi bili izdvojeni tokom dugog perioda održavanja u vazduhu. Ako bi se stvorio dim paljenjem malo tamjana, videlo bi se da se diže uvis u vidu malog oblaka, pri čemu miruje i nebi se kretao prema jednoj ili drugoj strani. Uzrok svim ovim predstavljanjima efekata je činjenica da je kretanje broda zajedničko za sve stvari koje se na njemu nalaze, takođe i za vazduh. Zbog toga sam kazao da treba da budete ispod palube; kada bi se ovo događalo gore, na otvorenom vazduhu, koji nebi morao ni da prati kurs broda, mogli biste da zapazite više ili manje razlika u nekim nabrojanim efektima." (Nepoznati prevodilac)

[2] "Da će Sunce izaći sutra, to je hipoteza; a to znači da mi ***ne znamo*** da li će izaći." Ova dobro poznata izreka se nalazi kod Ludviga Vitgenštajna, *Tractatus,* 6.36311

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O RELATIVNOSTI

Kada putujete vozom, možete proveriti Galilejev stav o svakodnevnoj reletivnosti kretanja. Zatvorite oči i zamolite nekoga da vas obrne nekoliko puta; jeste li posle toga u stanju da kažete u kom smeru ide voz? (***Izazov 264e***).

* * *

Tačna vaga u kupatilu, koja se koristi za određivanje težine tela, neće pokazivati istu težinu kada stajete na nju i kada stojite nepomično. Zašto ne? (***Izazov 265s***).

* * *

Ako top postavljen na ekvator ispali projektil vertikalno, gde će projektil pasti? (***Izazov 266s***).

* * *

Zašto je većina mesta za lansiranje raketa u blizini ekvatora? (***Izazov 267s***).

* * *

Na ekvatoru je brzina obrtanja zemlje 464 m/s ili oko 1,4 Mach; poslednje znači da je 1,4 puta brža od zvuka. Ovo supersonično kretanje ima dve zanimljive posledice.

Pre svega, brzina rotacije određuje veličinu tipičnih meteoroloških fenomena. Ova veličina, takozvani ***Rosbijev poluprečnik***, određen je brzinom zvuka (ili nekom drugom specifičnom brzinom) podeljen sa dvostrukom vrednošću lokalne brzine obrtanja i pomnožen poluprečnikom Zemlje. Na srednjim geografskim širinama Rosbijev poluprečnik iznosi oko 2000 km. To je prilično veliki razlomak poluprečnika Zemlje, tako da je u određeno vreme na Zemlji prisutno samo nekoliko velikih meteoroloških sistema. Ako bi se Zemlja obrtala sporije, meteorološki uslovi bi bili određeni kratkotrajnim, lokalnim tokovima i nebi imali opštih pravilnosti. Ako bi se Zemlja obrtala brže, meteorološki uslovi bi bili mnogo više nasilni – kao na Jupiteru – ali bi manji Rosbijev poluprečnik uticao da velike meteorološke strukture imaju ogromno trajanje, kao što je slučaj sa crvenom mrljom na Jupiteru, koja traje već nekoliko vekova. U tom smislu, obrtanje Zemlje ima brzinu koja obezbeđuje najinteresntniju meteorologiju.

Druga posledica ove vrednosti brzine obrtanja Zemlje odnosi se na debljinu atmosfere. Brzina od 1,0 Mah je takođe, grubo rečeno, termička brzima molekula vazduha. Ova brzina je dovoljna da molekul dostigne karakterističnu visinu atmosfere od oko 6 km. S druge strane, brzina obrtanja Zemlje Ω određuje njeno odstupanje h od sferičnosti: Zemlja je spljoštena, kao što je već rečeno. (***strana 109***). Grubo rečeno, mi imamo $g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \Omega^2 \cdot R^2$, ili oko 12 km. (To je tačno sa 50%, stvarna vrednost je 21 km.) Prema tome nalazimo da brzina obrtanja Zemlje podrazumeva da se njena spljoštenost može uporediti sa debljinom atmosfere

* * *

Koriolisovo ubrzanje utiče na reke i njihove obale, Ovaj iznenađujući spoj je napravio Karl Ernest fon Ber 1860. godine koji je primetio da u Rusiji više reka koje teku ka severu, u ravnici imaju desnu obalu strmu i visoku, a levu obalu nisku i ravnu. (Možete li da objasnite detaljno?) (***Izazov 268e***). On je isto tako otkrio da reke koje teku u južnoj hemisferi imaju suprotan efekt.

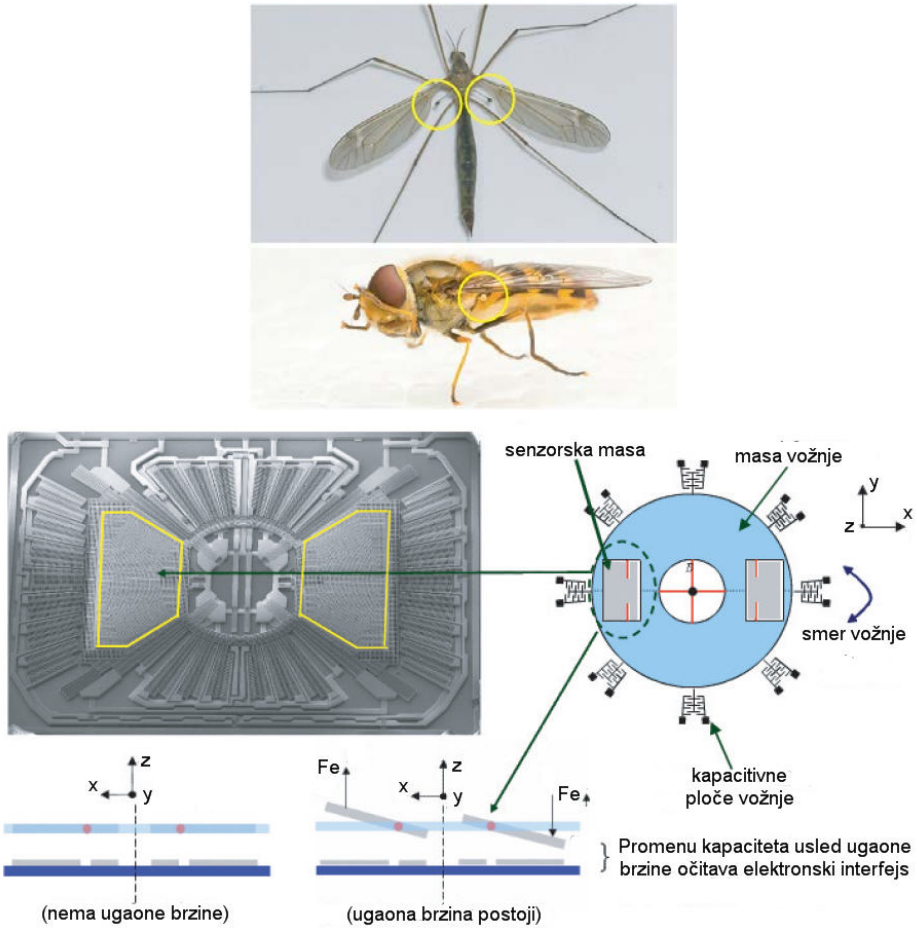
* * *

Koriolis efekt spasava živote i pomaže ljudima. Ustvari, on ima važnu primenu u sistemima navigacije; tipična primena je prikazana na ***slici 113***. Insekti koriste vibriranje masa da bi stabilizovali svoju orijentaciju, da odrede svoj smer putovanja i da pronađu svoj put. Većina insekata dvokrilaca, ili diptera, koriste ***vibracione haltere*** za navigaciju: posebno ih koriste pčele, konjske muve, osolike muve i dugonogi komarci. Drugi insekti, kao što su moljci, koriste za navigaciju ***vibracione antene***. Automobili, sateliti, mobilni telefoni, modeli helikoptera sa daljinskim upravljanjem i igre na računarima isto tako koriste male vibrirajuće mase kao senzore za orijentaciju i navigaciju, na sasvim isti način kako to čine insekti.

Kod svih ovih upotreba za navigaciju, jedna ili više malih masa prave vibraciju; ako sistem na kome su postavljeni skrene, promena orijentacije dovodi do Koriolisovog efekta. Efekt se meri otkrivanjem posledične promene geometrije; promena, a prema tome i jačina signala, zavisi od ugaone brzine i njenog smera. Takvi senzori za za orijentaciju se stoga nazivaju ***Koriolisovi žiroskopi***. Njihov razvoj i proizvodnja su značajan posao za visoku tehnologiju – i za biološku evoluciju.

* * *

Bogata i domišljata stranka zahtevala je od arhitekte da joj isplanira i izgradi kuću koja će imati sve zidove obrnute jugu. Kako je arhitekt realizovao ovaj zahtev? (***Izazov 269e***).



slika 113 Korišćenje Koriolisovog efekta kod insekata – prikazan je dugonogi komarac i osolika muva – i u mikroelektromehaničkom sistemu (veličine nekoliko mm); svi dobijaju signal navigacije iz sistema koji im je dodat (© Pinzo, Sean McCann, ST Microelectronics)

* * *

Da li bi putovanje kroz interplanetarni prostor bilo zdravo? Ljudi često fantaziraju o dugim putovanjima kroz svemir. Eksperimenti su pokazali da tokom putovanja koja dugo traju najveće opasnosti predstavljaju kosmička radijacija, slabljenje kostiju, degeneracija mišića i psihološki problemi. Mnogi medicinski eksperti dovode u pitanje svemirska putovanja koja bi trajala duže od nekoliko godina. Druga opasnost su ubrzane opekotine od Sunca, bar u blizini Sunca i izlaganje vakuumu. Do sada je samo jedan čovek bio izložen vakuumu bez zaštite. On je izgubio svest posle 14 sekundi, ali je preživeo bez posledica. (***Ref. 126***).

* * *

U kom smeru će se nagnuti plamen ako gori u tegli na ravni koja se obrće? (***Izazov 270s***).

* * *

Galilejev princip svakodnevne relativnosti kaže da je nemoguće odrediti apsolutnu brzinu. Takođe je nemoguće orediti apsolutni položaj, apsolutno vreme i apsolutni smer. Da li je ovo tačno? (***Izazov 271s***).

* * *

Da li postoji ***centrifugalno ubrzanje***? Mnogi studenti na univerzitetima dožive šok u susretu sa predavačem koji kaže da ne postoji, pošto je to "fiktivna" veličina, suočeno sa onim što se doživljava svakog dana u automobilu kada se vozi kroz krivinu. Jednostavno, tražite od predavača koji to negira da objasni "postojanje". (Odrednica koju fizičari obično koriste biće data kasnije.) (***Vol. III, strana 234***). Potom proverite da li definicija važi za pojam i dopunite svoje mišljenje. (***Izazov 272s***).

Bilo da volite pojam "centrifugalno ubrzanje" ili ga izbegavate korišćenjem njegovog negativa, takozvanog ***centripetalnog ubrzanja***, treba da znate kako se ono izračunava. Iskoristićemo prost trik. Za neki objekt koji se kreće po kružnici polukruga r, veličina v brzine $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{x}/dt$, iznosi $v = 2\pi \cdot r/T$. Vektor $\boldsymbol{v}$ se ponaša u vremenu isto kao položaj objekta: on se obrće jednoliko. Prema tome, veličina ubrzanja a centrifugalnog-centrifugalnog ubrzanja $\boldsymbol{a} = d\boldsymbol{v}/dt$ dat je odgovarajućim izrazom, naime $a = 2\pi \cdot v/T$. Ako

eliminišemo *T*, nalazimo da je centrifugalno-centrifugalno ubrzanje *a* za telo koje se obrće brzinom *v* po radijusu *r* dato izrazom:

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r \qquad (36)$$

To je ubrzanje koje osećamo dok sedimo u automobilu koji prolazi kroz krivinu.

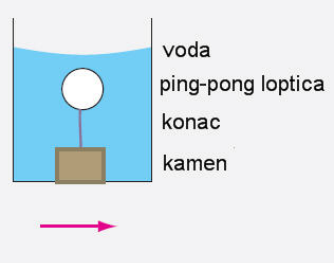
* * *

Kružno kretanje sadrži malo iznenađenje za svakog koji ga pažljivo proučava. Moment količine kretanja je veličina koja ima veličinu i smer. Međutim, to ***nije vektor***, što pokazuje svako ogledalo. Moment količine kretanja tela koje se obrće u ravni paralelnoj sa ogledalom ponaša se na drugačiji način od uobičajene strele: njegova slika u ogledalu nije odraz ako je upereno prema ogledalu! (***Izazov 273e***). Možete jednostavno da proverite sami. Iz tog razloga moment količine kretanja se naziva ***pseudovektor***. (Da li je obrtanje pseudovektor?) (***Izazov 274e***). Ova činjenica nema važnih posledica u klasičnoj fizici; ali treba je imati na umu za kasnije, kada budemo istraživali nuklearnu fiziku. (***Vol. V, strana 181***).

* * *

Koji je najbolji način da se prenese veliki broj punih šolja čaja i da se istovremeno izbegne prosipanje dragocene tečnosti? (***Izazov 275s***).

* * *



slika 114 Kako će se pokrenuti loptica kada se tegla ubrza u smeru strelice?

Loptica za ping-pong je vezana koncem za kamen i sve to je spušteno u teglu sa vodom. Pribor je prikazan na ***slici 114***. Potom se tegla ubrza horizontalno, na primer u automobilu. U kom smeru će se pomeriti loptica? (***Izazov 276s***). Šta zaključujete kada tegla miruje?

* * *

Mesec se udaljava od Zemlje za 3,8 cm godišnje, usled trenja. Možete li da nađete mehanizam koji je odgovoran za ovaj efekt? (***Izazov 277s***).

* * *

Šta je zemljotres? ***Zemljotres*** je samo veliki primer istog procesa zbog kojeg vrata škripe. Kontinentalne ploče odgovaraju metalnim površinama koje spajaju vrata.

Zemljotres može da se opiše kao izvor energije. Rihterova skala je direktno merenje ove energije. ***Rihterova magnituda*** M_s zemljotresa, čist broj, definisan iz energije *E* u Joule iznosi:

$$M_s = \frac{log\left(E/1J\right) - 4{,}8}{1{,}5} \qquad (37)$$

Čudni brojevi u izrazu bili su odabrani da bi se vrednost zemljotresa što je moguće više približilastaroj, kvalitativnoj Merkalijevoj skali (sada se naziva EMS98) kojim su klasificirane jačine zemljotresa. Međutim, ovo nije moguće u potpunosti; najosetljiviji instrumenti danas otkrivaju zemljotrese sa magnitudom od -3. Najveća ikada izmerena vrednost bila je magnituda 10 po Rihteru u Čileu 1960. godine. Magnitude iznad 12 verovatno su nemoguće. Mozete li reći zašto? (***Izazov 278s***).

* * *

Kakvo je kretanje tačke na površini Zemlje koja ima Sunce u zenitu – to jest vertikalno iznad nje – kada se gleda na mapi Zemlje tokom jednog dana? I dan za danom? (***Izazov 279ny***).

* * *

Moment inercije tela zavisi od oblika tela; obično moment količine kretanja i ugaona brzina nisu usmereni u istom smeru. Možete li to da potvrdite primerom? (***Izazov 280s***).

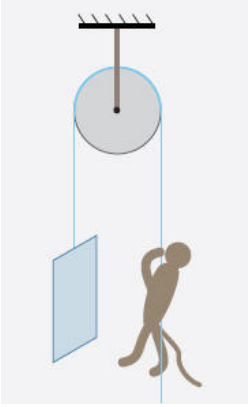
* * *

Može li se dogoditi da satelitski tanjir za geostacionarni TV satelit fokusira sunčeve zrake u prijemnik? (***Izazov 281s***).

* * *

Zašto je teško ispaliti raketu sa aviona u smeru suprotnom od kretanja aviona? (***Izazov 282s***).

* * *



slika 115 Šta će se dogoditi kada majmun počne da se penje?

Majmun visi na konopcu. Konopac je obešen oko točka i vezan za masu iste težine koja visi sa suprotne strane kao što je prikazano na ***slici 115***. Konopac i točak nemaju masu i bez trenja su. Šta će se dogoditi kada majmun počne da se penje uz konopac? (***Izazov 283s***).

* * *

Može li skijaš na vodi da se kreće većom brzinom nego li plovilo koji ga vuče? (***Izazov 284s***).

* * *

Koliki je moment inercije homogene lopte? (***Izazov 285s***).

* * *

Ukupan moment inercije krutog tela određen je vrednostima duž tri glavne ose. Ove vrednosti su jednake za loptu i za kocku. Da li to znači da nije moguće razlikovati loptu od kocke na osnovu njihovih ponašanja u pogledu inercije? (***Izazov 286s***).

* * *

Verovatno vam je poznat "*Dynebee*", ručni žiroskopski uređaj koji može da se ubrza do velikih brzina pravilnim pokretima ruke. Kako to radi? (***Izazov 287d***).

* * *

Moguće je napraviti čigru od metalnih spajalica. Čak je moguće napraviti jedan od onih vrhova koji se obrne prema glavi kada se obrće. Možete li da utvrdite kako? (***Izazov 288s***).

* * *

Da li je istina da Mesec u prvoj četvrti na severnoj hemisferi izgleda kao Mesec u zadnjoj četvrti na južnoj hemisferi? (***Izazov 289s***).

* * *

Impresivna potvrda da je Zemlja lopta može da se vidi pri zalasku Sunca, ako se obrnemo, protivno običnoj navici, leđima ka Suncu. Na istočnom nebu može se videti impresivan rast Zemljine senke. (U stvari, mnoga precizna istraživanja pokazuju da to nije samo Zemljina senka, već senka njene jonosfere) Možete se diviti ogromnoj senci koja raste preko celog horizonta i jasno dobija oblik dela velikog kruga.

* * *

Kako bi ***slika 116*** izgledala ako bi se snimila sa ekvatora? (***Izazov 290s***).

* * *

Precizna merenja pokazuju da se sve planete ne kreću tačno po istoj ravni. Merkur pokazuje najveće odstupanje. Zapravo, nijedna planeta ne kreće se tačno po elipsi, niti po ravni oko Sunca. Skoro svi od ovih efekata su toliko mali i previše složeni da bi se objasnili ovde.

slika 116 Snimci zvezda u noći uz dugačko vreme snimanja – prvi kada je posmatrano ka severu, iznad Gemini teleskopa na Havajima i drugi iznad Alpa na kojoj se vidi zvezdani ekvator sa geostacionarnim satelitim na njemu (© Gemini Observatory/AURA, Michael Kunze).

* * *

Pošto je Zemlja okrugla, postoji mnogo načina da se vozi od jedne tačke na Zemlji do druge duž dela kružnice. Ova sloboda izbora ima interesantne posledice za rukomet i za posmatranje žena. Uzmite loptu za rukomet i pogledajte uvod za vazduh. Ako želite da pomerite uvod u drugi položaj samo pomoću obrtanja, možete odabrati osu obrtanja na mnogo različitih načina. Možete li to da potvrdite? (***Izazov 291e***) Drugim rečima, kada pogledamo u datom pravcu, a zatim poželimo da pogledamo u drugom, oko može da postigne ovu promenu na različite načine. Mogućnost koju odabere ljudsko oko već su je proučavali medicinski naučnici u 18. veku. To je nazvano ***Listingov zakon***.[1] On navodi da sve ose koje odabere priroda leže u jednoj ravni. Možete li da zamislite njihove položaje u prostoru? (***Izazov 292s***). Mnogi ljudi su imali stvarni interes da tačno prate ovaj mehanizam; ako ne, posmatranje žena na plaži moglo bi da uzrokuje da se umrse mišići koji pokreću njihove oči.

NOGE ILI TOČKOVI – PONOVO

Ubrzanje i usporenje standardnog dobro voženog automobila nije nikada veće od 1g = 9,8 m/s^2, ubrzanja nastaju usled gravitacije naše planete. Veća ubrzanja se postižu sa motociklima i trkačkim automobilima putem vešanja koji raspoređuju težinu i upotrebom spojlera, tako da je automobil potisnut nanize više no što iznosi njegova težina. Savremeni spojleri su toliko efikasni u pritiskivanju trkačkih automobila naniže, tako da oni mogu da se voze po svodu tunela, a da ne padnu.

Uz upotrebu specijalnih guma ove sile pritiskivanja se pretvaraju u držač; savremene gume za trke dozvoljavaju ubrzanja napred, nazad i na stranu (neophodnih za povećanje brzine, za kočenja i za savladavanje krivina) za oko 1,1 do 1,3 opterećenja. Inženjeri su nekada verovali da je sačinilac 1 teoretsko ograničenje i to se ograničenje ponekad još uvek može naći u knjigama; ali napredak tehnologije guma, uglavnom uz pametnu upotrebu međuzavisnosti između gume i površine puta kao i mehanizma menjača, dozvolili su imženjerima da postignu ove veće vrednosti. Specijalne gume izrađene da to dopuštaju, koriste se za *dragstere*, ili radiom upravljane modele automobila visokih performansi, takođe dostižu ove vrednosti.

Kako da sva ova dostignuća uporedimo sa našim nogama. Atletičari pri skoku u vis postignu vršno ubrzanje od *2g* do *4g*, gepardi preko *3g*, noćni majmuni više od *13g*, skakavci oko *18g*, a za muve je izmereno da ubrzavaju sa oko *135g*. (***Ref. 127***). Najveće poznato ubrzanje za životinje je ono kod skočibube, malog insekta, koji može da ubrza preko $2000\ m/s^2 = 200g$ skoro isto koliko kuglica iz vazdušne puške pri ispaljivanju. Noge su stoga definitivno efikasnije sredstvo za ubrzanje od točkova – gepard može lako da pobedi bilo koji automobil ili motocikl – a priroda je razvila noge umesto točkova kako bi poboljšala šanse neke životinje u nevolji da se dočepa slobode. Ukratko, noge ***prevazilaze*** točkove.

[1] Ako vas interesuje da naučite detaljnije kako se priroda i oko dovijaju sa kompleksnošću tri dimenzije, pogledajte veb stranice schorlab.berkeley.edu/vilis/whatisLL.htm i www.youtube.com/watch?v=6sDkRFjF3ao.

Postoje i drugi razlozi što se noge koriste umesto točkova. (Možete li navesti neke?) (***Izazov 293s***) Na primer, za razliku od točkova, noge mogu hodati po vodi. Najpoznatiji po ovoj sposobnosti je ***basilisk***,[1] gušter koji živi u Centralnoj Americi i prikazan na ***slici 117***. Ovaj reptil je dugačak do 70 cm i sposoban je da trči po vodenoj površini na svojim zadnjim nogama. Kretanje je proučavano detaljno uz pomoć kamera velike brzine i merenjem uz korišćenje aluminijumskog modela stopala ove životinje. Eksperimenti su pokazali da stopalo koje pljesne po vodi obezbeđuje samo 25% sile potrebne za trčanje po vodi; ostalih 75% se dobija od džepa sabijenog vazduha kojeg basilisk napravi između svog stopala i vode kada mu je noga u vodi. (***Ref. 128***). Ustvari, basilisk hoda uglavnom na vazduhu. (Oba efekta koja koristi basilisk nalaze se takođe u brzoj vožnji kanua.) (***Ref. 129***). Izračunato je da bi čovek bio isto tako sposoban da hoda po vodi kada bi bilo moguće da stavlja noge u vodu brzinom od 100 km/h i da koristi istovremeno fizičku snagu 15 sprintera. Pravi podvig za sve one koji će ikad to učiniti.

slika 117 Gušter basilisk (*Basiliscus basiliscus*) trči po vodi uz ukupnu dužinu noge od 25 cm, pokazujući kako nogu kojom se odbacuje stavlja u vodu (© TERRA).

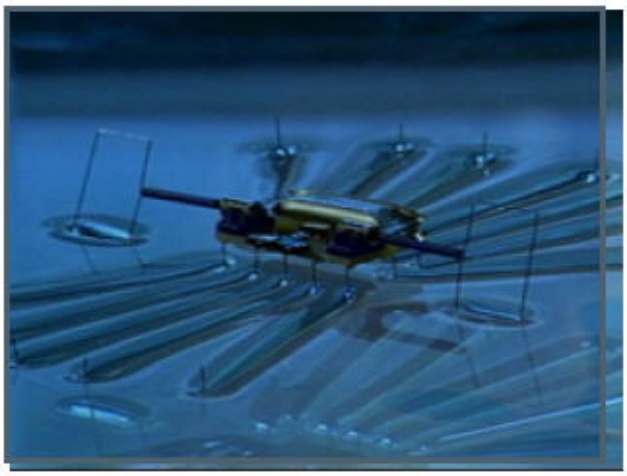
Postoji i drugi metod za hodanje i trčanje po vodi; ovaj drugi metod čak dopušta korisniku da ostane nepomičan na vodenoj površini. To je ono što je sposobna da čini vodena stenica (uz nekoliko vrsta paukova), insekt iz porodice ***Gerridae*** sa ukupnom dužinom do oko 15 mm, kao što je prikazano na ***slici 118***. Kao i svi insekti, stenica gazivoda ima šest nogu (pauci imaju osam). Vodena stenica koristi zadnje i prednje noge za lebdenje po površini, uz pomoć hiljade malih dlačica na telu. Dlačice, zajedno sa površinskim naponom vode, sprečavaju da se stenica navlaži. Ako se u vodu doda šampon, vodena stenica bi potonula i nebi se više kretala. Vodena stenica koristi velike srednje noge kao vesla za napredovanje po površini, i čineći to dostiže brzinu do 1 m/s. Ukratko, vodena stenica stvarno vesla po vodi. Isti mehanizam je upotrebljen kod malog robota koji može da se kreće po vodi, a napravio ga je Metin Sitti i njegova grupa, kao što je pokazano na ***slici 119***. (***Ref. 130***).

Dizajn robota je još uvek u razvoju. Nijedan robot ne može da hoda ili da trči tako brzo kao sistem životinje koju pokušava da kopira. Za robote najteže vrste, sa dve noge, brzinski rekord iznosi 3,5 dužine noge u sekundi. Zapravo, postoji neprekidna trka među odeljenjima robotike: svako odeljenje nastoji da napravi prvog robota koji je brži, bilo u metrima u sekundi ili u dužini noge u sekundi, nego li četvoronožna životinja ili dvonožni čovek. Teškoće da se postigne ovaj razvojni cilj pokazuje koliko je komplikovano kretanje hodom i kako je i priroda optimizirala žive sisteme.

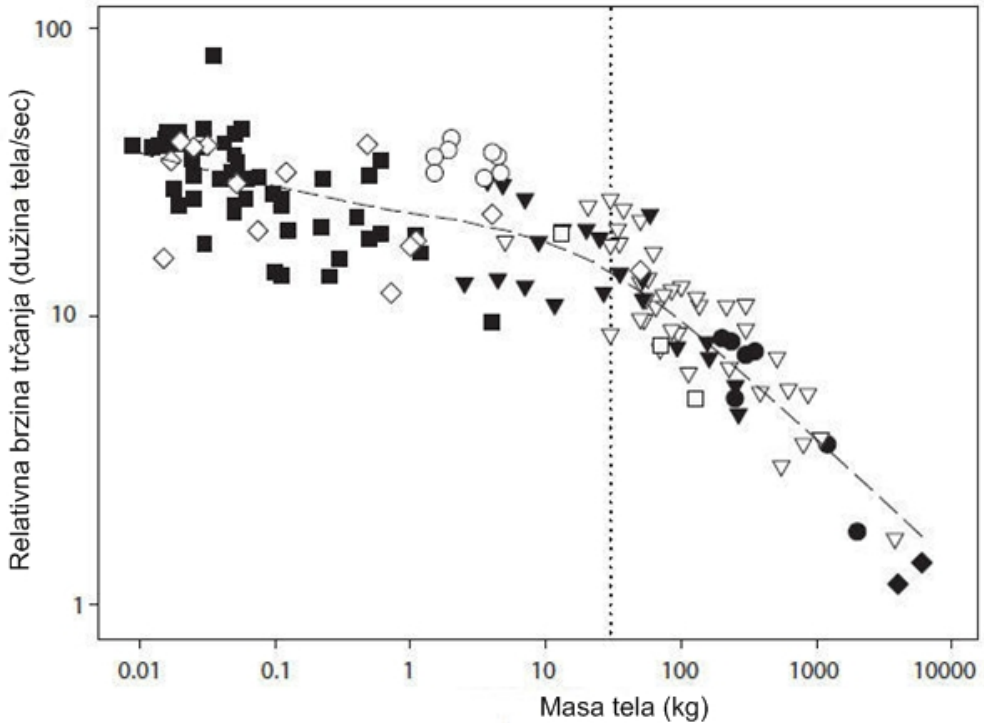
Noge predstavljaju interesantan problem. Inženjeri znaju da je stepenište ugodno za hodanje samo ako je za svaki korak ***dužina*** l plus ***dvostruka*** visina h stalna vrednost: $l + 2h = 0{,}63 \pm 0{,}02$ m. Ovo je takozvani obrazac stepeništa. Zbog čega on važi? (***Izazov 294s***) Većina životinja ima paran broj nogu. Da li znate izuzetak? (***Izazov 295s***) Zašto ne? Zapravo, neko može da se raspravlja kako nema životinje koja ima manje od četiri noge. Zašto je je ovo slučaj? S druge strane, sve životinje sa dve noge imaju noge sa obe strane, dok sistemi sa dva točka imaju točkove jedan iza drugog. Zašto ne postoji drugi način? (***Izazov 296e***)

[1] U Srednjem veku termin "*basilisk*" odnosio se na mitskog monstruma za kojeg se predpostavljalo da će se pojaviti pred kraj sveta. Danas je to naziv za malog reptila u Americi.

slika 118 Vodena stenica, ukupna dužina je oko 10 mm (© Charles Lewallen).



Slika 119 Robot koji hoda po vodi, veličina oko 20 mm (© AIP).



slika 120 Grafik pokazuje kako se menja relativna brzina trčanja sa masom kopnenih vrsta sisara, za 142 različite vrste. Grafik takođe pokazuje kako se menja uspešnost trčanja iznad 30 kg. Crni kvadrati – glodari, beli kvadrati – primati, crni rombovi – surlaši, beli rombovi – torbari, crni trouglovi – zveri, beli trouglovi – papkari, crni krugovi – kopitari, beli krugovi – dvozupci (paglodari) (© José Iriarte-Díaz/JEB).

Noge su veoma efikasan pogon. Kao što ***slika 120*** pokazuje, mnoge male životinje mogu da trče sa oko 25 dužina tela u sekundi. (***Ref. 131***). Radi upoređenja, skoro nijedan sutomobil ne može da postigne takvu brzinu. Sporije su samo životinje čija je težina veća od oko 30 kg, uključujući čoveka. Noge takođe obezbeđuju jednostavno merenje daljine: samo izbrojte vaše korake. Godine 2006. otkriveno je da ovu metodu koriste i neke vrste mrava, kao što su ***Cataglyphis fortis.*** Oni mogu da broje do 25.000, kako je pokazao Matias Vitliger (Matthias Wittlinger) i njegov tim. (***Ref. 132***). Ovi mravi koriste sposobnost da nađu najkraći put do svog doma čak i u pustinjskom terenu bez struktura.

Zbg čega sprinteri na 100 m trče brže od običnih ljudi? (***Ref. 133***) Temeljna istraživanja pokazuju da je brzina v sprintera data sa

$$v = f\, L_{\text{stride}} = f\, L_c \frac{F_c}{W} \tag{38}$$

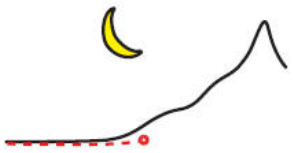
gde je *f* učestanost nogu L_{stride} je dužina koraka. L_c je dužina dodira – dužina za koju sprinter napreduje u vremenu dok mu je stopalo u dodiru sa podlogom – *W* je težina sprintera, a F_c je prosečna sila koju sprinter ispoljava na podlogu tokom dodira. Pokazalo se da je učestanost *f* skoro ista kod svih sprintera; jedini način da se bude brži od suparnika je da se poveća dužina koraka L_{stride}. Isto tako dužina dodira L_c menja se malo među atletičarima. Povećanje dužine koraka zato zahteva da atletičari udaraju o podlogu jakim udarcima.To je ono što atletičar mora da postigne treningom.

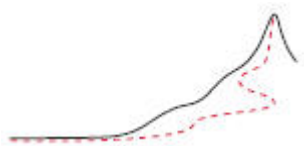
ZAKLJUČAK O GALILEJEVOJ RELATIVNOSTI

Zemlja se obrće. Ubrzanje je tako malo da ga mi ne osećamo. Brzina je velika, ali je mi ne osećamo, pošto ne postoji način za to.

Jednoliko ili inercijalno kretanje ne može da se oseti niti da se izmeri. Stoga je nemoguće razlikovati kretanje od mirovanja; razlika zavisi od posmatrača: ***kretanje tela je relativno***. Zato nam tlo ispod naših nogu izgleda tako stabilno za nas, iako se kreće velikom brzinom kroz svemir.

Tek kasnije ćemo otkriti jedan primer kretanja u prirodi koji ***nije*** relativan: kretanje svetlosti. No, mi nastavljamo najpre sa proučavanjem kretanja prenetog na rastojanje, bez primene bilo kakvog kontakta uopšte.





Poglavlje 6

KRETANJA USLED GRAVITACIJE

Caddi come corpo morto cade.

Dante, *Inferno, c. V, v. 142.*[1]

Prva i glavna metoda koju otkrijemo u našem okruženju da se proizvede kretanje bez ikakvog dodira je ***visina.*** Vodopadi, sneg, kiša, lopta u našoj omiljenoj igri i jabuka koja pada povezani su sa njom. Ona je bila jedno od osnovnih otkrića u fizici, pošto visina ima svoju karakteristiku koja postoji kao međuzavisnost između svih tela na Zemlji. ***Gravitacija*** proizvodi ubrzanje duž linije koja spaja težište tela sa centrom Zemlje. Treba zapaziti da je radi pravljenja ovog iskaza neophodno da se shvati da je Zemlja telo, u istom značenju kao kamen ili Mesec, da je to telo konačno i da prema tome ima centar i masu. Danas, ovi iskazi su opšte znanje, međutim, oni nemaju smisao zapažen u svakodnevnim ličnim doživljajima.[2]

Kako se gravitacija menja kada su dva tela jako udaljena? Stručnjaci za udaljene objekte su astronomi. Tokom godina oni su vršili brojna merenja o kretanju Meseca i planeta. Najproduktivniji u tome je bio Tiho Brahe (Tycho Brahe)[3], koji je organizovao istraživanja astronomskih činjenica u širokim razmerama, sponzorisanih od kralja. Njegova merenja su bila osnova za istraživanja njegovog mladog pomoćnika, švapskog astronoma Johana Keplera (Johannes Kepler)[4] koji je dao prve precizne opise planetarnih kretanja. (***Vol. III, strana 234***). Ovo nije jednostavan zadatak , kao što pokazije ***slika 121***.

Godine 1684., sva posmatranja planeta i stenja bila su sabrana u začuđujuće jednostavne rezultate koje je objavio engleski fizičar Robert Huk (Robert Hooke) i nekolicina drugih:[5] svako telo mase M privlači drugo telo prema svom centru uz ubrzanje čija je veličina a data kao:

$$a = G\frac{M}{r^2} \tag{39}$$

---

[1] "Osećam se kao palo mrtvo telo" Dante Aligijeri (Dante Alighieri 1265, Firenze – 1321, Ravenna), veliki italijanski pesnik

[2] U mnogim mitovima o nastanku i organizaciji sveta, kao što su biblijski ili indijanski, Zemlja nije objekt, već neprecizno određen subjekt, kao što je ostrvo koje plovi, ili opkoljen morem sa neodređenim granicama i nepoznatim načinom vešanja. Da li ste sposobni da ubedite prijatelja da je Zemlja okrugla i da ne plovi? (***Izazov 297s***). Možete li naći drugačiji argument koji se razlikuje od okrugle Zemljine senke kada je vidljiva sa Meseca, prikazane na ***slici 122***? (***Ref. 134***).

Čuveni prevarant, Robert Piri (Robert Peary), tvrdio je da je stigao do Severnog pola 1909. godine. (Ustvari, Roald Amundsen prvi je došao i do Severnog i do Južnog pola.). Između ostalog, Piri je tvrdio da je tamo napravio snimak, ali se ispostavilo za snimak koji je obišao svet, da je upravo jedan od dokaza da on nije bio tamo. Možete li da zamislize zašto? (***Izazov 298s***)

Uzgred, ako je zemlja okrugla, vrhovi dve građevine su udaljeniji od njihovih osnova. Može li se izmeriti ovaj efekt? (***Izazov 299s***)

[3] Tiho Brahe (Tycho Brahe, 1546. Scania – 1601. Prague), čuveni astronom, graditelj Uraniaborga, astronomske tvrđave. On je trošio 10% danskog bruto dohotka za svoja istraživanja, koja su dala prvi katalog zvetda i prve izmerene precizne položaje planeta.

[4] Johanes Kepler (Johanes Kepler, 1571. Weil der Stadt – 1630. Regensburg) izučavao je protestantsku teologiju i postao profesor matematike, astronomije i govorništva. Pomogao je svojoj majci da se uspešno odbrani na suđenju u kojem je bila optužena za veštičarenje. Njegova prva knjiga iz astronomije načinila ga je čuvenim i postao je pomoćnik Tiha Braha, a potom, kada je njegov učitelj umro, proglašen je za Imperjalnog matematičara. Bio je prvi koji je koristio matematiku za objašnjavanje astronomskih posmatranja i uveo pojam i oblast "zvezdane fizike".

[5] Robert Huk (Robert Hooke 1635–1703), značajan engleski fizičar i sekretar Kraljevskog društva. Odvojeno od otkrića relacije obrnute srazmere kvadrata rastojanja i mnogih drugih, kao što je "Hukov zakon", on je napisao i delo *Mikrografija* lepo ilustrovano istraživanje veoma malog sveta.

gde je: r – rastojanje od težišta do težišta dva tela. Ovo se naziva ***univerzalna gravitacija***, ili ***univerzalni "zakon" gravitacije***, pošto on važi uopšte, kako na Zemlji, tako i na nebu. Konstanta proporcionalnosti – G naziva se ***gravitacijska konstanta*** i ona je jedna od osnovnih konstanti u prirodi, kao što su brzina svetlosti ili kvant rada. Više o konstanti G biće rečeno uskoro (***strana 134***). Efekt gravitacije stoga slabi sa povećanjem rastojanja; gravitacija je obrnuto srazmerna kvadratu rastojanja tela koja se posmatraju. Ako su tela mala u odnosu na rastojanje r, ili ako su oblika lopte, izraz (39) je tačan u takvom obliku; za tela koja su različita od lopte efekti ubrzanja mora da se izračunaju posebno za svaki deo tela, pa da se saberu.

slika 121 Reč "planeta" znači "skitnica". Ova komponovana slika prikazuje retrogradno kretanje planete Mars po nebu kada je planeta na drugoj strani Sunca – sazvežđe Plejade je u gornjem levom uglu. Fotografije su načinjene sa sedam dana pauze, a potom preklopljene, Kretanje je jedan od mnogih primera koji u potpunosti objašnjavaju gravitaviju. (© Tunc Tezel).

Ova obrnuta srazmernost od kvadrata rastojanja često se naziva Njutnov "zakon" gravitacije, pošto ga je engleski fizičar Isak Njutn (Isaac Newton) dokazao mnogo elegantnije od Huka i bio u saglasnosti sa svim astronomskim i zemaljskim opažanjima. Međutim, pre svega, on je organizovao bolju kampanju u odnosu sa publikom, u kojoj je lažno tvrdio da je on začetnik ideje. (***Ref. 135***). Njutn je objavio jednostavan dokaz pokazavši da ovaj opis za astronomska kretanja isto tako daje tačne opise i za kamen koji je bačen u vis, i pada na "majku Zemlju". Da bi to postigao, on je uporedio ubrzanje Meseca a_m sa onim za kamen g. Za odnos između ova dva ubrzanja, obrnuta proporcionalnost od kvadrata rastojanja predviđa vrednost:

$$\frac{g}{a_m} = \frac{d_m^2}{R^2}$$

gde je: d_m – rastojanje do Meseca, a R – poluprečnik Zemlje. Rastojanje do Meseca može da se izmeri triangulacijim sa dve različite tačke na Zemlji, upoređujući položaj Meseca naspram zvezdane pozadine.[1] Rezultat je bio:

$$\frac{d_m}{R} = 60 \pm 3$$

u zavisnosti od položaja Meseca u orbiti, tako da je za srednji odnos g/a_m predviđena vrednost: $g/a_m = 3{,}6 \cdot 10^3$. Ali oba ubrzanja mogu da se izmere i direktno. Na površini Zemlje, kamen je izložen ubrzanju usled zemljine teže, veličine $g = 9{,}81$ m/s^2, što može da se odredi putem merenja vremena potrebnog da kamen sa određene visine padne na zemlju. Za Mesec, prema odrednici za ubrzanje $a = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$, za slučaj kružnog kretanja – grubo popravljenog ovde – dobija se:

$$a_m = d_m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

[1] Prva precizna – ali ne i prva – merenja su postigli francuski astronomi Laland i La Cale, koji su istovremeno izmerili položaj Meseca gledanog iz Berlina i iz mesta Le Cap.

gde je: $T = 2{,}4$ Ms vreme potrebno da Mesec načini jedan krug oko Zemlje.[1] Merenje poluprečnika Zemlje[2] daje $R = 6{,}4$ Mm, tako da srednje rastojanje između Zemlje i Meseca iznosi: $d_m = 0{,}38$ Gm. Tako je dobijeno

$$\frac{g}{a_m} = 3{,}6 \cdot 10^3$$

što se slaže sa predhodnim predviđanjem. Sa ovim čuvenim "Mesečevim izračunavanjem" mi smo tako pokazali da obrnuta srazmera sa kvadratom rastojanja gravitacije zaista opisuje oba kretanja, i Meseca i kamena. Možda želite da zaključite vrednost proizvoda *GM* za Zemlju? (***Izazov 303s***).

slika 122 Kako uporediti poluprečnike Zemlje i Meseca tokom delimičnog pomračenja Meseca (© Anthony Ayiomamitis).

Univerzalna gravitacija opisuje kretanje usled gravitacije na Zemlji i na nebu. To je važan korak prema objedinjavanju fizike. Pre ovog otkrića, iz posmatranja na Zemlji sva kretanja na kraju prelaze u mirovanje, dok su na nebu sva kretanja beskonačna. Aristotel i mnogi drugi su zaključili da kretanja u ***sublunarnom*** svetu imaju ***drugačije*** osobine od kretanja u ***translunarnom*** svetu. Nekoliko mislilaca je kritikovalo ovu različitost, značajan je francuski filozof i rektor Univerziteta u Parizu, Žan Buridan (Jean

---

[1] Ovaj izraz za centripetalno ubrzanje je izveden jednostavno uz tvrdnju da je za objekt u kružnom kretanju veličina v brzine $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$ data kao $v = 2\pi r/T$. Grafik vektora $\boldsymbol{v}$ u vremenu, takozvani ***hodograf***, pokazuje da se ona ponaša isto kao položaj objekta. (***Izazov 300s***). Prema tome, veličina a ubrzanja $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ je data odgovarajućim obrascem $a = 2\pi v/T$

[2] Ova velličina teška je za merenje sama po sebi. Najiznenađujući način da se odredi veličina Zemlje je sledeći: posmatrajte zalazak Sunca iz bašte oko kuće, sa štopericom u rukama. (***Ref. 136***). Kada nestane poslednji zrak Sunca, pokrenite štopericu i potrčite uz stepenice. Tamo gde se Sunce još vidi; zaustavite štopericu kada ponovo nestane Sunce i zapamtite vreme t. Izmerite razliku visina h između dve tačke sa kojih ste posmatrali Sunce. Poluprečnik Zemlje ja tada dat kao $R = kh/t^2$ pri čemu je $k = 378 \cdot 10^6\ \mathrm{s}^2$ (***Izazov 301s***).

Postoji takođe i jednostavan način ds se izmeri rastojanje do Meseca, ako se predhodno zna velićina Zemlje. (***Ref. 137***). Napravite fotografiju Meseca kada je on visoko na nebu, i nazovimo Θ ugao njegovog zenita, to jest, ugla od vertikale. Napravite drugu fotografiju Meseca nekoliko sati kasnije, kada je baš iznad horizonta. Na toj slici, za razliku od uobičajenih optičkih iluzija, Mesec je manji, pošto je malo dalje (***strana 48***). Uz skiciranje, razlog za ovo postaje odmah jasan. Ako je q odnos dva ugaona prečnika, rastojanje d_m od Zemlje do Meseca dato je relacijom:

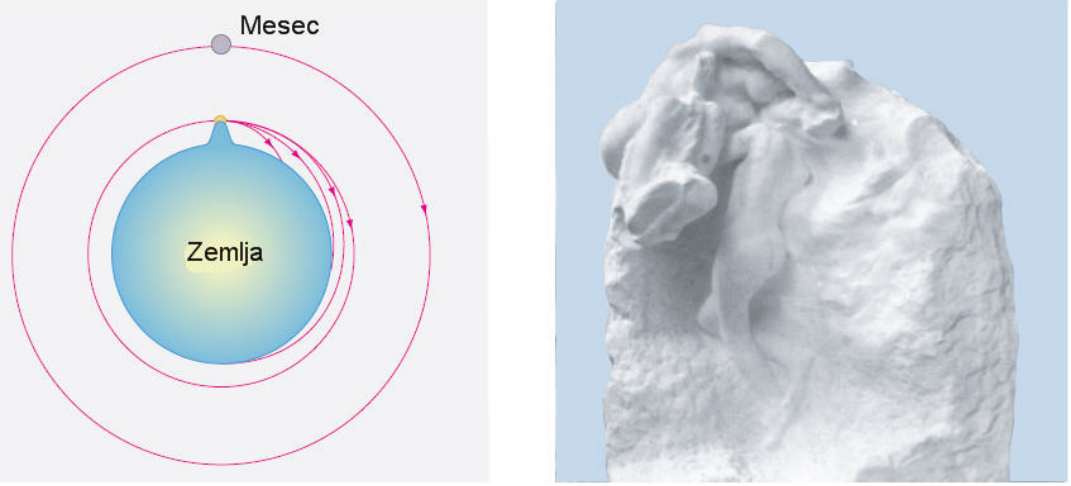
$$d_m^2 = R^2 + \frac{2R \cdot q \cdot \cos\Theta}{1 - q^2}$$

Uživajte u traženju ovog rezultata iz skice. (***Izazov 302s***)

Druga mogućnost da se odredi veličina Meseca je upoređivanjem sa veličinom senke Zemlje tokom pomračenja Meseca, kao što je pokazano na ***slici 122***. Rastojanje do Meseca se tada izračuna iz njegove ugaone veličine, oko 0,5°.

Buridan)[1] (***Ref. 138***). Mesečeva izračunavanja bila su najvažniji rezultat koji je pokazao da je ova podela pogrešna. To je razlog što je izraz (39) nazvan ***univerzalnalna*** gravitacija.

Univerzalna gravitacija omogućava da se odgovori na drugo staro pitanje. Zašto Mesec ne padne sa neba? Dobro, rasprava koja sledi pokazaće da je ***pad*** kretanje usled gravitacije. Prema tome Mesec ***ustvari*** pada, uz razliku da umesto da padne ***pravo*** na Zemlju, on neprestano pada ***oko*** nje. ***Slika 123*** ilustruje ovu misao. Mesec nepretano promašuje Zemlju[2].



slika 123 Viđenja fizičara i jednog umetnika o padu Meseca: crtež Kristijana Hajgena (nije u razmeri) i mermerna statua Ogista Rodena

Mesec nije jedini objekt koji pada oko Zemlje. Na ***slici 125*** dat je odgovor.

Univerzalni zakon gravitacije isto tako objašnjava zbog čega Zemlja i većina planeta imaju (približno) oblik lopte. Pošto se gravitacija povećava uz smanjenje rastojanja, tela od tečnosti u prostoru će uvek nastojati da imaju oblik lopte. Posmatrano u velikim razmerama, Zemlja je praktično u tečnom stanju. Isto tako znamo da se Zemlja hladi – to je ono što je obrazovalo koru i kontinente. Oblik lopte malih čvrstih tela koja srećemo u prostoru, kao što je Mesec, prema tome znači da su nekada davno bila u tečnom stanju.

OSOBINE GRAVITACIJE

Gravitacija podrazumeva da putanja kamena nije parabola, kao što je rečeno ranije (***strana 64***), već zapravo ***elipsa*** oko cetra Zemlje. Ovo se događa iz potpuno istog razloga zbog čega se planete kreću po elipsama oko Sunca. (***Strana 142***). Da li ste sposobni da potvrdite ovaj iskaz?

Univerzalna gravitacija omogućava nam da razumemo zagonetnu vrednost ubrzanja $g = 9{,}81\ m/s^2$ sa kojom smo se sreli u jednakosti (6). Ova vrednost je dobijena iz relacije:

$$g = G\frac{M_{Zemlje}}{R_{Zemlje}^2} \qquad (40)$$

Ovaj izraz može da se izvede iz jednakosti (39) za univerzalnu gravitaciju, ako se uzme da je Zemlja oblika lopte. Svakodnevno ubrzanje usled gravitacije g stoga je rezultat veličine Zemlje R_{zemlje}, njene mase M_{Zemlje}, i konstante gravitacije G. Očigledno, vrednost za g je skoro nepromenljiva na površini Zemlje, kao što je pokazano u ***Tabeli 26***, obzirom da je Zemlja skoro oblika lopte. Izraz (40) takođe objašnjava zašto se g smanjuje kada se povećava visina iznad Zemlje, a odstupanje oblika Zemlje od oblika lopte objašnjava zašto je g različito na polovima i veće na platoima. (koliko bi bilo g na Mesecu? Na Marsu? Na Jupiteru? (***Izazov 305s***).

---

[1] Jean Buridan (1295-1366) bio je takođe jedan od prvih modernih mislilaca koji je raspravljao o obrtanju Zemlje oko ose.

[2] Drugi način da se to iskaže je da se iskoristi odgovor holandskg fizičara Kristijana Hajgensa (Christian Huygens 1629-19-695): Mesec ne pada sa neba usled centrifugalnog ubrzanja. Kao što je objašnjeno na ***strani 116***, ovo objašnjenje je često u nemilosti na univerzitetima. (***Ref. 139***).

Postoji divan problem povezan sa levom stranom ***slike 123***: do koje tačke na površini Zemlje može da se dobaci bacanjem sa planine? A do koje tačke može da dobaci ako se baci horizontalno? (***Izazov 304d***).

Uzgred, moguće je izmisliti prostu mašinu, drugačiju od yo-yo, koja bi smanjila efektivno ubrzanje od gravitacije za poznat iznos, tako da se lako može izmeriti njena vrednost. Možete li da je zamislite? (***Izazov 306s***)

TABELA 26 Neke izmerene vrednosti ubrzanja usled gravitacije

Mesto	**Vrednost**
Polovi	9,83 m/s^2
Trondhajm	9,8215243 m/s^2
Hamburg	9,8139443 m/s^2
Minhen	9,8072914 m/s^2
Rim	9,8034755 m/s^2
Ekvator	9,78 m/s^2
Mesec	1,6 m/s^2
Sunce	273m/s^2

Zapazite da je g približno π^2. Ovo ***nije*** slučajnost: metar je odabran na takav način da je to načinio (približno) tačnim. Period T klatna koje se njiše, to jest, oscilira napred nazad, dat je kao:[1] (***Izazov 307s***)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{41}$$

gde je: l – dužina klatna, a g = *9,8* m/s^2 ubrzanje zemljine teže. (Klatno se podrazumeva da se sastoji od kompaktne mase pričvršćene za nit zanemarljive nase.) Oscilacije klatna zavise samo od dužine niti i od g, prema tome zavisno od mesta gde se nalazi na planeti.

Ako se metar odredjen tako da je $T/2$ = 1 s, vrednost normalnog ubrzanja g bio bi tačno π^2 m/s^2. (***Izazov 309e***). Zaista, to je bio prvi predlog za odrednicu metra; njega je predložio 1673. godine Hajgens, a ponovio ga je 1790. godine Taljeran (Talleyrand), ali je on kao odrednica za metar odbačen na konferenciji, pošto bi promene vrednosti g sa geografskim položajem, promenama dužine klatna l u zavisnosti od temperature, pa čak i od atmosferskog pritiska, unosile pogreške koje su bile toliko velike da bi dale odrednicu sa prihvatljivom tačnošću. (Zapravo, svi ovi efekti moraju da se kompenzuju kod časovnika sa klatnom, kako je prikazano na ***slici 124***.)

Konačno, predlog je načinjen da bi se metar odredio kao 1/40.000.000 deo obima Zemlje kroz polove, takozvani ***meridijan***. Ovaj predlog bio je skoro identičan – ali mnogo precizniji – od predloga sa klatnom. Odrednica metra meridijanom usvojena je na Francuskoj Nacionalnoj Skupštini 26. marta 1791. godine, uz stav da "meridijan prolazi ispod stopala svakog ljudskog bića, a svi meridijani su jednaki". (Ipak, rastojanje od ekvatora do polova nije tačno 10 Mm; to je čudna priča. (***Ref. 140***). Jedan od dvojice geografičara koji su odredili veličinu štapa prvog metra bio je lišen časti. Podatak koji je dao za svoja merenja – opšta metoda koja je prikazana na ***slici 126*** – bio je izmišljen. Stoga je prvi zvanični štap metra u Parizu bio je kraći no što je trebalo.)

Nastavljajući naše israživanje o ubrzanju gravitacije g, još uvek se možemo zapitati: Zašto Zemlja ima masu i veličinu kakve ima? I zbog čega G ima vrednost kakvu ima? Prvo pitanje je za istoriju sunčevog sistema; ono je još uvek bez odgovora i tema je istraživanja. Drugo pitanje je adresirano na ***Dodatak B***.

Ako je gravitacija zaista univerzalna, i ako sva tela privlače drugo telo. privlačenje mora takođe da bude prisutno i u svakodnevnom životu. Gravitacija mora takođe da deluje ***i na stranu***. Ovo zapravo i jeste slučaj, čak iako su efekti toliko mali da su bili izmereni tek dugo pošto ih je univerzalna gravitacija predvidela. Ustvari, merenje ovih efekata je omogućilo da bude određena konstanta gravitacije G. Da vidimo kako.

---

[1] Obrazac (41) je vredan pažnje uglavnom zbog svega što mu nedostaje. Period klatna ***ne zavisi*** od mase tela koje se njiše. Osim toga, period klatna ***ne zavisi*** od amplitude. (Ovo je tačno sve dok je ugao oscilovanja manji od 15°.). Galilej je to otkrio još kao student, dok je posmatrao luster obešen na dug konopac u tornju u Pizi. Koristeći otkucaje srca kao časovnik, on je otkrio da čak i kada amplitude njihanja postaju sve manje i manje, vreme njihanja ostaje isto.

Noge se kreću kao klatno, dok se hoda normalno. Zašto onda viši ljudi nastoje da hodaju brže? Da li je izraz takođe tačan za životinje različitih veličina? (***Izazov 308s***)

Slika 124 Precizni sekundni časovnik sa klatnom dugim oko 1 m; skoro na gornjem kraju je vakkumska komora koja kompenzira promene atmosferskog pritiska; napred na donjem kraju je široka konstrukcija koja kompenzuje promenu dužine klatna usled promena temperature; sasvim dole je zavrtanj kojim se podešava lokalno odstupanje ubrzanja gravitacije, što daje konačnu preciznost od oko 1 s mesečno (© Erwin Sattler OHG).

Slika 125 Čovek u orbiti ne oseća težinu, plava atmosfera, koje nema, oseća (NASA).

Zapazili smo da je merenje konstante gravitacije G isto tako jedini način da se odredi masa ***Zemlje***. Prvi koji je to učinio bio je engleski fizičar Henri Kavendiš (Henry Cavendish); on je upotrebio mašinu, ideje i metode Džona Mičela (John Michell) koji je umro dok je pokušavao da izvede eksperiment. Po Mičelu i Kavendišu[1] je nazvani su cilj i rezultat njihovog eksperimenta "merenja Zemlje".

Mičelova ideja je bila da obesi na krajeve dugačke metalne žice horizontalnu polugu sa dve mase na krajevima. On je tada približavo dve velike mase sa oba kraja poluge, izbegavajući bilo kakvu struju vazduha. i merio je koliko dugo se greda okreće. ***Slika 127*** pokazuje kako je ponovio svoj eksperiment u svom podrumu, a ***slika 129*** kako je to izveo kada je imao veći budžet.

[1] Henri Kavendiš (Henry Cavendish, 1731. Nica – 1810. London), bio je jedan od velikih genija u fizici; bogat, autističan, ženomrzac, neženja i usamljenik, on je postavio mnoga pravila prirode, ali nikada ih nije objavio. Da je to uradio, njegovo ime bi bilo mnogo poznatije. John Michell (1724-1793) bio je crkveni pastor, geolog i astronom amater.

Slika 126 Merenja koja su dovela do odrednice metra (© Ken Alder).

slika 127 Eksperiment koji je omogućio merenje mase Zemlje i dokazuje da gravitacija deluje takođe ustranu i da krivi prostor. Gore levo i desno: torziona vaga izrađena od stiropora i olova sa masama od lopti za boćanje kao stalnim masama; u centru desno torziona vaga izrađena od drveta i olova sa kamenom kao stalnim masama; dole: intervali vremena u kojima se vidi kako kamenje privlači olovo (© John Walker).

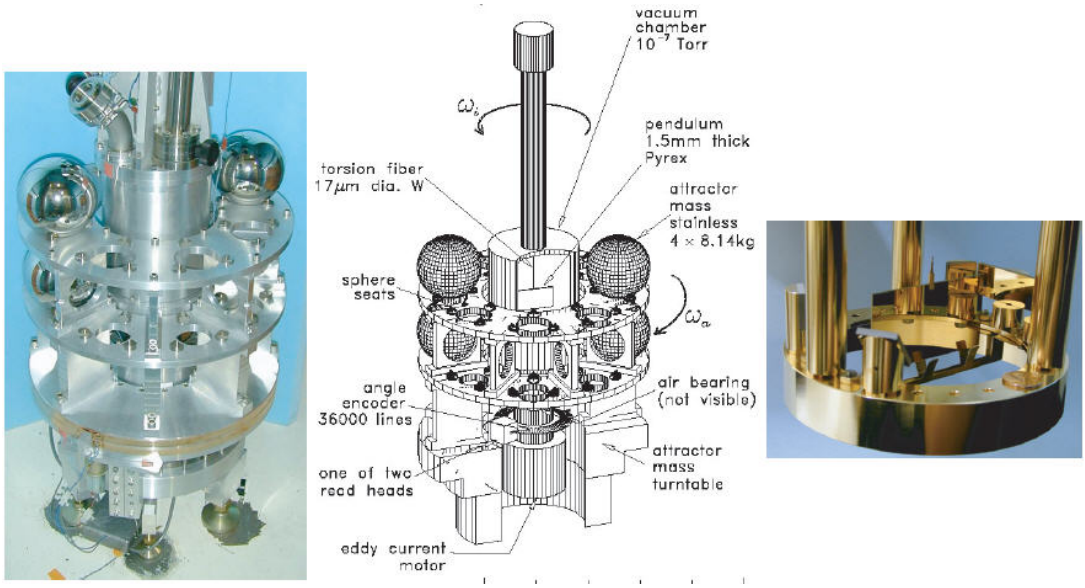
Vrednost konstante gravitacije G koja je određena iz usavršene verzije Mičel-Kavendišovog eksperimenta je:

$$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/kg\ s^2} \qquad (42)$$

Kavendišov eksperiment bio je prvi koji je pokazao da gravitacija deluje takođe i ustranu. (***Izazov 310e***) Eksperiment takođe omogućava da se izvede masa Zemlje M preko njenog poluprečnika R i izraza $g = GM/R^2$. Konačno, kao što će se videti kasnije, ovaj eksperiment potvrđuje, ako se ima na umu da je brzina

svetlosti konačna i invarijantna, i da je prostor zakrivljen. (***Vol. II, strana 113***) I sve ovo je postignuto pomoću ove jednostavne opreme!

Kavendiš je odredio da je gustina mase Zemlje 5,5 puta veća od vode. (***Ref. 141***) U to vreme je to bio iznenađujući rezultat, pošto stena ima samo 2,8 puta veću gustinu od vode. Gravitacija je slaba. Na primer, dva prosečna čoveka udaljena 1 m osećaju ubrzanje jedan prema drugom koje je manje od onog kojeg izvrši obična muva kada sleti na kožu. (***Izazov 311s***). Prema tome mi obično ne zapažamo da nas drugi ljudi privlače. Kada osetimo ubrzanje, ono je mnogo jače od ovog. Merenje konstante gravitacije G stoga dokazuje da gravitacija ne može biti istinski uzrok da se ljudi zaljube, a takođe i da erotska privlačnost nema gravitaciono poreklo, već je razlog drugačiji. Fizička osnova za ljubav biće proučavana kasnije tokom našeg hodanja, u ***Vol. III, strana 17***: i zove se ***elektromagnetizam.***



slika 128 Savremena precizna torziona vaga za eksperiment merenja konstante gravitacije izveden na University of Washington (© Eöt-Wash Group).

POTENCIJAL GRAVITACIJE

Gravitacija ima jednu važnu osobinu: svi efekti gravitacije mogu takođe da opišu i drugom osobinom, naime ***(gravitacijskim) potencijalom*** φ. Tada se dobija jednostavna relacija u kojoj je ubrzanje dato preko ***gradijenta*** potencijala.

$$\boldsymbol{a} = -\nabla\varphi \quad \text{ili} \quad \boldsymbol{a} = -grad\,\varphi \tag{43}$$

Gradijent je samo učen termin za "nagib duž najstmijeg pravca". Gradijent je odredjen za svaku tačku nagiba, on je veliki za strme, a mali za ravne. Gradijent je usmeren u smeru najstmijeg uspona, kako je prikazano na ***slici 129***. Gradijent je skraćen kao ∇, izgovara se "nabla", a matematički je određen preko relacije:

$$\nabla\varphi = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = grad\,\varphi \,^{1}$$

Predznak minus u relaciji (43) je uveden dogovorno, da bi se dobile veće vrednosti potencijala na većim visinama. U svakodnevnom životu, kada se može zanemariti Zemljin oblik lopte, gravitacioni potencijal je dat kao:

$$\varphi = gh \tag{44}$$

Potencijal φ je interesantna veličina; uz pomoć samo jednog broja možemo da opišemo karakrer vektora gravitacijskog ubrzanja za bilo koju tačku u prostoru. On automatski daje da gravitacija na Novom

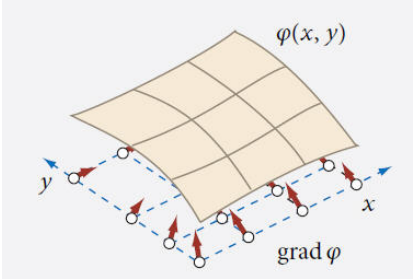
[1] U dvodimenzionalnom ili višedimenzionalnom prostoru nagibi se pišu $\partial\varphi/\partial z$ – pri čemu se ∂ izgovara "d" – pošto i tim slučajevima izraz $\partial\varphi/\partial z$ ima malo drugačije značenje. Detalji su izvan opsega razmatranja u ovoj pustolovini.

Zelandu deluje u obrnuotm smeru od gravitacije u Parizu. Osim toga, potencijal predlaže da se uvede takozvana ***potencijalna energija U***, tako što se postavi da je:

$$U = m \cdot \varphi \tag{45}$$

a to omogućava da se odredi promena ***kinetičke energije T*** tela koje pada od tačke 1 do tačke 2, preko:

$$T_1 - T_2 = U_2 - U_1 \qquad \text{odnosno} \qquad \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^{\,2} - \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^{\,2} = m \cdot \varphi_2 - m \cdot \varphi_1 \tag{46}$$



slika 129 Potencijal i gradijent, vizuelno prikazani u dvodimenzionalnom prostoru

Drugim rečima, ***ukupna energija*** je određena kao zbir kinetičke i potencijalne energije, i očuvana je u kretanjima usled gravitacije. To je karakteristična osobina gravitavije. U gravitaciji su energija i količina kretanja očuvane.

Iz potencijala se ne mogu dobiti sva ubrzanja; sistemi sa ovom osobinom nazivaju se ***konzervativni*** (***strana 89***). Posmatranja pokazuju da ubrzanja usled trenja nisu očuvana, ali ubrzanja usled elektromagnetizma jesu. Ukratko, možemo reći da se gravitacija može opisati pomoću potencijala, ili da su u njoj očuvane energija i količina kretanja. Kada se može zanemariti loptasti oblik Zemlje, potencijalna energija nekog objekta na visini *h* se dobija kao:

$$U = m \cdot g \cdot h \tag{47}$$

Kako bi se dobio osećaj kolika je to energija, odgovorite na sledeće pitanje. Automobil mase 1 Mg pada u provaliju sa visine od 100 m. Koliko vode može da se zagreje od tačke zamrzavanja do ključanja pomoću energije dobijene od pada automobila? (***Izazov 312s***).

OBLIK ZEMLJE

Za telo oblika lopte ili tačke sa masom *M*, potencijal φ iznosi (***Izazov 313e***):

$$\varphi = -G\frac{M}{r} \tag{48}$$

Potencijal značajno pojednostavljuje opisivanje kretanja, pošto se potencijali mogu sabirati: ako se zna potencijal tačkaste čestice, može se izračunati potencijal, a zatim i kretanje za svako telo nepravilnog oblika.[1] Zanimljivo je da se broj dimenzija *d* prostora sadrži u potencijalu φ za masu oblika lopte:

---

[1] Alternativno, u opštem slučaju, potencijal za složena tela se određuje zahtevom da ***divergencija*** njegovog gradijenta bude data kao gustina mase (ili naelektrisanja) pomnožena nekom konstantom proporcionalnosti. Preciznije, ima se

$$\Delta\varphi = 4\pi \cdot G \cdot \rho \tag{49}$$

pri čemu je: $\rho = \rho(\mathbf{x},t)$ zapreminska gustina mase, a Δ – takozvani ***Laplasov operator*** (izgovara se "delta"), a određen je kao: $\Delta f = \nabla\nabla f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$

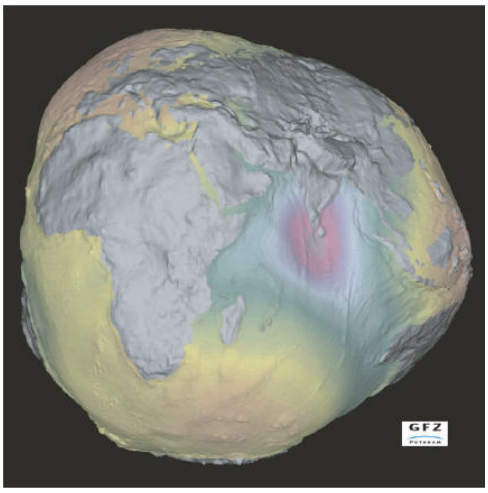
Jednakost (49) se naziva ***Puasonova jednakost*** za potencijal φ. Nazvana je po Simeon-Denis Puasonu (Simeon-Denis Poisson 1781-1840) poznatom francuskom matematičaru i fizičaru. Položaj u kojem je ρ različit od nule naziva se ***izvor*** potencijala. Takozvani pojam izvora $\Delta\varphi$ funkcije je merilo za koliko se funkcija $\varphi(x)$ u tački *x* razlikuje od srednje vrednosti u okolini te tačke.

(Možete li da dokažete, dokazivanjem da je: $\Delta\varphi \sim \overline{\varphi} - \varphi(x)$?) (***Izazov 314e***)

Drugim rečima, Puasonova jednakost (49) predpostavlja da je stvarna vrednost potencijala u tački jednaka srednjoj vrednosti potencijala oko te tačke umanjenu da gustinu mase pomnoženu sa $4\pi G$. U posebnom slučaju za

zavisnost φ od poluprečnika r je zapravo $1/r^{d-2}$. (***Izazov 315s***). Eksponent $d-2$ proveren je eksperimentalno do krajnje preciznosti; nikada nije pronađena da se d razlikuje od 3. (***Ref. 142***).

Pojam potencijala pomaže da se shvati ***oblik*** Zemlje. Pošto je veći deo Zemlje još uvek tečan kada se posmatra u širim razmerama, njena površina je uvek horizontalna u odnosu na smer određen kombinacijom ubrzanja od gravitacije i obrtanja, Zemlja ***nije*** lopta. (***Ref. 143***). Matematički oblik određen zahtevima ravnoteže naziva se ***geoid***. (***Ref. 144***) Oblik geoida, prikazan na ***slici 130***, razlikuje se od pogodno odabranog ***elipsoida*** za oko 50 m. Možete li da opišete geoid matematički? (***Izazov 316ny***). Geoid je savršeno približan stvarnom obliku Zemlje; nivoi mora se razlikuji od njega manje od 20 metara. Razlike mogu da se izmere pomoću radara na satelitu i od velikog su značaja za geologe i geografe. Na primer, izgleda da je Južni pol bliže ravni ekvatora od Severnog pola za oko 30 m. To je verovatno usled većih kopnenih masa na severnoj hemisferi.



Slika 130 Oblik Zemlje uz preteranu razmeru visina (© GeoForschungsZentrum Potsdam).

U predhodnom tekstu videli smo kako inercija materije, putem takozvane "centrifugalne sile" povećava poluprečnik Zemlje na ekvatoru. (***strana 108***). Drugim rečima, Zemlja je na polovima ***spljoštena***. Ekvator ima poluprečnik od 6,38 Mm, dok je rastojanje od polova do centra Zemlje 6,36 Mm. Tačna veličina spljoštenosti je $(a - b)/a$ i ima vrednost od $1/298{,}3 = 0{,}0034$. (***Dodatak B***). Kao rezultat toga je da vrh Mount Chimborazo u Evadoru, mada mu je vrh samo 6267 m iznad površine mora, za oko 20 km udaljeniji od centra Zemlje nego li vrh Mount Sagarmatha[1] u Nepalu, čija je visina iznad površine mora 8850 m. Vrh Mount Chimborazo je zapravo tačka na površini Zemlje koja je najudaljenija od centra.

Oblik Zemlje ima i drugu važnu posledicu. Ako bi Zemlja prestala da se okreće (ali zadržala oblik), voda u okeanima bi potekla od ekvatora prema polovima; cela Evropa bi bila ispod vode, osim nekoliko planina u Alpima koje su više od 4 km. Severni delovi Evrope bi bili prekriveni između 6 i 10 km vode. Mount Sagarmatha bi bio 11 km iznad površine mora. Mi bismo hodali ukošeni. Ako uzmemo u obzir rezultujuću promenu oblika Zemlje, brojke izgledaju dosta male. Osim toga, promena oblika Zemlje imala bi za posledicu veoma jake zemljotrese i nepogode. Sve dok nema nikakvih takvih efekata, možemo da budemo ***sigurni*** da će Sunce zaista izgrejati sutrašnjeg dana, uprkos onome što predviđaju neki filozofi (***strana 121***).

DINAMIKA – KAKO SE STVARI KREĆU U VIŠE DIMENZIJA

Pojam potencijala je moćna alatka. Ako telo može da se kreće samo po pravoj ili krivoj liniji, pojmovi kinetičke i potencijalne energije dovoljni su da potpuno opišu način kretanja tela. Ukratko, kretanje u ***jednoj dimenziji*** sledi neposredno iz očuvanosti energije.

Ako telo može da se kreće u ***dve dimenzije*** – to jest, po ravnoj ili zakrivljenoj površini – i ako su sile koje deluju ***unutrašnje*** (što je uvek slučaj u teoriji, ali ne i praktično), može se koristiti očuvanost momenta

---

prazan prostor, potencijal u tački je jednak srednjoj vrednosti oko te tačke. Često se uvodi pojam ***gravitacijskog polja***, koje je određeno kao $\boldsymbol{g} = -\nabla\varphi$. Mi ćemo ovo izbeći u našem hodanju, pošto ćemo otkriti, sledeći teoriju relativnosti, da gravitacja nije nastala uopšte od polja; zapravo, čak i pojam potencijal gravitacije izgleda da je samo predpostavka.

[1] Mount Sagarmatha poznatiji je kao Mount Everest.

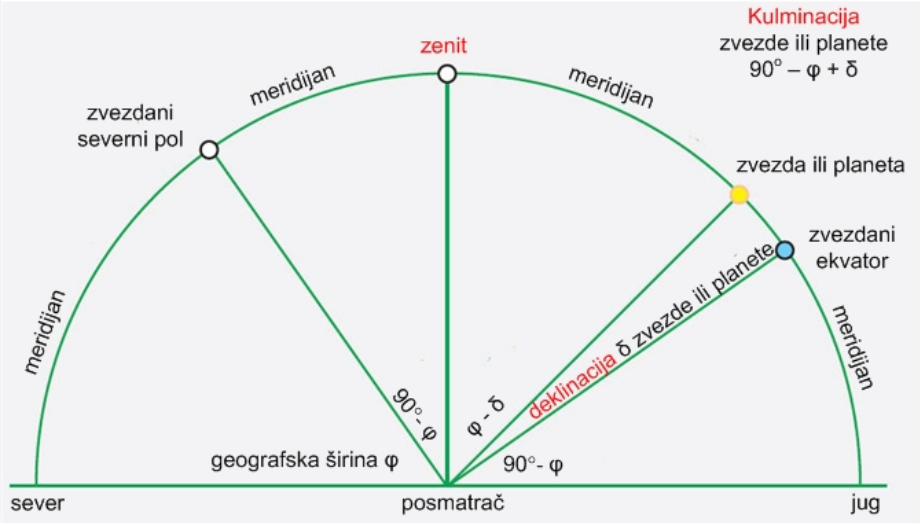
količine kretanja. Kompletno kretanje u dve dimenzije prema tome sledi iz očuvanosti energije i momenta količine kretanja. Na primer, sve karakteristike slobodnog pada slede iz očuvanosti energije i momenta količine kretanja. (Jeste li u stanju da to pokažete?) (***Izazov 317s***). I ponovo, potencijal je bitan.

U slučaju kretanja u ***tri dimenzije*** neophodna su opštija pravila za opisivanje kretanja. Ako su umešane više od ***dve prostorne dimenzije*** očuvanost energije nije dovoljna da bi se opisalo kako se telo kreće. Pokazalo se da opšta kretanja slede jednostavna načela: prosečno vreme razlike između kinetičke i potencijalne energije mora biti što je moguće manje. To se naziva ***načelo najmanjeg rada***. Detalje ovog izračunavanja objasnićemo kasnije u daljem tekstu (***strana 183***). Da ponovimo, potencijal je glavni sastojak u izračunavanju promena, pa prema tome i u opisu svakog primera kretanja.

Za jednostavna kretanja usled gravitacije, kretanja su dvodimenzionalna u ravni. Većina trodimenzionalnih problema izvan je obima ovog teksta; zapravo, neki od ovih problema su toliko teški da su još uvek predmet idtraživanja. U ovoj avanturi objasnićemo kretanja u tri dimenzije samo za odabrane slučajeve koji omoćavaju važna saznanja.

GRAVITACIJA NA NEBU

Izraz $a = GM/r^2$ za ubrzanje osled univerzalne gravitacije opisuje takođe i kretanja svih planeta po nebu. Obično zamišljamo da se nalazi u centru Sunce i kažemo da "planete kruže oko Sunca" po orbitama. Kako to da proverimo?



slika 131 Neki važni pojmovi kada se posmatraju zvezde na noćnom nebu

Pre svega, kada pogledamo noćno nebo, možemo proveriti da planete ostaju uvek unutar ***zodijaka***, uskih traka preko neba. Centralna linija zodijaka daje putanju Sunca i ona se naziva ***ekliptika***, pošto Mesec mora da se nalazi na njoj da bi se kretao po elipsi (***strana 164***). To pokazuje da se planete kreću (približno) u jednoj, zajedničkoj ravni.[1]

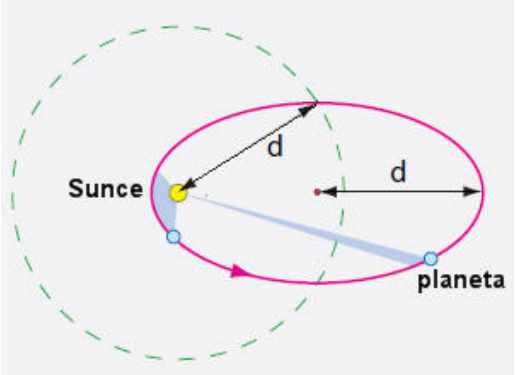
Detaljno kretanje planeta nije lako za opisivanje. Kao što pokazuje ***slika 131***, posmatranje planeta ili zvezda zahteva merenje raznih uglova. Za planete se ovi uglovi menjaju svake noći. Prema načinu kako se uglovi menjaju, može se zaključiti kakvo je kretanje planeta. Švapski astronom Johan Kepler je nekoliko generacija pre Huka, koristeći posmatranja Tiha Braha, u svojim mukotrpnim istraživanjima kretanja planeta u zodijaku, došao do nekoliko "zakona". Tri glavna Keplerova zakona su kako sledi:

1. Planete se kreću po elipsama sa Suncem postavljenim u jednoj žiži (1609.)
2. Planete prelaze jednake površine elipse u jednakim vremenima (1609.)
3. Sve planete imaju isti odnos T^2/d^3 između trajanja jednog obrta T i srednje udaljenosti d od Sunca (1619.)

Keplerovi rezultati su prikazani na ***slici 132***. Potpun rad poteban da se dođe do zaključka ova tri zakona je bio ogroman. Kepler nije imao na raspolaganju mašine za računanje. Tehnika izračunavanja koju je on

[1] Prividna visina ekliptike menja se u toku godine i to je razlog za promene godišnjih doba. Prema tome, godišnja doba si takođe gravitacioni efekt

koristio bili su upravo otkriveni logaritmi. Svako ko je koristio logaritamske tablice za izračunavanja može da stekne osećaj o količini rada koji je stajao iza ovih otkrića.

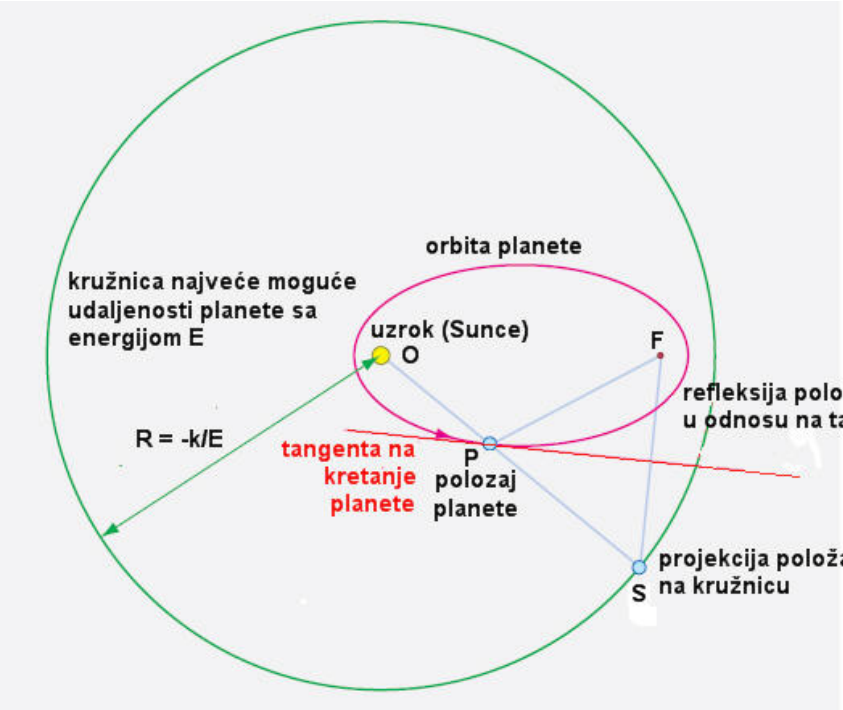


slika 132 Kretanje planete oko sunca, prikazana je osa *d* srednje udaljenosti, što je takođe prosečna prostorna udaljenost od Sunca

Sada dolazimo do centralne tačke. Veliki obim radova Braha i Keplera može da se obuhvati izrazom:

$$a = -\frac{GM}{r^2} = -\frac{GMr}{r^3} \tag{50}$$

kao što su Huk i nekoliko drugih već iskazali. Pogledajmo zbog čega.



slika 133 Dokaz da se planeta oko Sunca kreće po elipsi (ljubičasto) dobijena iz izraza obrnute srazmere kvadrata za gravitaciju (videti tekst)

Zbog čega je uobičajena orbita elipsa? (***Ref. 145***). Najjednostavniji odgovor je dat na ***slici 133***. Poznato nam je da se vrednost ubrzanja usled gravitacije menja kao $a = GM/r^2$. Isto tako se zna da telo mase *m* koje se okreće ima nepromenljivu energiju $E < 0$. Sada možemo da nacrtamo kružnicu oko Sunca sa poluprečnikom $R = -GMm/E$, što daje najveću udaljenost od Sunca koju može da ima telo sa energijom *E*. Zatim projektujemo položaj planete *P* na kružnicu, čime smo konstruisali položaj *S*. Potom konstruišemo odraz tačke *S* u odnosu na tangentu da bismo dobili tačku *F*. Ova poslednja tačka *F* je nepomična u vremenu. kao što jednostavni dokazi pokazuju. (Da li možete da ih nađete?) (***Izazov 318s***). Kao rezultat ove konstrukcije zbir duži *OP* + *PF* je nepromenljiv u vremenu, a određen je poluprečnikom $R = -GMm/E$. Pošto je ovaj zbir duži nepromenljiv, orbita je elipsa, obzirom da je elipsa određena kao kriva sa nepromenljivim zbirom ovih duži. (Upamtite da se elipsa može nacrtati na ovaj način pomoću komada kanapa.) Tačka *F*, isto kao i Sunce, je fokus elipse. Ovo je prvi od Keplerovih "zakona".

Možete li da dokažete da i ostala dva Keplerova "zakona" slede Hukov izraz za univerzalnu gravitaciju? (***Izazov 319s***). Objavljivanje ovog rezultata bio je glavno Njutnovo dostignuće. Pokušajte da ponovite to dostignuće; to će vam pokazati ne samo teškoće, već isto tako i mogućnosti fizike, a i zadovoljstvo koje pružaju zagonetke.

Drugi Keplerov "zakon", o jednakim pređenim površinama u jednakim vremenima, podrazumeva da se planete kreću brže kada su bliže Suncu. Jednostavan je način da se pokaže očuvanost momenta količine kretanja. Kako glasi "treći" zakon? (***Izazov 320e***).

Njutn je ovu zagonetku rešio pomoću geometrijskih crteža – mada na dosta složeniji način. Dobro je poznato da Njutn nije bio sposoban da zapisuje, a kamo li da obrađuje, diferencijalne jeddnakosti u vreme kada je objavio svoje rezultate o gravitaciji. (***Ref. 27***). Ustvari, Njutnova zapisivanja i metode računanja su bili veoma siromašni. (Mnogo siromašniji od vaših!). Engleski matematičar Godfri Hardi (Godfrey Hardy[1]) govorio je da bi insistiranje na korišćenju Njutnovih zapisa integrala i diferencijala, umesto metoda koje su bile već otkrivene, a koriste se još uvek i danas, zaslugom njegovog suparnika Lajbnica – vratilo englesku matematiku 100 godina unazad. Zajedno uzevši, Kepler, Huk i Njutn postali su slavni pošto su uveli red u opis kretanja planeta. Oni su pokazali da sva kretanja usled gravitacije prate isti opis, obrnutu srazmeru kvadrata rastojanja. Zbog toga se izraz za obrnutu srazmeru kvadrata rastojanja $a = GM/r^2$ naziva ***univerzalni*** zakon gravitacije. Kada je ova jedinstvenost postignuta, iako od male praktične važnosti, bila je široko publikovana. Glavni razlog bila su prastara predviđanja i fantazije povezane sa astrologijom. Zapravo, relacija obrnute srazmere kvadrata rastojanja dodatno je objasnila mnoge pojave. Ona je objasnila kretanje i oblik Mlečnog puta i ostalih galaksija, kretanje mnogih meteoroloških pojava i objasnila zbog čega Zemlja ima atmosferu, a Mesec je nema. (Možete li da objasnite to?) (***Izazov 321s***). U stvari, univerzalna gravitacija objašnjava mnogo više o Mesecu.

MESEC

Koliko dugo traje dan na Mesecu? Odgovor je: približno 29 dana na Zemlji. To je vreme koje je potrebno da posmatrač na Mesecu ponovo vidi Sunce u istom položaju na nebu.

Često se čuje da Mesec uvek pokazuje istu stranu ka Zemlji. Međutim to nije tačno. Može se proveriti golim okom da je neki oblik na sredini lika Meseca, pri punom Mesecu, nije u sredini nedelju dana kasnije. Različita kretanja koja dovode do ovih promena nazivaju se ***libracije***; one su prikazane na filmu na ***slici 134***. Kretanja se događaju uglavnom stoga što Mesec oko Zemlje ne opisuje kružnu, već eliptičnu putanju i pošto je osa Meseca malo više nagnuta, u poređenju sa njegovim obrtanjem oko Zemlje.

Prve fotografije zaklonjenih područja Meseca uradio je godine 1960. sovjetski veštački satelit; savremeni sateliti obezbedili su precizne mape, kao što je pokazano na ***slici 135***. (Samo uvećajte lik radi zabave.) (***Izazov 322e***). Nevidljiva površina je mnogo nepravilnija od vidljive, pošto je sakrivena strana ta koja presretne većinu asteroida koje je privukla Zemlja. Prema tome, gravitacija Meseca pomaže da se asteroidi skrenu od Zemlje. Brojne životinjske vrste su izumrle i smanjene na malu, ali ne i zanemarljivu brojnost. Drugim rečima, gravitaciono privlačenje Meseca očuvalo je ljudsku vrstu mnogo puta.[2]

Putovanje na Mesec 1970-tih godina takođe je pokazalo da sam Mesec potiče od Zemlje: pre mnogo godina neki objekt udario je u Zemlju, skoro tangencijalno, i odbacio veći deo materijala u nebo. To je jedini mehanizam koji može da objasni veličinu Meseca, njegov mali sadržaj gvožđa, a takođe njegov opšti sastav (***Ref. 146***)

Mesec se udaljava od Zemlje 3,8 cm godišnje. (***Ref. 147***). Ovaj rezultat potvrđuje stari zaključak da plime i oseke usporavaju obrtanje Zemlje. Možete li da zamislite kako je izvršeno ovo merenje? (***Izazov 323s***). Pošto Mesec usporava Zemlju, Zemlja isto tako menja svoj oblik usled tog efekta. (Upamtite da oblik Zemlje zavisi od njene brzine obrtanja.) Ova promena oblika utiče na tektonske aktivnosti Zemlje, a takođe i na pomeranje kontinenata.

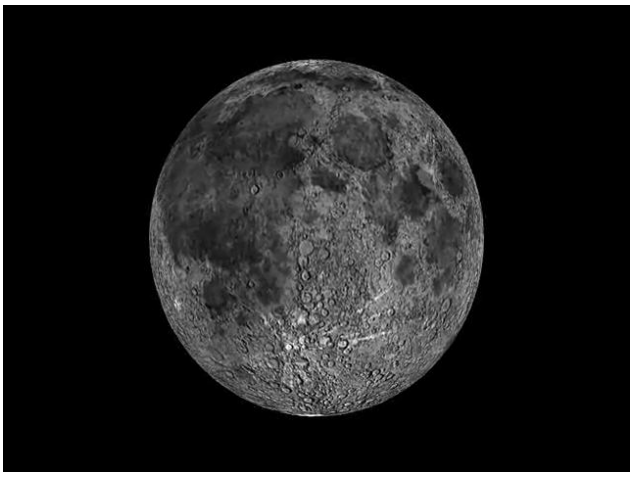
Mesec ima puno uticaja na životinjski svet. Poznat primer je patuljasti *Clunio* koji živi na obalama sa jako izraženim plimama i osekama. (***Ref. 148***) *Clunio* provede između šest i dvanaest nedelja kao larva, zatim

---

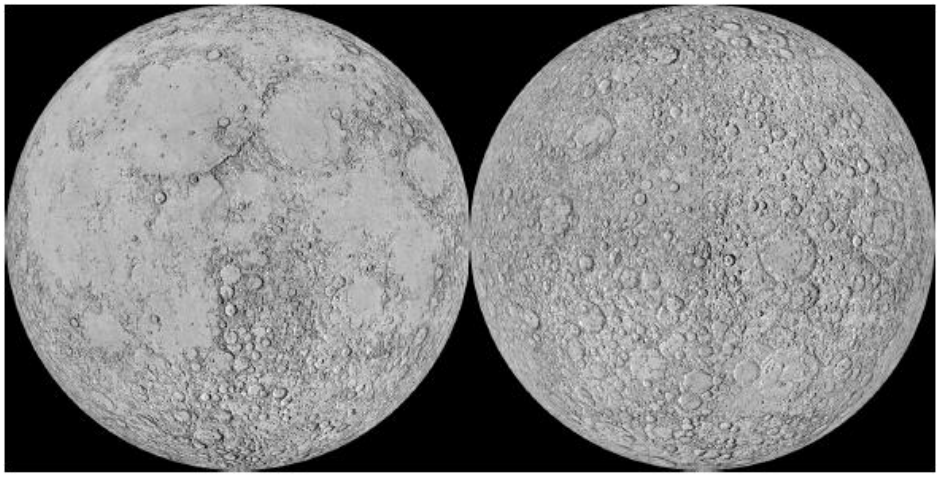
[1] Godfri Harold Hardi (Godfrey Harold Hardy, 1877–1947) bio je značajan engleski teoretičar brojeva i autor je dobro poznate knjige *A Mathematician's Apology*. On je takođe "otkrio" čuvenog indijskog matematičara Šrinivasa Ramanudžana i doveo ga u Britaniju.

[2] Na veb stranama www.minorplanetcenter.net/iau/lists/Closest.html i www.InnerPlot.html naveden je impresivan broj objekata koji se sudare sa Zemljom svake godine. Bez prisustva Meseca imali bismo više dodatnih katastrofa.

se izleže i živi samo jedan ili dva časa kao odrasli insekt, za koje vreme se i razmnožava. Mušica će se razmnožavati samo ako se izleže u toku faze malih proletnjih plima i oseka. Proletnje plime i oseke su posebno snažne u vreme punog ili mladog Meseca, kada se kombinnuju sunčevi i mesečevi efekti, a pojavljuju se samo svakih 14,8 dana. Godine 1995, Ditrih Nojman (Dietrich Neumann) je pokazao da larva ima ugrađena dva časovnika, biološki i cirkalunarni, koji zajedno upravljaju vremenom izleganja, precizno do nekoliko časova kada insekt može da se razmnožava. On je takođe pokazao da je cirkalunarni časovnik sinhronizovan sjajem Meseca tokom noći. Drugim rečima, larva osmatra Mesec tokom noći, pa onda odlučuje kada će da se izleže; ona je najmanji poznat astronom.



slika 134 Promene lika Meseca tokom mesec dana pokazuju njegovu liberaciju. Videti veb stranu starbase1.co.uk/pages/Galleries2/Video.Clips/Space.Video/slides/moon-librate.html



slika 135 Mape velike rezolucije (nije fotografija) vidljive strane Meseca (levo) i nevidljive (desno) pokazuju koliko je često ova druga sačuvala Zemlju od udara meteorita. (ljubaznošću USGS).

Ako insekti imaju cirkalunarne cikluse, nebi trebalo da bude iznenađenje što i žene imaju iste takve cikluse; međutim, u ovom slučaju precizno poreklo dužine ciklusa još uvek je nepoznato i tema je istraživanja. (***Ref. 149***).

Mesec takođe pomaže da se stabilizuje nagib ose Zemlje, održavajući ga više ili manje stalnim u odnosu na ravan kretanja oko Sunca. Bez Meseca bi osa menjala svoj pravac nepravilno, ne bismo imali pravilan ritam dana i noći, imali bismo ekstremno velike klimatske promene, a evolucija života bi bila nemoguća (***Ref. 150***). Zemlja bi se okretala mnogo brže bez Meseca i imali bismo mnogo manje blagih meteoroloških uslova. (***Ref. 151***). Najvažniji preostali efekt Meseca na Zemlju, precesija njene ose, odgovorna je za ledena doba (***strana 113***).

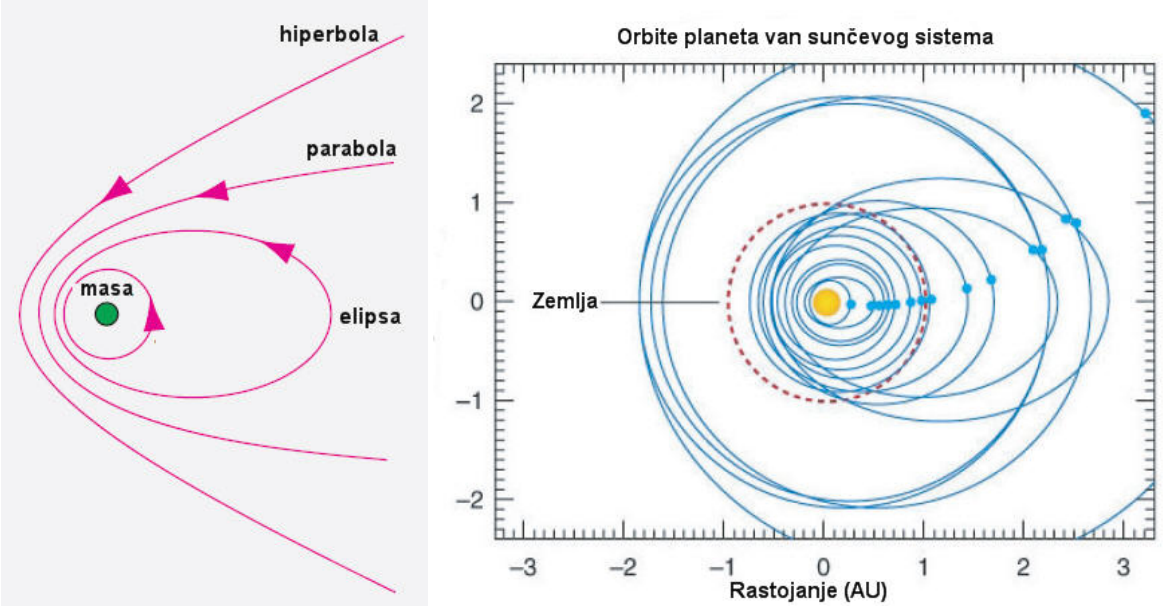
ORBITE – KONIČNI PRESECI I VIŠE

Putanja tela koje se pod uticajem gravitacije neprestano obrće oko drugog tela je ***elipsa*** sa centralnim telom u jednom od fokusa. Kružna orbita takođe je moguća, budući da je kružnica samo poseban slučaj elipse. Jednokratni susreti dva objekta mogu da budu takođe ***parabola*** ili ***hiperbola***, kao što je prikazano

na ***slici 136***. Krugovi, elipse, parabole i hiperbole su krive poznate kao ***konični preseci.*** I zaista, svaka od ovih krivih može da se dobije presecanjem kupe nožem. Da li ste sposobni da ovo dokažete? (***Izazov 324e***)

Ako su orbite uglavnom elipse, iz toga sledi da se komete ***vraćaju***. Engleski astronom Edmund Halej (Edmund Halley, 1656-1724) bio je prvi koji je pokrenuo ovaj zaključak i predvideo vraćanje komete. Ona se vratila predviđenog datuma 1756. godine i sada se naziva po njemu. Period Halejeve komete je između 74 i 80 godina; prvo zabeleženo viđenje je bilo pre 22 veka, a ona je bila viđena na svakom od svojih 30 prolaza, poslednji put 1986. godine.

U zavisnosti od početne energije i početnog momenta količine kretanja tela u odnosu na centralnu planetu, putanje su ili ***elipse*** ili ***parabole*** ili ***hiperbole***. Možete li da odrediite uslove za energiju i moment količine kretanja potrebne da bi se dobile takve putanje? (***Izazov 325s***).



slika 136 Mogući oblici orbita manje mase oko ***jedne*** velike mase usled univerzalne gravitacije (levo) i nekoliko nedavnih primera izmerenih orbita (desno), naime nekoliko onih planeta izvan sunčevog sistema i Zemlje, sve nacrtano oko njihove centralne zvezde, sa rastojanjima datim u AU (Astronomical Units – astronomska jedinica) (© Geoffrey Marcy).

Praktično, orbita u obliku parabole ne postoji u prirodi. (Neke komete izgleda da se približavaju ovom slučaju, kada putuju oko Sunca; ali skoro sve komete prate eliptičku putanju).

Hiperbolička putanja postoji; nju prate veštački sateliti kada se lansiraju prema planetama, obično uz pomoć promene pravca putovanja satelita kroz sunčev sistem.

Zbog čega zakon obrnute srazmere kvadrata rastojanja dovedi do koničnih preseka. Najpre, za dva tela ukupan moment količine kretenja L je nepromenljiv:

$$L = m \cdot r^2 \dot{\varphi} = m \cdot r^2 \left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \right) \tag{51}$$

i prema tome kretanje se obavlja u ravni. Isto tako i energija je nepromenljiva:

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \right)^2 - G \frac{mM}{r} \tag{52}$$

Zajedno, ove dve jednakosti podrazumevaju (***Izazov 326e***):

$$r = \frac{L^2}{G \cdot m^2 \cdot M} \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \dfrac{2 \cdot E \cdot L^2}{G^2 m^3 M^2} \cos\varphi}} \tag{53}$$

Sada, pošto svaka kriva može da se odredi opštim izrazom:

$$r = \frac{C}{1 + e \cdot \cos\varphi} \quad \text{ili} \quad r = \frac{C}{1 - e \cdot \cos\varphi} \tag{54}$$

za $0 < e < 1$ dobija se elipsa, za $e = 1$ dobija se parabola i za $e > 1$ dobija se hiperbola, sa fokusom koji se nalazi u polazištu. Veličina e se naziva ***ekscentricitet*** i određuje koliko će kriva biti stisnuta. Drugim rečima, telo koje se kreće oko neke centralne mase prati krive koničnog preseka.

U svim orbitama kreću se takođe velike mase. Zapravo, oba tela se obrću oko zajedničkog težišta (centra mase). Oba tela prate isti tip krive (elipsa, parabola ili hiperbola). ali se veličine ove dve krive razlikuju. (***Izazov 327e***).

Ako se više od dva tela kreću pod zajedničkom gravitacijom, pojavljuju se mnoge dodatne mogućnosti za kretanje. Razvrstavanje i kretanja su dosta složeni. U stvari, ovaj takozvani ***problem sa više tela*** još uvek je tema istraživanja, kako astronoma, tako i matematičara. Pogledajmo nekoliko zapažanja.

Kada više planeta kruži oko zvezde, one isto tako privlače jedna drugu. Planete se zbog toga ne kreću po savršenim elipsama. Najveća odstupanja su kod perihela, kao što je prikazano na ***slici 109*** (***strana 119***). To je zapaženo kod Merkura i na još nekoliko planeta, uključujući Zemlju. Ostala odstupanja od eliptičke putanje pojavljuju se u toku jednog obilaska. Godine 1846. zapaženo odstupanje kretanja planete Uran od predviđene putanje prema univerzalnoj gravitaciji poslužilo je kao povod da se predvidi postojanje druge planete, koja je otkrivena ubrzo posle toga – Neptuna. (***strana 86***)

slika 137 Geostacionarni sateliti, viđeni ovde u gornjem levom kvadrantu, kreću se naspram drugih zvezda i pokazuju zvezdani ekvator. (Ovaj mp.4 film se može videti na veb-strani vimeo.com/39536582 (MP4 film © Michael Kunze)

Videli smo da je masa uvek pozitivna, pa gravitacija stoga uvek privlači; ne postoji ***antigravitacija***. Može li gravitacija ipak da se iskoristi za ***levitaciju***, korišćenjem više od dva tela? Da; postoje dva primera.[1] Prvi su geostacionarni sateliti, koji se koriste za lakši prenos televizijskih i drugih signala od Zemlje i ka Zemlji.

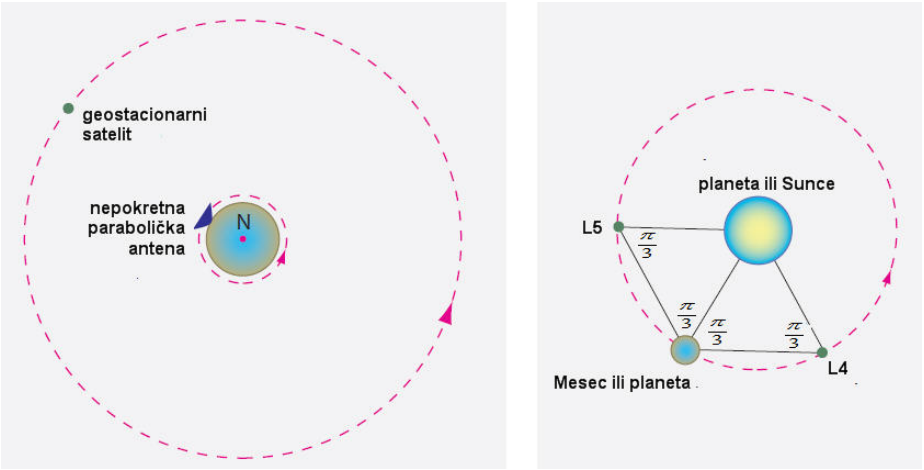
Lagranžove tačke libracije su drugi primer. Nazvane po njihovom pronalazaču, to su tačke u prostoru u blizini sistema od dva tela, kao što su Mesec-Zemlja ili Zemlja-Sunce, u kojima malo telo ima stabilan ravnotežni položaj. Pregled je dat na ***slici 138***. Možete li da odredite njihov tačan položaj, imajući na umu da treba uzeti u obzir obrtanje? Postoje tri dodatne Lagranžove tačke na liniji Zemlja-Mesec (ili liniji Sunce-planeta). (***Izazov 328s***). Koliko njih je stabilno? (***Izazov 329d***).

Postoji hiljade asteroida, nazvanih ***trojanski asteroidi*** koji se nalaze na Lagranžovoj tački sistema Sunce-Jupiter ili oko nje. Godine 1990. otkriveni su trojanski asteroidi u sistemu Mars-Sunce. Konačno, 1997. godine pronađen je "skoro trojanski" asteroid koji prati Zemlju na njenom putu oko Sunca (on je samo u prolazu i prati nešto kompleksniju orbitu. ***Ref. 153***) Ovaj "drugi pratilac" Zemlje ima prečnik od 5 km.

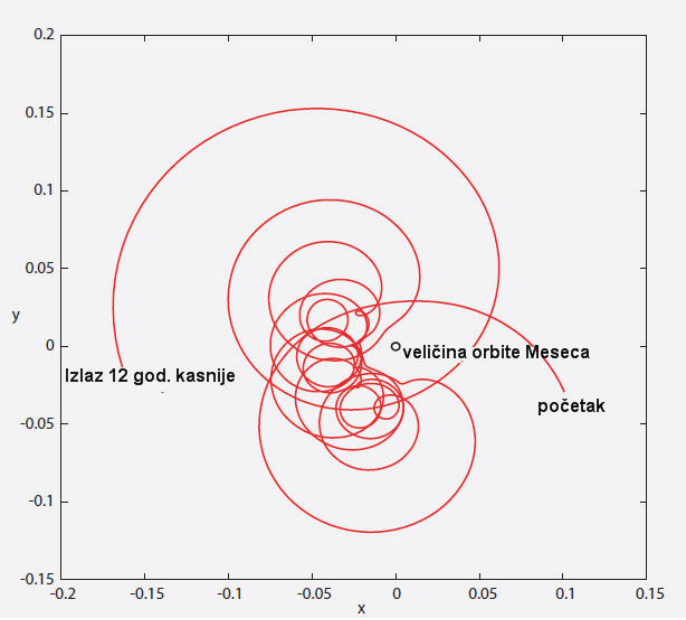
[1] Levitacija će se razmatrati detaljnije u odeljku o elektrodinamici. (***Vol. III, 158***)

Slično tome, u glavnim Lagranžovim tačkama sistema Zemlja-Mesec zapažena je velika koncentracija prašine.

Astronomi znaju da mnogo drugih objekata prati nepravilne orbite, posebno asteroidi. (***Ref.152***) Na primer, asteroid 2003 YN107 koji prati Zemlju više godina, kreće se po nepravilnoj orbiti prikazanoj na ***slici 139***.



slika 138 Geostacionarni satelit (levo) i glavne stabilne Lagranžeove tačke (desno)



slika 139 Primer nepravilne orbite, delom izmerene, delom proračunate, usled gravitacijskog privlačenja ***više*** masa: orbita asteroida 2003 YN107 privremenog kvazi-satelita Zemlje u geosceničnim koordinatama. Ovom asteroidu, prečnika 20(10) m orbita je zarobljena u blizini Zemlje oko 1995. godine i ostaće tako do 2006. godine. Crni krug predstavlja orbitu Meseca oko Zemlje. (© Seppo Mikkola).

Da se zaključi, jedna jedina jednakost $a = -GMr/r^3$ tačno opisuje veliki broj pojava na nebu. Prva osoba kojoj je bilo jasno da ovaj izraz opisuje ***sve*** što se dešava na nebu, bio je Pjer Simon Laplas (Pierre Simon Laplace) u svojoj čuvenoj raspravi *Traité de mécanique céleste*. Kada mu je Napoleon rekao da u knjigi nije našao pominjanje Tvorca, Laplas je dao čuven zaključak o knjigi u jednoj rečenici: *"Je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse" ("Nisam imao potrebe za tom hipotezom")*. Laplas je posebno proučavao stabilnost sunčevog sistema, ekscentričnost lunarne orbite i ekscentričnost planetarnih orbita, postigavši potpunu saglasnost između proračuna i merenja.

Ovi rezultati su sasvim dovoljni za jednostavan izraz za univerzalnu gravitaciju; oni isto tako objašnjavaju zbog čega se naziva "univerzalna". Ali koliko je taj obrazac ***pouzdan***? Odkako je astronomija omogućila najpreciznija merenja gravitacijskih kretanja, ona je takođe izvela i najstrože provere. Godine 1849. Urban Le Verije (Urbain Le Verrier) zaključio je posle intezivnog proučavanja da postoji samo jedan poznat primer neslaganja između posmatranja i univerzalne gravitacije, naime jedno posmatranje planete Merkur.

(U današnje vreme poznato je više.) Tačka najmanjeg rastojanja od Sunca do orbite planete Merkur, njegov ***perihel***, okreće se oko Sunca u stepenu koji je malo manji od predviđenog: on je našao malu razliku od oko 38" tokom stoleća. (***Ref. 154***) (Ovo je ispravio Simon Njukomb 1882. godine na 43" tokom stoleća.) Le Verije je mislio da je razlika nastala usled (predpostavljene) planete ***Vulkan*** koja se nalazi između Merkura i Sunca, i koja je tražena bezuspešno mnogo godina. Zaista, planeta Vulkan ne postoji. ispravno objašnjenje razlike moralo je da sačeka Alberta Ajnštajna (***Vol. II, strana 128***).

PLIMA I OSEKA

Zbog čega tekstovi iz fizike često govore o plimi i oseki? (***Ref. 155***). Zbog toga, kao što će pokazati opšta teorija relativnosti, plime i oseke dokazuju da je prostor zakrivljen! Radi toga je korisno da se detaljno prouče. ***Slika 140*** pokazuje kako plime i oseke mogu biti upadljive. Gravitacija objašnjava morske plime i oseke kao posledicu privlačenja okeanskih voda od strane Meseca i Sunca. Plime su interesantne; iako je amplituda plime samo oko 0,5 m na otvorenom moru, može da bude i više od 20 m na posebnim mestima u blizini obale. Možete li da zamislite zbog čega? (***Izazov 330s***) Kako su pokazali satelitski snimci, isto tako se i ***teren*** podiže i spušta za oko 0,3 m usled Sunca i Meseca. (***Ref. 55***). Čak je i atmosfera predmet plime i oseke, pa se odgovarajuće promene mogu odrediti pri merenju atmosferskog pritiska. (***Ref. 156***)

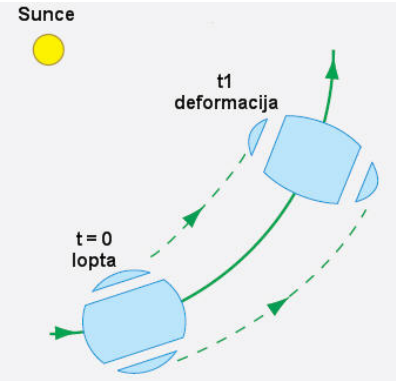
slika 140 Plima i oseka u Saint-Valéry en Caux 20. septembra 2005. (© Gilles Régnier).

Plima i oseka se javljaju kod svakog ***proširenog*** tela koje se kreće u polju gravitacije drugog tela. Da bi se razumelo poreklo plime i oseke, zamislite telo u orbiti, kao što je Zemlja, i zamislite da su mu sastavni delovi, kao što su delovi na ***slici 141***, međusobno povezani oprugama. Univerzalna gravitacija podrazumeva da je obrtanje sporije ukoliko je rastojanje od centralnog tela veće. Kao posledica toga deo na spoljnoj strani orbite obrtao bi se sporije od centralnog dela; ali njega ***vuče*** ostatak tela preko opruga. Nasuprot tome, deo na unutrašnjoj strani obrtao bi se brže, ali njega ***zadržava*** ostatak tela. Budući da je usporen, srednji deo tela želi da padne prema Suncu. Sumirano, oba dela su odvučena od centralnog dela, ali su ograničena oprugama koje zaustavljaju izobličenja. Prema tome, ***proširena tela se izobličavaju u pravcu nehomogenosti polja***.

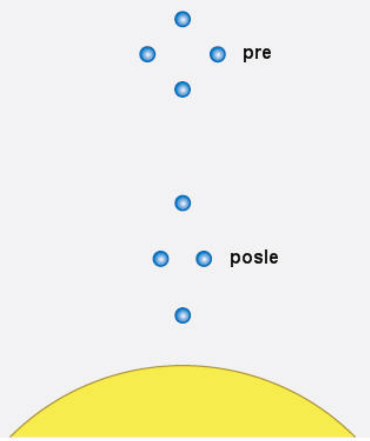
Na primer, kao posledica sila plime i oseke, Mesec uvek ima okrenutu (približno) istu stranu prema Zemlji. Dodatno, njegov poluprečnik je u smeru Zemlje veći za oko 5 m u odnosu na poluprečnik normalan na njega. Ako su unutrašnje opruge slabe, telo će se raspasti u komade; na takav način može se formirati ***prsten*** od delova, kao što je prsten asteroida između Marsa i Jupitera ili prsten oko Saturna.

Vratimo se na Zemlju. Ako je telo okruženo vodom, napraviće se izbočine u pravcu delovanja polja gravitacije. Da bismo izmerili i uporedili jačinu plima i oseka usled Sunca i usled Meseca, umanjićemo uticaje plime i oseke na najmanju moguću meru. Kao što je prikazano na ***slici 142***, možemo da

proučavamo izobličenje tela usled gravitacije, proučavanjem slobodnog pada, što je ekvivalentno. Tako gravitacija čini da se neki delovi približavaju, a drugi razilaze, u zavisnosti od njihovog relativnog položaja. Sa slike je jasno da je veličina izobličenja – voda nema ugrađene opruge – zavisi od promene ubrzanja usled gravitacije i rastojanja; drugim rečima, ***relativno*** ubrzanje koje dovodi do plima i oseka srazmerno je izvodu ubrzanja usled gravitacije.



slika 141 Usled gravitacije plima izobličava



slika 142 Poreklo plime i oseke

Korišćenjem brojeva iz ***Dodatka B*** (***strana 325***), ubrzanja gravitacije od Sunca i Meseca, izmerena na Zemlji iznose:

$$a_{Sun} = \frac{G \cdot M_{Sun}}{d_{Sun}^2} = 5{,}9 \text{ mm/s}^2$$

$$a_{Moon} = \frac{G \cdot M_{Moon}}{d_{Moon}^2} = 0{,}033 \text{ mm/s}^2 \qquad (55)$$

pa je prema tome privlačenje od Meseca oko 178 puta manje od privlačenja od Sunca.

Kada dva bliska tela padaju u blizini velike mase, relativno ubrzanje je srazmerno njihovom rastojanju, pa sledi $da = (da/dr)dr$. Sačinilac srazmere $da/dr = \nabla a$, naziva se ***ubrzanje plime*** i ono je prava mera za efekte plime i oseke. (***Izazov 331e***). U blizini mase oblika lopte, ono je dati izrazom:

$$\frac{da}{dr} = -\frac{2GM}{r^3} \qquad (56)$$

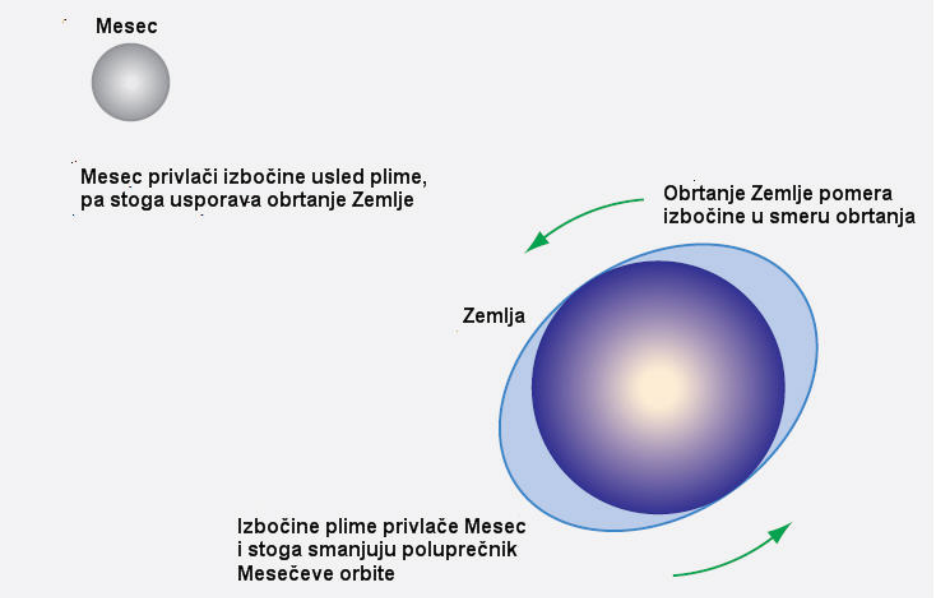
što daje vrednosti:

$$\frac{\mathrm{d}a_{Sun}}{\mathrm{d}r} = -\frac{2GM_{Sun}}{d_{Sun}^3} = -0{,}8 \cdot 10^{-13}/\text{sec}^2$$

$$\frac{\mathrm{d}a_{Moon}}{\mathrm{d}r} = -\frac{2GM_{Moon}}{d_{Moon}^3} = -1{,}7 \cdot 10^{-13}/\text{sec}^2 \qquad (57)$$

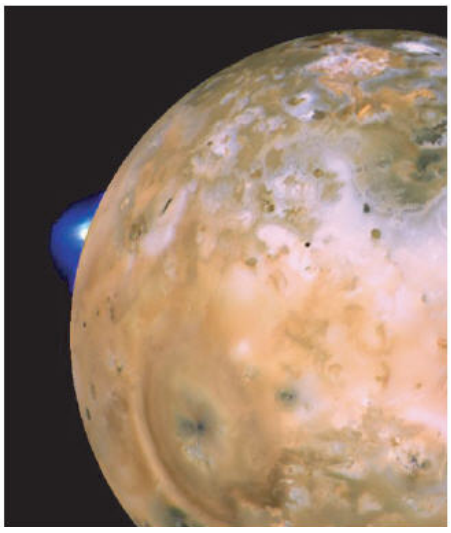
Drugim rečima, uprkos tome što Mesec vrši mnogo manje privlačenje, predvidivo je da su njegove plime i oseke ***dva puta*** veće od plima i oseka Sunca, što je i opaženo. Kada su Sunce, Mesec i Zemlja poravnati u liniju, dve plime se sabiraju; ove takozvane ***proletnje plime i oseke*** posebno su velike, a događaju se svakih 14,8 dana, pri punom i pri mladom Mesecu.

Plime donose i zgodnu zagonetku. Plime usled Meseca su mnogo veće no plime od Sunca. To predpostavlja da je gustina Meseca veća od gustine Sunca. Zašto? (***Izazov 332s***).



slika 143 Zemlja, Mesec i efekti trenja usled plime (nije u razmeri)

Plime isto tako prave ***trenje***, kao što je prikazano na ***slici 143***. Trenje uzrokuje da se obrtanje Zemlje usporava. U sadašnje vreme ovo se usporavanje može pratiti preciznim časovnicima (premda su kratkoročno promene usled drugih efekata, kao što su meteorološki uslovi, često veći. (***Ref. 114***). Ovi rezultati se dobro podudaraju sa nađenim fosilima od pre 400 miliona godina, u periodu devona godina je imala 400 dana, a dan oko 22 časa. (***Vol. II, 174***). Isto tako je procenjeno da je pre 900 miliona godina svaki od 481 dana bio dug 18,2 časa. Trenje na osnovu ovog usporavanja isto tako rezultira povećavanjem rastojanja od Zemlje do Meseca za oko 3,8 cm godišnje. Jeste li sposobni da objasnite zbog čega? (***Izazov 333s***).

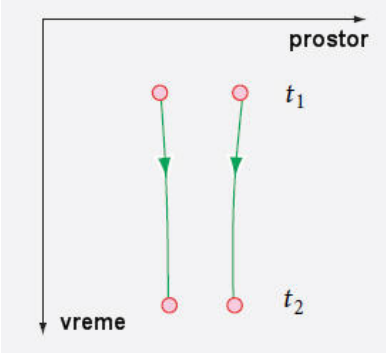


slika 144 Spektakularan rezultat plima; vulkan na Io (NASA).

Kao što je napred pomenuto, pokretanje terena usled plime isto tako je odgovorno za pokretanje ***zemljotresa***. Stoga Mesec takođe ima i opasnih uticaja na Zemlju. (Na nesreću, poznati mehanizam ne dopušta da se zemljotresi predvide. Najinteresantniji primer uticaja plime vidi se na Jupiterovom satelitu Io. Na njemu je plima toliko jaka da uzrokuje snažne vulkanske aktivnosti, kao što je pokazano na ***slici 144***, sa erupcijama koje dostižu visinu od 500 km. Ako bi plime bile još jače, mogle bi potpuno da razore

telo, kao što se dogodilo između Marsa i Jupitera, kada su se oblikovali asteroidi ili (moguće) meseci koji prate u prstenovima Saturn.

Ukratko, plime nastaju usled relativnih ubrzanja bliskih tačaka mase. Ovo ima važnu posledicu. U u poglavlju o opštoj teoriji relativnosti (***Vol. II, strana 109***), saznaćemo da vreme pomnoženo brzinom svetlosti ima kao dužina važnu ulogu. Vreme stoga dobija dodatnu dimenziju, kako je prikazano na ***slici 145***. Korišćenjem ove sličnosti, dve slobodne čestice koje padaju jedna pored druge takođe odgovaraju paralelnim linijama. Plima pokazuje da takve čestice prilaze jedna drugoj. (***Vol. II, strana 148***). Drugim rečima, plima utiče da se paralelne linije približe jedna drugoj. Ali paralelne linije mogu da se približavaju međusobno ***samo*** ako je sistem prostor-vreme zakrivljen. Ukratko, plime uzrokuju ***zakrivljenost*** sistema prostor-vreme i prostora. Ovo jednostavno razmišljanje je bilo izvedeno još u 18. veku, međutim, bilo je potrebno drugih 200 godina da ga razjasni genijalnost Alberta Ajnštajna.



slika 145 Čestice koje padaju jedna pored druge vremenom se približe

MOŽE LI SVETLOST DA PADA

Die Maxime, jederzeit selbst zu denken, ist die Aufklarung.

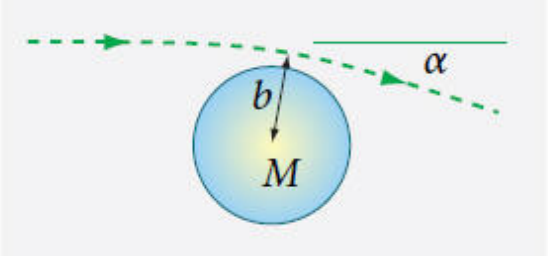
Imanuel Kant (Immanuel Kant)[1]

Pri kraju sedamnaestog veka ljudi su otkrili da svetlost ima konačnu brzinu – priča koju ćemo ispričati kasnije (***Vol. II, strana 17***). Objekt koji se kreće beskonačnom brzinom ne može da bude privučen gravitacijom, pošto ne postoji vreme da bi se proizveo taj efekt. Međutim, objekt koji se kreće konačnom brzinom osetio bi gravitaciju i zbog toga bi padao.

Da li se brzina svetlosti poveća kada svetlost dođe do površine Zemlje? Tokom skoro tri veka ljudi nisu imali sredstvo za opažanje jednog takvog efekta; tako da ovo pitanje nije ni istraživano. Tada je, 1801. godine, pruski astronom Johan Solldner (Johann Soldner 1776-1833) bio prvi koji je ovo pitanje postavio na drugačiji način. (***Ref. 157***). Budući da je bio astronom, on je premeravo zvezde i ugao pod kojim se vide. Zapazio je da kada prolazi pored nekog masivnog tela svetlost biva ***skrenuta*** usled gravitacije.

Soldner je proučavao telo na hiperboličnoj putanji, koje se kretalo brzinom c i prolazilo pored loptastog tela mase M na rastojanju b (mereno od centra), kao što je prikazano na ***slici 146***. Soldner je izveo obrazac za ugao skretanja: (***Izazov 334ny***).

$$\alpha_{univ.grav} = \frac{2}{b}\frac{GM}{c^2} \tag{58}$$



slika 146 Masa skreće svetlost

[1] "Maksima, razmišljati sve vreme o sebi je prosvetlenje", Imanuel Kant

Izgleda da je ugao veći kada je kretanje sasvim uz masu *M*. Za svetlost koju skrene masa Sunca, pokazalo se da je ovaj ugao malih 0,88" = 4,3 μrad. U Soldnerovo vreme ovaj ugao bio je isuviše mali da bi mogao da se izmeri. Zbog toga je ovo pitanje ubrzo bilo zaboravljeno. Kada je počelo da se prati, opšta teorija relativnosti započeta je kao eksperimentalna nauka, a ne kao teorijski doprinos Alberta Ajnštajna. (***Vol. II, strana 26***). Zašto? Vrednost koja je upravo izračunata ***razlikuje*** se od izmerene vrednosti. Prva merenja izvedena 1919;[1] našla su da je zavisnost od rastojanja tačna, ali je nađeno da je skretanje veće od 1,75 ", tačno dvostruko veće nego li prema jednakosti (58). Razlog ne može lako da se otkrije; zapravo, to je zbog zakrivljenosti prostora, kao što ćemo videti. Zaključak je, svetlost ***može*** da pada, ali to pitanje krije neka iznenađenja.

MASA: INERCIJSKA I GRAVITACIJSKA

Masa opisuje kako neko telo sadejstvuje sa drugim. U našem hodanju mi ćemo se susresti sa dva njena aspekta. ***Inercijska masa*** je karakteristika koja održava objekt u kretanju i koja pruža otpor prema promenama njegovog kretanja. ***Gravitacijska masa*** je karakteristika koja je odgovorna za ubrzanje tela u blizini (aktivni aspekt), ili da bude ubrzano od objekta u blizini (pasivni aspekt). Na primer, aktivni aspekt mase Zemlje određuje ubrzanje tela na njenoj površini; pasivni aspekt tela omogućava nam da ga izmerimo na vagi ili pomoću ravnoteže, kako bismo odredili svoju masu. Gravitacijska masa je osnova ***težine***, teškoće pri dizanja tela.[2]

Da li je gravitacijska masa tela jednaka njegovoj inercijskoj masi? Približan odgovor se dobija iskustveno, jer ako je neki objekt teško staviti u pokret, takođe ga je teško i podići. Najjednostavniji eksperiment je da se uzmu dva tela različitih masa i pustimo ih da padaju. Ako je ubrzanje isto za sva tela, inercijska masa je jednaka (pasivnoj) gravitacijskoj masi, pošto u izrazu:

$$ma = \nabla\left(\frac{GMm}{r}\right)$$

na levoj strani *m* predstavlja zapravo inercijsku masu, a na desnoj strani *m* je gravitacijska masa.

Već u sedamnaestom veku Galilej je načinio široko poznat i stari dokaz pokazujući bez ijednog eksperimenta da je gravitacijsko ubrzanje zaista isto za sva tela. Ako bi veća masa padala brže od male mase, pojavio bi se naredni paradoks. Svako telo može da se posmatra kao sastav velikog dela u spoju sa malim delom. Ako manje telo zaista pada manjom brzinom, manji deo bi usporavao pad većeg dela, tako da bi kompletno telo padalo ***sporije*** nego li veći njegov deo (ili podeljeno na komade). U isto vreme, telo koje je veće od njegovih delova, trebalo bi da pada ***brže*** nego li taj deo. To je očigledno nemoguće: sve mase moraju da padaju uz isto ubrzanje.

Mnogi pouzdani eksperimenti su izvršeni posle orginalne rasprave Galileja. U svim ovim eksperimentima bila je potvrđena nezavisnost od ubrzanja pri slobodnom padu masa i sastava materijala, uz preciznost koja je bila moguća. (***Ref. 158***). Drugim rečima, eksperimenti su potvrdili da su gravitacijska masa i inercijska masa ***jednake***. Šta je uzrok ove misteriozne jednakosti?

Jednakost gravitacijske i inercijske mase uopšte nije misterija. Vratimo se do odrednice za masu kao negativnu obrnutu srazmeru ubrzanja (***strana 82***). Napomenuli smo da fizičko poreklo ubrzanja ne igra nikakvu ulogu u odrednici, pošto se poreklo ne pojavljuje u izrazu. Drugim rečima, veličina mase je prema odrednici nezavisna od interakcije. To znači posebno da su inercijska masa, zasnovana i merena pomoću elektromagnetskih interakcija, i gravitacijska masa jednake ***prema odrednici***.

Isto tako smo zapazili da nismo odredili poseban pojam “pasivne gravitacijske mase”. (Taj pojam se ponekad može naći u dokumentima istraživača.). Masa koja se ubrzava usled gravitacije je inercijska masa. Još gore, ne postoji način da se odredi “pasivna gravitacijska masa” koja bi se razlikovala od inercijske mase. Pokušajte to! (***Izazov 337s***). Svi postupci kojima bi se izmerila pasivna gravitacijska masa, kao što je merenje objekta, ne mogu se razlikovati od postupaka kojima se određuje inercijska masa prema njenom reagovanju na ubrzanje. Zaista, sve ove metode koriste iste negravitacijske mehanizme. Vage u kupatilima tipični su primeri.

---

[1] Uzgred, kako biste izmerili skretanje svetlosti u blizini Sunca koje je izuzetne sjajnosti? (***Izazov 335s***).

[2] Kolika je težina koju pokazuje vaga osobe od 85 kg koja žonglira sa tri lopte od po 0,3 kg? (***Izazov 336ny***).

I zaista, ako bi "pasivna gravitacijska masa" bila različita id inercijske mase, imali bismo strašne posledice. Ne samo što je teško da se njih dve razlikuju u nekom eksperimentu; ušli bismo u teškoće sa očuvanošću energije za ona tela za koja bi ove mase bile različite. (***Izazov 338e***).

Zapravo, isto tako ako se predpostavi da se "aktivna gravitacijska masa" razlikuje od inercijalne mase uvodi nas u teškoće. Kako bi se "gravitacijska masa" razlikovala od inercijalne mase? Da li bi razlika zavisila od relativne brzine, vremena, položaja, sastava ili od same mase? Ne. Svaka od ovih mogućnosti protivrečna je kako očuvanju energije, tako i očuvanju količine kretanja. (***Izazov 339s***).

Kao zaključak, nije čudo da su sva merenja potvrdila jednakost svih tipova masa: ne postoji druga mogućnost – kao što je tvrdio Galilej. Odsustvo drugih mogućnosti je usled osnovne jednakosti određivanja mase:

- Odnos masa je odnos ubrzanja. (***Vol. II, strana 124***).

Pojmovi se obično ponovo pojavljuju u opštoj teoriji relativnosti, bez novih rezultata, pošto odrednica mase ostaje ista. Gravitacijska i inercijska masa ostaju jednake. Ukratko:

- Masa je jedinstvena osobina za svako telo.

Ipak, ostaje drugo dublje pitanje. Šta je ***poreklo*** mase? Zašto ona postoji? Na ova jednostavna ali duboka pitanja ne može da odgovori klasična fizika. Biće nam potrebno malo strpljenja da bismo to saznali.

ZANIMLJIVOSTI I I ZABAVNI IZAZOVI O GRAVITACIJI

Fallen ist weder gefahrlich noch eine Schande; Liegen bleiben ist beides.[1]

Konrad Adenauer

Gravitacija na Mesecu je samo jedna šestina od one na Zemlji. Zbog čega to utiče da je na Mesecu teško brzo hodanje i trčanje (kao što smo videli na TV snimcima koji su tamo snimljeni?)

* * *

Da li Zemlja ima drugih satelita osim Meseca i veštačkih satelita lansiranih u orbitu pomoću raketa? Da. Zemlja ima nekoliko mini-satelita i veliki broj kvazi-satelita. Posebno dugovečan kvazi-satelit, asteroid pod nazivom 2016 HO3, veličine oko 60 m koji je otkriven 2016. godine. Kao što je predstavljemo na ***slici 147***, on je u orbiti oko Zemlje i ostaće tu još nekoliko stotina godina, na rastojanju 40 do 100 puta većem no što je do Meseca.

* * *

Da li je ubrzanje usled gravitacije stalno u vremenu? Zaista nije. Procenjeno je da svakog dana padne na Zemlju 10^8 kg materijala u obliku meteorita i asteroida (Primer se može videti na ***slici 148***.) I pored toga, nepoznato je da li se masa Zemlje povećava tokom vremena (usled prikupljanja meteorita i kosmičke prašine) ili se smanjuje (usled gubitka gasova). Ukoliko nađete način da rešite ovo pitanje, objavite ga.

* * *

Otkrivanje slučajnih objekata koji udaraju u Zemlju uopšte nije jednostavno. Astronomi vole da istaknu da neki asteroid velik kao onaj koji je doveo do istrebljenja dinosaurusa može da se sudari sa Zemljom, a da ga astronomi predhodno ne zapaze, ukoliko bi pravac bio malo neuobičajen, kakav je onaj sa juga, gde je raspoređeno malo teleskopa.

* * *

Nekoliko ljudi je preživelo slobodan pad i aviona sa visine od hiljadu metara i više, iako nisu imali padobran. Mali broj od njih je to preživelo bez ikakvih povreda. Kako je to moguće? (***Izazov 340s***).

* * *

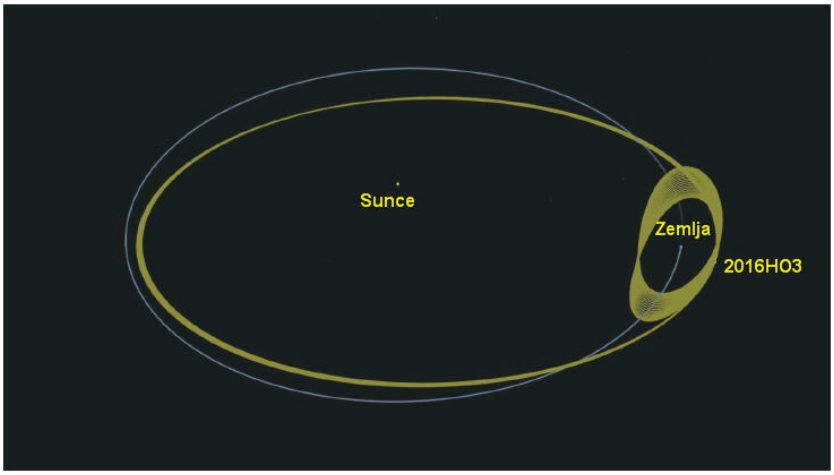
Zamislite da imate dvanaest kovanih novčića istovetnog izgleda, od kojih je jedan falsifikovan. Ovaj falsifikovan ima različitu masu od ostalih jedanaest. Kako ćete odrediti koji je falsifikovan, a koji je ili lakši ili teži, koristeći jednostavnu vagu samo tri puta? (***Izazov 341e***).

* * *

[1] "Padanje nije ni opasno niti je sramota; laganje je i jedno i drugo". Konrad Adenauer (1876. Köln – 1967. Rhondorf), kancelar Zapadne Nemačke

Imate devet lopti identičnog izgleda, sve su istih masa, osim jedne, koja je teža. Možete li da odredite koja je teža, korišćenjem vage samo dva puta?

* * *



slika 147 Izračunata orbita kvazi-satelita 2016 HO3, privremenog pratioca Zemlje (uz ljubaznost NASA).

* * *

Za fizičare je ***antigravitacija*** odbijajuća gravitacija; ona ne postoji u prirodi. Uprkos tome, pojam "antigravitacije" koriste netačno mnogi ljudi, kako kratko istraživanje interneta pokazuje. Neki ljudi nazivaju "antigravitacija" bilo koji efekt koji ***prevazilazi*** gravitaciju. Međutim, ova odrednica podrazumeva da su stolovi i stolice uređaji antigravitacije. Prateći odrednicu, većina proizvoda od drveta, čelika ili betona u vezi su sa poslovima antigravitacije. Odrednica sa interneta nema apsolutno nikakvog smisla.

* * *

slika 148 Fotografije meteorita su retke, ove dve, snimljene u razmaku od nekoliko sekundi, prikazuju čak i raspad meteorita (© Robert Mikaelyan).

* * *

Koji je najjeftiniji način da se izbegne gravitacija u toku 25 sekundi? (***Izazov 342s***).

* * *

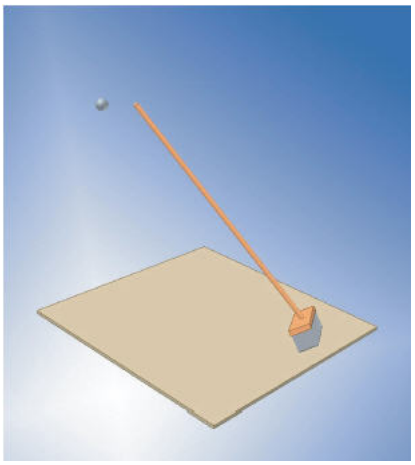
Da li svi objekti na Zemlji padaju uz isto ubrzanje od 9,8 m/s^2, pod predpostavkom da se može zanemariti otpor vazduha? Ne; svaka domaćica zna to. Možete da proverite to i sami. Kao što je prikazano na slici 149, drška metle nagnuta pod uglom od 35° udari o pod pre kamena, kako potvrđuje zvuk sudara. Možete li da objasnite zašto? (***Izazov 343s***).

* * *

Takođe su i "bandži" skakači ubrzavani mnogo više od g. Za "bandži" traku mase m i skakača mase M, maksimalno ubrzanje a iznosi:

$$a = g\left(1+\frac{1}{8}\frac{m}{M}\left(4+\frac{m}{M}\right)\right) \tag{59}$$

Možete li da zaključite ovaj izraz sa ***slike 150***? (***Izazov 344s***).



Slika149 Metla pada brže od kamena (© Luca Gastaldi).

* * *

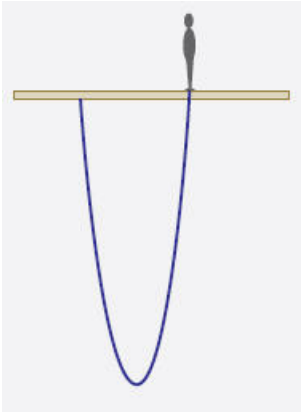
Pogodite: kolika je masa lopte od plute poluprečnika od 1 m? (***Izazov 345s***).

* * *

Pogodite: Sakupljeno je 1000 čeličnih kuglica prečnika 1 mm. Kolika im je masa? (***Izazov 346s***).

* * *

Kako možete da iskoristite vaša zapažanja u toku putovanja sa vagom iz kupatila, da biste dokazali da Zemlja nije ravna ploča? (***Izazov 347s***).



slika 150 Početni položaj “bandži” skakača

* * *

I zemlja i Mesec privlače tela. Težište (centar mase) sistema Zemlja-Mesec je udaljen 4800 km od centra Zemlje, sasvim blizu njene površine. Zbog čega tela na Zemlji uvek padaju u pravcu centra Zemlje? (***Izazov 348s***).

* * *

Da li svako loptasto telo pada uz isto ubrzanje? Ne. Ako je masa objekta uporediva sa masom Zemlje, rastojanje se smanjuje na različit način. Možete li da potvrdite ovu izjavu? (***Izazov 349e***). ***Slika 151*** prikazuje zagonetku. Šta je pogrešno u Galilejevom dokazom o nepromenljivom ubrzanju u slobodnom padu? (***Strana 152***).

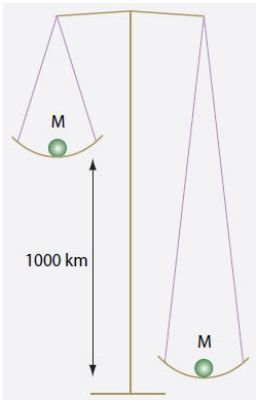
* * *

Kolika je najveća brzina koju može da postigne čovek koristeći ubrzanje usled gravitacije? Postoje različiti postupci da se ovo proveri; nekoliko je prikazano na ***slici 152***. Krajnja brzina slobodnog pada padobranca mogla bi da bude čak i veća, ali ne postoji pouzdan rekord brzine. Još uvek nije rečena poslednja reč, pošto će ovi rekordi biti premašeni tokom predstojećih godina. Važno je da se zahteva normalna visina; kod stratosferskih visina vrednosti brzine mogu biti četiri puta veća od vrednosti brzine na maloj visini. (***Vol. II, strana 109***).

* * *

Jednostavno je staviti masu od 1 kg na sto. Dvadeset kilograma malo teže. Hiljadu kilograma je nemoguće. Međutim, lako je staviti $6 \cdot 10^{24}$ kg. Kako? (***Izazov 350s***).

* * *



Slika 151 Poštena vaga?

* * *

Trenje između Zemlje i Meseca usporava obrtanje i Zemlje i Meseca. (***Strana 149***). Mesec je prestao da se obrće pre više miliona godina, a Zemlja je na putu da učini isto to. Kada Zemlja prestane da se okreće, Mesec će prestati da se udaljava od Zemlje. Koliko daleko će u to vreme Mesec da bude udaljen od Zemlje? (***Izazov 351ny***). Međutim, posle toga, mnogo dalje u budućnosti, Mesec će početi da se približava Zemlji, usled trenja između sistema Zemlja-Mesec i Sunca. Čak i ako se taj efekt dogodi, ako Sunce bude gorelo zauvek, što se zna da je netačno, možete li da to objasnite? (***Izazov 352s***).

* * *

Kada trčite u pravcu istoka, vi ***gubite težinu***. Postoje dva razloga za to: "centrifugalno" ubrzanje se povećava tako da se smanjuje sila koja vas vuče na dole, a pojavljuje se i Koriolisova sila sa istim posledicama. Možete li da procenite veličine ova dva efekta? (***Izazov 353ny***).

Slika 152 Smanjenje otpora vazduha povećava krajnju brzinu: levo, svetski rekord brzine u skijanju u 2007. godini drži Simone Origone sa 69,83 m/s i desno, svetski rekord brzine u biciklizmu na snegu u 2007. godini drži Erik Barone sa 61,43 m/s (© Simone Origone, Éric Barone).

* * *

U laboratorijama se koriste dve vrste ultrabrzih centrifuga: ***pripremne (preparativne)*** ultrabrze centrifuge izdvajaju viruse, neorganske i biomolekule, dok ***analitičke*** ultrabrze centrifuge mere oblik i masu makromolekula. Najbrži komercijalno dostupni model postiže 200.000 o/min, odnosno 3,3 kHz i centrifugalno ubrzanje od $10^6 \cdot g$

* * *

Kakav je odnos između vremena potrebnog za pad kamena sa visine l i vremena za koje klatno pređe polovinu kruga poluprečnika l. (***Izazov 354s***). (Ovaj problem je postavio Galilej.) Koliki broj cifara broja π može da se očekuje da se odredi na ovaj način?

* * *

Zbog čega se svemirski brod može ubrzati ***efektom praćke*** kada kruži oko planete, uprkos očuvanju količine kretanja? (***Izazov 355s***). Predpostavlja se da je isti efekt razlog za nekoliko izuzetno brzih zvezda koje su zapažene u galaksiji. Na primer, zvezda HE0457-5439 kreće se brzinom od 720 km/s, što je mnogo brže od 100 do 200 km/s većine zvezda u Mlečnom putu. Izgleda da ulogu centra ubrzanja ima crna rupa. (***Ref. 159***).

* * *

Orbite planeta oko Sunca imaju interesantne osobine. (***Ref. 160***) Kako izgleda hodograf orbite? Kakav je hodograf za paraboličnu i hiperboličnu orbitu? (***Izazov 356s***).

* * *

Slika 153 Četiri satelita Jupitera koje je otkrio Galilej i njihovo kretanje (© Robin Scagell).

Galilejevi sateliti Jupitera, prikazani na ***slici 153***, mogu da se vide pomoću malih amaterskih teleskopa. Galilej ih je otkrio 1610. godine i nazvao ih ***Medičijevi sateliti***. (Danas, imenovani po redosledu udaljenosti od Jupitera, su Io, Europa, Ganimed i Kalisto.) Oni su skoro mistični objekti. Bili su prva tela koja očigledno ne kruže oko Zemlje; stoga ih je Galilej iskoristio da zaključi da Zemlja nije centar svemira. Ovi sateliti su bili takođe kandidati za prvi ***standardni časovnik,*** pošto se njihovo kretanje može predvideti iz veliku tačnost, tako da bi se "standardno vreme" moglo očitavati iz njihovog položaja. Konačno, 1676. godine zbog njihove velike tačnosti, izmerena je uz njihovu pomoć brzina svetlosti, kao što je rečeno u odeljku o specijalnoj teoriji relativnosti. (***Vol. II, strana 17***)

* * *

Prosto. ali teško pitanje: da li se sva tela međusobno privlače, zašto zvezde ne padnu ili nisu pale jedne na druge? (***Izazov 357s***). Zapravo, izraz za univerzalnu gravitacuju, obrnuta srazmera kvadrata rastojanja, ima ograničenje: ne dozvoljava da se načine razumne izjave o materiji u svemiru. Univerzalna gravitacija predviđa da je raspored homogene mase nestabilan; u stvari, opažen je nehomogen raspored. Međutim, univerzalna gravitacija ne predviđa srednju gustinu mase, tamu noći, zapaženu brzinu udaljenih galaksija itd. Zapravo, "univerzalna" gravitacija niti predviđa, niti objašnjava jedinstvenu osobinu svemira. Da bi se to učinilo, potrebna je opšta teorija relativnosti (***Vol. II, strana 165***).

* * *

Ubrzanje g usled gravitacije na dubini od 3000 km je 10,05 m/s^2 preko 2% veće nego li na površini zemlje. (***Ref. 161***). Kako je to moguće? Isto tako g je na Tibetanskoj visoravni pod uticajem materijala ispod nje.

* * *

Kada Mesec kruži oko Sunca, da li njegova putanja ima ***konkavne*** delove prema Suncu, kako pokazuje ***slika 154*** desno, ili ne, kako pokazuje ***slika 154*** levo? (***Izazov 358s***). (Nezavisno od ovog pitanja obe putanje na slici prikrivaju da putanja Meseca ***ne leži*** u istoj ravni kao putanja Zemlje oko Sunca.)

* * *

Uz pomoć jednostavnog eksperimenta, kojeg svako može da izvede kod kuće, možete dokazati da se ***objekti privlače međusobno*** (ne samo da ih privlači Zemlja), a koji je opisan na veb strani www.fourmilab.ch/gravitation/foobar.

* * *

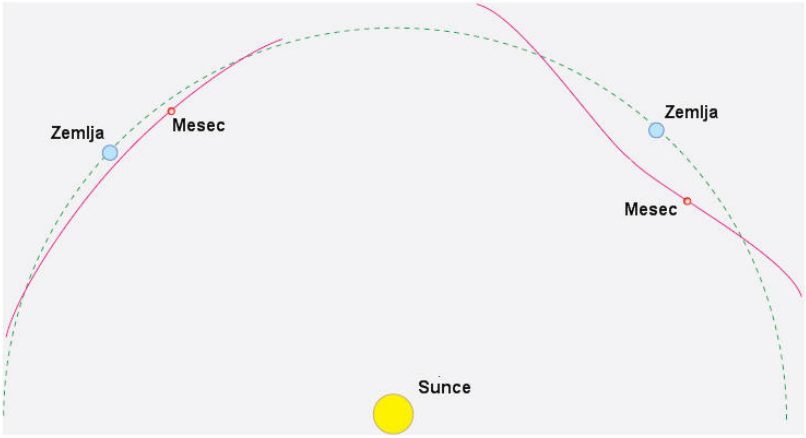
Poučno je izračunati ***brzinu pobega*** sa Zemlje, to jest, onu brzinu kojom telo mora da bude bačeno tako da nikada ne padne nazad. Ispada da je ona oko 11 km/s. (To se nekada nazivalo ***druga kosmička brzina***; ***prva kosmička brzina*** od 7,9 km/s je naziv za najmanju brzinu ostajanja u orbiti.). Tačna vrednost brzime pobega zavisi od geografske širine bacača i smera u kojem se baca. (Zašto?) (***Izazov 359e***). Kolika je brzina da se izađe iz sunčevog sistema? (Nekada se ona nazivala ***treća kosmička brzina***.) Uzgred, brzina da se pobegne iz naše galaksije je preko 500 km/s. Šta bi se dogodilo ako bi planeta ili sistem bili toliko veliki da bi za pobeg iz njega brzina bila veća od brzine svetlosti? (***Izazov 360s***).

* * *

Koliki je najveći asteroid sa kojeg bi se moglo pobeći skokom? (***Izazov 361s***).

* * *

Za telo nepravilnog oblika centar gravitacije tela *nije* isto što i težište (centar mase). Možete li to da potvrdite? (***Izazov 362s***). (Savet: Nađite i iskoristite što je moguće jednostavniji primer.)



Slika 154 Koja od ove dve putanje je tačna?

* * *

Može li gravitacija da proizvede odbijanje? Šta se događa sa malim telom unutar velike mase u obliku potkovice). Da li se ono potiskuje u pravcu težišta? (***Izazov 363ny***).

* * *

Oblik Zemlje nije lopta (***Ref. 162***). Kao posledica toga visak obično nije usmeren ka centru Zemlje. Koliko je najveće odstupanje u stepenima? (***Izazov 364ny***).

Slika 155 Analema iznad mesta Delfi, snimljena između januara i decembra 2002 (© Anthony Ayiomamitis).

* * *

Ako pogledate u nebo svakog dana u 18 časova, tokom godine položaj Sunca varira. Rezultat fotografisanja Sunca na isti negativ prikazan je na ***slici 155***. Kriva, koja se naziva ***analema***, nastaje usled dva kombinovana efekta: nagiba Zemljine ose i Zemljine orbite oblika elipse oko Sunca. Gornja i donja tačka analeme (sakrivene) odgovaraju letnjoj i zimskoj ravnodnevici. Kako bi izgledala analema ako bi se Sunce fotografisalo svakog dana u podne po lokalnom vremenu? Zbog čega to nije prava linija usmerena ka jugu? (***Izazov 365s***).

* * *

Sazvežđe u kojem se Sunce nalazi u podne (u centru vremenske zone) navodno se naziva "zodijački znak" dana. Astrolozi kažu da postoji 12 zodijačkih znakova: ovan (Aries), bik (Taurus), blizanci (Gemini), rak (Cancer), lav (Leo), devica (Virgo), vaga (Libra), škorpija (Scorpius), strelac (Sagittarius), jarac (Capricornus), vodolija (Aquarius) i riba (Pisces) i da svaki od njih zauzima (sasvim precizno) dvanaestinu

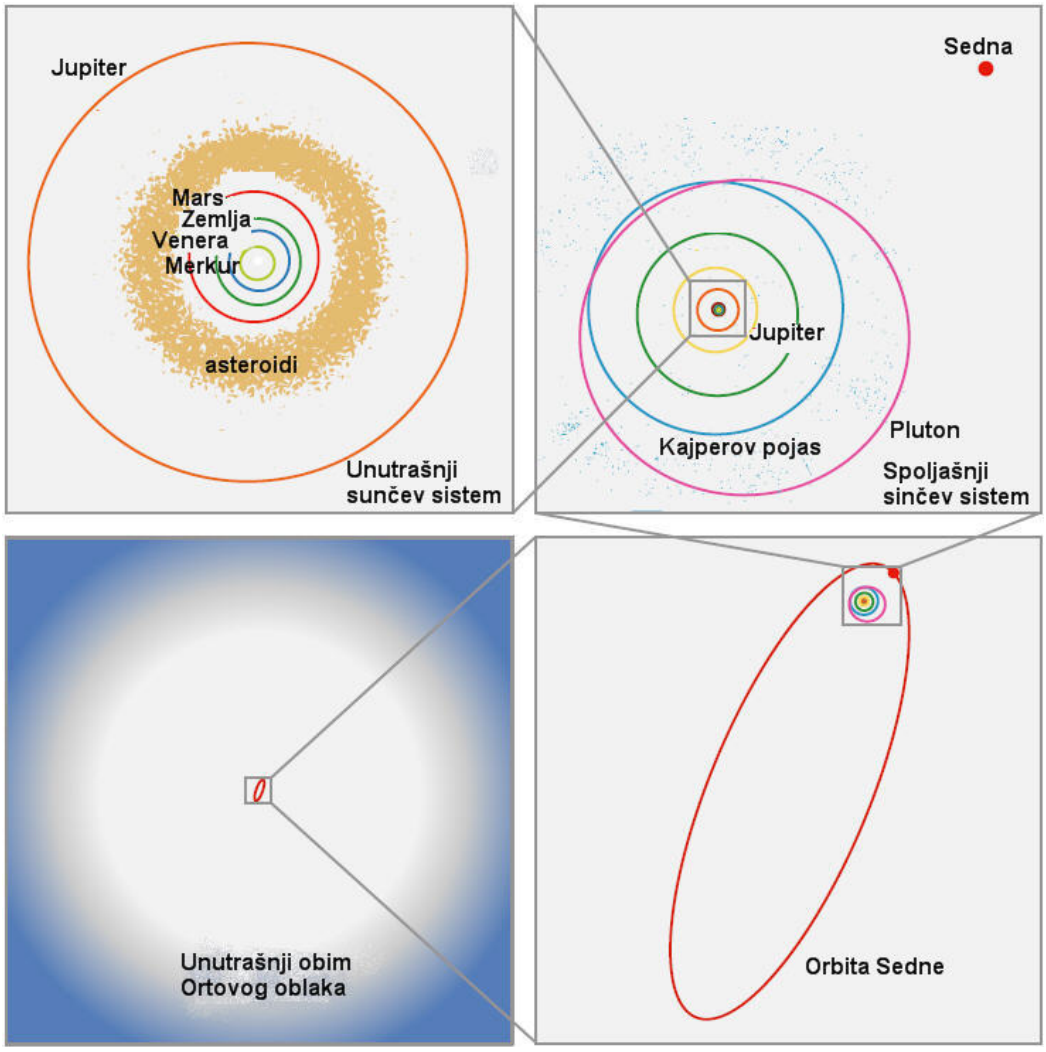
godine ili dvanaestinu ekliptike. Svaka provera na kalendaru pokazuje da danas podnevno Sunce nije nikada u zodijačkom znaku tokom dana koji su obično povezani sa njim. Odnos je pomeren za oko mesec dana od kako je određen, usled precesije ose Zemlje. (***Strana 118***). Provera na mapi zvezdanog neba pokazuje i da dvanaest sazvežđa nemaju istu dužinu i da zbog toga u ekliptici ima njih četrnaest, a ne dvanaest. Postoje ***zmijonosac (Ophiichus*** ili ***Serpentharius)***, sazvežđe nosioca zmija između škorpije i strelca, kao i sazvežđe kita ***(Cetus)*** između vodolije i ribe. Zapravo, nijedan astrološki stav o zodijačkim znacima nije tačan. (***Ref. 163***). Da se razjasni, astrologija, nasuprot njenom imenu, ***nije*** o zvezdama. (Na nemačkom reč "Strolch", koja znači "bitanga" ili "nitkov", izvedena je iz reči "Astrologer")

* * *

Dugo se mislilo da ne postoji još jedna planeta u našem sunčanom sistemu iza Neptuna i Plutona, pošto njihove orbite nemaju znakove ometanja od dugog tela. (***Ref. 164***). Danas je ovo mišljenje promenjeno. Poznato je da postoji samo osam planeta: Pluton nije planeta, već prvi od skupa malih objekata u takozvanom Kajperovom pojasu. Objekti iz Kajperovog pojasa su zvanično otkriveni; danas ih je poznato preko 1000.

Godine 2003. otkrivena su dva veća Kajperova objekta; jedan, nazvan ***Sedna***, skoro je iste veličine kao Pluton, i drugi, ***Eris*** je čak veći od Plutona i ima mesec. (***Ref. 165***). Oba imaju jako eliptične putanje (videti ***sliku 156***). Pošto su Pluton i Eris, kao i asteroid Ceres očistili svoje putanje od krhotina, ova tri objekta su sada klasifikovani kao ***patuljaste planete***.

Izvan Kajperovog pojasa sunčev sistem je okružen takozvanim ***Ortovim oblakom***. Nasuprot pljosnatom Kajperovom pojasu, Ortov oblak je oblika lopte i ima poluprečnik veći od 50.000 astronomskih jedinica, kako je prikazano na ***slici 156*** i ***slici 157***. Ortov oblak se sastoji od velikog broja ledenih objekata sastavljenih uglavnom od vode, a umanjem broju od metana i amonijaka. Objekti koji iz Ortovog oblaka uđu u unutrašnjost sunčanog sistema postaju komete; u jako davna vremena takvi objekti su na Zemlju doneli vodu.



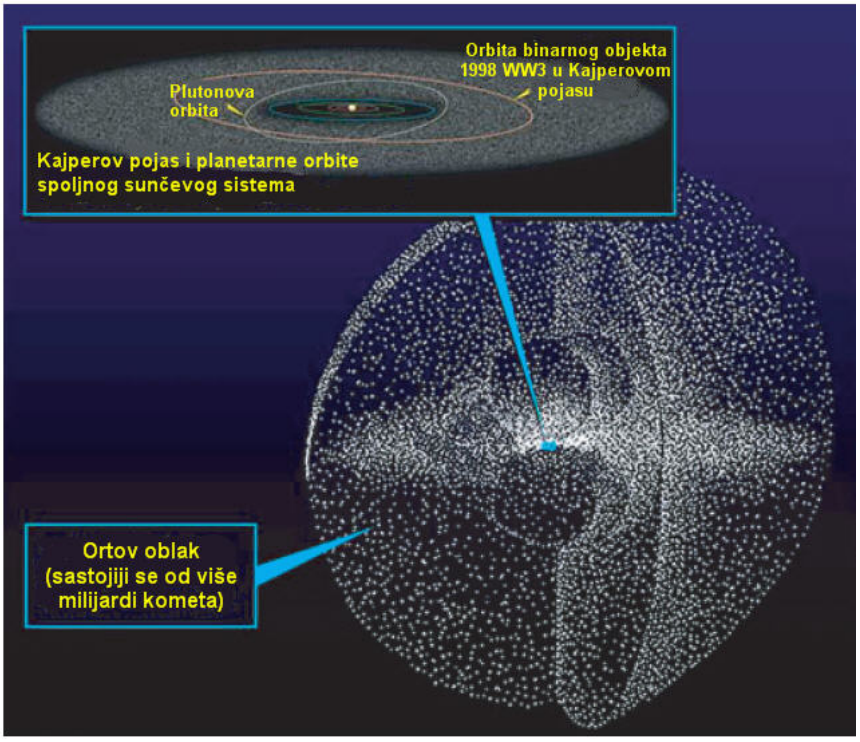
Slika 156 Orbita Sedne u poređenju sa orbitama planeta u sunčevom sistemu

* * *

U astronomiji se novi primeri kretanja redovno otkrivaju čak i u ovom veku. Ponekad postoje takođe lažne uzbune. Jedan primer je navodni pad malih kometa na Zemlju. One se navodno sastoje od nekoliko desetina kilograma leda, koji bi pogađali Zemlje svakih nekoliko sekundi. (***Ref. 166***). Sada se zna da se to neće dogoditi.

* * *

Univerzalna gravitacija dopušta samo eliptične, parabolične i hiperbolične orbite. Nemoguće je da mali objekt koji prilazi velikom bude zarobljen. Najzad, to je ono što smo već naučili. Ipak, sve knjige iz astronomije kazuju priču o zarobljavanju u našem sunčanom sistemu; na primer, nekoliko spoljnih pratilaca Saturna je bilo zarobljeno. Kako je to moguće? (***Izazov 366s***).



Slika 157 Kajperov pojas (sadrži uglavnom planetoide) i orbita Ortovog oblaka (sadrži komete), oko sunčevog sistema (NASA, JPL Donald Yeoman)

* * *

Kakvog oblika mora da bude tunel da kamen koje bi padao koz njega ne dodiruje zidove? (Predpostavlja se nepromenjena gustina.) Ako se Zemlja nebi obrtala, tunel bi mogao da bude pravolinijski sve do njenog centra, a kamen bi opet padao dole i gore uz oscilatorno kretanje. Uz obrtanje Zemlje ovaj problem je još teži. Kakav bi bio oblik ako je početak tunela na ekvatoru? (***Izazov 367s***).

* * *

Međunarodna svemirska stanica obiđe oko Zemlje svakih 90 minuta na visini od 380 km. Možete je videti na veb strani www.heavens-above.com. Uzgred, uvek kada je upravo iznad horizonta, stanica je treći najsjajniji objekt na nebu, nadmašen jedino Mesecom i Venerom. Pogledajte je. (***Izazov 368e***).

* * *

Da li je istina da je težište (centar mase) sunčevog sistema, njegov baricentar, uvek unutar Sunca? (***Izazov 369s***). Iako se Sunce ili zvezda pomeraju veoma malo kada se planete kreću oko njih, ovo kretanje se može otkriti preciznim merenjima koja koriste Doplerov efekt za svetlost ili radio-talase. (***Vol. II, strana 29***). Jupiter, na primer, uzrokuje promenu brzine Sunca od 13 m/s, a Zemlja 1 m/s. Prve planete izvan sunčevog sistema, oko pulsara PSR1257+12 i oko normalne zvezde G-tipa Pegasi 51, otkrivene su na taj način u godinama 1992. i 1995. U međuvremenu, nekoliko hiljada takozvanih egzoplaneta bilo je otkriveno pomoću ove ili drugih metoda. Neke od njih imaju čak mase uporedive sa Zemljinom. Ova istraživanja takođe pokazuje da su egzoplanete brojnije od zvezda, ali planete nalik Zemlji su retke.

* * *

Ne dobijaju sve tačke na Zemlji isti broj sati dnevnog svetla tokom godine. Ipak, efekte je teško pronaći. Možete li da pronađete neke? (***Izazov 370d***).

* * *

Mogu li faze Meseca da imaju merljive uticaje na ljudsko telo, na primer usled efekta plime? (***Izazov 371s***)

* * *

Postoji jedna važna razlika između heliocentričnog sistema i stare ideje da se sve planete okreću oko Zemlje. Heliocentričan sistem predpostavlja da neke planete, kao što su Merkur i Venera, mogu neko vreme da budu ***između*** Zemlje i Sunca, a u ostatku vremena da budu ***iza*** Sunca. Nasuprot tome geocentrični sistem predpostavlja da su ove dve planete stalno između. Zašto ovakva važna razlika nije odmah poništila geocentričan sistem? I kako su posmatranja faza prikazanih na ***slici 158*** i ***slici 159*** poništile geocentrični sistem? (***Izazov 372s***).

* * *

Najjače preoblikovanje opisa kretanja datog izrazom $m\boldsymbol{a} = \nabla U$ je uvek kada se posmatra jednakost: (***Ref. 167***)

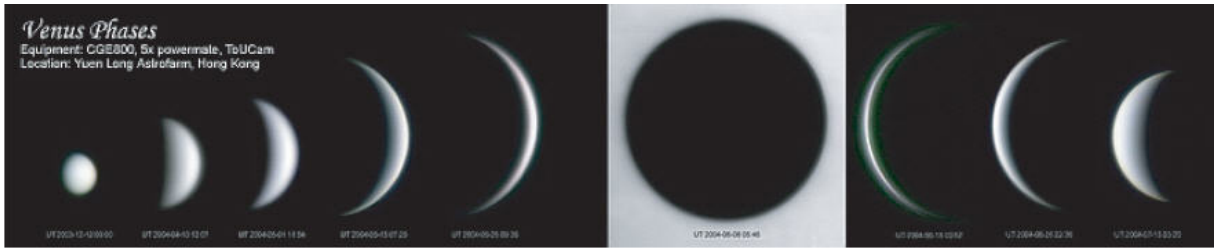
$$\nabla v = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s} \tag{60}$$

gde je s dužina putanje kretanja. To je nazvano ***oblikom zraka*** Njutnove jednakosti kretanja. Možete li da pronađete primer za ovu primenu? (***Izazov 373s***).

Slika 158 Faze Meseca i Venere, kako su viđene iz Atine leta 2007. godine (© Anthony Ayiomamitis).

* * *

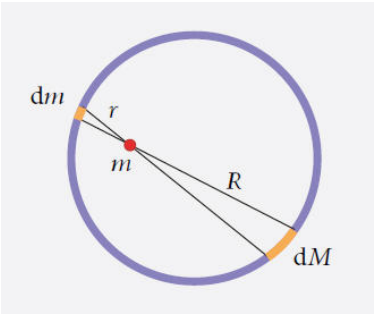
Posmatrana sa Neptuna, veličina Sunca je ista kao veličina Jupitera posmatrana sa Zemlje u vreme njegovog najbližeg prilaska. Da li je to tačno? (***Izazov 374s***).



Slika 159 Univerzalnu gravitaciju takođe objašnjava osmatranje Venere, zvezde Zornjače i Večernjače. Posebno, univerzalnu gravitaciju i eliptičku putanju koju ona podrazumeva, objašnjavaju njene faze i promena ugaone veličine. Fotografije su snimljene 2004. i 2005 godine. Posmatranje može da se izvede pomoću dogleda ili malog teleskopa (© Wah!; film je dostupan na veb strani apod.nasa.gov/apod/ap060110.html).

* * *

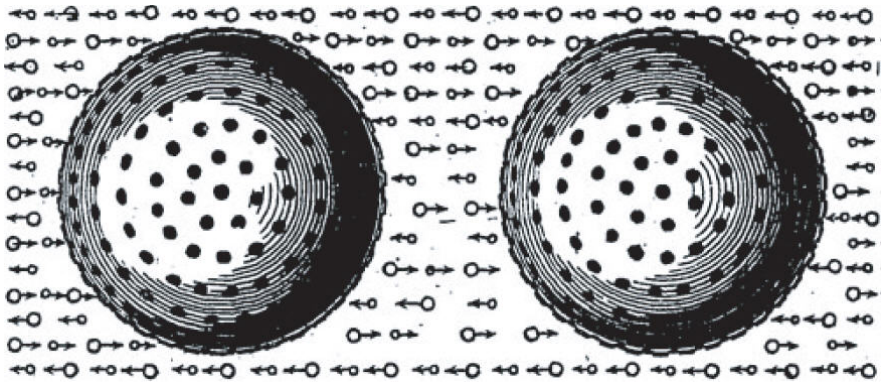
Unutar loptastog omotača ubrzanje čestice usled gravitacije je nula. (***Ref. 168***). Odsustvo gravitacije u ovom slučaju nezavisno je od oblika čestice i njenog položaja, a ne zavisi ni od debljine zida omotača. Možete li da nađete razlog ako koristite ***sliku 160***? (***Izazov 375s***). Ovo deluje samo zbog zavisnosti gravitacije od $1/r^2$. Možete li da pokažete da ova posledica ne važi za omotač koji nije u obliku lopte? Zapazite da odsustvo gravitacije u loptastom omotaču obično ne važi ako se izvan omotača nalazi neka druga materija. Kako bi mogao da se odstrani uticaj spoljašnje materije? (***Izazov 376s***).



Slika 160 Nepostojanje sile gravitacije unutar loptastog materijalnog omotača

* * *

Šta je gravitacija? Ovo jednostavno pitanje ima dugu istoriju. Nikola Fatio de Duljije (Nicolas Fattio de Dullier) 1690. godine i Žorž-Luj Le Saž (George-Luis Le Sage) 1747. godine predlagali su objašnjenje zavisnosti od $1/r^2$. (***Ref. 169***). Le Saž je tvrdio da je svet prepun malih čestica – on ih je nazvao "*corpuscules ultramondains*" – koje lete nasumice po okolini i pogađaju sve objekte. Usamljen objekt ne oseća udare, pošto su oni neprestani i nasumični iz svih smerova. Ali kada se dva objekta približe, oni naprave senku u delu upliva prema drugom telu, što izazove privlačenje, kao što je prikazano na ***slici 161***. Možete li da pokažete da i takvo privlačenje zavisi od $1/r^2$? (***Izazov 377e***).



Slika 161 Le Sažova sopstvena ilustracija njegovog modela, pokazuje malu gustinu čestica ("*ultramondiane corpuscule*s") između tela koja se privlače i veću gustinu izvan njih (© Wikimedia)

Međutim, Le Sažova predpostavka imala je brojne probleme. Prvo, tvrdnja vredi samo ako je sudaranje neelastiččno. (Zašto?) (***Izazov 378e***). Međutim, to bi značilo da bi se sva tela tokom vremena zagrejala, kako je objašnjavao Žan-Mark Levi-Leblan (Jean-Marc Levy-Leblond). (***Ref. 2***). Drugo, telo koje se kreće u slobodnom prostoru bilo bi sa prednje strane izloženo bržim česticama nego onima sa zadnje strane; kao rezultat, telo bi se usporavalo. Konačno, gravitacija bi bila zavisna od veličine, ali na čudan način. Posebno, tri tela koja bi se nalazila na istoj liniji ***nebi*** pravila senku, pošto se takva senka nebi opažala; ali naivan model predviđa takve senke.

Uprkos svih kritika, ideja da je gravitacija uzrokovana česticama imala je od tada redovno mesto u istraživanjima u fizici. U mnogo ređim verzijama hipotetičke čestice su nazivane ***gravitoni***. S druge strane, takve čestice nisu nikada bile otkrivene. Tek u poslednjem delu uspona na našu planinu mi ćemo rešiti pitanje porekla gravitacije.

* * *

Za koja tela se gravitacija smanjuje kada im se približimo? (***Izazov 379ny***).

* * *

Može li satelit da se izbaci u orbitu uz pomoć topa? Da li odgovor zavisi od smera u kojem je ispaljen? (***Izazov 380s***)

* * *

Dva stara korisnika računara razmenjuju iskustva. "Ja sam bacio kroz prozor Pentium III i Pentium IV." "Pa?" "Pentium III je bio brži."

* * *

Koliko često Zemlja izađe i zađe posmatrana sa Meseca? Da li Zemlja pokazuje faze? (***Izazov 381s***).

* * *

Kolika je težina Meseca? Kako se može uporediti sa težinom Alpa? (***Izazov 382ny***).

* * *

Zahvaljujući blago spljoštenom obliku Zemlje, izvor reke Misisipi je oko 20 km bliži centru Zemlje od ušća; voda zapravo teče uzbrdo. Kako je to moguće? (***Izazov 383s***).

* * *

Ako se zvezda sastoji od materijala velike gustine, brzina planete koja se obrće blizu nje mogla bi da bude veća od brzine svetlosti. Kako je priroda izbegla ovu čudnu mogućnost? (***Izazov 384s***).

* * *

Šta će se dogoditi sa sunčevim sistemom u budućnosti? Na ovo pitanje iznenađujuće je teško dati odgovor. Glavni stručnjak za ovu temu, francuski naučnik za planete Žak Laskar (Jacques Laskar) simulirao je nekoliko stotina miliona godina evolucije uz pomoć izračunavanja na računaru. (***Ref. 170***). Otkrio je da su orbite planeta stabilne, ali da postoje jasan uvid u nizak nivo haosa u evoluciji sunčevog sistema. (***Strana 303***). Različite planete međusobno utiču na suptilne i slabo razumljive načine. Efekti u prošlosti isto tako su proučavani, kao što je promena energije Jupitera usled njegovog izbacivanja manjih asteroida iz sunčevog sistema, ili dobitak energije Neptuna. Predstoji još uvek puno istraživanja na ovom polju.

* * *

Jedan otvoren problem u sunčevom sistemu je opis rastojanja planeta koji je otkrio 1766. godine Johan Danijel Titius (Johann Daniel Titius, 1729-1796), a objavio Johan Elert Bode (Johann Elert Bode 1747-1826). Titius je otkrio da rastojanje planeta od Sunca d iznosi približno:

$$d = a + 2^n b \quad \text{uz} \quad a = 0{,}4\ \text{AU} \quad \text{i} \quad b = 0{,}3\ \text{AU} \tag{61}$$

pri čemu se rastojanje d meri u AU (astronomska jedinica), a n je redni broj planete. Rezultati ovog približnog računa dati su u ***Tabeli 27*** uporedo sa opažanjima.

Interesantno je, da su tri poslednje planete, kao i planetoidi otkriveni ***posle*** smrti Bodea i Titiusa; pravilo je uspešno predvidelo rastojanje Urana, kao i planetoida. Uprkos ovim uspesima i greškama za poslednje dve planete – niko još nije pronašao model za raspored planeta koji bi oblasnio Titius-Bode pravilo. Veliki sateliti Jupitera i Urana imaju pravilno rastojanje, ali ne i u skladu sa Titius-Bode pravilom.

Objašnjenje ili neslaganje sa pravilom je jednan od izazova koji je preostao u klasičnoj mehanici. (***Ref. 171***) Neki istraživači smatraju da je pravilo posledica invarijante razmera, drugi smatraju da je to čista slučajnost ili čak obmana. (***Ref. 172***). Poslednja interpretacija je takođe sugerisana da se praktično sve planete izvan sunčevog sistema ne ponašaju po Titius-Bode pravilu. Ovo pitanje još uvek nije zatvoreno.

TABELA 27 Neočekivana osobina prirode: udaljenost planeta od Sunca i vrednosti dobijene iz pravila Titius-Bode.

PLANETA	***n***	**Predviđeno**	**Izmereno**
		Rastojanje u AU (astr. jedin.)	
Merkur	$-\infty$	0,4	0,4
Venera	0	0,7	0,7
Zemlja	1	1,0	1,0
Mars	2	1,6	1,5
Planetoidi	3	2,8	2,2 do 3,2
Jupiter	4	5,2	5,2
Saturn	5	10,0	9,5
Uran	6	19,6	19,2
Neptun	7	38,8	30,1
Pluton	8	77,2	39,5

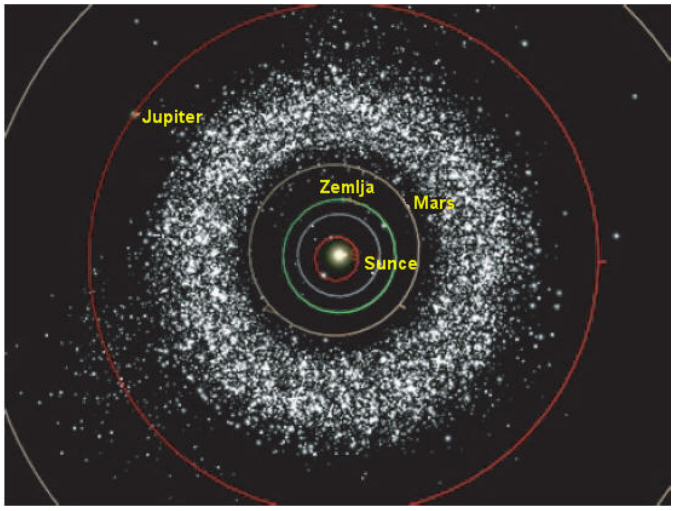
* * *

Pre oko 3000 godina Vavilonci su izmerili orbitalna vremena sedam zvezdanih tela. Poređali su ih od najdužeg do najkraćeg i popunili su ***Tabelu 28***. Vavilonci su takođe uveli pojam sedmice i podelili su dan na 24 časa. Oni su posvetili svaki od 168 časova u sedmici nekom nebeskom telu, sledeći redosled iz ***Tabele 28***. (***Izazov 385e***). Isto tako su posvetili ceo dan onom nebeskom telu koje odgovara prvom satu tog dana. Prvi dan u sedmici bio je posvećen Saturnu; prikazan redosled ostalih dana u sedmici prati ***Tabelu 28***. Ovu priču je ispričao Kasius Dio (Cassius Dio, oko 160 pne – 230 pne) (***Ref. 173***). Pri kraju Starog

veka ovaj redosled su prihvatili u Rimskoj imperiji. U germanskoj grupi jezika, uključujući i engleski, latinska imena nebeskih tela zamenjena su odgovarajućim germanskim bogovima. Redosled Saturday, Sunday, Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday i Friday je prema tome posledica kako astronomskih merenja, tako i astrološkog sujeverja iz drevnih vremena.

TABELA 28 Periodi orbita koje su poznavali Vavilonci

Telo	**Period**
Saturn	29 god
Jupiter	12 god
Mars	687 dana
Sunce	365 dana
Venera	224 dana
Merkur	88 dana
Mesec	29 dana



Slika 162 Kretanje planetoida u poređenju sa kretanjem planeta (Shockwave animacija © Hans-Christian Greier)

* * *

Veliki matematičar Leonard Ojler (Leonhard Euler) je 1722. godine napravio grešku u svom proračunu koja ga je navela da zaključi da ako bi se tunel, ili bolje, duboka rupa napravila od jednog pola Zemlje do drugog, kamen koji bi upao u nju došao bi do centra Zemlje, a zatim bi se odmah vratio. Volter je zbijao šalu sa ovim zaključkom dugi niz godina. Možete li da ispravite Ojlera i da pokažete da bi stvarno kretanje bilo oscilovanje od jednog pola do drugog i možete li da izračunate vreme potrebno za pad od pola do pola (predpostavljajući homogenu gustinu)? (***Izazov 386s***).

Koliko bi bilo vreme oscilovanja za proizvoljan pravolinijski tunel od površine do površine dužine *l*, ali koji ne ide od pola do pola? (***Izazov 387s***).

* * *

Predhodni izazov zaobilazi efekt obrtanja Zemlje. Tema postaje mnogo interesantnija ako se u obzir uzme i obrtanje. (***Ref. 174***). Kakav oblik tunela je potreban tako da kamen koji pada kroz njega nikada ne udari o zid? (***Izazov 388s***).

* * *

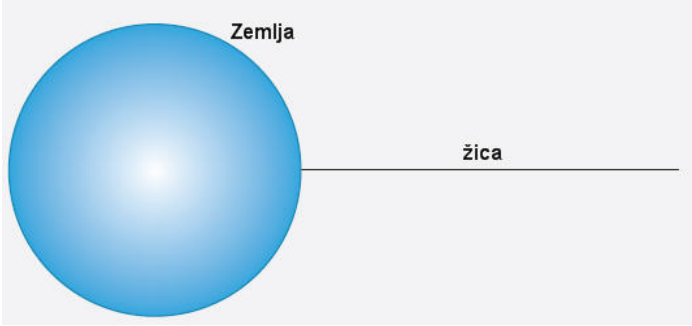
Slika 163 prikazuje fotografiju pomračenja Sunca snimljenu iz ruske svemirske stanice ***Mir*** i fotografiju snimljenu sa Zemlje iz centra senke. Zaista, globalni izgled fenomena može da bude sasvim različit od lokalnog. Kolika je brzina senke? (***Izazov 389s***).

* * *

Merenja iz satelita 2005. godine pokazala su da vode u reci Amazon pritiskaju zemljište za više od 75 mm u sezoni kada je reka puna vode nego li u sezoni kada je reka skoro prazna. (***Ref. 175***).

* * *

Slika 163 Pomračenje Sunca 11.avgusta 1999., fotografija Žan-Pjer Hajgnera, člana posade svemirske stanice Mir 27 i (povećano) pomračenje Sunca 29.marta 2006. (© CNES and Laurent Laveder/PixHeaven.net)



Slika 164 Žica vezana za ekvator Zemlje

* * *

Zamislite da postoji žica koja se ne prekida. Koliko dugačka bi morala da bude takva žica, tako da ako je zakačimo na ekvatoru stoji uspravno uvis, kao što pokazuje slika 164? (***Izazov 390s***).

* * *

Obično postoje približno dve plime dnevno. Ali postoje mesta, kakvo je obala Vijetnama, gde postoji samo ***jedna*** plima dnevno; veb strana www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/marees_m2k1_fr.html prikazuje ovaj fenomen. Zašto? (***Izazov 391ny***).

* * *

Dovoljno je da se iskoristi pojam centrifugalne sile da bi se pokazalo da Saturnovi prsteni ne mogu da budu od masivnog materijala, već moraju da budu izgrađeni od rasutih delova. Možete li da nađete zbog čega? (***Izazov 392s***).

* * *

Zbog čega je Mars izgubio svoju atmosferu? Niko ne zna. Često se prikazuje da je sunčev vetar isuviše slab da bi se to dogodilo. Ovo je jedno od mnogih otvorenih zagonetki sunčevog sistema.

* * *

Opažano kretanje usled gravitacije može da se prikaže tako da bude što je ***jednostavnije*** moguće na sledeći način. (***Strana 183***). Ako merimo promene na objektu koji pada pomoću izraza

$$\int \left(\frac{mv^2}{2} - mgh \right) \mathrm{d}t$$

tada neizmenjeno ubrzanje usled gravitacije ***miniimizira*** promene u svakom primeru pada. Možete li ovo da potvrdite? (***Izazov 393e***).

* * *

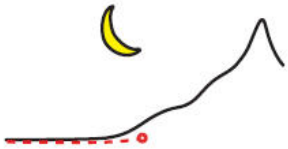
Kretanje usled gravitacije je zabavno: pomislite na roler-kostere. Ako želite da saznate kako su oni napravljeni posetite www.vekoma.com.

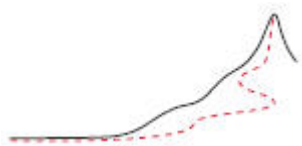
Naučna teorija koju najviše volim je ona, po kojoj su prsteni Saturna napravljeni od izgubljenog avionskog prtljaga"

Mark Rasel (Mark Russel)

ZAKLJUČAK O GRAVITACIJI

Tela u obliku lopte sa masom *m* privlače druga tela na rastojanju *r* tako što izazivaju ubrzanje prema sebi dato kao $a = Gm/r^2$. Ova jednakost, ***jednakost univerzalne gravitacije***, opisuje skijanje na dasci, skijanje, paraglajdere, atletičare, ljude na kauču pred televizorom, klatna, stene, topove, rakete, plime, orbite, oblike planeta, kretanje planeta i još mnogo toga. Ona je prvi primer objedinjenih opisa, u ovom slučaju – ***kako sve pada.***





Poglavlje 7

KLASIČNA MEHANIKA, SILE I PREDVIDIVOST KRETANJA

Sve one vrste kretanja kod kojih je masa jedina nepromenljivo svojstvo određuju oblast ***mehanike***. Isti naziv je dat i stručnjacima koji proučavaju ovu oblast (engleski ***mechanics*** = ***mehaničar*** srpski) Možemo zamišljati mehaniku kao atletski deo fizike.[1] Kako u atletici, tako i u mehanici, mere se samo dužine, vremena i mase – i od opšteg su interesa.

Još određenije, naša tema istraživanja do sada se nazivala ***klasična*** mehanika, kako bi se razlikovala od ***kvantne*** mehanike. Glavna razlika je što se u klasičnoj mehanici predpostavlja da postoje proizvoljno male vrednosti, što nije slučaj u kvantnoj fizici. Klasična mehanika se često naziva ***Galilejeva fizika*** ili ***Njutnova fizika***.[2] Klasična mehanika navodi da je kretanje ***predvidivo***: pa prema tome navodi da u kretanju nema iznenađenja. Da li je to tačno u svim slučajevima? Da li predvidivost važi i kod prisustva trenja? Ili kod slobodne volje? Da li zaista ne postoje iznenađenja u prirodi? Ova pitanja zaslužuju razmatranja; ona će nas pratiti tokom naše pustolovine.

Slika 165 Oblik parabole oblikovan ubrzanjem mlaza vode prikazuje da su kretanja u svakodnevnom životu predvidiva (© Oase GmbH).

Znamo da u svetu postoji više nego li samo gravitacija. Jednostavna posmatranja čine ovaj zaključak: ***podovi*** i ***trenje***. Nijedno od toga ne može biti usled gravitacije. Podovi ne padaju, pa se zbog toga ne mogu opisati gravitacijom; a trenje nije zapaženo na nebu, gde su kretanja u potpunosti usled gravitacije.[3] Isto tako i na Zemlji trenje nije povezano sa gravitacijom, što možda želite da proverite. (***Izazov 394e***). Mora da postoji neka druga interakcija koja je odgovorna za trenje. Proučavaćemo je u trećoj knjizi. Ali neka pitanja zaslužuju da se razmotre odmah.

---

1 Ovo je u suprotnosti sa stvarnim poreklom pojma „mehanika“ koji znači „nauka o mašinama“. Izveden je iz grčkog μηκανή, što znači „mašina“ i dobro se slaže sa poreklom engleske reči „machine“. Ponekad se pojam „mehanika“ koristi samo za proučavanje kretanja ***krutih*** tela, isključujući, na primer, hidrodinamiku, termodinamiku. Ova upotreba pala je u nemilost u fizici dvadesetog veka.

2 Osnova klasične mehanike, opisivanje kretanja korišćenjem samo prostora i vremena, naziva se ***kinematika***. *Primer je* opis slobodnog pada uz:

$$z(t) = z_0 + v_0 (t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2$$

Drugi važan deo klasične mehanike je opis kretanja kao posledice interakcije tela; naziva se ***dinamika***. Primer za dinamiku je obrazac za univerzalnu gravitaciju. Razlika između kinematike i dinamike može da se napravi i u teoriji relativnosti, termodinamici i elektrodinamici.

3 Ovo nije u potpunosti tačno: godine 1980. otkriven je slučaj gravitacijskog trenja: emisija gravitacijskih talasa. Razmotrićemo ga detaljno u poglavlju opšte teorije relativnosti (***Vol. II, strana 136***). Međutim, ovo otkriće ne menja glavnu temu.

TREBA LI KORISTITI SILU ILI SNAGU?

Direktna upotreba fizičke sile tako je siromašno rešenje [...] da ga obično upottrebljavaju samo mala deca i velike nacije.

Dejvid Fridman (David Friedman)

Svako je zauzimao stav u vezi ovog pitanja, jednako kao i studenti fizike. Zaista, mnogo vrsta sila se koristi ili opaža u svakodnevnom životu. Govori se o mišićnoj, gravitacijskoj, psihičkoj, seksualnoj, satanističkoj, natprirodnoj, socijalnoj, političkoj, ekonomskoj i mnogo drugih sila. Fizičari vide ovu stvar na jednostavniji način. Oni nazivaju ***interakcija*** različite vrste sila zapaženih između objekata. Proučavanje detalja svih ovih interakcija pokazaće da u svakodnevnom životu postoji ili električno ili gravitacijsko poreklo.

Za fizičare, sve promene nastaju usled kretanja. Pojam sile tada uzima mnogo ograničeniju definiciju. ***(Fizička) sila*** je definisana kao ***promena količine kretanja u vremenu***, to jest kao·

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} \tag{62}$$

Nekoliko izmerenih vrednosti su navedeni u ***Tabeli 29***.

TABELA 29 Vrednosti nekih sila u prirodi

Posmatranja	**Sila**
Vrednost izmerena u mikroskopu sa magnetnom rezonansom	820 zN
Sila potrebna da se pocepa molekul DNK povlačenjem sa oba kraja	600 pN
Maksimalna sila ispoljena ljudskim zagrizom	2,1 kN
Tipična vršna sila ispoljena teškim čekićem	2 kN
Sila izvršema mišićem kvadricept	iznad 3 kN
Sila koju izdržava 1 cm^2 dobrog lepka	iznad 10 kN
Sila potrebna da se prekine dobro uže za penjanje na stene	30 kN
Maksimalna sila koja se može izmeriti u prirodi	$3{,}0 \cdot 10^{43}$ N

Konj trči toliko brzo da kopita dodiruju zemlju samo 20% vremena. (***Ref. 85***). Koliko opterećenje podnose njegove noge tokom kontakta? (***Izazov 395s***).

Sila je ***promena*** količine kretanja. Pošto je količina kretanja očuvana, možemo reći takođe da je sila merilo ***protoka*** količine kretanja. Kao što ćemo uskoro detalnije sagledati, ako sila ubrzava telo, količina kretanja protiče kroz njega. Ustvari, količina kretanja može da se zamisli kao neka nevidljiva i nedodirljiva supstanca. (***Ref. 85***). Sila meri koliko se te supstance uliva u telo ili izliva iz njega u jedinici vremena.

- Sila je protok količine kretanja.

Ako se iskoristi Galilejeva definicija za linearnu količinu kretanja $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$, može se napisati ponovo definicija sile:

$$\boldsymbol{F} = m \cdot \boldsymbol{a} \tag{63}$$

gde je $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(t, x)$ sila koja deluje na objekt mase m i gde je $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t, x) = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t^2$ ubrzanje samog objekta, odnosno njegova promena brzine.[1] Obrazac izražava u preciznim pojmovima da je sila ono što menja ***brzinu*** mase. Veličina je nazvana "sila" pošto odgovara mnogim, ali ne i svim, svakodnevnim aspektima sile mišića. Na primer, što se više sile primeni, utoliko se dalje može da se dobaci kamen. Ekvivalentno tome, što se više količine kretanja ulije u kamen, utoliko dalje može kamen da se dobaci. Još jedan primer, pojam ***težine*** opisuje tok količine kretanja usled gravitacije.

- Gravitacija neprestano uliva količinu kretanja u masivna tela.

[1] Ovu jednakost prvi je napisao švajcarski matematičar i fizičar Leonard Ojler (Leonhard Euler, 1707-1783) 1747. godine, 20 godina posle smrti Njutna, kome se često i pogrešno pripisuje. To je bio Ojler, jedan od najvećih matematičara svih vremena (a ne Njutn), koji je shvatio da ova odrednica sile može da se koristi u ***svakoj*** vrsti kretanja, bilo gde da se pojavljuje, bilo za tačkastu česticu ili prošireno telo, bilo kruto, izmenljivog oblika ili tečno telo. (***Ref. 27***). Iznenađujuće, i u suprotnosti sa često korišćenim iskazima, ali jednakost (63) je tačna i u teoriji relativnosti. (***Vol. II, strana 68***).

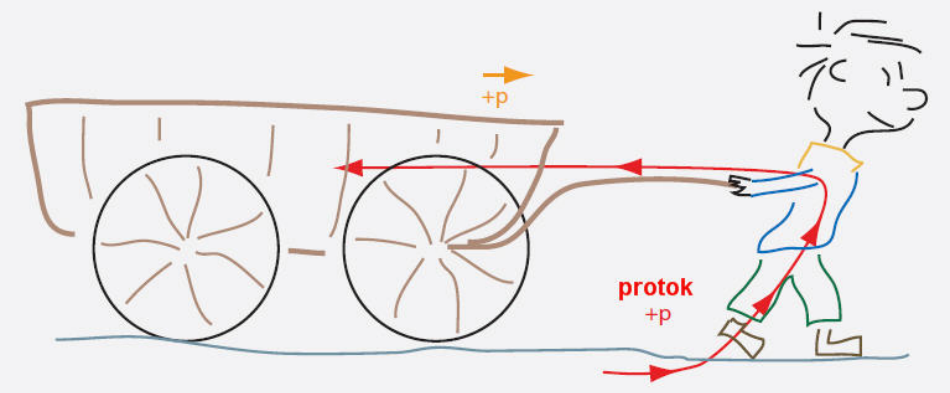
Pesak u peščanom satu curi, a peščani sat se nalazi na vagi. Da li je težina koju vaga pokazuje veća, manja ili jednaka težini kada pesak prestane da curi? (***Izazov 396s***)

Sile se mere uz pomoć izobličenja tela. Vrednosti sila u svakodnevnom životu mogu da se izmere pomoću merenja istezanja opruge. Male vrednosti sile, reda do 1 nN, mogu da se otkriju merenjem skretanja male poluge uz pomoć odbijenog laserskog zraka.

Međutim, uvek kada se koristi pojam sile, treba da se zapamti da se ***sila u fizici razlikuje od svakodnevnih sila u svakodnevnim naporima.*** Napor je verovatno najpribližniji pojam ***(fizičkoj) snazi,*** obično se zapisuje skraćenicom *P*, a definisana je (za nepromenljivu snagu) kao:

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{v} \tag{64}$$

pri čemu je ***rad (u fizičkom smislu), W*** definisan kao $W = \boldsymbol{F}\boldsymbol{s}$, gde je ***s*** rastojanje duž kojeg je delovala sila. Rad je oblik energije, što možete da proverite. Rad, kao oblik energije mora da bude uzet u obzir kada se proverava očuvanje energije. Zapazite da čovek koji hoda i nosi težak ranac teško da izvršava bilo kakav rad; zbog čega će se onda umoriti? (***Izazov 397s***).



Slika 166 Dete koje vuče kolica upumpava količinu kretanja u njih. Zapravo, nešto količine kretanja protekne nazad u teren usled dinamičkog trenja (nije nacrtano)

Uz definiciju rada koja je upravo data, možete da rešite sledeće zagonetke. Šta se događa sa potrošnjom električne energije lifta ako u njemu hodate umesto da stojite mirno? (***Izazov 398s***). Kakav je efekt definicije za snagu na zaradu naučnika? (***Izazov 399d***).

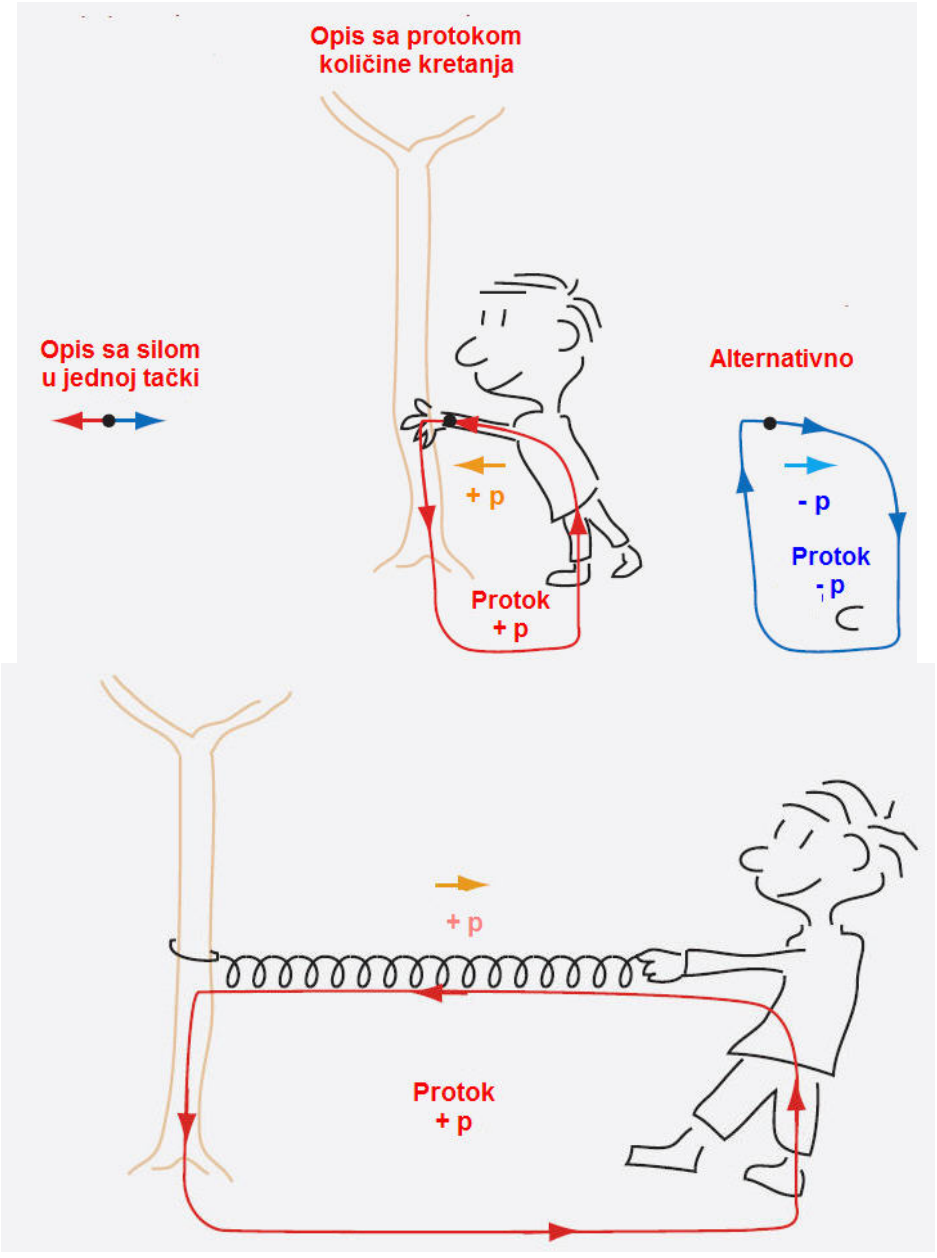
Kada studenti na ispitu kažu da je sila koja deluje na bačen kamen najmanja u najvišoj tački putanje, uobičajeno je reći da oni koriste netačno gledište, naime takozvano ***Aristotelovo gledište***, u kojem je je snaga proporcionalna brzini. (***Ref. 176***). Ponekad se čak kaže da oni koriste drugačiji koncept ***stanja*** kretanja. Kritičari tada dodaju, uz ton superiornosti, kako je sve to pogrešno. To je primer intelektualne dezinformacije. Svaki student zna iz vožnje biciklom, iz bacanja kamena ili vučenja objekta, da povećanje ***napora*** ima za posledicu povećanje brzine. Student je u pravu; greše oni teoretičari koji zaključe da student ima pogrešan koncept za ***silu***. U stvari, umesto ***fizičkog*** koncepta za silu, student je samo upotrebio ***svakidašnju*** verziju, naime napor. Zaista, napor koji izvrši gravitacija na kamen koji leti jeste najmanji u najvišoj tački putanje. Razumevanje razlike između fizičke sile i svakidašnjeg napora je glavna pepreka u proučavanju mehanike.[1]

Često se protok količine kretanja, jednakost (62), ne prepoznaje kao definicija sile. Ovo je uglavnom usled svakodnevnih opažanja; gde izgleda da postoji sila bez ikakvog pridruženog ubrzanja ili promene količine kretanja, kakav je u vrpci koja je zategnuta ili u vodi pod velikim pritiskom. Kada se opiremo o drvo, kao što je pokazano na ***slici 167***, ne postoji kretanje, mada je primenjena sila. Ako je sila protok količine kretanja, gde je protekla količina kretanja? Ona je protekla u neznatno izobličenje ruke i stabla. Zapravo, kada se započne guranje i time izobličenje, pridružena količina kretanja menja molekule, atome, ili elektrone u ta dva tela koja se posmatraju. Posle izobličenja uspostavlja se neprekidni i jednak protok količine kretanja koji teče u oba smera.

[1] Ova odskočna daska je toliko visoko postavljena da mnogi profesionalni fizičari to baš ni sami ne koriste; ovo je potvrđeno u bezbrojnim komentarima u dokumentima gde se iznosi da je fizička snaga određena korišćenjem mase, a u isto vreme, da je masa određena korišćenjem sile. (Poslednji deo ove rečenice suštinska je greška).

Pošto je sila čist protok količine kretanja, pojam sile nije zaista poteban za opis kretanja. (***Ref. 85***). Međutim ponekad je taj pojam praktičan. To je u slučaju svakodnevnog života, gde je praktičan u situacijama kada je čista vrednost količine kretanja mala ili zanemarljiva. Na primer, korisan je da se definiše pritisak kao silu po površini, premda je to zapravo protok količine kretanja po površini. Na mikroskopskom nivou, sama količina kretanja dovoljna je za opis kretanja.

U naslovu ovog odeljka upitali smo se o upotrebi sile i snage. Pre no što zaključno odgovorimo, potrebno nam je više argumenata. Preko njihove odrednice pojam sile i snage jasno se razlikuje od "mase", "količine kretanja", "energije" i od svega drugog. Ali odakle sila potiče? Drugim rečima, koji efekt u prirodi ima sposobnost da ubrzava predmete ulivanjem količine kretanja u objekte? U ***Tabeli 30*** prikazan je pregled.



Slika 167 Dva jednaka opisa situacija sa ukupnom silom jednakoj nuli, to jest sa zatvorenim protokom količine kretanja. Pritisak se javlja kada su protok količine kretanja i tačka količine kretanja istih smerova, a istezanje se javlja kada su protok količine kretanja i tačka količine kretanja suprotnih smerova.

SILE, POVRŠINE I OČUVANOST

Videli smo da je sila promena količine kretanja. Isto tako smo videli da je količina kretanja očuvana. Pa kako ta dva iskaza idu jedan uz drugi? Odgovor je isti za sve očuvane veličine. Mi zamišljamo da je zatvorena površina ograničeni deo prostora. Očuvanost podrazumeva da očuvana veličina zatvorena ***unutar*** površine može samo da se promeni kada ***protekne kroz*** tu površinu.[1]

Sve očuvane veličine u prirodi – kao što su energija, linearna količina kretanja, električni naboj, moment količine kretanja – mogu da se promene samo ako proteknu kroz površinu. Osim toga, uvek kada se promeni količina kretanja tela, to se dogodi kroz površinu. Promena količine kretanja je usled protoka količine kretanja. Drugim rečima, pojam sile uvek podrazumeva površinu kroz koju je količina kretanja protekla.

- Sila je protok količine kretanja kroz površinu.

Ova tačka je suštinska za razumevanje sile u fizici. (***Ref. 293***). Svaka sila zahteva površinu za svoju definiciju.

TABELA 30 Odabrani procesi i uređaji koji menjaju kretanje tela

Situacija koja može da izazove ubrzanje		**… koja samo izaziva usporenje**	**Motor i pokretač**
piezoelektricitet	kvarc pod naponom	termoluniniscencija	hodajući piezo tronožac
sudari	sateliti u susretu sa Zemjom	sudar automobila	raketni motor
	porast planina	sudar meteorita	plivanje larve
magnetni efekti	kompas u blizini magneta	elektromagnetna kočnica	elektromagnetni top
	magnetostrikcija	gubici u transformatoru	linearni motor
	struja u žici u blizini magneta	električno zagrevanje	galvanometar
električni efekti	plastični češalj i kosa	trenje između krutih tela	elektrostatički motor
	bomba	vatra	mišići
	katodna cev	elektronski mikroskop	bič spermatozoida
svetlost	levitacija tela usled svetlosti	svetl. kupatilo za kočenje elektrona	svetlosni mlin (stvaran)
	solarno jedro satelita	pritisak svetlosti unutar zvezde	solarna ćelija
elastičnost	luk i strela	tregeri na pantalonama	ultrazvučni motor
	savijeno drvo se ispravlja	jastuk, vazdušni jastuk u automobilu	bimorfna ćelila
osmoza	voda se penje u stablu	konzerviranje hrane sa solju	osmosko klatno
	elektroosmoza		snimanje x-zracima
toplota, pritisak	hlađenje boce šampanjca	otpornost na vodu daske za jedrenje	hidraulični motor
	čajnik	živi pesak	parna mašina
	barometar	padobran	vazdušna puška, jedro
	zemljotres	otpornost na klizanje	seizmometar
	atrakcija voza dok prolazi	amortizer (ublaživač udara)	vodena turbna
nuklearna	radioaktivnost	zaranjanje u Sunce	eksplozija supernove
biološka	rast bambusa	smanjenje prečnika krvnih sudova	molekularni motor
gravitacijska	pad	emisija gravitacijskih talasa	remenica

[1] Matematički, očuvanje veličine q izraženo je pomoću zapreminske gustine $\rho = q/V$, strujom $I = q/t$ i protokom ili uplivom $\boldsymbol{j} = \rho \boldsymbol{v}$, tako da je $j = q/At$. Očuvanost stoga podrazumeva:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\,\mathrm{d}V = -\int_{A=\partial V} \boldsymbol{j}\,\mathrm{d}\boldsymbol{A} = -I \qquad (65)$$

ili ekvivalentno:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{j} = 0 \qquad (66)$$

Ovo je ***jednakost neprekidnosti*** za veličinu q. Sve ovo samo izražava da očuvana veličina u zatvorenoj zapremini V može da se promeni samo kada protekne kroz površinu A. Ovo je tipičan primer kako složeni matematički izraz može da zanmagli jednostavni sadržaj fizike.

Da bi vaš sopstveni pojam sile bio tačniji, možete potražiti odgovarajuću površinu kada užetom vučete kolica, ili kada se rukom opirete o drvo, ili kada ubrzava automobil. (***Izazov 400e***). Isto tako je od pomoći da se pojam sile uporedi sa pojmom snage: obe veličime ptotiču kroz površine. Kao rezultat svega rečenog, možemo reći:

- ***Motor*** je pumpa količine kretanja.

TRENJE I KRETANJE

Svaki primer kretanja, od kretanja koje nam dopušta da odaberemo smer našeg pogleda do kretanja koje nosi leptira preko predela, može da se stavi u jednu od tri leve kolone u ***Tabeli 30***. Fizički, ove tri kolone su podeljene prema sledećim kriterijumima: u prvoj vrsti primera, ubrzanje tela može da bude u drugom pravcu u odnosu na njegovu brzinu. Druga vrsta primera proizvodi samo ubrzanja koja su tačno ***nasuprot*** brzini tela koje se kreće, kako se vidi iz referentnog sistema za medije koji koče. Takve sile otpora nazivaju se ***trenje, vučenje*** ili ***prigušivanje***. Svi primeri iz druge vrste su tipa trenja. Samo proverite. (***Izazov 401e***). Zagonetka iz biciklizma: da li bočni vetar koči – i zašto? (***Izazov 402s***)

Trenje može da bude toliko snažno da je svako kretanje onemogućeno nasuprot njegovom okruženju. Ovakva vrsta trenja se naziva ***statičko trenje*** ili ***trenje lepljenja***, ono je zajedničko i važno: bez njega nebi imalo efekta obrtanje točkova bicikla, voza ili automobila. Bez statičkog trenja, točkovi pokretani motorom nebi imali delovanje. Slično tome, nijedan zavrtanj nebi ostao pritegnut i nijedna ukosnica nebi stajala u kosi. Mi ne bismo mogli da hodamo niti da trčimo kroz šumu, a zemljište bi bilo mnogo klizavije od uglačanog leda. Zapravo, ne samo da je naše sopstveno kretanje, već i sva ***voljna kretanja*** živih bića, ***zasnovana*** su na trenju. Isto to je slučaj i sa svim mašinama koje se pokreću na sopstveni pogon. Bez statičkog trenja, propeleri na brodovima, avionima i helikopterima nebi imali nikakvog učinka, a krila aviona nebi stvarala uzgon da bi ga održavala u vazduhu. Zašto? (***Izazov 403s***).

Ukratko, statičko trenje je neophodno uvek kada od motora zahtevamo da se kreće nasuprot okruženju.

TRENJE, SPORT, MAŠINE I PREDVIDIVOST

Pošto se objekt pokrene i kreće kroz okruženje, njega sprečava u kretanju druga vrsta trenja; ona se naziva ***dinamičko trenje*** i deluje između svih tela u relativnom kretanju.[1] (***Ref. 177***). Bez dinamičkog trenja, tela koja padaju uvek bi odskočila do iste visine i nebi prestala da odskaču; nebi imali učinka ni padobrani, ni kočnice; a što je najgore, mi ne bismo imali pamćenje, što ćemo saznati kasnije.

Svi primeri kretanja u trećoj koloni ***Tabele 30*** sadrže trenje. U ovim primerima makroskopska energija nije očuvana: sistemi su ***rasipni***. U drugoj koloni makroskopska energija je je nepromenljiva: sistemi su ***očuvani***.

Druga i treća kolona se mogu takođe razlikovati ako se upotrebi apstraktniji, matematički kriterijum: na levoj strani se ubrzanje može izvesti iz potencijala, a na desnoj strani usporavanje ne može. Kao i u slučaju gravitacije, opis svake vrste kretanja je mnogo jednostavniji ako se iskoristi potencijal: na svakom mestu u prostoru potrebna je samo jedna vrednost potencijala da bi se izračunala putanja objekta, umesto tri vrednosti za ubrzanje ili silu. Štaviše, veličina brzine objekta u svakoj tački može se izračunati neposredno iz očuvanja energije.

Proces iz treće kolone ***ne može*** da se opiše potencijalom. To su slučajevi gde je bolje koristiti silu ako želimo da opišemo kretanje sistema. Na primer, trenje ili sila vuče F usled ***otpora vetra*** za ***kruto*** telo, dato je preko:

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2 \qquad (67)$$

gde je, A površina preseka, v njegova brzina u odnosu na vazduh i ρ gustina vazduha. Sačinilac otpora vazduha c_w neimenovan je broj koji zavisi od oblika tela koje se kreće. Nekoliko primera je dato na ***slici 168***. Obrazac (67) važi za sve fluide, ne samo za vazduh, za brzine manje od brzine zvuka, sve dok se otpor javlja usled turbulencije. (***Strana 257***). To je obično slučaj u vazduhu i u vodi. (Pri veoma malim

[1] Ovde bi mogao da postoji jedan izuzerak. Novija istraživanja sugerišu da bi možda kod nekih sistema kristala, kakva su volframova tela na silikatima, pod idealnim uslovima trenje klizanja moglo da bude jako malo, pa čak i da nestane u izvesnim smerovima kretanja. (***Ref. 178***) Ovo, takozvano ***superpodmazivanje*** aktuelna je tema istraživanja.

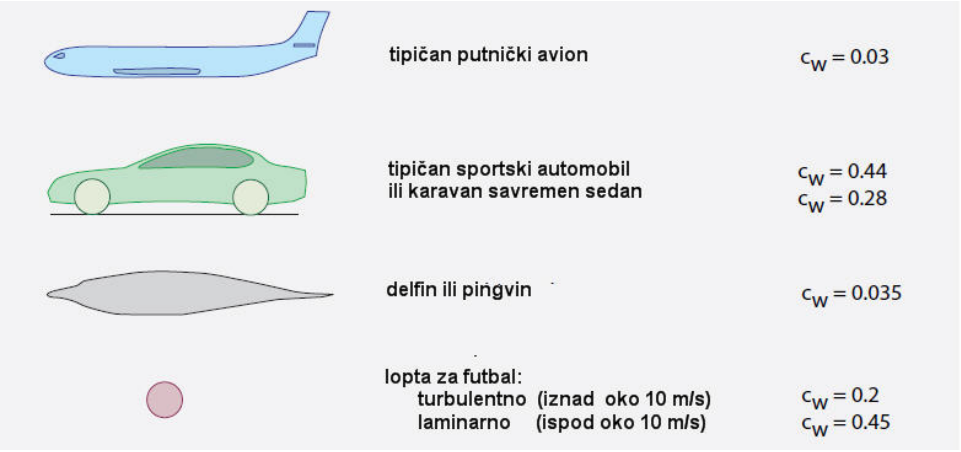
brzinama, kada kretanje fluida nije turbulentno, već laminarno, otpor se naziva ***viskoznost*** i prati (približno) linearnu zavisnost od brzine.) Možete proveriti da taj otpor, ili aerodinamički otpor ***ne može*** da se izvede iz potencijala.[1] (***Izazov 404e***).

Sačinilac otpora vazduha c_w je izmerena veličina. Izračunavanje sačinioca otpora pomoću računara za dati oblik tela i osobine fluida, jedan je od najtežih zadataka u nauci; ovaj problem još uvek nije rešen. Aerodinamičan auto ima vrednost između 0,25 i 0,30; većina sportskih automobila deli sa karavanom vredbost 0,44 i veću, a vrednost za trkačke automobile može biti veća od 1,0, u zavisnosti od sile koja se koristi da se automobil prilepi za teren. Najmanja poznata vrednost je za delfine i pingvine.[2]

Otpor vazduha je takođe važan i za ljude, posebmo u atletici. (***Ref. 180***). Procenjeno je da sprinteri na 100 m utroše 3% do 6% svoje snage za savladavanje otpora vazduha. To dovodi do različitih vremena sprintera t_w kada je uključen vetar brzine w, povezan preko izraza:

$$\frac{t_0}{t_w} = 1{,}03 - 0{,}03\left(1 - \frac{w\, t_w}{100\ m}\right)^2 \qquad (68)$$

pri čemu je korišćena konzervativnija procena od 3%. Vetar brzine od -2 m/s u suprotnom smeru, daće povećanje vremena od 0,13 s, dovoljno da promeni moguć svetski rekord u jedan "samo" dobar rezultat. (Da li možete iz gornjeg obrasca da zaključite vrednost c_w za čoveka koji trči? (***Izazov 406ny***)



Slika 168 Oblik i otpori u vazduhu ili vodi

Isto tako padobranstvo postoji zahvaljujući otporu vazduha. Možete li da odredite kako se menja u vremenu brzina tela koje pada sa padobranom i bez njega, uz predpostavku ***neizmenjenog*** oblika i sačinioca otpora vazduha? (***Izazov 407s***).

Nasuprot tome, statičko trenje ima drugačiju osobinu. Ono je srazmerno sa silom koja pritiska telo uz telo. (***Ref. 181***) Zašto? Proučavajući ovu situaciju detaljnie, nađeno je da je trenje lepljenja srazmerno stvarnoj površini dodira. Ispada da je stavljanje dva kruta tela u dodir slično okretanju Švajcarske naglavačke i stavljanje u Austriju; područje kontakta je mnogo manje no što je procenjeno makroskopski. Važna tačka je što je područje stvarnog kontakta srazmerno ***normalnoj*** sili, to jest komponenti sile koja je normalna na površinu. Proučavanje o tome šta se događa u području dodira još je uvek tema istraživanja; istraživači proučavaju pitanje koristeći instrumente kao što su mikroskopi atomskih sila, mikroskopi bočnih sila i triboskopli. Ovi napori se koriste za hard diskove u računarima kako bi duže trajali, pošto je trenje između diska i glave za čitanje glavno svojstvo za određivanje veka trajanja.

---

[1] Takav iskaz o trenju je tačan samo u tri dimenzije, kao što je slučaj u prirodi; u slučaju jedne dimenzije, potencijal može ***uvek*** da se odredi. (***Izazov 405s***)

[2] Nije jasno da ji postoji u prirodi najmanja moguća vrednost sačinioca otpora. Teme za aerodinamičke oblike takođe su interesantne i za tela u tečnosti. Ona se uzajamno drže usled ***površinskog napona***. Na primer, površinski napon drži mokru kosu zajedno pod mokrom četkom. Od površinskog napona takođe zavisi oblik kišnih kapi. Eksperimenti su pokazali da je oblik loptast za kapi manjeg prečnika od 2 mm, a potom veće kapi kiše dobijaju oblik ***leće***, sa ravnim delom na dole. (***Vol. V, strana 231***). Uobičajeni oblik suze ***nije*** otkriven u prirodi; nešta neodređeno, slično tome, pojavljuje se prilikom odvajanja kapi, ali ***nikada*** tokom padanja kapi. (***Ref. 179***).

Svi oblici trenja povezani su sa porastom temperature tela koje se kreće. Razlog je postao jasan posle otkrića atoma. Trenje nije zapaženo u nekoliko – odnosno 2, 3 ili 4 – sistema čestica. Trenje se pojavljuje samo u sistemima sa ***više*** čestica, obično milionima ili više. Ovakvi sistemi se nazivaju ***rasutim.*** I temperatura i samo trenje nastaju usled interakcijskog kretanja velikog broja mikroskopskih čestica. Ova kretanja nisu uzeta u obzir u opisima Galileja. Kada se ona uzmu u obzir, trenje i gubici energije nestaju, a potencijal može da se primeni u potpunosti. Tada se takođe pojavljuje i pozitivno ubrzanje mikroskopskih veličina, a za kretanje se nalazi da je očuvano.

Ukratko, sva kretanja su u mikroskopskim razmerama očuvana. U mikroskopskim razmerama je stoga moguće i mnogo praktičnije da se ***sva*** kretanja opišu bez pojma sile.[1]

Pouka ove priče je dvostruka: prvo, pojam sile i snage treba da se koristi samo u jednoj situaciji: u slučaju trenja, ali samo kada se ne želi zalaženje u detalje.[2] Drugo, trenje nije prepreka za predvidivost. Kretanje ostaje predvidivo.

> *"Et qu'avons-nous besoin de ce moteur, quand l'etude reflechie de la nature nous prouve que le mouvement perpetuel est la premiere de ses lois?"*[3]
>
> Markiz de Sad (Donatien Alphonse François de Sade), *Justine, ou les malheurs de la vertu.*

POTPUN ISKAZ – POČETNI USLOVI

> *Quid sit futurum cras, fuge quaerere ...*[4]
>
> Horacije (Horace), *Odi*, lib. I, ode 9, v. 13.

Da nastavimo naše istraživanje o predvidivosti kretanja. Često opisujemo kretanje tela tako što odredimo njegov položaj u zavisnosti od vrenena, na primer kao:

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0 (t - t_0) + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}_0 (t - t_0)^2 + \frac{1}{6}\boldsymbol{j}_0 (t - t_0)^3 + \cdots \tag{69}$$

Veličine sa indeksom *0*, kao što je početni položaj $\boldsymbol{x}_0$, početna brzina $\boldsymbol{v}_0$, itd, nazivaju se ***početni uslovi***. Početni uslovi su neophodni za svaki opis kretanja. Različiti fizički sistemi imaju različite početne uslove. Početni uslovi stoga određuju ***posebnost*** posmatranog sistema. Početni uslovi isto tako omogućavaju da se napravi razlika između sadašnje situacije sistema od onog u nekom predhodnom vremenu: početni uslovi određuju ***aspekte promena*** sistema.

Početni uslovi su zato precizne osobine koje smo tražili za opis ***stanja*** sistema (***strana 27***). Da bi se našao kompletan opis stanja potreban nam je prema tome samo potpun opis početnih stanja, koji se stoga mogu takođe tačno nazvati ***početno stanje***. Pokazalo se da za gravitaciju, kao i za sve druge mikroskopske interakcije, ***nema potrebe*** za početno ubrzanje $\boldsymbol{a}_0$, početni udar $\boldsymbol{j}_0$, ili početne veličine višeg reda. U prirodi, ubrzanje i udar zavise samo od osobina objekta i njegovog okruženja; oni nisu zavisni od prošlosti. Na primer, izraz $a = GM/r^2$ univerzalne graviracije, koja daje ubrzanje malom telu u blizini većeg, ne zavisi od prošlosti, već samo od okruženja. Isto se dešava i za sve druge interakcije, kao što ćemo uskoro utvrditi.

---

[1] Prvi naučnik koji je izbacio silu iz opisa prirode bio je Hajnrih Rudolf Herc (Heinrich Rudolf Herz, 1857. Hamburg, 1894. Bonn), čuveni pronalazač elektromagnetnih talasa, u svojoj knjigi o mehanici "*Die Prinzipen der Mechanik"*, Barth, 1894, ponovljeno izdanje Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1963. Njegova ideja bila je jako kritikovana u to vreme; tek je generacija kasnije, kada se kvantna mehanika tiho oslobodila koncepta Boga, učinila da ideja postane široko prihvaćena. (Mnogo se nagađalo da bi Herc odigrao veću ulogu u otkriću kvantne mehanike i opšte teorije relativnosti, da nije umro tako mlad.). U toj knjizi Herc je takođe formulisao princip najkraćeg rastojanja: čestice koje prate geodezijsku liniju. To je isti opis koji je jedan od stubova opšte teorije relativnosti, kako ćemo videti kasnije.

[2] Međutim, cena je visoka; u slučaju medjuljudskih odnosa razvoj bi trebalo da bude više razborit nego li što pokazuju istraživanja nasilja. (***Ref. 182***)

[3] "A zbog čega nam je potreban ovaj motor, kada nam razumna proučavanja prirode dokazuju da je neprestano kretanje prvi od njenih zakona." Donasje Alfons Fransoa (Markiz de Sad) *Justina ili nesrećne vrline.*

[4] "Kakva će budućnost biti sutra, nikada ne pitaj…" Horacije je Quintus Horatius Flaccus (65–8 pne), veliki pesnik starog Rima. (***Ref. 83***)

Kompletno stanje mase kretanja materijalne tačke je zato opisano određivanjem njenog položaja i njene količine kretanja u svim trenucima vremena. (***Strana 71***). Prema tome sada smo postigli ***potpun*** opis za ***unutrašnje osobine*** tačkastog objekta, naime sa njegovom masom i njegovim ***stanjem kretanja***, odnosno njegovom količinom kretanja, energijom, položajem i vremenom. Za ***proširene krute*** objekte potrebni su nam takođe orijentacija, ugaona brzina i moment količine kretanja. Međutim, nisu potrebna druga svojstva opažanja stanja.

Možete li da odredite potrebna svojstva opažanja u slučajevima proširenih elastičnih tela ili tečnosti? (***Izazov 408s***). Možete li da date primer za neka unutrašnje osobine koja su do sada propuštene? (***Izazov 409s***).

Skupu svih mogućih stanja sistema dat je naziv: on se zove ***fazni prostor***. Mi ćemo često koristiti ovaj pojam. Kao i svaki prostor, on ima brojne dimenzije. Možete li da odredite ovaj broj za sistem koji se sastoji od *N* tačkastih čestica? (***Izazov 410s***).

Interesantno je da se prisetimo jednog ranijeg izazova i da se zapitamo ponovo: da li svemir ima početne uslove? Da li svenir ima fazni prostor? (***Izazov 411s***).

Obzirom ta sada imamo opise osobina i stanja za tačkasti objekt, prošireno kruto telo i tela koja se izobličavaju, možemo li da predvidimo sva kretanja? Još uvek ne. Postoje situacije u prirodi u kojima kretanje nekog objekta zavisi od odobina drugačijih nego li što je njegova masa; kretanje može da zavisi od njegove boje (možete li da nađete primer?) (***Izazov 412s***), od njegove temperarure i od nekoliko drugih osobina koje ćemo uskoro da otkrijemo. I za svaku unutrašnju osobina postoje svojstva opažanja stanja koje treba otkriti. Svaka dodatna unutrašnja osobina osnova je za istraživanje u fizici. Brzina je osnova za mehaniku, temperatura je osnova za termodinamiku, električni naboj je osnova za elektrodinamiku itd. Prema tome, moramo zaključiti da za sada nemamo kompletan opis kretanja.

Optimista je neko ko misli da je budućnost neizvesna

Anonimus

POSTOJE LI IZNENAĐENJA? DA LI JE BUDUĆNOST PREDODREĐENA?

Die Ereignisse der Zukunft können wir nicht aus den gegenwartigen erschlie.en. Der Glaube an den Kausalnexus ist ein Aberglaube.[1]

Ludvig Vitgenštajn (LudwigWittgenstein), *Tractatus*, 5.1361

Sloboda je prepoznavanje neophodnosti

Fridrih Engels (Friedrich Engels 1820.–1895.)

Kada smo se popeli na drvo, ako skočimo naniže, ne možemo da se u skoku zaustavimo na sredini putanje; pošto je skok izveden, to je neizbežno i određeno kao pasivno kretanje. Međutim, kada počnemo da pokrećeno ruku, možemo da stanemo ili da promenimo njeno kretanje od udarca do milovanja. Voljna kretanja ne izgledaju neizbežna i predodređena. Koji od ova dva iskaza je opšti? (***Izazov 413e***).

Hajde da počnemo sa primerom koji smo do sada najpreciznije opisali: pad tela. Kada gravitacijski potencijal φ deluje na datu česticu i uzme se u obzir, možemo napisati izraz:

$$\boldsymbol{a}(x) = -\nabla\varphi = -\frac{GM\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{70}$$

pa možemo koristiti stanje u datom vremenu, dato preko početnih uslova kao što su:

$$\boldsymbol{x}(t_0) \quad \text{i} \quad \boldsymbol{v}(t_0) \tag{71}$$

da bismo unapred odredili kretanje čestice. Zaista, uz ova dva dela informacije možemo izračunati kompletnu putanju $\boldsymbol{x}(t)$.

[1] Događaje u budućnosti ne možemo zaključiti iz onih u sadašnjosti. Verovanje u uzročnu vezu je praznoverje. Ludvig Vitgenstajn, *Tractatus*, 5.1361

Jednakost koja sadrži potencijal da bi se predvideo razvoj događaja naziva se ***jednakost razvoja***. Na primer, jednakost (70) je jednakost razvoja za slobodan pad objekta. (Treba zapaziti da pojam "razvoj" ima drugačije značenje u fizici od evolucije u biologiji.) Jednakost razvoja obuhvata opžanja, ali ne svih vrsta promena zapaženih u prirodi, već samo nekih posebnih slučajeva. Nisu opažani svi mogući redosledi događaja, već samo ograničen broj njih. Posebno, jednakost (70) obuhvata ideju da od jednog trenutka do sledećeg objekt koji pada menja svoje kretanje na bazi gravitacijskog potencijala koje deluje na njega.

Jednakost razvoja ne postoji samo za kretanje usled gravitacije, već i za kretanja usled svih sila u prirodi. Zadavanjem jednakosti razvoja i početnog stanja, sva kretanja sistema su time ***jedinstveno određena***, osobine kretanja se često nazivaju i ***determinizam***. Na primer, astronomi mogu da izračunaju uz veliku tačnost položaje planeta za hiljade godina unapred.

Hajde da pažljivo napravimo razliku za nekoliko sličnih pojmova, kako bismo izbegli nesporazume. Kretanje može da bude deterministično, ali u isto vreme može da bude ***u praksi nepredvidivo***. (***Vol. V, strana 39***). Nepredvidivost kretanja ima četiri uzroka:

1. uključen je neizvodljivo veliki broj čestica, uključujući i situaciju sa trenjem,
2. nedovoljni podaci o početnim uslovima i
3. matematička složenost jednakosti evolucije,
4. čudan oblik sistema prostor-vreme

Na primer, u slučaju ***meteorologije*** prva tri uzroka su ispunjena istovremeno. Teško je predvideti vremenske uslove za period duži od jedne do dve sedmice. (Godine 1942, Hitler je još jednom napravio od sebe budalu, zahtevajući precizne meteurološke prognoze po čitavoj Nemačkoj za sledećih 12 meseci.) Uprkos teškoći predviđanja, vremenski uslovi su ipak deterministički. Drugi primer, u blizini ***crne rupe*** sva četiri uzroka primenjena su zajedno. Mi ćemo razmatrati crne rupe u odeljku o opštoj teoriji relativnosti. Uprkos tome što su nepredvidiva, kretanja u blzini crnih rupa su deterministička.

Kretanje može da bude determinističko i vremenski ***slučajno***, sa različitim ishodima u sličnim eksperimentima (***strana 101***). Kretanje kuglice ruleta je deteinističko, ali takođe i slučajno.[1] Kao što ćemo kasnije videti, ***Vol. IV, strana 123***, kvantni sistemi spadaju u ovu kategoriju, kao i svi primeri nepovratnih kretanja, kao što je širenje kapi mastila u bistroj vodi. Isto tako je padanje kockice istovremeno i determinističko i slučajno. Zapravo, proučavanja kako predvideti rezultat bacanja kockice, sprovedena uz pomoć računara, napravila su veliku napredak; ova proučavanja takođe pokazuju kako treba bacati kockicu da bi bi se povećao izgled dobijanja željenog rezultata. (***Ref. 184***). U svim ovim slučajevima slučajnost i nepredvidivost su samo prividni; oni nestaju ako se u opis stanja i početne uslove uključi mikroskopski domen. Ukratko, determinizam nije u suprotnosti ***(makroskopskoj) nepovratnosti***. Međutim, u mikroskopskim razmerama, determinističko kretanje je uvek dvosmerno.

Konačan pojam da bi se načinile razlike od determinizma je ***neuzročnost*** (***akauzalitet***). Uzročnost je uslov da uzrok mora da predhodi efektu. To je zanemarljivo u Galilejevoj fizici, ali postaje važno u specijalnoj teoriji relativnosti, gde uzročnost znači da je brzina svetlosti granica širenja efekta. Zapravo, izgleda nemoguće da se ima deterministino kretanje (materije i energije) koje je ***neuzročno,*** drugim rečima, brže od svetlosti. Možete li da potvrdite ovo? (***Izazov 414s***). Ovu temu ćemo razmotriti mnogo dublje u odeljku o specijalnoj teoriji relativnosti.

Reći da je kretanje "deterministično" znači da je ustaljeno u budućnosti, ***ali takođe i u prošlosti***. Ponekad se tvrdi da su predviđanja osmatranja u ***budućnosti*** ključni test za uspešan opis prirode. Imati sopstvenu često impresivnu sposobnost da se utiče na budućnost, nije neophodno dobru proveru. Svaka teorija mora, pre svega, da opiše tačno ***prošla*** opažanja. Naš nedostatak slobode da menjamo prošlost koji rezultira našim nedostatkom izbora u opisu prirode, to je tako značajno za fiziku, U tom smislu pojam "početni uslovi" je nesretan izbor, pošto zapravo početni uslovi sažimaju ***prošlost*** sistema.[2] Centralni sastojak u determinističkom opisu je da se sva kretanja mogu svesti na jednu jednakost razvoja plus jedno specifično

---

[1] Matematičari su razvili veliki broj opita da bi odredili da li može skup brojeva da se nazove ***slučajnim***, rezultati sa ruleta su prošli sve te provere – međutim samo u poštenim kockarnicama. Takve provere obično proveravaju isti raspored brojeva, para brojeva, tri broja itd. Ostali opiti su χ^2 opit, Monte Karlo opit(i) i gorila opit. (***Ref. 183***).

[2] Problem sa pojmom "početni uslovi" postaje jasan u blizini velikog praska; u trenutku velikog praska svemit nije imao prošlost, ali se često kaže da je imao početne uslove. Ova suprotnost će biti rešena tek u poslednjem delu naše pustolovine.

stanje. Ovaj iskaz može biti ili početni, ili srednji ili konačni. Deterministična kretanja su podjednako određena kako u prošlosti, tako i u budućnosti.

Da bi se dobio jasan pojam determinizma, korisno je da se podsetimo zašto je pojam "vreme" uveden u naše opise sveta. Uveli smo vreme pošto mi opažamo: prvo, da imamo mogućnost da definišemo redosled u opažanjima, i drugo, da su nemoguće neograničene promene. To je u suprotnosti sa filmovima, u kojima osoba može da prođe kroz vrata, a da izađe na drugom kontinentu ili u drugom stoleću. U prirodi mi ne opažamo metamorfoze, takve da se ljudi pretvaraju u tostere ili psi u četkice za zube. Mi smo sposobni da uvedemo "vreme" samo zato što su redosledne promene koje osmatramo krajnje ograničene. (***Izazov 415s***). Ako priroda nebi bila ponovljiva, vreme nebi moglo da se koristi. Ukratko, determinizam izražava osmatranja čije su ***redosledne promene ograničene na samo jednu mogućnost.***

Pošto je determinizam spojen sa korišćenjem pojma vremena, pojavljuje se novo pitanje uvek kada se pojam vremena menja, što se dešava u specijalnoj teoriji relativnosti i u teoretskoj fizici velikih energija? Postoje mnoge šale o tome.

Kao zaključak, svaki opis prirode koji koristi pojam vremena, kao što su oni iz svakodnevmog života, oni iz klasične fizike i oni iz kvantne mehanike, suštinski je i neizbežno determinstički, pošto spaja osmatranja iz prošlosti i iz budućnosti, ***izbacujući*** alternativu. Kada pokrenemo metafizička zaključivanja, jer su jako popularna u današnje vreme kada se raspravlja o kvantnoj teoriji, nikada ne treba zaboraviti ovu povezanost. (***Vol. V, strana 40***). Bilo ko koji koristi časovnik ali odbacuje determinizam neguje rascep ličnosti![1] Budućnost je određena.

SLOBODNA VOLJA

Vi ste zaista sposobni da iznenadite sebe.

Ričard Bandler (Richard Bandler) i Džon Grinder (John Grinder)

Misao da je kretanje određeno, često izaziva strah, pošto mislimo da je determinizam povezan sa odsustvom slobode. Na drugoj strani, mi doživljavamo slobodu u našim aktivnostima i to nazivamo ***slobodna volja***. Znamo da je ona neophodna za naše stvaralaštvo i za našu sreću. Prema tome, izgleda da je determinizam protivrečan sreći.

Međutim, šta je to tačno slobodna volja. Mnogo mastila je potrošeno u nastojanju da se pronađe tačan odgovor. Može da se pokuša da se slobodna volja definiše kao proizvoljnost izbora početnih uslova. Međutim, početni uslovi moraju sami po sebi da budu rezultat jednakosti razvoja, tako da tu zapravo ne postoji sloboda njihovog izbora. Može da se pokuša da se definiše slobodna volja iz ideje o nepredvidivosti, ili sličnih osobina, kakva je neizračunljivost. Međutim, takve odrednice se susreću sa istim prostim problemom: bilo koja odrednica, za koju ***ne postoji*** eksperimentalna provera, predstavlja slobodno obavljeno delo. Moguće odrednice su beskorisne. Ukratko, pošto slobodna volja ne može da se odredi, ona ***ne može*** ni da se opaža. (Psiholozi takođe imaju još puno dodatnih podataka da podrže ovaj zaključak, ali to je neka druga tema.)

Nijedan proces koji je ***postepen*** – nasuprot ***iznenadnim*** – nije usled slobodne volje; postepeni procesi su opisani vremenom i oni su deterministički. U tom smislu, pitanje o slobodnoj volji postaje nešto kao postojanje iznenadnih promena u prirodi. Ovo će biti tema na koju ćemo se vraćati u preostalom delu našeg hodanja. Može li priroda da nas iznenadi? U svakodnevnom životu priroda to ne čini. Iznenadne promene nisu još uvek opažene. Naravno, mi još moramo da istražimo ovo pitanje u drugim oblastima, u vrlo malim i u vrlo velikim. Ustvari, mi ćemo menjati mišljenje nekoliko puta, ali zaključak ostaje.

Zapažamo da je nepostojanje iznenađenja u svakodnevnom životu duboko ugrađeno u našoj prirodi: evolucija je razvila radoznalost, pošto je sve što otkrijemo potom koristimo. Ako bi nas priroda neprestano iznenađivala, radoznalost nebi imala nikakvog smisla.

Mnoga opažanja negiraju postojanje iznenađenja: u početku našeg hodanja mi smo odredili vreme koje se koristi za neprekidnost kretanja; kasnije smo to izrazili da je vreme posledica očuvanja energije. Očuvanost je suprotna od iznenađenja. Uzgred, ostaje zagonetka: možete li da pokažete da vreme nebi moglo da se odredi čak i ako bi iznenađenja postojala samo ***retko***? (***Izazov 416s***).

[1] Premda je to jako zabavno!

Kao zaključak, za sada mi nemamo dokaz da u prirodi postoje iznenađenja. Vreme postoji, pošto je priroda deterministična. Slobodna volja ne može da se definiše uz tačnost koju zahteva fizika. S obzirom da ne postoje iznenadne promene, postoji samo jedan dosledan zaključak: slobodna volja je ***osećaj***, naročito od nezavisnosti od drugih, od nezavisnosti od straha i od prihvatanja posledica od neke akcije.[1] Slobodna volja je čudno ime za osećaj zadovoljstva. (***Ref. 185***). To rešava jedan prividan paradoks; slobodna volja, budući da je osećaj, postoji kao ljudsko iskustvo, iako se svi objekti kreću bez ikakve mogućnosti izbora. Ne postoji protivrečnost.

Čak iako su ljudske aktivnosti određene, one su još uvek autentične. (***Ref. 186***). Dakle, zbog čega je determinizam tako zastrašujuć? To je pitanje koje svako mora da postavi sebi. Kakvu razliku derminizam uvodi u vaš život, u vaša delovanja, odgovornosti i zadovoljstva na koja naiđete?[2] (***Izazov 418e***). Ako zaključite da je biti određen različito od biti slobodan, treba odmah da promenite način života! Strah od determinizma obučno proizilazi iz odbijanja da se svet prihvati onakav kakav je. Paradoksalno je, ali upravo osobe koje insistiraju na postojanju slobodne volje uglavnom su one koje beže od odgovornosti.

ZAKLJUČAK O PREDVIDIVOSTI

Uprkos teškoćama da se predvide neki slučajevi, sva kretanja sa kojima smo do sada susreli jesu kako deterministična tako i predvidiva. Čak je i trenje predvidivo, u principu, ako uzmemo u obzir mikroskopske detalje materije.

Ukratko, klasična mehanika navodi da je budućnost predodređena. Zapravo, mi ćemo otkriti da su ***sva*** kretanja u prirodi predvidiva, pa čak i u oblasti kvantne teorije i opšte teorije relativnosti.

Kretanja su predvidiva. To nije iznenađujući rezultat. Ako kretanja nebi bila predvidiva, na prvom mestu mi ne bismo mogli da uvedemo pojam "kretanje". Možemo samo da govorimo o kretanju pošto je ono predvidivo.

OD PREDVIDIVOSTI DO OPŠTEG OPISA KRETANJA

Πλεῖν ἀνάγκε, ζῆν οὐκ ἀνάγκη.
Navigare necesse, vivere non necesse.[3]

Pompej (Pompeius)

Fizičari nastoje da govore o kretanju uz najveću preciznost. Predvidivost je jedan od aspekata preciznosti. Najveća predvidivost – pa stoga i najveća preciznost – moguća je kada se kretanje opiše što je moguće uopštenije.

Širom cele planete Zemlje – pa čak i u Australiji – ljudi opažaju da kamen pada "naniže". Ovo opažanje iz davnina dovelo je do otkrića univerzalne gravitacije. Da bi se ona našla, sve što je bilo potrebno bilo je da se pogleda opis za gravitaciju koji je valjan na ***globalnom*** nivou. Jedino dodatno opažanje koje treba da se prepozna kako bi se zaključio rezultat $a = GM/r^2$, je promena gravitacije sa visinom.

Ukratko, razmišljati ***globalno*** pomaže nam da načinimo preciznijim sopstven opis kretanja i korisnijim naša predviđanja. Kako možemo da opišemo kretanje što je moguće globalnije? Ispada da postoji šest prilaza ovom pitanju, od kojih će svaki biti od pomoći na našem putu do vrha Planine Kretanja. Najpre ćemo dati pregled, a potom istražiti detalje svakog prilaza.

---

[1] Da je slobodna volja osećaj može takođe da se potvrdi pažljivim samoispitivanjem. Ustvari, ideja o slobodnoj volji uvek se javi ***posle*** početka neke akcije. Divan eksperiment je da se sedne u mirno okruženje, u nameri da se napravi mali gest, u vremenu neodređenog broja minuta, kao što je zatvaranje šake. Ako pažljivo osmatrate, sa svim detaljima, šta se događa u vama oko samog trenutka odluke, naći ćete ili mehanizam koji dovodi do odluke, ili difuznu, nejasnu maglu. (***Izazov 417e***). Nikada nećete naći slobodnu volju. Takav jedan eksperiment je lep način da se duboko u sebi doživi čudo. Eksperimenti ove vrste mogli bi takođe da budu poreklo ljudske duhovnosti, pošto oni pokazuju povezanost sa prirodom, koju svako ima,.

[2] Ako su prirodni "zakoni" deterministični, da li su u suprotnosti sa moralnim ili etičkim "zakonima"? Mogu li ljudi i dalje biti odgovorni za svoje postupke? (***Izazov 419s***).

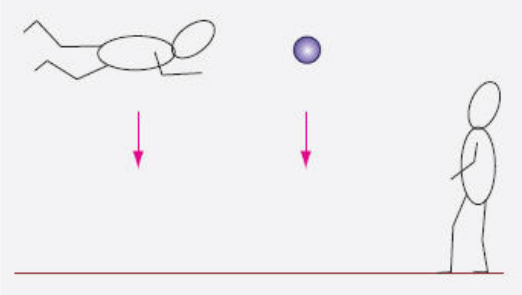
[3] "Ploviti se mora, živeti nije neophodno" Gnej Pompej Veliki (Gnaeus Pompeius Magnus, 106–48 pne) na ovaj način ga je citirao Plutarh (Plutarchus od ***oko*** 45 do oko 125). (***Ref. 187***).

1. ***Akcioni princip*** ili ***varijacijski princip***, prvi globalni pristup kretanju, pojavljuje se kada savladamo ograničenja koja smo do sada naučili. Kada uz pomoć jednakosti razvoja predvidimo kretanje čestice uz njeno trenutno ubrzanje, mi koristimo većinu ***lokalnih*** opisa mogućih kretanja. (***strana 175***). Koristimo ubrzanje čestice na određenom mestu i u određeno vreme da bismo odredili njen položaj i kretanje ***odmah posle*** tog trenutka i u ***neposrednom susedstvu*** tog mesta. Jednakost razvoja prema tome ima mentalni horizont sa poluprečnikom "nula".

   Nasuprot jednakosti evolucije je varijacijski princip. Poznat primer je prikazan na ***slici 169***. Zagonetka je da se odredi putanja koja omogućava najbrže moguće kretanja klizanjem od gornje tačke A do udaljene donje tačke B. Tražena putanja je ***brahistohrona***, iz starogrčkog "najkraće vreme". (***Izazov 420d***). Ova zagonetka zahreva osobine kretanja u potpunosti, za sve položaje i vremena. Globalan pristup je zahtevan zbog pitanja kao što je ono koje će nas dovesti do opisa kretanja, a koje je jednostavno, precizno i začuđujuće: takozvani princip lenjosti kosmosa, poznat i kao princip najmanjeg rada.

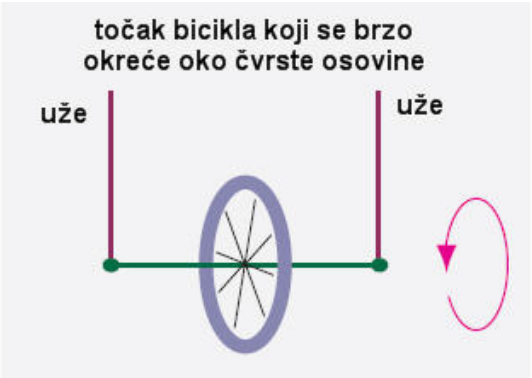
Slika 169 Koji oblik putanje omogućava da crni kamen najbrže kliza od tačke A do B?

2. ***Relativnost***, drugi globalni pristup kretanju, pojavljuje se kada uporedimo različite opise istog sistema koje su načinili različiti posmatrači. Na primer, biće uvek različita opažanja nekog koji pada sa litice – kao što je prikazano na ***slici 170*** – od strane putnika u roler-kosteru i od strane posmatrača na zemlji. Odnosi ova dva osmatranja, takozvane simetrične transformacije, dovode nas do globalnog opisa, koje je valjano za svakog. Kasnije će nas ovaj pristup dovesti do Ajnštajnovih teorija relativnosti, specijalne i opšte.

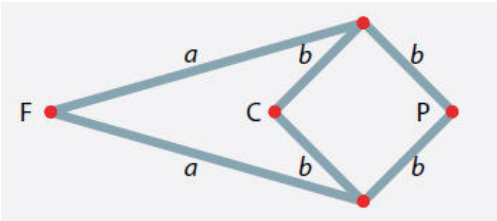


slika 170 Mogu li oba posmatrača da opišu kretanje kamena na isti način?

3. ***Mehanika proširenih i krutih*** tela, umesto tačkastih masa, potrebna je da bi se razumeli mnogi objekti, biljke i životinje. Jedan primer, protiv intuitivnog rezultata eksperimenta na ***slici 171*** pokazuje zašto je ova tema vredna pažnje. (***Izazov 421e***). Točak koji se brzo okreće oko ose vezane samo na jednom kraju, ostaje približno horizontalno, ali će polako da se obrće oko užeta.

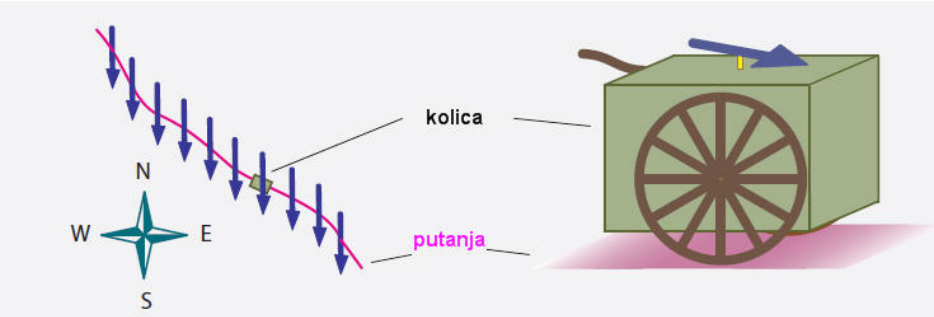


Slika171 Šta će se dogoditi ako se preseče jedno uže?



Slika 172 Poznati zglobni mehanizam Posele-Lipkin koji se sastoji od poluga (sivih) i zglobova (crveno), a omogućava crtanje prave linije iz kružnice: učvrsti se tačka F, stavi pisaljka u P a potom se C pokreće po kružnici.

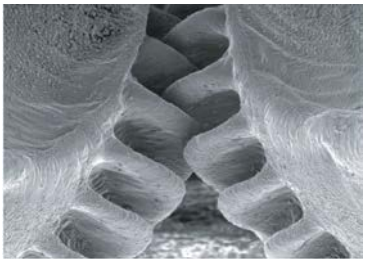
Da bismo projektovali mašine, važno je razumeti kako grupa krutih tela međusobno deluje. Na primer, uzmimo Posele-Lipkin (Peaucellier-Lipkin) zglobni spoj prikazan na ***slici 172***. (***Ref. 188***). Zglob F je pričvršćem za zid. Dva pokretna kraka *a* vode do suprotnih krajeva pokretnog romba, čiji su krakovi spojeni u druge dve tačke C i P. Mehanizam ima nekoliko začuđujućih osobina. Pre svega, on prećutno određuje kružnicu poluprečnika *R*, pošto uvek postoji odnos $r_C = R^2/r_P$ između rastojanja zglobova C i P od cemtra kružnice. Ovo se naziva ***inverzija kružnice.*** Možete li da pronađete ovaj poseban krug? (***Izazov 422s***). Drugo, ako postavite pisaljku u zglob P i pustite da zglob C prati izvesnu kružnicu, pisaljka u P će nacrtati pravu liniju. Možete li da nađete tu kružnicu? (***Izazov 423s***).



Slika 173 Kolica usmerena ka jugu: bilo koji put da prate, strela uvek pokazuje jug

Druga poznata mehanička zagonetka je da se osmisle drvena kolica sa zupčanicima koji povezuju točkove sa strelom, čije su osobine takve da strela uvek pokazuje jug kojim god putem kolica išla. (Videti ***sliku 173***). (***Ref. 189***). (***Izazov 424d***). Rešenje ove zagonetke biće čak korisno kao pomoć da se razume opšta teorija relativnosti, kao što ćemo videti kasnije. (***Vol. II, strana 160***), Ovakvo vozilo pomaže za se izmere krive u ravni i u prostoru.

I priroda koristi delove mašina. Godine 2011. otkriveni su zavrtnji i žlebovi u zglobu insekta pipe, ***Trigonopterus oblongus***. (***Ref. 190***), U 2013. godini, otkriven je prvi primer bioloških ***točkova***: u skočibubi vrste ***Issus coleoptratus*** zupčanici obezbeđuju da obe zadnje noge skoče istovremeno. (***Ref 191***) Na ***slici 174*** prikazan je detalj. Ako možda poželite da vidite video-snimak ovog otkrića, on se nalazi na veb strani: www.youtube.com/watch?v=Q8fyUOxD2EA.



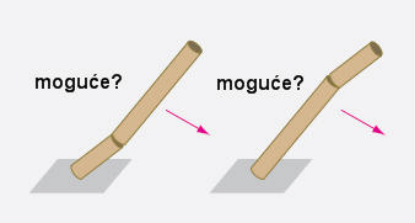
Slika 174 Zupčanici otkriveni u insektu (***Issus coleoptratus)*** (© Malcolm Burrows).

Drugi interesantan primer krutog kretanja je način na koji se kreće čovek, kao što je opšte pokretanje ruke, koje je sastavljeno od malog broja osnovnih pokreta. (***Ref. 192***). Svi ovi primeri iz začuđujućeg su polja inženjerstva; nažalost mi imamo malo vremena da istražimo ovu temu u našem hodanju.

4. Sledeći globalni pristup kretanju je opis ***proširenih tela koja nisu kruta***. Na primer ***mehanika fluida*** proučava protok fluida (kao što su voda, med ili vazduh) oko čvrstih tela (kao što su

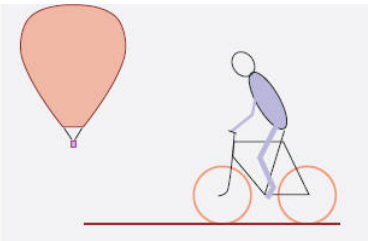
kašike, brodovi, jedra, krila). Mehanika fluida prema tome opisuje kako lete[1] insekti, ptice i avioni, zašto jedrenjak može da jedri i nasuprot vetru (***Ref. 193***), šta se događa kada tvrdo kuvano jaje napravi okret u tankom sloju vode, ili kako boca vina može da se isprazni na najbrži moguč način. (***Izazov 425s***).

Na isti način kao fluide, možemo proučavati ponašanja ***čvrste materije*** koja može da se izobliči. (***Izazov 426s***). Ovo područje istraživanja se naziva ***mehanika kontinuiteta***. Ona se bavi izobličenjima i oscilacijama proširenih struktura. Ona istražuje da bi otkrilo, na primer, zašto se zvona prave u posebnom obliku; kako se lome velika tela pod opterećenjem – kao što je dimnjak koji pada na ***slici 175*** – ili mala tela – kao što je dijamant; i kako mačka može da okrene pravu stranu naviše dok pada. Tokom naše pustolovine mi ćemo često sretatati zagonetke iz ove oblasti, koje ugrožavaju čak i opštu teoriju relativnosti i svet elementarnih čestica.



Slika 175 Kako i gde pada prelom dimnjaka od cigala?

5. ***Statistička mehanika*** je proučavanje kretanja velikog broja čestica. Statistička mehanika je još jedan globalni pristup proučavanja kretanja. Pojam zahteva da se opišu gasovi, kao što su temperatura, entropija, i pritisak (videti ***sliku 176***), koji su osnovni alati ove discipline. Oni će nam pomoći da shvatimo zbog čega se neki procesi u prirodi ne javljaju dvosmerno. Ovaj koncept će nam takođe pomoći da napravimo prve korake ka razumevanju crnih rupa.



Slika 176 Zbog čega balon sa toplim vazduhom ostaje naduvan? Kako možete da izmerite težinu bicikliste samo uz pomoć lenjira?

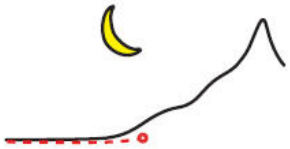
6. Poslednji globalni pristup kretanju, ***samoorganizovanje***, uključuje sve napred pomenute tačke tačke opažanja ***istovremeno***. Takav pristup je potreban da se razumeju svakodnevna iskustva, kao i sam ***život***. Zbog čega cvet obrazuje specifičan broj latica, kako je prikazano na ***slici 177***. Kako se razlikuje embrion u materici? Šta pokreće naše srce da kuca? Kako se pojavljuju oblici planinskih grebena i oblaka? Kako se razvijaju zvezde i galaksije? Kako se formiraju talasi na moru usled vetra?

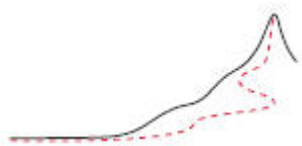
Slika 177 Zbog čega margareta – ili volovsko oko, ***Leucanthemum vulgare*** – obično ima oko 21 laticu (levo i u sredini) ili oko 34 latice (desno)? (© Anonymous, Giorgio Di Iorio and Thomas Lüthi)

[1] Mehanizam leta insekata još uvek je predmet aktivnih istraživanja. Tradicionalno, dinamika fluida je usmerena na velike sisteme, kao što su čamci, brodovi i avioni. Zapravo najmanji objekt kojeg je napravio čovek, a koji može da leti upravljanjem – recimo, radio-upravljan avion ili helikopter – mnogo je veći i teži od većine letećih objekata koja je konstruisala evolucija. Ispada da upravljanje letom malih predmeta zahteva više znanja i više trikova nego upravljanje letom velikih predmeta. Postoji o ovoj temi više u ***Vol. V, na strani 201***.

Svi ovi primeri su procesi ***samoorganizovanja***; naučnici koji proučavaju život govore jednostavno o procesima ***rasta***. Bez obzira kako ih nazivamo, ovi procesi su obeleženi spontanim pojavama uzoraka, oblika i ciklusa. Takvi procesi su zajedničke teme mnogih disciplina, uključujući biologiju, hemiju, medicinu, geologiju i inženjerstvo.

Mi smo sada istražili svih šest globalnih pristupa kretanju. Počećemo sa prvim pristupom, naime, globalnom opisu kretanja korišćenjem varijacijskih principa. Ova lepa metoda za opisivanje, razumevanje i predviđanje kretanja bila je rezultat kolektivnog napora koji je trajao nekoliko vekova, i ona je vrhunac dinamike čestica. Varijacijski principi takođe obezbeđuju osnovu za sve ostale globalne pristupe koje ćemo istraživati posle toga.





Poglavlje 8

RAD KAO MERA PROMENE

Kretanje može da se opiše pomoću brojeva. Posmatrajmo usamljenu česticu koja se kreće. Izraz ($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$) opisuje kako se menja njen položaj u vremenu, u toku kretanja čestice. Opis kretanja je komptetan kada se izrazi kako se menja brzina čestice u vremenu ($v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$). U stvari, shvatanje da ova dva izraza koji mogu da se koriste da bi se opisala putanja i ponašanje tačke koja se kreće, bila je prekretnica u razvoju moderne fizike i matematike.

Sledeća prekretnica moderne fizike dostignuta je odgovorom na kratko ali teško pitanje. Ako je kretanje ***vrsta*** promene, kako su već tvrdili u staroj Grčkoj (***strana 21***), kako možemo da ***merimo*** veličinu te promene? Fizičari su potrošili skoro dva veka u pokušajima da otkriju način da se promene izmere. Zapravo, promene se mogu meriti jednim brojem. Zbog dugog istraživanja, veličina koja meri promene ima čudno ime: naziva se ***(fizički) rad (akcija)***.[1] Da biste zapamtili vezu "rada" sa promenom, pomislite samo na holivudske filmove: mnogo akcije (rada) znači i veliku količinu promena.

Uvođenje rada kao merila promene je značajno, pošto to obezbeđuje prvi i najkorisniji globalni opis kretanja. Zapravo, mi već znamo dovoljno da bismo odmah odredili rad.

Slika 178 Rad (u fizici) meri promene u sistemu: primer procesa sa velikom količinom rada (© Christophe Blanc)

[1] Za ono što u engleskom označava pojam "akcija" u srpskom jeziku koristi se pojam "rad". Zapazimo da rad ("akcija") nije isto što i "akcija" u izrazu kao što je: "svaka akcija ima jednaku ali suprotnu reakciju". Ova poslednja upotreba, koju je iskovao Njutn za neke sile, nije se održala; prema tome, pojam je recikliran. Posle Njutna, pojam "akcija" najpre de koristio uz neko srednje značenje, pre no što mu je konačno dato savremeno značenje koje se koristi ovde. Ovo savremeno značenje "akcije" jedino je koje će se koristiti u ovom tekstu. U prevodu teksta na srpski jezik koristiće se isključivo pojam "rad" (u fizičkom smislu).

Drugi pojam koji je recikliran je "načelo najmanjeg rada". U starijim knjidama ono je imalo drugačije značenje od onog koji se koristi u ovom poglavlju. U današnje vreme odnosi se na ono što se nekada u Anglo-Saksonskom svetu nazivalo ***Hamiltonovo načelo***, iako je korišćeno (uglavnom) zbog drugih, posebno Lajbnica. Stari nazivi i značenja ispali su iz upotrebe i neće biti navođeni ovde.

Iza ovih izmena u terminologiji je priča o intenzivnim dvovekovnim pokušajima da se opiše kretanje uz takozvani ***ekstremno*** ili ***varijacijsko načelo***: cilj je bio da se dovrši i poboljša rad kojeg je pokrenuo Lajbnic. Ova načela danas imaju samo istorijski interes, pošto su svi posebni slučajevi načela najmanjeg rada opisani ovde. (***Ref. 194***).

Zamislimo da smo napravili dva snimka sistema u različitim vremenima. Kako biste mogli da odredite veličinu promene koja se dogodila između? Kada su se stvari izmenile mnogo, a kada su promene bile samo male? Pre svega, sistem sa puno delova koji se kreću pokazivaće velike promene. Tako je logično da rad sistema sastavljenog od nezavisnih podsistema treba da bude ***zbir*** rada u ovim podsistema.

Drugo, sistemi sa ***velikom energijom***, kakve su eksplozije prikazane na ***slici 178***, pokazuju veće promene nego li sistemi sa manjim brzinama. U stvari, mi uvodimo energiju kao veličinu koja meri koliko se sistem promenio u vremenu. (***Strana 90***).

Treće, često se promene – ali ne uvek – ***razvijaju u vremenu***; u drugim slučajevima, sadašnje promene mogu da nadoknade predhodne promene, kao u slučaju klatna, kada sistem može da se vrati u početno stanje. Promene prema tome mogu u vremenu da rastu ili da se smanjuju.

Na kraju, za sistem u kojem je kretanje ***uskladišteno***, pretvoreno ili premešteno iz jednog podsistema u drugi, posebno kada je kinetička energija uskladištena ili pretvorena u potencijalnu energiju, promene su manje nego u sistemu gde se svi podsistemi kreću slobodno.

Sve ove pomenute osobine, uzete zajedno, podrazumevaju:

- Prirodno merilo promena je srednja razlika između kinetičke i potencijalne energije pomnoženo sa proteklim vremenom.

Ova veličina ima ispravne osobine: ona je zbir odgovarajućih veličina za sve podsisteme ako su oni nezavisni; ona uglavnom raste s vremenom (ako razvoj ne kompenzira nešto što se dogodilo ranije); i veličina se smanjuje ako sistem pretvara kretanje u potencijalnu energiju. (***Izazov 427e***).

Slika 179 Žozef Lagranž (Giuseppe Lagrangia/Joseph Lagrange 1736–1813)

Prema tome (fizički) ***rad S***, koji meri promene u (fizičkom) sistemu, određen je je kao:

$$S = \overline{L}\,\Delta t = \overline{T-U}\,(t_1 - t_2) = \int_{t_1}^{t_2} (T-U)\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t \qquad (72)$$

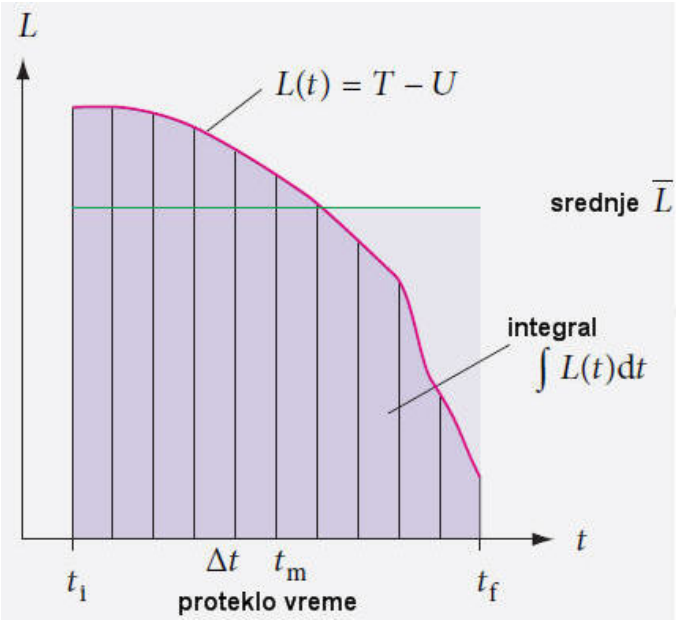
gde je: T – kinetička energija, U – potencijalna energija, već poznata (***strana 138***), L – razlika između njih, a crta iznad označava srednju vrednost. Veličina L se naziva ***lagranžijan (funkcija)*** sistema,[1] koja opisuje šta je dodato tokom vremena, kadgod se stvari menjaju. Simbol $\int$ je suženo "S" za sumu (zbir) i izgovara se "integral od…" U intuitivnom pojmu on označava operaciju (koja se naziva ***integriranje***) kojom se sabiraju vrednostu promenljive veličine u beskrajno malim priraštajima vremena dt. Početno vreme se upisuje ispod, a krajnje vreme iznad simbola intrgriranja. ***Slika 180*** predstavlja pojam: integral je prosto veličina površine sive zone ispod krive $L(t)$.

Matematički, integral lagranžijana, to jest krive $L(t)$, određen je kao: (***Izazov 428e***)

$$\int_{t_1}^{t_2} L\,\mathrm{d}t = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{m=i}^{f} L(t_m)\,\Delta t = \overline{L} \cdot (t_f - t_i) \qquad (73)$$

[1] Nazvan je po Đuzepe Ludvik Lagranđa (Giuseppe Lodovico Lagrangia, 1736., Torino - 1813., Pariz) bio je poznat kao Žozef Luj Lagranž (Joseph Louis Lagrange). Bio je najznačajniji matematičar tog vremena; karijeru je započeo u Torinu, zatim je 20 godina radio u Berlinu i konačno 20 godina u Parizu. Između ostalih stvari radio je na teoriji brojeva i analitičkoj mehanici, gde je razvio većinu matematičkih alatki koje se i danas koriste u klasičnoj mehanici i klasičnoj gravitaciji. Njih je uspešno primenio na većinu kretanja u sunčanom sistemu.

Drugim rečima, ***integral*** je granica zbira pojedinih pravougaonih traka koje predstavljaju funkciju, kada vremenski iterval Δt postaje sve manji. Pošto simbol $\sum$ označava takođe zbir, i pošto se beskrajno mali Δt piše dt, možemo onda shvatiti zapis korišćen za integriranje. Integracija je zbir površina traka. Ovakav prikaz je razvio Gotfrid Vilhelm Lajbnic (Gottfried Wilhelm Leibniz) radi upravo ove teme. Fizički rečeno, integral lagranžijana meri ukupan ***rad*** kojeg L izvrši u toku vremena. Zapravo, rad se u nekim jezicima naziva "efekt", na primer u nemačkom. Rad koji se izvši je ***ukupna promena*** u sistemu.



Slika 180 Odrednica ukupne promene rada kao akumulacija (sabiranje ili integriranje) malih promena u toku vremena rada.

Ukratko, ***integral lagranžijana, rad, meri ukupnu promenu koja nastaje u sistemu. Rad*** je ukupna promena. Rad, ili promena, je integral lagranžijana u vremenu. Jedinica rada, a time i promene, je jedinica za energiju ***džul*** (Joule) pomnožena sa jedinicom vremena (sekunda).

- Promena se meri u Js

Velika vrednost znači veliku promenu. ***Tabela 31*** prikazuje neke vrednosti rada opaženih u prirodi. Radi detaljnijeg razumevanja odrednice rad, počećemo sa jednostavnim slučajem: sistemom čija je potencijalna energija nula, kao što je u slučaju čestice koja se kreće slobodno. Očigledno, što joj je veća kinetička energija, postojaće veče promene. Isto tako, ako posmatramo česticu u dva vremenska intervala, u dužem intervalu biće promene veće. Baš kako se i očekivalo.

Sledeće što ćemo da istražujemo je čestica koja se kreće u potencijalu. Na primer, kamen koji pada gubi potencijalnu energiju i menja je dobijanjem kinetičke energije. Što se više kinetičke energije skladišti u potencijalnu energiju, postoji manja promena. Stoga postoji znak minus u odrednici za L. Ako istražujemo česticu koja je prvo bačena u vazduh, pa potom pada, kriva za $L(t)$ prvo će biti ispod ose vremena, potom iznad. Zapazili smo da nas odrednica integriranja uči da je siva površina ***ispod*** vremenske ose ***negativna.*** Promena zato može da bude negativna, pa da se kompenzuje kasnijim promenama, kako se i očekivalo.

Za sistem koji je sastavljen od više nezavisnih sastavnih delova promene se mere, jednostavnim sabiranjem svih kinetičkih energija, a oduzimanjem svih potencijalnih. Ova tehnika nam omogućava da odredimo vrednosti rada za gasove, tečnosti i čvrste materije. Čak i kada su sastavni delovi u interakciji, dobićemo još uvek razuman rezultat. Ukratko, rad je ***aditivna*** veličina, to jest veličina koja može da se sabira.

Kao zaključak, rad kao prost broj, tako meri promene opažene u sistemu između dva trenutka vremena. Rad vrednuje promene fizičkih procesa. Ovo vredi za ***sva*** opažanja, to jest, za sve sisteme i za sve procese: eksploziju, milovanje ili promenu boje. Promena se izražava u Js. Kasnije ćemo otkriti da je opis promene pomoću prostog broja moguć isto tako u teoriji relativnosti i kvantnoj teoriji: ***svaka*** promena koja se događa u prirodi, bilo u transportu, pretvaranju ili rastu (***strana 21***) može da se izmeri pomoću prostog broja.

TABELA 31 Neke vrednosti promena za procese opažene ili zamišljene

Sistem	Proces	Približna vrednost rada
	Najmanji izmeren rad	$1{,}1\cdot10^{-34}$ Js
Svetlost	Najmanje zacrnjenje fotografskog filma	$< 10^{-33}$ Js
	Fotografski blic	cca 10^{-17} Js
Elektricitet	Elektron izbačen iz atoma ili molekula	cca 10^{-33} Js
	Tok struje u munji	cca 10^{4} Js
Mehanika i materijali	Cepanje dva susedna atoma gvožđa	cca 10^{-33} Js
	Kidanje čelične šipke	cca 10^{1} Js
	Savijanje drveta usled vetra s jedne na drugu stranu	cca 500 Js
	Nestajanje belog zeca u "stvarnoj" magiji	cca 100 PJs
	Sakrivanje belog zeca	cca 0,1 Js
	Sudar automobila	cca 2 kJs
	Zaustavljanje automobila tokom treptaja oka	cca 20 kJs
	Sopstvena levitacija na 1 m tokom 1 min	cca 40 kJs
	Veliki zemljotres	cca 1 PJs
	Nestajanje automobila tokom treptaja oka	cca 1 ZJs
	Izlazak Sunca	cca 0,1 ZJs
Hemija	Sudar atoma tečnosti na sobnoj temperaturi	cca 10^{-33}Js
	Mirisanje molekula	cca 10^{-31} Js
	Sagorevanje goriva u cilindru u srednjem automobilu	cca 10^{4} Js
	Hvatanje čaše koja pada	cca 0,8 Js
Život	Udar molekula vazduha o bubnu opnu	cca 10^{-32} Js
	Oplodnja jajne ćelije	cca 10^{-26} Js
	Podela ćelije	cca 10^{-15} Js
	Udar krila vinske mušice	cca 10^{-10} Js
	Jutarnje otvaranje cveta	cca 1 nJs
	Pocrveneti u licu	cca 10 mJs
	Maksimalne promene u mozgu tokom 1 minuta	cca 5 Js
	Korak osobe koji je jednak dužini tela	cca 10 Js
	Porođaj	cca 2 kJs
	Promene tokom ljudskog života	cca 1 EJs
Atomsko jezgro, zvezde i drugo	Prosta nuklearna reakcija fuzije u zvezdi	cca 10^{-15} Js
	Eksplozija izvora gama zraka	cca 10^{46} Js
	Nestajanje svemira u jednoj sekundi	neodređeno

NAČELO NAJMANJEG RADA

Optimista misli da je ovaj svet najbolji od svih mogućih svetova, dok pesimista to zna.

Robert Openhajmer (Robert Oppenheimer)

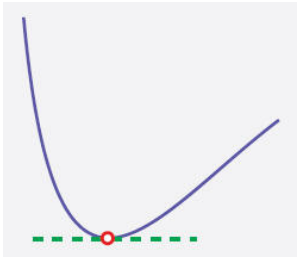
Sada posedujemo precizno merilo promena, koje, kako ispada, omogućava jednostavan, globalan i moćan opis kretanja. U prirodi su uvek promene koje se događaju između dva trenutka što je moguće ***manje***.[1] Od svih mogućih kretanja priroda uvek odabere ono gde su promene ***najmanje***. Proučimo nekoliko primera.

U jednostavnom slučaju slobodne čestice, kada nije umešan potencijal, načelo najmanjeg rada podrazumeva da se čestica kreće po ***pravoj*** liniji, ***stalnom*** brzinom. Sve ostale putanje dovele bi do veće vrednosti rada. Možete li ovo da potvrdite? (***Izazov 429e***)

[1] Zapravo, u nekim makroskopskim situacijama rad može da ima tačku oblika sedla, tako da je to snobovski oblik načela da rad "miruje" (***Ref. 195***). U suprotnosti sa onim što se obično čuje, rad ***nikada*** nema maksimum. Štaviše, za sva kretanja u malim (beskrajno malim) razmerama, rad je uvek na minimumu. Ovo objašnjavaju matematički uslovi nepostojanja varijacija, navedeni u daljem tekstu,.

Kada je prisutna gravitacija, bačen kamen leti po paraboli (ili preciznije rečeno, po elipsi), pošto bi sve ostale putanje, recimo ona u kojoj kamen napravi petlju u vazduhu, podrazumevale ***veći*** rad. Možda biste poželeli ponovo da ovo sami potvrdite. (***Izazov 430e***).

Sva osmatranja potvrđuju ovaj jednostavan i oosnovni iskaz: stvari se uvek kreću na način koji pravi najmanju moguću vrednost rada. Ovaj iskaz je primenjiv za celu putanju, a isto tako i za njene delove. Bertrand Rasel (Bertrand Russell) nazvao je to "zakon lenjosti svemira".



Slika 181 U minimumu krive nestaje njen nagib

Uobičajeno je da se ideja o najmanjim promenama izrazi i na drugačiji način. Rad se menja ako se menja trajektorija. Stvarna trajektorija je ona sa najmanjim radom. Sećate se iz škole da je na minimumu funkcije izvod funkcije nula: minimum nema nagib, nagib je horizontalan. Ovai iskaz je prikazan na ***slici 181***. U prisutnom slučaju, nećemo menjati veličinu, već ukupnu putanju; prema tome ne govorimo o izvodu ili nagibu, već o varijacijama. Uobičajeno je da se varijacija rada piše sa δS. ***Načelo najmanjeg rada*** prema tome glasi:

- Stvarna putanja između određenih krajnjih tačaka zadovoljava $\delta S = 0$ (74)

Matematičari ovo nazivaju ***varijacijsko načelo***. Zapazite da krajnje tačke moraju da budu određene: moramo uporediti kretanje pri ***istoj*** početnoj i krajnjoj situaciji.

Pre no što nastavimo da razmatramo ovo načelo, možemo da proverimo da li je ono ekvivalentno jednakosti razvoja[1]. Da bismo to uradili, možemo koristiti standardnu proceduru, deo takozvanog ***varijacijskog računa.***

---

[1] Za one koje ovo interesuje, ovde je nekoliko komentara o ekvivalenciji lagranžijana i jednakosti razvoja. Pre svega, lagranžijan ne postoji za sisteme bez očuvanja ili ***rasipne*** sisteme. Videli smo da ne postoji potencijal za bilo koji sistem koji sadrži ***trenje*** (i više od jedne dimenzije); prema tome u takvim slučajevima ne postoji rad. Jedan pristup da se prevaziđe ovo ograničenje je da se koristi uopšteni oblik načela najmanjeg rada. Uvek kada nema potencijala, možemo da izrazimo varijaciju ***rada δW*** između različitih putanja kao:

$$\delta W = \sum_i m_i \ddot{x}_i \delta x_i \qquad (75)$$

Kretanje je tada opisano na sledeći način:

- ***Stvarna trajektorija zadovoljava:*** $\int_{t_i}^{t_f} (\delta T + \delta W)\,\mathrm{d}t = 0$ *što daje* $\delta x(t_i) = \delta x(t_f) = 0$ (76)

Veličina koja se menja nema poseban naziv; ona predstavlja uopšteni oblik pisanja promena. Možda ćete želeti da proverite da li to vodi ka tačnoj jednakosti razvoja. (***Izazov 431e***). Stoga, iako ***pravi*** Lagranžijanov opis postoji samo za sisteme sa ***očuvanjem***, za rasione sisteme načelo može da bude uopšteno i ostaje upotrebljivo. Mnogim fizičarima sviđa se drugačiji pristup. Ono što matematičari nazivaju generalizacija, za fizičare je poseban slučaj: načelo (76) krije činjenicu da ***svako*** trenje potiče iz uobičajenog načela najmanjeg rada, ako se uključe kompletni mikroskopski detalji. U makroskopskim oblastima ne postoji trenje. Trenje je približan, makroskopski pojam.

Ipak, korisna su šira matematička gledišta. Na primer, ona dovode do interesantnih ograničenja upotrebe lagranžijana. Ova ograničenja, koja se primenjuju samo ako se svet posmatra čisto klasično – što on nije – bila su otkrivena pre oko sto godina. U to vreme, računari nisu bili raspoloživi, pa je istraživanje novih tehnika izračunavanja bilo važno. Ovde je dat pregled.

Koordinate koje se koriste uz lagranžijan ne moraju da budu obavezno kartezijanske. ***Uopštene*** koordinate korisne su posebno kada postoje ***ograničenja*** u kretanju. To je slučaj kod klatna, gde je teg uvek na istom rastojanju od tačke vešanja, ili kod klizača na ledu, gde se klizaljke ne kreču u pravcu u kom su usmerene. Uopštene koordinate mogu biti čak mešavina položaja i momenta. One se mogu podeliti na nekoliko opštih vrsta. (***Ref. 196***).

Uslov da je $\delta S = 0$ podrazumeva da je rad, to jest područje ispod krive na ***slici 180*** minimalno. Uz malo razmišljanja pokazuje se da ako je lagranžijan u obliku $L(x_n, v_n) = T(v_n) - U(x_n)$, tada se minimalno područje dobija kada je: (***Izazov 432ny***)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial v_n}\right) = -\frac{\partial U}{\partial x} \tag{77}$$

gde n broji sve koordinate svih čestica.[1] Za jednu česticu ***Lagranžova jednakost kretanja*** uprošćava se na: (***Izazov 433e***)

$$m\boldsymbol{a} = -\nabla U \tag{79}$$

Ovo je jednakost razvoja: ona nam govori da sila koja deluje na česticu predstavlja gradijent potencijalne energije U. Prema tome, načelo najmanjeg rada podrazumeva jednakost kretanja. Možete li da pokažete suprotnost koja je takođe tačna? (***Izazov 434s***).

Drugim rečima, ***svi sistemi se kreću na takav način da su promena ili rad što je moguće manji.*** Priroda je ekonomična. Priroda je u suprotnosti sa holivudskim trilerima u kojima je rad (akcija) maksimizirana; priroda više liči na starog čoveka koji održava svoja delovanja na minimumu.

Načelo najmanjeg rada izražava da je stvarna trajektorija ona za koju je ***prosečan*** lagranžijan minimalan tokom cele trajektorije (videti ***sliku 180***). Priroda je Dr. Dulitl. Možete li to da potvrdite? (***Izazov 435ny***). Ovakva tačka gledišta dopušta da se direktno dokaže Lagranžova jednakost (77).

Načelo najmanjeg rada izdvaja stvarnu trajektoriju od svih ostalih zamišljenih. Ovo opažanje dovelo je Lajbnica do njegovog poznatog tumačenja da je ovaj svet "najbolji od svih mogućih svetova".[2] Mi bismo mogli to da odbacimo kao metafizičko nagađanje, ali bi trebalo još uvek da smo u mogućnosti da osetimo zanos ovom zagonetkom. Lajbnic je bio jako oduševljen načelom najmanjeg rada, pošto je to bilo prvi put da se stvarna opažanja mogu razdvojiti od svih ostalih zamišljenih mogućnosti. Prvi put je traženje razloga zašto su stvari onakve kakve jesu, postalo deo istraživanja u fizici. Može li svet da bude drugačiji od onog

---

Uopštene koordinate se nazivaju ***holonomično-skleronomične*** ako se nezavisno od vremena odnose na stalan način prema kartezijanskim koordinatama: fizički sistem opisan takvim koordinatama uključuje u ***račun*** klatno i čestice u potencijalu. Koordinate se nazivaju ***holonomično-reonomične*** ako zavisnost obuhvata i vreme. Primer reonomičnog sistema moglo bi da bude klatno čija dužina zavisi od vremena. Dva pojma reonomično i sklero-nomično potiču od Ludviga Bolcmana (Ludwig Boltzmann) (***strana 273***). Ova dva slučaja, koji se bave sistemima koji su opisani samo svojim geometrijama, zajedno su grupisani kao ***holonomični sistemi***. Ovaj naziv potiče od Hajnriha Herca (Heinrich Hertz). (***Vol III, strana 72***).

Još uopštenija situacija naziva se ***anholonomična*** ili ***neholonomična***. Lagranžijan funkcioniše dobro samo u holonomičnim sistemima. Na nesreću, značenje pojma "neholonomično" je izmenjeno. U današnje vreme ovaj pojam se koristi i za neke reonomične sisteme. Savremena upotreba naziva neholonomičnim svaki sistem koji sadrži brzinu. Prema tome, klizač na ledu ili disk koji se kortlja često se nazivaju neholonomičnim sistemima. Potrebna je pažnja da se odluči šta se podrazumeva neholonomičnim sistemom za svaki poseban sadržaj.

Iako uporeba lagranžijana i rada ima svoja ograničenja, ovo ne treba da nas uznemirava na mikroskopskom nivou, pošto su mikroskopski sistemi uvek očuvani, holonomični i skleronomični. Na opštem nivou, jednakost razvoja i lagranžijan su zaista ekvivalentni.

[1] Najuprošćeniji oblik lagranžijana $L(q_n, \dot{q}_n, t)$ koji koristi holonomične koordinate q_n vodi do jednakosti Lagranža u obliku:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_n} \tag{78}$$

Da bismo izveli ovu jednakost, porebna nam je još relacija $\delta\dot{q} = \mathrm{d}/\mathrm{d}t(\delta q)$. Ova relacija važi samo za ***holonomične koordinate*** koje su uvedene u predhodnoj fusnoti i ojašnjava njenu važnost.

Zapamtili smo da lagranžijan nije jedinstven za sisteme koji se kreću; međutim, proučavanja kako se menjaju lagranžijani za date sisreme u kretanju nije deo naše pustolovine. (***Ref. 197***).

Uzgred, slova q za položaj i p za količinu kretanja, uveo je u fiziku matematičar Karl Jakobi (Carl Jacobi, 1804. Potsdam – 1851. Berlin).

[2] Ovu misao je ismejao francuski filozof Volter (Voltaire 1694-1778) u svom lucidnom pisanju, zabeleženo u brilijantnoj knjizi *Kandid*, napisanu 1759. godine, a koja je još uvek dostupna.

kakav jeste? U načelu najmanjeg rada, dali smo savet za negativan odgovor. (Šta vi mislite?) (***Izazov 436s***). Konačan odgovor će se pojaviti tek u poslednjem sdelu naše avanture.

LAGRANŽIJAN I KRETANJE

Nikada ne zamenjujte kretanje sa akcijom.

Ernest Hemigvej (Ernest Hemingway) ***Ref. 198***

Sistemi se kreću uz najmanje promene. Promena ili rad je vremenski integral lagranžijana. Kao način da se opiše kretanje, lagranžijan ima nekoliko prednosti u odnosu na jednakost razvoja. Pre svega, lagranžijan je obično mnogo ***kompaktniji*** od pisanja odgovarajuće jednakosti razvoja. Na primer, ***jedan*** lagranžijan je potreban za jedan sistem, ma koliko delova sistem sadržao. Pravi se manje grešaka, posebno grešaka sa predznakom, pošto se brzo nauči dok se izvode izračunavanja. Samo pokušajte da zapišete jednakosti razvoja za lanac masa spojenih oprugama; a potom uporedite trud sa izvođenjem uz korišćenje lagranžijana. (***Izazov 437e***). (Ovakav sistem često se proučava pošto se on ponaša u mnogim pogledima kao lanac atoma.) Otkrićemo ubrzo još jedan primer: David Hilbert je utrošio samo nekoliko nedelja da izvede jednakosti kretanja opšte teorije relativnosti koristeći lagranžijane, dok je Albert Ajnštajn radio deset godina tražeći ih direktno.

Osim toga, opis uz pomoć lagranžijana valjan je za ***svaki*** skup koordinata koji opisuje objekt istraživanja. Koordinate ne moraju biti kartrzijanske; možemo ih odabrati po našoj želji: cilindrične, sferne, hiperboličke itd. Ove takozvane ***uopštene koordinate*** omogućavaju da se brzo izračuna ponašanje mnogih mehaničkih sistema koji su u praksi previše komplikovani da bi se opisali u kartezijanskim koordinatama. Na primer, za programiranje kretanja ruke robota, uglovi zglobova obezbeđuju jasniji opis nego li kartezijanske koordinate krajeva ruku. Uglovi nisu kartezijanske koordinate. Oni značajno uprošćavaju izračunavanja: zadatak da se nađe najekonomičniji način da se ruka robota pomeri iz jednog položaja u drugi, mnogo lakše se rešava uz pomoć ugaonih promenljivih.

Još važnije, lagranžijan dopušta da se brzo donese zaključak o osnovnim osobinama sistema, naime, njegova ***simetričnost*** i njegove ***očuvane veličine***. Mi ćemo uskoro razviti ovu važnu ideju (***strana 204***) i koristiti je redovno u toku našeg hodanja.

Konačno, formulacija lagranžijana može da bude uopštena tako da obuhvata ***sve tipove interakcija***. Pošto su pojmovi kinetičke i potencijalne energije opšti, načelo najmanjeg rada može da se koristi i u elektrotehnici, magnetizmu i optici kao u mehanici. Načelo najmanjeg rada je centralni deo teorije relativnosti i kvantne teorije i dopušta da se jednostavno dovedu u vezu oba polja sa klasičnom mehanikom.

TABELA 32 Neki lagranžijani

Sistem	**Lagranžijan**	**Veličina**
Slobodna, nerelativistička tačkasta masa	$L=\frac{1}{2}mv^2$	masa m, brzina $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$
Čestica u potencijalu	$L=\frac{1}{2}mv^2-m\varphi(x)$	gravitacijski potencijal φ
Masa na opruzi	$L=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}kx^2$	istezanje x, konstanta opruge k
Masa na ploči bez trenja zakačena za oprugu	$L=\frac{1}{2}mv^2-k\left(x^2+y^2\right)$	konstanta opruge k, koordinate x, y
Lanac masa i opruga (prost model atoma u linearnom kristalu)	$L=\frac{1}{2}m\sum v_i^2-\frac{1}{2}m\omega^2\sum_{i,j}\left(x_i-x_j\right)^2$	koorditate x_i, frekvencija rešetke ω
Slobodna, relativistička tačkasta masa	$L=-c^2m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$	masa m, brzina v, brzina svetlosti c

Pošto je načelo najmanjeg rada postalo dobro poznato, ljudi su ga primenjivali u sve većem nastajućem broju problema. (***Ref. 194***). U sadašnje vreme, lagranžijan se koristi za sve, od proučavanja sudara elementarnih čestica do programiranja pokreta robota u veštačkoj inteligenciji. U ***Tabeli 32*** prikazani su neki primeri.) Međutim, ne treba da zaboravimo, da je uprkos svojoj bitnoj jednostavnosti i korisnosti, formulacija lagranžijana ***ekvivalentna*** jednakosti razvoja. On nije ni opštiji ni specifičniji. (***Izazov 438s***). Posebno, on ***nije objašnjenje*** za sve tipove kretanja, već samo njihovo drugačije sagledavanje. Zapravo,

traženje novog "zakona" fizike ***samo*** je traženje novog lagranžijana. To ima smisla, pošto opis prirode stalno zahteva nov opis promene. Promena u prirodi uvek se opisuje pomoću rada i lagranžijana.

Načelo najmanjeg rada izražava da je rad najmanji kada su određene krajnje tačke kretanja, a posebno i vreme između njih. (***Ref. 199***). Manje je poznato da važi i obrnuto načelo: ako je veličina rada – veličina promene – utvrđena, proteklo vreme za posnatrano kretanje je ***maksimalno***. Da li to možete da dokažete? (***Izazov 439ny***).

Iako načelo najmanjeg rada nije objašnjenje kretanja, načelo nekako poziva na takvo objašnjenje. Potrebno nam je ipak malo strpljenja. ***Zašto*** priroda prati načelo najmanjeg rada i ***kako*** to radi, postaće nam jasno kada budemo istraživali kvantnu teoriju.

ZAŠTO JE KRETANJE TAKO ČESTO OGRANIČENO?

Ako pogledamo oko sebe po Zemlji ili po nebu, otkrićemo da materija nije ravnomerno respoređena. Materija ima tendenciju da se približi drugoj materiji: ona se skuplja u ***agregate***. ***Slika 182*** prikazuje tipičan primer. (***Ref. 200***). Neki veći primeri agregata navedeni su u ***Tabeli 33***. Svi agregati imaju masu i veličinu. U dijagramu masa–veličina na ***slici 183*** obe vrednosti su date u logaritamskoj razmeri. Mogu da se zapaze tri prave linije: linija $m \sim l$ koja se proteže od Plankove mase[1] naviše, preko crne rupe samog svemira; linija $m \sim 1/l$, koja se proteže od Plankove mase naniže, do najlakšeg mogućeg agregata; i linija uobičajene materije uz $m \sim l^3$, koja se proteže od atoma naviše, preko svakodnevnih objekata, Zemlje, do Sunca. Prva od ovih linija, granica crne rupe, objašnjena je u teoriji opšte relativnosti; poslednje dve, granica agregata i granica uobičajenih materija, objašnjene su kvantnom teorijom.[2]

Slika 182 Kretanje u sveniru je vezano

Agregati izvan linije uobičajenih materija takođe pokazuju da je interakcija koja drži zajedno sastojke jača ukoliko su agregati manji. Ali zašto se materija uglavnom nalazi sjedinjena?

Pre svega, agregati se sjedinjuju usled međusobnog ***privlačenja*** objekata. Drugo, oni se sjedinjuju usled ***trenja***: kada se dva sastojka približe, agregat može da se stvori ako se oslobođena energija može promeniti u toplotu. Treće, agregati imaju konačnu veličinu usled ***odbojnog*** efekta koji sprečava da se sastojci u

---

1 Plankova masa je data izrazom $m_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 21{,}767(16)$ µg

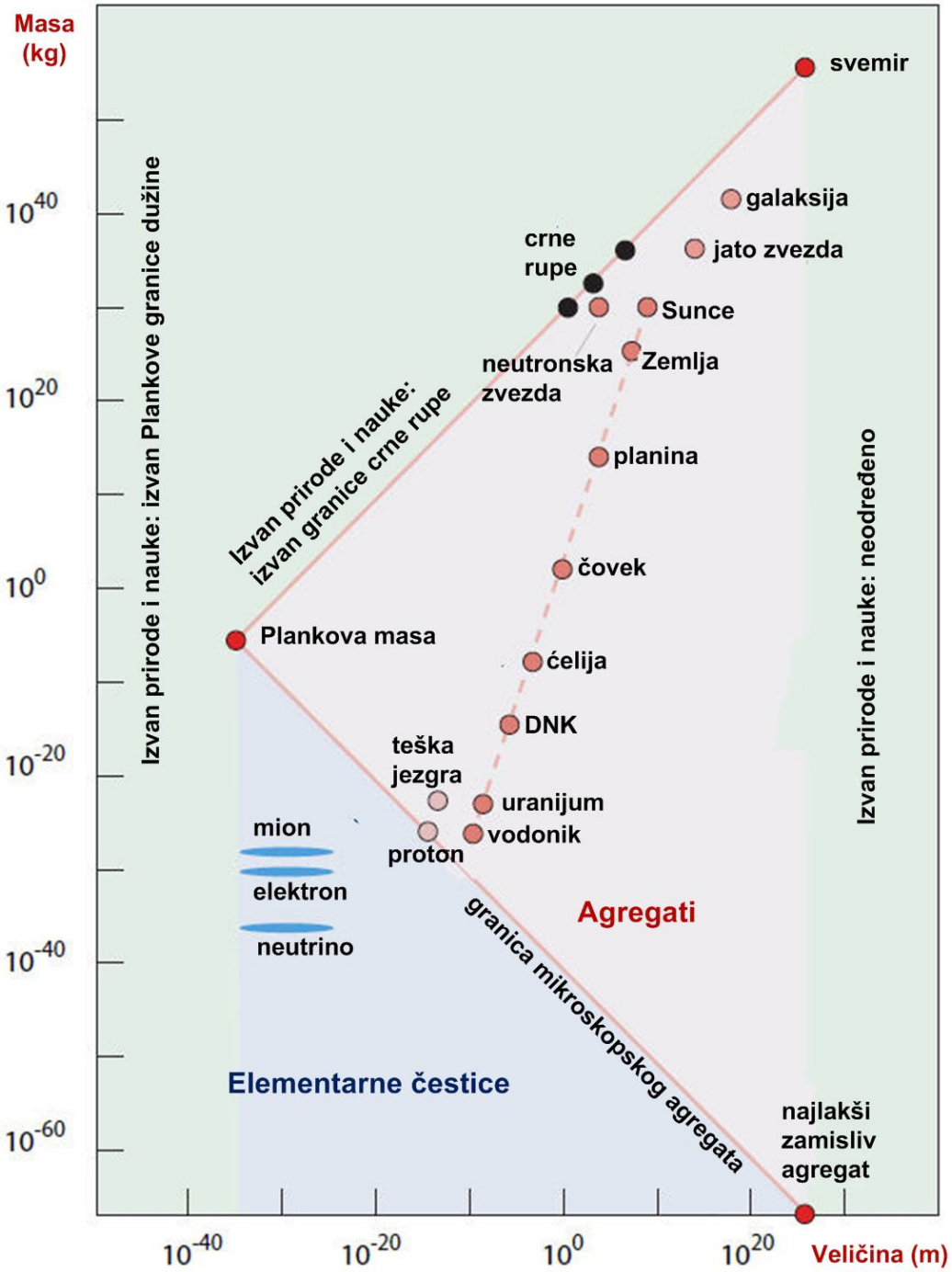
2 ***Slika 183*** navodi nas da postoje oblasti izvan fizike, kasnije ćemo otkriti da to nije slučaj, pošto se u ovim oblastima ne mogu odrediti ni masa ni veličina.

potpunosti raspadnu. Ova tri faktora zajedno omogućavaju da je udruženo kretanje mnogo uobičajenije od razdruženog, slobodnog kretanja.

Samo tri oblika privlačenja dovode do stvaranja agregata: gravitacija, privlačenje električnih naboja i jaka nuklearna interakcija. Slično tome, zapažena su samo tri odbijanja: obrtanje, pritisak i načelo Paulijevog isključenja (sa kojim ćemo se sresti kasnije, ***Vol. IV, strana 108***). Od devet mogućih kombimacija privlačenja i odbijanja u prirodi se ne pojavljuju sve. Možete li da otkrijete sa ***slike 183*** i ***Tabele 33*** koje nedostaju i zašto? (***Izazov 440s***).

Ukupno, privlačenje, trenje i odbijanje podrazumevaju da su promena i rad najmanji kada se objekti približe i ostanu u skupini. Načelo najmanjeg rada zato podrazumeva stabilnost agregata. Uzgred, istorija oblikovanja takođe objašnjava zbog čega se tako mnogo agregata ***obrće***. Možete li reći zašto? (***Izazov 441s***).

Ali zbog čega uopšte postoji trenje? I zbog čega postoje interakcije privlačenja i odbijanja? I zbog čega – kako izgleda iz gornjeg – u nekoj davnoj prošlosti ***nije*** nađena materija u grumenima? Da bismo mogli da odgovorimo na ova pitanja, moramo najpre proučiti još jednu opštu osobinu kretanja: simetriju.



Slika 183 Elementarne čestice i agregati nađeni u prirodi

TABELA 33 Neki veći agregati opaženi u prirodi

Agregat	**Veličina** (prečnik)	**Opažen broj**	**Sastav**
Agregati spojeni gravitacijom			
Materija širom svemira	oko 100 Ym	1	superjata galaksija i atoma vodonika i helijuma
Kvazar	10^{12} do 10^{14} m	10^{7}	barioni i leptoni
Superjata galaksija	oko 3 Ym	$25 \cdot 10^{9}$	10 do 50 galaksija
Grupe galaksija ili jata	oko 240 Zm		50 do preko 2000 galaksija
Naša lokalna grupa galaksija	50 Zm	1	oko 40 galaksija
Opšta galaksija	0,5 do 2 Zm	$3{,}5 \cdot 10^{12}$	10^{10} do $3 \cdot 10^{10}$ zvezde, prašina, oblak gasa, možda sunčani sistemi
Naša galaksija	1,0(0,1) Zm	1	10^{11} zvezde, prašina, oblak gasa, sunčani sistemi
Međuzvezdani oblaci	> 15 Em	» 10^{5}	vodonik, led, i prašina
Drugi solarni sistemi[a)]	nepoznato	> 400	zvezde, planete
Naš sunčani sistem	30 Pn	1	Sunce, planete (prečnik orbite Plutona 11,8 Tm), meseci, planetoidi, komete, asteroidi, prašina, gas
Ortov oblak	6 do 30 Pm	1	komete, prašina
Kajperov pojas	60 Tm	1	planetoidi, komete, prašina
Zvezda[b)]	10 km do 100 Gm	$10^{22\pm1}$	jonizovan gas, protoni, neutroni, elektroni, neutrini, fotoni
Naša zvezda, Sunce	1,39 Gm	1	
Planeta[a)] (Jupiter, Zemlja)	143 Mm, 12,8 Mm	8 + > 400	čvrsta masa, teččnost, gasovi, posebno teški atomi
Planetoidi (Varuna itd.)	50 do 1000 km	> 100 (proc. 10^{9})	čvrsta masa
Meseci	10 do 1000 km	> 50	čvrsta masa
Neutronske zvezde	10 km	> 1000	uglavnom neutroni
Elektromagnetno spojeni agregati[c)]			
Patuljaste planete, male planete, asteroidi[d)]	1 m do 2400 km	> 10^{6}	(10^{9} procena) čvrsta masa, obično monolitna
Komete	10 cm 50 km	> 10^{9}	(10^{12} moguće) led, i prašina
Planine, čvrsta i tečna masa, gasovi, sir	1 nm do 100 km	nema podataka	molekuli, atomi
Životinje, biljke, kefir	5 µm do 1 km	$10^{26\pm2}$	organizmi, ćelije
Ćelije		$10^{31\pm1}$	organele, membrane, molekuli
najmanji (*Nanoarchaeum equitans*)	oko 400 mn		molekuli
ameba	oko 600 µm		molekuli
najveći (nervno vlakno kita), jednoćelijske biljke	oko 30 m		molekuli
Molekuli		$10^{78\pm2}$	atomi
Vodonik H_2	oko 50 pm	$10^{72\pm2}$	atomi
Ljudska DNA	2 m (ukupno po ćeliji)	10^{21}	atomi
Atomi gvožđa	30 pm do 300 pm		elektroni i jezgra
Agregati spojeni slabom interakcijom[c)]			
nema nijednog			
Agregati spojeni jakom interakcijom[c)]			
Atomsko jezgro	0,9 do > 7 fm	$10^{79\pm2}$	atomsko jezgro
Nukleon (proton, neutron)	0.9 fm	$10^{80\pm2}$	kvark
Mezoni	oko 1 fm	nema podataka	kvark
Neutronske zvezde (videti gore)			

a) Tek 1994. nađen je prvi dokaz za objekte koji se obrću oko zvezda osim oko Sunca; od oko 1000 ***vansolarnih planeta*** koje su do sada nađene, većina je nađena oko F, G i K zvezdi, uključujući i neutronske zvezde. Na primer, tri objekta kruže oko pulsara PSR 1257+12, a materija pravi krugove oko oko zvezde β Pictoris. (***Ref. 201***). Objekti izgledaju kao tamne zvezde, smeđu patuljci ili velike gasne planete, kao Jupiter, na primer. Usled ograničenja sistema za posmatranje, nijedan od do sada pronađenih sistema nije obrazovao solaran sistem kao što je tip na kojem živimo. Zapravo, do sada je nađeno samo nekoliko planeta sličnih Zemlji

b) Sunce se nalazi među 7% najsjajnijih zvezda. Od svih zvezda 80% su M patuljci, 8% su narandžasti K patuljci, a 5% su beli D patuljci: oni su svi bledi. Većina zvezda vidljivih na noćnom nebu spada u onih 7% sjajnih. Neke od njih su iz retke plave O klase ili plave B klase (kakve su Spica, Regulus i Rigel); 0,7% je sastavljeno od sjajne, bele A klase (kakve su Sirius, Vega i Altair); 0,2% su žuto-bele F klase (kakve su Canopus, Procyon i Polaris); 3,5% su žute G klase (kakve su Alpha Centauri, Capella i Sunce). Izuzeci obuhvataju nekoliko vidljivih K džinova, kakvi su Arcturus i Aldebaran i retki M superdžinovi, kakvi su Beltegez i Antares. Više o tome, kasnije (***Vol. II, strana 194***).

c) Za više detalja o ***mikroskopskim*** agregatima, videti tabelu o kompozitima (***Vol. V, strana 259***)

d) Procenjeno je da u Sunčevom sistemu postoji više od 10 ***malih tela sunčanog sistema*** (asteroidi, meteoridi, planetoidi ili male planete) koji su teži od 100 kg. Uzgred, do sada nisu nađeni asteroidi između Merkura i Sunca – hipotetični ***Vulkanoidi*** . (***Ref, 202***).

ZANIMLJIVOSTI I I ZABAVNI IZAZOVI O LAGRANŽIJANU

Načelo najmanjeg rada, kao matematički opis, dao je Lajbnic. Potom je isti ponovo otkriven (***Ref. 131***) i dobio je naziv prema Mopertiju (Pierre Louis Moreau de Maupertuis), koji je napisao:

> *"Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la quantite d'action necessaire pour ce changement est la plus petite qu'il soit possible".*[1]

Samuel Konig, prvi naučnik koji je javno izjavio i ispravio da je načelo Lajbnicovo, a ne Mopertijevo, bio je isključen iz Pruske Akademije Nauka zbog ove izjave. To se dogodilo usled spletke Mopertija koji je u to vreme bio predsednik akademije. Spletka je takođe osigurala da je zadržan bizaran pojam "akcija". Uprkos ovoj sramnoj priči, Lajbnicovo načelo najmanjeg rada brzo je prihvaćeno, a potom su ga koristili i popularizovali Ojler, Lagranž i na kraju Hamilton.

* * *

Osnovna ideja načela najmanjeg rada, po kojoj je priroda što je moguće više ***lenja***, naziva se ***lex parismoniae***. Ovu opštu ideja je već bio izrazio Ptolomej, a kasnije Fermi, Malbranš i 's Gravesand. Ali Lajbnic je bio prvi koji je shvatio njenu vrednost i korist u matematici za opise ***svih*** kretanja.

* * *

Kada je Lagranž objavio svoju knjigu ***Mécanique analytique***, 1788. godine ona je postavila visok standard u istoriji mehanike. Bio je ponosan što je napisao sistematski opis mehanike bez ijedne slike. Očigledno, knjiga je bila teška za čitanje i uopšte nije imala uspešnu prodaju. Zbog toga je bila potrebna druga generacija da bi njedove metode ušle u upotrebu.

* * *

Obzirom da je rad osnovna veličina koja opisuje kretanje, možemo da odredimo energiju kao rad u jedinici vremena, a količinu kretanja kao rad po jedinici dužine. ***Energija*** sistema prema tome opisuje koliko se sistem menja u vremenu, a ***količina kretanja*** koliko se menja na rastojanju. Šta su moment količine kretanja i energija obrtanja? (***Izazov 442s***).

* * *

"U prirodi su efekti telekineze ili molitva nemogući, pošto je većina slučajeva promena u mozgu mnogo manja nego li promene naznačene u spoljnom svetu." Da li je ova tvrdnja tačna? (***Izazov 443s***).

* * *

U Galilejevoj fizici lagranžijan je razlika između kinetičke i potencijalne energije. Kasnije će ova odrednica biti uopštena na način koji izoštrava naše shvatanje ove različitosti: lagranžijan postaje razlika između izraza za slobodne čestice i izraza usled njihove interakcije. Drugim rečima, kretanje čestice je neprestani kompromis između onog što bi čestica učinila kada bi bila slobodna i onoga što ostale čestice žele da ona uradi. U tom smislu, čestice se ponašaju pomalo kao ljudska bića.

[1] "Kada se u prirodi pojavi neka promena, veličina rada potrebnog za ovu promenu je što je moguće manja".

* * *

Kako se meri rad? Koji je najbolji uređaj za merenje rada? (***Izazov 444ny***).

* * *

Objasnite zbog čega je $T + U$ nepromenljivo, dok je $T - U$ minimalno? (***Izazov 445s***).

* * *

U prirodi je zbir kinetičke i potencijalne energije, ($T + U$), ***nepromenljiv*** tokom kretanja (u zatvorenim sistemima), dok je rad ***minimalan***. Da li je moguće da se zaključi, kombinacijom ove dve činjenice, da sistemi teže k stanju sa minimumom potencijalne energije? (***Izazov 446s***).

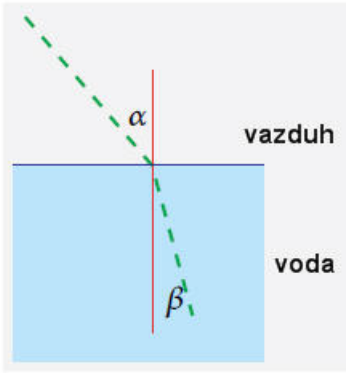
* * *

Sledeće načelo minimiziranja može da se koristi za razumevanje konstrukcije tela životinja, posebno njihove veličine i srazmera njihove unutrašnje strukture. (***Ref. 203***). Na primer, i srčani ritam i frekvencija disanja životinje sa masom m menjaju se kao $m^{-1/4}$, a utrošena snaga se menja sa $m^{9/4}$. Ispada da ovakvi izložitelji potiču od tri osobine živih bića. Prve, oni energiju i materijale prenose kroz organizam preko razgranate mreže krvnih sudiva: nekoliko velikih i veći broj mali. Druge, svi krvni sudovi imaju istu minimalnu veličinu. I treće, mreža je optimizovana tako da je potrebna energija za transport minimalna. Sve tri zajedno, ove osobine objaašnjavaju mnoga dodatna pravila srazmere; ona bi isto tako mogla da objasne zbog čega je životni vek u srazmeri $m^{-1/4}$, ili zbog čega većina sisara ima približno isti broj otkucaja srca u toku života. (***Strana 99***).

Konkurentno objašnjenje, koje koristi drugačije načelo minimiziranja, izražava da je izložilac 1/4, koji nastaje u svakoj mreži, ugrađen s namenom da protok stigne do odredišta najdirektnijim putem. (***Ref. 204***).

* * *

Načelo minimizacije za kretanje svetlosti je još mnogo lepše: svetlost uvek ide putem koji zahteva najkraće vreme putovanja. Poznato je već dugo vreme da ta ideja tačno opisuje kako svetlost menja smer kada se kreće iz vazduha u vodu. U vodi se svetlost kreće mnogo sporije; odnos između brzina u vazduhu i u vodi naziva se ***indeks prelamanja*** vode. Indeks prelamanja, uobičajeno se kraće piše n, i zavisi od materijala. Vrednost za vodu je 1,3. Ovaj odnos brzina, zajedno sa načelom minimalnog vremena, dovode do "zakona" prelamanja, jednostavnog odnosa sinusa dva ugla. Možete li ovo da zaključite? (***Izazov 447s***)



Slika Prelamanje svetlosti je usled optimiziranja vremena na putu.

* * *

Možete li da potvrdite da su sva pomenuta načela minimiziranja – onaj za rast drveća, onaj za mrežu krvnih sudova unutar životinja, onaj za kretanje svetlosti – posebni slučajevi načela najmanjeg rada? (***Izazov 448s***). Zapravo ovo su slučajevi za ***sva*** poznata načela minimiziranja u prirodi. Svaki od njih, kao i načelo najmanjeg rada, načelo je najmanjih promena.

* * *

U Galilejevoj fizici veličina rada zavisi od brzine posmatrača, ali ne i od njegovog položaja i usmerenja, Međutim rad, kada se pravilno odredi, ne treba da zavisi od posmatrača. Svi posmatrači treba da se slože o vrednosti opažene promene. Jedino će teorija specijalne relativnosti da ispuni zahteve da je rad nezavisan od brzine posmatrača. Kako će relativizacija rada da bude određena? (***Izazov 449s***).

* * *

Kolika je veličina promene akumulisana u svemiru posle velikog praska? Merenje svih promena koje su su se dešavale u svemiru predpostavljaju da je svemir fizički sistem. Da li je to slučaj? (***Izazov 450s***).

* * *

Jedno kretanje u prirodi za koje je rad posebno dobro minimiziran je nama drago: hodanje. Opširni istraživački napori pokušavaju da projektuju robota čija bi kopija očuvanja energije funkcionisala i upravljala kao ljudske noge. (***Ref.205***). Za primer, pogledajte veb stranu na www.essex.ac.uk/ Tao Genga.

* * *

Možete li za dokažete sledeću zagonetku integrala? (***Izazov 451d***)

$$\int_0^{\varphi} sec\, t \, dt = ln \; tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \tag{80}$$

* * *

Kakav je oblik idealnog U-kanala za skejtbord? Šta se podrazumeva pod “idealan”? Koji zahtevi dovode do ***cikloide***? Koji zahtevi govore protiv ***cikloide***? (***Izazov 452s***).

* * *

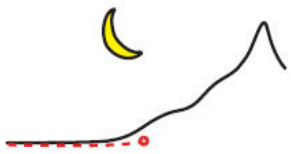
Kako je napred pomenuto, smrt životinje je fizički proces i javlja se kada živo biće bude potrošilo ili metaboliziralo oko 1 GJ/kg (***strana 99***). Pokažite da je ukupan rad za živorinje srazmeran sa $M^{5/4}$. (***Izazov 453e***).

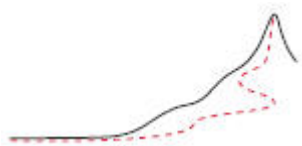
ZAKLJUČAK O RADU

Sistemi se kreću uz najmanje promene. Promena, ili rad, je vremenski prosek kinetičke energije umanjene za potencijalnu energiju. Izraz “minimiziranje promene kretanja” izražava predvidivost kretanja i njegovu neprekidnost. Izraz takođe pokazuuje da su sva kretanja jednostavna.

Sistemi se kreću uz najmanje promene. Ekvivalentno tome, sistemi se kreću tako što maksimiziraju vreme između dve situacije. Oba izraza pokazuju da je priroda lenja.

Sistemi se kreću uz najmanje promene. U sledećim poglavljima pokazaćemo da ovi izrazi podrazumevaju invarijantnost posmatrača, očuvanost, invarijantnost u ogledalu, dvosmernost i relativnost svakodnevnih kretanja.





Poglavlje 9

KRETANJE I SIMETRIJA

Am Anfang war die Symmetrie.[1]

Verner Hajzenberg *(*Werner Heisenberg) (***Ref. 206***)

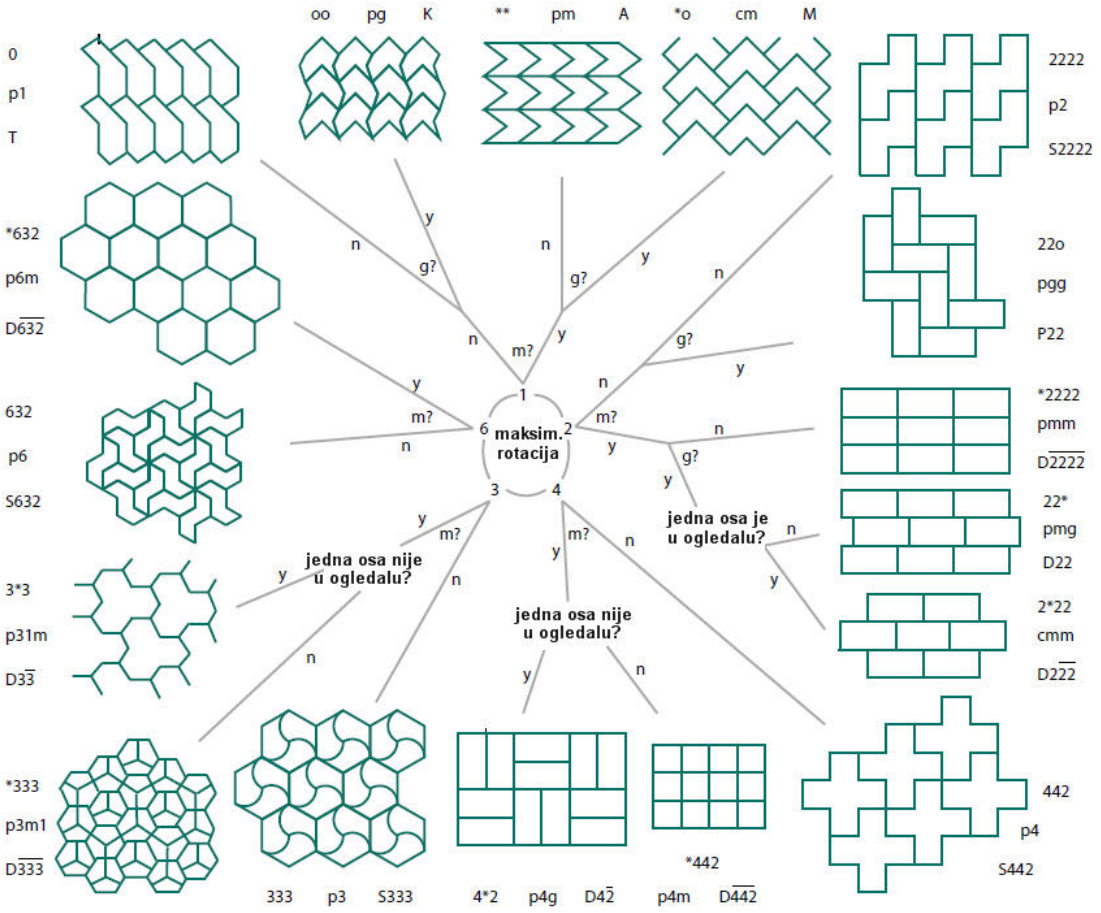
Drugi način da se globalno opiše kretanje je da se opiše na takav način sa kojim su saglasni ***svi*** posmatrači. Uvek kada neko opažanje ostaje potpuno ***isto*** pri prelazu sa jednog posmatrača na drugog, takvo opažanje nazivamo ***invarijantno*** ili ***apsolutno*** ili ***simetrično***. Uvek kada se opažanje ***menja*** pri prelazu sa jednog posmatrača na drugog, kažemo da je ***relativno*** (***strana 178***), Prema tome, istraživavanje relativnosti znači istraživati simetričnost.

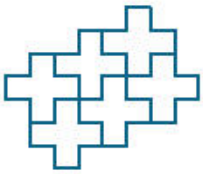
Simetrija je invarijanta posle promene. Promena posmatrača ili tačke posmatranja jedna je od takvih mogućih promena, kao što može biti i takva promena koja se načini u samom opažanju. Na primer, cvet spomenka, prikazan na ***slici 185***, simetričan je, jer ima isti izgled i posle njegovog okretanja za 72°; mnogi cvetovi voćki imaju istu vrstu simetrije. Kaže se takođe da pri izvesnim promenama tačke posmatranja cvetovi imaju ***invarijantnu osobinu***, naime oblik. Ako je moguć veći broj takvih tačaka posmatranja reč je o ***visokoj*** simetričnosti, u suprotnom o ***niskoj*** simetričnosti. Na primer, detelina sa četiri lista ima veću simetričnost od one sa tri lista. U fizici se tačke posmatranja često nazivaju ***referentni sistemi***.

Slika 185 Cvet spomenka, takođe pod imenom *Myosotis* (Boraginaceae) (© Markku Savela).

Kada u svakodnevnom životu govorimo o simetriji kod cvetova, u arhitekturi ili u umetnosti, obično imamo na umu simetriju u ogledalu, obrtnu simetričnost ili neku kombinaciju. To su ***geometrijske simetrije***. Kao i sve simetrije, geometrijske simetrije podrazumevaju invarijantnost pri izvesnim radnjama promena. Kompletan popis geometrijskih simetrija poznat je već duže vreme. (***Ref. 207***). U ***Tabeli 34*** dat je pregled osnovnih tipova. ***Slika 186*** i ***slika 187*** daju neke važne primere. Posebna geometrijska simetrija uključuje ***simetričnost boja***, gde se menjaju boje, i ***grupe obrtanja***, kada objekti simetrije ne sadrže samo tačku već se i obrću, uz njihovo posebno ponašanje pri obrtanju. Isto tako kombinacije sa nizom simetričnosti, kao što se pojavljuje u fraktalima, i odstupanja u zakrivljenoj pozadini, proširenja su osnovne tabele.

[1] "U početku beše simetrija." Da li se slažete sa ovom izjavom (***Izazov 454e***). Ona je odvela mnoge istraživače na pogrešan put u poslednjoj etapi naše pustolovine. Verovatno je Hajzenberg mislio da kaže da je u početku postojala ***jednostavnost***. Međutim, postoji mnogo pojmovnih i matematičkih razlika između simetričnosti i jednostavnosti.





442 - Obeležavanje prema Conway-Thurston

p4 - Obeležavanje prema sistemu International Union of Crystallography

S442 - Obeležavanje prema Montesinos, kao u njegovoj knizi "Classical Tesselations and Three Manifolds"

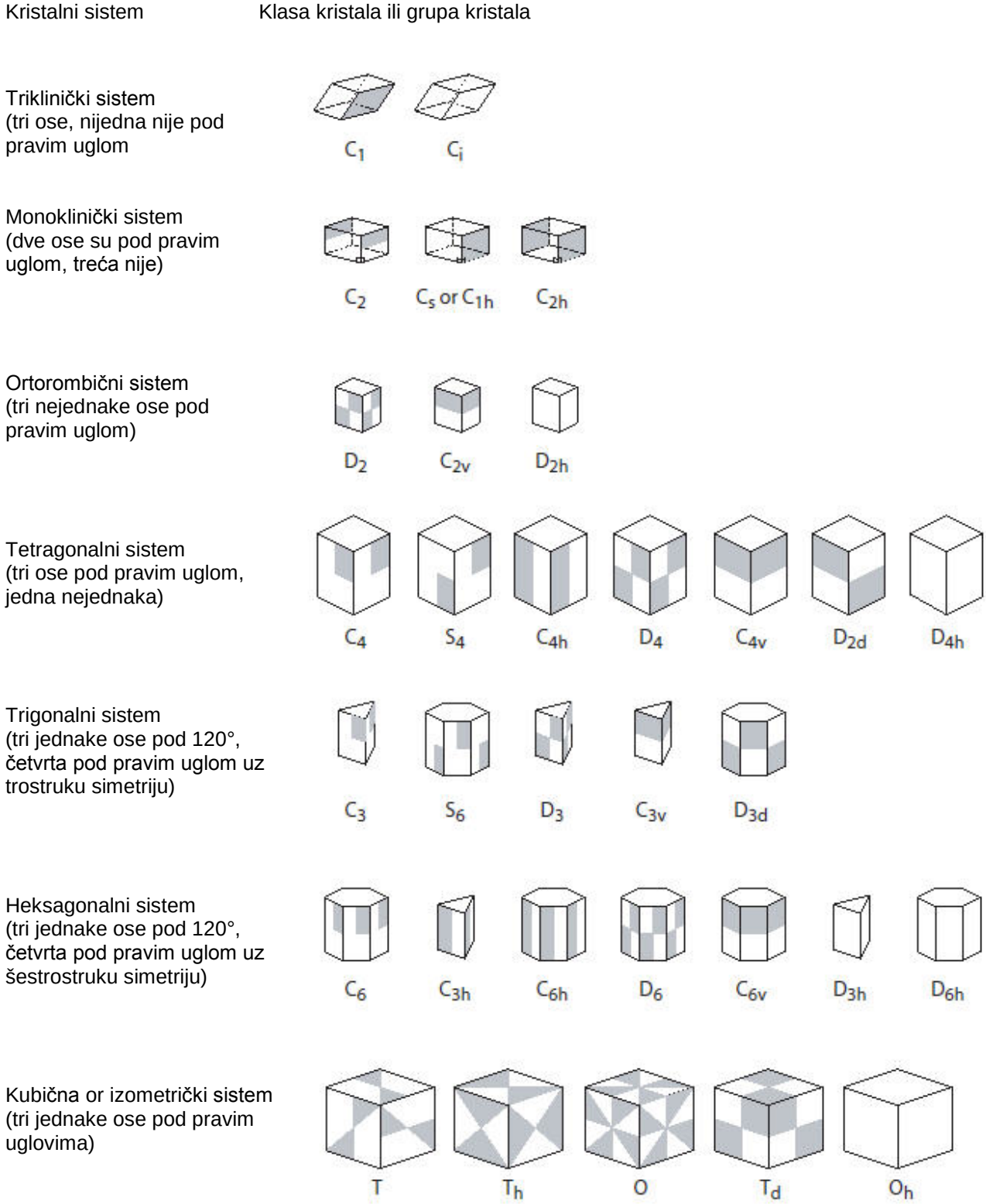
17 uzoraka tapeta i način da se oni brzo identifikuju
Da li je maksimalni red obrtanja 1, 2, 3, 4 ili 6.
Da li postoji ogledalo (m)? Da li postoji refleksija nerazloživog klizanja (g)?
Da li postoji osa obrtanja u ogledalu? Da li ne postoji osa obrtanja u ogledalu?

Slika 186 Potpuna lista mogućih simetrija uzorka tapeta, takozvane ***grupe tapeta***, njihovi uobičajeni nazivi i načini da se napravi razlika (© Dror Bar-Natan).

Visoka simetričnost znači da ***više*** mogućih promena postoji u invarijanti opažanja. Na prvi pogled, ne izgleda da u prirodi mnogo objekata ili opažanja izgleda da je simetrično: pre svega, geometrijska simetrija je više izuzetak nego li pravilo. Ali to je zabluda. Baš suprotno, možemo zaključiti da je priroda potpuno simetrična iz jednostavne činjenice da smo u mogućnosti da govorimo o njoj! (***Izazov 455s***). Štaviše, simetričnost u prirodi je znatno veća nego li kod cveta spomenka ili od bilo koje simetrije iz ***Tabele 34***. Posledica ovakve simetričnosti je, između ostalog, poznat izraz $E_0 = c^2m$.

TABELA 34 Razvrstavanje i broj prostih geometrijskih simetrija

Dimenzija	**Tip ponavljanja**	**Translacija**			
		0	1	2	3
		Grupe tačaka	Grupe linija	Grupe ravni	Grupe prostora
1	1 red	2	2	nema podataka	nema podataka
2	5 mreža	10 grupa kristala	7 furnira	17 tapeta	nema podatala
3	14 rešetki	32 grupe kristala	75 palica	80 slojeva	



Slika 187 Potpuna tabela mogućih simetrija posebnih ćelija u kristalima, ***grupe kristalografskih tačaka*** ili ***grupe klasa kristala*** (© Jonathan Goss, after Neil Ashcroft and David Mermin).

ZAŠTO MOŽEMO DA RAZMIŠLJAMO I RAZGOVARAMO O SVETU?

Skrivena harmonija je snažnija od očigledne.
Heraklit iz Efesa, oko 500. pne (***Ref. 208***)

Zbog čega možemo da razumemo nekog kada on govori o svetu, iako nismo istih shvatanja. Možemo iz dva razloga: zato što većina stvari izgleda ***slično*** iz različitih tačaka posmatranja i zato što većina nas već ima ***predhodna*** slična iskustva.

"Slična" znači da se nekako podudara ono što opažamo ***mi*** i što opažaju ***drugi***. Drugim rečima, mnogi aspekti opažanja ne zavise od tačke posmatranja. Na primer, broj latica cveta ima istu vrednost za sve posmatrače. Prema tome, možemo da kažemo da ova veličina ima najvišu moguću simetriju. Videćemo malo kasnije da je i masa isti takav primer. Opažanja uz najvišu moguću simetričnost u fizici nazivaju se ***skalari***. Ostali aspekti se menjaju od posmatrača do posmatrača. Na primer, prividna veličina se menja u zavisnosti od udaljenosti posmatrača. Međutim, stvarna veličina ne zavisi od posmatrača. U opštem smislu, svaki oblik ***nezavisnosti od tačke posmatranja*** je oblik simetrije, a opažanje kada dve osobe posmatraju istu stvar iz različitih tačaka posmatranja, pa mogu međusobno da se sporazumevaju, dokazuje da je priroda simetrična. U ovom odeljku počećemo da objašnjavamo detalje ove simetrije, a nastavićemo sa tim i tokom ostatka našeg hodanja.

U svetu oko nas zapažamo još jednu opštu osobinu: ne samo da iste pojave izgledaju slično različitim posmatračima, već i ***različite*** pojave izgledaju slično ***istom*** posmatraču. Na primer, znamo da će vatra opeći prst u kuhinji, ali će isto tako to uraditi i izvan kuće, a takođe i na svim drugim mestima i u bilo koje vreme. Priroda pokazuje ***ponovljivost***. Priroda ne ispoljava iznenađenja. Zapravo, naše pamćenje i naše razmišljanje mogući su jedino usled ove osnovne osobine prirode. (Možete li to da potvrdite?) (***Izazov 456s***). Kao što ćemo videti, ponovljivost dovodi do dodatnog jakog ograničenja u opisu prirode.

Bez nezavisnosti od tačke posmatranja i ponovljivosti bilo bi nemoguće govoriti drugima ili samom sebi. Čak još važnije, otkrićemo da nezavisnost od tačke posmatranja i ponovljivost čine više od stvaranja mogućnosti da razgovaramo međusobno: to određuje mnoge (ali ne i sve) ***sadržaje*** onoga što možemo da kažemo jedan drugom. Drugim rečima, mi ćemo videti da većina naših opisa prirode sledi logično, često bez mogućnosti izbora, iz jednostavne činjenice da možemo razgovarati o prirodi sa našim prijateljima.

TAČKE POSMATRANJA

Toleranz ... ist der Verdacht der andere konnte Recht haben.[1]
Kurt Tuholski (Kurt Tucholsky)

Toleranz – eine Starke, die man vor allem dem politischen Gegner wunscht.[2]
Volfram Vajdner (WolframWeidner)

Kada u detinjstvu mlado ljudsko biće počne da sreće druge ljude, ono brzo shvati da su pojedina iskustva podeljena sa drugima, dok druga, kao što su snovi, nisu. Učenje da se napravi razlika jedna je od pustolovina ljudskog života. Na ovim stranicama mi ćemo se koncentrisati na deo prvog tipa iskustava: ***psihička*** opažanja. Međutim, čak i među njima moraju da se naprave razlike. U svakodnevnom životu mi smo navikli da predpostavljamo da su težina, zapremina, dužina i vremenski intervali nezavisni od tačke posmatranja posmatrača. Možemo da govorimo o ovim opaženim veličinama bilo kome, a da ne postoje neslaganja oko njihovih vrednosti, što dokazuje da su one izmerene tačno. Međutim, ostale veličine zavise od posmatrača. Zamislite da razgovarate sa prijateljem koji je skočio sa jednog stabla duž naše putanje, dok on još uvek pada. On će vam reći da mu se tlo u šumi približava velikom brzinom, dok će posmatrač ispod njega tvrditi da je tlo nepomično. Očigledno, razlika između ovih izjava je usled njihovih različitih tačaka posmatranja. Brzina nekog objekta (u ovom primeru brzina tla u šumi ili brzina našeg prijatelja) prema tome ima manje simetričnu osobinu nego li težina ili veličina. O njenoj vrednosti neće se složiti svi posmatrači.

---

[1] Tolerancija… je sumnja da su drugi možda u pravu, Kurt Tuholski (Kurt Tucholsky, 1890–1935), nemački pisac

[2] "Tolerancija – snaga koja se uglavnom poželjna kod političkih protivnika", Volfram Vajdner (Wolfram Weidner , r. 1925) nemački novinar)

U slučaju opažanja koja zavise od tačke posmatranja, još uvek je moguće sporazumevanje uz pomoć malog napora: svaki posmatrač može da ***zamisli*** svoje opažanje sa tačke posmatranja drugog, i da ***proveri*** da li se zamišljeni rezultat slaže sa iskazom drugog.[1] Ako se tako zamišljeni iskaz i stvarni iskaz drugog posmatrača slažu, opažanja su dosledna, a razlike u iskazima su samo zbog različitih tačaka posmatranja; inače, razlike su u osnovi, pa oni ne mogu da se slože ili da razgovaraju. Ako se iskoristi ovakav pristup, vi ćete čak razmatrati da li ljudska osećanja, prosuđivanja ili ukusi nastaju zbog osnovnih razlika ili ne. (***Izazov 457s***).

Pravljenje razlike između veličina nezavisnih od tačaka posmatranja (invarijantne) i zavisnih od tačaka posmatranja je suštinsko. Invarijantne veličine, kakve su masa i oblik, opisuju ***unutrašnju*** osobinu, dok veličine koje zavise od posmatrača predstavljaju ***stanje*** sistema. Prema tome, moramo odgovoriti na sledeća pitanja kako bismo našli ***potpun*** opis stanja fizičkog sistema:

- Koje tačke posmatranja su moguće?
- Kako se opis menja sa jedne tačke posmatranja na drugu?
- Šta nam takvi rezulati govore o kretanju?

U dosadašnjem razmatranju, proučavali smo tačke posmatranja koje se razlikuju po mestu, po usmerenju, po vremenu i najvažnije, po kretanju. U odnosu jedan na drugog posmatrači mogu da miruju, da se kreću jednoličnom brzinom ili da ubrzavaju. Ove "konkretne" promene tačke posmatranja su one koje ćemo najpre proučavati. U tom slučaju zahtev za doslednost opažanja od strane različitih posmatrača naziva se ***načelo relativnosti*** (***strana 121***). Simetrije koja su povezane sa ovim tipom invarijantnosti nazivaju se takođe ***spoljne*** simetrije. One su nabrojane u ***Tabeli 36***. (***Strana 208***).

Druga vrsta osnovnih promena tačaka posmatranja tiče se "apstraktnih" promena. Tačke posmatranja mogu da se razlikuju i prema upotrebljenom matematičkom opisu: takve promene se nazivaju ***promene merila***. (***Vol. III, strana 66***). One će prve biti uvedene u odeljak elektrodinamike. Da ponovimo, zahteva se da svi iskazi budu dosledni u svim različitim matematičkim opisima. Ovaj zahtev za doslednost naziva se ***načelo invarijante merila***. Pridružene simetrije se nazivaju ***unutrašnje*** simetrije.

Treća vrsta promena, čija se važnost možda ne sagledava u svakodnevnom životu, je ponašanje sistema pri razmeni njegovih delova. Pridružena invarijantnost se naziva ***simetrija permutacije***. To je ***diskretna*** simetrija, a mi ćemo je susresti kada istražujemo kvantnu teoriju. (***Vol. IV, strana 89***).

Ova tri gore opisana zahteva za doslednost nazivaju se "načela", pošto su ovi osnovni iskazi tako strogi da oni skoro potpuno određuju "zakone" fizike, kako ćemo uskoro videti. Kasnije ćemo otkriti da će traganje za kompletnim opisom stanja objekata takođe doneti potpun opis njihovih ***unutrašnjih*** osobina. Ali dovoljno je za uvod: dođimo do srži teme.

SIMETRIJE I GRUPE

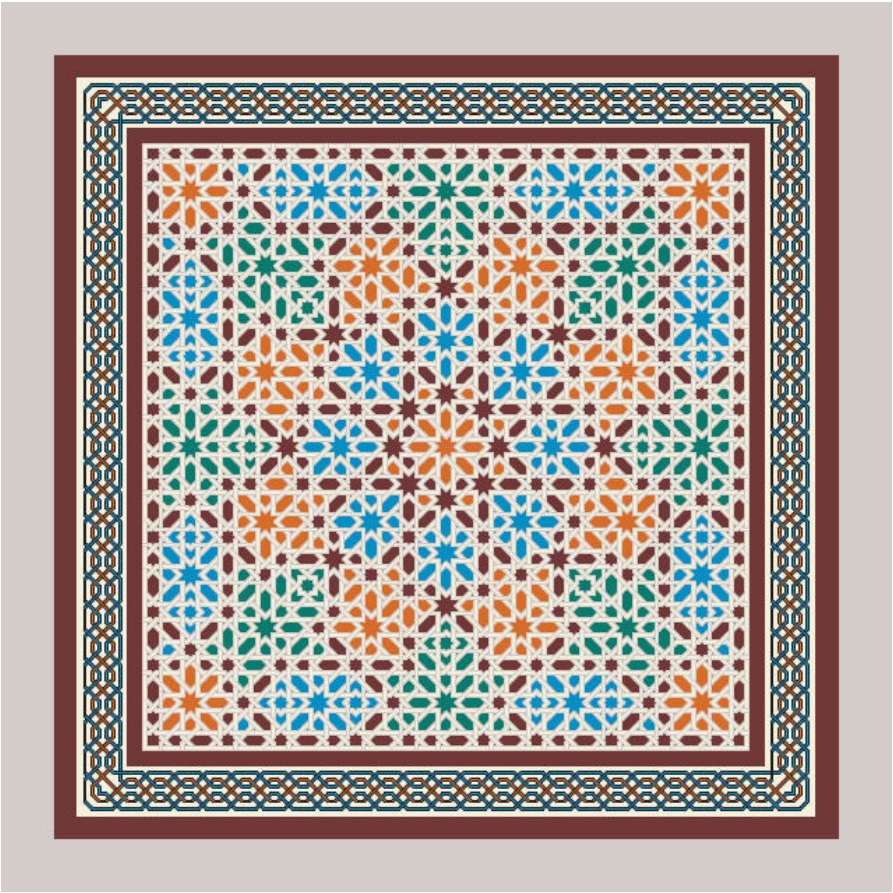
Pošto tražimo opis kretanja koji je potpun, potrebno je da razumemo i opišemo *ceo* ***skup simetrija*** prirode. Ali šta je simetrija?

Za sistem se kaže da je ***simetričan***, ili da poseduje ***simetriju***, ako on izgleda isto kada se posmatra iz različitih tačaka posmatranja. Isto tako kažemo da sistem poseduje ***invarijantnost*** pri promenama od jedne do druge tačke posmatranja. Promena tačke posmatranja naziva se ***operacija simetričnosti*** ili ***transformacija***. Simetrija je prema tome transformacija, ili uopštenije, skup transformacija koji ostavljaju sistem invarijantnim. Međutim, simetrija je više od skupa: uzastopna primena dve operacije simetričnosti opet je operacija simetričnosti. Drugim pojmom, simetrija je skup $G = \{a, b, c, \ldots\}$ elemenata, trsnsformacije, zajedno sa binarnom operacijom $\circ$ nazivaju se ***nadovezivanje*** ili ***multiplikacija*** i izgovara se "posle" ili "puta" pri čemu važe sledeće operacije za sve elemente a, b i c:

$$\begin{aligned} &\textbf{\textit{asocijativnost}}, \text{ to jest, } \quad (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c) \\ &\text{postoji takav } \textbf{\textit{neutralni element}}\ e \text{ da je } \quad e \circ a = a \circ e = a \\ &\text{postoji takav } \textbf{\textit{inversni element}}\ a^{-1} \text{ da je } \quad a^{-1} \circ a = a \circ a^{-1} = e \end{aligned} \tag{81}$$

[1] Razvoj sposobnosti kod ljudi da zamisle da drugi mogu biti u situaciji ***različitoj*** od njihove, je u dobu od oko četiri godine. (***Ref. 209***). Prema tome, pre četvrte godine ljudi su nesposobni da shvate pojam specijalne teorije relativnosti; kasnije mogu.

Svaki skup koji ispunjava ove tri određene osobine, naziva se ***(matematička) grupa***. Istorijski, zapis grupe bio je prvi primer matematičke strukture koji je odredjen na potpuno apstraktni način.[1] Možete li da date primer grupe uzet iz svakodnevnog života? (***Izazov 458s***). Grupe se često pojavljuju u fizici i matematici, pošto se simetrija nalazi skoro svuda, kao što smo videli.[2] (***Ref. 210***). Možete li da nabrojite operacije simetrije primera sa ***slike 188***? (***Izazov 460s***).



Slika 188 Hispano-Arapski ornament iz Guvernerove palate u Sevilji (© Christoph Schiller).

PREDSTAVLJANJA (REPREZENTACIJE)

Gledajući simetrični i složen sistem kao što je onaj na ***slici 188***, zapažamo da svaki njegov deo, na primer svaki crveni deo, pripada skupu sličnih objekata, obično nazvanih ***multiplet***. (***Izazov 461e***). Uzet u celini, multiplet ima (najmanje) simetrične srazmere celog sistema. Za neke od delova u boji na ***slici 188*** potrebno nam je ***četiri*** objekta da se napravi puni multiplet, dok je druge potrebno ***dva***, pa čak i ***jedan***, kao što je slučaj sa zvezdom u sredini. Zapravo, u svakom simetričnom sistemu svaki deo može da bude razvrstan prema tome kojem tipu multipleta pripada.

Prema tome, imamo dve zagonetke. Nije potrebno samo da nađemo sve simetričnosti u prirodi; tokom našeg uspona na planinu, potrebno je da odredimo multiplet za svaki deo prirode koji osmatramo. Pre svega biće nam potrebno da to učinimo za majmanje delove nađene u prirodi, za elementarne čestice.

---

[1] Pojam "grupa" poptiče od Evariste Galoa (Evariste Galois, 1811-1832), njena struktura od Avgustina-Luj Košija (Augustin-Louis Cauchy, 1789-1857), a aksiomatska odrednica od Artura Kajlija (Arthur Cayley, 1821-1895).

[2] U načelu, matematičke grupe ne treba da budu grupe simetrije, ali može da se proveri da sve grupe mogu da se posmatraju kao grupe transformacija u nekom pogodno određenom matematičkom prostoru, tako da možemo u matematici da koristimo naizmenično pojmove "grupa simetrije" i "grupa".

Grupa se naziva ***abelska*** ako su njene operacije nadovezivanja komutativne, to jest, ako je $a \circ b = b \circ a$ za sve parove elemenata a i b. U tom slučaju nadovezivanje se ponekad naziva ***sabiranje***. Da li obrtanje formira abelsku grupu? (***Izazov 459e***)

Podskup $G_1 \subset G$ grupe G može i sam da bude grupa; tada se naziva ***podgrupa*** i često se nemarno kaže da je G veće od G_1 ili da je G grupa ***veće*** simetrije nego G_1.

Multiplet je skup delova koji se transformišu jedan u drugi pri svim transformacijama simetričnosti. Matematičari često nazivaju sažetak multipleta ***predstavljanje.*** Kada odredimo kojem multipletu komponenta pripada, dobijamo opis na koji način je komponenta deo celog sistema. Pogledajmo kako se to razvrstavanje postiže. U matematičkom jeziku, simetrične transformacije su najčešće opisane pomoću matrice

$$D(\text{refl}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{82}$$

pošto svaka tačka (x, y) postaje transformisana u (y, x) kada se pomnoži matricom D(refl) (***Izazov 462e***). Prema tome, za matematičare ***predstavljanje*** simetrične grupe G je dodeljivanje matrice $D(a)$ svakoj grupi elemenata a tako da predstavljanje nadovezivanja dva elementa a i b čini proizvod predstavljanja elemenata:

$$D(a \circ b) = D(a)D(b) \tag{83}$$

Na primer, matrica iz jednakosti (82) ima ovu osobinu,[1] zajedno sa odgovarajućim matricama za sve ostale operacije simetrije.

Za svaku grupu simetrije, konstrukcija i razvrstavanje svih mogućih predstavljanja je važan zadatak. To odgovara razvrstavanju svih mogućih multipleta simetričnog sistema koji mogu da se naprave. Prema tome, ako razumemo razvrstavanje svih multipleta i delova koji mogu da se pojave na ***slici 188***, mi ćemo takođe razumeti kako da razvrstamo sve moguće delove od kojih je sastavljen objekt ili primer kretanja!

Predstavljanje D se naziva ***unitarnim*** ako su sve matrice $D(a)$ unitarne.[2] Skoro sva predstavljanja koja se javljaju u fizici, uz samo šačicu izuzetaka, su unitarna: ovaj pojam je jako ograničen, pošto on određuje da li su odgovarajuće transformacije jedan-po-jedan i invertivne, što znači da jedan posmatrač nikada ne vidi više od drugog. Očigledno, ako posmatrač može da razgovara sa drugim, isto tako drugi posmatrač može da priča sa prvim.

Poslednja bitna osobina multipleta ili predstavljanja odnosi se na njegovu strukturu. Ako multiplet može da se posmatra kao sastav podmultipleta, on se naziva ***reduktivni***, inače je ***nereduktivni***; isto se može reći i za predstavljanje. Nereduktivna predstavljanja očigledno ne mogu dalje da se rastavljaju. Na primer, (skoro savršena) grupa sa ***slike 188***, obično nazvana D_4, ima osam elemenata. Ona ima opštu, vernu, untarnje i nereduktivno matrično predstavljanje (***Izazov 463e***):

---

[1] Postoje neki očigledni, ali važni, sporedni uslovi za predstavljanje: matrice D(a) moraju biti invertibilne, ili nesingularne, a operacija identiteta za G mora biti preslikana u jediničnu matricu. U još sažetijem jeziku kaže se da je predstavljanje ***homomorfizam*** iz G u grupu nesingularnih ili invertibilnih matrica. Matrica D je invertibilna ako je njena determinanta det$D$ različita od nule.

U opštem slučaju preslikavanje f iz grupe G u grupu G' zadovoljava:

$$f(a \circ_G b) = f(a) \circ_{G'} f(b) \tag{84}$$

preslikavanje se naziva ***homomorfizam***. Homomorfizam f to jest jedan-po-jedan (injektivni) i u (surjektivni) naziva se ***izomorfizam***. Ako je predstavljanje takođe injektivno, naziva se ***verno***, ***istinito*** ili ***pravo***.

Na isti način kao i grupe, kompleksnije matematičke strukture kao što su prstenovi, polja i pridružene algebre, mogu takođe da budu predstavljene pogodnom vrstom matrica. (***Vol. IV, strana 180***). Predstavljanje polja kompleksnih brojeva dato je kasnije.

[2] ***Transponovana*** matrica A^T matrice A određena je element-po-element kao $(A^T)_{ik} = A_{ki}$. ***Kompleksno konjugovana*** matrica A^* matrice A, određena je kao $(A^*)_{ik} = (A_{ik})^*$. ***Pridružena*** matrica $A^\dagger$ matrice A određena je kao $A^\dagger = (A^T)^*$. Matrica se naziva ***simetričnom*** ako je $A^T = A$, ***ortogonalnom*** ako je $A^T = A^{-1}$, ***Ermitska*** ili ***samo-pridružena*** (ova dva naziva su sinonimi u svim primenama u fizici) ako je $A^\dagger = A$ (Ermitska matrica ima realne sopstvene vrednosti), a ***unitarna*** ako je $A^\dagger = A^{-1}$. Unitarne matrice imaju sopstvenu vrednost metrike jedan. Množenje unitarnom matricom je preslikavanje jedan-po-jedan; pošto je razvoj vremena u fizičkim sistemima preslikavanje od jednog trenutka do drugog, razvoj se uvek opisuje ***unitarnom*** matricom.

Asimetrična ili matrica ***pomerene simetrije*** određena je kao $A^T = -A$, ***anti-ermitska*** matrica određena je kao $A^\dagger = -A$, a ***anti-jedinična*** matrica kao $A^\dagger = -A^{-1}$. Sva odgovarajuća preslikavanja su jedan-po-jedan. Matrica je ***singularna***, a odgovarajuća vektorska transformacija nije jedan-po-jedan, ako je det$A = 0$.

$$\begin{pmatrix} \cos\frac{n\pi}{2} & -\sin\frac{n\pi}{2} \\ \sin\frac{n\pi}{2} & \cos\frac{n\pi}{2} \end{pmatrix} \quad n = 0\ldots3, \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{85}$$

Predstavljanje je ***obrt***. Kompletan popis mogućih nereduktivnih predstavljanja grupe D_4 uključuje takođe ***singlete, dublete*** i ***kvartete***. Možete li da ih nađete? (***Izazov 464ny***). Ovakva predstavljanja omogućavaju razvrstavanje svih belih i crnih traka koje se pojave u slici, isto kao i svih obojenih komada. Većina simetričnih elemenata su singleti, najmanje simetričnosti koja je deo kvarteta. Kompletan sistem je uvek takođe singlet.

Uz ove pojnove spremni smo da govorimo o kretanju uz povećanu tačnost.

TABELA 35 Odnosi između simetrija na ormamentu, cvetu i prirodi u celini

Sistem	**Hispano-arapski uzorak**	**Cvet**	**Kretanje**
Strukture i komponente	skup traka i delova	skup latica, stabljika	putanja kretanja i opažanja
Simetričan sistem	simetričnost uzoraka	simetričnost cvetova	simetrija lagranžijana
Matematički opis grupe simetrije	D_4	C_5	u Galilejevoj relativnosti: položaj, usmerenost , promene trenutka i brzine
Invarijante	broj elemenata multipleta	broj latica	broj koordinata, veličina skalara, vektora i tenzora
Predstavljanje sastojaka	tipovi multipleta elemenata	tipovi multipleta elemenata	tenzori, uključujući skalare i vektore
Najčešće predstavljanje simetrije	singlet	deo sa kružnom simetrijom	skalar
Najjednostavnije verno predstavljanje	kvartet	kvintet	vektor
Najmanje simetrično predstavljanje	kvartet	kvintet	bez granica (tenzori beskonačnog reda)

SIMETRIJE, KRETANJE I GALILEJEVA FIZIKA

Svakog dana doživljavamo kako smo sposobni da jedan drugom govorimo o kretanju. Prema tome, mora biti moguće da se nađe ***invarijantna*** veličina koja ga opisuje. Već znamo: to je ***rad***, kao merilo promene. Na primer, svetlost šibice je promena. Intenzitet promene je isti, bez obzira da li šibica gori ovde ili tamo, u jednom smeru ili u drugom, danas ili sutra. Zaista, (Galilejev) rad je broj čija je vrednost ista za sve posmatrače ***u mirovanju***, nezavisno od njihovog usmerenja ili vremena njihovog opažanja.

U slučaju hispano-arapskog uzorka sa ***slike 188***, simetrija dozvoljava da se zaključi popis multipleta, ili predstavljanja, koji mogu da budu sastavni blokovi. Ovaj pristup mora da bude moguć takođe i za sistem koji se kreće. ***Tabela 35*** pokazuje kako. U slučaju hispano-arapskog uzorka, iz raznih mogućih tačaka posmatranja posmatrača, zaključujemo razvrstavanje traka u singlete, dublete itd. Za sistem u kretanju, sastavni blokovi, koji odgovaraju trakama, su ***opažanja***. Otkako smo opazili da je priroda simetrična pri mnogim različitim promenama tačaka posmatranja, možemo da razvrstamo sva opažanja. Da bismo to učinili, prvo moramo da imamo popis svih transformacija tačke posmatranja, a zatim da zaključimo popis svih njenih predstavljanja.

Naš svakodnevni život pokazuje da svet ostaje neizmenjen i posle promena položaja, usmerenja i trenutka posmatranja. Takođe se govori o invarijanti translacije prostora, invarijanti obrtanja i invarijanti vremena. Ove transformacije su drugačije od onih kod hispano-arapskog uzorka u dva pogleda: one su ***neprekidne*** i one su ***neograničene***. Kao rezultat toga, njihove reprezantacije biće uglavnom neprekidne promenljive i bez granica: one će biti ***veličine*** ili ***intenziteti***. Drugim rečima, posmatranja će biti sastavljena od ***brojeva***. Na ovaj način zaključili smo zbog čega su brojevi ***neophodni*** za svaki opis kretanja.[1]

[1] Samo skalari, nasuprot vektorima i tenzorima višeg reda, mogu takođe da budu veličine koje mogu da imaju diskretni skup vrednosti, kakve su samo +1 ili -1, Ukratko, samo skalari mogu da budu ***diskretna*** opažanja. (***Izazov 465e***)

Pošto posmatrači mogu da se razlikuju po usmerenju, većina predstavljanja biće objekti koji imaju smer. Da skratimo dugačku priču, simetrija pri promeni položaja posmatrača, njegove usmerenosti ili trenutka, dovodi do ishoda da li su sva opažanja ili "skalari" ili "vektori" ili "tenzori"[1] višeg reda.

Skalar je opažena veličina koja ostaje neizmenjena za sve posmatrače: on odgovara singletu. Primeri su masa ili naelektrisanje objekta, rastojanje dve tačke, udaljenost horizonta i mnogo drugog. Njegove moguće vrednosti su (obično) neprekidne, neograničene i bez smera. Drugi primer za skalare su potencijal u tački i temperatura u tački. Brzina očigledno nije skalar; nisu ni koordinate tačke. Možete li da nađete još primera i suprotnih primera? (***Izazov 466s***). Energija je zagonetno opažanje. Ona je skalar ako se samo posmatraju promena mesta, usmerenost i trenutak posmatranja. Ali energija nije skalar ako se uzme u obzir i brzina posmatrača. Niko nikada nije istraživao za uopštavanje energije da li je skalar takođe i za posmatrača u pokretu. Jedino je Albert Ajnštajn to otkrio potpuno slučajno. O ovoj priči uskoro malo više.

Svaka veličina koja ima intenzitet i smer i koja "ostaje ista" u odnosu na okruženje kada se menja tačka posmatranja, je ***vektor.*** Na primer, strela između dve nepokretne tačke na podu je vektor. Njena dužina je ista za sve posmatrače; njen smer se menja od jednog do drugog posmatrača, ali ne i u odnosu na okruženje. S druge strane, strela između drveta i mesta gde duga dodiruje Zemlju nije vektor, pošto ova dva mesta ne ostaju nepromenjena u odnosu na okruženje, kada se promeni posmatrač.

Matematičari kažu da je vektor usmeren subjekt koji ostaje nepromenjen pri transformaciji koordinata. (Možete li da potvrdite ovo?) (***Izazov 467e***). Veličina vektora je skalar; on je isti za sve posmatrače. Uzgred, poznat i zbunjujući rezultat eksperimenata iz 19. veka je da brzina zraka svetlosti ***nije*** vektor kakav je brzina automobila; brzina zraka svetlosti nije vektor za Galilejeve transformacije.[2] Ovu misteriju ćemo uskoro da rešimo.

Tenzori su uopšteni vektori. Kao primer, treba uzeti momenat inercije nekog objekta (***Ref. 211***). On određuje zavisnost momenta količine kretanja od ugaone brzine. (***Strana 94***). Za svaki objekt ako se udvostruči veličina ugaone brzine, udvostručiće se i moment količine kretanja; međutim, dva vektora nisu paralelna međusobno ako objekt nije lopta. (***Strana 125***). Uopšteno, ako su veličine dva vektora srazmerne, u smislu da udvostručenje jednog udvostručava veličinu drugog, ali bez toga da li su ta dva vektotra bila paralelna međusobno, tada je "sačinilac" srazmere ***tenzor*** (drugog reda). Kao i svi sačinioci srazmere, tenzor ima veličinu. Osim toga, tenzori imaju smer i ***oblik***: oni opisuju odnos između dva vektora na koje se odnose. Baš kao što su i vektori najjednostavnije veličine sa veličinom i smerom, tako su i tenzori najjednostavnije veličine sa veličinom i smerom koji zavisi od drugog odabranog smera. Vektori mogu biti prikazani kao ***usmerena strela.*** Simetrični tenzori, ali ne i nesimetrični, mogu da se prikažu kao orijentisani ***elipsoid.***[3] Možete li da imenujete drugi primer tenzora? (***Izazov 469s***).

Vratimo na opise kretanja. ***Tabela 35*** pokazuje da u fizičkim sistemima uvek mora da se pravi razlika između simetrije celokupnog lagranžijana – koji odgovara simetriji celog uzorka – i predstavljanja opažanja – koja odgovara multipletima traka. Pošto rad mora da bude skalar, a pošto osmatranja moraju da budu tenzori, lagranžijan sadrži zbir i proizvod tenzora samo u obliku koji formiraju skalare. Lagranžijan prema tome sadrži samo skalarne proizvode ili uopštenosti toga. Ukratko, lagranžijan uvek izgleda kao:

$$L = \alpha\, a_i\, b^i + \beta\, c_{jk}\, d^{jk} + \gamma\, e_{lmn}\, f^{lmn} + \dots \qquad (86)$$

---

1 Kasnije će biti dodati i ***spinori*** i upotpuniti ovaj popis.

2 ***Galilejeve transformacije*** su promene tačaka posmatranja od jednog posmatrača do drugog koji se kreće u odnosu na prvog. "Galilejeve transformacije" su samo pojam koji se događa u svakodnevnom životu, gde su brzina i vreme isti za svakog. Pojam, koji je uveo 1908. Filip Frank (Philipp Frank), uglavnom se koristi kao suprotnost Lorencovim transformacijama koje su uobičajene u specijalnoj teoriji relativnosti.

3 ***Tenzor*** reda *n* je sačinilac srazmere između tenzora reda 1, - to jest, vektora - i tenzora reda (*n-1*). Vektori i skalari su reda 1 i red 0 tenzora. Skalar može da se predstavi kao lopta, vektor kao strela a simetrični tenzor reda 2 kao elipsoid. Uopšteni nesimetrični tenzor reda 2 može da se jedinstveno podeli na simetrični i nesimetrični tenzor. Nesimetrični tenzor reda 2 odgovara polarnom vektoru. Tenzori višeg reda odgovaraju sve više složenom obliku.

Vektor ima istu dužinu i istu veličinu za svakog posmatrača; tenzor (reda 2) je opisan kao ***matrica*** sastavnih delova. Rang ili red tenzora prema tome daju broj indeksa koje ima opažanje. Možete li da pokažete ovo? (***Izazov 468e***).

gde indeksi pridruženi promenljivima *a*, *b*, *c* itd uvek dolaze u odgovarajućim parovima da bi se sabirali. (Zgog toga su znakovi sabiranja obično izostavljeni.) Grčka slova predstavljaju konstante. Na primer, rad slobodne čestice u Galilejevoj fizici dat je kao:

$$S = \int L \, \mathrm{d}t = \frac{m}{2} \int v^2 \mathrm{d}t \tag{87}$$

što je ustvari oblik upravo pomenut. Mi ćemo otkriti još puno drugih primera tokom našeg proučavanja kretanja.[1]

Galilej je već bio shvatio da je kretanje različitom brzinom takođe invarijanta pri promeni tačaka posmatranja. (***Strana 121***). Međutim, rad, upravo iznet, ne odražava to. Trajalo je nekoliko godina da se nađe pravilno uopštavanje: ono je dato u specijalnoj teoriji relativnosti. Ali pre no što proučimo nju, potrebno je da završimo prisutnu temu.

OBNOVLJIVOST, OČUVANOST I TEOREMA EMI NETER

Ostaviću nauci moju masu, naboj i količinu kretanja.

Grafit

Reproduktivnost posmatranja, to jest, simetrija uz promenu trenutka vremena ili "invarjanta translacije vremena", je slučaj nezavisnosti od tačke posmatranja. (To nije očigledno; možete li naći nereduktivno predstavljanje?) (***Izazov 471ny***). Spoj ima nekoliko važnih posledica. Videli smo da simetrija predpostavlja invarijante. Pokazalo se da za ***neprekidne*** simetrije, kao što je simetrija translacije vrmena, ovaj iskaz može da bude mnogo precizniji: za svaku kontinualnu simetriju lagranžijana postoji pridružena očuvana konstanta kretanja i obrnuto. Tačna formulacija ove povezanosti je teorema Emi Neter (Emmy Noether)[2] Ona je rezultat pronašla 1915. godine kada je pomagala Albertu Ajnštajnu i Davidu Hilbertu, a obojica su se borila i takmičila u stvaranju opšte teorije relativnosti. Međutim, rezultat se primenjuje na svaki tip lagranžijana. (***Ref. 213***)

Emi Neter je istraživala kontinualne simetrije koje zavise od kontinualnog parametra *b*. Tačka opažanja transformacije je simetrija ako rad *S* ne zavisi od parametra *b*. Na primer, promena položaja kao

$$x \mapsto x + b \tag{90}$$

ostavlja rad:

$$S_0 = \int T(v) - U(x) \, \mathrm{d}t \tag{91}$$

---

[1] Uzgred, da li je uobičajen popis mogućih tačaka posmatranja – naime različiti položaji, različiti trenuci osmatranja, različita usmerenja i različite brzine – dakle ***potpun*** popis za rad iz jednakosti (87)? Iznenađujuće je, ali odgovor je – ne. (***Ref. 212***). Jedan od prvih koji je to zapazio tu činjenicu bio je Niderer 1972. godine. Proučavajući kvantnu teoriju tačkaste čestice, on je otkrio da je čak i rad Galilejeve slobodne tačkaste čestice invarijanta pod nekim dodatnim transformacijama. Ako dva posmatrača koriste koordinate (t, $\boldsymbol{x}$) i (τ, $\boldsymbol{\xi}$) rad (87) je invarijanta pod transformacijama: (***Izazov 470ny***)

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{r}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}t}{\gamma t + \delta} \quad \text{i} \quad \tau = \frac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta} \quad \text{uz} \quad \boldsymbol{r}^T \boldsymbol{r} = 1 \quad \text{i} \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1 \tag{88}$$

gde $\boldsymbol{r}$ opisuje obrtanje od jednog posmatrača ka drugom, $\boldsymbol{v}$ je brzina između dva posmatrača, a $\boldsymbol{x}_0$ vektor između dva početka za vreme nula. Ova grupa sadrži dva posebna slučaja transformacije:

Spojenu, statičku grupu Galileja: $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{r}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}t$ i $\tau = t$

Grupu transformacije SL(2,R): $\boldsymbol{\xi} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\gamma t + \delta}$ i $\tau = \dfrac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta}$ (89)

Poslednja, grupa sa tri parametra obuhvata ***prostornu inverziju***, ***izduženje*** i ***vremensku translaciju***, a skup transformacija nezavisnih od vremena kao što je $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{x}/t$, $\tau = 1/t$ naziva se ***širenje***. Izduženje i širenje ređe se pominju, pošto su oni samo simetrije tačkaste čestice, i ne primenjuju se u svakodnevnim objektima i sistemima. Međutim, kasnije, kada budu važni, vratićemo se na njih.

[2] Emi Neter (Emmy Noether, 1882. Erlangen – 1935, Bryn Mawr), bila je matematičar. Teorema je samo sporedna linija u njenoj karijeri koja je bila posvećena uglavnom teoriji brojeva. Teorema se primenjuje na metričke simetrije, gde iskazuje da svakoj metričkoj simetriji odgovara identitet jednakosti kretanja i obrnuto.

invarijanto, pošto je $S(b) = S_0$. Ova situacija podrazumeva da je:

$$\frac{\partial T}{\partial v} = p = \text{const.} \tag{92}$$

Ukratko, simetrija pri promeni položaja podrazumeva očuvanje količine kretanja. Obrnito tvrđenje je takođe ispravno.

U slučaju simetrije pri promeni trenutka posmatranja, nalazimo da je: (***Izazov 472e***).

$$T + U = \text{const.} \tag{93}$$

Drugim rečima, invarijanta translacije vremena podrazumeva nepromenjenu energiju. I ponovo, obrnuto tvrđenje je takođe tačno.

Očuvane veličine za kontinualnu simetriju nekad su nazivine ***Neterin naboj***, pošto se pojam ***naboj*** koristi u teoretskoj fizici da označi očuvana proširena opažanja. Tako su energija i količina kretanja Neterini naboji. "Električni naboj", "gravitacijski naboj" (to jest, masa) i "topologijski naboj" drugi su uobičajeni primeri. Šta je očuvani naboj za invarijantu obrtanja? (***Izazov 473s***).

Primetili smo da izraz "energija je očuvana" ima više značenja. Pre svega, to znači da je energija ***usamljene*** slobodne čestice nepromenljiva u vremenu. Drugo, to znači da je ukupna energija bilo kojeg broja nezavisnih čestica nepromenljiva. Konačno, to znači da je energija ***sistema*** čestica, uključujući njihove interakcije, nepromenljiva u vremenu. Neterina teorema uzima sve ove tačke istovremeno, kao što možete potvrditi korišćenem odgovarajućeg lagranžijana. (***Izazov 474e***).

Ali Neterina teorema takode kaže, ili radije, ponavlja, jedan strožiji iskaz: ako energija nije očuvana, vreme ne može da se odredi. Ceo opis prirode zahteva postojanje očuvanih veličina, kao što smo zapazili kada smo uveli pojmove objekta stanja i okruženja. (***Strana 27***). Na primer, objekt smo odredili kao ***stalni*** subjekt, to jest, subjekt opisan očuvanim veličinama. Isto tako smo videli da je uvođenje vremena moguće samo zbog toga što u prirodi ne postoje "iznenađenja". (***Strana 175***). Neterina teorema opisuje tačno šta bi ta "iznenađenja" mogla da budu: neočuvana energija. Međutim, skokovi energije nisu nikada opaženi, pa čak ni na nivou kvanta.

Pošto je simetrija toliko važna za opis prirode, u ***Tabeli 36*** dat je pregled svih simetrija u prirodi sa kojima čemo se susresti. Navedena su i njihove glavne osobine. Izuzimajući one označene sa "približno" ili "nagađano", eksperimentalne provere netačnosti za svaku od njih bile bi zaista veliko iznenađenje. Za detalje o povezanosti simetrije i indukcije, videćemo malo kasnije. (***Vol. III, strana 231***).

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O SIMETRIJI

Simetrija levo-desno je važna osobina u svakodnevnom životu; na primer, ljudi više vole lica sa visokim stepenom simetrije levo-desno. Isto tako se ljudima više dopada kada objekti na zidu imaju levu-desnu simetriju. Proizilazi da oči i mozak imaju ugrađene detektore za simetriju. Oni otkrivaju odstupanja od savršene levo-desno simetrije.

* * *

Kakva je putanja koju prate četiri kornjače koje polaze iz četiri ugla kvadrata, ako svaka od njih kontinualno hoda stalnom brzinom prema sledećoj. Koliku će udaljenost preći? (***Izazov 475s***).

* * *

Kakva je simetrija prostih oscilacija? A talasa? (***Izazov 476s***).

* * *

Za koji sistem je kretanje obrnuto simetričnoj transformaciji? (***Izazov 477s***).

* * *

Šta je simetričnost kontinualnom obrtanju? (***Izazov 478s***).

* * *

Lopta ima tenzor za moment inercije koji je dijagonalan sa tri jednaka broja. Isto važi i za kocku. Možete li da razlikujete loptu i kocku prema ponašanju pri njihovom obrtanju? (***Izazov 479s***).

* * *

TABELA 36 Poznate simetrije u prirodi, sa njihovim osobinama, a takođe ceo popis logičkih ***indukcija*** korišćenih u dva polja

Simetrija	**Tip (broj parametara)**	**Prostor rada**	**Grupa topologije**	**Moguće predstavlj.**	**Očuvana veličina**	**Vakuum/ materija je simetrična**	**Glavni efekt**
Geometrija ili prostor-vreme, spoljne, simetrije							
Translacija prostora i vremena	$R \times R^3$ (4 par.)	prostor, vreme	nije kompaktno	skalar, vektor	količina kretanja i energija	da/da	moguće svakodnevno
Obrtanje	SO(3) (3 par.)	prostor	S^2	tenzori	moment količine kretanja	da/da	komunikacije
Podrška Galileja	R^3 (3 par.)	prostor, vreme	nije kompaktno	skalari, vektori, tenzori	brzina težišta (centra mase)	da/za male brzine	relativnost kretanja
Lorenc	homogen položaj SO(3,1) (6 par.)	prostor, vreme	nije kompaktno	tenzori, spinori	energija-količina kretanja $T^{\mu\nu}$	da/da	
Poenkare ISL (2,C)	nehomogen položaj (10 par.)	prostor, vreme	nije kompaktno	tenzori, spinori	energija-količina kretanja $T^{\mu\nu}$	da /da	
Invarijanta dilatacije	R^+ (1 par.)	prostor, vreme	zrak	n-dimenzija, kontinuum	nema	da/ne	čestice bez mase
Specijalna konformna invarijanta	R^4 (4 par.)	prostor, vreme	R^4	n-dimenzija, kontinuum	nema	da/ne	čestice bez mase
Konformna invarijanta	(15 par.)	prostor, vreme	uključeno	tenzori bez mase, pinori	nema	da/ne	invarijanta svetlosne kupe
Dinamika, simetrije koje zavise od interakcije; gravitacija							
gravitacija $1/r^2$	SO(4) (6 par.)	konfig. prostora	kao SO(4)	par vektora	perihelni smer	da/da	zatvorena orbita
Invarijanta difeomorfizma	(∞ param.)	prostor, vreme	uključeno	prostor, vreme	lokalna energija-količina kretnja	da/ne	pomeren perihel
Dinamika, simetrije kretanja u klasičnoj i kvantnoj mehanici							
Inverzija kretanje ("vreme") T	diskretno	Hilbert ili fazni prostor	diskretno	nepar, par	T-paritet	da/ne	reverzibilnost
Inverzija paritet ("prostor") P	diskretno	Hilbert ili fazni prostor	diskretno	nepar, par	P-paritet	da/ne	postoji svet u ogledalu
Konjugacija naboja C	globalno, antilinearno, anti ermitsko	Hilbert ili fazni prostor	diskretno	napar, par	C-paritet	da/ne	postoje anti-čestice
CPT	diskretno	Hilbert ili fazni prostor	diskretno	par	CPT-paritet	da/da	omogućava teoriju polja
Dinamika, metrika simetrije koja zavisi od interakcije							
Elektromagnetna klasična invarijanta metrike	(∞ param.)	prostor polja	nevažno	nevažno	električni naboj	da/da	svetlost bez mase

Elektromagnetna q.m. invarijanta metrike	abelska Lie U(1) (1 par.)	Hilbert prostor	kružnica S^1	polje	električni naboj	da/da	foton bez mase
Elektromagnetna dvojnost	abelska Lie U(1) (1 par.)	prostor polja	kružnica S^1	sažetak	sažetak	da/ne	nema
Slaba metrika	neabelski položaj SU(2) (3 par.)	Hilbert prostor	kao SU(3)	čestice	slab naboj	ne/pribl.	
Metrika boja	neabelski Lie SU(3) (8 par.)	Hilbert prostor	kao *SU*(3)	kvarkovi u boji	boja	da/da	gluoni bez mase
Hiralna simetrija	diskretno	femioni	diskretno	levo, desno	uvrnutist	približno	femioni bez mase
Simetrije permutacija							
Razmena čestica	diskretno	Fokov prostor itd	diskretno	femioni i bozoni	nema	nepoznato/da	Gibsov paradoks

Objašnjenja za pojmove u tabeli biće upotpunjena u preostalom delu našeg hodanja. (***Vol. III, strana 231***). Realni brojevi su naglašeni sa *R*.

[1] Samo približno; "bez mase" znači da je masa manja od Plankove mase ($m \ll m_{Pl}$, to jest $m \ll 22\ \mu g$)

* * *

Postoji li kretanje u prirodi čija je simetrija savršena? (***Izazov 480s***).

* * *

Možete li da pokažete da u dve dimenzije ***konačni*** objekti mogu imati samo obrtanje i simetriju odraza, u suprotnosti sa ***beskonačnim*** objektima koji mogu da imaju takođe simetrije translacije i kliznog odraza? Možete li dokazati da ako za konačne objekte u dve dimenzije nema simetrije obrtanja, da postoji samo simetrija odraza? I da li su sva moguća obrtanja uvek oko istog centra? Možete li zaključiti iz ovoga da je najmanje jedna tačka nepromenljiva kod svih simetričnih dvodimenzionalnih konačnih objekata? (***Izazov 481e***).

* * *

Koji objekt iz svakodvevnog života, uobičajen u 20. veku, ima sedmostruku simetriju? (***Izazov 482s***).

* * *

Ovde je mala zagonetka o ***nedostatku*** simetrije. ***Opšti*** kosougli trougao je određen kao trougao čiji su uglovi različiti od pravog ugla, a međusobno se razlikuju za najmanje 15 stepeni. Pokaži da postoji samo jedan takav trougao i nađi njegove uglove. (***Izazov 483e***).

* * *

Možete li pokazati da u tri dimenzije ***konačni*** objekti mogu da imaju samo obrtanje, odraz, inverziju i simetriju inverznog obrtanja, nasuprot ***beskonačnim*** objektima koji mogu da imaju takođe simetrije translacije, kliznog odraza i obrtanja zavrtnja? Možete li dokazati da ako za konačne objekte u tri dimenzije nema simetrije obrtanja, da postiji samo jedna ravan odraza? I da za sve inverzije obrtanja centar mora da leži na osi obrtanja ili na ravni odraza? Možete li zaključiti iz ovoga da je najmanje jedna tačka nepromenljiva u svim simetričnim trodimenzionalnim konačnim objektima? (***Izazov 484e***)

PARITET I INVARIJANTA VREMENA

Tabela 36, uz simetrije iz prirode, obuhvata dve takozvane ***diskretne*** simetrije koje su važne za razmatranja o kretanju.

Prva je paritetna inverzija, ili simetrija levo-desno. Koliko daleko možete da bacite kamen vašom drugom rukom? Mnogi ljudi imaju ruku koja ima prednost i razlika je jako izražena. Da li i priroda ima takvu desno-levo prednost? U svakodnevnom životu odgovor je jasan: sve što se događa na jedan način, može da se takođe dogodi na način kao odraz u ogledalu. Ovo je takođe bilo ispitivano u preciznim eksperimentima; nađeno je da sve što se događa usled gravitacije, elektriciteta ili magnetizma može da se dogodi na način odraza u ogledalu. Ne postoje izuzeci. Na primer, postoje ljudi čije je srce na desnoj strani; postoje

puževi sa spiralom kućice ulevo; postoje planete koje se obrću na drugačiji način. Astronomija i svakodnevni život su ***invarijanta u ogledalu***. Kaže se da su gravitacija i elektromagnetizam ***invarijante pariteta***. (Kasnije ćemo otkriti da neki retki procesi narušavaju paritet, ali ne usled elektromagnetizma, već usled slabe nuklearne interakcije. (***Vol. V, strana 183***).

Druga vrsta diskretne simetrije je ***dvosmerno kretanje***. Mogu li stvari da se događaju unazad? Ovo pitanje nije lako. Proučavanja kretanja usled gravitacije pokazuju da takva kretanja takođe mogu uvek da se dogode u obrnutom smeru. Pitanje je još aktuelnije u slučaju kretanja usled elektriciteta i magnetizma, gde su takva ponašanja atoma u gasovima i tečnostima. Mi ćemo to razmatrati u odeljku termodinamike, ali doći ćemo do istog zaključka: dvosmerno kretanje je simetrija za sve procese usled gravitacije i elektromagnetne interakcije. Svako kretanje je ***dvosmerno***. I još jednom, izvesni još ređi nuklearni procesi obezbeđuju izuzetke.

SIMETRIJA INTERAKCIE

Kada u prirodi posmatramo sistem, često zanemarujemo okruženje. Većina procesa se odvija nezavisno od toga šta se događa oko njih. Ova nezavisnost je fizička simetrija. Uzimajući nezavisnost od posmatranja iz detalja koji se javljaju u okruženju, zaključujemo da se interakcija sistema i okružanja smanjuje sa rastojanjem. Posebno, zaključujemo da gravitacijska privlačenja, privlačenja i odbijanja usled elektriciteta i takođe magnetna privlačenja i odbijanja moraju da nestanu kod udaljenih tela. (***Izazov 485e***).

ZAKLJUČAK O SIMETRIJI

Simetrija je delimična invarijantnost na promene. Najjednostavnije simetrije su geometrijske: simetrija latica cveta ili simetrija translacije za bezbrojne kristale, primeri su tih simetrija. Sve moguće promene koje ostavljaju sistem neizmenjen – to jest, sve moguće simetrične transformacije sistema – formiraju matematičku grupu. Odvojeno od grupe ***geometrijske simetrije***, u prirodi se pojavljuje nekoliko dodatnih grupa simetrije.

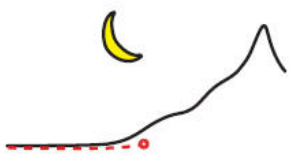
Ponovljivost i predvidivost u prirodi podrazumeva brojne osnovne neprekidne simetrije: pošto možemo da govorimo o prirodi možemo da zaključimo da je pre svega priroda simetrična pri ***translacijama vremena i prostora***. Kretanje je univerzalno. Svaki univerzalni iskaz podrazumeva simetriju.

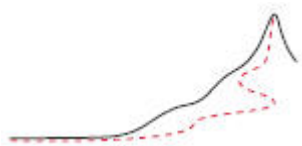
Iz neprekidnih simetrija prirode, koristeći Neterinu teoremu, možemo zaključiti očuvane “naboje”. To su energija, linearna količina kretanja i moment količine kretanja. Drugim rečima, odrednice za masu, prostor i vreme, zajedno sa njihovim osobinama simetrije, ***ekvivalentne*** su očuvanju energije i količine kretanja. Očuvanje i simetrija su dva načina da se izraze iste osobine prirode. Da bi se ovo uprostilo, naša sposobnost da razgovaramo o prirodi znači da su očuvani energija, linearna količina kretanja i moment količine kretanja.

Osim toga, postoje dve osnovne diskretne simetrije kretanja: prva, svakodnevna opažanja odredila su ***simetriju odraza u ogledalu;*** drugo, većina primera prostih kretanja odredila su ***dvosmerna kretanja.***

Konačno, izolovanost sistema od njegovog okruženja podrazumeva da interakcija ***nema uticaja na većim rastojanjima.***

Plodonosan način za otkrivanje uzoraka i “zakona” prorode bio bi traženje potpunog skupa simetrija u prirodi. U mnogim slučajevima, pošto se shvatila ova povezanost, fizika je napravila veliki napredak. Na primer, Albert Ajnštajn je otkrio teoriju relativnosti na takav način, Pol Dirak (Paul Dirack) je počeo od kvanta elektrodinamike. Mi ćemo koristiti istu metodu tokom našeg hodanja; u poslednjem delu naše pustolovine otkrićemo neke simetrije koje su još čudnije nego li one iz relativnosti i one iz interakcija. U narednom odeljku ipak ćemo ići dalje, do sledećeg prilaza globalnom opisu kretanja.





Poglavlje 10

PROSTA KRETANJA PROŠIRENIH TELA – OSCILACIJE I TALASI

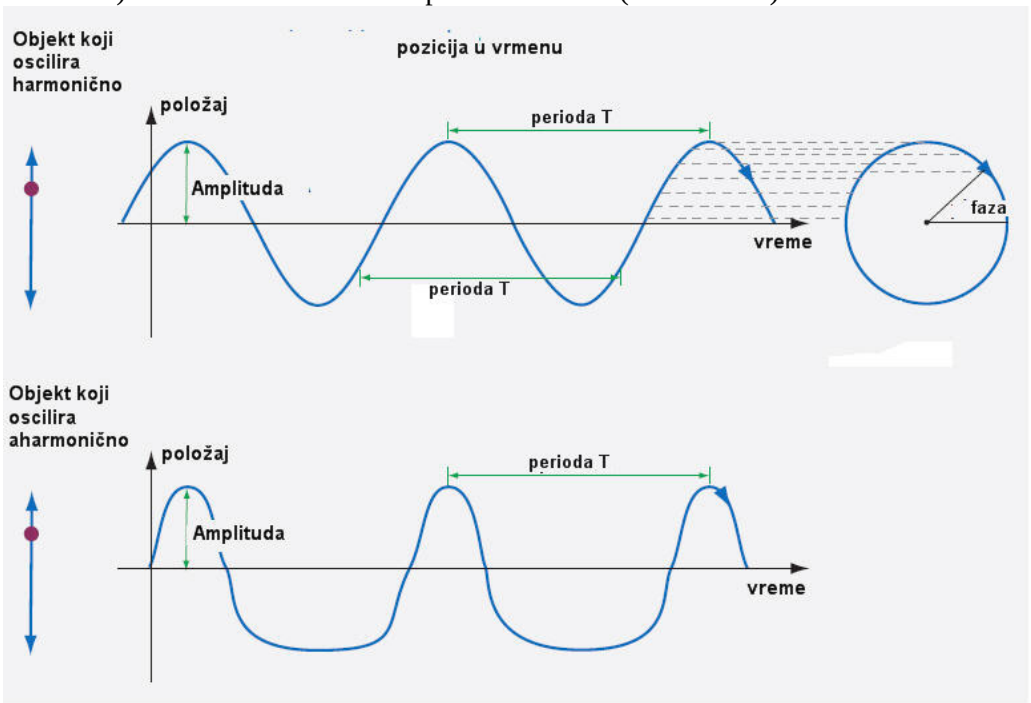
Posmatranje promena je osnovno načelo prirode. Između svih ovih opažanja, oko nas su najprusutnije ***periodične*** promene. Tokom svakodnevnog života mi opažamo oscilacije i talase: govor, pevanje, slušanje i gledanje bile bi bez njih nemoguće. Istraživanje oscilacija i talasa, sledeći globalni pristup kretanju, je kako korisan, tako i lep.

OSCILACIJE

Oscilacije su promene koje se ponavljaju, to jest, to su ciklične ili periodične promene. (***Strana 183***). Ranije smo odredili rad, pa prema tome promenu, kao integral lagranžijana, a lagranžijan smo odredili kao razliku između kinetičke i potencijalne energije. Jedan od najprostijih oscilatornih sistema je masa m pričvršćena za (linearnu) ***oprugu.*** Lagranžijan za položaj mase m je dat kao:

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2 \qquad (94)$$

gde je k – veličina koja karakteriše oprigu, takozvana konstanta opruge. Ovaj lagranžijan je postavio Robert Huk (Robert Hooke) u 17. veku. Možete li da potvrdite iskaz? (***Izazov 486e***).



Slika 189 Gore: Proste oscilacije, linearne ili harmonične oscilacije; kako se položaj menja u vrenenu, Dole: primer neharmoničnih oscilacija

Kretanje koje je posledica ovog lagranžijana je periodično, kao što je prikazano na ***slici 189***. Lagranžijan (94) prema tome opisuje ***oscilacije*** dužine opruge u vremenu. Kretanje je u potpunosti jednako kao ono kod dugačkog klatna pri malim amplitudama, Kretanje se naziva ***harmonično kretanje***, pošto objekt koji brzo vibrira na taj način proizvodi potpuno čist – ili harmoničan – muzički zvuk. (Muzički insrument koji proizvodi čiste harmonične talase je flauta. Uz ovaj instrument se stoga najbolje može zamisliti kako "zvuči" harmonično kretanje.

Grafik ove harmonične ili linearne oscilacije prikazan je na ***slici 189***, a naziva se ***sinusoida***; nju treba posmatrati kao osnovni blok za prikazivanje svih oscilacija. Sve ostale, neharmonične oscilacije u prirodi

mogu da se sastave od harmoničnih, ti jest, od sinusoida, kao što ćemo uskoro videti. (***Strana 214***). Veličinu $x(t)$ koja oscilira harmonično opisuje je amplituda A, njena ugaona učestanost ω i njena faza φ:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \tag{95}$$

Amplituda i faza zavise od načina na koji su započele oscilacije. Nasuprot tome, ugaona učestanost je unutrašnja osobina sistema. Možete li da pokažete da za masu pričvršćenu na oprugu imamo: $\omega = 2\pi f = 2\pi/T = \sqrt{k/m}$ (***Izazov 487s***)

Svaku harmoničnu oscilaciju opisuju tri veličine: ***amplituda***, ***perioda*** (inverzna vrednost periode je učestanost) i ***faza***. Pomoću faze razlikujemo oscilacije koje imaju istu amplitudu i periodu; ona određuje u kom trenutku su započele oscilacije. Neke zapažene učestanosti oscilacija navedene su u ***Tabeli 37***. ***Slika 189*** prikazuje kako su harmonične oscilacije odnose prema zamišljenom obrtanju. Kao rezultat toga, faza se najbolje opisuje uglom između 0 i 2π.

Svako oscilatorno kretanje neprestano pretvara kinetičku energiju u potencijalnu i obrnuto. To je slučaj kod plima i oseka, klatna i radio-prijemnika. Ali neke oscijacije nestaju vemenom: one su ***prigušene***. Sistemi sa velikim prigušenjima, kao što su amortizeri na automobilima, koriste se da bi se izbegle oscilacije. Sistemi sa ***malim*** prigušenjima koriste se za izradu preciznih časovnika sa dugim radom. Najjednostavnije merenje prigušenja je broj oscilacija koje sistem napravi dok mu se amplituda ne smanji na 1/e ≈ 1/2,718 vrednosti početne vrednosti. Ovaj karakterističan broj se naziva ***Q-faktor***, nazvan prema skraćenici "quality factor". Mali Q-faktor iznosi 1 ili manje, a ekstremno veliki je 100.000 i više. (Možete li da napišete prosti lagranžijan za prigušenu oscilaciju sa datim Q-faktorom?) (***Izazov 488ny***). U prirodi prigušene oscilacije obično ne zadrže stalnu učestanost; međutim, za obično klatno ona ostaje ista uz veliki stepen tačnosti. Razlog je da kod klatna učestanost ne zavisi značajno od amplitude (sve dok je amplituda manja od oko 20°). To je razlog zašto se klatna koriste kao oscilatori u mehaničkim časovnicima.

TABELA 37 Neke vrednosti učestanosti nađenih u prirodi

Opažanje	**Učestanost**
Zvučna učestanost gasa emitovanog iz crne rupe	oko 1 fHz
Tačnost pri merenju učestanosti vibracija Sunca	ispod 2 nHz
Učestanost vibracija Sunca	ispod 300 nHz
Učestanost vibracija koje ometaju detekciju gravitacijske radijacije	ispod 3μHz
Najmanja učestanost vibracija Zemlje (***Ref. 214***)	309 μHz
Rezonantna učestanost želuca i unutrašnjih organa (daje iskustveno "zvuk u trbuhu")	1 do 10 Hz
Uobičajen tempo muzike	2 Hz
Učestanost koju koriste ribe u jatu	oko 10 Hz
Zvuk koji proizvodi skup zvučnika (truba, elektromagnetni, piezoelektrični, elektretni, plazma, laser)	od oko 18 Hz do preko 150 kHz
Zvuk koji čuje mlad čovek	20 Hz do 20 kHz
Osnovna učestanost govora odraslog muškarca	85 Hz do 180 Hz
Osnovna učestanost govora odrasle žene	165 Hz do 255 HZ
Zvanična vrednost ***standardne visine tona***, muzičke note "A", prema ISO 16 (i signal telefonske linije u više zemalja)	440 Hz
Uobičajena vrednost muzičke note "A" ili "la" koju koriste orkestri	442 Hz do 451 Hz
Udari krila majmanjeg letećeg insekta	oko 1000 Hz
Oscilacije pera pri udaru vetra mužjaka ptice klub-krilati manakin	oko 1000 Hz
Osnovna učestanost zvuka kojeg prave pera ptice klub-krilati manakin	1,5 kHz
Osnovna učestanost zvuka cvrčka	2 kHz do 9 kHz
Učestanost kvarcnog oscilatora	2 kHz do preko 350 MHz
Učestanost sonara slepih miševa	preko 100 kHz
Učestanost sonara delfina	preko 150 kHz
Zvućna učestanost koja se koristi za ultrazvučno snimanje	2 Hz do 20 MHz
Radioemisija atomskog vodonika, posebno u svemiru	1420,4057518(1) MHz
Najviša elektronski generirana učestanost (sa CMOS u 2007.)	324 GHz
Fonon (zvučna) učestanost merena u jednom kristalu	iznad 20 THz i više

Očigledno je da za dobar časovnik moraju radne oscilacije da imaju malo prigušenje, ali moraju da budu nezavisne od temperature i da budu neosetljive prema svim spoljnim uticajima. Važan razvoj u toku dvadestog veka je uvođenje kvarcnih kristala kao oscilatora. Tehnički kvarc je kristal veličine nekoliko zrna peska; on može da se dovede u oscilacije ako mu se dovede električni signal. Ima malu zavisnost od temperature i veliki Q-faktor, pa prema tome i malu potrošnju energije, tako da precizni časovnici mogu sada da rade sa malim baterijama. Unutrašnjost kvarcnog oscilatora prikazana je na ***slici 190.***

Slika 190 Unutrašnjost komercijalnog kvarcnog oscilatora, veličine nekoliko milimetara, radi sa velikim amplitudama (video se može videti na www.youtube.com/watch?v=vI5xtU5CK4U&t=105s)

REZONANSA

U većini fizičkih sistema koji su izloženi oscilacijama, amplituda zavisi od učestanosti. Odabrane učestanosti za koje je amplituda najveća nazivaju se ***rezonantne učestanosti*** ili jednostavno ***rezonansa***. Na primer, kvarcni oscilator sa ***slike 190***, ili ubičajena učestanost vibracije žice gitare, ili zvona – prikazana na ***slici 192*** – jesu rezonantne učestanosti.

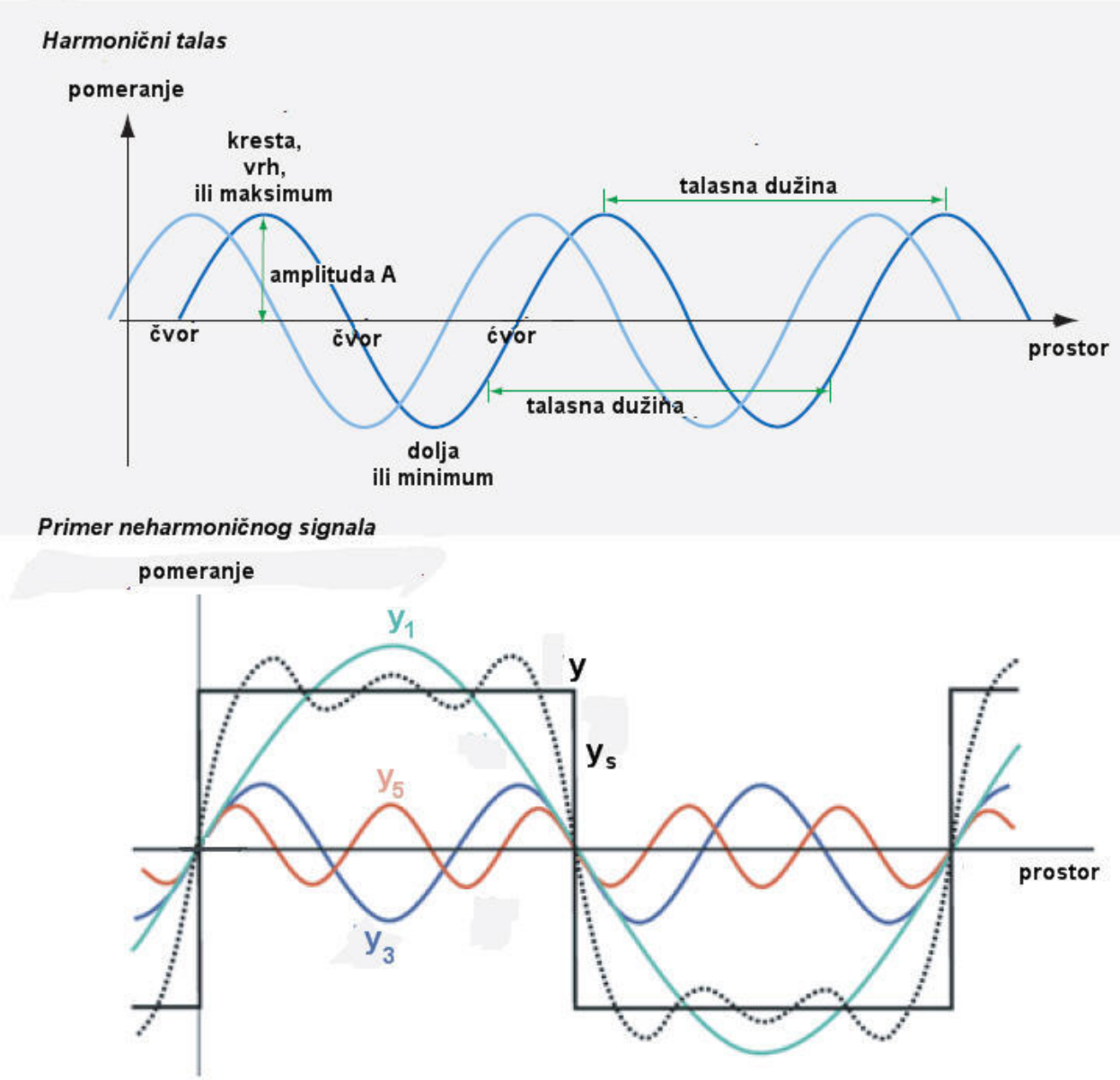
Oscilacije sa kojima će sistem oscilirati kada se podvrgne kratkom udaru obično će se pokazati kao rezonantne učestanosti. Primer je većina muzičkih instrumenata. Mnogi sistemi imaju više rezonantnih učestanosti; flaute, strune, i zvona dobro su poznati primeri. I suprotnosti od muzike ili elektronike, rezonansu je potrebno u drugim situacijama izbegavati. Kod zgrada rezonansu može da izazove zemljotres; kod mostova rezonantne oscilacije može da izazove vetar; kod mnogih mašina rezonansa mora da se priguši ili blokira kako bi se izbeglo da velike amplitude rezonanse unište sistem. Kod savremenih automobila visokog kvaliteta, proračunava se rezonansa za svaki deo i svaki sklop, pa ako je potrebno, podešavaju se na takav način ga bilo kakve vibracije ne uznemiravaju vozača ili putnike.

Svi sistemi koji osciliraju takođe emituju ***talase***. Zapravo, rezonansa jedino nastaje pošto su sve oscilacije zapravo ***zatalasane lokalno***. Ustvari, oscilacije se jedino i pojavljuju kod ***proširenih*** sistema; a oscilacije su samo pojednostavljeni opisi ponavljanih kretanja svakog proširenog sistema. Kompletno i opšte ponavljano kretanje proširenog sistema su ***talasi***.

TALASI: OPŠTI I HARMONIČNI

Talasi su pokretni nebalansi, ili ekvivalentno, putujuće oscilacije. Talasi se kreću, iako se supstanca ne kreće. Svaki talas se može posmatrati kao superpozicija harmoničnih talasa. Svaki zvučni efekt može da se zamisli da je sastavljen od harmoničnih talasa. Harmonični talasi, takođe nazvani ***sinusni talasi*** ili ***linearni talasi***, blokovi su od kojih su načinjena sva interna kretanja u proširenom telu, kao što je prikazano na ***slici 191***. Možete li da opišete razliku oblika talasa između čistog harmoničnog tona muzičkog instrumenta, buke i eksplozije? (***Izazov 489e***).

Svaki harmonični talas karakterišu ***učestanost f*** oscilacija, ***brzina prostiranja*** (ili fazna brzina) c, ***talasna dužina*** λ, ***amplituda*** A i ***faza*** φ, kako može da se zaključi sa ***slike 191***. Vodeni talasi malih amplituda ovo prikazuju još jasnije; oni su harmonični. Kod harmoničnih talasa svaki položaj talasa za sebe izvodi harmonične oscilacije. Faza talasa određuje položaj talasa (ili kreste) u datom vremenu. To je ugao između 0 i 2π.



Slika 191 Gore: glavne osobine harmoničnog talasa. Dole: Opšti periodični signal, ili neharmonični talas – crni pravougaoni talas – može da se razloži na jedinstven način na proste, harmonične talase. Prikazano je prvih tri komponenti (zelena, plava i crvena) i zbir njihovih srednjih vrednosti (crna tačkasta linija). Ovo se naziva ***Furijeovo razlaganje*** i opšta je metoda da se izvrši ***Furijeova analiza***. (© Wikimedia) Nije prikazano jedinstveno razlaganje u harmonične talase neperiodičnog signala, mada je i to moguće.

Brzina faze c je brzina kojom se kreće vrh talasa. Nekoliko primera je dato u ***Tabeli 38***. Možete li pokazati da su učesnanost i talasna dužina u odnosu $f\lambda = c$? (***Izazov 490e***).

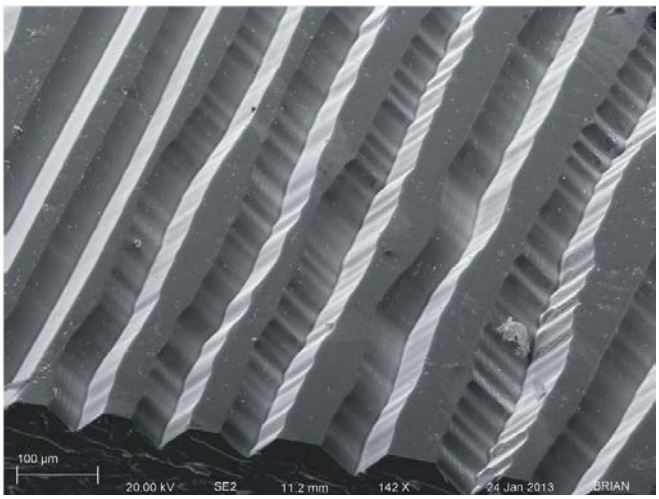
Talasi se pojavljaju unutar svih ***proširenih*** tela, bilo da su čvrsta, tečna, gasna ili plazma. Unutar tečnih tela talasi su ***uzdužni*** (longitudinalni), što znači da se talas kreće u istom smeru kao i oscilacije talasa. Zvuk u vazduhu je primer uzdužnih talasa. Unutar čvrstih tela talasi mogu da budu i ***poprečni*** (transverzalni); u tom slučaju oscilacije talasa su upravne na smer putovanja.

Talasi se pojavljuju isto tako i usled interferencije između tela: voda-vazduh je dobro poznat slučaj. Čak i interferencija slana voda – slatka voda, takozvana bočata voda, ispoljava talase: oni se mogu pojaviti čak i kada je gornja površina vode nepokretna. Svaki let avionom pruža mogućnost da se proučava pravilan raspored oblaka usled interferencije hladnih i toplih slojeva u atmosferi. Dobro su poznati takođe seizmički talasi koji putuju duž granice između morskog dna i morske vode. Opšti površinski talasi obično nisu ni uzdužni, niti poprečni, već su mešovitog tipa. Da bismo dobili prvu predstavu o talasima, pogledaćemo talase na vodi.

Slika 192 Izmereni osnovni oblici oscilacija zvona. Zvono – kao i svaki drugi izvor oscilacija, bili to, molekul, muzički instrument ili ljudski glas – pokazuje da su sve oscilacije u prirodi usled talasa. (© H. Spiess & al.).

TABELA 38 Neke brzine talasa

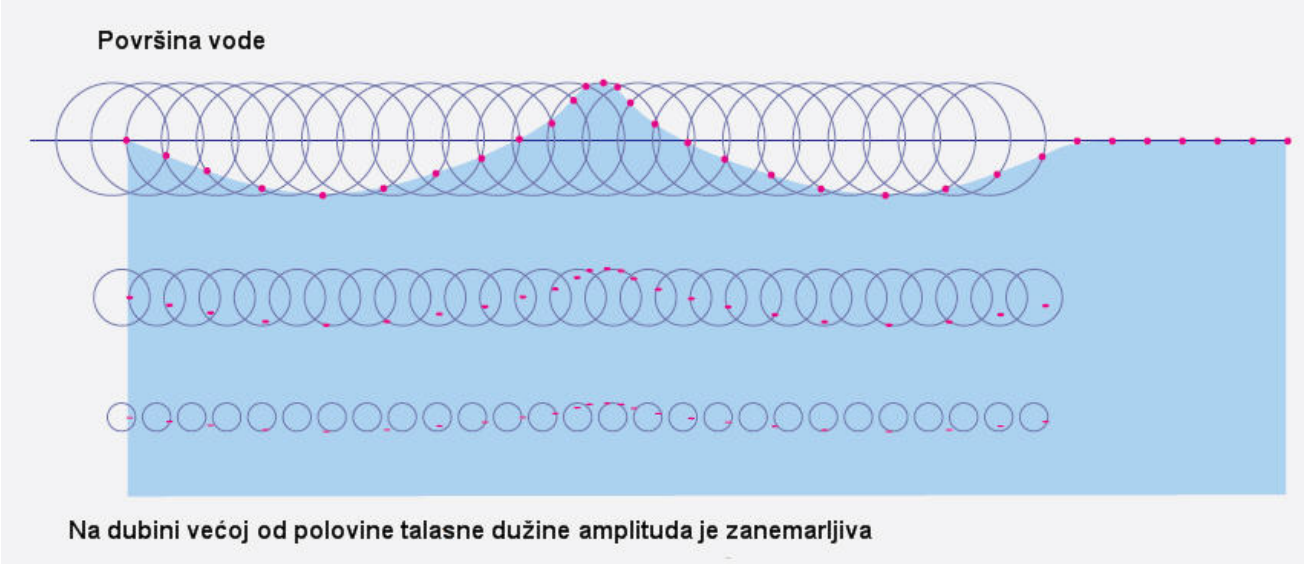
Talas	**Brzina**
Cunami	oko 0,2 km/sec
Zvuk u većini gasova	0,3 ± 0,1 km/sec
Zvuk u vazduhu na 273 K	0,331 km/sec
Zvuk u vazduhu na 293 K	0,343 km/sec
Zvuk u helijumu na 293 K	0,983 km/sec
Zvuk u većini tečnosti	1,2 ± 0,2 km/sec
Seizmički talasi	1 do 14 km/sec
Zvuk u vodi na 273 K	1,402 km/sec
Zvuk u vodi na 293 K	1,482 km/sec
Zvuk u morskoj vodi na 298 K	1,531 km/sec
Zvuk u zlatu	4,5 km/sec
Zvuk u čeliku	5,8 do 5,960 km/sec
Zvuk u granitu	5,8 km/sec
Zvuk u staklu (uzdužni)	4 do 5,9 km/sec
Zvuk u berilijumu (uzdužni)	12,8 km/sec
Zvuk u boronu	više od 15 km/sec
Zvuk u dijamantu	više od 18 km/sec
Zvuk u fulerenu (C_{60})	više od 26 km/sec
Brzina talasa plazme u InGaAs	600 km/s
Svetlost u vakuumu	$2{,}998 \cdot 10^8$ m/s



Slika 193 Centri žlebova na staroj gramofonskoj ploči pokazuju amplitudu pritiska zvuka, uprosečeno u dva stereo kanala (Skenirano elektronskim mikroskopom © Chris Supranowitz/University of Rochester).

TALASI NA VODI

Talasi na vodenoj površini pokazuju širok opseg zadivljujućih pojava. Pre svega, postoje dva različita tipa talasa na površini vode. U prvom tipu, kod kojih sila koja uspostavlja ravnu površinu, je površinski napon talasa. Ovaj takozvani ***talasi površinskog napona*** imaju ulogu u opsegu od nekoliko centimetara. U drugom, većem tipu talasa, sila koja uspostavlja površinu je gravitacija, pa se kaže da su to ***gravitacijski talasi***.[1] Razlika se lako uočava ako ih posmatramo: talasi površinskog napona imaju sinusoidalni oblik dok gravitacijski talasi imaju oblik sa oštrijim vrhovima i širim doljama. (***strana 213***). Ovo se događa jer se voda pomera u takvim talasima na poseban način. Kao što prikazuje ***slika 194***, površina vode za (kratke) gravitacijske talase pomera vodu u krugovima; to dovodi do tipičnog oblika talasa, sa kratkim oštrim vrhovima i dugim plitkim doljama: talasi nisu simetrični posmatrano gore-dole (i pomeraj). U krestama se čestice vode pomeraju ***u smeru*** pomeranja talasa, u doljama se čestice vode pomeraju ***nasuprot*** kretanju talasa. Sve dok ne postoji vetar, a dno ispod talasa je ravno, gravitacijski talasi su simetrični pri posmatranju napred-nazad. Ako je amplituda jako velika, ili je vetar veoma jak, talasi se kidaju, pošto ugao vrha veći od 120º nije moguć. Takvi talasi nemaju simetriju napred-nazad.



Slika 194 Formiranje oblika dubokih gravitacijskih talasa, na površini i ispod nje, usled kružnog kretanja čestica vode. Zapaziti nesinusoidalni oblik talasa

Osim toga, talase na vodi treba razlikovati prema dubini vode, u poređenju sa njihovom talasnom dužinom. Govori se o ***krakim talasima*** (ili ***talasima duboke vode***) kada je dubina vode toliko velika da dno ispod ne igra nikakvu ulogu; u suprotnom slučaju govori se o ***dugačkim talasima*** (ili ***talasima plitke vode***). Ispada da su talasi duboke vode ***rasipajući***, to jest, njihova brzina zavisu od njihove učestanosti, dok su talasi plitke vode ***nerasipajući***. Granični opseg između ova dva slučaja su talasi čija je talasna dužina između 12 i 29-struke dubine vode.

Dve klasifikacije talasa na vodi daju nam ***četiri*** granična slučaja; oni su prikazani na ***slici 196***. (Slika takođe prikazuje gde se nalaze kapilarni talasi, talasi velikih perioda, plime i oseke i transplimni talasi.) Interesantno je ispitati svaki od ova četiri granična slučaja.

Eksperimenti i teorija pokazuju da brzina faze gravitacijskih talasa, donja dva slučaja na ***slici 196***, zavisi od talasne dužine λ i dubine vode d na sledeći način:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} tanh \frac{2\pi d}{\lambda}} \qquad (96)$$

gde je g ubrzanje usled gravitacije (i predpostavka da je amplituda mnogo manja od talasne dužine[2]). Obrazac pokazuje dva ograničavajuća režima. Prvi, takozvani ***talasi duboke vode*** ili ***kratki*** gravitacijski talasi javljaju se kada je dubina vode veća od oko polovine talasne dužine; za talase duboke vode brzina

[1] Metereolozi poznaju i treći tip: postoje talasi velikih talasnih dužina za koje je sila stvaranja Koriolisova sila.

[2] Izraz za brzinu faze može da se izvede preko rešavanja kretanja tečnosti u linearnom režimu, ali to bi nas odvelo daleko od naše pustolovine.

faze je: $c \approx \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ prema tome zavisna je od talasne dužine – (svi) talasi duboke vode su rasipajući. (***Strana 220***). Kraći duboki talasi su zato sporiji. Brzina grupe je ***polovina*** brzine faze**.** Opšti efekt rasipanja na grupe talasa prikazan je na ***slici 197***.

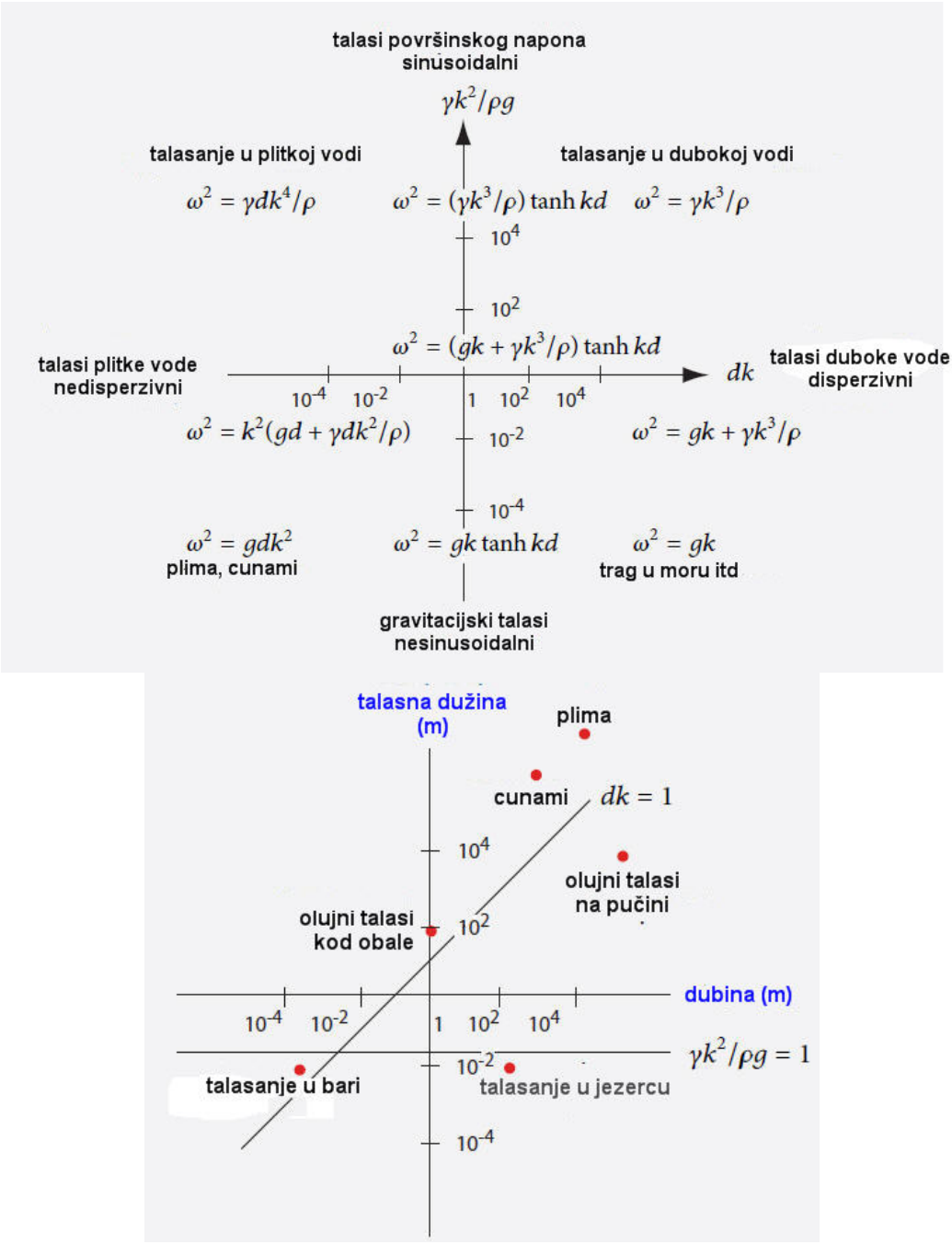
Slika 195 Tri od četiri glavna tipa talasa na vodi. Gore gravitacijski talas plitke vode, nesinusoidalan. Dole levo: talasanje duboke vode – sinusoidalni talasi površinskog napona. Nije prikazano talasanje plitke vode koje ima isti izglded. Dole desno: gravitacijski talasi duboke vode, izazvao ih je čamac, opet nesinusoidalni (© Eric Willis, Wikimedia, allyhook)

Uobičajeni talasi na moru su gravitacijaki talasi velike dubine, a takve su i brazde koje izazivaju brodovi. Kratki gravitacijski talasi koje izaziva vetar, nazivaju se ***morski*** i izaziva ih lokalni vetar, i ***naduvani*** ako ih je izazvao udaljeni vetar. Tipična brzina faze gravitacijskih talasa je reda brzine vetra koji ih je izazvao. Prema tome, kao što znaju surferi, talasi pri obali su oni koji dolaze naročito usled udaljene oluje: najpre talasi sa dugom periodom, potom talasi sa kratkom.

Tipične ***brazde*** koje nastaju usled broda koji pravi talase imaju brzinu faze jednaku brzini broda. Ovi talasi prave grupu talasa, a one putuju upola manjom brzinom. Prema tome, sa tačke posmatranja na brodu, brazda prati brod. Brazde su iza broda, pošto je brzina grupe manja od brzine faze. (Za više o brazdama, pogledati u daljem tekstu.) (***Strana 239***).

Drugi ograničavajući režim su talasi ***plitke vode*** ili ***dugački*** gravitacijski talasi. Oni se pojavljuju kada je dubima vode manja od 1/20 dela ili 5% talasne dužine; u takvom slučaju je brzina faze $c \approx \sqrt{gd}$, ne postoji rasipanje, a brzina grupe je ***jednaka*** brzini faze. U plitkoj vodi se čestice vode kreću po putanji vrlo bliskoj elipsi.

Na primer, plima je gravitacijski talas plitke vode. Odvojeno od plime, najimpresivniji gravitacijski talas plitke vode je ***cunami***, veliki talas koje je pokrenuo podvodni zemljotres. (Ovaj japanski naziv je sastavljen od reči ***tsu***, koja znači luka, i reči ***nami***, koja znači talas.) Pošto je cunami talas plitke vode, on ne pokazuje (ili jako malo) rasipanje, pa tako putuje na velika rastojanja; može da obiđe Zemlju nekoliko puta. Tipična oscilacija cunamija je između 6 i 60 minuta, što daje talasnu dužinu između 70 i 700 km, a brzinu na otvorenom moru od 200 do 250 m/s, što je sasvim približno brzini mlaznog aviona. (***Izazov 491e***). Njegova amplituda na otvorenom moru je reda 10 cm; međutim, amplituda je u srazmeri sa dubinom vode d kao $1/d^4$, pa tako u blizini obale može da naraste do visine od 40 m. To je bio red veličine velikog i razarajućeg cunamija opaženog u Indijskom okeanu 26.12.2004. i onog u Japanu 2011. godine koji je uništio nekoliko nulkearnih elektrana. Cunami može da se iskoristi za određivanje dubine okeana merenjem brzine cunamija. To je omogućilo istraživačima da zaključe, pre no što su na raspolaganju bili sonari i drugi sistemi visoke tehnologije, da Severni Pacifik ima dubinu od oko 4 do 4,5 km.



Slika 196 Različiti tipovi talasa na vodi, prikazani na dva posebna dijagrama uz dubinu vode d, broj talasa k i površinski pritisak γ = 72 mPa

Gornja dva primera na ***slici 196*** su talasi površinskog napona. (Površinski napon vode iznosi 72 mPa.) Prvi od ovih ograničavajućih režima jeste talasanje na dubokoj vodi. Brzina faze je $c = \sqrt{\gamma k/p}$. Kako je već pomenuto, svi talasi duboke vode su rasipajući. Ustvari, brzina grupe talasanja na dubokoj vodi je 3/2 puta veća od brzine faze. (***Izazov 492e***). Prema tome, talasanje nestaje ispred broda, dok ga brazde prate.

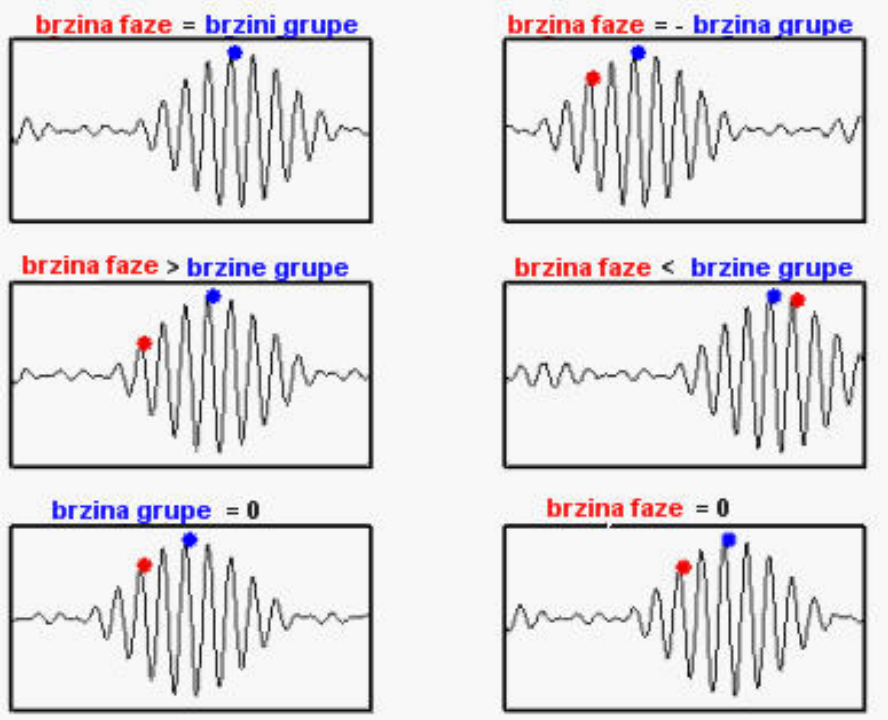
Minimalna brzina je razlog za ono što vidimo kada bacimo šljunak u jezero. Tipičan šljunak napravi talasanje sa talasnom dužinom od oko 1 cm. Za talase u toj oblasti je ninimalna brzina grupe 17,7 cm/s, a najmanja brzina faze oko 23 cm/s. (***Izazov 493e***). Kada šljunak padne u vodu, on napravi talase različitih talasnih dužina; oni sa talasnom dužinom od oko 1 cm su najsporiji i mogu najjasnije da se vide. Minimalna brzina faze za talasanje takođe znači da insekti koji hodaju po vodi ne prave talase ako se kreću sporije od od minimalne brzine faze; zato oni ne osećaju otpor kretanju i mogu lako da se kreću.

Poslednji slučaj talasa je talasanje u plitkoj vodi. Primer su talasi koje napravi kišna kap koja padne u plitku posudu, recimo od 1 mm ili manje. Brzina faze je $c = \sqrt{\gamma dk^2/\rho}$; brzina grupe je dvostruke vrednosti. Talasanja u plitkoj vodi su rasuta. (***Izazov 494e***)

Slika 196 prikazuje četiri tipa površinskih talasa na vodi. Opšta relacija rasipanja za takve talase je:

$$\omega^2 = \left(gk + \frac{\gamma k^3}{\rho} \right) tanh\, kd \tag{97}$$

Isto tako postoji dosta drugih tipova talasa na vodi, kao što su seš (stoječi talas), unutrašnji talasi i mešavine svih oblika. (***Strana 230***). Kasnije ćemo u nekim detaljima istražiti poslednji slučaj.



Slika 197 Vizuelan prikaz brzine grupe (plavo) i brzine faze (crven0) za razne tipove rasipanja talasa (© ISVR, University of Southampton; animacija na resource.isvr.soton.ac.uk

TALASI I NJIHOVO KRETANJE

Talasi se kreću. Prema tome, svako proučavanje kretanja mora da uključi i proučavanje kretanja talasa. Iz iskustva znamo da talasi mogu da pogode, pa čak i da oštete cilj; prema tome, svaki talas nosi energiju i količinu kretanja, čak i kada se (u proseku) materija ne kreće u smeru prostiranja talasa. Energija E talasa je zbir kinetičke i potencijalne energije. Kinetička energija (njena gustina) zavisi od privremene promene pomeraja u u određenoj tački; talasi koji se brzo menjaju nose veću kinetičku energiju. Potencijalna energija (njena gustina) zavisi od gradijenta pomeraja, to jest, od od prostorne promene: strmiji talasi nose veću potencijalnu energiju od plitkih talasa. (Možete li da objasnite zbog čega kinetička energija ne zavisi od samog pomeraja? (***Izazov 495s***). Za harmonične talase, to jest, za sinusoidalne talase, koji se šire u smeru z, oba oblika energije srazmerna su kvadratu pomeraja i odgovarajuće promene pomeraja (***Ref. 215***):

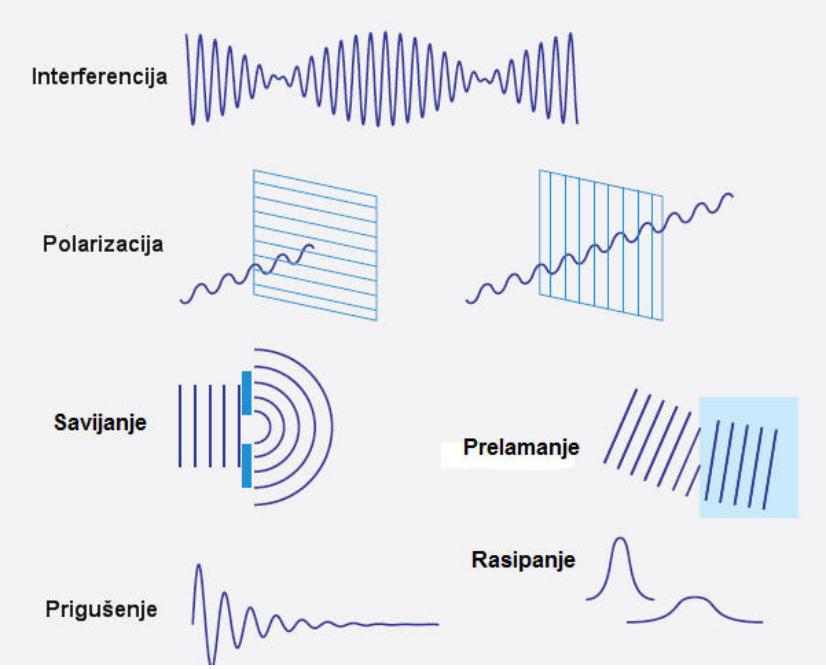
$$E \sim \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \tag{98}$$

Kako se gustina energije odnosi prema učestanosti? (***Izazov 296ny***).

Količina kretanja talasa je usmerena duž smera širenja talasa. Veličina količine kretanja zavisi kako od vremenske, tako i od prostorne promene pomeraja u. Za harmonične talase količina kretanja (gustina) P srazmerna je proizvodu ove dve veličine:

$$P_z \sim \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial z} \tag{99}$$

Kada se dve linearne putanje talasa sudare ili ometaju, ukupna količina kretanja je očuvana tokom sudara. Važna posledica očuvanja količine kretanja je da se talasi talasi odbijaju od prepreke i to čine uz izlazni ugao koji je jednak negativnoj vrednosti upadnog ugla. Šta se događa sa fazom? (***Izazov 497s***).



Slika 198 Šest glavnih osobina kretanja talasa

Zaključno, talasi, kao tela koja se kreću, nose energiju i količinu kretanja. Jednostavnijim pojmovima, ako pucate u zid, zid je pogođen. Ovaj pogodak, na primer, može da pokrene lavine na snežnim planinskim kosinama. U nekim slučajevima, talasi, kao i tela, mogu da nose i moment količine kretanja. (Kakav tip talasa je neophodan da bi to bilo moguće?) (***Izazov 498s***). Međutim, kretanje talasa se razlikuje od kretanja tela. Glavnih šest osobina čine razliku kretanja talasa u odnosu na kretanje tela.

1. Talasi mogu da se sabiraju i da se ponište međusobno; Prema tome oni mogu da prodiru jedan u drugi. Ovi efekti, nazvani ***superpozicija*** i ***interferencija*** strogo su povezani sa linearnošću većine talasa.
2. Talasi, isto kao i zvuk, mogu da zađu iza ugla. Ovo se naziva ***savijanje*** (***difrakcija)***. Difrakcija je posledica interferencije, pa prema tome, strogo rečeno, nije poseban efekt.
3. Talasi menjaju smer kada promene sredinu prostiranja. To se naziva ***prelamanje*** (***refrakcija***).
4. Talasi mogu da imaju brzinu širenja koja zavisi od učestanosti. Ovo se naziva ***rasipanje*** (***difrakcija***).
5. Često imaju amplitudu koja se smanjuje vremenom: talasi ispoljavaju ***prigušenje***.
6. Poprečni talasi u tri dimenzije mogu da osciluju u različitim smerovima: oni imaju ***polarizaciju***.

Materijalna tela u svakodnevnom životu ne ponašaju se na takav način kada se kreću. Šest osobina talasa pojavljuju se pošto je kretanje talasa kretanje ***proširenog*** objekta. Poznata su razmatranja o tome da li su elektroni ili svetlost talasi ili čestice, pa se stoga od nas zahteva da proverimo da li se ovi efekti, specifični za talase, mogu opažati ili ne. To je jedna od tema kvantne teorije. Pre no što ih proučimo, možete li da date primer opažanja koji automatski podrazumeva da određeno kretanje ne može biti talas? (***Izazov 499s***)

Kao posledica postojanja učestanosti f i širenja faze brzinom c, svi sinusoidalni talasi okarakterisani su rastojanjem λ između dva susedna vrha talasa: ovo rastojanje se naziva talasna dužina λ. Svi talasi se ponašaju prema odnosu:

$$\lambda f = c \qquad (100)$$

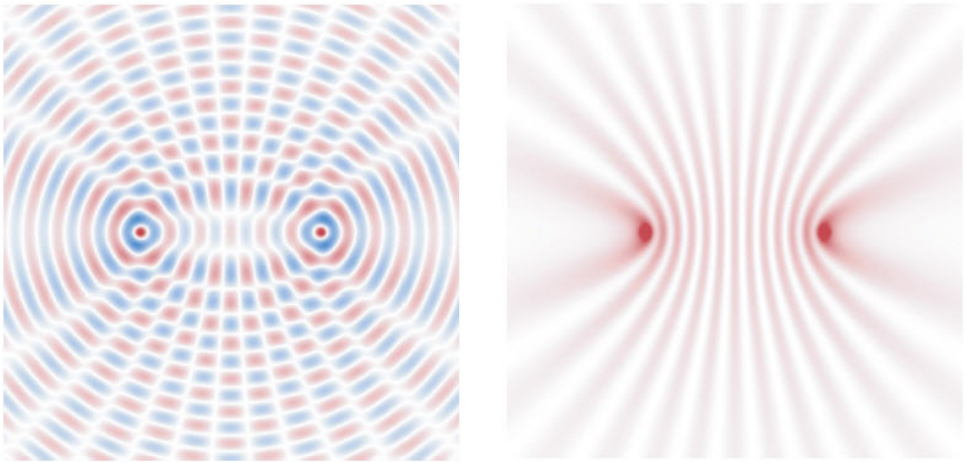
U mnogim slučajevima brzina faze c zavisi od talasne dužine talasa. Na primer, to je slučaj za većinu talasa na vodi. Ova promena brzine usled talasne dužine naziva se ***rasipanje***. Nasuprot tome, brzina zvuka u vazduhu ***ne zavisi*** od talasne dužine (do visokog stepena tačnosti). Zvuk u vazduhu (skoro) da nema rasipanje. U stvari, ukoliko bi postojalo rasipanje za zvuk, mi ne bismo mogli da razumemo govor druge osobe na većoj udaljenosti.

A sada sledi iznenađenje. Talasi mogu da postoje i u praznom prostoru. Primeri za to su svetlosni i gravitacijski talasi. Istraživanje elektromagnetizma i teorije relativnosti reći će nam više o njihovim

specifičnim osobinama. Ovo je tek predjelo. Svetlost je talas. U svakodnevnom životu mi ne doživljavamo svetlost kao talas, pošto je talasna dužina samo oko dva hiljadita dela milimetra. Ali svetlost ispoljava svih šest efekata tipičnih za talasna kretanja.

Duga, na primer, može da se razume samo ako se uzmu u obzir poslednjih pet efekata talasa. (***Vol. III, strana 77***). Savijanje i interferencija mogu da se posmatraju čak i samo pomoću vaših prstiju. Možete li da kažete kako? (***Izazov 500s***).

Kao i svaka neharmonična oscilacija, svaki neharmonični talas može da se razloži na sinusoidalne talase. ***Slika 191*** daje takav primer. (***Strana 214***). Ukoliko se različiti sinusoidalni talasi prostiru različito prilikom smetnji, orginalni talas će promeniti oblik dok putuje. To je razlog zbog kojeg odjek ne zvuči isto kao i orginalni zvuk; iz istog razloga bliska grmljavina zvuči drugačije od udaljene. Ovo su efekti slabog rasipanja zvučnih talasa.



Slika 199 Interferencija dva kružna ili loptasta talasa emitovana u fazi: snimak amplituda (levo), jako korisan za opis posmatranja talasa na vodi, i raspored jačine u zavisnosti od vremena (desno), jako korisan za opis interferencije svetlosnih talasa (© Rüdiger Paschotta).

Svaki sistem koji osciluje takođe emituje talase. Svaki radio aparat ili TV prijemnik sadrži oscilator. Kao rezultat toga, svaki takav prijemnik je isto tako i (slab) predajnik; zapravo, u nekim zemljama vlasti traže ljude koji slušaju radio bez odobrenja hvatanjem radio talasa koje emituju ovakvi uređaji. Takođe, u ljudskom uhu osciluje veliki broj sitnih struktura, vlaknaste ćelije. Kao rezultat, uho mora prema tome da emituje zvuk. Ovu predpostavku koju je 1948. godine načinio Tomi Gold (Tommy Gold), potvrdio je 1979 Dejvid Kemp. Ove takozvane ***otoakustične emisije*** mogu da se otkriju pomoću osetljivih mikrofona; u današnje vreme se proučavaju da bi se otkrile još uvek nepoznate funkcije uha i da bi se postavila dijagnoza za razna oboljenja uha, bez potrebe hiruških zahvata. (***Ref. 216***).

Obzirom da svaka smetnja u prostiranju može da se razloži u sinusoidalne talase, pojam “talas” koriste fizičari za sve smetnje prostiranja, bez obzira da li su slične sinusoidalnim talasima ili ne. Zapravo smetnjama i nije potrebno prostiranje. Uzmimo stojeći talas: da li je to talas ili oscilacija. Međutim, stojeći talas može da se posmatra kao superpozicija dva talasa koji se prostiru u suprotnim smerovima. U stvari, u prirodi svaki objekt za koji kažemo da “oscilira” ili “vibrira” je proširen, a njegove oscilacije ili vibracije su uvek stojeći talas. Možete li ovo da potvrdite? (***Izazov 501e***). Tako da možemo reči da su u prirodi ***sve oscilacije poseban oblik talasa***.

Slika 191 na ***strani 214*** pokazuje primer lokalizovanog talasa, koji se naziva takođe i ***grupa talasa*** ili ***impuls*** zajedno sa njedovim razlaganjem na harmonične talase. Grupe talasa se koriste za razgovor i kao signali u komunikacijama.

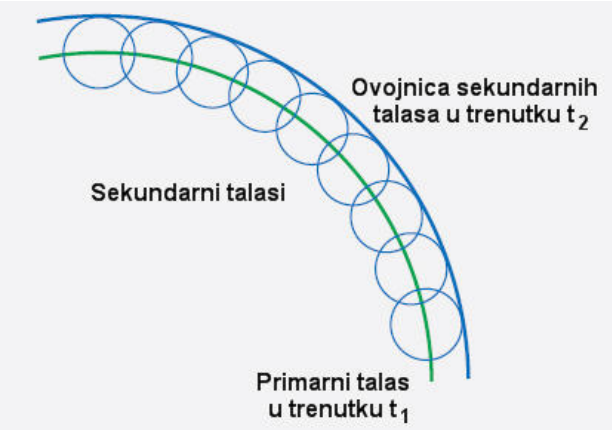
ZAŠTO MOŽEMO MEĐUSOBNO DA RAZGOVARAMO? – HAJGENSOVO NAČELO

Osobine u našem okruženju često otkrivaju svoju punu važnost tek kada se postave jednostavna pitanja. Zbog čega možemo da koristimo radio? Zbog čega možemo da razgovaramo putem mobilnih telefona? Zbog čega možemo da čujemo jedan drugog? Izgleda da je centralni deo odgovora na ova pitanja taj što živimo u prostoru sa ***neparnim*** brojem dimenzija.

U prostoru sa ***parnim*** brojem dimenzija razgovor je nemoguć, pošto se poruka nebi prekidala. Ovo je važan zaključak koji jednostavno može da se proveri ako bacimo kamen u vodu: čak i pošto je kamen nestao, talasi se još uvek emituju od mesta na kojem je kamen upao u vodu. Ipak, kada prestanemo da govorimo zvučni talasi se više ne emituju. Talasi se ponašaju sasvim drugačije u dvodimenzionalnom i trodimenzionalnom prostoru.

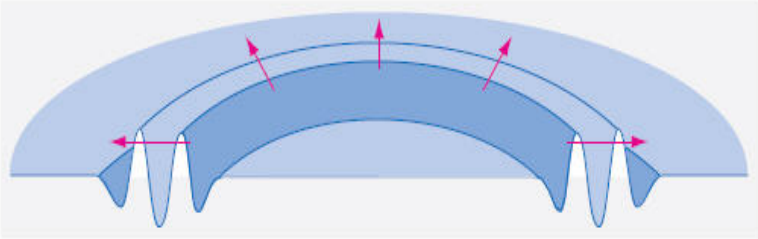
U prostoru sa tri dimenzije moguće je reći da se širenje talasa dešava na sledeći način: svaka tačka na čelu talasa (svetlosnog ili zvučnog) može se smatrati kao izvor sekundarnih talasa; površina koja je oblikovana ovojnicom svih ovih sekundarnih talasa određuje budući položaj čela talasa. Ova misao je ilustrovana na ***slici 200***. Može se koristiti bez matematike za opise prostiranja talasa, njegovog odbijanja, njegovog prelamanja i njegovog savijanja i njegovog savijanja, proširenja koje je uneo Avgustin Fresnel. Pokušajte? (***Izazov 502e***).

Ovu zamisao je prvi put predložio 1678. godine Kristijan Hajgens (Christiaan Huygens) i nazvani su ***Hajgensova načela***. Oko dve stotine godina kasnije, Gustav Kirhof (Gustav Kirchoff) je pokazao da je ova ideja posledica talasne jednakosti u tri dimenzije, pa stoga, za slučaj svetlosti, posledica Maksvelovih jednakosti polja.



Slika 200 Prostiranje talasa kao posledica Hajgensovih načela

Međutim, opis čela talasa kao ovojnice sekundarnih talasa ima jedno važno ograničenje. Ono nije tačno u dve dimenzije (premda je ***slika 200*** u dve dimenzije!). Posebno se ne može primeniti za talase na vodi. Prostiranje talasa na vodi ***ne može*** da se izračunava ovim putem na tačan način. (Moguće je samo ako je situacija ograničena na talase sa jednom učestansti.) Ispada da za talase na vodi sekundarni talasi ne zavise samo od čela primarnih talasa, već takođe zavise od njihove unutrašnjosti. Razlog je taj što u dve dimenzije (i ostalim parnim dimenzijama), talasi različitih učestanosti imaju i različite brzine. (Plitki talasi nisu suprotan primer; oni su u suštini trodimenzionalni.) A kamen koji je upao u vodu proizvodi talase sa više učestanosti. Nasuprot tome, u tri dimenzije (i više neparnih dimenzija), talasi svih učestanosti imaju istu brzinu.



Slika 201 Nemoguć gravitacijski talas na vodi: centar nikada nije portpuno ravan.

Možemo takođe reći da Hajgenova načela ostaju ako se talasna jednakost reši za kružni talas iza kojeg nema amplituda. Matematičari prevode ovo zahtevom da razvojna delta funkcija $\delta(c^2t^2 - r^2)$ zadovoljava talasnu jednakost, to jest da je: $\partial_t^2\delta = c^2\Delta\delta$. Delta funkcija je ona čudna funkcija koja ima vrednost nula bilo gde osim u početku, gde je beskonačna. Još nekoliko osobina opisuju na precizan način gde se to

događa.[1] Ispostavilo se da je delta funkcija rešenje talsne jednakosti samo ako je broj dimenzija prostora neparan i najmanje tri. Drugim rečima, dok je za sferni talas moguće pulsiranje, za kružni talas je nemoguće: ne postoji mogućnost da se centar talasa koji se širi održi mirnim. (Videti ***sliku 201***.) To je tačno ono što eksperiment sa kamenom pokazuje. Možete pokušati da napravite kružno pulsiranje (talas koji ima samo nekoliko vrhova) kada sledećeg puta budete u kupatilu ili pored jezera: nećete uspeti.

Kao zaključak, razlog zbog kojeg soba postaje mračna kada prekidačem isključimo osvetljenje, je što mi živimo u prostoru čiji je broj dimenzija neparan i veći od jedan.

TALASNE JEDNAKOSTI[2]

Talasi su zanimljiva pojava. Isto toliko je zanimljiv i njihov matematički opis. Amplituda $A(\boldsymbol{x}, t)$ linearnog talasa u jednoj, dve ili tri dimenzije, najjednostavnijeg od svih talasa, izražena je kao:

$$\frac{\partial^2 A(\boldsymbol{x},t)}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 A(\boldsymbol{x},t) \qquad (101)$$

Jednakost kaže da je ubrzanje amplitude (leva strana) data kao kvadrat gradijenta, to jest, kao prostorna promenljiva, pomnožena sa kvadratom brzine faze v. U mnogim slučajevima amplituda je vektor, ali jednakost ostaje nepromenjena. Još tačnije, amplituda talasa je ono što fizičari nazivaju ***polje***, pošto je to broj (ili vektor, ili tenzor) koji zavisi od prostora i vremena.

Jednakost (101) je ***talasna jednakost***. Matematički iskazano, to je ***linearna parcijalna diferencijalna jednakost***. Naziva se ***linearna*** pošto je linearna sa amplitudom A. Prema tome, njena rešenja su sinisni ili kosinusni talasi tipa $A = sin(x - vt + \varphi)$. (***Izazov 503e***). Jednakost linearnih talasa potiče od elastičnih osobina nekih sredina. Linearnost takođe podrazumeva da je zbir dva talasa takođe moguć talas; ovaj takozvano ***načelo superpozicije*** važi za sve linearne talasne jednakosti (i za ređe, ali važne, nelinearne talasne jednakosti). Zbog njene linearnosti, svaki opšti talas može da se posmatra da je zbir beskonačnog zbira sinusnih i kosinusnih talasa. Ovo je otkrio Žozef Furije (Joseph Fourier, 1768. Auxerre – 1830. Paris).

Talasna jednakost (101) je takođe ***homogena***, što znači da ne postoje članovi koji zavise od A, pa stoga nema izvora energije koja pokreće talase. Furijeova razlaganja pomažu takođe da se shvate i reše nehomogene talasne jednakosti, dakle elastične sredine pokretane spolja.

U više dimenzija oblik talasa je takođe interesantan. U dve dimenzije najjednostavniji slučaj opisan jednakošću (101) su ***linearni*** i ***kružni*** talasi. (***Izazov 504e***). U tri dimenzije najjednostavniji slučajevi koje opisuje jednakost (101) su ***ravanski*** i ***sferni*** talasi. (***Izazov 505e***).

U prigodnim situacijama – dakle kada je elastična sredina konačna i pobuđena na poseban način – jednakost (101) dovodi do ***stojećih*** talasa. (***Izazov 506e***). Matematički, sve talasne jednakosti su ***hiperboličke*** parcijalne diferencijalne jednakosti. Ovo samo znači da je drugi izvod po prostoru suprotnog znaka od drugog izvoda po vremenu.

Zvuk u gasovima, zvuk u tečnostima i čvrstim telima, zemljotresi, svetlost u vakuumu, neki talasi na vodi malih amplituda i mnogi drugi slučajevi talasa malih amplituda, opisani su linearnim talasnim jednakostima.[3]

Međutim, ***nelinearne*** talasne jednakosti su daleko interesantnije. Najčuvenija nelinearna jednakost je ***jednakost Koretveg-de Vrisa***, koja je jednodimenzionalna talasna jednakost

$$A_t + AA_x + bA_{xxx} \qquad (102)$$

Jako kasno je otkriveno da se ova jednakost može rešiti olovkom na papiru. (***Strana 231***).

Ostale nelinearne talasne jednakosti opisuju specifične situacije. Jednakost Busineska (Boussinesq), sinusna jednakost – jednakost Gordona i mnoge druge talasne jednakosti pokrenule su široko polje istraživanja u matematici i eksperimentalnoj fizici. Nelinearne parcijalne diferencijalne jednakosti takođe su centralna tema proučavanja samoorganizovanja. (***Strana 297***).

---

[1] Glavna osobina je $\int \delta(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Matematičkim preciznim pojmom delta "funkcija" je ***raspodela***.

[2] Prilikom prvog čitanja ovaj odeljak može da se preskoči

[3] Niko ne zna šta se događa ako elektromagnetni talasi imaju velike amplitude; istražite! (***Izazov 507e***).

TABELA 39 Neki signali

Sistem	Signal	Brzina	Senzor
Materijalni signali			
Ljudsko biće	naponski impulsi u nervima	do 120 m/s	mozak, mišići
	hormoni u krvotoku	do 0,3 m/s	molekuli membrane ćelija
	signal imunološkog sistema	do 0,3 m/s	molekuli membrane ćelija
	pevanje	340 m/s	uši
Slon, insekti	podrhtavanje tla	oko 2 km/s	stopala
Kitovi	pevanje, sonar	1500 m/s	uši
Pas	hemijsko praćenje	1 m/s	nos
Drveće	hemijski signal napada koji se prenosi vazduhom sa jednog stabla na sledeće	do 10 m/s	lišće
Lutajući blok	nošen glečarom	do 0,1 μm/s	stopala
Pošta	pisma pevožena kamionom, brodom ili avionom	do 300 m/s	poštansko sanduče
Elektromagnetna polja			
Ljudsko biće	zevanje	300 Mm/s	oko
Električna jegulja	naponski impulsi	do 300 Mm/s	nervi
Insekti, ribe, mekušci	sekvence svetlosnih impulsa	do 300 Mm/s	oko
Signali zastavicama	položaj zastavice	300 Mm/s	oko
Radio prenos	jačina elektromagnetnog polja	do 300 Mm/s	radio
Nuklearni signali			
Supernova	impulsi neutrina	blizu 300 Mm/s	posebni hemijski i detektori zračenja
Nuklearne reakcije	gluonske lopte, ako postoje	blizu 300 Mm/s	posebni detektori čestica

ZBOG ČEGA SU MUZIKA I GLASOVI PEVANJA TAKO LEPI?

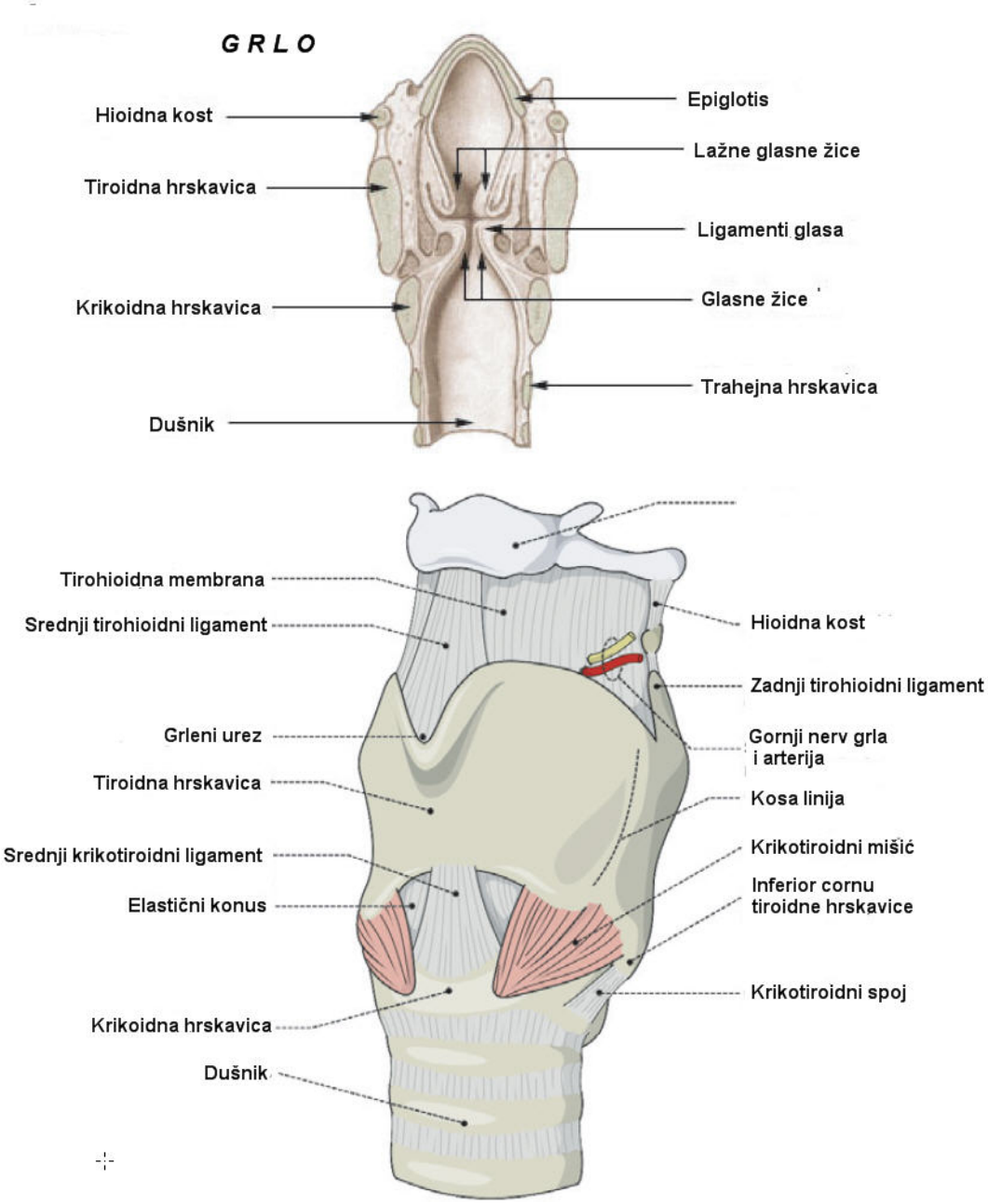
Muzika deluje na nas zbog toga što je povezana sa emocijama. A ona to čini, između ostalog, što nas podseća na zvuke (i na emocije povezane sa njima) koje smo iskusili pre rođenja. Udarački instrumenti nas podsećaju na otkucaje srca naše majke i našeg sopstvenog, žičani i duvački instrumenti nas podsećaju na sve zvukove koje smo tada čuli. Muzički instrumenti su posebno lepi ako su svirana i modulirana telom i prijatnošću svirača. Svi klasični instrumenti su optimizovani da dopuštaju takve modulacije i izražavanje emocija. Spoj između muzičara i instrumenta je najintenzivniji za ljudski glas; sledeća približnost su duvački instrumenti.

Svaki muzički instrument, uključujući ljudski glas, sastoji se od četiri elementa: izvora energije, izvora oscilacija zvuka, jednog ili više rezonatora i površine ili otvora za predaju. Za ljudski glas se izvor energije stvara pomoću grudnih i stomačnih mišića, izvori zvuka su glasni nabori – nazivaju se takođe i glasne žice – rezonator je glasni trakt, a usta i nos formiraju otvor.

Disanje pevača ili muzičara na duvačkom instrumentu obezbeđuje energiju za stvaranje zvuka i daje ulaz za povratnu petlju koja određuje visinu tona. Tokom pevanja vazduh prolazi kroz glasne nabore. Brzina protoka vazduha smanjuje pritisak vazduha, što privlači glasne zice međusobno i time se smanjuje poprečni presek za protok vazduha. (Ovo smanjenje pritiska, opisano jednakošću Bernoulija, biće objašnjeno kasnije.) (***Strana 257***). Kao rezultat smanjenog poprečnog preseka smanjuje se protok vazduha, pritisak ponovo poraste i glasne žice se opet otvore. To dovodi do povećanog protoka vazduha, pa tako ciklus počinje ispočetka. Promena između većeg i manjeg razmaka glasnih žica ponavlja se toliko brzo da se proizvodi zvuk; zvuk se zatim pojačava u usnoj duplji usled rezonanse koja zavisi od oblika usne duplje. (***Ref. 217***). Ako se koristi savremen rečnik, pevanje stalne note je specifičan slučaj samoorganizovanja, naime primer ograničenog ciklusa. (***Strana 297***).

Ali kako može tako mali instrument kao što je zvučni trakt da postigne zvuk jači od onog kod trombona, koji je nekoliko metara dug kada je rastegnut? Kako može glas da pokrije opseg jačine od 80 dB? Kako može glas da postigne više od pet, ćak i osam oktava osnovne učestanosti uz samo dva glasna nabora? I kako može ljudski glas da izvede varijacije zvuka bez premca? Mnogi detalji ovih pitanja su još uvek predmet istraživanja, mada su u opštem slučaju veze već poznate.

Ljudski glasni nabori (glasne žice) u proseku su veličine nokta na palcu, ali oni mogu da menjaju dužinu i zategnutost. Glasni nabori imaju tri komponente. Pre svega one sadrže ligament koji može da podržava velike promene zategnutosti ili naprezanja i čini osnovnu strukturu; takvi ligamenti su potrebni da bi se postigao širok opseg učestanosti. Drugo, 90% glasnih nabora načinjeno je od mišića, tako da naprezanje a stoga i opseg učestanosti može još više da bude pojačan. Konačno, glasne mabore prekriva amukoza, tečnost koja sadrži membrane koje optimiziraju početak oscilovanja, preko površinskih talasa kada vazduh prolazi pored. Ovaj strogo nelinearni sistem postiže, kod izuzetnih pevača, do 5 oktava osnovnog opsega visine tona.



Slika 202 Ljudsko grlo je deo anatomije koji sadrži izvor zvuka za govor – glasni nabori (glasne žice) (© Wikimedia)

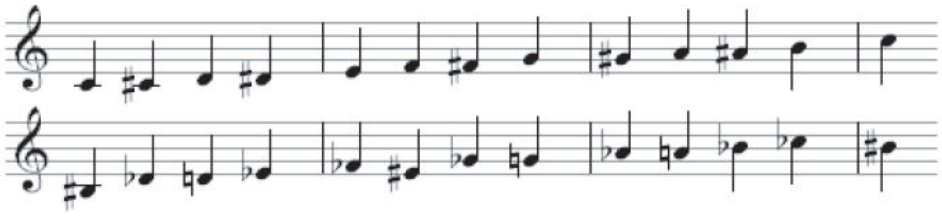
Isto tako su rezonatori ljudskog glasa nešta posebno. Uprkos raspoloživoj maloj veličini, nelinearne osobine rezonatora u traktu glasa – posebno efekt pod nazivom ***inertivna reaktansa*** – omogućavaju da se proizvede zvuk velike jačine. Ovaj kompleksan sistem, zajedno sa intenzivnim treningom, proizvodi učestanost, boju zvuka i muzičke sekvence uz koje uživamo u operama, džezu i ostalim vokalnim izvođenjima. U stvari, mnogi rezultati iz istraživanja ljudskog glasa – koji su dobijeni uz pomoć snimaka magnetne rezonanse – sada se redovno koriste za trening i obuku pevača, posebno za to kada treba da koristi otvorena usta, a kada treba da peva zatvorenih usta, ili kada treba da spusti grkljan.

Drugi razlog što je muzika lepa je zbog učestanosti odabranih nota. Izvesne učestanosti zvuka prijatne su za uho kada se izvedu zajedno ili u blizini drugih, u protivnom proizvode osećaj pritiska. Već su drevni Grci otkrili da ove senzacije zavise isključivo od ***odnosa*** frekvencija, ili kao što kažu muzičari, od ***intervala*** između visina tonova.

Pevanje je prema tome divno, jer je takođe nelinearan efekt. Zapravo, svi instrumenti su nelinearni oscilatori. (***Ref. 218***). Kod ***instrumenata sa trskom***, kao što je klarinet, pisak od trske ima ulogu glasnih žica, cev ima ulogu rezonatora, a mehanizam koji otvara rupe uma ulogu usta i usana. Kod ***limenih instrumenata***, kao što je trombon, usne imaju ulogu trščanog piska. Kod ***instrumemata sa protokom vazduha***, kao što je flauta, povratna petlja postoji zbog drugačijeg efekta: na ivici gde se zvuk proizvodi, protok vazduha se detektuje samim zvukom.

Još određenije najprijatnije sazvučje je odnos učestanosti 2 – muzićari nazivaju interval ***oktava***. Odnos od 3/2 (nazvan savršena petina) je sledeće najprijatnije, praćeno odnosom 4/3 (savršena četvrtina), odnos 5/4 (major trećina) i odnos 6/5 (minor trećina (trećina, minor)). Izbor prve trećine u skali ima važan efekt na prosečna osećanja izražena muzikom i prema tome je takođe preuzet u imenu skale. Pesme u C major uopšteno imaju srećnu melodiju, dok su pesme u A minor sklone da budu tužne.

Poslednji prijatan odnos učestanosti, disonansa, su ***triton*** (takođe se nazivaju ***pojačana četvrtina*** ili ***umanjena petina*** ili ***lažna kvinta***) kao i, u manjoj meri, major i minor sedmina (15/8 i 9/5).Triton se koristi za zvuk sirene na vozilima hitne pomoći u Nemačkoj. Duge sekvence disonansi imaju efekt uvođenja u trans; one su česte u mizici Balija i u džezu.



Odnos učestanosti ujednačenog tempa	1.059	1.122	1.189	1.260	1.335	1.414	1.498	1.587	1.682	1.782	1.888	2
Odnos učestanosti samo intonacije		9/8	6/5	5/4	4/3	none	3/2	8/5	5/3		15/8	2
Pojavljuje se kao harmon. broj	1,2,4,8	9		5, 10			3, 6			c. 7	15	1,2,4,8
Italijanski i medjunarodni nazivi solfedja	**Do** Si#	Do# Reb	**Re**	Re# Mib	**Mi** Fab	**Fa** Mi#	Fa# Solb	**Sol**	Sol# Lab	**La**	La# Sib	**Si** Dob	**Do** Si#
Francuski nazivi	Ut Si#	Ut # Reb	Re	Re# Mib	Mi Fab	Fa Mi#	Fa# Solb	Sol	Sol# Lab	La	La# Sib	Si Ut b	Ut Si#
Nemački nazivi	C His	Cis Des	D	Dis Es	E Fes	F Eis	Fis Ges	G	Gis As	A	Ais B	H Ces	C His
Engleski nazivi	C B#	C# Db	D	D# Eb	E Fb	F E#	F# Gb	G	G# Ab	A	A# Bb	B Cb	C B#
Nazivi intervala, počevši od Do / Ut / C	uni- son	min. 2nd	maj. 2nd	min. 3rd	maj. 3rd	4th	triton	5th	min. 6th	maj. 6th	min. 7th	maj. 7th	octave
Klavirske dirke													

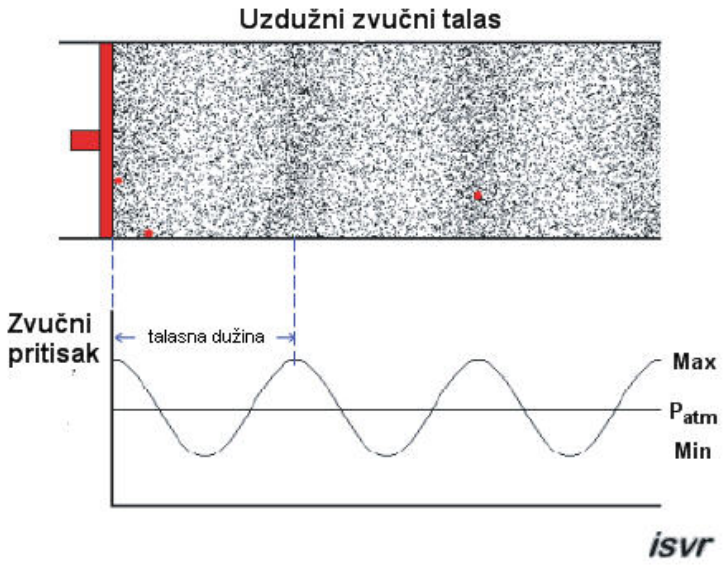
Slika 203 Dvanaest tonova koji se koriste u muzici i odnosi njihovih frekvencija

Posle vekovnih istraživanja, ovi rezultati su doveli do standardizovanog rasporeda nota i njihovih učestanosti, kao što je prikazano na ***slici 203***. Raspored, nazvan ***ujednačena intonacija*** ili ***intonacija dobrog tempa***, sadrži približnosti svih pomenutih intervala; približnost ima prednost pošto dozvoljava ***transpoziciju*** muzike u niže ili više note. To nebi bilo moguće uz takozvanu ***samoinotaciju***. (***Ref. 219***).

Sledeći put kada budete pevali pesmu koja vam se dopada, možda ćete pokušati da odredite kada koristite samo inotaciju ili podjednaku inotaciju – ili zajedno različite inotacije. (***Izazov 508e***). Razni ljudi imaju različite ukuse i navike.

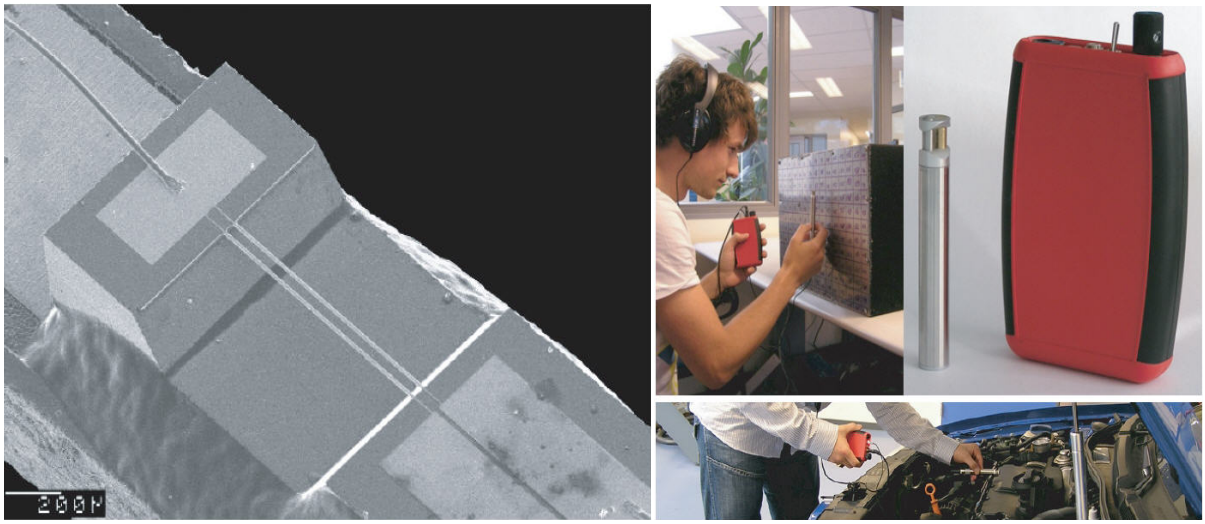
MERENJE ZVUKA

U svakoj tački prostora zvučni talas u vazduhu izaziva dva efekta: promenu pritiska i promenu brzine. ***Slika 204*** prikazuje oba efekta: promena pritiska izaziva promenu gustine molekula, dok promena brzine utiče na srednju brzinu molekula.



Slika 204 Šematski prikaz kretanja molekula u zvučnom talasu u vazduhu (QuickTime film © ISVR, University of Southampton. Animaciju videti na resource.isvr.soton.ac.uk/spcg/tutorial)

Lokalni pritisak zvuka se meri ***mikrofonom*** ili ***uhom***. Lokalna brzina molekula se meri pomoću ***mikroanemometra*** ili ***senzorom brzine akustičnih čestica***· Nijedan od takvih uređaja nije postojao do 1994. godine, kada je Hans Elias de Bree pronašao način da ih napravi. Kao što može da se vidi na ***slici 205***, da se izradi takav mikroanemometar nije jednostavno. Dve tanke žice od platine se zagreju na 220ºC; njihova razlika temperature zavisi od brzine vazduha koja može da se izmeri upoređivanjem električnog otpora žica. Usled malih dimenzija moguć je opseg do oko 20 kHz. Postavljanjem tri takva uređaja pod pravim uglom međusobno, moguće je odrediti pravac ka izvoru zvuka. Ovo je korisno prilikom popravke ili razvoja automobila, ili za proveru vozova i mašina. Razmeštanjem više uređaja u mrežu kvadrata može se napraviti "zvučna kamera". Ona može da se koristi čak i za tačno određivanje položaja aviona i dronova, kao neka vrsta "zvučnog radara". Pošto mikroanemometri deluju kao jako mali i jako usmereni mikrofoni, i pošto rade isto tako i pod vodom, vojska i obaveštajci su oduševljeni njime. Uzgred: kako se brzina molekula usled zvuka upoređuje sa brzinom molekula usled temperature vazduha? (***Izazov 509ny***).



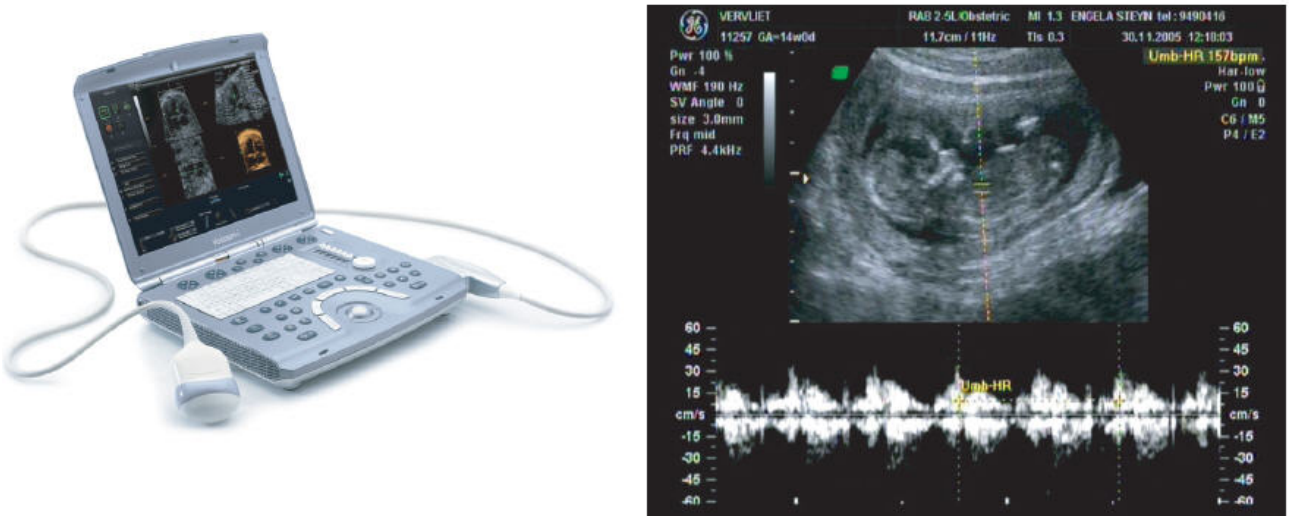
Slika 205 Levo: Dve tanke žice od platine omogućavaju izradu mikroanemometra. On može da pomogne za tačno određivanje odakle dolazi kloparanje (© Microflown Technologies)

DA LI JE SNIMANJE ULTRAZVUKOM BEZBEDNO ZA BEBE?

Ultrazvuk se koristi u medicini za istraživanje inutrašnjosti ljudskog tela. Tehnika, nazvana snimanje ultrazvukom, korisna je, udobna je i široko rasprostranjena, kao što prikazuje ***slika 206***. Međutim, ona ima i nedostatke. Proučavanja na Klinici Mejo u Minesoti ustanovili su da ***pulsirajući*** ultrazvuk, nasuprot ***kontinualnom*** ultrazvuku prouzrokuje u unutrašnjosti tela veoma visok nivo čujnog zvuka. (Neke jačine zvuka su navedene u ***Tabeli 40***.)

Pulsirajući ultrazvuk se koristi za snimanje ultrazvukom, i kod nekih, ali ne kod svih, praćenja srčanog ritma fetusa. Takve mašine stoga proizvode visok nivo zvuka u oblasti ***čujnosti***. To izgleda paradoksalno: ako odete kod ginekologa i stavite ultrazvučni glavu na vaše uho ili glavu, čućete jedva čujni slabi šum. Zapravo, ta mala jačina zvuka je ono što prevari svakog, te pomisli da je nivo šuma nizak. Nivo zvuka je mali zbog toga što je ljudsko uho ispunjeno vazduhom. Nasuprot tome, u slučaju fetusa, njegove uši su ispunjene tečnošću. Ova činjenica menja u potpunosti prostiranje zvuka: zvuk koji stvara uređaj za snimanje je sada potpuno usmeren i direktno stimuliše unutrašnje uho. Ukupan efekt je sličan onom koji se događa ako stavite prst u vaše uho: to može da bude jako glasno za vas, ali niko drugi neće čuti šta se dogodilo.

Skorašnja istraživanja su pokazala da sistem za snimanje ultrazvukom proizvodi zvuk nivoa od preko ***100 dB***, što odgovara zvuku podzemne železnice koja ulazi u stanicu. (***Ref. 220***). Zapravo, svaki ginekolog će vam potvrditi da snimanje ometa fetus. Upitani o ovoj temi, više proizvođača uređaja za snimanje ultrazvukom potvrdiće da je "da se koristi izlaz zvuka od ***samo*** 5 mW". To jest "samo" zvučna snaga oboe na punoj jačini! Obzirom da mnogi ultrazvučni pregledi traju deset i više minuta, oštećenje sluha fetusa ne sme da se isključi. (***Ref. 221***). Radi toga nije razumno izlagati bebu ovom nivou buke bez dobrog razloga.



Slika 206 Savremen sistem snimanja ultrazvukom, udoban, ali šteten ultrazvučni snimak fetusa (© General Electric, Wikimedia).

TABELA 40 Odabrane jačine zvukova

Opažanje	**Jačina zvuka**
Prag čujnost ma 1 kHz	0 dB ili 1 pW
Ljudski govor	25 do 35 dB
Ulazak podzemne železnice u stanicu	100 dB
Ultrazvučni snimak fetusa	više od 100 dB
Uobičajeni prag bola	120 dB ili 1 W
Rok koncert sa zvučnicima od 400 000 W	135 do 145 dB
Vatrogasci	do 150 dB
Topovski hitac	do 155 dB
Lansiranje rakete	do 170 dG
Pevanje plavog kita	do 175 dB
Erupcija vulkana, zemljotres, obična bomba	do 210 dB
Udar velikog meteorita, velika nuklearna bomba	preko 300 dB

Ukratko, ultrazvuk treba primenjivati na trudnicama samo u neophodnom slučaju. Ultrazvuk ***nije bezbedan*** za uši fetusa. (Izjave udruženja medicine ultrazvuka koje tvrde suprotno pogrešne su.) Međutim, u svim drugim situacijama ultrazvuk je bezbedan. Ipak treba pomenuti i drugi potencijalni problem kod snimanja ultrazvukom, pitanje oštećenja tkiva usled kavitacije, što još uvek nije detaljno proučeno. (***Ref. 222***).

SIGNALI

Signal je prenos informacije. Svaki signal, uključujući i one iz ***Tabele 39***, kretanje je energije. Signali mogu da budu ili objekti ili talasi. Bačeni kamen može biti signal, a to može da bude i zvižduk. Talasi su praktičniji oblik komunikacije pošto oni ne zahtevaju prenos materije: jednostavnije je da se koristi elektricitet u telefonskoj žici za prenos rečenica nego li da se šalje glasnik. Zapravo, većina modernih tehnoloških napredaka može se pratiti kao razdvajanje signala i transporta materije. Umesto da prevezemo orkestar radi prenosa muzike, mi možemo da pošaljemo radio signale. Umesto da šaljemo pismo na papiru, mi ćemo poslati poruku e-poštom. Umesto da odemo u biblioteku, mi ćemo pretražiti internet.

Najveći napredak u komunikacijama potekao je iz upotrebe signala za prenos velikih količina energije. To je ono što čine električni kablovi: prenose energiju bez potrebe da se prenese (velika) materija. Nema potrebe da naše kuhinjske uređaje priključujemo direktno na elektranu: energiju dobijamo preko bakarnih provodnika.

Iz ovih razloga, pojam "signal" često znači da se podrazumevaju samo talasi. Glas, zvuk, električni signali, radio i svetlost, najopštiji su primeri talsnih signala.

Signal je opisan svojom brzinom i svojim sadržajem informacije. Pokazalo se da su ove veličine ograničene. Granica brzine centralna je tema specijalne teorije relativnosti (***Vol. II, strana 17***).

Prosta granica sadržaja informacija može da se izrazi kada detaljan oblik signala ne daje ništa osim protoka informacije. Oblik je karakterisan učestanošću (ili talasnom dužinom) i položajem u vremenu (ili prostoru). Za svaki signal – i svaki talas – postoji odnos između greške vremena dolaska Δt i greške ugaone učestanosti $\Delta\omega$:

$$\Delta t \, \Delta\omega \geq \frac{1}{2} \tag{103}$$

Ova neodređenost vreme-učestanost izražava da je u signalu nemoguće da se odrede uz punu preciznost obe veličine, vreme dolaska i učestanost. Ove dve greške su (uz brojčani činilac obrnuto proporcionalne jedna drugoj. (Kaže se da je širina vremenskog pojasa proizvod koji je uvek veći od $1/4\pi$.). Ograničenje se javlja pošto je u jednu ruku potreba da talas što je moguće više bude sinusoidalni kako bi mogla da se odredi učestanost, ali s druge strane, potrebno je da signal bude što je moguće uži da bi se tačno odredilo vreme dolaska. Suprotnosti ova dva zahteva dovode do ograničenja. Izraz nejednakosti je stoga osobina svake talasne pojave. Možda ćete da poželeti da ispitate ovaj izraz na nekom talasu iz vašeg okruženja. (***Izazov 510e***).

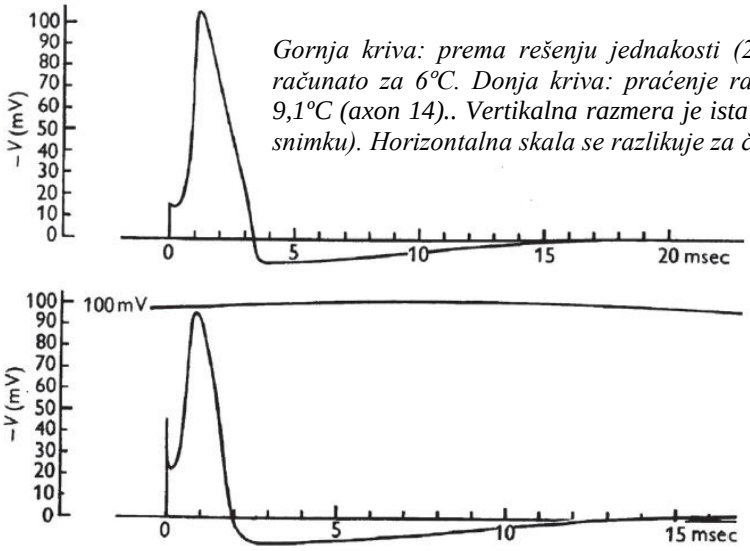
Slično tome, postoji odnos između greške položaja Δx i greške vektora talasa $\Delta k = 2\pi/\Delta\lambda$ signala:

$$\Delta x \, \Delta k \geq \frac{1}{2} \tag{104}$$

Kao i u predhodnom slučaju, i ovaj izraz neodređenosti izražava da je nemoguće da se odrede uz punu tačnost i položaj signala i njegova talasnu dužina. Isto tako ova neodređenost položaj-talas-vektor osobina je svake talasne pojave.

Svaki izraz neodređenosti je posledica manje suštine. U slučaju talasa, manja suština pojave je perioda (ili ciklus, kako se uobičajeno naziva). Uvek kada postoji manja jedinica u prirodnim pojavama, ima za posledicu izraz neodređenosti. Otkrićemo i druge izraze neodređenosti kako u teoriji relativnosti, tako i u kvantnoj teoriji. Kako ćemo otkriti, takođe u oba slučaja je zbog postojanja najmanjeg subjekta.

Uvek kada se pošalje signal, njegov sadržaj može da se izgubi. Svaka od šest osobina talasa nabrojanih na ***strani 220***, može dovesti do degradacije sadržaja. Možete li da date primer za svaki od ovih slučajeva? (***Izazov 511s***). Energija, količina kretanja i sve druge očuvane osobine signala se naravno ne gube. Nestajanje signala je slično prestajanju kretanja. Kada zbog trenja prestane kretanje, samo izgleda da je nestalo, a ustvari se pretvorilo u toplotu. Slično, kada signal nestane, samo izgleda da je nestao, a ustvari se pretvorio u šum. (***Fizički***) ***šum*** je zbirka mnogih poremećenih signala, na isti način kao što je toplota zbirka mnogih poremećenih kretanja.



Gornja kriva: prema rešenju jednakosti (26) za početnu depolarizaciju od 15 mV, računato za 6°C. Donja kriva: praćenje radnog potencijala membrane snimljeno za 9,1°C (axon 14).. Vertikalna razmera je ista za obe krive (odvojeno od krivine u nižem snimku). Horizontalna skala se razlikuje za činilac srazmeran razlici temperatura

slika 207 Električni signali u nervu, izračunati (gore) i izmereni (dole) prema Hodgkin i Haksliju

Svako prostiranje signala opisano je talasnom jednakošću. Čuveni primer je skup jednakosti koje su otkrili Hodgkin i Haksli. (***Ref. 223***). On je realistička približnost za ponašanje električnog potencijala u nervima. Korišćenjem činjenica o ponašanju jona kalijuma i natrijuma, oni su otkrili i objavili jednakost koja opisuje napon *V* u nervima, pa prema tome način kako se prostiru signali. Jednakost opisuje osbine vrhova napona izmerenih u nervima, prikazanih na ***slici 207***. Jednakost jasno prikazuje da se ovi talasi razlikuju od sinusoidalnog signala: oni nisu harmonični. Neharmoničnost je jedna od posledica nelinearnosti. Međutim, nelinearnost može da dovede čak i do jačih efekata.

Slika 208 Usamljen vodeni talas kojeg prati motorni čamac, rekonstrukcija otkrića Džona Skota Rasela (Scott Russel) (© Dugald Duncan).

USAMLJENI TALASI I SOLITONI

U avgustu 1834. godine, škotski inženjer Džon Skot Rasel (John Scott Russell, 1808 – 1882) zapazio je čudnu pojavu u vodenom kanalu u blizini Edinburga. Kada je brod kojeg su vukli u vodenom kanalu iznenada stao, čudan vodeni talas se odvojio od njega. Sastojao se od ***usamljenog*** vrha, dugog oko 10 m i visine 0,5 m., a kretao se brzinom od oko 4 m/s. On je na konju, nekoliko milja pratio vrh talasa, čija je rekonstrukcija prikazana na ***slici 208***; talas je jenjavao jako sporo. Rasel nije zapazio bilo kakvo rasipanje, koje je uobučajeno za talase duboke vode; širina vrha talasa ostala je neizmenjena. Rasel je potom počeo da pravi takve talase u svojoj laboratoriji i da pažljivo proučava njihove osobine. (***Ref. 224***). Pokazao je da brzina zavisi od amplitude, u suprotnosti sa linearnim, harmoničnim tačasima. Takođe je otkrio da dubina

d vode u kanalu predstavlja važan parametar. Zapravo, brzina v, amplituda A i širina L ovih talasa sa jednim vrhom dati su izrazima:

$$v = \sqrt{gd}\left(1+\frac{A}{2d}\right) \quad \text{i} \quad L = \sqrt{\frac{4d^3}{3A}} \tag{105}$$

Kao što je pokazano u ovim izrazima, a zapazio je Rasel, visoki talasi su uski i brzi, dok su plitki talasi spori i široki. Oblik talasa ostaje isti tokom njihovih kretanja. Danas su ovakvi talasi i svi drugi stalni talasi sa jednim vrhom nazvani ***usamljeni talasi***. Oni se pojavljuju samo tamo gde se rasipanje i nelinearnost sistema tačno međusobno poništavaju. Rasel je takođe zapazio da usamljeni talasi u vodenim kanalima mogu da prođu neizmenjeni jedni kroz druge, čak i kada se kreću u suprotnim skerovima; usamljeni talasi sa ovom osobinom nazvani su ***solitoni***. Ukratko, solitoni su stabilni pri susretima, kao što je prikazano na ***slici 209***, dok usamljeni talasi u opštrm slučaju nisu. (***Strana 224***).

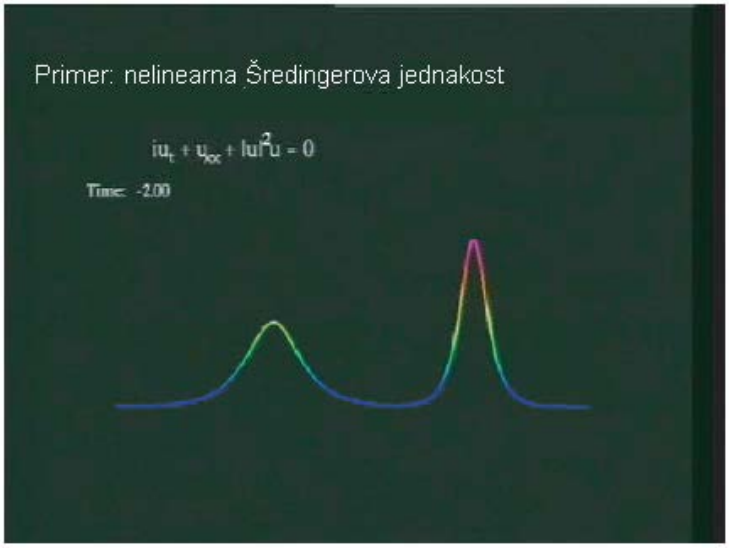
Samo šest godina kasnije, u 1895. godini, Kortveg de Vris (Kortweg de Vries) otkrio je da usamljeni talasi u vodenim kakalima imaju oblik koji je opisan sa:

$$u(x,t) = A\,sech^2\frac{x-vt}{L} \quad \text{pri čemu je} \quad sech\,x = \frac{2}{e^x+e^{-x}} \tag{106}$$

i da je odnos kojeg je otkrio Rasel usled talasne jednakosti:

$$\frac{1}{\sqrt{gd}}\frac{\partial u}{dt}+\left(1+\frac{3}{2d}u\right)\frac{\partial u}{dx}+\frac{d^2}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}=0 \tag{107}$$

Ova jednakost za dužinsko izobličenje nazvana je ***Kortveg de Vrisova jednakost***, njemu u čast.[1] Iznenađujuća stabilnost usamljenog talasa je usled suprotnih efekata dva člana koji čine razliku jednakosti od jednakosti linearnog talasa: za rešenja usamljenih talasa nelinearni član je tačno kompenziran za rasipanje uvedeno članom sa trećim izvodom.



Slika 209 Solitioni su stabilni prema susretima (QuickTime film © Jarmo Hietarinta)

Tokom više decenija takvi usamljeni talasi su posmatrani kao matematička i fizička zanimljivost. Razlog je bio jednostavan: niko nije mogao da reši jednakost. Sve se to promenilo oko sto godina kasnije, kada je postalo jasno da je jednakost Kortveg-de Vrisa univerzalni model za slabe nelinearne talase u slabom režimu rasipanja, pa stoga od osnovnog značaja. Ovaj zaključak su doneli Kruskal i Zabuski, koji su u 1965. godini dokazali da su rešenja jednakosti (106) prilikom sudara ***nepromenjena***. Ovo otkriće je izazvalo njih da uvedu naziv ***soliton***. (***Ref. 227***). Ova rešenja zaista dokazuju da se prodiranja jednog u drugi događaju bez promena brzine ili oblika: sudar jedino izaziva mali pomeraj položaja pri svakom impulsu.

[1] Jednakost može da se uprosti transformacijom promenljive u; još skraćenije, može da se napiše kao:
$u_t + u_{xxx} = 6uu_x$.
Sve dok su rešenja funkcije od *sech*, ova i ostale verzije transformacija jednakosti poznate su pod istim imenom.

Usamljeni talasi imaju ulogu u mnogim primerima protoka tečnosti. Oni su zapaženi i okeanskim strujama: primer toga je čak i crvena mrlja na Jupiteru, koja je stalna karakteristika fotografija Jupitera tokom više vekova.

Usamljeni talasi se takođe pojavljuju kada se proizvede zvuk velike jačine u čvrstom telu. (***Ref. 228***) U tom slučaju to dovodi do impulsa zvuka od samo nekoliko nanometara dužine. Usamljeni impulsi svetlosti se takođe koriste u nekim optičkim komunikacijskim vlaknima, gde gubitak od rasipanja omogućava viši stepen prenosa nego što se postiže uobičajenim svetlosnim impulsima. (***Ref. 224***)

Krajem dvadesetog veka matematičari su otkrili da solitioni prate nelinearno uopštavanje načela superpozicije. (To je zbog Dabo-Baklund (Daboaux-Backlund) transformacije i strukture Sato Grasnani-ana (Sato Grassnannian).) Matematika rešavanja solitona je jako interesantna. Napredak matematike pokrenuo je drugi talas interesovanja matematičara za nastanak solitona, kada su kvantni teoretičari počeli da se interesuju za njih. Razlog je jednostavan: soliton je "srednja stvar" između čestice i talasa (***Ref. 225***); on ima osobine oba pojma. Iz tog razloga solitoni se često posmatraju – premda netačno – kao kandidati za opisivanje elementarnih čestica.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O TALASIMA I PROŠIRENIM TELIMA

Društvo je talas. Talas se kreće napred, ali voda od koje je sačinjen ne kreće se.

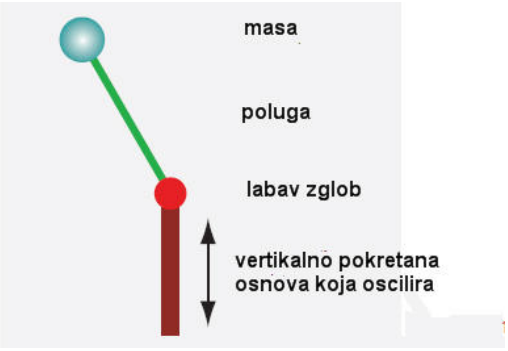
Ralf Valdo Emerson (Ralph Waldo Emerson), *Self-Reliance*

Kada se učestanost tona udvostruči, kaže se da je ton viši za oktavu. Dva tona koji se razlikuju za oktavu, kada se odsviraju zajedno, zvuče prijatno za uho. Dva sledeća prijatna odnosa učestanosti – ili "intervali", kako muzičari kažu – su četvrtina i petina. Koje su odgovarajući odnosi učestanosti? (***Izazov 512e***). (Primedba: odgovor je jedno od najstarijih otkrića u fizici i istraživanju čula; pripisuje se Pitagori, oko 500 godina pne.)

* * *

Mnogi predavači tokom svojih predavanja udišu helijum u učionici. Dok zatim govore, imaju veoma ***visok*** glas. Veća visina tona je zbog veće brzine prostiranja zvuka u helijumu. Sličan trik je takođe moguć i sa freonom (SF_6); on dovodi do veoma ***dubokog*** glasa. Ono što je manje poznato jeste da su ovi eksperimenti ***opasni***. Helijum nije otrovan. Ali usled njegovog malog atomskog poluprečnika on se brzo raširi. Neke osobe su dobile embolije od izvođenja eksperimenta, a neke su i umrle. Nikada ne isprobavajte to na sebi; gledajte *youtube* umesto toga.

* * *



Slika 210 Vertikalno pokretano obrnuto klatno pri određenoj kombinaciji učestanosti i amplitude ostaje u stabilnom u uspravnom položaju

Kada dete na ljuljašci gurne odrasla osoba, nastanak amplitude je usled (direktne) rezonanse. Kada se, sa druge strane, dete samo pokrene ljuljašku, ono koristi ***dvostruku*** prirodnu učestanost ljuljaške; ovaj efekt se naziva ***parametarska rezonansa***. Začudujući efekt parametarske rezonanse pojavljuje se kada je obrnuto klatno pričvršćeno na osnovu koja vibrira. ***Slika 210*** prikazuje napravu; zbog zgloba, masa je slobodna da pada na obe strane. Takvo vertikalno pokretano obrnuto klatno, ponekad takođe poznato kao ***klatno Kapice***, ostaje čvrsto uspravno ako je učestanost koja ga pokreće pravilno odabrana. Za jedno od mnogih video snimaka ove pojave pogledati www.youtube.com/watch?v=is_ejYsvAjY. Parametarska

rezonansa se javlja kod mnogo naprava, uključujući nebo. Asteroid Trojan zadržava se u orbiti pomoću parametrijake rezonanse.

* * *

Takođe se pokreću talasi i ispupčenja na skijaškim nagibima, takozvane ***skijaške grbe***.. Skijaške grbe su osnova za mnoge discipline zimskih Olimpijada. (***Ref. 226***). Posmatranja su pokazala da skijaške grbe imaju talasnu dužinu od tipično 5 do 6 m i da se kreću prosečnom brzinom od 8 cm/dan. Iznenađujuće je da je kretanje usmerno ***naviše***, prema vrhu skijaške staze. Možete li da objasnite zašto je to tako? (***Izazov 513s***). Zapravo, skijaške grbe su takođe i primer samoorganizovanja; ovaj pojam biće obrađen sa više detalja u daljem tekstu. (***Strana 297***).

* * *

Orkestar izvodi muziku u velikoj sali. Na rastojanju od 30 m neko sluša muziku. Na rastojanju od 3000 km druga osoba sluša muziku preko radija. Koja osoba će prva čuti muziku? (***Izazov 514s***).

* * *

Kolika je perioda prostog klatna, to jest mase *m* obešene o nit dužine *l* koja nema masu? Kolika je perioda ako je nit duža od poluprečnika Zemlje? (***Izazov 515s***).

Slika 211 Posebno spori talasi: polje skijaških grba (© Andreas Hallerbach).

* * *

Koju putanju prati telo koje se kreće bez trenja po površini, ali koje je vezano oprugom za nepokretnu tačku na ravni? (***Izazov 516s***)

* * *

Plavi kit, *Balaenoptera musculus* je ***najglasnija*** životinja nađena u prirodi. Njegov glas može da se čuje i na rastojanju od nekoliko stotina kilometara.

* * *

Istraživanja zvuka u moru, od komuniciranja kitova do sonara delfina, je svet za sebe. Za početak pogledajte izvanrednu veb stranu www.dosits.org.

* * *

Uređaj koji prikazuje kako su povezani obrtanje i oscilacije je ***sirena*** za uzbunjivanje. Otkrite kako ona radi i napravite jednu sebi. (***Izazov 517e***).

* * *

Liliputanci Džonatana Svifta su veličine dvanaestine ljudskog tela. Pokazati da je učestanost njihovog govora 144 puta veća od ljudskog, pa je prema tome nečujan. Guliver nebi mogao da čuje šta mu Liliputanci govore. Verovatno bi to tako bilo tačno i sa Brobdingnadžijancima, koji su deset puta viši od ljudi. Njihiove rečenice bi bile sto puta sporije. (***Izazov 518s***).

* * *

Svetlost je talas, kao što ćemo kasnije orkriti. Kao rezultat toga, svetlost koja dopire do Zemlje iz svemira biva skrenuta (refrakcija) kada uđe u atmosferu. Možete li da potvrdite da zvezde izgledaju ponekad da su na većoj visini na noćnom nebu nego što su zaista? (***Izazov 519e***).

* * *

Kolika je visina najvećeg morskog talasa? Ovo pitanje je sistematski istraživano tek nedavno, upotrebom satelita. (***Ref. 229***). Iznenađujući rezultat je da su talasi vicine od 25 m i više ***uobičajeni***: postoji na okeanima u bilo koje vreme nekoliko takvih talasa. Ovakav rezultat potvrđuje retke priče iskusnih kapetana brodova i objašnjava mnoge inače neobjašnjive brodolome.

Surferi mogu stoga da imaju mnogo prilika da zajašu talase d 30 m. (Sadašnji rekord je dosta ispod ove visine.) Ali možda najimpresivniji talas za surfovanje je onaj iz Portorika i niz talasa od po 4 m koji se svakog proleća kreću iz mora u reku Amazon, nasuprot toku reke. Na ovakvim talasima može da se surfuje destak kilometara.

* * *

Interesantno je da ***svaka*** površina vode ima talase, čak i kada izgleda potpuno ravno. Kao posledica konačne temperature vode njena površina uvek ima nekakve neravnine: postoje ***termički*** kapilarni talasi. Za vodu, čiji je površinski pritisak od 72 mPa, tipične neravnine pri uobičajenim uslovima iznose 0,2 nm. Ovi termički kapilarni talasi su predviđeni pre mnogo vekova, ali su opaženi tek nedavno. (***Ref 230***).

* * *

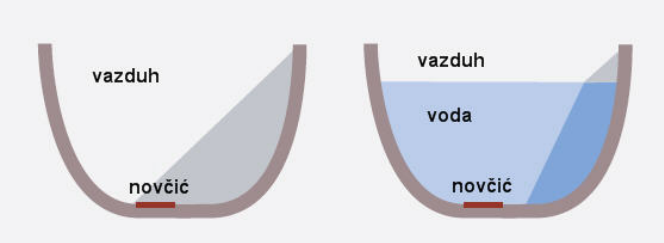
Svi talasi su na kraju prigušeni. Ovaj efekt je često zavisan od učestanosti. Možete li da potvrdite ovu zavisnost u slučaju zvuka u vazduhu? (***Izazov 520s***).

* * *

Ako napravite pomoću igle rupicu u crnom papiru, ona može da se koristi kao lupa za povećanje. (Ovo pokušajte.) (***Izazov 521e***). Savijanje je odgovorno za efekt lupe. Uzgred, savijanje svetlosti kroz rupicu primetio je Frančesko Grimaldi (Francesco Grimaldi) u 17. veku; on je tačno zaključio da je svetlost talas. Njegova zapažanja je kasnije razmatrao Njutn, ali je pogrešio kada ih je odbacio.

* * *

Stavte praznu šolju blizu lampe na takav način da dno šolje ostane u senci. Kada napunite šolju vodom, neki delovi dna će biti osvetljeni, zbog prelamanja svetlosti lampe. Isti efekt omogućava nam da napravimo leću. Isti efekt je osnova za instrumente kakav je teleskop. (***Vol. III, strana 123***).



Slika 212 Senka pokazuje refrakciju svetlosti

* * *

Da li su talasi na vodi poprečni (transverzalni) ili uzdužni (longitudinalni)? (***Izazov 522s***).

* * *

Brzina talasa na vodi ograničava brzinu broda. Brod na površini me može da plovi (mnogo) brže od oko $v_{crit} = \sqrt{0{,}16gl}$, gde je g =9,8 m/s^2, l je dužina broda, a 0,16 je broj koji je određen eksperimentalno, nazvan ***Froudeov broj***. Ovaj obrazac je valjan za sve plovne objekte, od velikih tankera (za l = 100 m dobija se v_{crit} = 13 m/s) pa sve do patke (za l = 0,3 m dobija se 0,7 m/s). Ova kritična brzina je ona koju ima talas iste talasne dužine kao dužina broda. Zapravo, kretanje broda brzinom većom od kritične je moguće, ali zahteva mnogo više energije. (Veća brzina je takođe moguća ako brod surfuje na talasu.) Koliko je daleko rekord u slobodnom stilu ***olimpijskog plivanja*** od kritične vrednosti? (***Izazov 523s***).

Većina vodenih životinja i brodova su brži kada se kreću ispod površine vode – gde je ne postoji granica zbog površinskih talasa – nego kada plove po površini. Na primer, patka može da pliva tri puta brže pod vodom nego li po površini.

* * *

Brina grupe talasa na vodi (u dubokoj vodi) je manja nego li brzina pojedinih vrhova talasa, takozvane ***brzine faze***. Kao rezultat toga, kada putuje grupa vrhova talasa, unutar grupe vrhovi se kreću od nazad ka napred: pojave se nazad, putuju napred, a potom napred nestanu. Brzina grupe talasa na vodi manja je od brzine faze.

* * *

Može se čuti dalje na moru ili na autoputu mnogo jasnije naveče nego li izjutra. To je efekt prelamanja talasa. Brzina zvuka se povećava sa tempertaturom. Naveče se teren hladi brže nego li vazduh iznad njega. Kao rezultat, zvuk napušta teren i putujući naviše prelama se naniže, što dovodi do većih rastojanja čujnosti tipičnih za veće. Ujutru je obično vazduh hladniji gore a topliji dole. Zvuk se prelama naviše, pa zvuk iz daljine ne dopire do osobe na terenu. Prelamanje stoga podrezumeva da su jutra tiha, a naveče možemo čuti zvukove iz veće daljine. Slonovi koriste ovu situaciju sa zvukom tokom večeri za komuniciranje na daljinama većim od 10 km. (Oni koriste za komunikaciju takođe i zvučne talase u zemlji, ali to je neka druga priča.)

* * *

Prelamanje takođe podrazumeva da u postoji kanal zvuka u okeanu i u atmosferi. Brzina zvuka se povećava sa porastom temperature, a povećava se i sa porastom pritiska. Na dubini okeana od 1 km, ili na visini od 13 do 17 km u atmosferi (to jest na vrhu najtanjih oblaka kumulonimbusa ili slično, u sredini ozonskog sloja) zvuk ima ***najmanju*** brzinu. Kao posledica toga zvuk koji počinje sa tog nivoa i pokušava da ga napusti, kanalisan je nazad u njega. Kitovi koriste ***kanale zvuka*** za komuniciranje međusobom lepim pesmama; ove pesme mogu da se nađu snimljene na internetu. (***Izazov 524e***). Vojska uspešno koristi mikrofone postavljene u kanalima zvuka u okeanima da bi otkrila podmornice, a mikrofone na balonima u atmosferi da bi čula nuklearne eksplozije. (***Ref. 231***). (Ustvari, eksperimenti sa zvukom koje sprovodi vojska glavni su razlog zašto su kitovi zaglušeni i gube svoju orijentaciju i nasuču se na obale. Slični eksperimenti u vazduhu sa balonima na velikim visinama često se pomešaju sa letećim tanjirima, kao u slučaju poznatog incidenta u Rosvelu.)

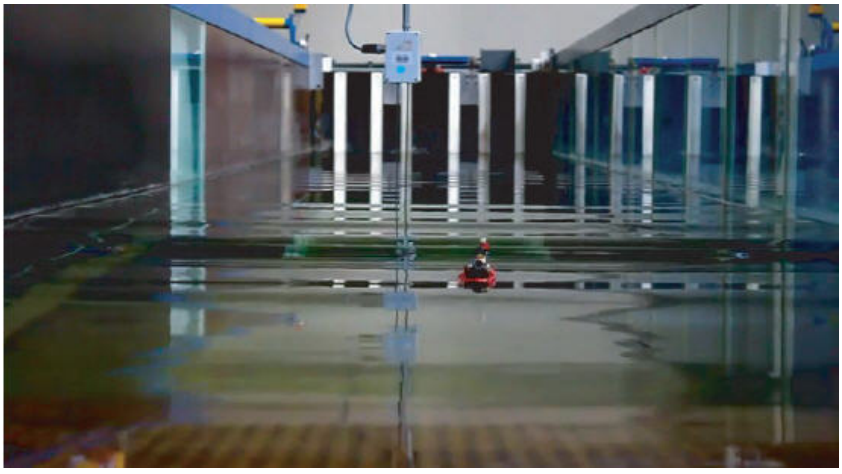
* * *

Takođe i manje životinje komuniciraju pomoću zvučnih talasa. (***Ref. 232***). Godine 2003. otkriveno je da haringe komuniciraju koristeći zvukove koje proizvode kada su u jatu. Kada prođe vetar, gas proizvodi zvuk koji kuca čiji spektar učestanosti dostiže do 20 kHz. Ovaj snimljeni zvuk se može čak čuti i na internetu. Detalji u komunikaciji, kao što je razlika između mužjaka i ženki, još uvek se istražuje. Moguće je da ove zvukove možda koriste i grabljivice da bi otkrile haringe, a moguće je da će se u budućnosti koristiti možda i na ribarskim brodovima.

* * *

Na uzburkanom moru beli vrhovi talasa imaju mnoge važne efekte. Šum potiče od finih eksplozija i implozija vodenih mehurića. Zvuk talasa na otvorenom moru je stoga zbir mnogih malih eksplozija. U isto vreme, beli vrhovi talasa su događaj u kojem more apsorbuje ugljen dioksid iz atmosfere, pa tume smanjuje globalno otopljavanje.

* * *



Slika 213 Veštački divlji talas – srazmeran – napravljen u rezervoaru vode (QuickTime film © Amin Chabchoub). Može se videti na veb strani www.youtube.com/watch?v=i9P2M94xSyc

Takozvani ***divlji talasi*** – takođe nazivani ***talasi čudovišta*** ili ***talasi nakaze***, usamljeni talasi na otvorenom moru sa visinom od preko 30 m, koji se pojavljuju iznenada između mnogo nižih talasa, bili su zagonetna pojava tokom decenija. Nikada nije bilo jasno da li se oni zaista pojavljuju. Jedino pojedine priče kapetana brodova i misteriozno potopljeni brodovi ukazivali su na njihovo postojanje. Konačno, od godine 1995. merenjima je potvrđeno njihovo postojanje. Jedan razlog za nepoverenje bio je da je nejasan mehanizam

njihovog nastajanja. Ali eksperimenti od 2010. godine proširili su razumevanje nelinearnih talasa na vodi. Ovi eksperimenti su pre svega potvrdili da pod idealnim uslovima talasi na vodi takođe ispoljavaju takozvana ***rešenja predaha*** ili nelinearno fokusiranje. Konačno, 2014. godine Čabhub i Fink (Chabchoub i Fink) uspeli su da pokažu, uz pametnu eksperimentalnu tehniku zasnovanu na osnovu vremena, da se nelinearno fokusiranje – uključujući divlje talase – može pojaviti u nepravilnim talasima na vodi sa mnogo manjom amplitudom. (***Ref. 233***). (Kako je Amin Čabhub objasnio, video dokaz liči na onaj prikazan na ***slici 213***.)

* * *

Zbog čega postoji mnogo malih rupa u tavanicama mnogih radnih prostorija? (***Izazov 525s***).

* * *

Koje fizičko opažanje određuje talasnu dužinu talasa na vodi koji se stvaraju kada se kamen baci u ribnjak? (***Izazov 526ny***).

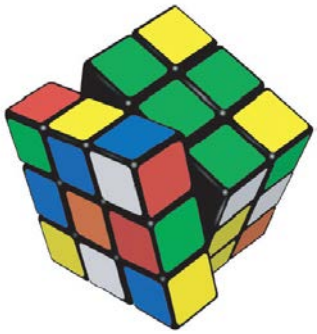
* * *

Jakov Pelerman je naveo sledećih četiri problema u svojoj zadivljujućoj knjizi problema. (***Ref 2***)

1. Kamen bačen u jezero pravi kružne talase. Kakav će oblik talasa načiniti ako se baci u reku, u kojoj voda teće? (***Izazov 527s***).
2. Da li je moguće napraviti leću za zvuk na isti način kakav je moguć za leću za svetlost? Kako bi ta leća izgledala? (***Izazov 528s***).
3. Kakav se to zvuk čuje iz školjke? (***Izazov 529s***).
4. Svetlosti je potrebno oko osam minuta da stigne od Sunca do Zemlje. Kakvu posledicu ovo ima za trenutak izlaska Sunca? (***Izazov 530s***).

* * *

Svaki student verovatno poznaje ***Rubikovu kocku***. Možete li ili ste već zaključili kako je Rubik napravio kocku bez gledanja u njenu unutrašnjost? Takođe i za kocke sa drugim brojem segmenata? Postoji li granica za broj segmenata? (***Izazov 531s***). Ove zagonetke su čak žilavije od traženja preuređenja kocke.



Slika 213 Rubikova kocka: složenost jednostavnih trodimenzionalnih pokreta (© Wikimedia).

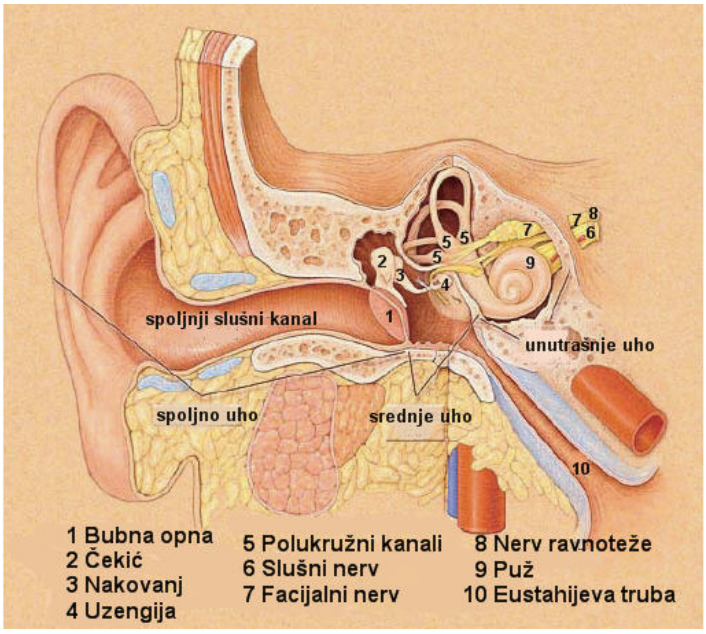
* * *

Zvuk osobe koja govori proizvodi tipično promene pritiska u uhu od 20 mPa. Kako je određena ova vrednost? (***Izazov 532ny***).

Uho je zaista osetljiv uređaj. Sada je poznato da u mnogim slučajevima kada morski sisari, kao što su kitovi, plivaju ka obali ima uzrok usled problema sa ušima: obično neki vojni uređaj (bilo sonar ili eksplozija) oštete njihove uši, tako da oni postanu gluvi i izgube orijentaciju.

* * *

Zbog čega je ljudsko uho, prikazano na ***slici 215***, toliko složeno? Spoljni deo, ***pina*** ili ***aurikola***, usmerava zvučni pritisak ka bubnoj opni; on pravi pojačanje od 3 dB. Bubna opna, je načinjena na takav način da stalno osciluje u osnovnom režimu, prema tome bez ijednog čvora. Bubna opna ima (veoma široku) rezonansu na 3 kHz, u oblasti u kojoj je uho najosetljivije. Bubna opna prenosi svoje kretanje u srednje uho, koristeći koščice (uzengiju, čekić i nakovanj). Ovaj mehanizam potom u srednjem uhu pretvara vazdušne talase u vodene talase, gde se oni otkrivaju. Efikasnost uz koju se ovo pretvaranje događa skoro je idealno; koristeći jezik teorije talasa, ove koščice su, pre svega, transformator impedanse. Zbog čega uho pretvara vadušne talase u vodene? Zbog toga što voda dopušta da detektor bude manji nego li za vazduh. Možete li objasniti zbog čega? (***Izazov 533ny***).



Slika 215 Ljudsko uho (© Northwestern University).

* * *

Infrazvuk, nečujan zvuk ispod 20 Hz, tema je istraživanja moderne fizike. U prirodi infrazvuk emituju zemljotresi, erupcije vulkana, vetar, grmljavine, vodopadi, pad meteorita i surfovanje. Kretanje glečera, podmorski zemljotresi, lavine i geomagnetne struje takođe emituju infrazvuk. Ljudske tvorevine, uključujući lansiranje raketa, saobraćaj, motori da unutrašnjim sagorevanjem i kompresori vazduha. (***Ref. 234***).

Poznato je da velika jačina infrazvuka može izazvati povraćanje ili smetnje u čulu za ravnotežu (140 dB ili više tokom 2 min), pa čak i smrt (170 dB tokom 10 min). Efekti manjih jačina na ljudsko zdravlje još su uvek nepoznati. Infrazvuk može da putuje nekoliko puta oko Zemlje pre no što zamre, kao što je 1883. godine pokazala eksplozija vulkana Krakatau. Pomoću savremenih detektora infrazvuka morski talas može biti otkriven na udaljenosti od nekoliko stotina kilometara. Morski talas izaziva neprestano "brujanje" zemljine kore na učestanosti između 3 i 7 mHz. ***Global Infrasound Netwotk*** koristi infrazvuk za otkrivanje nuklearnih eksplozija, zemljotresa, i erupcija vulkana, a može da izbroji i padove meteorita, Veoma retko se meteorit može čuti ljudskim uhom.

* * *

Metoda koja se koristi za utvrđivanje da li u signalu postoje sinusoidalni talasi, kao što je pokazano na ***slici 191***, naziva se Furijeova transformacija. Ona je važna širom nauke i tehnologoije. U 1980-im godinama postalo je popularno interesantno uopštavanje, nazvano ***transformacija elementarnog talasa***. Nasuprot Furijeovoj transformaciji, transformacija elementarnih talasa omogućava nam da lokalizujemo signale u vremenu. Transformacija elementarnih talasa koristi se za kompresovanje digitalno memorisanih slika na efikasan način, za dijagnostiku problema avionskih turbina i za mnoge druge primene. (***Ref. 235***).

* * *

Ako volite inženjerske zagonetke, evo jedne koja je još uvek otvorena. Kako se može napraviti robustan i efikasan sistem koji bi pretvarao energiju morskih talasa u električnu energiju? (***Izazov 534r***).

* * *

Ako vas interesuju talasi na okeanu, verovatni uživate u nauci ***okeanografija***. Za uvod u nju, pogledajte knjigu otvorenog koda ocean.tamu.edu/academics/resources/ocean-world/index.html

* * *

U našem opisu proširenog tela predpostavili smo da se svaka tačka na telu može pratiti posebno preko njenog kretanja. Da li je ova predpostavka opravdana? Šta bi se dogodilo ako nije? (***Izazov 535r***).

* * *

Poseban tip talasa je javlja u eksplozijama i nadzvučnim letovima: ***udarni talas***. U udarnom talasu gustina ili pritisak gasa menja se iznenada, na rastojanju od nekoliko mikrometara. Proučavanje udarnog talasa je polje istraživanja samo za sebe; udarni talas opisuje let metka, pucanj biča i efekte detonacije. Oko tela

koje se kreće nadzvučnom brzinom, zvučni talas obrazuje kupu, kao što pokazuje ***slika 216***. Kada kupa prođe pored posmatrača na terenu, kupa uzrokuje ***zvučni pucanj***. Manje je poznato da se pucanj može da se pojača. Ako avion ***ubrzava*** kroz zvučnu barijeru, izvesni posmatrači na tlu čuće dva pucnja, pa čak i takozvani super-pucanj, pošto kupa zbog promenljive brzine može da se superponira u nekim tačkana na zemlji. (***Ref. 236***). U suprotnosti sa normalnim zvučnim pucnjem kupe, super-pucanj može da uništi prozore, da ošteti bubnu opni i dovodi do trauma, podebno kod dece. Nažalost, njih redovno prave frustrirani piloti na različitim mestima na svetu.

* * *

Šta je zajedniščko za labuda koji pliva i brod? ***Brazda*** iza njih. Uprkos sličnosti, ova pojava nije ni u kakvom odnosu sa zvučnim pucnjem. Zapravo, ugao brazde je ***isti*** i za patku i za brod i on je ***nezavisan*** od brzine kojom se putuje i od veličine tela koje se kreće, pod uslovom da je voda dovoljno duboka.

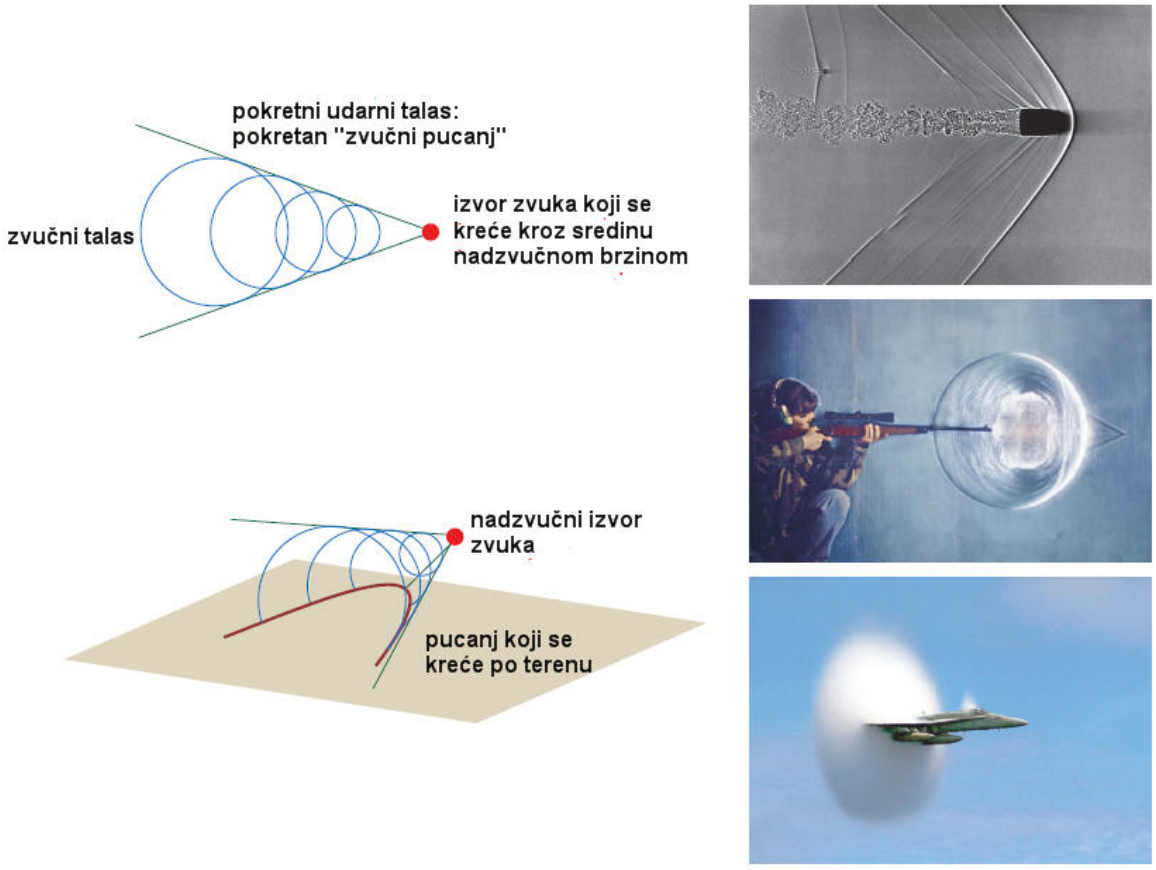
Kao što smo već objasnili, talasi na vodi u dubokoj vodi razlukuju se od zvučnih talasa: njihova brzina grupe je ***jedna polovina*** brzine faze. (***Strana 215***). (Možete li to da zaključite iz izraza za rasipanje $\omega = \sqrt{gk}$ između ugaone učestanosti i vektora talasa, koja važi za talase na dubokoj vodi?) (***Izazov 536e***).

Iz tog razloga je na grafiku prikazanom na ***slici 217***, prečnik svakog kruga talasa polovina udaljenosti od tačke O koju su upravo napustili do vrha A. Kao rezultat toga, polovina ugla na vrhu brazde iznosi:

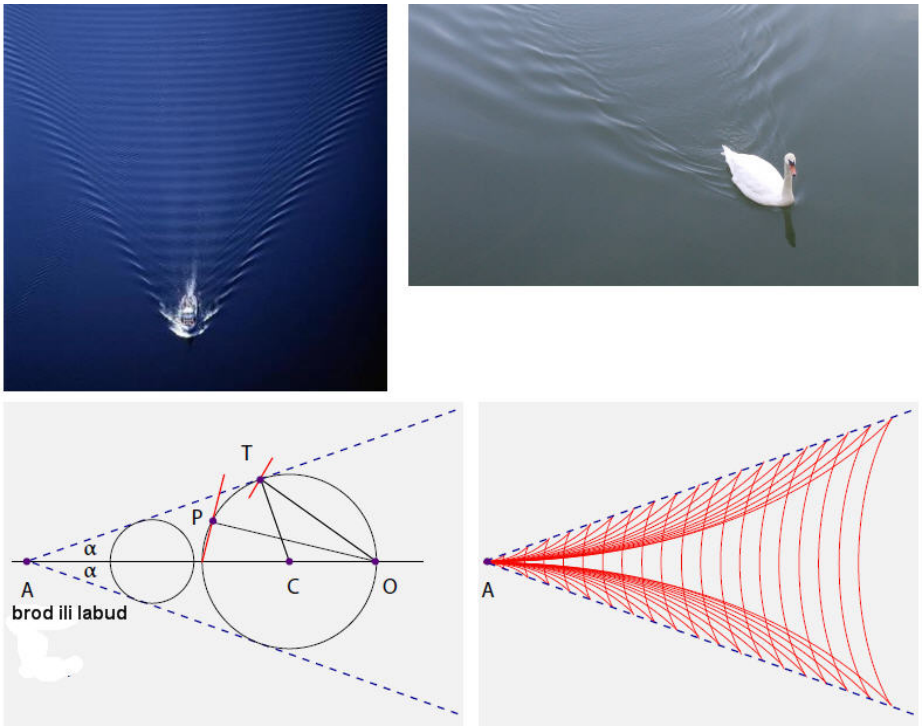
$$\sin\alpha = \frac{1}{3} \quad \text{što daje} \quad 2\alpha = 38{,}942° \tag{108}$$

Sa ***slike 217***, uz primenu jednostavne geometrije mogu se takođe zaključiti krive koje čine uzorak brazde. (***Ref. 237***).

Osnovno je da se zapazi da stalni ugao brazde važi samo za duboku vodu, odnosno, samo za vodu koja je mnogo dublja od talasne dužine posmatranog talasa: drugim rečima, za datu dubinu, brazda ima stalan oblik samo do maksimalne brzine izvora. Za veće brzine ugao brazde se smanjuje, a uzorak unutar brazde se menja



Slika 216 Udarni talas kojeg pravi telo u nadzvučnom kretanju dovodi do "zvučnog pucnja" koji se kreće kroz vazduh; on može da se vidi na Šlirenovoj fotografiji ili usled kondenzacije vlage (photo © Andrew Davidhazy, Gary Settles, NASA).



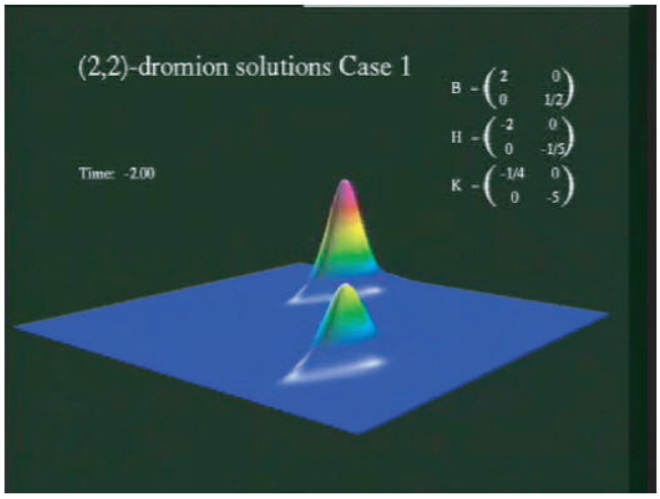
Slika 217 Brazde iza broda i iza labuda, i način na koji se može zaključiti oblik (photos © Wikimedia, Christopher Thorn).

* * *

Slepi miševi lete noću koristeći ***eholokator***. Delfini ga takođe koriste. Sonar, koji se koristi na ribarskim brodovima za traženje ribe, kopija je sistema delfina. Manje je poznato da i čovek ima istu sposobnost. (***Ref. 238***). Da liste ikada probali da nađete zid u potpuno zamračenoj sobi pomoću eha? Bićete začuđeni kako je to jednostavno moguće. Samo siknite glasno ili načinite zvižuk koji naglo prekinite i slušajte eho. (***Izazov 537e***). Bićete u stanju da odredite položaj zida ispred vas.

* * *

Ptice pevaju. Ako želite da ispitate kako se to događa. pogledajte impresivan rentgenski snimak koji se nalazi na veb strani www.indiana.edu/~songbird/multi/cineradiography_index.html.



Slika 218 Izračunato kretanje dromiona preko dvodimenzionalne podloge (QuickTime film © Jarmo Hietarinta) Može se videti na veb strani www.youtube.com/watch?v=JD6MJ62MF20

* * *

Svaki soliton je jednodimenzionalne strukture. Da li postoji dvodimenzionalna analogija? Ovo pitanje stajalo je otvoreno više godina. Konačno, 1988. godine, Boiti, Leon, Martina i Pempneli našli su da neke jednakosti razvoja, takozvane Dejvi-Stjuartson jednakosti, mogu da umaju rešenja koja se nalaze u dve dimenzije. ***(Ref. 239).*** Ovi rezultati su bili uopšteni od strane Fokas i Santini, a kasnije su ih dalje uopštili Hietarinta i Hirota. Takva rešenja se danas nazivaju ***dromion***. Dromioni su ispupčenja koja se nalaze u dve

dimenzije i mogu da se kreću u nelinearnim sistemima bez nestajanja usled rasipanja. Jedan primer je prikazan na ***slici 218***. Međutim, do sada nijedno takvo rešenje nije opaženo u eksperimentima; to je ostala jedna od najvažnijih otvorenih eksperimentalnih zagonetki u nelinearnoj nauci.

* * *

Interesovanje za talase na vodi se nije izgubilo do današnjih dana. Najviše od svega, dvodimenzionalna rešenja za solitonske talase na vodi ostala su teme za istraživanje. Eksperimenti su jednostavni, ali je matematika komplikovana, a pitanja su zanimljiva. U dve dimenzije vrhovi talasa mogu imati čak oblik šestougaonog uzorka. Relevantna jednakost za plitke talase, uopštena jednakost Kortveg-de Vris za dve dimenzije, naziva se ***Kadomcev-Petviašvili*** jednakost. Ona dovodi do mnogih neuobičajenih talasa na vodi, uključujući knodialne talase, solitone i dromione, od kojih su neki prikazani na ***slici 219***. Pitanje da li postoje pravougaoni oblici još je otvoreno, a tačna jednakost i rešenje za talase duboke vode takođe su nepoznati.

Slika 219 Neobični talasi na plitkoj vodi: (1) u eksperimentalnom rezervoaru; (2) pri oluji u Severnoj Karolini; (3) skoro čisti knoidalni talasi u blizini Paname; (4 i 5) dva takva talasa prelaze Ile de Re (photo © Diane Henderson, Anonymous, Wikimedia).

Za vodu koja se kreće, talasi su još složeniji i pokazuju očigledne pojave, kao što je Doplerov efekt, i one nanje očigledne, kao što su šupljine i grebeni. Ukratko, čak i uobičajene pojave, kao što su talasi na vodi, još uvek su polje istraživanja. (***Ref. 240***).

* * *

Kako ton koji nastaje duvanjem preko grlića boce zavisi od dimenzija? (***Ref. 241***). Za boce koje su glomazne, učestanost *f*, takozvana ***rezonansa kavitacije***, nađeno je da zavisi od zapremine *V* boce: (***Izazov 538ny***)

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{VL}} \quad \text{odnosno} \quad f \sim \frac{1}{\sqrt{V}} \tag{109}$$

gde je: *c* brzina zvuka, *A* površina grlića boce i *L* dužina grlića boce. Da li se obrazac slaže sa vašim zapažanjima? (***Izazov 539e***) .

Zapravo, proizvodnja tona je složeno pitanje, tako da postoje specijalizovane knjige za ovu temu. (***Ref. 242***). Na primer, kada se prejako duva, saksofon proizvodi drugi harmonik, oktavu, dok klarinet proizvodi treći harmonik, kvintu (još preciznije: dvanaestinu). Zašto je ovo slučaj? Teorija je složena, ali je rezultat jednostavan: instrumenti kod kojih se poprečni presek povećava duž cevi, kao što su horna, truba, oboa ili saksofon, prejako duvanje daje oktavu. Za sve instrumente koji imaju (uglavnom) cilindričnu cev, efekt prejakog duvanja zavisi od mehanizma za proizvodnju zvuka. Prejako duvanje u flautu daje oktavu, ali u klarinetu do dvanaestine.

* * *

Mnogi akustični sistemi ne samo da proizvode harmonike, nego takođe i podharmonike. Postoji jednostavan način da posmatrate proizvodnju podharmonika: pevajte u kadi sa uhom postavljenim iznad vode. U zavisnosti od vazduha koji je ostao u vašim ušima, moći ćete da čujete podharmonike u sopstvenom glasu. Efekt je veoma poseban.

* * *

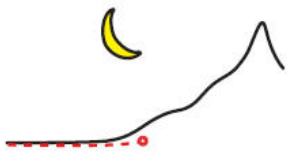
Poreklo zvuka pucketanja zglobova, na primer, zglobova prstiju, dobro je poznata zagonetka. Kako biste testirali pretpostavku da to nastaje zbog kavitacije? Šta biste vi uradili da biste to definitivno saznali? (***Izazov 540e***).

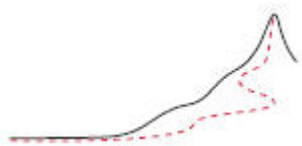
* * *

Među najimpresivnijim zvučnim iskustvima je izvođenje pevanja u kontratenoru, a još veće je pevanje ***muškog soprana***. Ako ikada budete imali priliku da čujete, ne propustite tu priliku.

ZAKLJIČAK O TALASIMA I OSCILACIJAMA

U prirodi, odvojeno od kretanja tela, zapažamo kretanje talasa ili grupe talasa, ili signala. Talasi imaju energiju, količinu kretanja i moment količine kretanja. Talasi mogu da imaju osobine interferencije, savijanja, prelamanja, rasipanja, prigušenja, a ako su transverzalni, mogu i da se polarišu. Oscilacije su poseban slučaj talasa; obično su to stojeći talasi. Usamljeni talasi, to jest talasi sa jednim vrhom, posebna su vrsta talasa.





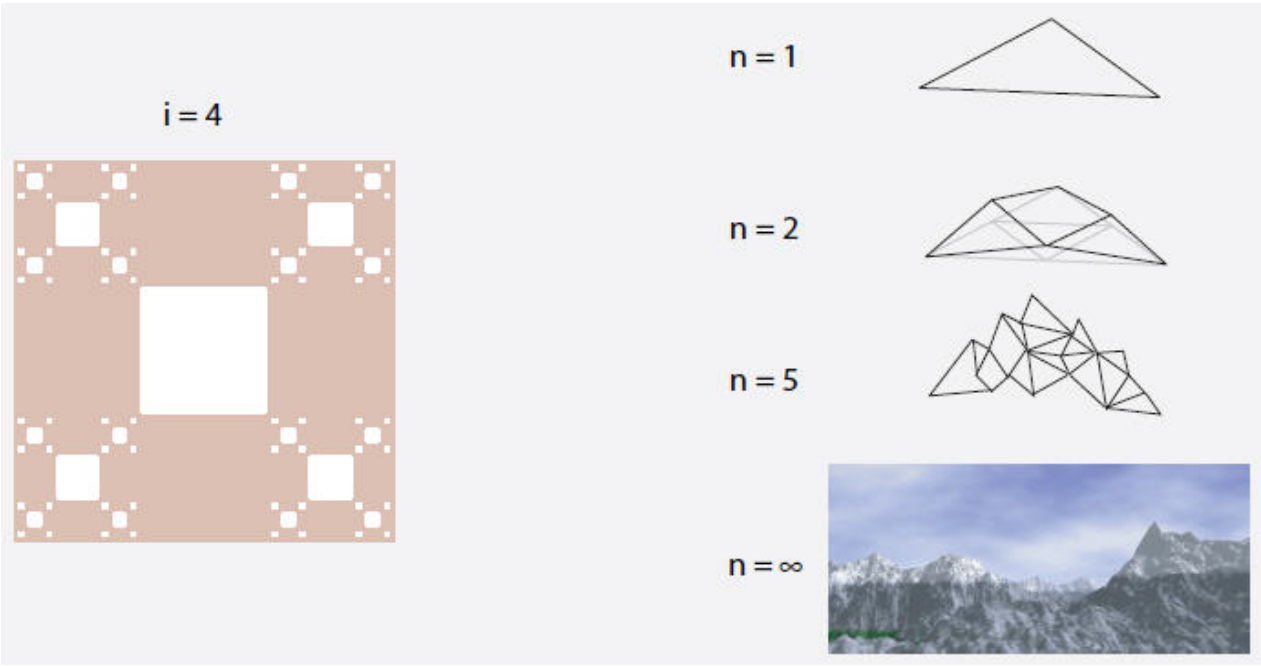
Poglavlje 11

POSTOJE LI PROŠIRENA TELA? – OGRANIČENJA NEPREKIDNOSTI

Upravo smo razmotrili kretanje proširenih tela. Zaključili smo da sva proširena tela, bilo čvrsta ili tečna, ispoljavaju talasno kretanje. Ali da li se proširena tela zapravo nalaze u prirodi? Sasvim je čudno, ali to pitanje je bilo jedno od pitanja o kojima se intenzivno raspravlja u fizici. Tokom vekova, ono se ponavljalo opet i opet, pri svakom poboljšanju opisa kretanja; odgovor se menjao od potvrdnog do odrečnog. Zbog davanja odgovora koje nije bilo politički ispravno mnogi mislioci su bili hapšeni, a mnogi su bili proganjani! Zapravo, ovo pitanje ponovo iskrsava u svakodnevnom životu.

PLANINE I FRAKTALI

Uvek kada se penjemo na planinu mi pratiimo obris njenog oblika. Već smo opisali ovaj obris kao zakrivljenu dvodimenzionalnu površinu. Ali da li je to tačno? Postoji i drugačija mogućnost. Jedna od najpopularnijih ideja je da su planine fraktalne površine. ***Fraktal*** je definisao Benoa Mandelbrot kao skup koji je sličan samom sebi pri prebrojivim, ali beskonačnim, vrednostima povećanja. Već smo se sreli sa fraktalnim linijama. (***strana 48***) Primer algoritma za izrsdu (proizvoljne) fraktalne ***površine*** prikazan je na desnoj strani ***slike 220***. On pravi oblike koji izgledaju veoma slično pravim planinama. (***Ref. 243***) Rezultat je toliko realističan da se on koristi u holivudskim filmovima. Ako bi ovaj opis bio tačan, planine bi bile proširene, ali ne neprekidne.



slika 220 Podovi (levo) i planine (desno) mogu da budu fraktali; za planine se ova približost koristi u računarskoj grafici. (image © Paul Martz).

Međutim planine mogu da bidu fraktali i druge vrste, kao što je prikazano ma levoj strani ***slike 220***. Površina planine može da ima beskonačno mnogo malih i manjih rupa. Zapravo, mogli bismo isto tako da zamislimo da je planina opisana preko trodimenzionalne verzije na levoj strani slike. Planina bi tada bila neka vrsta matematičkog švajcarskog sira. Da li možete da osmislite eksperiment da biste zaključili koji fraktal pruža ispravan opis za planinu? (***Izazov 541s***) Radi rešavanja ovog pitanja mi ćemo proučavati rebro čokolade, kosti, drveće i mehure sapunice.

MOŽE LI REBRO ČOKOLADE DA TRAJE ZAUVEK

Iz kapi vode logičar bi mogao da predvidi Atlantik ili Nijagaru

Artur Konan Dojl (Arthur Conan Doyle), *A Study in Scarlet*

Svako dete zna kako rebro čokolade može da traje zauvek: da jede svakog dana polovinu onoga što je preostalo. Međutim, ova metoda funkcioniše jedino ako je materija nezavisna od srazmere. Drugim rečima, metoda funkcioniše ili ako je materija u ***fraktalima***, kao što bi to bilo za izolovan skup sačinilaca povećanja nezavisnog od srazmere, ili je ***neprekidna***, u kojem slučaju bi bila nezavisna od srazmere za bilo koji sačinilac povećanja. Koji se slučaj, ako ga ima, odnosi na prirodu?

Već smo sreli sa činjenicom (***strana 48***) da je pravljenje neprekidnosti problematična predpostavka: neprekidnost bi nam dopuštala, kako su to pokazali Banah i Tarski, da umnožavamo hranu ili bilo koju drugu materiju mudrim rasecanjem i ponovnim sastavljanjem. Neprekidnost bi omogućavla deci da jedu svakog dana ***istu*** količinu čokolade, a da se nikada ne kupi novo rebro. Materija prema tome nije neprekidna. fraktalna čokolada nije odbačena na ovaj način; ali ostali eksperimenti rešavaju ovo pitanje. Ustvari, zapažamo da istopljeni materijali ne zauzimaju veći prostor od onog kada su u čvrstom stanju. Isto tako zapažamo da se materijali ne sabijaju ni pod najvećim pritiskom. Stoga zaključujemo ponovo da materija nije fraktal. Pa kakva je onda njena struktura? Da bismo dobili predstavu o strukturi materije možemo uzeti tečnu čokoladu, ili čak malo ulja – koje je ionako glavni sastojak čokolade – i prosuti po velikoj površini. Na primer, možemo raširiti kap ulja po bari, u danu bez kiše i vetra; nije teško zapaziti koji deo vode je prekriven uljem, a koji nije. Malena kap ulja ne može da prekrije površinu veću od – možete li da predpostavite vrednost? (***Izazov 542s***) Površina prekrivena uljem i površina koja nije prekrivena razlikuju se po boji. Pokušaj da se i dalje raširi sloj ulja neminovno dovodi do ***raspada*** sloja. Dečja metoda da se produži uživanje u čokoladi prema tome neće funkcionisati zauvek: dolazi do iznenadnog kraja. Eksperiment sa uljem, koji se može izvesti i u kući, pokazuje da postoji ***minimalna*** debljina uljnog sloja, debljine oko 2 nm. Eksperiment pokazuje[1] da kod ulja postoji najmanja veličina. Ulje je sastavljeno od sićušnih elemenata. Da li isto važi i za ***sve*** materije?

SLUČAJ GALILEO GALILEJA

Posle svojih srednjih godina, Galilej (1564 – 1642) bio je prvi koji je tvrdio da su ***sve*** materije sastavljene od sićušnih delova, koje on nazvao ***piccolissimi quanti***, to jest, mnogobrojno malih. Danas se oni nazivaju ***atomi***. Međutim, Galilej je za ovu izjavu skupo platio.

Zapravo, tokom života, Galilej je bio na udaru iz dva razloga: zbog ideje o kretanju Zemlje i zbog svoje ideje o atomima.[2] Otkriće značajno za oba pitanja je zasluga velikog istoricara Pietra Redondija, saradnika drugog velikog istoričara, Pjera Kostabelija (Pierre Costabel). Jedna od tema Redondijevih istraživanja je istorijat procesa između Jezuita, koji su u to vreme branili pravoslavnu ideologiju, i Galleja i ostalih naučnika. Redondi je našao godine 1980. dokument iz onog vremena, od jednog potkazivača pod imenom G3, koji mu je omogućio da pokaže kako je presuda Galileju na doživotni zatvor zbog njegovog viđenja kretanja Zemlje, bila organizovana od strane njegovog prijatelja pape, kako bi ga ***zaštitio*** od sigurne smrtne kazne po drugom pitanju: atomi.

Galilej je branio gledište, objašnjavajući u kratkim detaljima, da pošto materije nije nezavisna od srazmere, ona mora biti sastavljena od "atoma" ili kako ih je on nazivao ***piccolissimi quqnti*** (***strana 246***). To je još uvek bila jeres, pošto su atomi materije suprotni centralnoj misli Katoličanstva da u euharistiji ***osetljivi***

[1] Eksperiment sa uljem popularizovali su Tompson i Kelvin nekoliko decenija posle Lošmitovog (Loschmidt) određivanja veličine molekula. Često se tvrdi da je eksperiment sa uljem prvi izveo Bendžamin Franklin, ali to je pogrešno. Franklin nije izmerio debljinu, a nije čak pitanje debljine ni uzeo u obzir. On jeste prosuo ulje u vodu, ali je propustio najvažniji zaključak kojeg bi mogao da izvuče iz toga. Čak ni geniji nisu baš sve otkrili.

[2] Da bi se dobio jasan uvid u materiju procesa u slučaju Galilej, posebno one koja interesuje fizičare. najbolji tekst je u izvrsnoj knjizi Pjetra Rerondija *Galileo eretico*, Einaudi, 1983., prevedene na engleski kao *Galileo Heretic*, Princeton University Press, 1987. Ona se može dobiti i na mnogim drugim jezicima; dopunjeno izdanje u koje su uključena novija otkrića pojavilo se 2004. godine. (Knjiga Galileo Heretic u pdf izdanju može da se čita na veb strani archive.org/details/galileoheretic00redo)

kvalitet hleba i vina postoji nezavisno od njihovih ***supstanci***. Rasprava između supstance i osetljivog kvaliteta, pokrenuta od Tome Akvinskog, najvažnija je da se shvati ***transsubstancijacija***, promena hleba i vina u ljudsko meso i krv, što je osnovno načelo katoličke vere. (***Ref. 244***) Ustvari, do današnjih dana pravim katolicima još uvek se ne dozvoljava da veruju u postojanje atoma, pošto ideja da je materija sastavljena od atoma je suprotna transsubstancijaciji. (Uzgred, protestantska vera obično ne podržava transsubstancijaciju, pa prema tome nema problema sa atomima.)

Slika 221 Širenje kapljice ulja od pola mikrolitre kapnuto iz mikropipete na 1 m^2 vode prekriveno tankim prahom likopodijuma. (© Wolfgang Rueckner).

U doba Galileja crkveni sudovi kažnjavali su smrtnom kaznom jeres, to jest, lična mišljenja koja odstupaju od pravoslavne teologije. Ali Galilej nije bio osuđen na smrt. Galileju je život spasao papa, osiguravši da pitanje transsubstancijacije ne bude tema suđenja, kao i da papska komisija, koju je vodio njegov nećak, Frančesko Barberini, organizuje sud Inkvizicije. Međutim, papa, koji je isto tako želeo da Galilej bude kažnjen, pošto je osećao da su njegove sopstvene ideje bile ismejane u Galilejevoj knjizi ***Il Dialogo***, a takođe i zbog napada na njegovu spoljnu politiku, nije mogao da zanemari ili potisne pitanje.

Kao rezultat toga, godine 1633. sedamdesetgodišnji Galileo je osuđen na kaznu zatvora, "posle pozivanja na ime Isusa Hrista", zbog "sumnje na jeres" (a samim tim ne i za jeres), pošto se nije povinovao ranijem obećanju da neće podučavati kako se Zemlja kreće. (***Ref. 245***) Zapravo, kretanje Zemlje je bilo u suprotnosti sa učenjem hrišćanskog Svetog pisma. Galilej je bio uveren da je ***istina*** određena posmatranjem, a Inkvizicija da je istina utvrđena u knjzi – dakle sama od sebe. U mnogim pismima koja je Galilej pisao tokom života on je izražavao svoje uverenje da opažena istina ne može da bude jeres. Suđenje mu je pokazalo suprotno: bio je prinuđen da izjavi da je u podučavanju o kretanju Zemlje grešio. (***Ref. 246***). Posle nekog vremena papa je umanjio zatvorsku kaznu na kućni zatvor.

Galilejeva osuda za kretanje Zemlje nije kraj priče. U godinama posle smrti Galileja, takođe je atomistika osuđivana tokom više suđenja protiv Galilejevih ideja i sledbenika tih ideja. Ali efekti ovih suđena nisu bili onakvi kakve je Inkvizicija planirala. Samo dvadest godina posle čuvenog suđenja, oko 1650. godine, svaki astronom na svetu bio je uveren kako se Zemlja kreće. A rezultat suđenja protiv atomizma bio je takav, da je krajem 17. veka, praktično svaki naučnik na svetu bio ubeđen da atomi postoje. Suđenja su ubrzala još jedan efekt: posle Galileja i Dekarta, centri naučnih istraživanja i inovacija izmestili su se iz katoličkih država, kakve su Italija i Francuska, u protestantske države. U ovima, kakva je Holandija, Engleska, Nemačka ili skandinavske države, Inkvizicija nije imala nikakvu moć. Ova izmeštanja osećaju se još i danas.

Tužna je priča da 1992. godine Katolička crkva nije ukinula Galilejevu presudu. Te godine je papa Jovan Pavle II održao govor o slučaju Galilej. Mnogo godina pre toga, on je tražio da stručna komisija preispita suđenje, pošto je želeo da izrazi svoje kajanje za ono što se dogodilo i želeo je da Galileja rehabilituje. Komisija je radila dvanaest godina. (***Ref. 248***). Međutim, biskup koji je predstavio konačan izveštaj bio je varalica: on je izbegao da citira rezultate stručne komisije, lažno navodeći stavove obeju stranaka na temu istine, lažno izjavljujući da su Galilejevi argumenti o kretanju Zemlje bili slabiji od onih crkvenih, lažno rezimirao protekle stavove crkve o kretanju Zemlje, izbegao da izjavi da zatvorske kazne nisu dobri

argumenti po pitanjima mišljenja ili jeresi, osigurao da rehabilitacija nije čak ni razmatrana i naravno, izbegao svako pominjanje transsubstancijacije. Na kraju ove borbe za prevlast, Galilej stoga ***nije*** bio rehabilitovan, nasuprot onome što je želeo papa, i nasuprot onome šta je izjavljivao za štampu u to vreme; papa je samo izjavio "da su greške načinile obe strane", a varalica je posle svega nagrađen unapređenjem.[1]

Ali i tu nije kraj priče. Dokumenti sa suđenja, koji su držani pod ključem dok Redondi nije načinio otkriće, zbog pape Jovana Pavla II bili su kasnije dostupni naučnicima. Godine 1999. to je dovelo do otkrivanja novog dokumenta pod nazivom EE 291, interno stručno mišljenje po pitanju atoma, napisano pre suđenja 1632. godine, nekoliko meseci pre početka procedure. (***Ref. 247***). Autor dokumenta došao je do zaključka da je Galilej zaista jeretik po pitanju atoma. Dokument samim tim dokazuje da je prikrivanje transsubstancijacije tokom suđenja Galileju, moralo biti sistematsko i temeljno, kako je zaključio Redondi. Zapravo, crkveni zvaničnici i Katolički katehizam brižljivo izbegavaju temu atoma čak i danas; možete potražiti veb stranu Vatikana www.vatican.va za mnoga mišljenja po tom pitanju.

Međutim, Galilej nije ni želeo da napadne transsubstancijaciju; želeo je da unapredi ideju o atomima. I uspeo je. Uprkos tome što je na suđenju osuđen na kaznu zatvora, Galilejeva poslednja knjiga ***Discorsi***, koju je napisao kao slep star čovek u kućnom pritvoru, obuhvatila je i raspravu o atomima, ili ***piccolissimi quanti***. Ironija istorije je da je danas kvantna teorija, kojoj je ime dao Maks Born, posle pojma kojeg je za atome koristio Galilej, postao najpreciznji opis prirode do sada. (***Vol. IV, strana 17***). Objasnimo kako je Galilej zaključio da je materija satavljena od atoma.

KOLIKO VISOKO MOGU DA SKOČE ŽIVOTINJE

Buva može da skoči u vis sto puta više od svoje veličine, dok čovek jedva do svoje sopstvene visine. (***Ref. 249***) U stvari, biološka proučavanja iskazuju jednostavno opažanje: većina životinja, u odnosu na sopstvenu veličinu, postižu skoro istu visinu skoka, naime između 0,8 i 2,2 m, bez obzira da li su ljudi, mačke, skakavci, majmuni, konji ili leopardi. Ovu činjenicu smo objasnili ranije. (***Strana 67***).

Na prvi pogled, ovo opažanje da su visine skakanja jednake, izgleda kao prost primer nezavisnosti od veličine. Ali pogledajmo malo detaljnije. Postoje neki interesantni izuzeci na obe strane opsega masa. Na strani malih objekata, grinje i ostali mali insekti ne mogu da postignu takvu visinu, pošto se, kao i svi mali objekti, sreću sa problemom otpora vazduha. Na strani velikih objekata, slonovi ne mogu da skoče do takve visine, pošto bi to dovelo do loma njihovih kostiju. A zbog čega se uopšte lome kosti?

Zbog čega su ljudi približno istih visina? Zbog čega ne postoje odrasle osobe visoke deset metara? Zbog čega ne postoje kopnene životinje veće od slona? Galilej je već dao odgovore. Kosti, od kojih su načinjeni ljudi i životinje, nebi dopuštale takve promene razmere, pošto bi se kosti džinova lomile pod težinom onoga što moraju da oržavaju. (Čovek koji bi porastao uz srazmeru 10 bio bi težak 1000 puta više, ali bi njegove kosti bile samo 100 puta deblje.) Ali zbog čega uopšte kosti imaju konačnu jačinu? Postoji samo jedno objašnjenje: zbog toga što se sastavni delovi kostiju spajaju jedni uz druge uz konačno privlačenje. Za razliku od kostiju, ***neprekidna*** materija – koja postoji samo u crtanim filmovima – uopšte nebi mogla da se prelomi, a ***fraktalna*** materija bi bila beskrajno lomljuva. Galilej je zaključio da se materija lomi pod konačnim otećenjem pošto je sastavljena od malih osnovnih sastojaka.

OBARANJE STABALA

Blage donje padine Planine Kretanja prekrivene su drvećem. Struktura drveća je fascinantna. Pogledajte njihovu visinu. Zbog čega drveće ima ograničenu visinu? Već u 16. veku je Galilej znao da nije moguće da se bezgranično poveća visina drveta: u nekoj tački drvo nebi bilo dovoljno snažno da podrži sopstvenu visinu. On je procenio da bi najveća visina bla oko 90 m; stvarni rekord, koji mu je bio nepoznat u ono vreme, izgleda da bi bio 150 m za australijsko drvo ***Eucalyptus regnans***. Ali zbog čega uopšte postoji granica? Odgovor je isti kao za kosti: drveće ima konačnu jačinu pošto nije nezavisno od srazmere i pošto je sačinjeno od malih sastavnih delova, naime atoma.[2]

Zapravo, određivanje tačne vrednosti visine uključuje još ograničenja. Drvo ne sme da se prelomi usled jakih vetrova. Otpornost prema vetru ograničava odnos visine prema debljini *h/d* od oko 50, za drveće

[1] Ne treba da budemo isuviše ogorčeni: ovakve situacije se događaju svakog dana u mnogim komercijalnim kompanijama; mnogi zaposleni u industriji mogli bi da ispričaju slične priče.

[2] Postoji još jedan činilac ograničenja: stubovi vode unutar drveta ne smeju da se prekinu. Obe činjenice izgleda da doprinose sličnoj ograničenoj visini. (***Ref. 250)***

normalnih visina (za 0,2 m < d < 2 m). Možete li reći zašto? (***Izazov 543s***) Tanje drveće je ograničeno na visinu manju od 10 m zbog zahteva da se vrati u vertikalu pošto je bilo savijeno usled vetra (***Ref. 251***).

Takva proučavanja ograničenja u prirodi daju odgovor zbog čega su stabla sastavljena od drvene mase, a ne, na primer, od čelika. Možete li za sebe da proverite da je maksimalna visina stuba vode date mase određena odnosom E/ρ^2, to jest odnosom modula elastičnosti i kvadrata gustine mase. (***Izazov 544s***). Već duže vreme drvo je zapravo materijal za koji je ovaj odnos najveći. (***Ref. 252***). Tek nedavno du naučnici za materijale uspeli su da osmisle nešto sa boljom ovom srazmerom: kompozitna vlakana.

A zbog čega se uopšte lome materijali? Sva posmatranja daju isti odgovor i potvrđuju rasuđivanje Galileja: zato što u materijalima postoje najmanje veličine materijala. Na primer, tela pod opterećenjem pucaju na onom mestu gde je njihova jačina najmanja. Ako je telo sasvim homogeno ili kontinualno, ono nebi moglo da se pocepa; pukotina nebi nigde mogla da započne. Ako bi telo imalo fraktale, strukruru švajcarskog sira, pukotine bi imale gde da počnu, međutim, bilo bi dovoljno i najmanje opterećenje da ih započne.

MALE TVRDE LOPTE

Radije bih da znam uzrok jedne jedine stvari nego li da budem kralj Persije.

Demokrit

Precizna posmatranja pokazuju da materija nije ni neprekidna ni fraktalna: svaka materija je sastavljena od malih osnovnih sastojaka. Galilej, koji je zaključio da oni postoje kada je razmišljao o džinovima i drveću, nazvao ih je ***piccolissimi quanti***. Danas se nazivaju ***atomi***, u čast čuvene tvrdnje drevnih Grka. Zaista, pre 2500 godina Grci su postavili sledeće pitanje. Ako su kretanje i materija očuvani, kako mogu da postoje promene i transformacije? Škola filozofije Leokipa i Demokrita iz Abdere[1] proučavala je dva posebna opažanja uz posebne detalje. Oni su zapazili da se ***so rastvara u vodi***. Oni su takođe primetili da ***ribe mogu da plivaju u vodi.*** U prvom slučaju se zapremina vode ne povećava kada se so rastvori. U drugom slučaju, kada se ribe kreću napred, one moraju da potiskuju vodu u stranu. Leocip i Demokrit su zaključili da postoji samo jedno moguće objašnjenje koje zadovljava ova dva opažanja i da takođe miri očuvanje i treansformaciju: priroda je sastavljena od praznina i od malih, očuvanih nevidljivih delova.[2]

Ukratko, pošto je materija čvrsta, ima oblik i može da se deli, Leokip i Demokrit si zamislili da je ***sastavljena od atoma***. Atomi su čestice koje su čvrste, imaju oblik, ali su nevidljive. Grci su stoga zaključili da ***svaki*** primer kretanja, promene ili transformacije nastaje usled preraspoređivanja ovih čestica; promena i očuvanje su stoga izmireni.

Drugim rečima, Grci su zamišljali prirodu kao veliki Lego set. Lego delovi su pre svega svi čvrsti ili ***neprobojni***, odnosno odbojni na vrlo malim rastojanjima. Atomi prema tome objašnjavaju zbog čega čvrsta tela ne mogu mnogo da budu sabijena. Lego delovi se takođe ***privlače*** na malim rastojanjima. Oni ostaju međusobno spojeni. Time atomi objašnjavaju da postoje čvrsta tela. Konačno, Lego kocke na velikim rastojanjima ***nemaju interakciju***. Time atomi objašnjavaju postojanje gasova. (Zapravo, ono što su

---

[1] Leokip iz Eleje (Λευκιππος) (oko 490 do oko 430. pne), grčki filozof. Eleja je bio mali grad južno od Napulja. Nalazio se u Italiji, ali je pripadao Magna Graecia. Demokrit (Δεμοκριτος) iz Abdere (oko 460 do oko 356 ili 430. pne), takođe grčki filozof, bio je verovatno najveći filozof koji je ikada živeo. Zajedno sa svojim učiteljem Leokipom, bio je utemeljivač teorije atoma; Demokrit je bio veoma obožavan filozof i savremenik je Sokrata. Platon, koji je bio tašt, nikada ga nije ni pomenuo, pošto je Demokrit bio opasnost za njegovu slavu. Demokrit je napisao mnogo knjiga koje su sve izgubljene; nisu bile ni prepisane tokom Srednjeg veka zbog njegovog naučnog i racionalnog pogleda na svet, koja su je bila opasnost po religiozne fanatike, a koji su imali monopol u radionicama za prepisivanje. U današnje veme postala je uobičajena tvrdnja – netačna – da Demokrit nije imao dokaz za postojanje atoma. To je tipičan primer neobaveštenosti potpomognute time da se osećamo nadmoćno u odnosu na antiku.

[2] Priču je ispričao Lukrecije, punim imenom Tit Lukrecije Kar (Titus Lucretius Carus) u čuvenom tekstu ***De rerum natura***, oko 60.g. pne. (Prevod na engleski može se naći na www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Lucr.+1.1.) Lukrecije je dao mnogo drugih dokaza; u Knjizi1, on je pokazao da postoji vakuum u čvrstim telima – što dokazuju poroznost i razlike gustine – i u gasovima – što dokazuje vetar. On je pokazao da mirisi potiču usled čestica, i isto to u isparavanju. (Možete li da nađete još dokaza?). (***Izazov 545ny***). On je takođe objasnio da čestice ne mogu da se vide zbog svojih malih dimenzija, ali da se njihovo delovanje može osetiti i da one omogućavaju da se dosledno objasne sva opažanja. Posebno, ako zamislimo čestice kao male lopte, ne možemo izbeći da to ne nazovemo tipično muškom idejom. (Kakav bi bio ženski pristup?) (***Izazov 546d***)

Grci nazivali "atomi" delimično odgovara onome što danas nazivamo "molekuli". Ovaj poslednji pojam je uveo Amadeo Avogadro[1] 1811. godine radi razjašnjenja razlike. Ali na trenutak mi ćemo zaboraviti ovaj detalj.)

Pošto su atomi nevidljivi, proteklo je mnogo godina pre no što su se naučnici uverili kroz eksperimente koji su pokazali njihovo postojanje. U 19. veku ideja o atomima je izvanredno potvrđena velikim brojem eksperimenata, kakvi su otkrića "zakona" u hemiji i oni o ponašanju gasa. (***Strana 280***) Mi ćemo ukratko istražiti one najinteresantnije.

ZVUK TIŠINE

Penjući se strminama Planine Kretanja, stigli smo u područje šuma prekrivenih dubokim snegom. Zastaćemo na trenutak i pogledati oko sebe. Već je mračno; sve životinje spavaju; nema vetra i stoga nema izvora zvuka. Stali smo mirno, bez disanja i slušamo tišinu. (Takav doživljaj imamo takođe u muzičkom studiju kao što je onaj za snimanje muzike, ili noću u tihoj spavaćoj sobi.) U situaciji kada je potpuna tišina uho postaje automatski osetljivije[2]; tada imamo čudan doživljaj. Čujemo dva zvuka, jednog sa niskim tonovima i drugog sa visokim, koji se očigledno proizvode u našim ušima. Eksperimenti su pokazali da visoki tonovi nastaju usled aktivnosti nervnih ćelija u unutrašnjem uhu. Nisli tonovi su usled pulsitanja protoka krvi kroz glavu. Ali zašto uopšte čujemo tonove?

Mnogi slični eksperimenti merenjem potvrđuju da ma šta da radimo, nikada ne možemo da eliminišemo buku, to jest, nasumične oscilacije. Ovaj nezaobilazni tip nasumičnih oscilacija u fizici se naziva ***zrnasti šum***. Statističke osobine ovog tipa šuma zapravo tačno odgovaraju onome što bismo očekivali ako bi tok, umesto kretanja kontinuirane materije, prenosio veliki broj jednakih, malih i odvojenih subjekata. Prema tome, tačno merenje šuma može biti iskorišćeno da se pokaže da su vazduh i tečnosti sastavljeni od molekula, da je električna struja sačinjena od elektrona i da je svetlost sačinjena od fotona. U tom smislu, zvuk tišine je zvuk atoma. Zrnasti šum nebi postojao ako bi materija bila kontinualna ili fraktalna.

KAKO UZETI U OBZIR ONO ŠTO SE NE VIDI?

U svakodnevnom životu atomi se ne mogu izimati u obzir, uglavnom zato što se ne mogu videti. Zanimljivo, napredak fizike dozvoljavao je da naučnici uprkos tome uzimaju atome u obzir. (***Ref. 253***) Kao što je pomenuto, mnoge od ovih metoda koriste merenje šuma.[3]

U fizici se pojam šuma ne koristi samo za zvučne efekte; on se koristi za ***svaki proces koji je nasumičan***. Najpoznatija vrsta šuma je Braunovo kretanje (***strana 280***), kretanje malih čestica, kao što je polen, koje plivaju u tečnosti. Ali male čestice koje padaju kroz vazduh, kao što su kapi žive ili čestice selena, i njihove oscilacije mogu da se posmatraju, na primer, uz pomoć protoka vazduha.

Ogledalo koje se zalepi na vlakno kvarca obešeno u vazduhu, posebno na niskom pritisku, nasumično, u malim iznosima, menja usmerenje usled sudara sa atomima vazduha. Nasumična promena usmerenja, opet jedna vrsta šuma, može da se prati preko odbijanja svetlosnog zraka sa ogledala i posmatranja svetlosne mrlje na većoj udaljeosti.

Isto tako su oblici šuma promene gustine, kritične opaloscencije i kritičnog mešanja tečnosti. Zapravo, promena gustine je važna kod formiranja boje neba, pošto su promene gustine molekula vazduha stvarno poreklo rasipanja svetlosti. Boja neba je zapravo posledica šuma.

Ispada da se ***svaka*** vrsta šuma može koristiti da se uzmu u obzir atomi. Razlog je taj što su svi šumovi u prirodi povezani sa prirodom čestica materije ili sa zračenjem. Zaista, sve pomenute metode korišćene su za prebrojavanje atoma i molekula i za određivanje njihove veličine. Pošto je boja neba efekt šuma, mogu se zaista prebrojati molekuli vazduha gledanjem u nebo.

---

[1] Amadeo Avogadro (1776. Torino, 1856. Torino), fizičar i hemičar, Po njemu je nazvan Avogadrov broj

[2] Ljudsko uho u najosetljivijem režimu može da otkrije promene pritiska već tako male kao što je 20 μPa, a bubna opna kretanja mala kao što je 11 pm

[3] Postoje i druge metode za uzimanje u obzir atoma, kao što su korišćenje elektrolize i određivanje naelektrisanja elektrona korišćenjem radioaktivnosti, rasipanje X-zraka ili određivanje Plankove konstante $\hbar$. Ostavićemo sve to na stranu, pošto ove metode zapravo ***prebrojavaju*** atome. One su mnogo preciznije, ali isto tako mnogo manje interesantne.

Rezultat ovih merenja je da ***mol*** materije – za svali gas, to jest količina materije koja se nalazi u ***22, 4*** litre tog gasa na standardnom pritisku – uvek sadrži isti broj atoma.

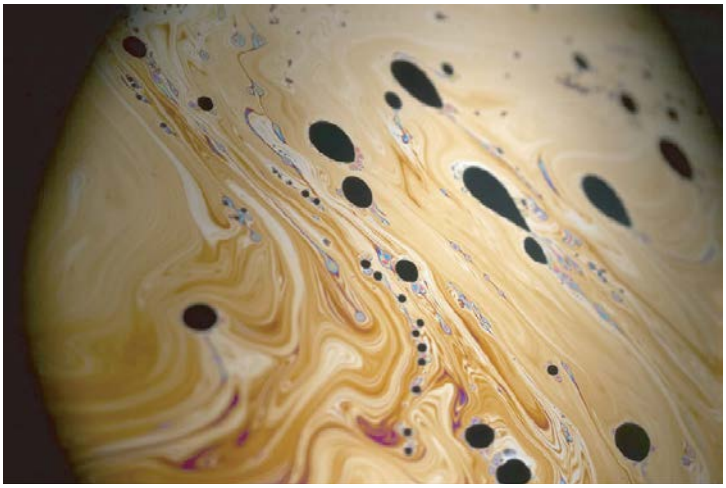
- Jedan ***mol*** sadrži $\boldsymbol{6{,}0\cdot 10^{23}}$ čestica

Ovaj broj se naziva ***Avogadrov broj***, u čast prvog čoveka koji je shvatio da jednake zapremine gasova imaju isti broj molekula, ili ***Lošmitov broj***, u čast prvog čoveka koji je to izmerio.[1] Sve metode kojima se određuje Avogadrov broj omogućavaju takođe da zaključimo da većina atoma ima veličinu u opsegu između 0,1 i 0,3 nm. Molekuli su sastavljeni od više takvih atoma i srazmerno su veći.

Kako je Jozef Lošmit (Johann Josef Loschmidt)[2] uspeo da prvi utvdi svoj i Avogadrov broj i da bude prvi koji je pouzdano odredio veličinu sastavnih delova materije? Lošmit je znao da je dinamički viskozitet gasa μ određen preko jednakosti $\mu = \rho lv/3$, gde je ρ gustina gasa, v prosečna brzina sastojaka, a l njihova srednja slobodna putanja. Uz Avogadrovo predviđanje (načinjeno 1811. godine bez određivanja bilo koje vrednosti) da zapremina V gasa uvek sadrži isti broj N sastojaka, ima se: $l = V/\sqrt{2\pi N\sigma^2}$ gde je σ poprečni presek sastojaka. (Poprečni presek je približno površina senke nekog objekta.) Lošmit je potom predpostavio da pošto je gas tečan, zapremina tečnosti jednaka je zbiru zapremina čestica. Potom je za živu izmerio sve prisutne veličine i odredio N. Prema tome, odredio je broj čestica u jednom molu materije, u jednom kubnom centimetru materije, a takođe u veličinu ovih čestica.

DOŽIVLJAVANJE ATOMA

Materija nije ni kontinualna ni fraktalna. Materija sadrži sićušne sastojke koji su karakteristične veličine, Možemo li da vidimo efekte pojedinih atoma ili molekula u svakodnevnom životu? Da, možemo. Treba samo da posmatramo mehur sapunice. Mehur sapunice ima boje. Ali tek pred samo pucanje, na gornjoj strani mehura, boje su prekinute malom providnom tačkom, kao što je pokazano na ***slici 222***. Zašto? Unutar mehura tečnost se sliva naniže, tako da vremenom mehur postaje sve deblji na donjoj, a sve tanji na gornjoj strani. Posle nekog vremena u nekoim delovima sva tečnost je otsutna, pa se u tim delovima mehur sastoji od samo dva sloja molekula sapunice.



Slika 222 Mehur sapunice pokazuje vidljiv uticaj veličine molekula: neposredno pre pucanja na mehuru se pojave male providne tačke (na slici su crne zbog pozadine). Ove tačke su delovi gde mehur ima debljinu od samo dva molekula, bez tečnosti između (© LordV).

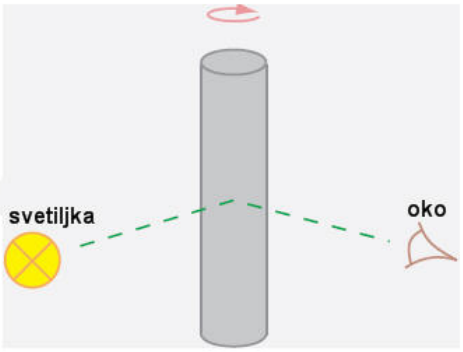
Zapravo, raspored molekula sapunice ili ulja na površini vode mogu da se iskoriste za određivanje Avogadrovog broja. To je bilo urađeno na mnoge genijalne načine, a dalo je jako tačne rezultate uz veoma jednostavna sredstva. (***Ref. 253***)

Jednostavan eksperiment koji pokazuje da čvrsta tela imaju male sastojke, prikazan je na ***slici 223***. Valjkasta šipka od čistog jednokristalnog aluminijuma ispojava iznenađujuću osobinu kada se osvetli sa strane: njena sjajnost zavisi od toga kako je šipka usmerena, premda je potpuno okrugla. Ova zavisnost od ugla nastaje zbog rasporeda atoma aluminijuma u šipki.

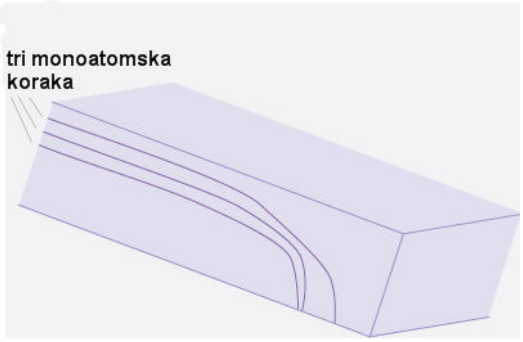
---

1 Pojam Lošmitov broj se ponekad takođe koristi da bi se naznačio broj molekula u 1 cm^3 gasa.

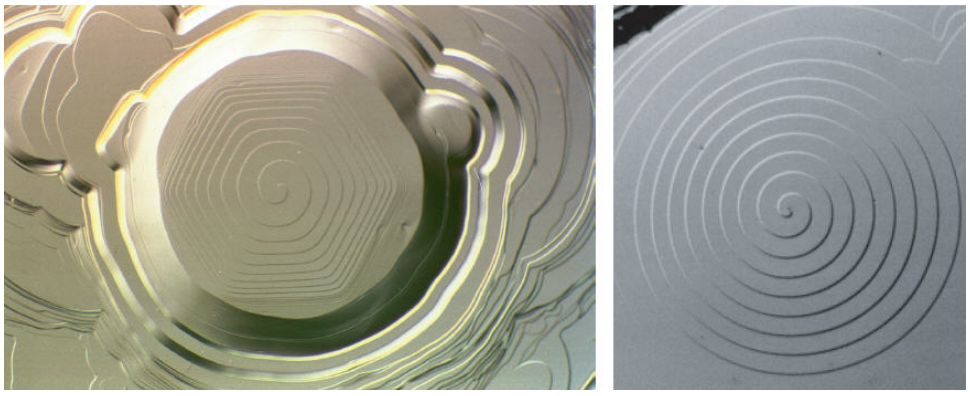
2 Jozef Lošmit (Johann Joseph Loschmidt, 1821. Putschirn – 1895. Vienna) bio je hemičar i fizičar.



Sika 223 Atomi postoje: obrtanje osvetljene potpuno okrugle šipke od jednokristalnog aluminijuma dovodi do promena sjajnosti zbog uticaja atoma



Slika 224 Stepenice atoma u prelomljenom kristalu galijum arsenida (pločica) mogu da se vide pod običnim mikroskopom



Slika 225 Efekt atoma: stepenice na jednokristalnoj površini – ovde je prikazan silicijum karbid koji prerasta u ugljenikov završan supstrat (levo) i silicijumov završen supstrat posmatrani pod običnim svetlosnim mikroskopom (© Dietmar Siche).

Nije teško da se potvrdi eksperimentom postojanje malih čestica u kristalima. Dovoljno je da se prelomi jedan kristal, kao što je pločica galijum arsenida. Površina preloma je ili sasvim glatka ili prikazuje male stepenice, kao što je prikazano na ***slici 224***. Ove stepenice su vidljive pod normalnim svetlosnim mikroskopom. (Zašto?) (***Izazov 547e***). Sličan efekt, prikazan na ***slici 225***, prikazuje grešku koja se pojavljuje pri rastu kristala. Pokazalo se da su sve visine takvih stepenica umnošci manje visine: njena vrednost je 0,2 nm. Postojanje ove manje visine odgovara visini jednog atoma, što je suprotno od nezavisnosti od srazmere u materiji.

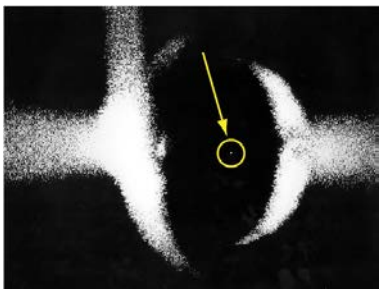
VIDLJIVI ATOMI

U današnje vreme, uz napredak tehnologije, mogu da se pojedinačni atomi vide, fotografišu, napravi hologram, prebroje, dodirnu, pomere, podignu, levitiraju i razbacuju okolo. (***Ref. 254***), (***Ref. 255***) Svi ovi postupci potvrđuju da atomi, kao i sve svakodnevne materije imaju masu, veličinu, oblik i boju. (***Ref. 256***) Pojedini atomi mogu čak da se koriste kao svetiljka i kao laser. Neki rezultati eksperimenata su prikazani na ***slici 226***, ***slici 227*** i ***slici 228***.

Grci su prirodu zamišljali sličnu Lego kockama. I zaista, mnoga savremeni istraživači u više disciplina zabavljaju se igrajući se atomima na isti način kako se deca igraju Lego kockama. Izvanredan prikaz ovih mogućnosti obezbeđen je sa višestrukim primenama atomskog mikroskopa. (***Ref. 257***). Ukoliko ikada budete imali priliku da ga koristite, nemojte je propustiti. Atomski mikroskop je jednostavan stoni uređaj koji prati površinu nekog objekta pomoću igle oštre kao atom;[1] ovakva igla, obično od volframa, jednostavno se izrađuje jednostavnim postupkom jetkanja. (***Ref, 258***). Promena visine igle duž njene putanje po površini, snima se pomoću odbijenog zraka svetlosti, kao što je prikazano na ***slici 229***. Uz malo

[1] Jeftinija verzija košta samo nekoliko hiljada evra, i omogućiće vam da proučavate razlike između silikonske oblande – kristalne, oblande od brašna – zrnasto-amorfne i osveštane hostije (katolički ekvavilent nafore u pravoslavlju,)

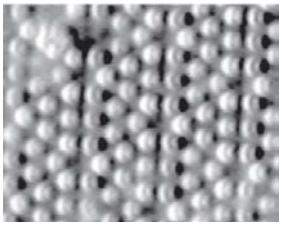
pažnje, atomi objekta mogu da se osete i da se posmatraju na ekranu računara. Posebnim vrstama ovakvih mikroskopa, igla može da se koristi za premeštanje jednog po jednog atoma na određeno mesto na površini. Isto tako je moguće da se snimi površina, pokupi određeni atom i baci ka masenom spektrometru kako bi se odredilo koje je vrste atom. (***Ref. 259***).



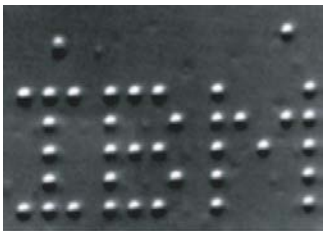
Slika 226 Usamljen jon barijuma levitira u Paulijevoj klopci (veličina slike oko 2 mm) u centru slike, vidljiv i golim okom u orginalnom eksperimentu izvedenom 1985. godine (© Werner Neuhauser).

Igrom slučaja, konstrukcija atomskog mikroskopa je samo mali napredak onog što je priroda već stvorila kod miliona; kada koristimo naše uši za slušanje, mi zapravo osećamo promene položaja bubne opne manje od 11 pm. Drugim rečima, mi svi imamo "atomski mikroskop" ugrađen u našim glavama.

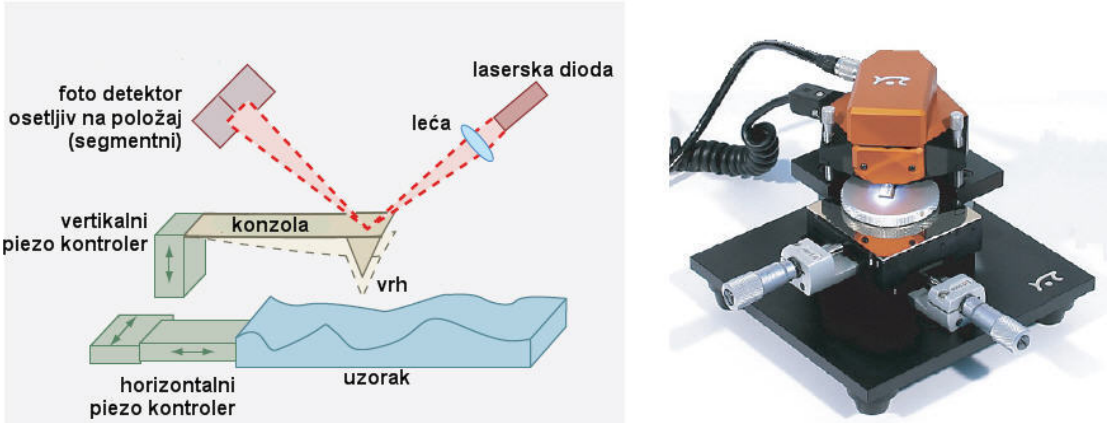
Zbog čega je korisno da znamo da je materija sastavljena od atoma? Zadavanjem samo ***veličine*** atoma, nebi bilo moguće da se zaključe ostale osobine materijala. Masa, gustina, modul elastičnosti, površinski napon, sačinilac toplotnog izduženja, toplota isparavanja, toplota fuzije, viskozitet, specifična toplota toplotno rasipanje i provodljivost toplote. Samo pokušajte. (***Izazov 548s***)



Slika 227 Atomi na površini kristala silicijuma, snimljeni atomskim mikroskopom (© Universität Augsburg)



Slika 228 Rezultat pomeranja atoma helijuma u metalnu strukturu. Oba efekta, kako snimanje tako i pomeranje izvedeno je uz pomoć atomskog mikroskopa (© IBM).



Slika 229 Princip rada i realizacija atomskog mikroskopa (photograph © Nanosurf)

ZANIMLJIMOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O ČVRSTIM TELIMA

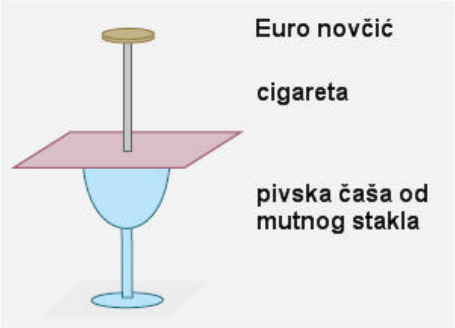
Staklo je čvrsta materija. Bez obzira na to mnogi udžbenici ukazuju da je staklo tečnost. Ova greška se proteže već skoro više od sto godina, a verovatno potiče od pogrešnog prevoda rečenice iz nemačkog udžbenika Gustava Tamana, ***Der Glaszustand***, objavljenog 1933. godine. Možete li da navedete najmanje tri razloga zbog kojih je staklo čvrsta materija a ne tečnost? (***Izazov 549s***)

* * *

Kolika je najveća dužina vertikalno obešene žice? Da li bi mogla žica da se proteže pričvršćena za geostacionarni satelit dole do Zemlje? (***Izazov 550s***) To bi značilo da je moguće ostvariti svemirski "lift". Koliko dug bi trebalo da bude kabel? Koliko bi bio težak? Kako bi se izgradio takav sistem? Sa kojim bismo se opasnostima susreli?

* * *

Fizika je često dobra i za dobijanje opklada. Pogledajte ***sliku 230*** da biste našli način da to ostvarite, autor Volfgang Stala



Slika 230 Kako biste mogli da premestite novčić u čašu bez dodirivanja bilo čega?

* * *

Materija je sastavljena od atoma. Tvrdoglav otpor mnogo ljudi ovoj ideji tokom vekova, doveo je do gubitka mnogih dragocenosti. Preko hiljadu godina ljudi su mislili da se orginalni biseri mogu razlikovati od lažnih tako što će se udariti čekićem: razbiće se samo lažni biseri. Međutim ***svi*** biseri su se lomili. (Isto tako se u toj situaciji lome i dijamanti.) Usled ovog verovanja, tokom predhodnih vekova, skoro svi predivni biseri na svetu bili su smrvljeni u komadiće.

* * *

Zabavne knjige imaju poteškoća u vezi pojma atoma. Može li Asteriks da baci Rimljanina u vis pomoću svoje pesnice? Da li su mogući precizni revolverski pogoci Taličnog Toma? Može li Spajdermenova struna da ga održi u njegovim njihanjima od zgrade do zgrade. Može li Ptica trkačica da se zaustavi iz trka u tri koraka? Može li Sunce na se zaustavi nebu po komandi? Mogu li svemirske letilice da lebde koristeći gorivo? Uzmite bilo kojeg heroja iz zabavnih knjiga i zapitajte se da li materija satavljena od atoma može da im omogući podvige za koje izgleda da je sposoban. (***Izazov 551e***) Utvrdićete da su mnogi crtani filmovi smešni upravo zbog predpostavke da materija nije načinjena od atoma, već da je neprekidna! U izvesnom smislu atomi čine život ozbiljnom pustolovinom.

* * *

Može li čovek da pokrene zemljotres? Da. Ustvari, čovek je pokrenuo nekoliko jačih zemljotresa. To se događalo kada su se jezera iza brana punila vodom, ili kada je voda ubrizgavana u bušotine. Isto tako je bilo navedeno da crpljenje duboke podzemne vode takođe uzrokuje zemljotrese. Ako ovo bude potvrđeno budućim istraživanjima, čovek je možda ***pokrenuo*** značajan deo svih zemljotresa. Ovde je jednostavno pitanje na ovu temu: šta bi se dogodilo ako bi milijarda Indusa, na komandu iz televizijskog programa, istovremeno skočila sa kuhinjskog stola na pod? (***Izazov 552s***).

* * *

Mnoge pećine imaju stalaktite. Oni se stvaraju pod dva uslova: voda koja kaplje sa tavanice mora da sadrži kalcijum karbonat, $CaCO_3$ i da razlika između koncentracije ugljendioksida u vodi i u vazduhu ima najmanju vrednost. Ako su ovi uslovi ispunjeni, krečnjačka sedra je deponovana i stalaktit može da se formira. Kako može vrh stalaktita koji raste naniže od tavanice da se razlikuje od vrha stalagmita koji raste od poda? (***Izazov 553s***) Da li takva razlika postoji i kod ledenica?

* * *

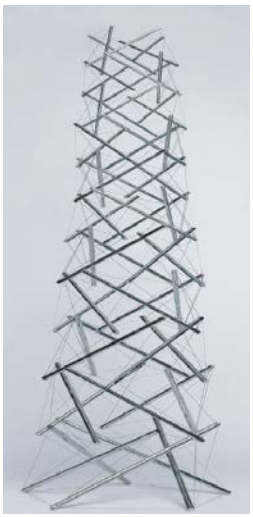
Fraktali ne postoje. Koja struktura im je najbliže slična? Jedan od kandidata su pluća. U njima se bronhije neprestano dele, između 26 i 28 puta. Svaki kraj stiže u jednu od 300 miliona alveola, šupljina od 0,25 mm u kojima se kiseonik apsorbuje u krv, a ugljendioksid je izbacuje u vazduh.

* * *

Koliko će veću težinu da pokazuje vaša vaga u kupatilu ako na njoj stojite u vakuumu? (***Izazov 554s***)

* * *

Jedno od najsloženijih proširenih tela je telo čoveka. U savremenim simulatorima za ponašanje ljudi u automobilskim udesima, najnapredniji modeli sadrže rebra, pršljene, sve ostale kosti i razne organe. Za svaki deo uzima se u obzir njihove specifične osobine izobličenja. Uz takve modele i simulacije može da se optimizira zaštita vozača i putnika u automobilu.



Slika 231 Kruta struktura u kojoj nijedan kruti deo nije spojen kruto za drugi (© Kenneth Snelson).

* * *

Ljudsko telo je značajne strukture. Ono je kruto i savitljivo, već kako zahteva situacija. Osim toga, većina krutih delova, kosti, nisu povezane sa drugim krutim delovima. Od pre nekoliko godina, umetnici i arhitekte počeli su da ispituju takve strukture. Kao primer takve strukture je toranj, prikazan na ***slici 231***. Ispada da su slične strukture – ponekad nazivane ***tensegriti*** strukture –dobar model, na primer, za ljudsku kičmu. Samo potražite na internetu još primera.

* * *

Najdublja rupa koja je ikad izbušena u Zemlju dubine je 12 km. Godine 2003. neko je predložio da se takva bušotina poveća, pa potom da se nalije sa milionima tona istopljenog gvožđa. Tvrdio je da bi gvožđe potonulo do centra Zemlje. Ako bi se merni uređaj sa komunikacijom uronio u gvožđe, mogao bi da šalje posmatranja na površinu koristeći zvučne talase. Možete li da date nekakav razlog zbog čega ovo nebi funkcionisalo (***Izazov 555s***)

* * *

Slika 232 Feritni čelik ima strukturu kocke sa centrom, kako je prikazano u poznatom Atomijumu u Briselu, deo kristala gvožđa povećan do visine od 100 m (fotografija i gradnja su © Asbl Atomium Vzw – SABAM Belgium 2007).

* * *

Ekonomska snaga nacije već dugo se povezuje sa njenim kapacitetom proizvodnje čelika visokog kvaliteta. Ustvari, industrijska revolucija je započela masovnom proizvodnjom čelika. Svaki naučnik bi trebalo da zna osnovne činjenice o čeliku. ***Čelik*** je legura gvožđa i ugljenika, u koju takođe mogu da se dodaju i drugi sastojci, uglavnom metali. Razlikuju se tri glavne grupe čelika, u zavisnosti od strukture kristala. ***Feritni čelici*** imaju strukturu kocke sa centrom u telu, kao što je prikazano na ***slici 232***, ***austenitni čelici*** imaju strukturu kocke sa centrom napred i ***martenzitni čelici*** imaju tetraedarsku strukturu sa centrom u telu. ***Tabela 41*** daje više detalja.

TABELA 41 Tipovi čelika, osobine i primene

Feritni čelik	**Austenitni čelik**	**Martenzitni čelik**
Odrednica		
"običan čelik	"meki" čelik	ojačan čelik, krt
struktura kocke sa centrom u telu	struktura kocke sa centrom napred	struktura tetraedra sa centrom u telu
gvožđe i ugljenik	gvožđe, hrom, nikl, mangan, ugljenik	ugljenični čelik i legure
Primeri		
konstrukcijski čelik	većinom nerđajući čelik (18/8 Cr/Ni)	oštrice noževa
čelični lim za auto industriju	kuhinjski elementi	površine za bušenje i rezanje
čelik za brodogradnju	prehrambena industrija	čelik za opruge, radilice motora
12% Cr nerđajući ferit	Cr/V čelik za nuklearne reaktore	
Osobine		
faze opisane faznom dijagramom gvožđe-ugljenik	faze opisane dijagramom Schaeffler-a	faze opisane dijagramom gvožđe-ugljenik i TTT dijagramom (time-temperature transfornation)
u ravnoteži na RT	neke legure u ravnoteži na RT	nisu u ravnoteži na RT, ali stabilni
mehaničke osobine i velićina zrna zavise od termičke obrade	mehaničke osobine i velićina zrna zavise od predhodne termo-mehaničke obrade	mehaničke osobine i velićina zrna strogo zavise od termičke obrade
očvršćava smanjenjem veličine zrna, kovanjem, povećanjem sadržaja ugljenika ili nitriranjem	očvrršćava samo hladnom obradom	svakako očvršćava – laserskim ozračivanjem, induktivnim zagrevanjem itd.
zrna ferita i perlita sa cementitom (Fe_3C)	zrna austenita	zrna martenzita
Feromagnetni	nemagnetni ili slabo magnetni	feromagnetni

* * *

Prosta pojava koja zahteva složeno objašnjenje je pucanje bičem. Još od eksperimentalnog rada Petera Krela bilo je poznato da bič puca kada vrh postigne ***dvostruku*** brzinu zvuka. (***Ref. 260***) Možete li da zamislite zbog čega? (***Izazov 556ny***)

* * *

Lanac za bicikl je proširenі objekt bez čvrstine. Međutim, ako je načinjen da se obrće brzo, on postiže dinamičku čvrstinu i može da se skotrlja naniže po nagnutoj ravni ili duž poda. Ovaj interesantan efekt možete videti na veb strani www.iwf.de/iwf/medien/infothek?Signatur=C+14825.

* * *

Mehanički uređaji nisu obuhvaćeni ovim tekstom. Postoje mnoga unapređenja u tom području čak i sada. Na primer, ljudi su pravili robote koji su mogli da voze monocikl. (***Ref. 261***) Međutim, čak i za ljude fizika vožnje monocikla nije jednostavna. (***Ref. 262***). Probajte; to je izvanrena vežba da ostanete mladi.

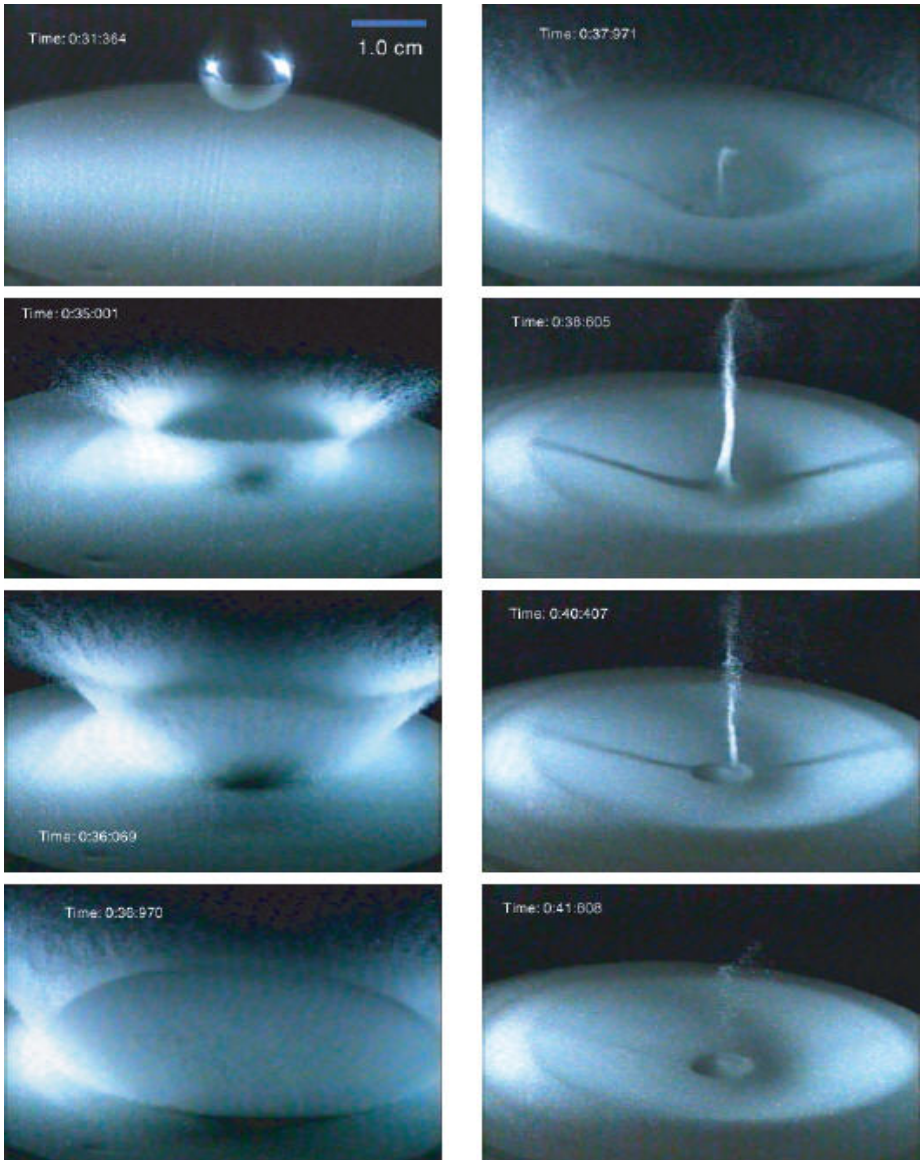
* * *

Postoji mnogo rasprava protiv postojanja atoma kao tvrdih loptica. Tompson-Kelvin ih je stavio u rečenicu: "monstruozna predpostavka o beskrajno jakim i beskrajno krutim delovima materije". (***Ref. 263***). Iako je Tompson bio krut u svom komentaru, atomi postoje. Zašto? (***Izazov 557s***)

* * *

Pesak ima više iznenađujućih načina kretanja, a nova otkrića se redovno događaju. Godine 2001. Sigurdur Thoroddsen i Army Shen otkrili su da čelična kugla koja padne na podlogu od peska proizvede, pošto

kugla uroni, ***zrnasti mlaz*** koji odskoči uvis iz peska. (***Ref. 264***). ***Slika 233*** prikazuje redosledne fotografije ovog efekta. Otkriće je uzrokovalo ceo tok naknadnih istraživanja.



Slika 233 Primer iznenađujućeg ponašanja peska: zrnasti mlaz (© Amy Shen).

* * *

Inženjering nije deo ovog teksta. Bez obzira na to, to je interesantna tema. Nekoliko primera šta inženjeri rade prikazano je na ***slici 234*** i ***slici 235***

Slika 234 Dometi savremenog inženjerstva: (levo) litografska mašina za izradu integralnih kola i (desno) mašina za izradu hartije (© ASML, Voith).

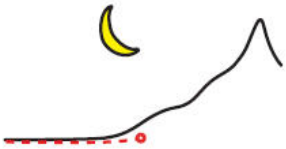
Slika 235 Ponekad neki neobičan pokretni objekt prelazi put u Nemačkoj (© RWE).

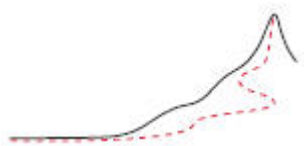
ZAKLJUČAK O ATOMIMA

Kao zaključak, materija nije nezavisna od srazmere: posebno. ona nije glatka (neprekidna) niti je fraktalna. Ne postoje proizvoljno mali delovi u materiji. Svakodnevna materija je sastavljena od prebrojivih sastojaka: svakodnevna materija je sastavljena od atoma. To je blo potvrđeno za sva čvrsta tela, za tečnosti i za gasove. Slike dobijene atomskim mikroskopom pokazuju da veličina i raspored atoma obrazuju ***oblik*** i ***proširenost*** objekta, potvrđujući model starih Grka kao Lego kocki. Različiti tipovi atoma, isto kao i njihove različite kombinacije, prave različite tipove supstanci.

Proučavanje materije uz više detalja – kao što ćemo učiniti kasnije – daće nam tada dobro poznatu misao da je materija, uz sve veća i veća povećavanja, sastavljena od molekula, atoma, atomskih jezgara, protona i neutrona i konačno, kvarkova. Atomi takođe sadrže i elektrone. Konačan tip materije, neutrini, opaženi su da dolaze sa Sunca i iz nekih tipova radioaktivnih materijala. Premda su osnovni elementi gradnje postali donekle manji u dvadesetom veku, to se ***neće*** događati u budućnsti. Osnovna ideja starih Grka ostaje; materija je sastavljena od najmanih subjekata, koji se danas nazivaju ***elementarne čestice.*** (***Vol. V, strana 195***). Pri usponu na planinu, u delu o kvantnoj teoriji, detaljno ćemo objasniti posledice. Kasnije ćemo otkriti da je diskretnost materije sama po sebi posledica postojanja najmanjih promena u prirodi.

Zbog postojanja atoma, opis svakodnevnih kretanja proširenih objekata može da se smanji na opis kretanja njihovih atoma. Kretanje atoma biće glavna tema na stranicama koje slede. Dve od ovih posledica su posebno važne: pritisak i toplota. Proučimo ih odmah.





Poglavlje 12

FLUIDI I NJIHOVA KRETANJA

Fluidi mogu da budu tečnosti ili gasovi, uključujući plazmu. Fluidi mogu da budu izuzetno zamršeni, kao što to pokazuje ***slika 236***. Zapravo kretanje fluida je tako uobičajeno – pomislite na disanje, protok krvi, ili na meteorološke uslove – njihovo istraživanje je vredno truda. (***Ref. 265***).

STANJE FLUIDA

Da se opiše kretanje znači da se opiše stanje sistema. Za većinu fluida, stanje u bilo kojem delu prostora, opisano je pomoću sastava, brzine, temperature i pritiska. Temperaturu ćemo istražiti u daljem tekstu. (***strana 275***). Ovde imamo nov opaženi pojam:

- ***Pritisak*** u nekoj tački fluida je sila na površinu koju telo zanemarljuve veličine oseća u toj tački.

Pritisak se meri barometrom ili sličnim instrumentom. Jedinica pritiska je paskal: 1 Pa je 1 N/m^2. Izbor pritisaka koji se mogu naći u prirodi dat je u ***Tabeli 42***.

Pritisak nije jednostavna osobina. Možete li objasniti paradoks sa ***slike 238***? Ako hidrostatički paradoks – efekt takozvan ***komunikacija veza*** – nebi važio, bilo bi lako da se napravi perpetuum mobile. Možete li da zamislite jedan primer? (***Izazov 559e***). Drugačija zagonetka je prikazana na ***slici 239***.

Vazduh ima znatan pritisak, reda 100 kPa. Kao rezultat toga, nije lako postignuti vakuum; zapravo, sile iz svakodnevnog života često su isuviše slabe da bi nadvladaje vakuum. Ovo je poznato već nekoliko vekova, kao što pokazuje ***slika 240***. Vaša omljena fizička laboratorija trebalo bi da ima vakuumsku pumpu i par (manjih) Magdenburških polulopti; uživajte dok izvodite eksperiment.

LAMINARAN I TURBULENTAN PROTOK

Kao i sva kretanja, kretanja fluida se pokoravaju očuvanju energije. U slučaju da se energija ne pretvara u toplotu, očuvanje energije je posebno jednostavno. Kretanje koje ne proizvodi toplotu je kretanje bez vrtloga; takvo kretanje fluida se neziva ***laminarno***. Ako osim toga brzina fluida ne tavisi od vremena u svim položajima, naziva se ***stacionarno***. Za kretanje koje je i laminarno i stacionarno, očuvanje energije može da se izrazi uz pomoć brzine v i pritiska p:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g h = \text{const} \qquad (110)$$

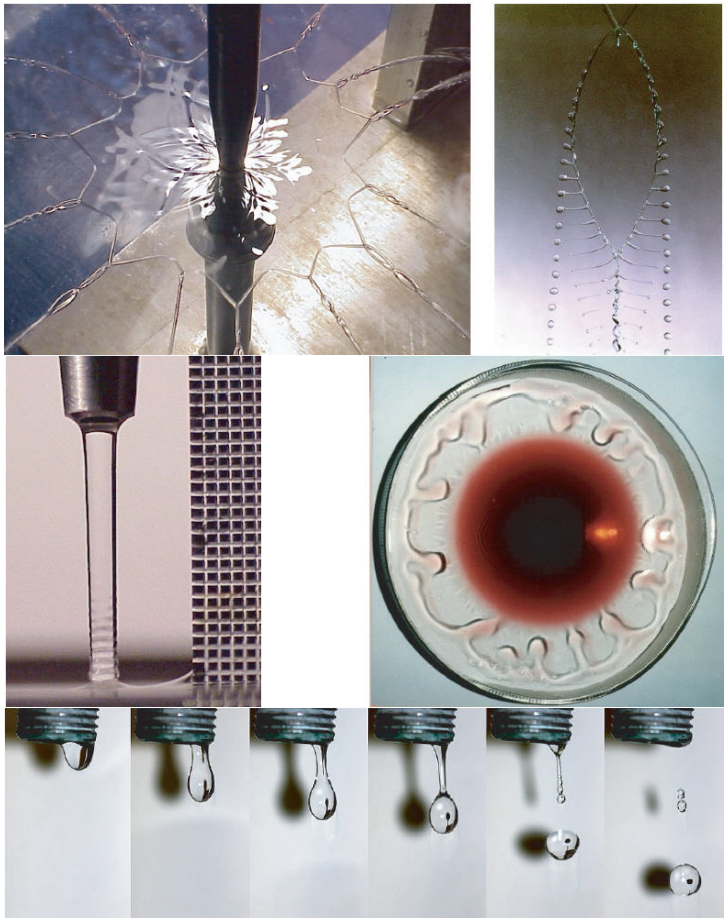
gde je h visina iznad terena. Ova jednakost se naziva Bernoulijeva jednakost.[1] U ovoj jednakosi je poslednji član bitan samo ako fluid povećava visinu u odnosu na tlo. Prvi član je kinetička energija (po zapremini) fluida, a druga dva člana su potencijalna energija (po zapremini). To je usled drugog načina da se definiše pritisak: (***Izazov 560e***)

- Pritisak je potencijalna energija po zapremini.

Očuvanje energije podrazumeva da što je pritisak niži, to brzina fluida postaje veća. Ova jednakost se može iskoristiti za merenje brzine stacionarnog protoka vode u cevi. Potrebno je samo suziti malo cev na jednom mestu duž cevi, pa izmeriti razliku pritisaka ispred suženja i u njemu. Brzina v na mestu udaljenom

[1] Daniel Bernoulli (1700. Groningen – 1782. Basel) značajan švajcarski matematičar i fizičar. Njegov otac i stric Jakob bili su čuveni matematičari, kao što su bila njegova braća i neki od njegovih rođaka. Danijel Bernouli je objavio mnogo matematičkih i fizičkih rezultata. U fizici je proučavao izdvajanje iz složenog kretanja pri translaciji i obrtanju. Godine 1738. objavio je ***Hidrodinamiku***, u kojoj je izveo sve rezultate iz jedinstvenog načela, naime očuvanja energije. Takozvana ***Bernoulijeva jednakost*** iskazuje da se (i kako) pritisak fluida smanjuje kada se brzina povećava. Proučavao je plime i mnogo drugih mehaničkih problema i objasnio Bojl-Mariotov "zakon" za gas. Zbog svojih objavljivanja dobio je deset puta nagradu Francuske Akademije Nauka – predhodnicu Nobelove nagrade.

od suženja je data kao: $v = k\sqrt{p_1 - p_2}$ (Šta je konstanta k?) (***Izazov 561s***). Uređaj koji koristi ovu metodu naziva se Venturijev instrument.



Slika 236 Primeri kretanja fluida: vertkalan mlaz vode udara u horizontalnu prepreku, dva mlaza mešavine voda-glicerol sudaraju se pod oštrim uglom, mlaz vode utiče u rezervoar i čaša s vinom ima suze (sve © John Bush, MIT) i voda kaplje iz slavine (© Andrew Davidhazy).

Ako geometrija sistema ostane ista, a poveća se brzina fluida – ili se poveća relativna brzina tela u fluidu – pri izvesnoj brzini opazićemo promenu: tečnost prestaje da bude bistra, protok nije više laminaran. Možemo zapaziti ovu promenu uvek kada otvaramo slavinu za vodu: pri izvesnoj brzini protok se menja iz lamimarnog u turbulentni. Od te tačke nadalje, Bernoulijev zakon ne važi.

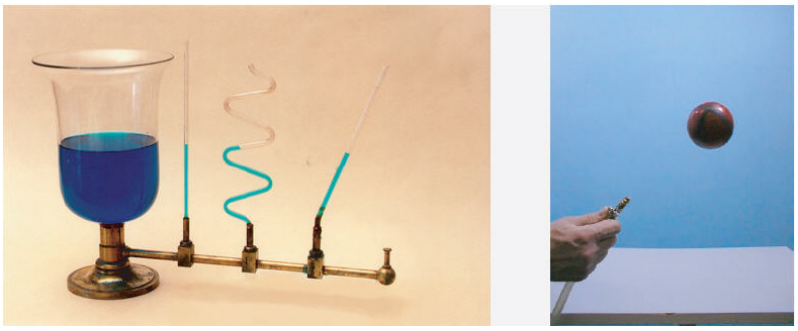
Slika 237 Daniel Bernoulli (1700–1782)

Opis turbulencije je možga najteži od svih problema u fizici. Kada su mladog Vernera Hajzenberga upitali da nastavi sa istraživanjem turbulencije, on je uzvratio – upravo tako – rekavši da je to isuviše teško, pa se okrenuo nečemu lakšem – i umesto toga otkrio i razvio kvantnu mehaniku. Turbulemcija je tako obimna tema, sa mnogo njenih pojmova koji nisu još ni utvrđeni, da uprkos velikom broju i važnosti njene primene, tek sada, na početku 21. veka, njene tajne počinju da se razotkrivaju. (***Ref. 268***).

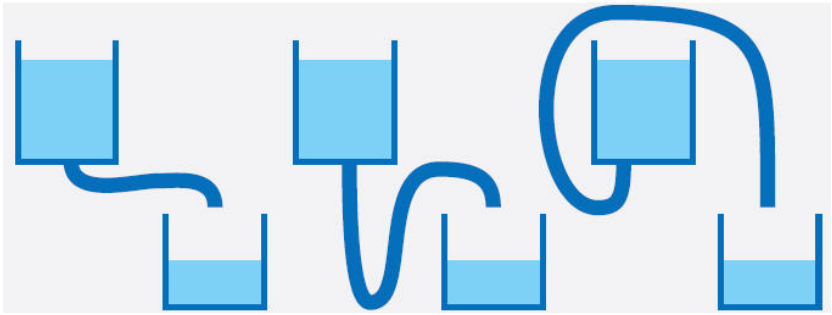
TABELA 42 Neke vrednosti izmerenih pritisaka

O p a ž a n j e	**P r i t i s a k**
Rekordan negativan pritisak izneren u vodi posle pažljive purifikacije (***Ref. 266***)	-140 MPa = -1400 bar
Negativan pritisak izmeren u soku stabla drveta (xylen) (***Ref. 267***), (***Ref. 251***)	do -10 MPa = -100 bar
Negativan pritisak u gasovima	ne postoji
Negativan pritisak u čvrstom telima	naziva se naprezanje
Rekordan vakuumski pritisak postignut u laboratoriji	10 pPa (10^{-13} torr)
Promene pritiska na pragu čujnosti	20 µPa
Promene pritiska na pragu bola čujnosti	100 Pa
Atmosferski pritisak u La Pazu, Bolivija	51 kPa
Atmosferski pritisak u putničkom avionu tokom leta	75 kPa
Vremenski srednja vrednost i grudnoj duplji čovečijeg tela	0,5 kPa 5 mbar ispod atm. prit.
Standardni atmosferski pritisak na nivou mora	101,325 kPa = 113,25 mbar
Arterijski krvni pritisak zdravog čoveka pri otkucajima srca: sistolik/diastolik	17 kPa/11 kPa iznad atm. prit.
Rekordan pritisak postignut u laboratoriji, upotrebom dijamantskog nakovnja	oko 200 GPa
Pritisak u centru Zemlje	oko 370(20) GPa
Pritisak u centru Sunca	oko 24 PPa
Pritisak u centru neutronske zvezde	oko $4 \cdot 10^{33}$ Pa
Plankov pritisak (najveći moguć pritisak u prirodi)	$4{,}6 \cdot 10^{113}$ Pa

Misli se da je jednakost kretanja koja opisuje fluide, takozvana ***jednakost Navier-Stoks***, dovoljna da se razume turbulencija.[1] Ali matematika koja je iza nje je nezamisliva. Postoji čak i nagrada u visini jednog miliona dolara koju nudi Klejov Matematički Institut za dovršavanje izvesnih koraka na putu da se jednakost reši.



Slika 338 Hidrostatički i hidrodinamički paradoks (© IFE).



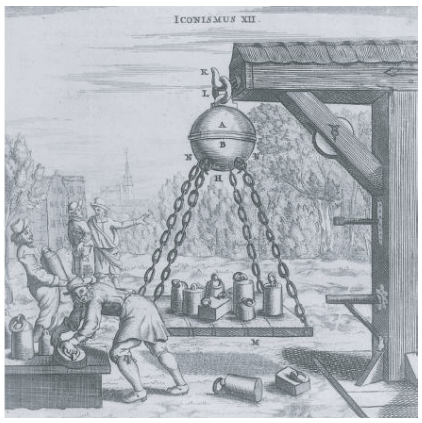
Slika 339 Zagonetka: koja je metoda najbrža za pražnjenje posude? Da li će metoda na slici desno uopšte moći da radi? (***Izazov 558s***).

Važni sistemi koji prikaziju istovremeno laminaran tok, virove i turbulencije, jesu jedra i krila (videti ***sliku 242***). Sva krila rade najbolje u laminarnom režimu. Suština krila je da protok vazduha deli na nižim brzinama uz što je moguće manju turbulenciju. (Cilj da se smanji turbulencija razlog je što su krila

[1] Nazvana je prema Klodu Navieru (Claude Navier. 1785. Dijon – 1836. Paris), značajnom inženjeru i konstruktoru mostova i Džordž Gabriel Stoksu (Georges Gabriel Stokes, 1819. Skreen – 1903. Cambridge), poznatom fizičaru i matematičaru.

zakrivljena. Ako bi motor bio dovoljno jak, ravno krilo bi takođe bilo funkcionalno. Jaka turbulencija je od velikog značaja za bezbedno sletanje). Opadajuća brzina vazduha koji zaostaje dovodi do centrifugalne sile koja deluje na vazduh koji prolazi preko krila. (***Ref. 269***). To dovodi do smanjenja pritiska, pa stoga podiže krilo. (Krilo se prema tome ne oslanja na jednakost Bernoulija, gde niži pritisak duž toka dovodi do veće brzine vazduha, kao što su na nesreću mnoge knjige govorile. Iznad krila je veća brzina povezana sa manjim pritiskom preko protoka.)

Različite brzine vazduha iznad i ispod krila dovode do stvaranja vrtloženja na kraju svih krila. Ovo vrtloženje je posebno važno pri poletanju bili kojeg insekta, ptice i aviona. Više detalja razmatraćemo kasnije. (***Vol. V, strana 209***).



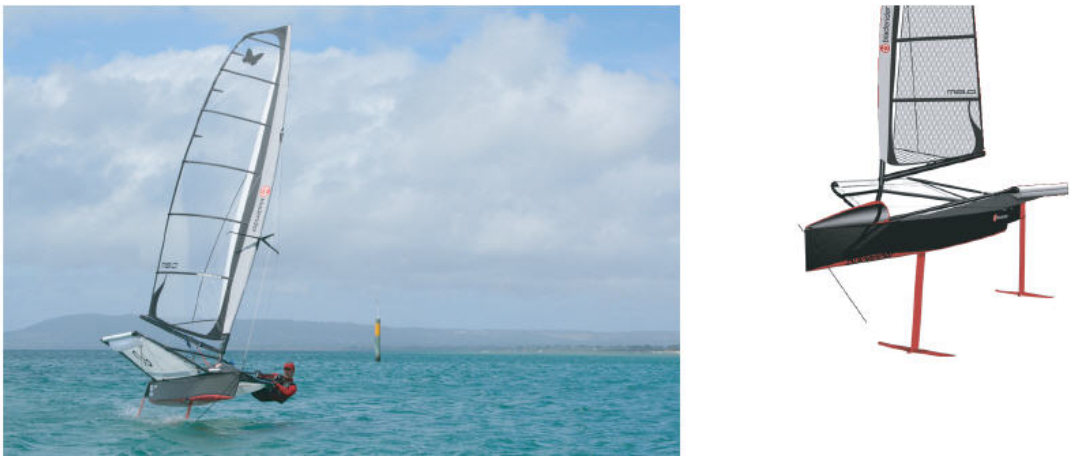
Slika 240 Vazdušni pritisak dovodi do iznenađujuće velikih sila, posebno za velike objekte koji sadrže vakuum. Ovo je redovno prikazivao u gradovima, od 1654. godine, Oto fon Gverik (Otto von Guericke) uz pomoć takozvanih Magdenburških polulopti, a pre svega raznim vakuumskim pumpama koji je izmislio. (© Deutsche Post, Otto-von-Guericke-Gesellschaft, Deutsche Fotothek).

slika 241 Levo: nestacionarno i stacionarno laminarno kretanje; desno: primer turbulentnog protoka. (© Martin Thum, Steve Butler

ATMOSFERA

Atmosfera je tanak omotač oko naše planete, kao što je prikazano na ***slici 243***, i održava nas u životu. Atmosferu čini $5 \cdot 10^{18}$ kg gasova koji okružuju Zemlju. Gustina se smanjuje sa visinom: 50% mase je ispod 5,6 km visine; 75% je unutar 11 km, 90% je unutar 16 km i 99,99997% je unutar 100 km.

Na nivou mora je gustina atmosfere 1,29 kg/m^3 – oko 1/800 gustine vode – a pritisak iznosi 101,3 kPa; obe veličine se smanjuju sa visinom. Sastav atmosfere na nivou mora dat je na ***strani 379***. Takođe se i sastav menja sa visinom, a on zavisi od meteoroloških uslova i nivoa zagađenosti.



Slika 242 Klasa jedrilice ***moljac***: plovilo od 30 kg koje jedri iznad vode koristeći ***hidrokrila***, to jest krila ispod vode (© Bladerider International).

Struktura atmosfere data je u ***Tabeli 43***. Atmosfera prestaje da se ponaša kao gas iznad termopauze, negde između 500 i 1000 km; iznad ove visine ne postoje više sudari atoma: Zapravo, mi bismo mogli da se raspravljamo da li atmosfera prestaje da se ponaša kao svakodnevni gas iznad 150 km, kada se usled male gustine atoma više ne prenosi nikakav čujni zvuk, čak ni onaj od 20 kHz.

Slika 233 Nekoliko slojeva atmosfere je vidljivo prilikom ovog zalaska Sunca, snimak je napravljen iz međunarodne svemirske stanice, koja se nalazi na visini od stotinu km (courtesy NASA).

FIZIKA KRVOTOKA I DISANJA

Kretanje fluida je od životnog značaja. Postoje najmanje četiri sistema cirkulacije u ljudskom telu. Najpre ***krv*** koja teče od srca kroz sistem krvotoka. Drugo, ***vazduh*** koji teče unutar pluća pod dejstvom dijafragme i drugih grudnih mišića. Treće, ***limfa*** koja teče kroz limfne sudove, pasivno pokretana mišićima tela. Četvrto, ***cerebralno-spinalni fluid*** teče u mozgu i kičmenoj moždini pokretan pokretima glave, Iz ovih razloga, lekari imaju jednostavnu izreku: svako oboljenje na kraju krajeva nastaje usled loše cirkulacije.

Zbog čega živa bića imaju sisteme cirkulacije. Cirkulacija je neophodna zbog toga što je difuzija isuviše spora. Možete li da detaljno ovo potvrdite? (***Izazov 562e***). Sada ćemo istražiti dva glavna sistema cirkulacije u ljudskom telu.

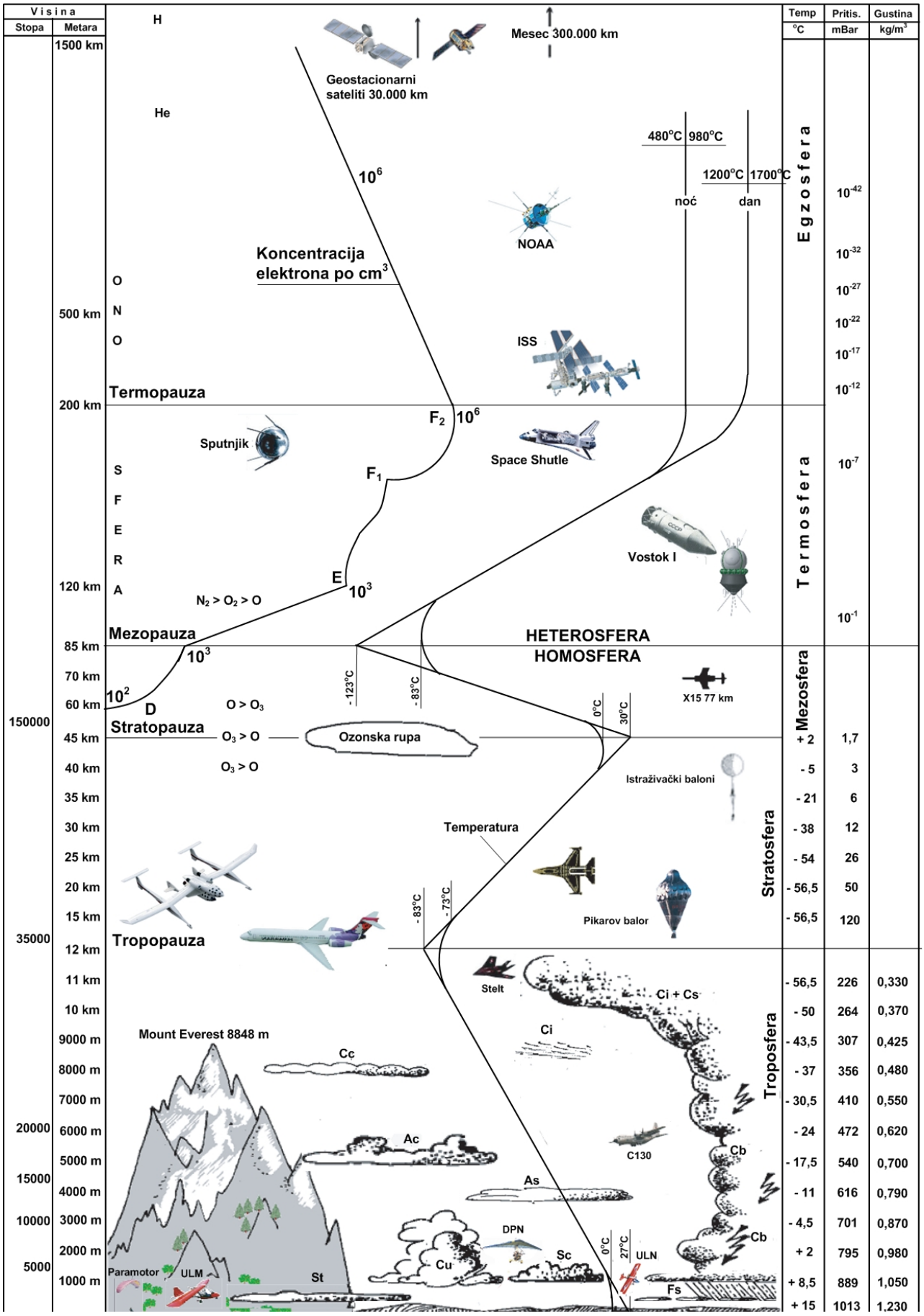
Krv nas održava u životu: ona prenosi većinu hemikalija neophodnih za naš metabolizam do različitih delova našeg tela i od njih. Protok krvi je uglavnom uvek laminaran; turbulence postoje uglavnom u

šupljinama vena. Srce pumpa oko 80 ml krvi sa svakim otkucajem, ili 5 l/min. Kada mirujemo, srčani mišić pri otkucaju troši oko 1,2 J. Potrošnja zavisi od veličine, obzirom da je dinamički viskozitet krvi u opsegu između $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ Pa s (3,5 veći od vode) i $1 \cdot 10^{-2}$ Pa s, u zavisnosti od prečnika krvnih sudova od onih najvećih do majmanjih kapilara. Brzina krvi je najveća u aorti, gde teče sa 0,5 m/s, a najmanja je u kapilarima gde je manja od 0,3 mm/s. Kao rezultat toga, supstance koje se injektiraju u ruku dolaze u stopala kasnije između 20 i 60 s.

Zapravo, sve životinje imaju sličnu brzinu cirkulacije krvi, obično između 0,2 m/s i 0,4 m/s, Zašto? (***Izazov 563ny***).

TABELA 43 Slojevi atmosfere

Sloj	**Visina**	**Detalji**
Egsosfera	> 500 do oko 10000 km	sastavljena uglavnom od vodonika i helijuma, uključujući ***magnetosferu***, temperature iznad 1000ºC, sadrži uglavnom veštačke satelite i neke fenomene aurore, uključujući, kao njem vrh, luminiscentnu ***geokoronu***.
Granica: ***termopauza*** ili ***egzobaza***	između 500 i 1000 km	iznad: nema "gasnih" osobina, nema sudara atoma; ispod: osobine gasa, trenje za satelite; visina zavisi od aktivnosti Sunca
Termosfera	od 85 km do termopauze	sastavljena od kiseonika, helijuma, vodonika i jona, temperature iznad 2500ºC, pritisak 1 do 10 µPa brzina infrazvuka oko 1000 m/s; ne prenosi zvuk iznad 20 kHz na visinama iznad 150 km; sadrži međunarodnu svemir-sku stanicu i više satelita; poznati su Sputnjik i Space shutle
Heterosfera	sve ispod termopauze	poseban pojam koji uključuje sve slojeve i pokazuje difuzno mešanje, to jest većinu termosfere i egzosfere
Granica: ***turbopauza*** ili ***homopauza***	100 km	granica između difuznog mešanja (iznad) i turbulentnog mešanja (ispod)
Homopauza	sve ispod turbopauze	poseban pojam koji uključuje donji deo termosfere i sve slojeve ispod nje.
Granica: ***mezopauza***	85 km	temperatura između -100ºC i -85ºC, najniže temperature na Zemlji; temperature zavise od godišnjih doba; sadrži jone, uključujući natrijumski nivo koji se koristi za izradu vodiča za zvezde u teleskopu
Mezosfera	od stratopauze do mezopauze	temperatura se smanjuje sa visinom, uglavnom vodonik, sadrži noćne svetleće oblake, duhove, vilenjake, jone; sagoreva većinu meteora, ispoljava atmosfersku plimu i cirkuliše od letnjeg ka zimskom polu
Jonosfera ili ***magnetosfera***	60 km do 1000 km	poseban pojam koji uključuje sve slojeve koji sadrže jone, prema tome egzosferu, termosferu i veliki deo mezosfere
Granica: ***stratopauza*** (ili mezotačka)	50 do 55 km	Maksimalna temperatura između stratosfere i mezosfere; pritisak oko 100 Pa, temperature -15º do -3ºC
Stratosfera	iznad stratopauze	slojevita, bez meteoroloških fenomena, temperatura se povećava sa visinom, suva, pokazuje kvazi-dvogodišnje oscilacije, sadrži ***ozonski sloj*** u donjih 20 km, sadrži avione i neke balone.
Granica: ***tropopauza***	6 do 9 km na polovima, 17 do 20 km na ekvatoru	temperatura -50ºC, nestao gradijent temperature, više nema vode
Troposfera	do tropopauze	sadrži vodu, pokazuje meteorološke pojave: ima života, planine i avioni, čini da zvezde trepere, temperatura se uglavnom smanjuje sa visinom, brzina zvuka u vazduhu je oko 340 m/s
Granica: ***planetarni granični sloj*** ili ***pelosfera***	0,2 do 2 km	deo troposfere koja je pod uticajem trenja sa površinom Zemlje; debljina zavisi od pejzaža i doba dana.

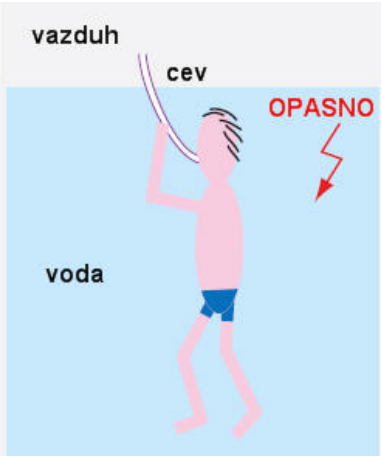


Slika 244 Glavni slojevi atmosfere (© Sebman81).

Da bi se postigla cirkulacija krvi, srce proizvodi (sistolni) pritisak od oko 16 kPa. što odgovara 1,6 m visine stuba krvi. Ovaj pritisak je potreban da bi srce potisnulo krv kroz mozak. Kada srce miruje, elastičnost arterija održava (diastolni) pritisak od oko 10 kPa. Ove vrednosti su izmerene na visini srca.[1] Vrednosti veoma variraju sa položajem i orijentacijim tela na kojem se mere; sistolni pritisak u stopalima osobe koja stoji dostiže 30 kPa, dok je kod osobe koja leži u stopalima pritisak 16 kPa. Pritisak u venama, kod osobe koja stoji iznosi 18 kPa, više nego što je sistolni pritisak srca, Visoka vrednost pritiska u stopalima i nogama je razlog pojave varikoze vena. Priroda koristi mnogo trikova kako bi se izbegao problem sa cirkulacijom u nogama. Vene u nogama čoveka imaju ***zaliske*** koji sprečavaju da krv teče naniže, žirafe imaju iz istog razloga veoma tanke noge sa jakom i tankom kožom. Isto se događa kod svih velikih životinja.

Na krajevima kapilara pritisak iznosi svega oko 2 kPa. Najniži pritisak krvi je izmeren u venama koje vode od glave ka srcu, u kojima pritisak može da bude i neznatno negativan. Zbog krvnog pritiska, kada pacijent dobija (intravenozno) ***infuziju***, kesa mora da bude na većoj visini od mesta gde je igla zabodena u telo; visina od 0,8 do 1 m ne uzrokuje nikakve probleme. (Ova razlika visina je potrebna i kada se vrši transfuzija krvi čovek-čovek.) Pošto je u arterijama krvni pritisak viši, za retke arterijske infuzije bolnice obično koriste arterijske pumpe, kako bi se izbegle nepraktične visine od 2 m i više.

Fizika disanja je podjednako interesantna. Ljudi ne mogu da dišu ispod vode na bilo kojoj dubini, čak i ako imaju cev koja izlazi iznad površine, kao što pokazuje ***slika 245***. Pokušaj disanja na nekoliko metara neizbežno je fatalan. Čak i na dubini od samo 50 cm ljudsko telo na takav način može da diše samo nekoliko minuta, a može da jako da ugrozi život. Zašto? (***Izazov 564s***).



Slika 245 Pažnja, ovo je opasno! Ako ovo pokušate vaša pluća će biti nepovratno oštećena, a može i da vas ubije

Unutar pluća razmena gasova u krvi vrši se u približno 300 miliona malih mehura, alveola, čiji je prečnik između 0,2 i 0,6 mm. Da bi se izbeglo da one velike rastu, a da male nestanu – kao na eksperimentu na ***slici 259*** – alveole su obložene fosfolipidnom površinom koja smanjuje njihov površinski pritisak. (***Strana 279***). Kod novorođenog deteta je mali poluprečnik alveole i nizak nivo površinske aktivne materije razlog da prvi udisaj, a često i ostali koji ga prate, zahtevaju mnogo energije

Samo za disanje potrebno nam je oko 2% naše energije. Brzina vazduha u grlu je 10 km/h pri normalnom disanju, ali kada kašljemo može da bude veća, kao što je 160 km/h. Protok vazduha kroz bronhije je turbulentan; zvuk može da se čuje u thom okruženju. Pri normalnom disanju mišići disanja, u grudnom košu i trbuhu, razmene 0,5 l vazduha; pri dubokom disanju ova zapremina može da dostigne 4 litre.

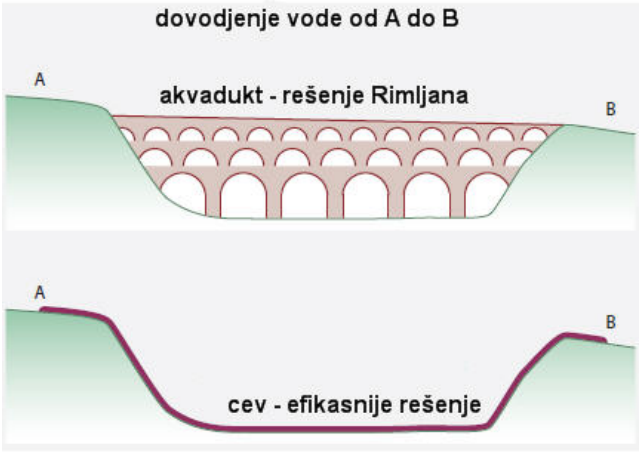
Disanje je posebno promenljivo u neuobičajenim situacijama. Posle ronjenja (scuba diving)[2] na veće dubine od nekoliko metara tokom više od nekoliko minuta, važno je da se sporo izronjava, kako bi se izbegao moguć fatalni embolizam. Zašto? (***Izazov 565e***). Isto se događa i učesnicima u letu balonima ili avionima, padobrancima velikih visina i kosmonautima

[1] Krvni pritisak meren na dve ruke takođe se razlikuje; za ljude koji se koriste desnom rukom pritisak u desnoj ruci je viši.

[2] U orginalu "scuba" je skraćenica za "Self-contained Underwater Breathing Apparatus". Glavni uređaj u njemu je "aqua lung" koji su izmislili Emil Ganjan (Emil Gagnan) i Žak Kusto (Jacques Cousteau); on održava pritisak vazduha stalno na istoj vrednosti koliki je i pritisak vode.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O FLUIDIMA

Šta se događa ako ljudi ne znaju pravila prirode? Odgovor je isti kao i pre 2000 godina: novac poreskih obveznika je uzalud trošen ili je zdravlje dovođeno u opasnost. Jedan od najstarijih primera, akvadukt iz doba Rimljana, prikazan je na ***slici 246***. On je postojao samo zbog toga što Rimljani nisu poznavali kako se kreču fluidi. Sada znate zašto nema više akvadukta.



Slika 246 Rasipanje novca zbog neznanja o kretanju fluida

* * *

Ali korišćenje 1 ili 2 m creva za vodu na način kako je prikazan na ***slici 246*** ili ***slici 249*** za protok benzina može biti opasno. Zašto? (***Izazov 566s***).

* * *

Uzmite praznu kutiju od mleka i napravite rupu na jednoj strani, 1 cm od dna. Zatim napravite dve rupe iznad njih, svaku na 5 cm iznad predhodne. Ako napunite kutiju vodom i stavite je na sto, koji od tri mlaza će postići najveću daljinu? A ako postavte kutiju na ivicu stola tako da mlazevi vode padaju ka podu? (***Izazov 567e***).

* * *

Vaša kada je puna vode. Imate posudu od 3 litre bez oznaka i posudu od 5 litara bez oznaka. Kako ćete odmeriti 4 litre vode iz kade? (***Izazov 568e***).

* * *

Najlakši način da se napravi mlaz brži od zvuka je da se ubaci bilijarska kugla u kantu punu vode. Bilo je potrebno mnogo vremena da bi se otkrila ova jednostavna metoda. (***Ref. 270***).

* * *

Fluidi su važni za kretanje. Pauci imaju mišiče kojima savijaji svoje noge, ali ne i mišiće da ih isprave. Kako onda isprave moge?

Godine 1944. otkriveno je da pauci isprave svoje noge na hidraulični način: oni povećaju pritisak fluida u nogama; ovaj pritisak ispravi noge slično kao što pritisak vode ispravi baštensko crevo. Ako više volite, noge pauka rade slično ruci bagera. (***Ref. 271***). To je razlog što pauci kada uginu imaju savijene noge. Mehanizam sa fluidom radi dobro: njega takođe koriste pauci koji skaču.

* * *

Odakle je došla voda u okeane? Inače interesantno, ali ovo pitanje još uvek nije rešeno! U ranim godinama Zemlje, sva voda je isparila zbog visokih temperatura i pobegla u svemir. Dakle, odakle je današnja voda došla? (Na primer, da nije možda vodonik nastao usled radioaktivnosti Zemljine kore?) Najuverljivija predpostavka je voda došla sa kometama. Komete se sastoje, u najvećem delu, od leda. Komete koje su pogađale Zemlju u davna vremena formirale su okeane. Godine 2011. prvi put je pokazano pomoću Herschel-ovog infracrvenog svemirskog teleskopa Evropske Svemirske Agencije, da komete koje dolaze iz Kajperovog pojasa – za razliku od kometa iz unutrašnjeg sunčevog sistema – imaju led sa istim sastavom izotopa kiseonika kao i okeani u zemlji. (***Ref. 272***). Poreklo okeana iz kometa izgleda kao skoro konačno rešenje.

* * *

Fizika ronjenja pod vodom, posebno ronjenja na dah, je potpuno čudo i efekti koji postoje ne mogu još da se razumu. (***Ref. 273***). Na primer, svaki šampion u ronjenju na dah zna da je jako teško zadržati dah na pet do šest minuta čak i dok se sedi na stolici. Ali ako isto to učini u bazenu za plivanje, podvig postaje lako dostižan za savremene ronioce na dah. Još uvek nije sasvim jasno zašto je takav slučaj.

Postoji više disciplina u ronjenju na dah. Godine 2009. rekord ronjenja na dah bez granice je neverovatna dubina od 214 m, koji je postavio Herbert Nič. Rekord u statičkom ronjenju na dah je preko 11 minuta, a preko 22 minuta uz predhodno udisanje čistog kiseonika. Rekord u dinamičkom ronjenju na dah je 213 m.

Kada ronilac na dah dospe do dubine od 100 m, pritisak vode odgovara težini od 11 kg na svaki kvadratni centimetar njegove kože. Da bi izbegli probleme sa pritiskom u uhu, ronioc napuni usta i ždrelo vodom. Njegova pluća se skupe na samo jednu jedanaestinu orginalne veličine, na veličinu jabuke. Pritisak vode natera skoro svu krv iz nogu i ruku u grudni koš i u mozak. Na 150 m, gde više nema dnevne svetlosti ni zvukova – čuju se samo otkucaji srca. A srčani ritam je jako spor: postoji jedan otkucaj na svakih sedam ili osam sekundi. On se oseća opušteno i istovremeno euforično. Nijedno od ovih začuđujućih zapažanja nije u potpunosti razumljivo.

Kit glavaš, ***Physeter macrocephalus***, može da osatane pod vodom više od pola sata i da zaroni na dubinu veću od 3000 m. Vedelova foka, ***Leptonychotes weddellii***, može da ostane pod vodom sat i po. Mehanizam je nejasan, ali izgjeda da su umešani hemoglobin i neuroglobin. Istraživanja ovih izmešanih mehanizama su od velikog interesa, pošto je zapaženo da sposobnost ronjenja ojačava mozak. Na primer, grenlandski kitovi, ***Balaena mysticetus***, ne pretrpe moždane udare niti degeneraciju mozga, iako dožive starost od preko 200 godina

* * *

Rekordi ronjenja na dah pokaziju povoljne uticaje kiseonika na ljudsko zdravlje. ***Boca sa kiseonikom*** je prema tome uobičajen predmet u profesionalnim ekipama hitne medicinske pomoći.

* * *

Koliki je brzinski rekord za kretanje pod vodom? Verovatno to zna samo nekoliko ljudi: to je vojna tajna. Zapravo, odgovor zahteva da se razdvoji na dva dela. Najveća brzina, koja je objavljena, za projektil pod vodom, koji je skoro u potpunosti obavijen mehurićima gasa, je 1550 m/s, brže nego li brzina zvuka u vodi, a postignut je 1990. godine u vojnoj laboratoriji na rastojanju od nekoliko metara. Najbrži sistem sa motorom izgleda da je torpedo, koji se takođe kreće uglavnom u mehurićima gasa, koji je postigao brzinu od 120 m/s, dakle brže od automobila fomule 1. Tačna postignuta brzina je veća, ali je tajna, pošto je metoda obavijanja objekta pod vodom gasnim mehurićima, nazvana ***superkavitacija***, glavna tema istraživanja vojnih inženjera širom sveta.

Najbrža riba je lepezasta sabljarka ***Istiophorus platypterus, postiže brzinu od 22 m/s, ali se predpostavlja brzina i od 30 m/s. Najbrži objekt kojeg je napravio čovek je vojna podmornica, čija je brzina tajna, ali se sumnja da je oko 21 m/s. (Svi vojni mornarički inženjeri na ovom svetu, uz enormna sredstva koijma raspolažu, nisu sposobni da naprave podmornicu koja je brža od ribe. Razlog što su avioni brži od ptica je očigledan: avion nisu izmislili vojni, već civilni inženjeri.) Najbrža podmornica koju pokreće čovek postiže oko 4 m/s. Može da se proceni da kada bi izumitelji podmornica sa ljudskim pogonom imali iste budžete kao vojni inženjeri, da bi njihove mašine možda bile brže od nuklearnih podmornica.

Ne postoji popis rekorda za plivanje pod vodom. Zna se da je plivanje pod vodom brže nego li prsno plivanje na vodi, leđno plivanje ili delfin stil: to je razlog što je plivanje pod vodom na veće dužine zabranjeno na takmičenjima u ovim stilovima. Međutim, nije podnato da li je rekord u plivanju slobodnim stilom (kraul) brži ili sporiji od rekorda najbržeg plivanja pod vodom. Koje je brže u vašem slučaju? (***Izazov 569e***)

* * *

Koliko je vode potrebno da se navlaži vazduh u sobi tokom zime? Na 0ºC pritisak vodene pare je 6 mbar, na 20ºC je 23 mbar. Kao rezultat toga, zagrejan vazduh u toku zime ima najveću vlažnost od 25%. Da bi se povećala vlažnost na 50% potrebno je oko 1 litar vode za svakih 100 m^3. (***Izazov 570e***)

* * *

Površinski napon može da bude opasan. Čovek koji izlazi iz bazena za plivanje je mokar. On nosi otprilike pola kilograma vode na svojoj koži. Nasuprot tome mokar insekt, kao što je kućna muva, nosi nekoliko

puta više vode u odnosu na težinu. Ona nije sposobna da leti i obično ugine. Prema tome, većina insekata izbegava vodu koliko god je moguće – ili konačno koriste dugačku rilicu.

* * *

Ljudsko srce pumpa krv u opsegu od oko 0,1 lit/s. Tipičan kapilar ima prečnik kao što je crveno krvno zrnce, oko 7 µm, a u njima se krv kreće brzinom od pola milimetra u sekundi. Koliko kapilara postoji u ljudskom telu? (***Izazov 571s***).

* * *

Nalazite se u čamcu na jezeru sa kamenom, kantom vode i komadom drveta. Šta će se dogoditi sa nivoom vode u jezeru kada bacite kamen u njega? Šta posle sipanja vode? Šta pošto bacite komad drveta? (***Izazov 572s***).

* * *

Brod napušta reku i uplovljava u more. Šta se dešava? (***Izazov 573s***).

* * *

Stavite gumeni balon u grlić boce tako da visi u boci. Koliko možete da naduvate balon u boci? (***Izazov 574e***).

* * *

Stavite balon naduvan helijumom u vaš auto. Ubrzavajte i vozite kroz krivine. U kom smeru će se pomerati balon? (***Izazov 575s***).

* * *

Stavite lopticu od papira u grlić boce koja leži horizontalno i pokušajte da je uduvate u bocu. Loptica će poleteti prema vama. Zašto? (***Izazov 576e***).

* * *

Moguće je oduvati jaje iz čaše za jaje u drugu koja je odmah iza nje? Možete li da izvedete taj trik? (***Izazov 577e***).

* * *

U sedamnaestom veku inženjeri koji su želeli da pumpaju vodu susretali su se sa zagonetkom. Da bi se ispumpavala voda iz rudničkih jama na površinu, nijedna pumpa nije uspevala da savlada veću visinsku razliku od 10 m. Da bi udvostručili visinu uvek su im bile potrebne dve pumpe redno, spojene preko međurezervoara. Zašto? (***Izazov 578s***). Kako onda drveće uspeva da ispumpa vodu naviše do većih visina.

* * *

Kada se vodonik i kiseonik spajaju da stvore vodu, količina vodonika mora da bude tačno dva puta veća od količine kiseonika, da nebi bilo gasa koji bi ostao posle takve reakcije. Kako takvo posmatranje potvrđuje postojanje atoma? (***Izazov 579s***).

* * *

Kako su napravljene čokoladne praline napunjene alkoholom? (***Izazov 580s***). Primetimo da alkohol nije naknadno injektiran u njih, pošto nebi postojao način da se rezultat održi dovoljno čvrstim.

* * *

Koliko puta može kamen da odskoči ako se baci po površini vode? Sadašnji svetski rekord postignut 2002. godine je 40 odskoka. (***Ref. 274***). Više informacija je poznato o predhodnom svetskom rekordu, postignut 1992. godine: kamen veličine dlana, trouglast i pljosnat, bačen je brzinom od 12 m/s (neki kažu 20 m/s) i sa brzinom obrtanja od oko 14 obrta u sekundi, preko reke, preleteo je oko 100 m sa 38 odskoka. (Događaj je sniman video rekorderom sa mosta.)

Šta bi bilo potrebno da se broj odskoka poveća? Možete li da napravite mašinu koja bi bacala bolje od vas? (***Izazov 581r***).

Slika 247 Koliki je vaš rekord u odskocima kamena?

* * *

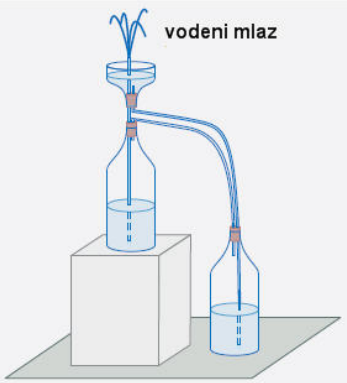
Najprisutniji sastojak vazduha je azot (oko 78%). Sledeći sastojak je kiseonik (oko 21%). Koji je treći po redu? (***Izazov 582s***).

* * *

Koji sistem iz svakodnevnog života ima pritisak niži od atmosferskog i obično ubija čoveka ako pritisak poraste do uobičajene atmosferske vrednosti? (***Izazov 583s***).

* * *

Voda može da ide uzbrdo: Heronov vodoskok jasno pokazuje ovo. Heron iz Aleksandrije (10. ne do 70. ne) opisao je to pre 2000 godina; lako se može napraviti kod kuće, upotrebom neke plastične boce i malih cevi. Kako radi? Kako krene? (***Izazov 584s***).



Slika 248 Rad Heronovog vodoskoka

* * *

Sijalica je postavljena pod vodu u čvrsti valjak prečnika 16 cm. Orginalan automobil Fiat 500 (500 kg) je postavljen na klip koji pritiska površinu vode. Da li će sijalica izdržati? (***Izazov 585s***).

* * *

Koji gas ima najveću gustinu? Koja je para najveće gustine? (***Izazov 586s***).

* * *

Svake godine Insitute of Maritime Systems Univerziteta u Rostoku organizuje takmičenje. Zadatak je da se od papira napravi čamac sa što je moguće većim kapacitetom nosivosti. Brod može da bude težak najviše 10 gr i da ispunjava nekoliko dodatnih uslova; kapacitet nosivosti se meri dodavanjem olovne sačme u njega, sve dok ne potone. Godine 2008. rekord je iznosio 5,1 kg. Možete li da postignete ovu vrednost? (***Izazov 587e***). (Za više informacija pogledajte veb stranu www.paperboat.de.)

* * *

Da li je moguće iskoristiti vetar za direktno kretanje nasuprot vetru? (***Izazov 588s***).

* * *

Merenje brzine vetra je važan zadatak. Dve metode omogućavaju da se izmeri brzina vetra na visini od 100 m iznad zemlje: ***sodar***, to jest detekcijom zvuka i razvrstavanjem i ***lidar***, to jest detekcijom svetlosti i razvrstavanjem. Oba tipična uređaja su prikazana na ***slici 249***. Sodar radi takođe pri čistom vazduhu, dok lidar zahteva aerosol.

Slika 249 Dva sistema za merenje brzine vetra: (levo) sistem sodar i (desno) sistem lidar. (© AQSystems, Leosphere).

* * *

Savremena verzija jednog starog pitanja – koje je postavio Danijel Koladon (Daniel Colladon ,1802–1893) je sledeće. Brod mase *m* u reci vezan konopcima, vuku konji koji hodaju duž rečne obale. Ako je reka od supertečnog helijuma, što znači da nema trenja između broda i reke, kolika je energija potrebna da se brod tegli duž reke uzvodno dok se ne postigne visina *h*? (***Izazov 589s***).

* * *

Jedna urbana legenda tvrdi da u podnožju velikih vodopada ne postoji dovoljno vazduha za disanje. Zbog čega je to pogrešno? (***Izazov 590e***).

* * *

Švajcarski fizičar i pronalazač Avgust Pikar (Auguste Piccard, 1884–1962) bio je čuven istraživač. Između ostalog, on je proučavao stratosferu: postigao je rekordnu visinu od 16 km u aerostatu, balonu sa gasom vodonika. Unutar kabine aerostata, obešene ispod balona, imao je normalan pritisak vazduha. Međutim, bilo je potrebno da uvede u kabinu nekoliko užadi pričvršćenih za balon, kako bi mogao da ih zateže i popušta, pošto su oni upravljali njegovim balonom. Kako je uspeo da uvede konopce u kabinu, a da istovremeno spreči vazduh da ne iscuri? (***Izazov 591s***).

* * *

Čovek u vazduhu pada uz ograničenu brzinu od oko 50 m/s (tačna vrednost zavisi od odeće). Koliko dugo traje pad iz aviona na 3000 m naniže do visine od 200 m? (***Izazov 592e***).

* * *

Da bi se dobio dojam o veličini Avogadrovog i Lošmitovog broja, postavljaju se obično dva pitanja. Prvo, koliko molekula ili atoma, u proseku, udahnete pri savakom udisaju a da ih je predhodno izdahnuo Cezar? Drugo, u proseku, koliko atoma Isusa Hrista pojedete svakog dana? (***Izazov 593s***). Iako je Zemlja velika, dobijeni brojevi su ipak efektni.

* * *

Nekoliko kapi čaja obično padnu duž donje strane izliva čajnika (ili padnu na sto). Ovu pojavu su čak uz upotrebu supersnažnog računara za simulaciju kretanja fluida simulirali Kistler i Skriven, koristeći jednakost Navier-Stoksa. (***Ref. 275***). Ipak, čajnici i dalje prolivaju kapi.

* * *

Najveći gigantski mehur sapunice može da se napravi mešanjem 1.5 lit. vode, 200 ml sirupa kukuruza i 450 ml tečnosti za pranje. Sve se zajedno pomeša, a potom se ostavi da miruje četiri sata. Potom možete da napravite velike mehure ako zamočite u mešavinu metalni prsten prečnika do 100 mm. Ali zbog čega mehuri sapunice prsnu? (***Izazov 594s***)

* * *

Slika 250 Kap vode u tiganju: primer Lajdenfrostovog efekta (© Kenji Lopez-Alt).

Kap vode koja padne u tiganj koji sadrži umereno zagrejano ulje ispari trenutno. Međutim, ako je ulje zaista vrelo, to jest iznad 210°C, kapljica vode igra po površini ulja dosta dugo. Kuvari utvrđuju temperaturu ulja na ovaj način. Zbog čega postoji ovaj efekt, nazvan ***Lajdenfrost efekt***? (***Izazov 595s***). Ovaj efekt je nazvan po Johanu Gotlob Lajdenfrostu (Johann Gottlob Leidenfrost, 1715. Rosperwenda - 1794. Duisburg) teologu i fizičaru. Za instruktivan i impresivan prikaz Lajdenfrostovog efekta sa kapljicom vode, pogledajte video na veb strani www.thisiscolossal.com/2014/03/water-maze/. Video takođe prikazuje kako se kapljica vode kreće naviše i kako se kreće kroz lavirint.

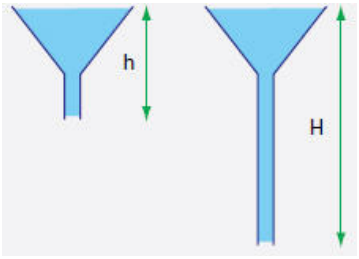
Efekt Lajdenfrosta omogućava i da se gola ruka stavi u istopljeno olovo ili tečni azot, da se drži tečni azot u ustima, da se proveri da li je pegla dovoljno zagrejana, ili da se hoda preko užarenog uglja – ako se pridržavate nekoliko sigurnosnih pravila, kako to obješnjava Džirl Voker (Jearl Walker). (***Ref 276***). (Ne pokušavajte ovo da probate! Mnogo stvari može da krene po zlu.). Glavni uslov je da ruke i usta moraju da budu mokri. Voker je izgubio dva zuba prilikom demonstriranja i teško opekao stopala pri hodanju kada nisu bili ispunjeni uslovi. Možete na veb strani www.popsci.com/diy/article/2010-08/cool-hand-theo da posmatrate ruku umočenu u tečni azot, a na veb strani www.popsci.com/science/article/2012-02/our-columnist-tests-his-trust-science-dipping-his-finger-molten-lead prst umočen u istopljeno olovo.

* * *

Zbog čega molekuli vazduha ne padnu na dno posude i tamo ostanu? (***Izazov 596s***).

* * *

Koji od dva levka sa vodom na ***slici 251*** će se isprazniti brže? (***Izazov 597s***). Da bi se dobio odgovor treba primeniti očuvanje energije pri kretanju fluida (jednakost Bernoulija) (***Ref. 277***).



Slika 251 Koji levak će se brže isprazniti?

* * *

Kao što smo videli brzo proticanje izaziva podpritisak. Kako ribe sprečavaju da im ne ispadnu oči dok plivaju brzo? (***Izazov 598s***).

* * *

Loptica za golf iz istog razloga ima rupice zbog kojeg je teniska loptica čupava, a koža morskih pasa i delfina nije glatka: odstupanja od glatke površine smanjuje otpor protoka pošto mnogo malih vrtloga izazivaju manje trenje nego li jedan veliki. Zašto? (***Izazov 599ny***).

* * *

Priznati rekord visine postignute helikopterom je 12.442 m izna površine mora, mada se tvrdi takođe i 12.954 m. (Prvi je postignut 1972. godine, a drugi 2002. godine, oba su postigli francuski piloti u francuskim helikopterima.) Zašto onda ljudi još uvek koriste svoje noge da bi se popeli na vrh Mount Sagarmatha (Mount Everest), najvišu planinu na svetu? (***Izazov 600s***)

* * *

Labavo zamršen konac leži na površini posude napunjene vodom. Dodavanjem malo sredstva za pranje u oblast koju okružuje konac čini da konac odmah postane kružnica. Zašto? (***Izazov 601e***)

* * *

Kako možete da stavite maramicu pod vodu uz upotrebu čaše, a da ona ostane suva? (***Izazov 602s***)

* * *

Da li ste u stanju da ga izbacite duvanjem lopricu za stoni tenis iz levka? Šta će se dogoditi ako kroz levak duvate na sveću koja gori?

* * *

Padanje lista uz njegovu složenu putanju još uvek je tema istraživanja. Još uvek smo jako daleko od mogućnosti da predvidimo vreme kada će list dodirnuti tlo, kretanje vazduha oko lista nije jednostavno da bi se opisalo. Jedan od jednostavnijih fenomena hidrodinamike ostaje jedan od njenih najtežih problema.

* * *

Fluidi pokazuju mnogo interesantnih efekata. Mehuri sapunice i vazduhu načinjeni su od tankog loptastog filma sa vazduhom na obe strane. Godine 1932. prvi put je zapažen tanak loptasti film anti-mehura sa tečnošću sa obe strane. (***Ref. 278***). Godine 2004. belgijski fizičar Štefan Dorbolo (Stephane Dorbolo) i njegov tim pokazali su da je moguće da se oni naprave u jednostavnom eksperimentu, a posebno u belgijskom pivu.

* * *

Da li ste ikada ubacili mentol bonbonu u bocu Diet Coca Cole? Dobićete interesantan efekt. (Uradite to na sopstven rizik.) Da li je moguće napraviti raketu na ovaj način? (***Izazov 603e***).

* * *

Igla može da pliva na vodi ako je spustite pažljivo. Pokušajte koristeći viljušku. Zbog čega igla pliva? (***Izazov 604e***).

* * *

Rajna uliva oko 2300 m^3/s vode u Severno more, reka Amazon oko 120.000 m^3/s u Atlantik. Koliko puta je to manje od $c^3/4G$? (***Izazov 605e***).

* * *

Fluidi pokazuju mnogo složenih kretanja. Da biste videli pregled, morate pogledati divnu kolekciju na serveru veb strane www.serve.me.nus.edu.sg/limtt. (***Izazov 606e***). Između svih kretanja fluida, vrtložni prstenovi, kao oni što ih prave pušači ili vulkani, često pokrenu maštu. (Videti ***sliku 252***.) Jedan od najpoznatijih primera kretanja fluida su vrtložni prsteni sa preskakanjem, prikazani na ***slici 253***. Lim Tee Tai objašnjava da je jako teško postići više od dva takva oblika, pošto i najmanje odstupanje od pravca dovodi do raspada sistema vrtložnih prstenova. (***Ref. 279***).

* * *

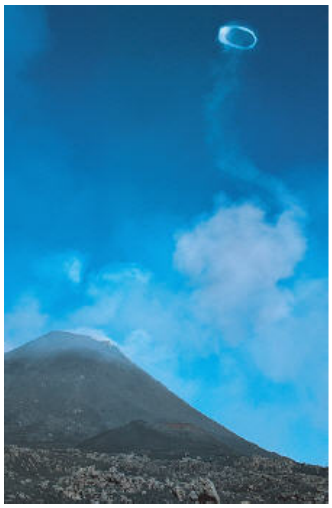
Iznenađujući efekt može da se posmatra kada se sipa šampon na tanjir: neki tanki mlazevi se izbacuju iz dela gde je šampon dotakao tanjir. Ovaj takozvani Kej efekt najbolje može da se posmatra u lepom filmu napravljenom na Universiy of Twente, a nalazi se na veb strani youtube/GX4_3cV_3Mw.

* * *

Većini sisara je potrebno oko 30 sekundi za izbacivanje urina. Možete li da nađete zašto? (***Izazov 607e***)

* * *

Toaleti u avionima su opasna mesta. Godine 1990 debela osoba je sedela na WC šolji i dok je sedela pritisnula je dugme za ispiranje. (Nikada be pokušavajte ovo.) Podpritisak koji je napravio toalet bio je toliko jak da je izvukao iznutricu i osoba je prebačena u bolnicu. (Uzgred, sve se završilo dobro.)



slika 252 Prsten od dima veličine oko 100 m izbačen iz Bocca Nova Mount Etne u 2000. godini (© Daniela Szczepanski, na www.vulkanarchiv.de i www.vulkane.net).

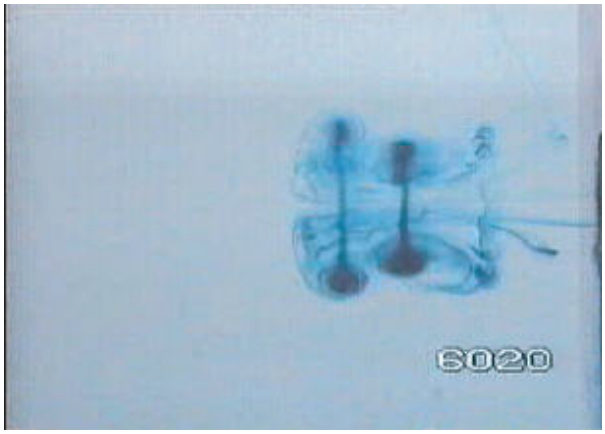
* * *

Ako se kapljica vode okruži odgovarajućim tipom prašine, kapljica može da se kotrlja po nagnutoj ravni. Može da se kreće brzinom do 1 m/s, pri čemu bi se voda na istoj površini kretala sto puta sprije. Kada se kapljica kreće isuviše brzo dobija oblik pljosnatog diska, a pri još većoj brzini oblik krofne. Takva kapljica može čak i da odskače i da pliva. (***Ref. 280***)

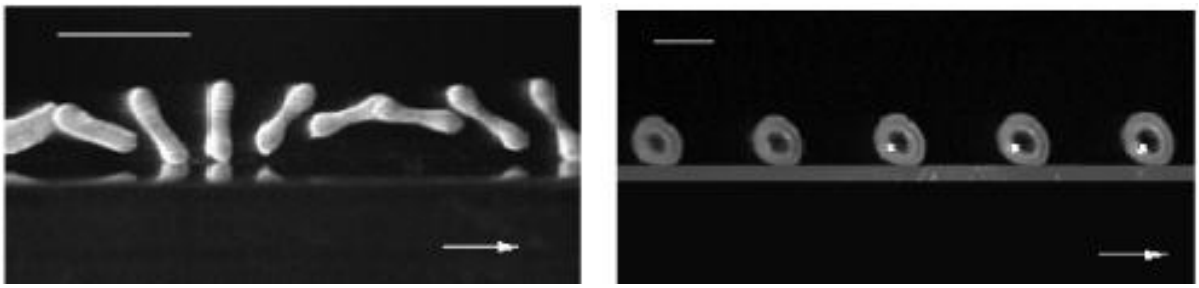
* * *

Dobro je poznato da je mnogo lakše voziti bicikl iza kamiona, automobila ili motocikla, pošto je u takvim situacijama otpor vazduha manji. Zaista, rekord brzine u vožnji bicikla koji je postigao Fred Rompelberg 1990. godine iznosi 74,7 m/s ili 268,8 km/h, a postignut je tako što je automobil vozio ispred bicikla. (***Ref. 292***). Još iznenađujuće je da motocikl koji je iza bicikla takođe smanjuje otpor za 9%. Godine 2016. Bert

Blocken i njegov tim potvrdili su taj efekt u vetrenom tunelu i pomoću numeričke simulacije. Efekt je stoga dovoljan da se odredi pobednik trka ili vreme pokušaja. Zapravo, tri moticiklista koji voze u liniji iza bicikliste, mogu da smanje otpor vazduha bicikliste za 14%, Efekt nastaje pošto motociklisti koji ga prate mogu da smanje oblast niskog pritiska iza bicikliste– prikazanog crvenom bojom na ***slici 255*** – pa smanjuju aerodinamički otpor vozaču bicikla.



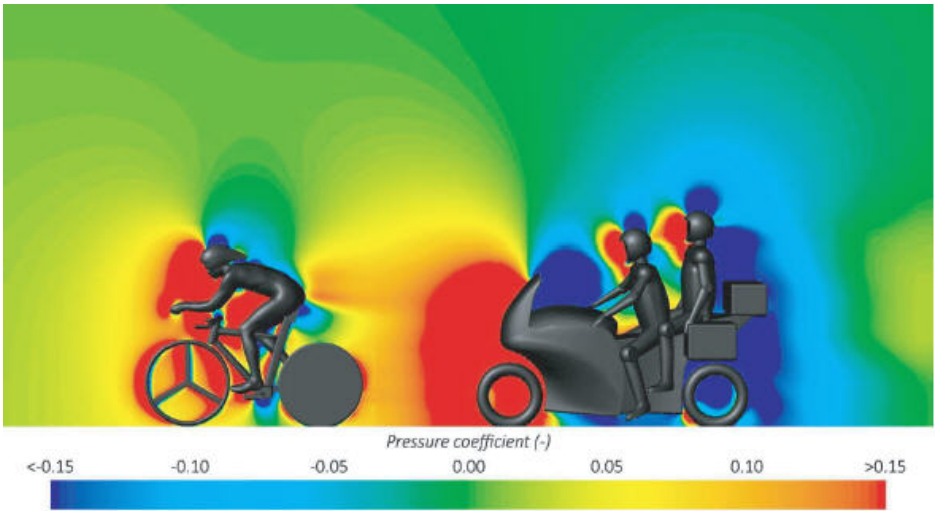
Slika 253 Dva vrtložna prstena sa preskakanjem (QuickTime film © Lim Tee Tai) video zapis se može videti na veb strani serve.me.nus.edu.sg/limtt/videogallery.html)



Slika 254 Kapljice vode prekrivene polenom koje se kotrljaju niz ravan nagnutu za 35º (nije prikazan nagib) imaju neočekivane oblike. Siva linija ima dužinu od 1 cm; loptaste kapljice imaju početne poluprečnike od 1,3 mm i 2,5 mm, respektivno, a snimci su napravljeni u vremenskim intervalima od 9 ms i 23 ms (© David Quéré).

* * *

Svi fluidi mogu da održavaju vrtloge. Na primer, u vazduhu postoje cikloni, tornada i pijavice (morske cevi). Međutim, vrtlozi postoje i u morima. Oni imaju veličinu između 100 m i 10 km; njihovo trajanje je kratko i proteže se od nekoliko časova do jednog dana. Morski vrtlozi mešaju slojeve vode u moru i prenose toplotu, hranljive materije i morske alge. Istraživanja njihovih osobina i efekata još su na početku.



Slika 255 Simulacija na računaru oblasti sa pritiscima koje okružuju vozača bicikla i motocikla koji ga prati (© Technical University Eindhoven).

ŠTA MOŽE DA SE KREĆE U PRIRODI? – PROTOCI

Pre nego što nastavimo sa sledećim načinom globalnog opisivanja kretanja, treba da pogledamo na moguća kretanja u svakodnevnom životu. Pregled je dat u ***Tabeli 44***. Oblasti koje pripadaju svakodnevnom životu – kretanje fluida, materije, tipova materije, toplote, svetlosti i naelektrisanje – oblasti su kontinualne fizike.

Unutar kontinualne fizike postoje tri oblasti koje još nismo proučavali: kretanje naelektrisanja i svetlosti, pod nazivom ***elektrodinamika***, kretanje toplote, pod nazivom ***termodinamika*** i kretanje vakuuma. Pošto budemo istražili ove oblasti, mi ćemo kompletirati prvi korak našeg opisivanja kretanja: kontinualna fizika. U kontinualnoj fizici kretanja i pokretni subjekti opisani su pomoću neprekidnih veličina koje mogu imati bilo koju vrednost, uključujući proizvoljno male ili proizvoljno velike vrednosti.

TABELA 44 Ekstenzivne veličine u prirodi, to jest veličine koje ***teku*** i koje se ***akumuliraju***

Oblast	**Ekstenzivna veličina (Nosilac energije)**	**Struja (Jačina protoka)**	**Intenzivna veličina (Jačina prenošenja)**	**Protok energije (Snaga)**	**Otpor prenosu (Jačina generisanja entropije)**
Reke	masa m	protok mase m/t	razlika visina gh	$P = ghm/z$	$R_m = ght/m$ $(m^2/s\ kg)$
Gasovi	zapremina V	protok zapremine V/t	pritisak p	$P = pV/t$	$R_V = pt/V$ $(kg/s\ m^5)$
Mehanika	količina kretanja $\boldsymbol{p}$	sila $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}p/\mathrm{d}t$	brzina $\boldsymbol{v}$	$P = \boldsymbol{v}\cdot F$	$R_p = \Delta V/F = t/m$ (s/kg)
	moment količine kretanja $\boldsymbol{L}$	moment $\boldsymbol{M} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$	ugaona brzina $\boldsymbol{\omega}$	$P = \boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{M}$	$R_L = t/mr^2$ $(s/kg\ m^2)$
Hemija	količina supstance n	protok supstance $I_n = \mathrm{d}n/\mathrm{d}t$	hemijski potencijal μ	$P = \mu\cdot I_n$	$R_n = \mu t/n$ $(\mathrm{Js/mol^2})$
Termodinamika	entropija S	protok entropije $I_s = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$	temperatura T	$P = T\cdot I_s$	$R_S = Tt/S$ (K^2/W)
Svetlost	kao i sva zračenja bez mase može da teče ali ne može da se akumulira				
Elektricitet	naelektrisanje q	električna struja $I = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$	električni potencijal U	$P = U\cdot I$	$R = U/I$ (Ω)
Magnetizam	U prirodi nije pronađen magnetni izvor koji može da se akumulira				
Nuklearna fizika	postoje proširene veličine, ali se ne javljaju u svakodnevnom životu				
Gravitacija	prazan prostor može da se kreće i teče, ali kretanje nije opaženo u svakodnevnom životu				

Ali priroda ***nije*** neprekidna.. Već smo videli da se materija ne može deliti na beskonačno sve manje i manje delove. Zapravo, otkrili smo da postoje tačni eksperimenti koji uvode ograničenja za posmatrane vrednosti za ***svaku*** oblast kontinualne fizike. Postoje granice za masu, za brzinu, za moment količine kretanja, za silu, za entropiju i za promenu naelektrisanja. Posledice ovih otkrića dovode nas do sledeće etape u našem opisivanju kretanja: do teorije relativnosti i kvantne teorije. Teorija relativnosti zasniva se na gornjim granicama, a kvantna teorija na donjim granicama. Poslednja etapa u našem opisivanju kretanja biće oblikovana objedinjavanjem kvantne teoruje i teorije relativnosti.

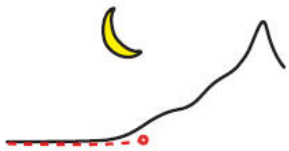
Svaka oblast fizike, bez obzira kojoj od gore nabrojanih etapa pripada, opisuje promene u pojmovima dve veličine: energije i osobine oblasti proširene veličine. (***Ref. 293***). Veličina koja može da se opaža naziva se ***ekstenzivna*** ako se povećava sa velčinom sistema. U ***Tabeli 44*** dat je pregled. Extenzivne i intenzivne veličine za fluide – šta teče i zašto teče – jesu zapremina i pritisak. Ekstenzivna i intenzivna veličina odgovaraju onome što se svakodnevnim jezikom naziva “toplota” – šta teče i zašto teče – su ***entropija*** i ***temperatura***.

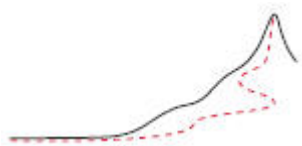
Analogije u tabeli mogu da nas odvedu i malo dalje. U svim oblastima ***kapacitet*** sistema definisan je ekstenzivnom veličinom podeljenom sa intenzivnom veličinom. Kapacitetom se meri koliko stvari lako protiče u sistemu. Za količinu kretanja kapacitet se naziva masa, Masom se meri koliko lako se može staviti u sistem količina kretanja. Možete li da odredite veličine koje mere kapacitet u ostalim slučajevima? (***Izazov 608e***).

Slično tome, u svim oblastima je moguće uskladišti energiju ako se koristi intenzivna veličina – kao što je za kondenzator: $E = CU^2/2$, ili za telo u kretanju: $E = mv^2/2$ – ili korišćenjem ekstenzivne veličine – kao što je za namotaj: $E = LI^2/2$ ili za oprugu: $E = F^2/2k$. Kombinacijom obe dobijamo oscilacije. Možete li da proširite analogiju i za ostale slučaje? (***Izazov 609e***).

ZAKLJUČAK O FLUIDIMA

Kretanje fluida je kretanje njegovih sastavnih čestica. Kreranje fluida omogućava plivanje, letenje, disanje, cirkulaciju krvi, vrtloge i turbulencije. Kretanje fluida može biti ***laminarno*** i ***turbulentno***. Laminarni tok koji nema nikakvo unutrašnje trenje opisan je jednakošću Bernoulija, to jest preko očuvanja energije. Laminaran protok sa unutrašnjim trenjem nije predmet proučavanja u ovom tekstu, to je turbulentni protok. Tačan opis turbulenog kretanja fluida je jako složen problem u fizici i nije još uvek u potpunosti rešen.





Poglavlje 13

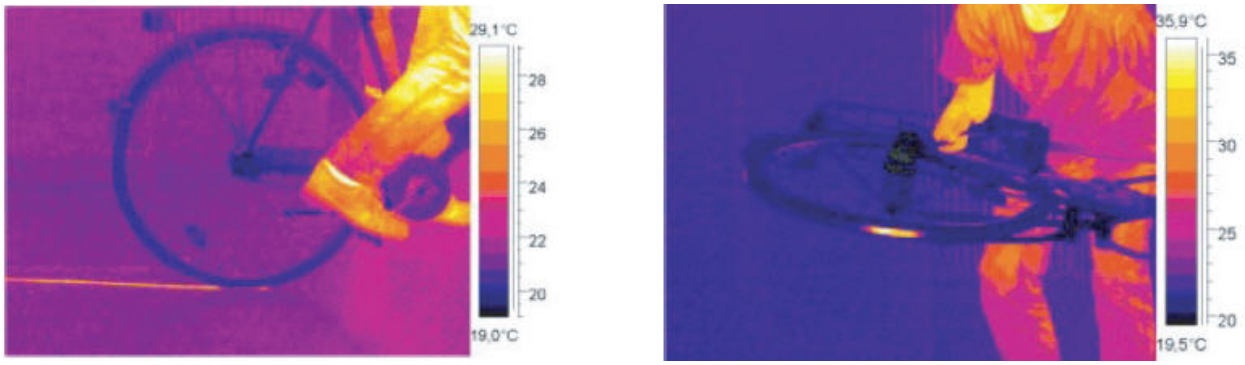
OD TOPLOTE DO INVARIJANTE VREMENA

Prosuto mleko nikada se samo od sebe ne vrati u posudu. Svaki zagrejan objekt, koji se ostavi da je usamljen, počne vremenom da se hladi; nikada se ne zagreva. Ova i mnoga druga opažanja pokazuju da su brojni procesi ***nepovratni***. Dalja opažanja pokazuju da se nepovratnost može naći samo kod sistema koji su sastavljeni od više delova, a da svi ovi nepovratni sistemi uključuju toplotu.

Stoga ćemo početi da istražujemo naredni globalni pristup za opisivanje kretanja: ***statističku fiziku***. Statistička fizika, koja uključuje ***termodinamiku***, proučavanje temperature i toplote, objašnjava poreklo nepovratnosti i mnoge druge osobine materijala. Da li nepovratnost znači da kretanje, na osnovnom nivou, nije ivarijanta pri dvosmernosti, kako je mislio dobitnik Nobelove nagrade Ilja Prigonjin, jedan od osnivača samoorganizovanja? U ovom poglavlju mi ćemo pokazati da nije bio u pravu.[1] Da bismo zaključili ovaj rezultat, najpre je potrebno da znamo osnovne činjenice o temperaturi i toploti, pa tek potom da raspravljamo o nepvratnosti i dvosmernosti kretanja. (***Ref. 281***).

TEMPERATURA

Makroskopska tela, to jest, tela sastavljena od više atoma imaju ***temperaturu***. Tela sastavljena od samo nekoliko atoma nemaju temperaturu. Peći imaju visoku temperaturu, hladnjaci nisku temperaturu. Promena temperature ima važan efekt: materija se menja iz čvrstog stanja u tečno, gasovito ili u stanje plazme. Sa promenom temperature materija takođe menja veličinu, boju, magnetne osobine, čvrstoću i još mnogo čega.



Slika 256 Kočenje proizvodi toplotu na podlozi ali i na točku (© Klaus-Peter Möllmann and Michael Vollmer).

Temperatura je pokazatelj stanja tela. Drugim rečima, dva ista tela mogu da se razvrstaju i razlikuju po svojoj temperaturi. To je dobro poznato kriminalnim organizacijama širom sveta koje lažiraju igre na sreću. Kada se od deteta sa povezom na očima zahteva da izvuče lopticu sa brojem iz skupa takvih loptica, kao na ***slici 257***, njemu se predhodno kaže da vadi samo ***tople*** ili samo ***hladne*** loptice. Povez na očima mu takođe pomaže da eventualno sakrije suze zbog toplote. (***Ref 283***).

Temperatura makroskopskog tela je pokazatelj njegovog stanja. Osim toga, temperatira je intenzivna veličina ili promenljiva. Ukratko, temperatura opisuje intenzitet toplote. Pregled nekih temperatura dat je u ***Tabeli 45***.

Zapažamo da dva tela koja se dodiruju imaju sklonost da ***izjednače*** temperature: temperatura je ***prelazna***. Drugim rečima, temperatura opisuje situaciju ***ravnoteže***. Temperatura se dakle ponaša kao pritisak ili bilo

[1] Mnogi, čak i manje ozbiljni mislioci postavljali su pitanje za sledeći pojam: da li je kretanje vremenska invarijanta? Jeftina štampa je išla i dalje i pitala da li kretanje ima “strelicu” ili da li ima prioritetan “pravac toka”. Mi smo već pokazali ranije (***strana 43***) da je sve to besmisleno i klonićemo se ubuduće takvih fraza.

koja druga promenljiva veličina: ona je ista za sve delove sistema. ***Zagrevanje*** se naziva porast temperature, a ***hlađenje*** smanjenje temperature.

Slika 257 Lažiranje lutrije pokazuje da je temperatura jedan od pokazatelja stanja tela (© ISTA).

Kako se temperatura meri? U 18. veku dobijen je jasan odgovor: temperatura se se najbolje određuje i meri preko širenja gasova. Za najjednostavniji, takozvani idealni gas. proizvod pritiska p i zapremine V je proporcionalan temperaturi:

$$pV \sim T \tag{111}$$

Sačinilac srazmernosti određen je količinom gasa koji se koristi. (Više o tome uskoro.) Obrazac za idealni gas dopušta nam da odredimo temperaturu merenjem pritiska i zapremine. To je način kako je definisana i kako se meri temperatura (apsolutna) već skoro čitav vek. (***Ref. 282***). Radi definisanja ***jedinice*** temperature treba samo uzeti tačno određenu količinu gasa. Uobičajeno je da se odredi količina gasa od 1 mol; za kiseonik je to 32 gr. (***Strana 325***). Sačinilac srazmere za 1 mol, nazvan ***konstanta idealnog gasa R***, određen je i iznosi R = 8,3145 J/molK. Ovaj broj je odabran kako bi doprineo najboljoj približnosti za nezavisno određivanje Celzijusove temperaturne skale. Određivanje konstante idealnog gasa na taj način određuje temperaturu od 1 K, (Kelvin) kao jedinicu temperature. Jednostavnim pojmovima, porast temperature za 1 Kelvin definisan je kao temperatura koja bi povećala zapreminu idealnog gasa – održavajući nepromenljiv pritisak – za razlomak od 1/273,16 ili 0,3661%. (***Izazov 610e***).

Uopšte, ako želimo da odredimo temperaturu nekog objekta, uzećemo 1 mol gasa, stavićemo ga u dodir sa objektom, malo ćemo sačekati, pa onda izmeriti pritisak i zapreminu gasa. Obrazac za idealni gas (111) daće nam temperaturu.

Još važnije, obrazac za idealni gas pokazuje da postoji u prirodi najniža temperatura, naime ona, pri kojoj bi nestala zapremina idealnog gasa. To bi se dogodilo na T = 0 K, to jest, na -273,15ºC. U stvarnosti, drugi uticaji, kao što je sopstvena zapremina atoma, sprečavaju da zapremina gasa nikada ne bude tačno nula.

U stvari, nemogućnost postizanja apsolutne nule naziva se ***treći zakon termodinamike***. Zapravo, temperature koje su civilizacije postizale mogu se uzimati kao merilo njihovih tehnoloških dostignuća. Možemo na ovaj način definisati ***bronzano doba*** (1,1 kK, 3500 pne), ***gvozdeno doba*** (1,8 kK, 1000 pne), ***električno doba*** (3 kK od oko 1880.) i atomsko doba (nekoliko MK od 1944.). Uzimajući u obzir takođe i oblast nižih temperatura, možemo definisati i ***kvantno doba*** (4 K, počev os 1908.) (***Ref. 284***). Ali šta je uopšte zagrevanje ili hlađenje? Šta se događa u ovim procesima?

TOPLOTNA ENERGIJA

Grejanje i hlađenje su tokovi energije u haosu. Na primer, trenje usporava telo pri kretanju, a dok to čini, ono se zagreva. “Stvaranje” toplote usled trenja može da se proveri eksperimentalno. (***Ref. 285***). Primer je prikazan na ***slici 256***. Toplota može da se proizvodi trenjem samo pomoću stalnog trljanja***, bez ikakvih granica***. Ovo beskonačno “stvaranje” toplote podrazumeva da toplota nije materijalni fluid ili supstanca izdvojena iz tela – koja bi u tom slučaju mogla da se koristi posle izvesnog vremena – već nešta drugo. Zaista, danas znamo da toplota, iako se ponaša u nekom pogledu kao fluid, nastaje usled haotičnog kretanja čestica. Zaključak ovakvog proučavanja je jednostavan. Trenje je pretvaranje mehaničke energije

(koja je uređena) u toplotnu energiju (koja je haotična), to jest u haotično kretanje čestica od kojih je načinjen materijal.

TABELA 45 Neke vrednosti temperatura

Posmatranje	**Temperatur+a**
Najniža, ali nedostupna temperatura	0 K = -273,15ºC
U vezi lasera ima smisla (jedva) govoriti o negativnoj temperaturi	
Temper. koju bi imao potpuni vakuum na površini Zemlje (***Vol. V, strana 111***)	4 zK
Natrijumski gas u nekim laboratorijskim eksperimentima – najhladniji materijalni sistem koji je postigao čovek, a možda u svemiru	0,45 nK
Temperatura neutrina u pozadini svemira	oko 2 K
Temperatura (fotona) zračenja iz pozadine svemira	27 K
Tečni helijum	4,2 K
Trojna tačka kiseonika	54,3584 K
Tečni azot	77 K
Najhladnije vreme ikada izmereno (Antarktik)	185 K = -88ºC
Tačka zamrzavanja vode na standardnom pritisku	273,15 K = 0 ºC
Trojna tačka vode	273,16 K = 0,01ºC
Srednja temperatura na površini Zemlje	287,2 K
Najniža neudobna temperatura kože	316 K (10 K iznad normale)
Unutrašnjost ljudskog tela	310 ± 0,5 K = 36,8 ± 0,5ºC
Temperatura većine kopnenih sisara	310 ± 3 K = 36,8 ± 2ºC
Najtoplije vreme ikada izmereno	343,8 K = 70,7ºC
Temperatura ključanja vode na standardnom pritisku	373,13 K = 99,975ºC
Temperatura najtoplije žive stvari: *thermophile bacteria*	373,13 K = 122ºC
Jaka vatra sa drvima, tečna bronza	oko 1100 K
Tačka očvršćavanja zlata	1337,33 K
Tečno, čisto gvožđe	1810 K
Plamen Bunsenovog gorionika	do 1870 K
Vlakno sijalice	2,9 kK
Jezgro Zemlje	4 kK
Tačka topljenja hafnijum karbida	4,16 kK
Površina Sunca	5,8 kK
Vazduh u munji	30 kK
Najtoplija površina zvezde (centar NGC 2240)	250 kK
Rastojanje između Zemlje i Meseca (nije greška pri pisanju)	do 1 MK
Centar zvezde beli patuljak	5 do 20 MK
Centar Sunca	20 MK
Centar diska ubrzanja u binarnoj zvezdi X-zraka	10 do 100 MK
Unutar JET fuzije u Tokamaku	100 MK
Centar najtoplije zvezde	1 GK
Maksimalna temperatura sistema bez generacije para elektron-pozitron	oko 6 MK
Temperatura svemira kada je bio star 1 sekundu	100 GK
Sudar teških jona – najveća temperatura koju je napravio čovek	do 3,6 TK
Plankova temperatura – gornja granica temperature u prirodi	10^{32} K

U cilju da se korišćenjem trenja podigne temperatura 1 kg vode za 1 K, potrebno je obezbediti 4,2 kJ mehaničke energije. Prvi koji je to izmerio precizno ovu veličinu 1842. godine bio je Julius Robert Majer (1814 – 1878). On je ovaj eksperiment opisao kao dokaz očuvanja energije; zaista on je bio prva osoba koja je formulisala očuvanje energije! To je nešto što je začuđujuće za savremene fizičare da je jedan doktor medicine bio prvi koji je pokazao očuvanje energije, a osim toga bio je izvrgnut podsmehu većine fizičara onog vremena. Još gore, očuvanje energije su prihvatili naučnici tek kada je ono objavljeno mnogo godina kasnije od strane dva autora: Hermana von Helmholca (Hermann von Helmholtz) – takođe lekara koji je postao fizičar – i Viljema Tomsona (William Thompson), koji je naveo nešta slično, ali posle

eksperimenata Džemsa Preskota Džula (James Prescott Joule).[1] Svi su oni priznali Majerovu prednost. Marketing Viljema Tomsona konačno je doprineo da se jedinica energije *J* nazove po Džulu (Joule).

Kao zaključak, dva doktora medicine dokazala su:

- U zatvorenom sistemu zbir mehaničke energije i toplotne energije je nepromenljiv. (Ovo se naziva ***prvi zakon termodinamike***)

Ekvivalentno tome, nemoguće je proizvesti mehaničku energiju, a da se ne uloži za to neki drugi oblik energije. Ovo je vazan iskaz, pošto između ostalog znači i da će postojanje čovečanstva jednog dana da se završi. Zaista, mi dobijamo većinu energije od Sunca; pošto je Sunce konačne veličine, njegov sadržaj energije će konačno biti utrošen. Možete li da procenite kada će se to dogoditi? (***Izazov 611s***).

Prvi zakon termodinamike, zakon očuvanja energije, podrazumeva da ne može da postoji perpetuum mobile prve vrste: ne postoji mašina koja bi radila bez ulaganja energije. (***Strana 89***). Iz istog razloga, moramo da uzimamo hranu: energija iz hrane nas održava u životu. Ako bismo prestali da jedemo umrli bismo. Očuvanje energije takođe pravi nemogućim više takozvanih "čudesa": u prirodi energija se ne može stvoriti, ali je očuvana.

Slika 258 Termometri: Galilejev termometar (levo), red infracrvenih senzora u vilici boe smaragdnog drveta *Corallus caninus*, infracrveni termometar za merenje telesne temperature u uhu, nautički termometar koji koristi bimetal, živin termometar i termoelement (spoj dvaju različitih metala) koji se priključuje na voltmetar radi očitavanja (© Wikimedia, Ron Marcus, Braun GmbH, Universum, Wikimedia,Thermodevices).

Toplotna energija je oblik energije. Toplotna energija može da se očuva, akumulira, prenosi, pretvara u mehaničku energiju, električnu energiju ili u svetlost. Ukratko, toplotna energija može da se pretvara u kretanje, u rad, a samim tim i u novac. Prvi zakon termodinamike omogućava nam da odredmo šta motor automobila postiže. Motori automobila su uređaji koji pretvaraju vrelu materiju –eksploziju vrelog gasa u cilindrima – u kretanje točkova automobila. Motori automobila, slično parnom motoru, prema tome su primeri ***toplotnog motora***.

Proučavanje toplote i temperature naziva se ***termostatika*** ako je sistem koji se posmatra u ravnoteži, a ***termodinamika*** ako nije. U ovom poslednjem slučaju, razlikujemo situacije u ***blizini*** ravnoteže, kada se još

[1] Herman fon Helmholc (Hermann von Helmholtz, 1821. Potsdam – 1894. Berlin) značajan naučnik. Vilijam Tompson – Kelvin (William Thomson – Kelvin, 1824. Belfast – 1907. Nethertall), značajan fizičar. Džejms Preskot Džul (James Preskott Joule, 1818. Salford – 1889. Sale) fizičar. Džul se izgovara tako da se rimuje sa "cool", što su njegovi potomci voleli da naglase. (Izgovor imena "Joule" različit je od jedne do druge porodice.)

uvek mogu koristiti pojmovi ravnoteže, kao što je temperatura, od situacija ***daleko*** od ravnoteže, kao što je samoorganizovanje, kada takvi pojmovi ne mogu da se koriste. (***Strana 297***).

Da li je razumno praviti razliku između toplotne energije i toplote? Da. Mnogi stariji tekstovi su koristili pojam "toplota" u ***istom*** smislu kao toplotna energija. Međutim, to je zbunjujuće; u ovom tekstu "toplota" se koristi u saglasnosti sa savremenim pristupom, kao što je svakidašnji pojam za entropiju. I toplotna energija i toplota teku sa jednog tela na drugo, i obe mogu da se akumuliraju. Obe nemaju masu koja bi se mogla izmeriti.[1] I količina toplotne energije i količina toplote unutar tela povećavaju se pri porastu temperature. Precizan odnos će biti dat uskoro. Ali toplota ima mnogo drugih osobina i priča drugačije priče. Od ovih, dve su posebno važne: prva, toplota usled čestica, i druga, toplota je srž razlikovanja između prošlosti i budućnosti. Ove dve priče su isprepletane.

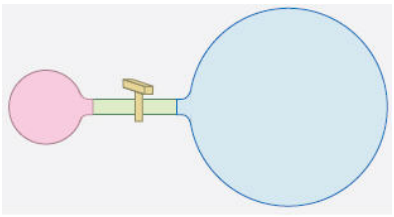
ZAŠTO BALONI ZAUZIMAJU PROSTOR? – KRAJ NEPREKIDNOSTI

Osobine toplote zavise od materijala. Proučavanje osobina toplote prema tome omogućava nam da razumemo ponešto i o sastavu materije. Potom, od svih materija najjednostavniji su gasovi.[2] Gasovima je potreban prostor: svaka količina gasa ima pritisak i zapreminu. Nije prošlo mnogo vremena da bi se pokazalo da gasovi ***ne mogu*** da budu neprekidni. Jedan od prvih naučnika koji je pomislio da su gasovi sastavljeni od atoma i molekula bio je Danijel Bernouli. Bernouli je smatrao da ako su gasovi sastavljeni od malih čestica, sa masom i količinm kretanja, da će biti u stanju da načini predviđanja veličina u vezi osobina gasa, a proverio je to i eksperimentalno. Ako čestice lebde u gasu, tada je ***pritisak*** gasa u posudi proizveden neprestanim protokom čestica koje pogađaju zidove posude. Bernouli je shvatio da ako smanji zapreminu na polovinu, čestice gasa bi trebalo da putuju polovinu dužine da bi udarile u zid; prema tome, pritisak gasa će se udvostručiti. On je isto tako razumeo da ako temperatura gasa poraste, a njegova zapremina ostane neizmenjena, da će porasti i brzina čestica. Kombinacijom ovih rezultata Bernouli je zaključio da ako se predpostavi da se čestice ponašaju kao male, tvrde i potpuno elastične loptice, pritisak p, zapremina V, i temperatura T, moraju da budu u odnosu: (***Izazov 612s***)

$$pV = kNT \tag{112}$$

gde je N broj čestica koje se nalaze i gasu. (Bolcmanova konstanta k, jedna od osnovnih konstanti u prirodi, biće definisana u daljem tekstu.) Gas sastavljen od čestica sa ovakvim ponašanjem iz udžbenika, naziva se idealan gas. Obrazac (112) koji se naziva često i "zakon" idealnog gasa bio je poznat i pre Bernoulija; obrazac je potvrđen eksperimentalno na sobnoj i na višim temperaturama za sve poznate gasove.

Bernouli je prema tome izveo obrazac za idealni gas, uz posebno predviđanje za konstantu srazmernosti, samo uz jednu predpostavku, da su gasovi sastavljeni od malih čestica koje imaju masu. Ovaj zaključak je obezbedio jasan dokaz za postojanje atoma i za njihovo ponašanje kao normalnih, premda malih objekata. I zaista, mi smo već ranije videli kako N može da se odredi eksperimentalno. (***Strana 248***).



Slika 259 Koji balon pobeđuje kada se ventil otvori? Zapaziti da isto tako nastaje aneurizma u arteriji

Model idealnog gasa pomaže nam da odgovorimo na pitanja kao što je ono prikazano na ***slici 259***. Dva potpuno ista gumena balona, od kojih je jedan napunjen do veće zapremine od drugog, spojena su pomoću cevi sa ventilom. Ventil se otvori. Koji balon će se izduvati? (***Izazov 613s***). Obrazac za idealni gas kazuje

---

1 Ovo će se u budućnosti izmeniti, kada se tačnost merenja mase popravlja, čime se omogućava otkrivanje efekata relativnosti. (***Vol. II, strana 59***). U tom slučaju, porast temperature mogao bi da se otkrije preko srazmernog povećanja mase. Međutim, takve promene mogu se zapaziti tek u dvanaest ili više decimalnih mesta u preciznim merenjima mase.

2 Uzgred, reč ***gas*** je novije konstrukcije. Nju je iskovao briselski alhemičar i lekar (opet lekar!) Johan Baptista van Helmont (1579. – 1544.), da bi zvučala slično kao ***haos***. To je jedna od malo reči koju je izmislila jedna osoba, a potom je ceo svet prihvatio.

da topliji gas, na zadatoj temperaturi, iziskuje veću zapreminu. (***Izazov 614e***). Obrazac stoga objašnjava zašto postoje vetrovi i oluje, zašto se baloni sa toplim vazduhom podižu – čak i onakav kao na ***slici 260*** – kako radi motor automobila, zbog čega je ozonski sloj uništen zbog nekih gasova, ili zbog čega su tokom ekstremno toplog leta 2001. godine na jugu Turske bile neophodne maske sa kiseonikom za kretanje na orvorenom prostoru tokom dana.

Obrazac za idealni gas takođe objašnjava zbog čega je 21. avgusta 1986. godine u Kamerunu nađeno mrtvih preko hiljadu ljudi i tri hiljade grla stoke u svojim torovima. Oni su živeli ispod kratera vulkana koji je u krateru imao jezero, Lake Nyos. Dogodilo se da je vulkan neprestano emitovao ugljendioksid, ili CO_2, u jezero. Ugljendioksid je obično rastvoren u vodi. Ali u avgustu 1986. nepoznat događaj je pokrenuo je oslobađanje u atmosferu mehurića sa oko milion tona CO_2, oko jednog kubnog kilometra. Pošto je ugljen-dioksid (2,0 kg/m^3) veće gustine od vazduha (1,2 kg/m^3), gas je tekao naniže u dolinu, u sela ispod vulkana. Ovaj gas nema ni boju ni miris i doveo je do gušenja. Nije jasno da li je sistem za uklanjanje gasa, koji je postavljen u jezero posle ovog događaja, dovoljno efikasan da se izbegne ponovljanje događaja.

slika 260 Šta se ovde dogodilo? (© Johan de Jong)

Korišćenjem obrasca za idealan gas u stanju ste da sada objasnite zbog čega baloni povećavaju veličini kada se penju u atmosferu, premda je tamo vazduh hladniji. Najveći balon do sada napravljen imao je prečnik od 170 m na velikoj visini, ali samo deo te veličine prilikom poletanja. Koliki? (***Izazov 615ny***).

Sada možete preći i na sledeći izazov: kako možete izmeriti težinu automobila ili bicikla samo pomoću lenjira? (***Izazov 616s***).

Slika gasa kiji je sastavljen od čvrstih sastojaka bez bilo kakve interakcije na daljinu, razbija se na vrlo niskim temperaturama. Međutim, jednakost za idealni gas (112) može da se popravi kako bi se prevazišlo ovo ograničenje, uzimanjem u obzir odstupanja usled interakcija između atoma i molekula. (***Ref. 286***). Ovaj pristup je sada standardna praksa i omogućava da se izmere temperature čak i na krajnje niskim vrednostima. (***Ref. 287***). Efekti zapaženi pri temperaturi ispod 80 K, kao što je prelazak vazduha u čvrsti oblik, prenos električne energije bez gubitaka, ili tok tečnosti bez trenja (***Vol. V, strana 82***) začuđujući su oblik sveta, divna oblast fizike niskih temperatura. Ovo polje će se proučavati kasnije. (***Vol. V, strana 79***).

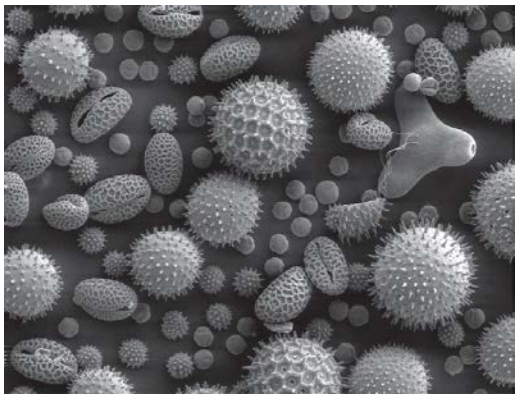
Ne zadugo posle Bernoulija, hemičari su našli jake dokaze koji su potvrdili postojanje atoma. Oni su otkrili da se hemijske reakcije dešavaju pri "određenim srazmerama": samo određeni odnosi količina hemijski reaguju. Mnogi istraživači, uključujući Džona Daltona (John Dalton), zaključili su da se ova osobina događa pošto se u hemiji sve reakcije dešavaju atom po atom. Na primer, dva atoma vodonika i jedan atom kiseonika na ovaj način prave jedan molekul vode – mada taj pojam nije postojao u ono vreme. Ova reakcija se iskazuje hemijskom formulom H_2O. Ovi dokazi su jaki, ali nisu uverili svakog. Konačno je postojanje atoma čak direktnije potvrđeno opažanjem efekata njihovog kretanja.

BRAUNOVA KRETANJA

Ako su fluidi sačinjeni od čestica koje se kreću nasumično, ovo nasumično kretanje trebalo bi da ima efekte koji se mogu posmatrati. Zaista, pod mikroskopom je lako posmatrati male čestice, kao što su čestice ugljene prašine koje u tečcnosti, ili na njoj, nikada nisu u stanju mirovanja. Primer takvog posmatranja je prikazan na ***slici 262***. Izgleda kao da čestice prate nasumična cik-cak kretanja. Ovo je prvi opisao Lukrecije, godine 60. pne, u svojoj pesmi ***De rerum natura***. On je opisao ono što svi vide: igru čestica prašine u vazduhu koje su obasjavane Suncem.

Godine 1785. Jan Ingenhaus (Jan Ingenhousz) uvideo je da čestice ugljene prašine nikad nisu u stanju mirovanja. On je otkrio ono što se danas naziva ***Braunovo kretanje***. Posle njega, 40 godina kasnije,

botaničar Robert Braun (Robert Brown), bio prvi Englez koji je ponovio posmatranje, ovog puta malih čestica koje su plivale u vakuoli ***unutar*** polena. Naredni eksperimenti pokazali su da je nasumično kretanje nezavisno od vrste čestica i od vrste fluida. Drugim rečima Ingenhaus je otkrio osnovni oblik ***šuma*** u prirodi. Oko godine 1860. različite osobe su nasumično kretanje čestica u tečnosti povezali sa molekulima tečnosti koji se sudaraju sa česticama. Godina 1905. i 1906., Marjan fon Smoluhovski (Marian von Smoluchowsky) i nezavisno, Albert Ajnštajn složili su se da ova povezanost može da se proveri eksperimentalno, čak iako u to vreme niko nije mogao da posmatra molekuje direktno. (***Ref. 288***). Provera je iskorišćena za posebne osobine toplotnog šuma.

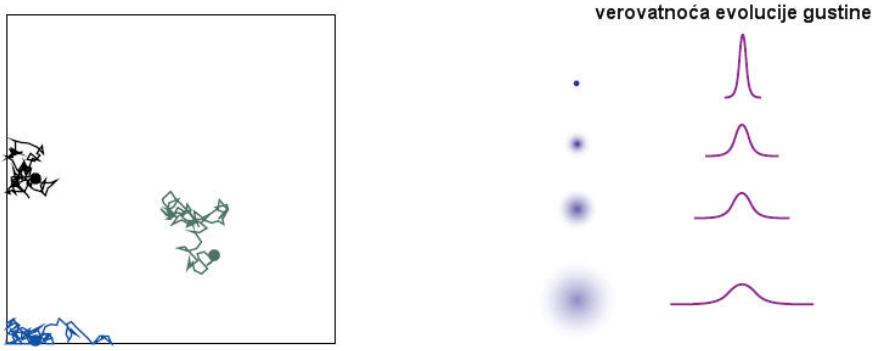


Slika 261 Slika zrnaca polena – veličina polja je oko 0,3 mm – načinjena elektronskim mikroskopom (***Vol. III, strana 136***) (Dartmouth College Electron Microscope Facility).

Već je duže vreme bilo jasno da ako molekuli, to jest nevidljive čestice materije, zaista postoje, da toplotna energija mora da bude haotično kretanje ovih sastojaka, a da temperatura mora da bude srednja energija stepena slobode sastojaka. Bernoulijev model sa ***slike 265*** podrazumeva da je za gasove sa jednim atomom kinetička energija T_{kin} data kao: (***Izazov 617ny***)

$$T_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT \tag{113}$$

gde je T temperatura. Takozvana ***Bolcmanova konstanta*** $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ J/K je standardni sačinilac za pretvaranje između temperature i energije.[1] Na sobnoj temperaturi od 293 K kinetička energija čestice je prema tome 6 zJ



Slika 262 Primer putanja čestica u Braunovom kretanju i njihova raspodela rasejavanja

Koristeći jednakost (113) za izračunavanje brzine molekula vazduha na sobnoj temperaturi dobila bi se vrednost od nekoliko stotina m/s, približno kao brzina zvuka! (***Izazov 618e***). Uzimajući u obzir ovu veliku brzinu, zbog čega je dimu sveće potrebno toliko vremena da pređe kroz sobu ako nema strujanja vazduha? Rudolf Klausius (Rudolph Clausius, 1822-1888) dao je odgovor na ovo pitanje sredinom 19. veka:

[1] Bolcmanovu konstantu k je otkrio i dao joj naziv Maks Plank (Max Planck) u istom radu u kojem je otkriveno ono što se danas naziva Plankova konstanta $\hbar$, kvant za rad. Za više detalja o Maks Planku, videti u daljem tekstu (***Vol. III strana 113***).
Plank je dao naziv Bolcmanova konstanta prema poznatom fizičaru Ludvigu Bolcmanu (Ludwig Boltzmann, 1844. Viena – 1906. Duino), koji je najpoznatiji po svojim radovima iz termodinamike. Bolcman je objasnio sve pojave i posmatranja u termodinamici, pre svega entropiju, kao poledicu ponašanja molekula. Priča se da je Bolcman izvršio samoubistvo delom zbog mržnje njegovih kolega fizičara u pogledu njegovih ideja i prema njemu lično. U današnje vreme njegov rad je standardni deo svih udžbenika.

Prostiranje dima usporeno je zbog sudara sa molekulima vazduha, na isti način kao što se čestice polena sudaraju sa molekulima u tečnosti. Pošto je protok obično efektivniji od prostiranja, materijali koji uopšte ne teku su oni gde je važnost prostiranja najprisutnija: čvrsta tela. Primeri su očvršćavanje metala i poluprovodnici.

Opis Braunovog kretanja može da se proveri praćenjem rasejavanja čestica polena pomoću mikroskopa. Na prvi pogled možda ćemo predpostaviti da će srednje rastojanje čestica polena biti nula posle *n* sudara, pošto je brzina molekula nasumična. Međutim, to je pogrešno, kao što eksperiment pokazuje.

Porast srednjeg kvadratnog rasejavanja, napisanog kao $\langle d^2 \rangle$, zapažen je kod čestica polena. Ne može da se predpostavi u kom smeru se čestice kreću, ali se one kreću. Ako je rastojanje kretanja čestica posle jednog sudara *l*, srednje kvadratno rasejavanje posle *n* sudara iznosi, kao što treba da ste kadri da pokažete sebi: (***Izazov 619ny***):

$$\langle d^2 \rangle = nl^2 \tag{114}$$

Za molekule sa srednjom brzinom *v* u vremenu *t*, ovo daje:

$$\langle d^2 \rangle = nl^2 = vlt \tag{115}$$

Drugim rečima, srednje kvadratno rasejavanje raste proporcionalno sa vremenom. Naravno, ovo je moguće jedino pošto je tečnost sastavljena od odvojenih molekula. Više puta ponovljeno merenje položaja čestica trebalo bi da prikaže raspodelu kao što je prikazana na ***slici 262***, za verovatnoću da su čestice nađene na datom rastojanju od početne tačke. To se naziva ***(Gausova) normalna raspodela***. (***Ref. 289***). Godine 1908., Žan Perin (Jean Perinn)[1] izvršio je obimne eksperimente kako bi ispitao ovu predpostavku. On je našao da jednakost (115) savršeno odgovara posmatranjima, čime je svakog uverio da je Braunovo kretanje zaista usled sudara sa molekulima u tečnosti koja okružuje, kako se i očekivalo.[2] Perin je 1926. godine dobio Nobelovu nagradu za ove eksperimente.

Ajnštajn je takođe pokazao da se isti eksperimenti mogu koristiti da bi se odredio broj molekula u litri vode (ili ekvivalentno, Bolcmanovoj konstanti *k*). Možete li da odredite kako je on to učinio? (***Izazov 620d***)

ZAŠTO KAMENJE NE MOŽE BITI NI MEKO NI FRAKTALNO, NI SASTAVLJENO OD MALIH TVRDIH LOPTI

Istraživanja temperature daju i druge interesantne rezultate. Istraživači su najpre proučavali gasove i merili koliko energije je potrebno da se oni zagreju za 1 K. Ovi rezultati su jednostavni: ako se uzme u obzir broj molekula *N*, nekoliko vrednosti dele svi gasovi. Jednoatomni gasovi (u posudi nepromenljive zapremine) zahtevaju *3Nk/2*, dvoatomni gasovi (i oni sa linearnim molekulima) *5Nk/2* i skoro svi ostali gasovi *3Nk*, gde je $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ J/K Bolcmanova konstanta. (***Strana 281***).

Objašnjenje ovih rezultata došlo je uskoro: svaki termodinamički stepen slobode[3] doprinosio je sa *kT/2* u ukupnoj energiji, gde je *T* temperatura. Tako je broj stepena slobode za fizička tela konačan. Tela nisu kontinualna, ali nisu ni fraktalna: ako bi bila, njihova specifična toplotna energija bi bila beskonačna. Materija je zaista sastavljena od malih osnovnih subjekata.

---

[1] Jean Perrin (1870-1942) značajan francuski fizičar, posvetio je većinu svoje karijere eksperimentalnim dokazima, hipotezama o atomima i određivanju Avogadrovog broja. U postizanju ovog cilja on je usavršio upotrebu emulzija, Braunovo kretanje i sloj ulja. Njegov govor na dodeli Nobelove nagrade (na veb strani: www.nobelprize.org/physics/laureates/1926/perrin-lecture.html) ispričao je interesantnu priču sa njegovih istraživanja. Napisao je uticajnu knjigu *Les atomes* i osnovao Centre National de la Recherche Scietifique. On je bio takođe prvi koji je 1901. godine predpostavljao da je atom sličan malom sunčevom sistemu.

[2] U većem delu istraživanja, Pjer Gaspar (Pierre Gaspard) i njegov tim, pokazali su 1998. godine (***Ref. 290***) da je Braunovo kretanje takođe haotično, u strogom fizičkom smislu koje će biti izneto kasnije. (***Strana 303)***

[3] ***Termodinamički stepen slobode***, za svaku česticu u sistemu, broj je dimenzija u kojima mogu da se kreću, plus broj dimenzija u kojima je njihov potencijal očuvan. Atomi u čvrstim telima imaju šest, čestice u jednoatomskim gasovima imaju samo tri, čestice u dvoatomnim gasovima ili strogo linearnim molekulima, imaju pet. (***Ref. 291***). Broj stepena slobode za velike molekule zavisi od njihovog oblika

Svi stepeni slobode doprinose specifičnoj toplotnoj energiji. Najzad, to je ono što su fizičari predviđali. Čvrsta tela, kao što su stene, imaju 6 termodinamičkih stepena slobode, i trebalo bi da imaju specifičnu toplotnu energiju *3Nk*. Na visokim temperaturama to je zaista i opaženo. Ali merenja na čvrstin telima u uslovima sobne temperature daju niže vrednosti, i što je temperatura niža, to se dobijaju i niže vrednosti. Čak i gasovi pokazuju niže vrednosti od onih pomenutih, ako je temperatura dovoljno niska. Drugim rečima, molekuli i atomi ponašaju se drugačije na niskim energijama: atomi nisu nepromenljive male tvrde lopte. Odstupanja ovih vrednosti jedan je od prvih nagoveštaja kvantne teorije.

ENTROPIJA

– To je nepovratno.
– Kao moj kišni mantil!

Mel Bruks (Mel Brooks), *Spaceballs*, 1987

Svaka oblast fizike opisuje promene preko pojmova tri veličine: energije, a isto tako i osobina intenzivnih i ekstenzivnih veličina i toj oblasti. U oblasti fizike toplote intenzivna veličina je temperatura. (***Ref. 293***). Koja je odgovarajuća ekstenzivna veličina?

Očigledno nagađanje bi bilo “toplota”. Na nesreću, veličina koju fizičari obično nazivaju “toplota” nije isto što i mi nazivamo “toplotom” u našem svakodnevnom govoru. Iz ovog istorijskog razloga moramo da uvedemo nov pojam. Ekstenzivna veličina koja odgovara onome što mi nazivamo u svakodnevnom govoru “toplota”, u fizici se naziva ***entropija***.[1]

Entropija opisuje ***količinu*** svakodnevne toplote. Entropija se meri džulom po kelvinu ili J/K; neki primeri ovih vrednosti (po količini materije) navedeni su u ***Tabeli 46*** i ***Tabeli 47***. Entropija opisuje toplotu iz svakodnevnog života na isti način kako količina kretanja opisuje kretanje u svakodnevnom životu. Na isti način temperatura opisuje intenzitet toplote kao što brzina opisuje intenzitet kretanja.

Kada se dva objekta različitih brzina sudare, između njih se događa protok količine kretanja. Slično tome, kada se dva predmeta različitih temperatura dovedu u kontakt, između njih se događa protok entropije. Sada ćemo definisati pojam entropije – svakodnevne toplote – dosta preciznije i objasniti njenu osobinu mnogo detaljnije.

Entropija meri stepen u kojem se energija ***meša*** unutar sistema, to jest, stepen u kojem se energija širi po sastavnim delovima sistema. Kada se svi sastavni delovi sistema – obično molekuli i atomi – kreću na isti način, ***usklađeno***, entropija sistema je mala. Kada se sastavni delovi sistema kreću potpuno nazavisno, ***nasumično***, entropija je velika. Ukratko, entropija meri količinu neuređenog sadržaja energije po temperaturi u sistemu. To je razlog da se ona meri u J/K.

Entropija ΔS koja ulazi u sistem meri se merenjem energije E koja ulazi u sistem i beleženjem temperature T koja se pojavljuje tokom procesa:

$$\Delta S = \int_{T_{start}}^{T_{end}} \frac{dE}{T} \qquad (116)$$

Često se ovo može izraziti približno kao $\Delta S = P\Delta t / \overline{T}$, gde je P snaga grejnog uređaja, Δt je vreme zagrevanja, a $\overline{T}$ je srednja temperatura.

Pošto entropija meri količinu, ekstenzivnu veličinu, a ne intenzitet, entropije se ***sabiraju*** kada se istovetni sistemi spajaju u jedan sistem. Kada se dve boce sa jednom litrom vode iste temperature pomešaju, entropija vode se sabira.

I ponovo, ovo odgovara ponašanju količine kretanja: one se takođe sabiraju kada se sistemi spajaju.

Slično ostalim ekstenzivnim veličinama, entropija može da se akumulira u telu i entropija može da teče iz tela ili u telo. Kada zagrevanjem vodu pretvorimo u paru, kažemo da smo dodali entropiju u vodu. Isto tako dodajemo entropiju kada pretvaramo led u tečnu vodu. Posle svakog pretvaranja dodata entropija se

[1] Pojam “entropija” uveo je 1865. godine fizičar Rudolf Klausius (Rudolph Clausius, 1822. Koslin – 1888. Bonn), On je ovaj pojam složio od grčkog **ἐν** – u i **τρόπος** – smer, da bi načinio da zvuči isto sa “energija”. Pojam entropija ima uvek značenje kako je ovde pomenuto.

Nasuprot tome, ono što fizičari nazivaju “toplota” oblik je energije a ne uopštena ekstenzivna vrednost.

nalazi u toplijoj fazi. Zaista, entropiju koju smo dodali možemo ***izmeriti*** merenjem koliko leda se istopilo ili koliko vode je isparilo. Ukratko, entropija je tačan pojam za ono što u svakodnevnom životu nazivamo "toplota".

Kada rastvorimo komad soli u vodi, entropija ukupnog sistema mora da poraste, pošto je porastao nered. Sada ćemo objasniti ovaj efekt.

TABELA 46 Neke izmerene specifične vrednosti entropije

Proces / Sistem	**Vrednost entropije**
Ugljenik, u čvrstom stanju, oblika dijamanta	2,43 J/K mol
Ugljenik, u čvrstom stanju, oblika grafita	5,69 J/K mol
Topljenje leda	1,21 kJ/K kg = 21,99 J/K mol
Gvožđe u čvrstom stanju u standardnim uslovima	27,2 J/K mol
Magnezijum u čvrstom stanju u standardnim uslovima	32,7 J/K mol
Voda, tečna u standardnim uslovims	70,1(2) J/K mol
Ključanje 1 kg vode, tečne, na 101,3 kPa	6,03 jJ/K = 110 J/K mol
Helijum, gasno stanje, pod standardnim uslovima	126,15 J/K mol
Vodonik, gasno stanje, pod standardnim uslovima	130,58 J/K mol
Ugljenik, gasno stanje, pod standardnim uslovima	158 J/K mol
Isparavanje vode, pod standardnim uslovima	188,83 J/K mol
Kiseonik O_2, pod standardnim uslovima	205,1 J/K mol
C_2H_6 gas, pod standardnim uslovima	230 J/K mol
C_3H_8 gas, pod standardnim uslovima	270 J/K mol
C_4H_{10} gas, pod standardnim uslovima	310 J/K mol
C_5H_{12} gas, pod standardnim uslovima	348,9 J/K mol
$TiCl_4$ gas pod standardnim uslovima	354,8 J/K mol

ENTROPIJA IZ ČESTICE

Kada je postalo jasno da su toplota i temperatura pojave usled kretanja mikroskopskih čestica, ljudi su se upitali šta je u entropiji mikroskopsko. Odgovori mogu da se formulišu na više načina. Dva krajnja odgovora su:

- Entropija meri broj W (ustvari njegov logaruitam) mogućih mikroskopskih stanja. Dato mikroskopsko stanje može imati više mikroskopskih realizacija. Logaritam tog broja, pomnožen sa Bolcmanovom konstantom k, daje entropiju.[1]
- Entropija je očekivani broj pitanja da-ne, pomnoženih sa $k \cdot ln\ 2$, koja bi nam odgovorila o svemu o stanju sistema, to jest, njegovom mikroskopskom stanju.

Ukratko, što je veća entropija, to je moguć veći broj mikroskopskih stanja. Uz bilo koju od ove dve odrednice, entropija meri veličinu slučajnosti u sistemu. Drugim rečima, entropija meri mogućnost pretvaranja energije: veća entropija znači manju mogućnost pretvaranja. Ili drugačije, entropija meri ***slobodu*** izbora mikroskopskih stanja koja ima sistem. Veća entropija znači veću slobodu izbora mikroskopskih stanja. Na primer, kada se molekul glukoze (vrste šećera) proizvede usled fotosinteze, oslobodi se oko 40 bitova entropije. To znači da pošto se obrazuje glukoza, mora da se odgovori na 40 dodatnih da-ne pitanja da bi se potpuno odredilo stanje sistema. Fizičari često koriste makroskopsku jedinicu; većina sistema koja nas interesuju su velika, pa se zato entripija od 10^{23} bitova piše kao 1 J/K. (Ovo je samo približno. Možete li da odredite tačnu vrednost?) (***Izazov 621ny***).

Da zaključimo, entropija je prema tome specifična mera za opisivanje nereda u toplotnom sistemu. (***Ref. 294***). Tri značajne tačke su pritom načinjene. Pre svega, entropija ***nije*** mera nereda, već ***jedna*** od mera nereda. Prema tome nije ispravno koristiti entropiju kao sinonim za pojam nereda, kao što se često nalazi u popularnoj literaturi. Entropija se jedino definiše za sisteme koji imaju temperaturu, drugim rečima, samo za sisteme koji su u blizini ravnoteže. (Za sisteme daleko od ravnoteže još uvek nije pronađeno merilo

[1] Kada je Maks Plank otišao u Austriju da traži nepoznato mesto sahrane Bolcmana da bi ga sahranio kako valja, na spomeniku je napisao obrazac $S = k\ln W$ (Koji bi fizičar danas urado tako što?)

nereda; verovatno nijedno nije ni moguće.) Zapravo, upotreba pojma entropije u toj meri je degenerisano da se ponekad naziva ***termodinamička*** entropija radi pojašnjenja.

TABELA 47 Neke tipične vrednosti entropije po čestici na ***standardnoj*** temperaturi i pritisku kao umnožak Bolcmanove konstante

Materijal	**Entropija po čestici**
Jednoatomska čvrsta tela	0,3 *k* do 10 *k*
Dijamant	0,29 *k*
Grafit	0,68 *k*
Olovo	7,79 *k*
Jednoatomni gasovi	15 *k* do 25 *k*
Helijum	15,2 *k*
Radon	21,2 *k*
Dvoatomni gasovi	15 *k do 30 k*
Višeatomna čvrsta tela	10 *k do 60 k*
Višeatomne tečnosti	10 *k do 80 k*
Višeatomni gasovi	20 *k do 60 k*
Ikosan	112 *k*

Drugo, entropija se odnosi na informacije samo kada je informacija definsana takođe kao $-k\cdot\ln W$. Da se ova tačka pojasni, uzmite knjigi tešku 1 kg. Na sobnoj temperaturi njena entropija iznosi oko 4 kJ/K. Odštampane informacije u knjizi, recimo od 500 stranica sa po 40 redova od kojih svaki sadrži 80 znakova sa 64 mogućnosti, odgovara entropiji od $4\cdot10^{-17}$ J/K. Ukratko, ono što se obično u svakodnevnom životu naziva "informacija" zanemarljiv je delić onoga šti fizičari nazivaju informacijom. Entropija je definisana korišćenjem ***fizičkog*** pojma za informaciju.

Konačno. entropija nije mera za ono što u običnom životi nazivamo ***složenost*** situacije. (***Ref. 295***). Zapravo još niko do sada nije pronašao veličinu koja opisuje ovaj pojam iz svakodnevnog života. Zadatak je iznenađujuće težak. Pokušajte! (***Izazov 622ny***).

Kao zaključak, ako čujete da se pojam entropija koristi u drugačijem značenju od izraza $S = k\ln W$, budite oprezni. Neko pokušava da vas pridobije, verovatno uz neku ideologiju.

NAJMANJA ENTROPIJA PRIRODE – KVANT INFORMACIJE

Pre završetka našeg razmatranja o fizici toplote, moramo na drugi način da naglasimo važnost Bolcmanove konstante *k*. Videli smo da se ova konstanta pojavljuje uvek kada glavnu ulogu u materiji imaju čestice; ona izražava činjenicu da je materija sastavljena od osnovnih malih subjekata. Najupečatljiviji način da se naglasi ovaj iskaz je sledeći:

- Postoji u prirodi najmanja entropija: $S \geq k$.

Ovaj rezultat je star oko 100 godina; njega je izrazio još jasnije (uz različite brojne činioce) Leo Silard (Leo Szilard) (***Ref. 296***). Isto zapažanje je načinio Leon Briluan (Leon Brillouin) (ponovo sa različitim brojnim činiocima). (***Ref. 297***). Iskaz može takođe da se uzme kao ***definicija*** Bolcmanove konstante *k*.

Postojanje najmanje entropije u prirodi je snažna ideja. Ona odbacuje mogućnost da je materija kontinualna, a takođe i njenu fraktalnost. Najmanja entropija podrazumeva da je materija sastavljena od konačnog broja malih sastavnih delova. Donja granica da se izrazi entropija izražava činjenicu da je materija sastavljena od čestica.[1] Granica entropije isto tako pokazuje da Galilejeva fizika ne može biti tačna: Galilejeva fizika predpostavlja da postoje proizvoljno male veličine. Granica entropije je prva od više ograničenja kretanja sa kojima ćemo se sresti u našoj pustolovini. Pošto budemo pronašli sve granice, moći ćemo započeti poslednju etapu, koja će nas dovesti do objedinjenog opisa kretanja.

Posrojanje najmanje količine podrazumeva i granicu tačnosti merenja. Merenje ne može da ima beskonačnu tačnost. Ovo ograničenje se obično izražava u obliku neodređenog odnosa. Zaista, postojanje

[1] Najmanja entropija podrazumeva da je materija satavljena od malih lopti; najmanji rad, kojeg ćemo otkriti u kvantnoj teoriji, podrazumeva da su ove lopte zapravo mali oblaci.

najmanje entropije može drugačije da se izrazi kao neodređen odnos između temperature T i unutrašnje energije sistema U:

$$\Delta \frac{1}{T} \Delta U \geq \frac{k}{2} \tag{117}$$

Ovaj odnos[1] je postavio Nils Bor; (***Ref. 299***) a razmatrao ga je Verner Hajzenberg (Werner Heisenberg), koji ga je proglasio za jednu od osnovnih relacija neodređenosti u prirodi. (***Vol. VI, strana 30***). Bolcmanova konstanta (podeljena sa 2) prema tome određuje najmanju moguću vrednost entropije u prirodi. (***Ref. 300***). Iz tog razloga je Žil Koen-Tanouđi (Gilles Cohen-Tannoudji) nju nazvao ***kvant informacije***, a Herbert Cimerman (Herbert Zimmermann) je nazvao ***kvant entropije***.(***Ref. 297***).

Obrazac (117) usmerava ka još opštijem uzorku. Za svaku najmanju vrednost nekog posmatranja postoji odgovarajući neodređen odnos. Mi ćemo na ovo da naiđemo nekoliko puta u preostalom delu naše pustolovine, najvažnije u slučaju kvanta rada i Hajzenbergove relacije neodređenosti. (***Vol. IV, strana 17***).

Postojanje najmanje entropije ima brojne posledice. Pre svega, ona baca svetlo na treći zakon termodinamike. Najmanja entropija podrazumeva da temperatura apsolutne nule nije dostižna. Drugo, najmanja entropija objašnjava zbog čega su vrednosti entropije konačne umesto da su beskonačne. Treće, ona određuje apsolutnu vrednost entropije za svaki sistem; u fizici neprekidnosti, entropija, isto kao energija, određena je samo do konstante sabiranja. Kvant entropije rešava sva ova pitanja.

Postojanje najmanje vrednosti za neko opažanje podrazumeva da se relacija neodređenosti pojavljuje za svake dve količine čiji proizvod daje to zapažanje. Na primer, stepen proizvodnje entropije i vreme predstavljaju takav par. Ustvari, relacija neodređenosti spaja stepen proizvodnje entropije $P = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$ i vreme t:

$$\Delta P \, \Delta T \geq \frac{k}{2} \tag{118}$$

Iz ove i iz predhodne relacije (117) moguće je zaključiti sve o statističkoj fizici, to jest tačne teorije termostatike i termodinamike. (***Ref 298***), (***Ref. 300***). Na ovom mestu ovo nećemo dalje da istražujemo. (Možete li da pokažete da je treći zakon termodinamike nastao zbog postojanja najmanje entropije?) (***Izazov 623ny***). Ograničićemo se na jedan od kamena temeljca termodinamike, na drugi zakon termodinamike.

TABELA 48 Neke najmanje vrednosti protoka nađenih u prirodi

Opažanje	**Najmanji protok**
Protok materije	jedan molekul, ili jedan atom, ili jedna čestica
Protok zapremine	jedan molekul, ili jedan atom, ili jedna čestica
Protok momenta količine kretanja	Plankov kvant rada
Količina hemijske supstance	jedan molekul, ili jedan atom, ili jedna čestica
Protok entropije	najmanja entropija
Protok naboja	jedan elementarni naboj
Protok svetlosti	pojedinačni foton, Plankov kvant rada

DA LI JE SVE SASTAVLJENO OD ČESTICA

Fizičar je atomski način poznavanja atoma.

Džordž Vold (George Wald)[2] (***Ref. 301***)

Istorijski posmatrano, proučavanje statističke mehanike bilo je od temeljne važnosti za fiziku. Ono je obezbedilo prve prikaze da su fizički objekti sačinjeni od čestica koje deluju međusobno. Priča o ovoj temi je zapravo dug lanac dokaza koji pokazuju da su sve osobine kojima smo opisivali objekt, kao što su: veličina, čvrstoća, boja, gustina mase, magnetizam, toplotna i električna provodnost, posledica tog međusobnog delovanja čestica od kojih je sastavljen. Otkriće da su ***svi objekti načinjeni od čestica koje deluju međusobno***, često se naziva glavnim rezultatom moderne nauke.

---

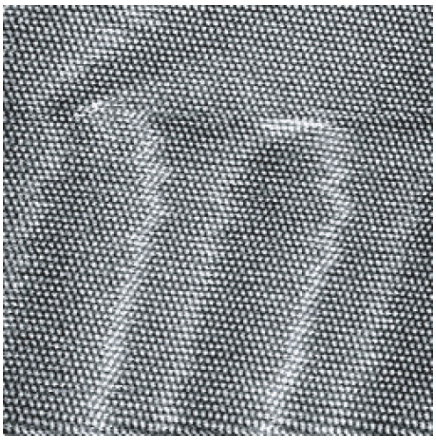
[1] Izgleda da istorijska vrednost desne strane, k, mora da se ispravi na $k/2$, iz istog razloga zbog kojih se kvant rada $\hbar$ pojavljuje sa činiocem 1/2 u Hajzenbergovoj relaciji neodređenosti.(***Ref. 298***).

[2] Hoće da se naglasi kako čovek, koji je sastavljen od atoma može da proučava atome, što je veličanstveno!)

Kako se došlo do ovih otkrića?. U ***Tabeli 44*** (***strana 273***) nabrojane su glavne ekstenzivne veličine koje su korišćene u fizici. Ekstenzivne veličine sposobne su da teku. Ispada da je sve što teče u prirodi sastavljeno od elementarnih procesa, kako je prikazano u ***Tabeli 48***. Videli smo da su protoci mase, zapremine, naboja, entropije i supstance složeni. Kvantna teorija će pokazati kasnije isto to za protoke momenta količine kretanja i za kvantne brojeve jezgra.

- ***Svi protoci su sastavljeni od čestica***.

Uspeh ove ideje je naveo mnoge ljude da uopšte ovaj iskaz: "Sve što opažamo sastanljeno je od delova". (***Ref. 302***). Ovakav pristup uspešno se primenjivao u hemiji o molekulima, naici o materiji i geologiji o kristalima, elekrtotehnici o elektronima, atomistici o elementarnim česticama, prostoru o tačkama, vremenu o trenucima, svetlosti o fotonima, biologiji o ćelijama, neurologiji o neuronima, matematici o skupovima i relacijama, logici o elementarnim predpostavkama, pa čak i u lingvistici o morfemima i fonemima. Sve ove nauke su procvetale uz ideju da je sve načinjeno od odgovarajućih ***delova***. Osnovna ideja izgleda sama po sebi razumljiva, pošto bismo naišli na teškoće ako bismo želeli da formulišemo alternativu. Samo pokušajte! (***Izazov 624e***).



Slika 263 Površina kristala 111 jednokristalnog zlata, svaka bela tačka je atom uz pomeranje površine.(© CNRS).

Međutim, u slučaju ***celokupne*** prirode, ideja da je priroda zbir odgovarajućih delova nije tačna. (***Vol. VI, strana 86***). Pokazalo se da je to predrasuda, a tako ukorenjene predrasude ometale su dalji razvoj fizike u poslednjim decenijama dvadesetog veka. Posebno, to se ***ne sme*** primeniti na elementarne čestice ili na prostor-vreme. Nalaženje tačnog opisa za celokupnu prirodu najveći je izazov u našoj pustolovini, pošto zahteva potpunu promenu navika razmišljanja. Postoji još mnogo zabave pred nama.

> *Jede Aussage uber Komplexe laßt sich in eine Aussage uber deren Bestandteile und in diejenigen Sätze zerlegen, welche die Komplexe vollstandig beschreiben.*[1]
>
> Ludvig Vitgenštajn (Ludwig Wittgenstein), *Tractatus*, 2.0201

DRUGO NAČELO TERMODINAMIKE

Za razliku od mnogih važnih ekstenzivnih količina, entropija se ***ne može*** očuvati. S jedne strane, u zatvorenim sistemima, entropija se akumuliše i nikada se ne smanjuje; podela ili mešanje energije između sastavnih delova sistema ne može da se poništi. S druge strane, podela i mešanje mogu vremenom spontano da se povećavaju. Entropija je prema tome samo "polu-održiva". Ono što nazivamo toplotnom ravnotežom jednostavno je posledica najvećeg mogućeg mešanja. Entropija nam dopušta da još tačnije definišemo pojam ravnoteže, kao stanje sa najvećom entropijom, ili sa najvećom energijom, raspodeljenom među sastavnim delovima sistema. Ukratko, entropija se u zatvorenom sistemu povećava sve dok ne dostigne najveću moguću vrednost, vrednost ravnoteže.

[1] Svaki iskaz o složenosti može da se rastavi na iskaz o njegovim sastavnim delovima i na rečenicu koja u potpunosti opisuje složenost, Ludvig Vitgenstajn, *Tractatus*, 2,0201

Nemogućnost očuvanja entropije ima dalekosežne posledice. Kada se komad stene otkine sa planine, on pada, kotrlja se u dolinu, malo se zagreje i na kraju stane, Obrnut proces, u kojem bi se komad stene hladio i kotrljao uzbrdo nikada nije opažen. Zašto? Mogli bismo da tvrdimo da povratno kretanje nije u suprotnosti sa bilo kojim pravilom ili uzorkom kretanja koje smo do sada usvojili. (***Izazov 625s***).

Kamenje nikada ne pada naviše pošto su planine, doline i stenje načinjeni od ***mnogo*** delova. Kretanje sistema od mnogo delova, posebno u oblasti termodinamike, nazivaju se ***procesi***. Centralni deo termodinamike je razlikovanje između ***povratnog*** procesa, kao što je let bačenog kamena, i ***nepovratnog*** procesa, kakav je upravo pomenuto kotrljanje kamena. Nepovratni procesi su svi oni procesi u kojima trenje i njegovo uopštavanje imaju ulogu. Nepovratni procesi su oni procesi kod kojih se povećava podela ili mešanje energije. To je važno: kad nebi postojalo trenje, (***Ref. 303***) dugmad na košulji i pertle na cipelama nebi ostale pričvršćene, mi ne bismo mogli ni da hodamo ni da trčimo, mašine za kafu nebi pravile kafu, a najvažnije od svega, ne bismo imali pamćenje. (***Vol. IV, strana 125***).

Nepovratni procesi, u smislu u kojem se taj pojam koristi u termodinamici, pretvaraju makroskopsko kretanje u neuređeno kretanje svih umešanih malih sastavnih delova: oni povećavaju podeljenu i pomešanu energiju. Nepovratni procesi prema tome nisu ***strogo*** nepovratni – ali njihov preokret je ***izuzetno*** neverovatan. Možemo reći da entropija meri "količinu nepovratnosti": ona meri stepen mešanja ili raspad kojem je podvrgnuto zajedničko kretanje.

Entropija ne može da se očuva. Zapravo, entropija – toplota – može da se pojavi niotkuda, spontano, pošto se podela i mešanje energije može dogoditi samo od sebe. Na primer, kada se pomešaju dve različite tečnosti istih temperatura – kao što su voda i sumporna kiselina – krajnja temperatura mešavine može da bude drugačija. Slično tome, kada električna struja protiče kroz materijal na sobnoj temperaturi, sistem može da se zagreva ili da se hladi, u zavisnosti od materijala.

Drugi zakon termodinamike glasi:

- ***Entropija u zatvorenom sistemu teži ka svom maksimumu***.

Površno rečeno, "entropija nije ono što je bila nekada". U ovom iskazu zatvoren sistem je sistem koji ne razmenjuje energiju ili materiju sa svojim okruženjem. Možete li da zamislite neki primer? (***Izazov 626s***)

U zatvorenom sistemu entropija se nikada ne smanjuje. Čak i svakodnevni život pokazuje nam da u zatvorenom sistemu, kao što je soba, nered raste vremenom, sve dok ne dostigne neki maksimum. Da bi se nered smanjio, potreban je napor, to jest, rad i energija. Drugim rečima, da bismo smanjili nered u sistemu, potrebno je da taj sistem povežemo sa nekim izvorom energije na neki pametan način. Iz tog razloga frižiderima je potrebna električna energija ili neki drugi izvor energije.

Godine 1866. Ludvig Bolcman je pokazao da je drugi zakon termodinamike posledica načela najmanjeg rada. (***Ref. 304***). Možete li da zamislite i skicirate opštu ideju? (***Izazov 627ny***). Pošto se entropija u zatvorenim sistemima nikada ne smanjuje ***bela boja ne traje***. Uvek kada nered raste, bela boja postaje "prljava", obično siva ili kestenjasta. Verovatno se iz tog razloga beli objekti, kao što je bela odeća, bele kuće, ili beli veš, više cene u našem društvu. Beli objekti prkose propadanju.

Drugi zakon termodinamike podrazumeva da toplota ne može u potpunosti da se pretvori u rad. Drugim rečima, svaki toplotni motor zahteva hlađenje: to je razlog postojanja otvora na prednjem delu automobila. Prvi zakon termodinamike stoga kazuje da je mehanička snaga toplotnog motora razlika između toplotne energije visoke temperature na ulazu u motor i toplotne energije niže temperature na izlazu iz motora. Ako je hlađenje nedovoljno – na primer zbog toplih meteoroloških islova, ili zbog male brzine automobila – snaga motora se smanjuje. Svaki vozač ovo zna iz iskustva.

Kao zaključak, pojam entropije, koji odgovara onome što u svakodnevnom životi nazivamo "toplota" – ali ne i onome što se naziva "toplota" u fizici – opisuje slučajnosti unutrašnjih kretanja u materiji. Entropija nije očuvana: u zatvorenim sistemima entropija se nikada ne smanjuje, ali može da se povećava sve dok ne dostigne maksimalnu vrednost. Neočuvanje entropije nastaje usled postojanja mnogo sastavnih delova unutar sistema iz svakodnevnog života, Veliki broj sastavnih delova dovodi do neočuvanosti entropije i prema tome objašnjava, između mnogo drugih stvari, da se mnogi proceci u prirodi nikada ne događaju unazad, čak i kada u načelu to i mogu.

ZAŠTO NE MOŽEMO DA SE SETIMO BUDUĆNOSTI

To je jadna vrsta pamćenja koja radi samo unazad

Luis Kerol (Lewis Carroll), *Alice in Wonderland*

Kada smo prvi put razmatrali pojam vreme, zanemarili smo razliku između prošlosti i budućnosti. (***Strana 35***). Ali očigledno, ta razlika postoji, mada ne postoji mogućnost da se sećamo budućnosti. To nije samo ograničenje u našem mozgu. Sve naprave koje smo izmislili, kao što je snimanje na traku, fotografski aparati, novine i knjige, govore nam samo o prošlosti. Postoji li način da se napravi video snimač sa tasterom "budućnost"? (***Izazov 628e***). Takav uređaj bi morao da reši veliki problem: kako bi pravio razliku između bliske i daleke budućnosti.? Nije potrebno puno razmišljanja da bi se uvidelo da bi bilo koji način došao u sukob sa drugim zakonom termodinamike. To je nemoguće, jer bi bilo potrebno da se istim uređajem precizira da pokaže da postoji kretanje brže od svetlosti. Možete li da nađere vezu? (***Izazov 629ny***).

Kao zaključak, budućnost se ne može pamtiti zbog toga što entropija u zatvorenim sistemina teži ka svom maksimumu. Rečeno još jednostavnije, pamćenje postoji zbog toga što je mozak sastavljen od više delova, pa je je tako mozak ograničen da pamti samo prošlost. Međutim, za većinu jednostavnih vrsti kretanja, u kojima učestvuje samo nekoliko čestica, razlika između prošlosti i budućnosti nestaje. Za sisteme od samo nekoliko čestica ne postoji razlika između vremena koje je prošlo i vremena koje se približava. Možemo reći da se budućnost razlikuje od prošlosti samo u našem mozgu, ili ekvivalentno, samo zbog trenja. Prema tome, razlika između prošlosti i budućnosti nije mnogo pominjana tokom našeg hodanja, iako je to bitan deo ljudskog iskustva. Ali zabava u prisutnoj pustolovini je upravo prevazišla naša ograničenja.

PROTOK ENTROPIJE

Iz svakodnevnog iskustva znamo da prenos neke ekstenzivne veličine uvek uključuje trenje. Trenje podrazumeva proizvodnju entropije. Posebno, tok same entropije proizvodi dodatnu entropiju. Na primer, kada se kuća greje entropija se proizvodi u zidovima. Grejanje podrazumeva da se održava temperaturna razlika ΔT između spoljašnosti (T_e) i unutrašnjosti kuće(T_i). Protok toplote J koja prolazi kroz jedan kvadratni metar zida dat je kao:

$$J = k\Delta T = k\left(T_i - T_e\right) \tag{119}$$

gde je k sačinilac koji karakteiše sposobnost zida da provodi toplotu. Dok se toplota provodi, zidovi takođe ***proizvode*** entropiju. Proizvodnja entropije σ srazmerna je razlici između unutrašneg i spoljašnjeg protoka. Drugim rečima ima se:

$$\sigma = \frac{J}{T_e} - \frac{J}{T_i} = k\frac{\left(T_i - T_e\right)^2}{T_i T_e} \tag{120}$$

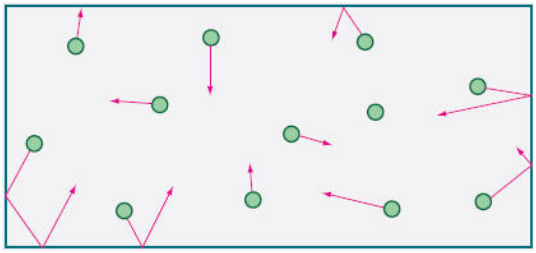
Treba zapaziti da smo u ovom proračunavanju predpostavili da je sve u blizini ravnoteže, u svakom preseku paralelnom sa zidom, što je razumna predpostavka u svakodnevnom životu. Tipičan je slučaj da dobaz zid ima k = 1 W/m^{2}K u opsegu temperatura između 273 K i 293 K. Uz ove vrednosti dobija se proizvodnja entropije od:

$$\sigma = 5\cdot 10^{-3}\ \text{W/m}^2\text{K} \tag{121}$$

Možete li da uporedite količinu entropije koja se proizvede u protoku količine koja je preneta? (***Izazov 630ny***). Radi upoređenja, pokrivač od dobrog guščijeg perja ima k = *1,5* W/m^{2}K, koji se u prodavnicama naziva odeća 15.[1]

[1] Ova jedinica nije toliko loša koliko zvanična jedinica (nije šala) BthU h/sqft/cm/ºF koja se koristi u nekim udaljenim provincijama naše galaksije.

Izolaciona sposobnost materijala obično se meri pomoću konstante $\lambda = k{\cdot}d$, koja je nezavisna od debljine sloja izolacije. U prirodi su vrednosti oko 2000 W/K m za dijamant, koji je najbolji provodnik od svih materijala, 0,2 W/K m za drvo, između 0,015 W/K m i 0,05 W/K m za vunu, plutu i pene, a najmanja je vrednost od 5 - $10\cdot 10^{-3}$ W/K m za gas kripton



Slika 255 Osnovna ideja statističke mehanike o gasovima: gasovi su sistemi pokretnih čestica, a pritisak je usled njihovog sudara sa posudom

Entropija može da se prenese na tri načina: putem ***provođenja toplote***, kao što je upravo pomenuto, putem ***prenošenja*** (strujanja) i putem ***zračenja***, koje je moguće i kroz prazan prostor. Na primer, Zemlja izrači u svemir oko 1,2 W/m^2K, što ukupno iznosi oko 0,51 PW/K. Entropija je (približno) ista onoj koju Zemlja dobija od Sunca. Ako bi se više entropije predalo zračenjem no što se primi, temperatura na Zemlji bi porasla. Ovo se naziva ***efekt staklene bašte*** ili ***globalno zagrevanje***. Nadajmo da će ono ostati malo i u bliskoj budućnosti.

DA LI POSTOJE IZOLOVANI SISTEMI

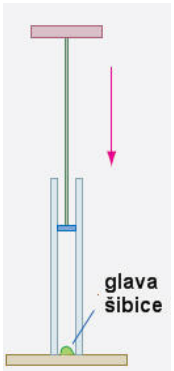
U celokupnim dosadašnjim diskusijana, predpostavljali smo da sistem koji proučavamo možemo za razlikujemo od okruženja. Ali da li uopšte postoje takvi ***izolovani*** ili ***zatvoreni*** sistemi, to jest sistemi koji nisu u međusobnom delovanju sa svojom okolinom? Verovatno naše sopstveno ljudsko stanje je orginalni model takvog koncepta: iskusili smo da imamo mogućnost da delujemo nezavisno od našeg okruženja. Izolovan sistem može jednostavno da bude određen kao sistem koji ne razmenjuje bili kakvu energiju ili materiju sa svojim okruženjem. Tokom mnogo vekova naučnici nisu videli nikakav razlog da preispitaju ovakvu odrednicu.

Pojam izolovanog sistema morao je malo da se preradi dolaskom kvantne mehanike. Bez obzira što pojam izolovanog sistema korisno i tačno opisuje prirodu i u kvantnoj oblasti, mora pažljiivo da se koristi. Tek u poslednjem delu našeg hodanja situacija će se drastično izmeniti. Tamo će istraživanje da li je svemir izolovan sistem, dovesti do iznenađujućih rezultata. (Šta vi mislite? Čudna napomena: vaš odgovor je skoro sigurno pogrešan.) (***Izazov 631s***). Preduzećemo uskoro prve korake prema odgovoru.

ZANIMLJIVOSTI I ZABAVNI IZAZOVI O TOPLOTI I POVRATNOSTI

U toku leta temperatura vazduha može lako da se odredi pomoću časovnika. Zapravo, stepen cvrčanja većine cvrčaka zavisi od temperature. Na primer, za vrstu cvrčaka rasprostranjenu u SAD, brojanjem cvrčanja tokom 8 sekundi i dodavanjem 4, daje temperaturu vazduha u stepenima Celzija. (***Ref. 305***)

* * *



Slika 264 Vatrena pumpa

Sabijanjem vazduha povećava se njegova temperatura. Ovo je prikazano vatrenom pumpom, varijantom pumpe za bicikl, prikazanom na ***slici 264***. (Videti na veb strani www.de-monstrare.nl prikaz kako radi.) Glava šibice na dnu pumpe za vazduh, napravljene od prozirnog materjala, lako se zapali sabijanjem vazduha iznad nje. Temperatura vazduha posle sabijanja tako je visoka da se šibica spontano zapali.

* * *

Trčanje unazad je interesantan sport. Godine 2006. svetski rekordi u trčanju unazad mogu da se nađu na veb strani www.recordholders.org/en/list/backwards-running.html. Bićete iznenađeni koliko su ti rekordi veći od vremena vašeg ličnog rekorda u trćanju napred. (***Izazov 632e***).

* * *

Ako je toplota zaista neuređeno kretanje atoma, pojavljuje se veliki problem. Kada se dva atoma sudare čeono, u deliću malog rastojanja nijedan od njih nema brzinu. Kuda je otišla kinetička energija? Očigledno, ona je pretvorena u potencijalnu energiju. Ali to podrazumeva da atomi mogu da se izobliče, da oni imaju unutrašnju strukturu, da oni imaju delove i da se u načelu mogu pocepati. Ukratko, ako je toplota neuređeno kretanje atoma, ***atomi nisu nevidljivi***! U 19. veku ovaj argument je bio iznet kako bi se pokazalo da toplota ne može biti kretanje atoma, već mora da je neka druga vrsta fluida. Međutim, pošto znamo da je toplota zaista kinetička energija, atomi moraju zapravo da su deljivi, premda njihovo ime znači "nedeljiv". Nije nam potreban skup eksperiment da bi se to pokazalo.

* * *

Koliko dugo treba da se kuva jaje? Ovo pitanje istraživano je uz puno detalja; naravno, vreme kuvanja zavisi od vrste jaja koje želite da skuvate, koliko je jaje veliko i da li je izvađeno iz frižidera ili ne. Postoji čak i obrazac za izračunavanje vremena kuvanja. (***Ref. 306***). Belance počinje da se stvrdnjava na 62ºC, a žumance počinje da se stvrdnjava na 65ºC Skuvano jaje sa najboljim ukusom nastaje na 69ºC, polutvrdo jaje na 65ºC, a rovito jaje na 63ºC. Ako jaje kuvate na 100ºC (duže vreme) belance će dobiti osobine gume, zumance će dobiti zelenu površinu koja gadno miriše, pošto visoka temperatura dovodi do stvaranja H_2S (sumpor-vodonika) koji tada pokupi gvožđe i formira zelen sloj FeS (gvožđe sulfat). Treba zapaziti da vreme ne igra nikakvu ulogu ako se temperatura kontroliše; kuvanje jaja na 65ºC u vremenu od 10 minuta ili 10 časova, daje ***isti*** rezultat.

* * *

Lako je skuvati jaje na takav načina da se belance stvrdne, a žumance ostane tečno. Možete li da postignete obrnuto? (***Izazov 633s***). Istraživanja su čak pokazala kako da skuvate jaje tako da žumance ostane u centru. Možete li da zamislite kako? (***Izazov 634e***).

* * *

Godine 1912., Emil Borel je primetio da ako bi se gram materije na Sirijusu premestio za jedan centimetar, to bi promenilo polje gravitacije na Zemlji samo za mali iznos. (***Ref. 307***). Međutim, ta mala promena bi bila dovoljna da učini nemogućim izračunavanje putanje molekula u gasu posle delića sekunde.

* * *

Ne samo gasovi, već se i većina drugih materijala širi kada se temperatura poveća. Kao rezultat, električni vodovi poduprti stubovima u toku leta imaju veći ugib nego li u toku zime. Da li je to tačno? (***Izazov 635s***).

* * *

Poznat je sledeći problem kojeg je postavio Fermi. (***Ref. 308***). Ako se zna da se ljudsko telo posle smrti ohladi u toku četiri sata, koliki je minimalni broj kalorija u našoj hrani potreban dnevno? (***Izazov 636ny***).

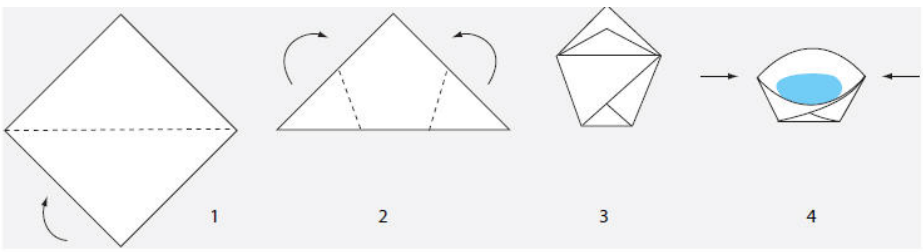
* * *

Energija koja je sadržana u toplotnim kretanjima nije zanemarljiva. Metak od 1 grama koji putuje brzinom zvuka ima kinetičku energiju od samo 0,01 kcal.

* * *

Kako radi tipičan balon sa toplim vazduhom zapremine 1500 m^3. (***Izazov 637s***).

* * *



Slika 266 Možete li da postignete da voda provri u ovoj čaši od papira?

Ako vam se ne dopada ovaj tekst, evo predloga. Možete uzeti papir da napravite čašu, kao što je prikazano na ***slici 266***, i da u njoj uzavrite vodu iznad otvorenog plamena. Međutim, da biste uspeli, morate da obratite malo pažnje. Možete li da odredite na koji način? (***Izazov 638s***).

* * *

Ako se pomeša 1 kg vode na 0ºC i 1 kg vode na 100ºC, dobiće se 2 kg vode na 50ºC. Šta bi bio rezultat mešanja 1 kg leda na 0ºC i 2 kg vode na 100ºC? (***Izazov 639s***).

* * *

Naveća zabeležena temperatura vazduha koju je preživeo čovek je 127ºC. To je ispitivano u Londonu 1775. godine, od strane sekretarijata Royal Society. Čarls Blagden, u društvu nekoliko prijatelja, ostali su u prostoriji sa tom temperaturom tokom 45 minita. (***Ref. 309***). Interesantno je da se sirov odrezak, koji su poneli sa sobom, ispekao ("baš kako treba") kada je on sa svojim prijateljima napustio sobu. Koji uslovi moraju tačno da budu ispunjeni da bi se izbeglo da ljudi ne budu skuvani na isti način kao odrezak? (***Izazov 640s***).

* * *

Da li je Bolcmanova konstanta k zaista najmanja moguća vrednost entropije u prirodi? Kako onda može da bude entropija po čestici kriptona tako mala kao što je $0{,}3k$ po čestici? Odgovor bi izgleda mogao da bude da slobodna čestica ima više entropije od združenih. Granična entropija k je valjana za celokupan kristal, ali ne važi za svaku česticu.

* * *

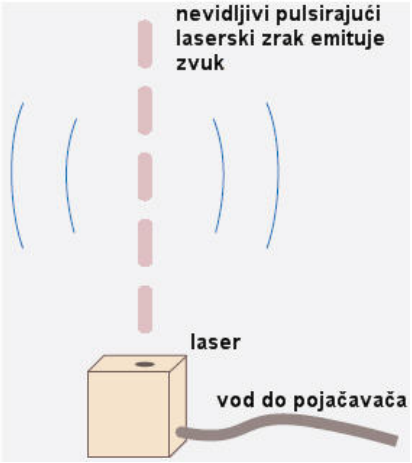
Švedski astronom Anders Celzijus (1701 – 1744) u početku je postavio tačku smrzavanja vode na 100º, a tačku ključanja na 0º. Ubrzo potom skala je bila obrnuta onako kako je koristimo danas. Međutim, to nije cela priča. (***Ref. 310***) Sa zvaničnom definicijom za kelvin i sa stepenima Celzijusa, na standardnom pritisku od 101,325 Pa, voda ključa na 99,974ºC. Možete li da objasnite zbog čega nije više na 100ºC? (***Izazov 641s***).

* * *

Možete li da napunite bocu sa tačno 1 ± 10^{-30} kg vode? (***Izazov 642s***)

* * *

Jedan gram masti, bilo maslaca ili ljudske masnoće, sadrži 38 kJ hemijske energije (ili, u prihvatljivijim jedinicama uobičajenim za nutricioniste, 9 kcal). To je ista vrednost kao za bemzin. Zašto su ljudska masnoća ili maslac manje opasni od benzina? (***Izazov 643s***).



Slika 267 Nevidljivi zvučnik

Godine 1992., holandski fizičar Martin van der Mark izmislio je zvučnik koji radi sa zagrejanim vazduhom i laserskim zrakom. On je pokazao da uz pravilnu talasnu dužinu i pogodnu modulaciju jačine, laserski zrak u vazduhu može da proizvede zvuk. Efekt na kojem se zasniva rad ovog uređaja naziva se fotoakustični efekt, koji se pojavljuje kod više materijala. Najbolja talasna dužina lasera je u infracrvenom opsegu u jednoj od nekoliko linija apsopcije vodene pare. Drugim rečima, pravilno modulirani infracrveni laser koji zrači kroz vazduh stvara zvuk. Takvu svetlost može da emituje mali poluprovodnički laser veličine kutije šibica sakriven u tavanici i koji zrači naniže. Zvuk se emituje u svim pravcima normalnim na zrak. Pošto je svetlost infracrvenog lasera nije (obično) vidljiva, Martin van der Mark je prema tome izmislio nevidljiv zvučnik. Na nesreću, efikasnost sadašnje verzije je još uvek mala, pa je snaga zvučnika

još uvek nedovoljna za praktične primene. Napredak u tehnologiji lasera trebalo bi da to promeni, tako da bismo u budućnosti mogli da slušamo zvuk koji se emituje iz centra inače prazne prostorije.

* * *

Poznato ispitno pitanje. Kako možete izmeriti visinu zgrade pomoću barometra, kanapa i lenjira? Nađite najmanje šest različitih načina. (***Izazov 644s***).

* * *

Kolika je približna verovatnoća da od milion bacanja novčića dobijate tačno 500.000 glava i isto toliko pisama? Možda ćete poželeti da za izračunavanje rezultata koristite Stirlingov obrazac:[1] (***Izazov 645ny***).

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\,(n/e)^n$$

* * *

Da li ima smisla da se govori o entropiji svemira? (***Izazov 646s***).

* * *

Moze li balon sa helijumom da podigne rezervoar kojeg ispunjava? (***Izazov 647ny***).

* * *

Procesi trenja, kakvi su osmoza, rastvaranje, isparavanje ili raspad, su spori. Njima je potrebno određeno vreme. Pokazalo se da je svaki (makroskopski) proces uz vremensku razmeru nepovratan. To zaista nije iznenađenje: intuitivno znamo da poništavanje stanja traje duže od stvaranja tog stanja. To je opet zbog drugog zakona termodinamike.

* * *

Pokazalo se da je ***skladištenje*** informacija moguće uz zanemarljivo stvaranje entropije. Međutim, ***brisanje*** informacija zahteva entropiju. (***Ref. 311***). To je glavni razlog zašto računari, baš kao i mozak, zahtevaju izvore energije i sisteme hlađenja, čak i kada njihovim mehanizmima inače nebi bila uopšte potrebna energija.

* * *

Kada se pomešaju topao rum i hladna voda, koliko se poveća entropija usled mešanja u poređenju sa porastom entropije usled razlike temperatura? (***Izazov 648ny***).

* * *

Zašto ne postoje mali ljudi, od recimo 10 mm visine, kao što su u mnogim bajkama. Zapravo, uopšte ne postoje toplokrvna živa bića takve veličine. Zašto? (***Izazov 649s***).

* * *

Osvetljavanjem tela i učestanim uključenjem i isključenjem, dobija se zvuk. Ovo se naziva ***fotoakustični efekt***, a on se javlja usled toplotnog istezanja materijala. Promenom učestanosti svetlosti i merenjem jačine zvuka, dobija se specifičan fotoakustičan spektar materijala. Ovaj postupak nam omogućava da otkrijemo koncentraciju gasa u vazduhu u delu od 10^9. Između ostalih metoda to se koristi za proučavanje gasova koje emituju biljke. Biljke emituju u mali količinama metan, alkohol i acetaldehid; fotoakustični efekt može da otkrije ove gasove i pomaže nam da shvatimo procese koji stoje iza ovih emisija.

* * *

Koja je gruba verovatnoća da svi molekuli kiseonika u vazduhu odu iz određenog mesta za nekoliko minuta, ubijajući sve stanovnike.? (***Izazov 650ny***).

* * *

Ako biste prosuli litar vode u more, pomešali kroz sve okeane, a potom zahvatili litar mešavine, koliko biste orginalnih atoma našli? (***Izazov 651ny***).

* * *

Koliko dugo biste nastavili da dišete u sobi koja je hermetički zatvorena? (***Izazov 652s***).

* * *

---

[1] Postoji mnogo poboljšanja Stirlingovog obrasca. Najjednostavniji je Gosperov obrazac: $\sqrt{(2n+1/3)\pi}\,(n/e)^n$.

Drugi je: $\sqrt{2\pi n}\,(n/e)^n\, e^{\frac{1}{12n+1}} < n! < \sqrt{2\pi n}\,(n/e)^n\, e^{\frac{1}{12n}}$

Gubitak toplote je najveći problem za male životinje, pošto se odnos površine prema zapremini povećava sa povećanjem veličine. Kao retzultat toga, male životinje se nalaze u toploj klimi, a velike se nalaze u hladnoj klimi. To je tačno za medvede, ptice, zečeve, insekte i mnoge druge porodice životinja. Iz istog razloga malim živim bićima je potrebna veća količina dnevne hrane, kada se preračuna naspram telesne težine, dok je velikim životinjama potrebno daleko manje hrane.

* * *

Šta bi se dogodilo ako biste dodali malo pepela u komad šećera i sve to zapalili? (***Izazov 653s***). (Upozorenje: Ovo je opasno i to ne samo za decu.)

* * *

Izračunavanje entropije je često iznenađujuće. Za sistem od N čestica, od po dva stanja za svaku, postoji $W_{all} = 2^N$ stanja. Za najverovatniju konfiguraciju, u kojoj je tačno polovina broja čestica u jednom stanju, a druga polovina u drugom, imamo: $W_{max} = N!/((N/2)!)^2$. Za makroskopski sistem čestica možemo da imamo $N = 10^{24}$. To daje $W_{all} \gg W_{max}$; zaista predhodni je 10^{12} puta veći od sledećeg. S druge strane, naći ćemo da se $\ln W_{all}$ i $\ln W_{max}$ slažu u prvih 20 decimalnih mesta! (***Izazov 654ny***). Iako je konfiguracija sa tačno od po polovine čestica u svakom od dva stanja mnogo ređa nego u opštem slučaju gde odnos može da se menja, pokazalo se da je entropija ista. Zašto? (***Izazov 655ny***).

* * *

Ako je toplota uzrokovana kretanjem atoma, naše ugrađeno čulo za toplo i hladno je jednostavan detektor kretanja. Kako ono radi? (***Izazov 656ny***).

Uzgred, čula za miris i za dodir mogu takođe da se posmatraju kao detektori kretanja, pošto ona javljaju prisustvo molekula koji lete okolo u vazduhu ili tečnosti. Da li ste saglasni? (***Izazov 657e***).

* * *

Mesec ima atmosferu. premda je ona jako tanka, a sastoji se od natrijuma (Na) i kalijuma (K). Ova atmosfera je otkrivena do devet poluprečnika Meseca, računato od površine. Atmosfera Meseca je stvorena na površini usled ultraljubičastog zračenja sa Sunca. Možete li da procenite gustinu atmosfere na Mesecu? (***Izazov 658s***).

* * *

Ima li smisla dodati red u ***Tabelu 44*** za količinu rada? Ili kolonu? Zašto? (***Izazov 659ny***).

* * *

Rasprostiranje se proteže u velikim razmerama. Na primer, insekti uzimaju kiseonik preko svoje kože. Kao rezultat toga unutrašnjost njihovog tela ne može da bude udaljeniji od površine više od centrimetra. Možete li da nabrojite ostale razmere dužina u prirodi na koje utiče proces rasprostiranja? (***Izazov 660s***).

* * *

Povećavanje toplote vazduha je razlog što se većina insekata mogu naći naveče u tankim rojevima. Mnoge insekte, posebno one koji sišu krv životinja, privlači topao i vlažan vazduh.

* * *

Termometri na bazi žive mogu da dosegnu 750ºC. Kako je to moguće, kada živa isparava na 357ºC? (***Izazov 661s***).

* * *

Kako bi plamen sveće izgledao u uslovima besteżinsko stanja? (***Izazov 662s***).

* * *

Da li je moguće izgraditi elektranu izgradnjom visokog dimnjaka, tako da vazduh zagrejan Suncem teče kroz njega, te da tako goni turbinu. Isto tako je moguće da se napravi elektrana izgradnjom dugačke vertikalne cevi, pa da se pusti gas, kao što je amonijak, da se penje kroz nju posle čega postaje tečan usled niže temperature u gornjoj atmosferi; kada padne kroz drugu cev nazad kao tečnost – isto kao kiša – da pokreće turbinu. Zbog čega se ovakve šeme, koje skoro potpuno ne zagađuju, još uvek ne primenjuju? (***Izazov 663s***).

* * *

Jedan od najiznenađujućih uređaja ikad izmišljen je ***vrtložna cev*** (***Wirbelrohr***) ili Ranke-Hilšova vrtložna cev. Uduvanjem sabijenog vazduha na sobnoj temperaturi u njenu sredinu, formiraju se dva protoka na njenim krajevima. Jedan je ekstremno hladan, oko -50ºC, a drugi je ekstremno vreo, do 200ºC. Nema pokretnih delova i cevi niti se u njoj nalazi uređaj za zagrevanja. Kako to radi? (***Izazov 664s***).

* * *

Termoakustične mašine, pumpe i frižideri pružaju mnogo čudnih i zadivljujućih primena toplote. Na primer, moguće je korišćenje glasnog zvuka u zatvorenoj metalnoj prostoriji da se pomeri toplota sa hladnog mesta na toplo. Takvi uređaji imaju malo pokretnih delova, a proučavaju se u nadi da će se naći njihova prakrična primena u budućnosti. (***Ref. 312***).

* * *

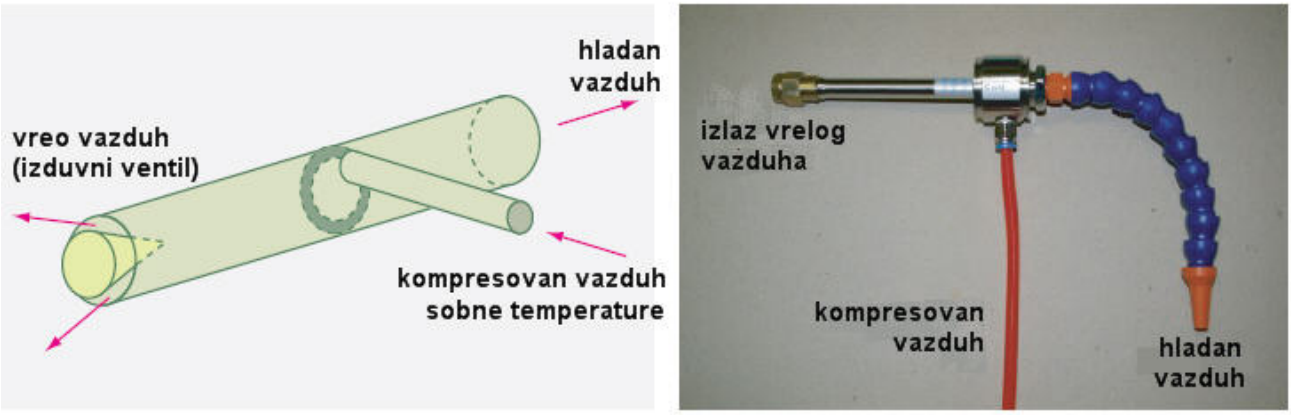
Da li je zatvoren sistem koji ima samo nekoliko čestica protivrečan drugom zakonu termodinamike? (***Izazov 665s***).

* * *

Šta se događa sa entropijom kada se u obzir uzme i gravitacija.? Mi smo pažljivo u svojim razmatranjima zanemarili gravitaciju. Zapravo, gravitacija dovodi do mnogo novih problema – pokušajte samo da razmislite o ovom pitanju. Na primer, Jakob Bekenštajn (Jacob Bekenstein) je otkrio da materija dostiže najveću moguću entropiju kada obrazuje crnu rupu. Možete li da to potvrdite? (***Izazov 666s***).

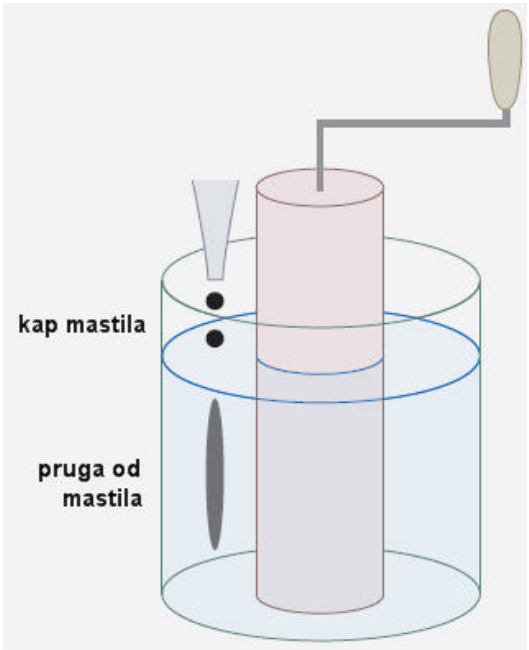
* * *

Brojčana vrednost (ali ne i jedinica!) Bolcmanove konstante je $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K, a kombinacija $\hbar/ce$ – gde je $\hbar$ Plankova konstanta, c brzina svetlosti i e naelektrisanje elektrona – slažu se sa njenom izložiocu i u prva tri decimala. Kako možete ovo da odbacite kao puku slučajnost? (***Izazov 667s***)



Slika 268 Izgled vrtložne cevi (Wirbelrohr) ili Ranke-Hilšove vrtložne cevi i komercijalna verzija dužine oko 40 cm koja se koristi u procesima izrade (© Coolquip).

* * *



Slika 269 Šta se događa sa prugom mastila ako se unutrašnji valjak okrene nekoliko puta u jednom smeru, a potom okrene nasuprot isti broj puta?

Mešanje nije uvek jednostavno da se izvede. Eksperiment na ***slici 269*** daje potpuno različit rezultat sa vodom i glicerinom. Možete li da ga pogodite? (***Izazov 668s***).

* * *

Kako ćete da odstranite žvakaću gumu iz odeće? (***Izazov 669s***).

* * *

Postoji manje poznat dokaz o atomima. U stvari, postoje dva svakodnevna dokaza postojanja atoma: rađanje i pamćenje. Zašto? (***Izazov 670ny***).

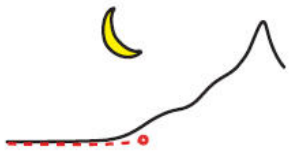
U dodatku o laserima u sistemima obrtanja, zabavno je govoriti o negativnoj temperaturi. Zbog čega to nije zaista razumno? (***Izazov 671s***).

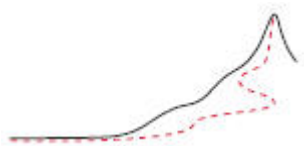
ZAKLJUČAK O TOPLOTI I INVARIJANTI VREMENA

Mikroskopska kretanja usled gravitacije i električna međsobna delovanja, preme tome sva mikroskopska kretanja u svakodnevnom životu, su ***povratna***: takva kretanja mogu da se dogode unazad u vremenu. Drugim rečima, kretanje usled gravitacije i elektromagnetizma su invarijanta povratka u vremenu ili invarijanta dvosmernog kretanja.

Bez obzira na to, svakodnevna kretanja su ***nepovratna***, pošto u svakodnevnom životu ne postoji potpuno zatvoren sistem. Nedostatak zatvorenosti dovodi do kolebanja, a kolebanje dovodi do trenja. Ekvivalentno tome, nepovratnost nastaje od izuzetno male verovatnoće, koja je potrebna da bi se izvršilo povratno kretanje. Makroskopska nepovratnost nije protivrečna mikroskopskoj povratnosti.

Iz tog razloga, u svakodnevnom životu, entropija u zatvorenim sistemima uvek se povećava. To dovodi do poznatog pitanja: kako biološka evolucija može da se pomiri sa porastom entropije? Pogledajmo.





Poglavlje 14

SAMOORGANIZOVANJE I HAOS – JEDNOSTAVNOST SLOŽENOSTI

Govoriti o nelinearnoj fizici je slično kao kada bismo zoologiju nazvali proučavanjem životinja koje nisu slonovi

Stanislav Ulam (Stanislaw Ulam) (***Ref. 313***)

U našoj listi globalnih opisa kretanja, na najvišem mestu je proučavanje samoorganizovanja. (***Strana 178***). Samoorganizovanje je prisustvo poretka (***Ref. 314***). U fizici pojam ***poretka*** obuhvata ***oblike***, kao što je složena simetrija pahuljice snega; ***uzorke***, kao što su pruge na zebrama i nabori na pesku, i ***krugove***, kao što je stvaranje zvuka prilikom pevanja. Kada pogledamo oko sebe, zapažamo da je svaki primer onoga što nazivamo ***lepotom*** kombinacija oblika, uzoraka i krugova. Da li ste saglasni sa ovim? (***Izazov 672s***). Samoorganizovanje se stoga može nazvati i kao proučavanje početaka lepote. ***Tabela 49*** pokazuje koliko su česte pojave uzoraka poretka u našem okruženju.

PRISUSTVO PORETKA

Prisustvo poretka je opšte zapaženo širom prirode. Posebno ***fluidi*** prikazuju mnoge fenomene gde se poredak pojavljuje i nestaje. Primeri obuhvataju manje ili veće pravilno treperenje sveće koja gori, lepršanje zastave na vetru, pravilno strujanje mehurića koji potiču od malih nepravilnosti na površini čaše sa šampanjcem, te pravilno ili nepravilno kapanje kapljica vode. ***Slika 236*** (***strana 258***), kao i druge slike u ovom poglavlju, prikazuju još neke primere. Ostali primeri obuhvataju prisustvo oblaka i pravilan raspored oblaka na nebu. Može biti zanimljivo da se razmišlja, tokom inače dosadnih letova avionom, o mehanizmu koji stoji iza stvaranja uzoraka i oblika koje gledate. (***Izazov 673e***). Tipičan oblak ima masu od 1 do 5 g/m^3, tako da veliki oblak može da sadrži i nekoliko hiljada tona vode.

Ostali primeri samoorganizovanja su mehanički, kao što je formiranje planinskih venaca pri pokretanju kontinenata, nastajanje zemljotresa i formiranje bora u uglovima ljudskih očiju prilikom smejanja.

Svi procesi ***rasta*** su pojave samoorganizovanja. Prisustvo poretka je nađen u podeli ćelija embriona u telu žene, formiranje uzoraka boje na tigru, tropskim ribama i leptirima; u simetričnosti rasporeda latica cveća; u oblikovanju bioloških ritmova itd. (***Strana 41***).

Da li ste ikada razmišljali o neverovatnom načinu na koji rastu zubi? Praktično neorganski materijali prave oblike na gornjoj i donjoj vilici koji tačno odgovaraju jedni drugima. (***Vol III, strana 174***). Kako se upravlja ovim procesom još uvek je tema istraživanja. Isto tako je oblikovanje neuronske mreže u mozgu pre i posle rođenja još jedan proces samoorganizovanja. Čak se i fizički procesi na bazi razmišljanja, uključujući promene električnih signala, mogu opisati kao pojmovi samoorganizovanja.

Biološki razvoj je poseban slučaj rasta. Uzmite, na primer, razvoj životinjskih oblika. (***Ref. 315***). Pokazalo se da je jezik zmije rascepljen zbog toga što je to najefikasniji oblik za praćenje hemijskih tragova koji ostavljaju žrtve ili druge zmije iste vrste. (Zmije osećaju mirise uz pomoć svog jezika.) Koliko bi tipova jezika bilo potrebno letećim reptilima kao što su leteći zmajevi? (***Izazov 674e***).

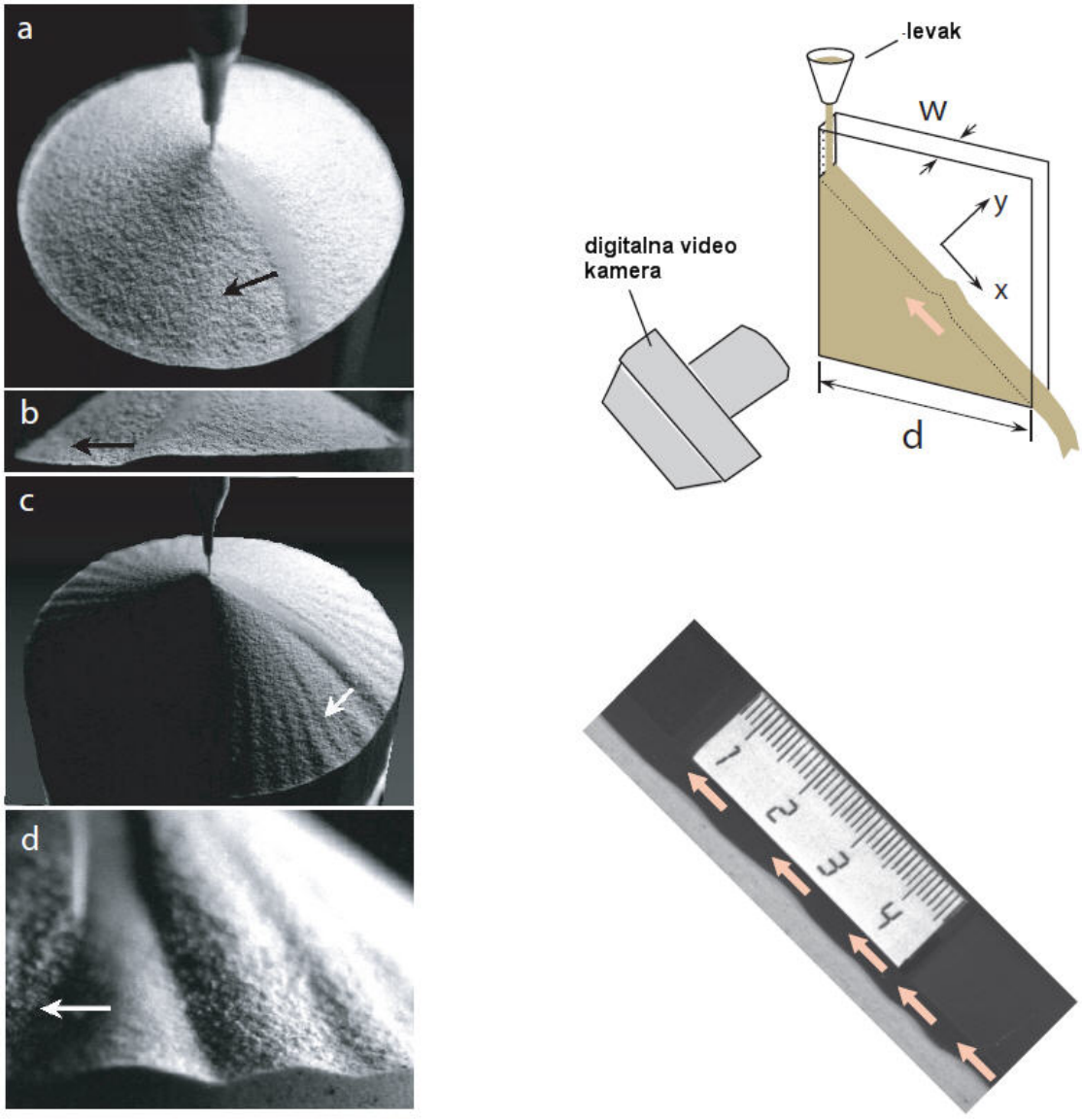
Fiksni broj prstiju na ljuskoj ruci takođe je posledica samoorganizovanja. (***Ref. 316***). Broj latica cveta može biti, ali i ne mora, usled samoorganizovanja. (***Vol. III, strana 215***).

Proučavanja uslova potrebnih za prisustvo ili odsustvo poretka pokazala su da njihov opis iziskuje samo nekoliko opštih pojmova, nezavisno od detalja fizičkog sistema. To će se najbolje videti posmatranjem nekoliko jednostavnih primera.

TABELA 49 Neki ritmovi, uzorci i oblici zapaženi u prirodi

Opažanje	Pokretačka sila	Sila obnavljanja	Tip, razmera
Otisak prsta	hemijska reakcija	rasprostiranje	0,1 mm
Kucanje časovnika	pad težine	trenje	1 s
Škripanje krede zbog nestabilnosti klizanja	kretanje	trenje	600 Hz
Muzička nota stvorena na violini	kretanje gudala	trenje	600 Hz
Muzička nota stvorena na flauti	protok vazduha	turbulencija	400 Hz
Oscilovanje voza transverzalno na kolosek	kretanje	trenje	0,3 HZ
Vodene strukture u vodopadima i fontanama	protok vode	turbulencija	10 cm
Grčevito odvajanje "scotch" lepljive trake	brzina povlačenja	trenje lepljenja	0,1 Hz
Oscilacije poluprečnika špageta i proizvoda od niti polimera	brzina istiskivanja	trenje	10 cm
Uzorci savijenih metalnih ploča i listova	izobličavanje	čvrstina	zavisno od debljine
Lepršanje zastave na vetru stalne jačine	protok vazduha	čvrstina	20 cm
Kapanje kapljica vode	protok vode	povtšinski napon	1 Hz
Nepravilan tok mehurića u čaši piva	pritisak rastvorenog gasa	površinski napon	0,1 Hz, 1 mm
Nestabilnost Relej-Benarda	gradijent temperature	rasprostiranje	0,1 Hz, 1 mm
Protok Couette-Taylor	gradijent brzine	trenje	0,1 Hz, 1 mm
Protok Benard-Marangoni, stvaranje talasa	površinski napon	viskozitet	0,1 Hz, 1 mm
Brazda Karmana, Emonova tačka, protok Osborne-Reynolds	količina kretanja	viskozitet	od mm do 1 km
Pravilni udarci u izduvnoj cevi automobila	protok	rezonansa pritiska	0,3 Hz
Pravilan raspored oblaka	protok	rasprostiranje	0,5 km
El Ninjo	protok	rasprostiranje	5 do 7 godina
Rub vina na zidu čaše	površinski napon	binarna mešavina	0,1 Hz, 1 mm
Ferofluidna površina u magnetnom polju	magnetna energija	gravitacija	3 mm
Uzorak u tečnom kristalu	električna energija	naprezanje	1 mm, 3 s
Treperenje starenja fluorescentnog svetla	tok elektrona	rasprostiranje	1 Hz
Nestabilnost površine pri zavarivanju	tok elektrona	rasprostiranje	1 cm
Nestabilnost plazme u tokamaku	tok elektrona	rasprostiranje	10 s
Formiranje snežne pahuljice i drugi dendritski procesi rasta	gradijent koncentracije	površinsko rasprostiranje	10 μm
Stvrdavanje sučeonih uzoraka, na pr. CBr_4	protok entropije		1 mm
Periodični slojevi metalne korozije	koncentracija gradijenta	rasprostiranje	10 μm
Očvršćavanje čelika pri hladnoj obradi	naprezanje	dislokacijsko kretanje	5 μm
Strukture lavirinta u metalima ozračenim protonima	protok čestica	rasprostiranje	5 μm
Uzorci u laserom ozračenoj leguri Cd-Se	lasersko zračenje	rasprostiranje	50 μm
Uzorci razmeštanja i oscilacije gustine u zamoru Cu mono-kristala	naprezanje	dislokacisko kretanje	10 μm, 100 s
Emisija svetla lasera, njeni ciklusi i režim haosa	pumpanje energije	svetlosni gubici	10 ps do 1 ms
Obrtni uzorci sjaja svetlosti lasera na površini nekih elektrolita	svetlosna energija	rasprostiranje	1 mm
Uzorci reakcije Belousov-Žabotinski i ciklusi	koncentracija gradijenta	rasprostiranje	1 mm, 10 s
Treperenje plamena sveće	toplota i gradijent koncentracije	toplotna i rasprosti-ranje materijala	0,1 s
Pravilan redosled hladnog i toplog plamena pri sagorevanju ugljenih hidrata	toplota i gradijent koncentracije	toplotna i rasprosti-ranje materijala	1 cm
Povratna sprega zvučnika i mikrofona	pojačavač	električni gubici	1 kHz
Bilo koji električni oscilator u radiju, TV, računaru, mobilnom telefonu i sl.	snabdevanje energijom	gubici u otporniku	1 kHz do 30 GHz

Periodične erupcije gejzira	podzemna toplota	isparavanje	10 min
Periodični zemljotresi na nekim rasedima	tektonska kretanja	pucanje	1 Ms
Šestougaoni uzorci u bazaltnoj steni	toplota	toplotno rasipanje	1 m
Šestougaoni uzorci na suvoj zemlji	pravilne promene temperature	rasprostiranje vode	0,5 m
Periodične promene jačine Cefeida i drugih zvezda	nuklearna fusija	emisija energije	3 Ms
Konvekcione ćelije na površini Sunca	nuklearna fuzija	emisija energije	1000 km
Formiranje i oscilovanje magnetnog polja Zemlje i drugih nebeskih tela	razdvajanje naboja zbog konvekcije i trenja	gubici u orporniku	1000 kgod
Promene stvaranje bora/gužvanja	naprezanje	čvrstoća	1 mm
Uzorci životinjskog krzna	hemijska koncentracija	rasprostiranje	1 cm
Rast prstiju i udova	hemijska koncentracija	rasprostiranje	1 cm
Prekid simetrije u embriogenezi, kao što je srce na levoj strani	verovatno molekularna i hemijska hiralnost	rasprostiranje	1 m
Podela ćelija i pojava organa tokom rasta	hemijska koncentracija	rasprostiranje	10 µm do 30 m
Oscilacije odnosa žrtva - zver	reprodukcija	glas	3 do 17 god
Razmišljanje	paljenje neurona	gubici toplote	1 ms, 100 µm



slika 270 Primeri samoorganizovanja za pesak: spontana pojava privremenih krugova (a i b), spontana pojava privremenog uzorka (c i d) spontana pojava prostorno-privremenog uzorka, naime solitarnog talasa (© Ernesto Altshuler et al.).

SAMOORGANIZOVANJE U PESKU

Sve bogatstvo samoorganizacije prikazuje se pri proučavanju običnog peska. Zbog čega peščane dine imaju nabore kakve postoje i na peščanom dnu mora? Kako se pojavljuju obrušavanja na stepenastoj hrpi peska? Kako se pesak ponaša u peščanom časovniku, u mikserima ili u posudama koje vibriraju? Rezultati su često iznenađujući.

Pregled samoorganizovanja peska je data u ***Tabeli 50***. Na primer, kao što je nedavno 2006. godine, kubanska grupa istraživača Ernesta Altshulera i njegove kolege otkrile solitarne talase u protoku peska (kako je prikazano na ***slici 270***). (***Ref. 317***). Oni su već 2002 godine otkrili obrtni efekt reke na gomilama peska, prikazan na istij slici. Još interesantnije je, da se ovaj efekt javlja samo kod kubanskog peska i kod još nekih retkih tipova peska. Razlog je još uvek nejasan.

Slika 271 Nabori na putu (ljubaznošću David Mays).

TABELA 50 Uzorci i ciklusi na horizontalnom pesku i na površinama sličnim pesku u moru i na zemlji

Uzorak/ciklus	**Perioda**	**Amplituda**	**Poreklo**
Pod vodom			
Nabori	5 cm	5 mm	talasi vode
Mega nabori	1 m	0,1 m	plima
Talasi peska	100 do 800 m	5 m	plima
Nasipi peska	2 do 10 km	2 do 20 m	plima
U vazduhu			
Nabori	0,1 m	0,05 m	vetar
Pesak koji peva	65 do 110 HZ	do 105 dB	vetar na peščanim dinama, obrušavanje i vibracije peska
Nabori na putu	0,3 do 0,9 m	0,05 m	točkovi, saobraćaj
Skijaške grbe	5 do 6 m	do 1 m	skijaši
Na drugom mestu			
Na Marsu	nekoliko km	nekoliko desetina m	vetar

Slično tome, 1996 godine, su Paul Umbahovar (***Ref. 318***) i njegove kolege pronašle da kada ravna posuda sadrži sitne deliće bronze (prečnika od oko 0,165 mm) i kada se u vakuumu trese gore dole određenom učestanosti, na površini ovog "peska" od bronze stvaraju se stabilne kupe. One su prikazane na ***slici 272***. Ove kupe, tako zvani ***osciloni***, takođe se kreću brzo gore-dole. Ovi osciloni se mogu kretati i stupati jedan sa drugim u interakciju.

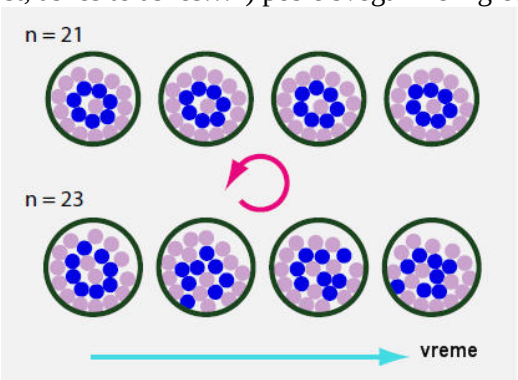
Osciloni u bronzanom "pesku" su jednostavan primer opštih pojava u prirodi: diskretni sistemi sa nelinearnim međusobnim delovanjem mogu da ispolje ***lokalna pobuđivanja***. (***Ref. 319***). Ova interesantna tema je tek na početku istraživanja. Možda bi bilo dobro kada bi jednog dana dala rezultate koji bi nam razjasnili rast organizama.

Slika 272 Osciloni stvoreni trešenjem bronzanih kuglica; horizontalna veličina je oko 2 cm (© Paul Umbanhowar)

Pesak pokazuje još puno procesa formiranja uzoraka.

- Mešavina peska i šećera, kada se sipa na gomilu, obrazuje slojevite strukture koji u preseku liče na pruge zebre.
- Valjak koji se obrće horizontalno sa dvojnom mešavinom u sebi vremenom će razdvojiti mešavinu.
- Uzmite posudu sa dva odeljka odvijena zidom od 1 cm. Napunite obe polovine peskom i brzo tresite celu posudu mašinom. Vremenom će spontano sav pesak da se nakupi u jednoj polovini posude.
- Ljudi su proučavali različite tipove peščanih dina koje "pevaju" kada vetar duva preko njih. (***Ref 320***).
- Isto tako se na putu bez tucanika natopljenog bitumenom pojave nabori koje napravi saobraćaj, put koji liči na rifljaču je prikazan na ***slici 271***; to je još jedan primer samoorganizovanja, (***Ref 321***). Ovi nabori se obično vremenom kreću ***nasuprot*** smeru saobraćaja. Možete li da objasnite zašto? (***Izazov 675s***). Ovde spadaju i pomenute pokretne smučarske grbe. (***Strana 233***).

Zapravo, ponašanje peska i prašine pokazuju toliko lepih i začuđujućih tema da mogućnost povratka čoveka u prašinu ("…dust to dust, ashes to ashes…") posle svega i ne izgleda tako strašno.



Slika 273 Magičan broj 21, kada lopte, koje se okreću u tanjiru, ponašaju različito od nemagičnog broja kao što je 23 (nacrtano prema fotografiji © Karsten Kötter).

SAMOORGANIZOVANJE LOPTI

Neverovatno jednostavan i lep primer samoorganizovanja je efekt kojeg je otkrio 1999. godine Karsten Koter i njegova grupa. (***Ref. 322***). On je otkrio da se skup lopti koje se vrte u tanjiru ponaša u zavisnosti od broja lopti koje se koriste. Obično se sve lopte neprestano mešaju. Ali se kod nekih "magičnih" brojeva, kao što je 21, pojavljuje stabilan prsten, pri čemu spoljne lopte ostaju izvan prstena, a unutrašnje lopte ostaju u prstenu. Ovi prstenovi, koji su obojeni radi boljeg uvida, prikazani su na ***slici 273***

POJAVA PORETKA

Mnoga proučavanja sistema sa samoorganizovanjem promenila su naše razumevanje prirode na mnogo načina. Pre svega, ona su pokazala su uzorci i oblici slični krugovima: sve to nastaje usled kretanja. Bez kretanja, pa stoga i bez prošlosti, ne postoji ni poredak, ni uzorci, ni oblici ni ritam. (***Ref. 323***). Svaki uzorak ima svoju istoriju, svaki uzorak je posledica kretanja. Kao primer, na ***slici 274*** je prikazano kako raste pahuljica snega.

Slika 274 Samoorganizacija: rast pahuljice snega (QuickTime film © Kenneth Libbrecht ovaj se video snimak može posmatrati na veb strani youtube/fA2IlzL23PY)

Drugo, uzorci, oblici i ritam nastaju zbog organizovanog kretanja velikog broja malih sastavnih delova. Sistemi koji se samoorganizuju uvek su složeni: oni imaju ***kooperativne sastave***.

Treće, svi takvi sistemi povinuju se jednakostima razvoja, koje su nelinearne u makroskopskoj konfiguraciji promenljivih. Linearni sistemi nemaju samoorganizovanje.

Četvrto, pojava i nestajanje poretka zavisi od jačine sile pokretanja, takozvanog parametra poretka. Štaviše, sav poredak i sve strukture javljaju se kada se nadmeću međusobno dva tipa kretanja, naime "pokretački", proces dodavanja energije, i "rasipni", koji je mehanizam kočenja. Termodinamika stoga ima ulogu u svim procesima samoorganizovanja. Sistemi sa samoorganizovanjem su uvek ***rasipni sistemi*** i oni su uvek daleko od ravnoteže. Kada pokretačka i rasipna sila imaju isti red jačine, i kada ključno ponašanje sistema nije linearna funkcija pokretačke sile, može se pojaviti poredak.[1]

MATEMATIKA POJAVE PORETKA

Svaki uzorak, svaki oblik i svaki ritam ili ciklus može da bude opisan nekom posmatranom veličinom A koja opisuje amplitudu uzorka, oblika ili ritma. Na primer, amplituda A može biti dužina uzorka peska, ili hemijska koncentracija za biološke sisteme, ili zvučni pritisak pri pojavi zvuka.

Poredak se pojavljuje kada je amplituda A različita od nule. Da bi se razumela pojava poretka, mora se razumeti razvoj amplitude A. Proučavanja poretka su pokazala da ova amplituda uvek prati slične jednakosti razvoja, ***nezavisno*** od fizičkog mehanizma sistema. Ovaj iznenađujući rezultat objedinjuje celokupno polje samoorganizovanja.

Svaki sistem sa samoorganizovanjem na početku pojave poretka može da se opiše preko jednakosti za uzorak amplitude A u opštem obliku:

$$\frac{\partial A(t,x)}{\partial t} = \lambda A - \mu |A|^2 A + k\Delta A + \textit{viši redovi} \qquad (122)$$

[1] Za opis "misterije" života ljudi kao analogija često se koriste pojmovi kao: "vatra", "reka" ili "drvo". Sve su to primeri sistema sa samoorganizovanjem, koji imaju više stepena slobode, imaju nadmetanja sile pokretanja i kočenja, zavise kritično od njihovih početnih stanja, ispoljavaju haos i nepravilno ponašanje, a ponekad pokazuju cikluse i pravilno ponašanje. Čovek i život čoveka liče na njih u svim ovim pogledima, pa prema tome postoji osnova .da se koriste kao metafora. Mogli bismo čak da odemo dalje i da nagadjamo da je lepota čisto samoorganizovanje. Nestanak lepote je zaista često posledica poremećene ravnoteže izmedju spoljnih kočenja i spoljnih pokretanja.

Ovde je posmatrana veličina A – koja može biti realan ili kompleksan broj, radi opisa faznih efekata – ona posmatrana veličina koja se pojavljuje kada se pojavi poredak, kao što su oscilacija amplitude ili uzorak amplitude. Prvi član λA je član pogona, u kojem je λ paramerar koji opisuje jačinu pogona. Drugi član je tipična ***nelinearnost*** A, sa paramertom μ koji opisuje jačinu, a treći član $k\Delta A$ je:

$$k\Delta A = k\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}\right)$$

je tipičan član ***rasprostiranja***, pa prema tome i član ***rasipanja***.

Možemo razlikovati dve glavne situacije. U slučajevima gde član rasipanja nema nikakvu ulogu ($k = 0$), kada je parametar pogona λ povećan iznad nule, naći ćemo da se pojavljuju ***privremene*** oscilacije, to jest, ***stabilni ograničeni*** ciklusi sa amplitudom koja ne nestaje. (***Izazov 676ny***). U slučajevima gde član rasprostiranja ima ulogu, jednakost (122) opisuje kako se pojavljuje amplituda ***prostornih*** oscilacija kada paramerar pogona λ postaje pozitivan, pošto rešenje $A = 0$ tada postaje prostorno nestabilno. (***Izazov 677ny***).

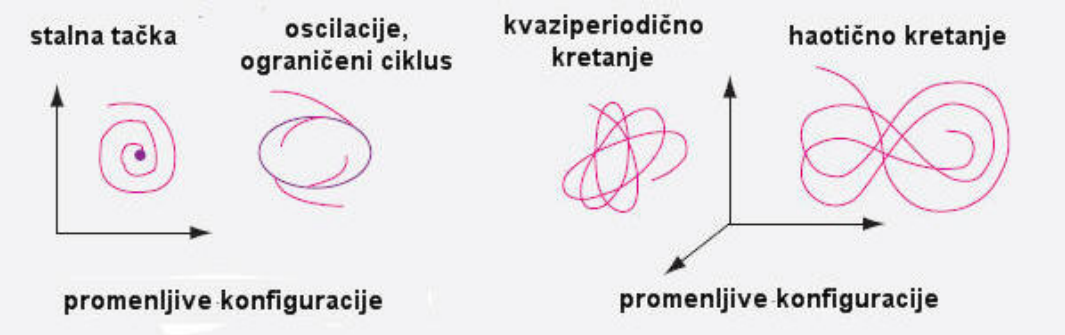
U oba slučaja, početak poretka se naziva ***bifurkacija***, pošto za tu kritičnu vrednost parametra pogona λ situacija sa nultom amplitudom, to jest homogeno (ili nesređeno) stanje, postaje nestabilno, a stanje reda postaje stabilno. ***U nelinearnim sistemima red je stabilan***. To je glavni pojmovni rezultat ove oblasti. Jednakost (122) i njene brojne varijacije, dopuštaju nam da opišemo mnoge pojave, počev od spirala, talasa, šestougaonih uzoraka i topoloških grešaka, do nekih oblika turbulencije. (***Ref. 324***). Za svaki fizički proces koji se proučava, glavni zadatak je da se izdvioji veličina posmatranja A i parametri λ, μ i k za osnovni fizički procec.

Samoorganizovanje je ogromna oblast koja donosi nove rezultate skoro svake sedmice. Da bi se otkrile nove teme za proučavanje, dovoljno je često držati otvorene oči; većina efekata je razumljiva i bez složene matematike. Uživajte u lovu! (***Izazov 678e***).

HAOS

Većina sistema koji ispoljavaju samoorganizovanje pokazuju i drugu vrstu kretanja. Kada parametar pogona λ u sistemu sa samoorganizovanjem raste do većih i sve većih vrednosti, poredak postaje sve više i više nepravilan i na kraju se obično nalazi ***haos***.

Za fizičare je je haotično kretanje najnepravilniji oblik kretanja.[1] Haos može da se definiše nezavisno od samoorganizovanja, naime kao kretanje sistema za koji male promene početnih uslova prerastaju u velike promene kretanja (eksponencijalno sa vremenom). To prikazuje ***slika 276***. Još preciznije, haos je nepravilno kretanje kojeg karakteriše pozitivan ***eksponent Ljapunova***[2] u prisutnom striktno valjanom razvoju.



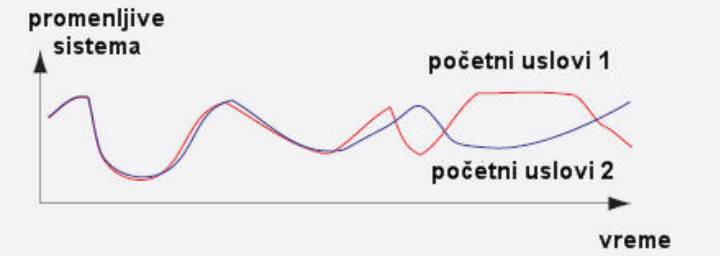
Slika 275 Primeri različitih vrsti kretanja u konfiguraciji prostora

[1] O temi haosa pogledajte lepu knjigu *Chaos and Fractals*, od H.-O. Peitgen, H. Jürgens & D. Saupe, Springer Verlag, 1992. Ona sadrži zadivljujuće slike, neophodnu matematičku pozadinu i kompletne programe za računar koji omogućavaju sopstveno istraživanje teme. "Haos" je stara reč: prema grčkoj mitologiji, prva boginja Gea, to jest, Zemlja, nastala je iz haosa koji je postojao u početku. Ona je potom rodila ostale bogove, životinje i prvog čoveka.

[2] Aleksandar Mihailović Ljapunov (1857. Jaroslavlj – 1918. Odesa). Ruski matematičar i fizičar. U svojim delima je obradjivao je probleme diferencijalnih jednakosti, hidrostatike i hidrodinamike (mehanika fluida) i računa verovatnoće. Razvio je teoriju stabilnosti stanja ravnoteže i kretanja mehaničkih sistema

Jednostavan haotičan sistem je prigušeno klatno iznad tri magneta. ***Slika 277*** prikazuje kako se predvidiva oblast (oko položaja tri magneta) postepeno menja u oblast haosa, to jest, oblast efektivne nepredvidivosti, za veće početne amplitude. Meteorološko vreme je takođe haotičan sistem, kao i kapanje kapljica vode, pad kocke (za igru) i mnogi drugi sistemi u svakodnevnom životu. Na primer, istraživanja mehanizma po kojem se izvodi kucanje srca, pokazala su da srce nije oscilator, već haotičan sistem sa nepravilnim ciklusima. To omogućava da srce bude neprestano spremno za zahtevane promene broja otkucaja koji se prilagođavaju prema potrebama tela da poveća ili da smanji napor. (***Ref. 325***)

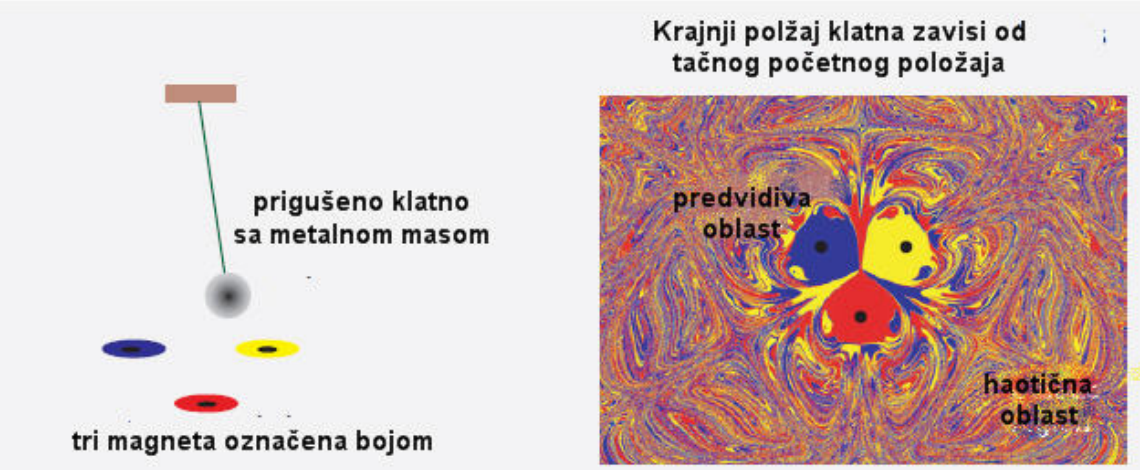
Postoje haotična kretanja i kod mašina: haos se pojavljuje pri kretanju voza po šinama, u mehanizmima zupčaničkih prenosa i kod vatrogasnih creva za vodu. Precizna proučavanja kretanja u "zippo" upaljaču za cigarete verovatno će doneti još jedan primer haosa. (***Izazov 679ny***). Matematički opis haosa – jednostavan u nekim udžbenicima, ali ekstremno složen u drugima – ostaje važna tema za istraživanja.



Slika 276 Haos kao zavisnost od početnih uslova

Uzgred, možete li dati jednostavan dokaz da biste pokazali da takozvani ***efekt leptira*** ne postoji? (***Izazov 680s***). Ovaj "efekt" je često citiran u novinama. Tvrdi se da da nelinearnost podrazumeva da mala promena početnih uslova može dovesti do velikih efekata; prema tome zamah krila leptira navodno može da pokrene tornado. Iako nelinearnosti mogu zaista da dovedu do porasta smetnji, "efekt" leptira ***nikada*** nije zabeležen. Ovaj "efekt" postoji samo da bi se prodavale knjige i dobijala sredstva.

Svi koraci od nereda do poretka, kvaziperiodičnosti i konačno haosa, primeri su samoorganizovanja. Ovi tipovi kretanja, prikazani na ***slici 275***, zapaženi su kod mnogih sistema fluida. Njihovo proučavanje će jednog dana dovesti do dubljeg poznavanja misterija turbulencije. (***Ref. 326***). Uprkos očarnosti ovom temom, nećemo je objašnjavati u daljem tekstu, pošto nas ona ne vodi ka vrhu Planine Kretanja.



Slika 277 Jednostavan haotičan sistem: metalno klatno iznad tri magneta (fractal © Paul Nylander; video se može videti na veb strani youtube/xHux2AIM0a4)

POJAVLJIVANJE

Samoorganizovanje nas interesuje takođe i zbog opštijeg razloga. Ponekad se kaže kako naša sposobnost da pomoću posmatranja odredimo uzorke ili pravila u prirodi, ne podrazumeva i sposobnost da predvidimo ***sva*** posmatranja iz ovih pravila. U saglasnosti sa ovim gledištem, postoji takozvana osobina "pojava", to jest, pojavljivanje osobina u kompleksnim sistemima kao nešta novo što se ne može zaključiti iz osobina njihovih delova i njihovih međusobnih delovanja. (Ideološka pozadina ovakvog gledišta je očigledna; to je poslednji pokušaj da se bori za ideju determinizma.) Proučavanje samoorganizovanja se konačno rešilo

ovu raspravu. Osobine molekula vode zaista omogućavaju da se predvide vodopadi Nijagare.[1] Slično tome, difuzija signalnih molekula određuje razvoj od jedne ćelije do kompletnog ljudskog bića: posebno, kooperativnost pojave određuje mesto gde se formiraju ruke i noge; one obezbeđuju (približnu) simetriju ljudskog tela, sprečavaju moguću zamenu veza kada se ćelije mrežnjače oka povezuju sa mozgom, i daju objašnjenja uzoraka krzna zebri i leoparda, da navedemo samo neke primere. (***Ref. 328***). Slično tome, mehanizam porekla kucanja srca, i mnogih drugih ciklusa time su dešifrovani. Mnoge kooperativne pojave fluida simulirane su čak do nivoa molekula.

Samoorganizovanje obezbeđuje osnovna načela koja nam dopuštaju da predvidimo ponašanja složenih sistema svih vrsta. Ono se u sadašnjosti primenjuje na najsloženiji poznat sistem u svemiru: na ljudski mozak. Intenzivno se proučavaju detalji o tome kako on nauči da koordinira pokrete tela i kako izdvaja informacije iz slika dobijenih u oku. Neprekidni rad u ovoj oblasti je začuđujući. (Zanemareni slučaj samoorganizovanja je ***humor***.) (***Ref. 329***). Nameravate li da postanete naučnik, uzmite u obzir ovaj put. (***Izazov 682e***).

Istraživanje samoorganizovanja daje konačne dokaze koji potvrđuju ono što je Žilijen Ofre de Lemetr (Julien Offrey de la Metrie) tvrdio i objašnjavao u svojoj čuvenoj knjizi ***L' homme machine*** godine 1748.: ljudi su složene mašine. Zaista, nedostatak shvatanja kompleksnih sistema u prošlosti uglavnom je bio usled ograničenog učenja o subjektima kretanja, koje je bilo uglavnom koncentrisano – kako to činimo u ovom hodanju – na primere kretanja u ***prostim*** sistemima. Pojam samoorganizovanja dozvoljava nam da razumemo i da opišemo šta se događa tokom funkcionisanja i rasta organizama.

Iako subjekt samoorganizovanja daje začuđujuće uvide, i to će činiti još u mnogim narednim godinama, mi ćemo ga sada napustiti. Nastavićemo našu sopstvenu pustolovinu, naime da istražimo ***osnove*** kretanja.

> *Ich sage euch: man muss noch Chaos in sich haben, um einen tanzenden Stern gebären zu können. Ich sage euch: ihr habt noch Chaos in euch.*[2]
>
> Fridrih Niče (Friedrich Nietzsche), *Also sprach Zarathustra*.

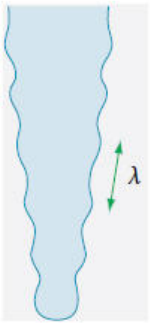
ZANIMLJIVSTI I ŠALJIVI IZAZOVI O SAMOORGANIZOVANJU

Sve ledenice imaju talasastu površinu, sa rastojanjem od vrha do vrha od oko 1 cm, kao što je prikazano na ***slici 278***. (***Ref. 330***). Rastojanja su određena preko uzajamnog delovanja protoka vode i zamrzavanja površine. Kako? (***Izazov 683ny***). (U stvari, statistike ne prikazuju ovaj efekt.)

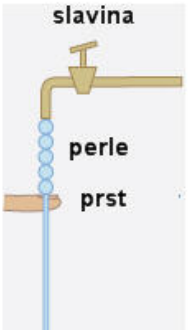
* * *

Kada fini tok vode izlazi iz slavine, postavljanje prsta u tok uzrokuje talasasti oblik, kao što je prikazano na ***slici 279***. Zašto? (***Izazov 684ny***).

* * *



Slika 278 Talasasta površina ledenice



slika 279 Vodene perle

[1] Već mala verzija vodopada Nijagare, naime kapanje vodenih kapljica, pokazuje stepen kooperativnosti pojave, uključujući haotično, to jest, neperiodično padanje kapi vode. (***Ref. 327***). Ovo se dogadja kada protok vode ima pravilnu vrednost, kao što možete da proverite u vašoj kuhinji. (***Izazov 681e***).

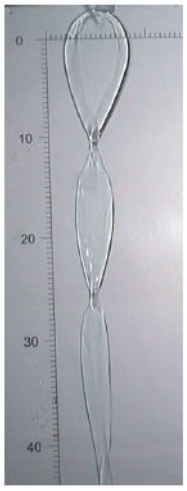
[2] "Kažem vam: mora se u sebi imati haos, da bi mogla da se rodi zvezda koja igra. Kažem vam: još uvek unutar sebe imate haos." Fridrih Niče (Friedrich Nietzsche), *Tako je govorio Zaratustra*

* * *

Istraživanja sa peskom su pokazala da je često korisno uvesti pojam granularne temperature, koja vrednuje koliko brzo se kreće oblast peska. Istraživanja u ovoj oblasti su još uvek u punom zamahu.

* * *

Kada voda izlazi iz duguljastog otvora, mlaz vode obrazuje oblik pletenice, kao što je prikazano na ***slici 280***. Ovakav oblik nastaje usled međusobnog uticaja i nadmetanja inercije i površinskog napona; inercija teži da proširi mlaz, dok površinski napon teži da ga suzi. (***Ref. 331***). Predviđanje rastojanja od jedne uske deonice do sledeće, još uvek je tema istraživanja. U eksperimentu koji je izvršen u slobodnom vazduhu, bez ploče, obično je zapažen još jedan efekt: postoji hilarno preplitanje kod uskih deonica, koje je uzrokovano usled asimetričnosti toka vode. Ovaj efekt se može videti u toaletu! Ljubopitljivost naučnika ne poznaje granice: bilo da ste onaj koji skreće levo, ili onaj koji skreće desno, ili oba? Svakog dana? (***Izazov 685e***).



Slika 280 Preplitanje mlaza vode (© Vakhtang Putkaradze)

* * *

Kada vino napravi vrtlog u vinskoj čaši, posle smirivanja kretanja, vino koje je teklo naniže niz zidove čaše, formira male lukove. Možete li u nekoliko reči objasniti šta ih stvara? (***Izazov 686ny***).

* * *

Kako se menja vremenom srednje rastojanje automobila koji su parkirani duž ulice, pod predpostavkom da je stalan odnos automobila koji odlaze i dolaze? (***Izazov 687ny***).

* * *

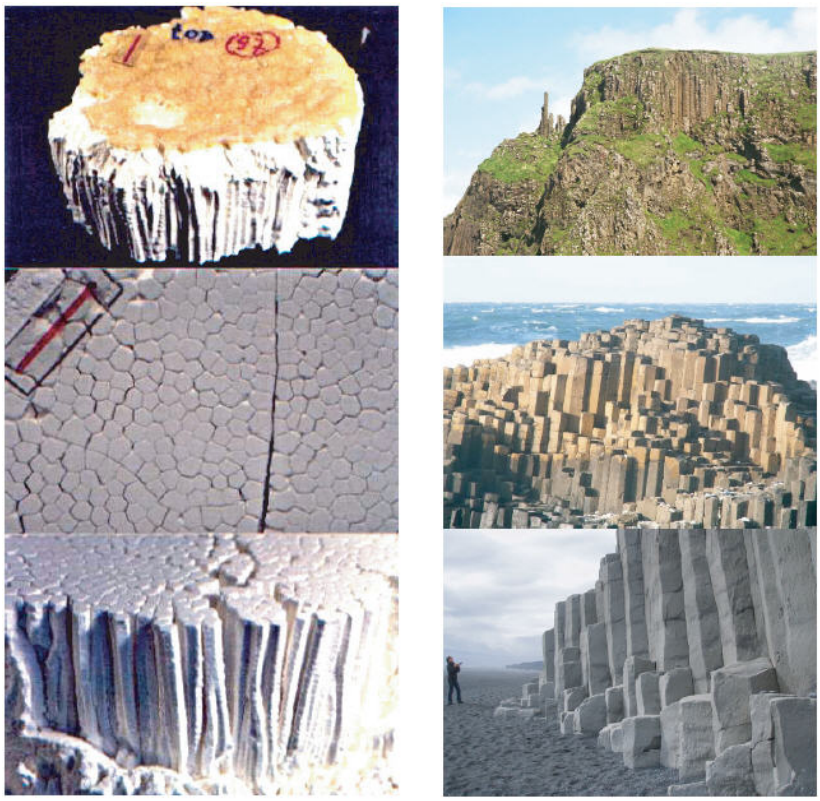
Čuveni primer pojave poretka pojavljuje se u ***reakciji Belousov-Žabotinski***. Ova mešavina hemikalija spontano proizvodi prostorne i vremenske uzorke. Tanki slojevi se stvaraju spiralne uzorke koji se sporo obrću, kako je prikazano na ***slici 281***. Velike, uzburkane zapremine osciluju tamo-amo između dve boje. Lep film oscilacija može da se pogleda na veb strani: www.youtube.com/watch?v=jRQAndvF4sM. Objašnjenje ove reakcije donelo je 1997. godine Ilji Prigoninu Nobelovu nagradu za hemiju.

Slika 281 Reakcija Belousov-Žabotinski: tečnost menja periodično boju, kako u prostoru, tako i vremenski (© Yamaguchi University).

* * *

Gerhard Miler je otkrio jednostavan i lep način da se posmatra samoorganizovanje materije. Njegov sistem takođe daje model za čuveni geološki proces, formiranje šestougaonih stubova bazalta, kao što su Giant's Causeway u Severnij Irskoj, Slične formacije su nađene na više mesta na Zemlji. (***Ref. 332***). Treba uzeti malo pirinčanog brašna ili kukuruznog skroba, pomešati ga sa polovinom količine vode, staviti mešavinu u tiganj i sušiti je pomoću svetiljke: stvoriće se šestougaoni stubovi. (***Izazov 688e***). Analogija sa bazaltnim strukturama je moguća, pošto je sušenje skroba, kao i hlađenje lave, proces rasprostiranja kojim upravlja ista jednakost, obzirom da su granični uslovi jednaki i zbog toga što oba mateijala reaguju na hlađenje uz malo smanjivanje zapremine.

* * *



Slika 282. Poznat raspored: na levoj strani šestougaoni stubovi u skrobu, narasli u kuhinjskom tiganju, a na desnoj strani šestougaoni stubovi od bazalta, narasli od lave u Severnoj Irskoj (gore desno, pogled sa oko 300 m, a desno u sredini pogled sa oko 40 m) i dole desno, na Islandu (pogled sa oko 30 m) (© Gerhard Müller, Raphael Kessler, Bob Pohlad, and Cédric Hüsler).

* * *

Tok vode iz slavine može biti laminaran (gladak) ili turbulentan (nepravilan i neuređen). Prelaz iz jednog u drugo stanje zavisi od prečnika cevi d slavine i brzine v vode. Prelaz se obično događa kada takozvani ***Rejnoldsov broj*** koji je određen kao: $Re = vd/\eta$ postane veći od 2000. (Rejnoldsov broj je jedan od retkih fizičkih veličina sa uobičajenom skraćenicom sastavljenom od dva slova.) Ovde je η ***kinematička viskoznost*** vode, i iznosi oko 1 mm^2/s; nasuprot tome je ***dinamički viskozitet***, koji je definisan kao $\mu = \eta\rho$. gde je ρ gustina fluida. (***Ref 333***). Veći Rejnoldsov broj znači i veći odnos između efekata inercije i disipacije i određuje turbulentne protoke; manji Rejnoldsov broj je tipičan za ***viskozne*** protoke.

* * *

Savremeni pažljivo sprovedeni eksperimanti pokazuju da uz odgovarajuće rukovanje mogu da se postignu laminarni protoci i do $Re = 100.000$. Linearne analize jednakosti kretanja fluida, jednakosti ***Navier-Stokes***, čak predviđaju stabilne laminarne protoke za ***sve*** Rejnoldove brojeve. Ova zagonetka je rešena tek 2003. i 2004. godine. Prvo je kompleksnom matematičkom analizom pokazano da laminarni protok nije uvek stabilan, i da se prelaz u turbulenciju u dugačkoj slavini javlja sa putujućim talasima. Potom su pažljivo izvršeni eksperimenti 2004. godine pokazali da se ovi putujući talasi zaista pojavljuju kada voda teče kroz slavinu sa velikim Rejnoldsovim brojem. (***Ref. 334***).

* * *

Za mnogo bolju sliku o samoorganizovanju u fluidima, videti veb stranu youtube/Gpu1gJ6GmVg

* * *

Haos je primećen takođe u jednostavnim (i složenim) elektronskim kolima. Ako se elektronsko kolo kojeg ste izradili ponaša nepravilno, proverite ovu opciju.

* * *

Okretne igre su takođe primer samoorganizovanja. Ovaj tip samoorganizovanja se događe u mozgu. Slično kao kod svih složenih kretnji, učenje okretnih igara je izazov. U današnje vreme postoje dobre knjige koje će vam pokazati kako fizičari mogu da vam pomognu da poboljšate vaše umeće u okretnim igrama i gracioznost vaših pokreta. (***Ref. 335***)

* * *

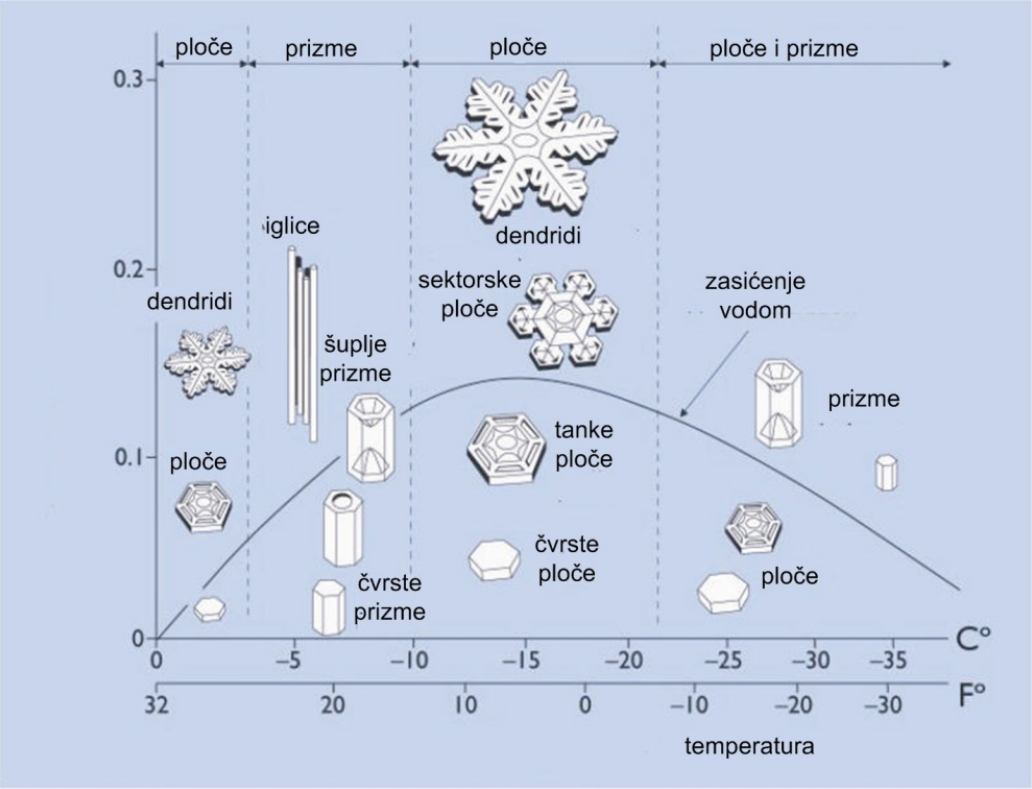
Da li želite da uživate u radu na vašoj doktorskoj disertaciji? Idite u prodavnicu naučnih igračaka i potrežite bilo koju igračku koja se kreće na složen način. Postoje velike šanse da je kretanje haotično; istražite kretanje i predstavite teze u vesi sa tim. Na primer, idite u krajnost: istražite kretanje obešenog kanapa čiji je gornji kraj pokretan spolja. Ovaj jednostavan sistem je začuđujući po stepenu složenosti ponašanja kretanja.

* * *

Samoorganizacija je isto tako zapažena u mešavini tečnog skroba i vode. Uživajte u filmu na veb strani youtube/G1Op_1yG6lQ i posmatrajte još bizarniji efekt na veb strani youtube/D-wxnID2q4A kako ljudi hodaju po bazenu napunjenom tečnošću .

* * *

Pahuljice snega i snežni kristali su već pominjani kao primeri samoorfanizovanja. Na ***slici 283*** prikazane su opšte povezanosti. Da naučite više o ovoj začuđujućoj temi, pogledajte lepu veb stranu Keneta Librehta (Kenneth Libbrecht) www.snowcrystals.com. (***Ref. 336***). Prikazana je isto tako i kompletna klasifikacija kristala snega.



Slika 283 Kako oblik kristala snega zavisi od temperature i zasićenja vodom (© Kenneth Libbrecht).

* * *

Čuveni primer samoorganizovanja, čiji mehanizam do sada nije dobro poznat, je ***štucanje***. Poznato je da ulogu u tome ima nerv vagus. Kao i za mnoge druge primere samoorganizovanja, ono zahteva izvesnu energiju da biste se oslobodili štucanja. Savremena eksperimentalna istraživanja pokazuju da je orgazam, koji jako stimuliše nerv vagus, najbolji način da se prekine štucanje. Jedan od ovih istraživača je za svoj rad dobitnik Nobelove nagrade za medicinu.

* * *

Drugi važan primer za samoorganizovanje je ***klimatsko vreme***. Ako želite da saznate više o povezanosti između vremenskih prilika i kvaliteta ljudskih života, oslobođeno od svih ideologija, pročitajte knjigu od Rajholfa (Reichholf) (***Ref. 337***) Ona objašnjava kako su povezani vremenski uslovi između kontinenata i zbog čega se klima menjala u poslednjih hiljadu godina.

* * *

Da li je samoorganizovanje biološke evolucije u suprotnosti sa drugim zakonom termodinamike? Naravno da nije. Samoorganizovanje čak može da prikaže kako prati drugi zakon termodinamike, kao što mnogi udžbenici objašnjavaju ovu temu. Takođe za razvoj ne postoji suprotnost, pošto Zemlja nije zatvoren termodinamički sistem. (***Ref. 338***). Izjave koje su suprotne ovome potiču od varalica.

* * *

Godine 2015. tri fizičara su predvidela da postoji veliki Ljapunov izložilac u prirodi, tako da se uvek ima:

$$\lambda \leq e\pi \frac{kT}{\hbar} \tag{123}$$

gde je T temperatura, k je Bolcmanova konstanta i $\hbar$ je kvant rada. Prema tome, rast nereda je ograničen. (***Ref. 339***).

Slika 284 Tipičan roj čvoraka kojeg posetioci Rima mogu da promatraju svake jeseni (© Andrea Cavagna, Physics Today).

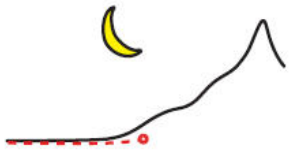
Ako su sistemi koji pokazuju samoorganizovanje jako složeni, da li se mogu proučavati pomoću jednakosti razvoja? Ne. Najsloženiji sistemi su oni koji se sastoje od više sistema samoorganizovanja koji su u interakciji. Očigledan primer su ***rojevi***. Rojevi ptica, kao što pokazuje ***slika 284***, ili riba, ili insekata ili ljudi – na primer na stadijumu ili u vagonu podzemne železnice – intenzivno su proučavani i još uvek su predmet proučavanja. (***Ref. 340***). Lepota toga je očaravajuća.

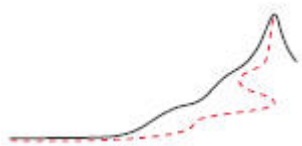
Drugi primer sistema sa više interkonektivnih veza je mozak; ispitivanje o tome kako interkonektovani nervi rade zaokupljalo je istraživače mnogo godina. U sledećem volumenu biće objašnjeni neki aspekti.

ZAKLJUČAK O SAMOORGANIZOVANJU I HAOSU

Pojava poretka u vidu uzorka, oblika ili ciklusa, ne nastaje usled smanjenja entropije, već usled nadmetanja uzroka pokretanja i efekata rasipanja u otvorenim sistemima. Takva pojava poretka se može predvideti pomoću (skoro) jednostavnih jednakosti. Isto tako biološki razvoj je pojava poretka. On se pojavljuje automatski i povinuje se jednostavnim jednakostima

Haos, osetljivost na početne uslove, uobičajen je u otvorenim sistemima sa jakim silama pokretanja, on je osnova svakodnevnih prilika, a često je opisan jednostavnim jednakostima, U prirodi je složenost očigledna. Kretanje je jednostavno.





Poglavlje 15

OD OGRANIČENJA U FIZICI DO GRANICA KRETANJA

Ja samo znam da ne znam ništa.

Sokrat (kako ga je citiao Platon)

Objasnili smo pojam kretanja u našem okruženju. Ova objašnjenja kretanja objekata i fluida nazvali smo ***Galejeva fizika***. Otkrili smo da su u svakodnevnom životu kretanja ***predvidiva***: priroda ne ispoljava ni iznenađenja ni čudesa. Posebno smo odredili šest glavnih aspekata ove predvidivosti.

1. Kretanja u svakodnevnom životu su ***neprekidna***. Kretanje nam omogućava da odredimo prostor i vreme.
2. U svakodnevnom kretanju ***očuvani*** su masa, količina kretanja, energija i moment količine kretanja, Iz ničega se ništa ne stvara.
3. Svakodnevna kretanja su ***relativna***: kretanje zavisi od posmatrača.
4. Svakodnevna kretanja su ***povratna***: svakodnevno kretanje može da se dogode unazad.
5. Svakodnevno kretanje je ***invarijantno u ogledalu***: svakodnevno kretanje može da se dogodi na način povratan u ogledalu.

Poslednja osobina je najvažnija, a osim toga sadrži i svih pet predhodnih:

6. Svakodnevno kretanje je lenjo: kretanje se pojavljuje u obliku koje minimizira promene, to jest rad (u fizičkom smislu),.

Ovi Galilejevi opisi prirode omogućili su kompletan inženering: tekstilne mašine, parne mašine, motore sa unutrašnjim sagorevanjem, kučne aparate, časovnike, većinu dečjih igračaka, mašine za fitnes i ukupan napredak u kvalitetu života koji je došao uz ove uređaje nastali su iz rezultata Galilejeve fizike. No uprkos ovim uspesima, Sokratova rečenica, citirana na početku, još uvek se može primeniti na Galilejevu fiziku: mi još uvek ništa ne znamo. Razjasnimo zbog čega.

TEME ISTRAŽIVANJA U KLASIČNOJ DINAMICI

Iako su mehanika i termodinamika stare već nekoliko stotina godina, još uvek se vrše istraživanja detalja. Na primer, već smo ranije spomenulu da nije jasno da li je sunčev sistem stabilan. Dugoročna prognoza budućnosti planeta je nepoznata! Uopšteno, ponašanje sistema sastavljenog od više tela koje su interakciji preko gravitacije, još uvek je tema istraživanja u matematičkoj fizici. (***Ref. 341***). Odgovor na prosto pitanje koliko dugo će skup tela koja gravitiraju jedno oko drugog ostati zajedno, strašan je izazov. Istorija ovog takozvanog ***problema sa više tela*** duga je i zamršena. Postignut je interesantan progres, ali konačan odgovor nas još uvek izbegava.

Mnogo izazova je preostalo u oblastima samoorganizovanja, nelinearnih jednakosti razvoja i haotičnih kretanja. U ovoj oblasti ***turbulencia*** je čuveni primer: precizan opis turbulencije još uvek nije postignut, uprkos svim naporima. Ova i mnogo drugih zagonetki motivišu brojne istraživače u oblastima matematike, fizike, hemije, biologije, medicine i drugih prirodnih nauka.

Ali odvojeno od ovih tema istraživanja, u klasičnoj fizici ostala su bez odgovora mnoga osnovna pitanja.

ŠTA JE DODIR?

Demokrit je objavio da postoji jedinstvena vrsta kretanja: ona koja je posledica sudara

Simplicije, *Komentari o fizici Aristotela*, 42, 10 (***Ref. 342***)

Od svih pitanja bez odgovora iz klasične fizike, detalji o ***dodiru*** i ***sudarima*** još uvek su među onima koji jako pritiskaju. Zaista, mi smo masu definisali pojmom promene brzine tokom sudara. (***Strana 82***).

Međutim, zbog čega objekti promene svoje kretanje i takvom slučaju? Zašto se sudari između dve lopte načinjene od gume za žvakanje razlikuju od sudara dve lopte načinjene od nerđućeg čelika? Šta se događa tokom onog trenutka dodira?

Dodir je povezan sa osobinama materijala, što uticaj kretanja preokreće na složen način. Složenost je takva da se duže vreme nauka o osobinama materijala razvijala nezavisno od ostatka fizike; na primer, tehnike metalurgije (često se naziva najstarijom naukom), hemije i kuvanja povezane su sa osobinama kretanja tek u dvadesetom veku, nakon što su hiljadama godina praćene posebno. Obzirom da osobine materijala određuju suštinu dodira, potrebno je znanje o materiji i o materijalima da bismo razumeli pojam mase, dodira, a time i kretanja. Deo našeg uspona na planinu koji se bavi kvantnom teorijom otkriće nam ove povezanosti.

PRECIZNOST I TAČNOST

Preciznost je očaravajuća sama za sebe. (***Ref. 343***). Koliko decimala broja π, odnosa između obima i prečnika kruga, znate napamet? (***Izazov 689e***). Sa koliko decimata broja π ste radili proračune?

Da li je moguće nacrtati ili izrezati pravougaonik čiji je odnos stranica dat kao broj, to jest u obliku decimalnog broja 0,131520091514001315211420010914..., čiji bi decimali ispunili celu knjigu? (***Izazov 690s***). Još interesantnije, da li bi broj mogao da se odštampa u vašoj sopstvenoj knjizi?

Zbog čega tako mnogo rezultata merenja, kao što su oni u ***Tabeli 51***, ima ograničenu preciznost, čak i kada su na raspolaganju skoro neograničena novčana sredstva za aparate merenja.? Sva ova pitanja su u vezi preciznosti.

TABELA 51 Primeri pogrešaka pri merenjima u savremenoj tehnologiji (brojevi u zagradama prikazuju standardnu devijaciju poslednjih decimala). podaci su delimično preuzeti sa veb strane physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

Posmatranje	**Merenje**	**Preciznost/tačnost**
Najveća postignuta preciznost: odnos između magnetnog momenta elektrona i Borovog magnetrona μ_e/μ_B	-1,00115965218076(24)	$2{,}6\cdot10^{-13}$
Najveća preciznost: Ridbergova konstanta	10973731,568539(55) m^{-1}	$5{,}0\cdot10^{-12}$
Najveća preciznost: astronomska jedinica	149597870,691(30) km	$2{,}0\cdot10^{-10}$
Industrijska preciznost: tolerancija dimenzija dela automobilskog motora	1 μm na 20 cm	$5\cdot10^{-6}$
Mala preciznost: gravitacijska konstanta G	$6{,}67428(67)\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2	$1{,}0\cdot10^{-4}$
Svakodnevna preciznost: ljudski biološki časovnik	15 h do 75 h	2

Kada smo započeli penjanje na Planinu Kretanja, objasnili smo da osvajanje visine znači povećavati preciznost u našem opisu prirode. Da bismo sam ovaj iskaz načinili još preciznijim, moramo razlikovati dva pojma: ***preciznost*** je stepen ponovljivosti; ***tačnost*** je stepen podudarnosti sa stvarnim stanjem. Oba pojma se primenjuju za merenja,[1] kako iskaza, tako i fizičkih pojmova.

Obilne su izjave sa pogrešnom tačnošću i lošom preciznošću. Šta treba da pomislimo o automobilskoj kompaniji – Ford – kada tvrdi da je koeficijent otpora vazduha c_w za neke modele 0,375? (***Izazov 691s***) Ili kada zvanično tvrdi da svetski rekord u potrošnji goriva za automobil iznosi 2315,473 km/l? Ili o izjavi da 70,3% stanovnika deli isto mišljenje? Jedna od lekcija koju smo naučili iz istraživanja grešaka prilikom merenja je da ne treba u rezultat ubacivati više decimala no što smo spremni da za njih stavimo ruku u vatru

Ukratko, preciznost i tačnost su ograničeni. (***Strana 325***). Sadašnji rekord preciznosti pouzdanih decimala koje su ikada izmerene za fizičku veličinu je 13. Zašto tako malo? Galilejeva fizika nije predvidela odgovor za sve. Koliko je najveći broj decimala koje možemo očekivati pri merenjima; šta ga određuje; i kako ga možemo postići? Ovi odgovori su još uvek otvoreni na ovom mestu u našem penjanju. Oni će biti obrađeni u delu o kvantnoj teoriji.

U našem hodanju cilj nam je da postignemo najveću moguću preciznost i tačnost, pri čemu izbegavamo lažne tačnosti. Prema tome, pojmovi moraju uglavnom da budu ***precizni***, a opisi moraju da budu ***tačni***.

[1] Oba pojma kod merenja, preciznost i tačnost, bolje su opisani njihovim standardnim devijacijama, kako je objašnjeno na ***strani 321***.

Svaka netačnost je dokaz nedostatka razumevanja. Grubo rečeno, u našoj pustolovini "netačno" znači da je ***loše***. Povećanje tačnosti i preciznosti prilikom naših opisa prirode podrazumeva da sve greške koje smo do sada pravili moramo ostaviti iza sebe.

Ovaj zahtev pokreće nekoliko pitanja.

MOŽE LI SVE IZ PRIRODE DA BUDE OPISANO U KNJIGAMA?

Darum kann es in der Logik auch nie Überraschungen geben.[1]

Ludvig Vitgenštajn (LudwigWittgenstein), *Tractatus*, 6.1251)

Može li da postoji savršena publikacija fizike, takva da opiše ***sve*** iz prirode? Ako bi postojala, ona bi morala da opiše i samu sebe – uključujući njene čitaoce i njenog pisca – i još od svega najvažnije, svoj sopstveni sadržaj. Da li je takva knjiga moguća? Korišćenjem pojma za informaciju, moramo da izrazimo da bi takva knjiga morala da sadrži sve informacije koje se nalaze u svemiru. Da li je to moguće? Pogledajmo mogućnosti. Ako bi priroda, kako bi bila opisana u potpunosti, iziskivala ***beskonačno*** veliku knjigu, takva publikacija očigledno nebi mogla da postoji. U takvom slučaju, mogući su samo približni opisi prirode, a savršena knjiga fizike je nemoguća.

Ako priroda za svoj opis nalaže konačan broj informacija, postoje dve mogučnosti. Prva mogućnost je da su informacije iz svemira toliko velike da se ne mogu sabrati u knjigu; stoga je savršena knjiga fizike opet nemoguća. Druga mogućnost je da svemir sadrži konačan broj informacija i da se mogu sabrati u nekoliko kratkih iskaza. To bi podrazumevalo da ostatak svemira nebi bio dodat u informacije koje već postoje u savršenoj knizi fizike.

Zapažamo da odgovor na ovu zagonetku podrazumeva i odgovor na sledeću zagonetku: da li naš mozak može da sadrži potpun ops prirode. Drugim rečima, pravo pitanje glasi: da li možemo da shvatimo prirodu? Obično verujemo u to. Ali dokazi koji su upravo izneti podrazumevaju da mi ustvari verujemo da svemir ne sadrži više informacija od onoga što bi naš mozak već mogao da sadrži. (***Vol. III, strana 85***). Šta vi mislite? (***Izazov 692e***). Ovu zagonetku ćemo rešiti kasnije tokom naše pustolovine. Do tada ne gradite svoje sopstveno mišljenje.

NEŠTA JE POGREŠNO U NAŠEM OPISU KRETANJA

Je dis seulement qu'il n'y a point d'espace, ou il n'y a point de matiere; et que l'espace lui-meme n'est point une realite absolue.[2]

Gotfrid Vilhelm Lajbnic (Gottfried Wilhelm Leibniz)

Mi smo prirodu opisali na prilično jednostavan način. ***Objekti*** su stalni i masivni entiteti ograničeni u prostoru i vremenu. ***Stanja*** su promene osobina objekata, opisana položajem u prostoru i trenutkom vremena, energijom i količinom kretanja i njenom ekvivalentu pri obrtanju. ***Vreme*** je odnos između događaja izmereno pomoću časovnika. ***Časovnici*** su uređaji u neometanom kretanju čiji se položaj može posmatrati. ***Prostor*** i ***položaj*** su odnosi između objekata izmereni metarskim merilom. ***Metarsko merilo*** je naprava koja je podeljena izvesnim oznakama, na način nepromenljivo utvrđen i čitljiv. ***Kretanje*** je promena položaja u vremenu (vremenska masa); ono je određeno, ne pokazuje iznenađenja, očuvano je (čak i posle smrti), a nastaje usled gravitacije ili drugih interakcija.

Iako ovi opisi funkcionišu prilično dobro u praksi, oni sadrže kružne definicije. Možete li da je odredite? (***Izazov 693s***). Svaki od dva centralna pojma kretanja definisan je uz pomoć drugog. Fizičari rade već ko 200 godina na klasičnoj mehanici, a da ne primećiju, ili da žele da primete ovu situaciju. Čak je nisu istakli ni mislioci sa interesom da omalovaže nauku. Može li egzaktna nauka da se zasniva na takvim kružnim definicijama? (***Izazov 694s***). Očigledno je da može, i fizika je dobro do sada funkcionisala. Da li je u načelu ova situacija neizbežna?

---

[1] Zbog toga u logici ne može da bude iznenađenja, Ludvig Vitgenštajn, *Tractatus*, 6.1251

[2] Ja samo kažem da ne postoji prostor tamo gde nema materije, a sam taj prostor nije apsolutna realnost. Ovo je napisao Lajbnic još 1716. godine, u 61. delu njegovog čuvenog pisma Klarku, asistentu i zastupniku Njutna. Njutn, pa samim tim i Klark, zastupali su suprotno mišljenje, ali kao i obično, Lajbnic je bio u pravu.

Ukidanje kružnih definicija u Galilejevoj fizici jedan je od ciljeva u našem daljem hodanju. Ovo rešenje čemo dostići tek u poslednjoj etapi naše pustolovine. Da bismo postigli rešenje, potrebno je bitno podizanje nivoa preciznosti u našim definicijama kretanja.

Uvek kada se preciznost poveća, smanjuje se maštanje. Otkrićemo da mnoga kretanja koja nam izgledaju moguća, to nisu. Kretanje je ***ograničeno***. Priroda ograničava brzinu, veličinu, ubrzanje, masu, silu, snagu i mnoge druge veličine. Nastavite da čitate ostale delove ove knjige samo ako ste pripremljeni da menjate vaše maštanje o preciznosti. Ono neće da bude izgubljeno, pošto će istraživanje preciznog delovanja prirode ispasti začuđujuće od bilo kojeg maštanja.

ZAŠTO JE MERENJE MOGUĆE

U dosadanjem opisu gravitacije, ono što je svako naučio u školi – ili je trebalo da nauči – da je ubrzanje povezano sa masom i rastojanjem preko $a = GM/r^2$. To je sve. Ali ova jednostavnost je varljiva. Da bismo ispitali da li je ovaj opis tačan, potrebno je da izmerimo dužinu i vreme. Međutim, ***nemoguće*** je da se izmeri dužima i interval vremena bilo kojim časovnikom i bilo kojim lenjirom koji se zasnivaju samo na interakciji gravitacije. Pokušajte da zamislite takve aparate i bićete neminovno razočarani. (***Izazov 695s***). Uvek će vam biti potreban negravitacijski postupak da pokrenete i zaustavite štopericu. Slično tome, kada budete merili dužinu, na primer na stolu, morate da držite lenjir ili neki drugi uređaj u blizini. Interakcija potrebna da se poravna lenjir sa stolom ne može da bude gravitacijska.

Slična ograničenja su prisutna i prilikom merenja mase. Pokušajte da izmerite masu korišćenjem isključivo gravitacije. (***Izazov 696s***). Svaka vaga zahteva drugu interakciju – obično mehaničku, elektromagnetnu ili optičku. – da bi postigka svoju ulogu. Možete li da potvrdite da je isto prisutno i lod merenja brzine i ugla? (***Izazov 697s***). Kao zaključak:

- Da bismo izmerili brzinu, dužinu, vreme i masu, potrebna je osim gravitacije još i neka druga interakcija

Naša mogućnost da merimo pokazuje da gravitacija nije sve što postoji. I zaista, još uvek je potrebno da razumemo naboje i boje.

Ukratko, Galilejeva fizika ne objašnjava našu sposobnost da merimo. Zapravo, ona čak i ne objašnjava postojanje standarda za merenje. Zbog čega objekti imaju nepromenljivu dužinu? Zbog čega časovnici rade pravilno? Galilejeva fizika ne može za objasni takva opažanja; potrebna nam je teorija relativnosti i kvantna fizika da to otkrijemo.

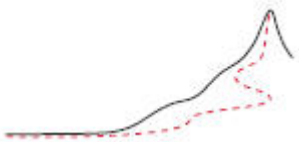
DA LI JE KRETANJE NEOGRANIČENO?

Galilejeva fizika navodi da se linearno kretanje može nastaviti u nedogled. Zapravo, Galilejeva fizika prećutno predpostavlja da je svemir beskrajan u prostoru i vremenu. Zaista, konačnost bilo koje vrste u suprotnosti je Galilejevom opisu kretanja, S druge strane, znamo iz posmatranja da svemir ***nije*** beskonačan: ako bi bio beskonačan noć nebi bila mračna. (***Izazov 698e***).

Galilejeva fizika takođe navodi da brzina može da ima bilo koju vrednost. Ali postojanje beskonačne brzine u prirodi nebi nam dopuštalo da odredimo redosled vremena. Časovnici nebi bili mogući. Drugim rečima, opis prirode koja omogućava neograničene brzine nije precizan. Preciznost i merenje zahtevaju granice.

Pošto Galilejeva fizika zanemaruje ograničenja kretanja, Galilejeva fizika je nepouzdana, pa prema tome i pogrešna.

Da bi se postigla najveća moguća preciznost, pa stoga i da se nađe tačan opis kretanja, moramo odrediti sve ***granice kretanja***. Do sada smo otkrili jednu: postoji najmanja entropija u prirodi. Sada ćemo se okrenuti ka drugoj, mnogo upadljivoj: granici brzine energije, objekata i signala koja je poznata: kretanju svetlosti



DODATAK A
PISANJE I SPORAZUMI

Novi pojmovi koji se uvode u celom tekstu su naglašeni (***koso i podebljano***), a nove odrednice su navedene u indeksu pojmova[1]. U ovom tekstu, prirodno je, koristimo međunarodne SI jedinice; one su definisane u ***Dodatku B*** (***strana 325***). Rezultati eksperimenata su naveeni uz ograničenu preciiznost, obično sa dve decimale, pošto je to skoro uvek dovoljno za naše potrebe. Referentne vrednosti za važne veličine uz veliku preciznost mogu takođe da se nađu u ***Dodatku B*** (***strana 325***). Ostale tačne vredvosti za sastojke fizičkih sistema date su u ***Vol. V, strana 259***.

Međutim, informacije koje su date u ovom delu knjige koriste neke dodatne sporazume vredne su da se pogledaju i po drugi put.

LATINIČKO PISMO

Ono što je pisano bez napora, uglavnom se čita bez uživanja.

Samuel Johnson (***Ref. 344***)

Knjige su skupovi simbola. ***Pisanje*** su verovatno izmislili Sumerci u Mesopotamiji između 3400 i 3300 godina pne (ipak treba razmotriti i druge mogućnosti). Potom je bilo potrebno više od hiljadu godina pre no što su ljudi počeli da koriste simbole da bi predstavili glasove umesto pojmova. To se dogodilo između 2000. i 1600. godine pne (možda u Egiptu) i dovelo do Semitskog pisma. Upotreba nekog pisma imala je mnogo prednosti pošto je bila brzo prihvaćena od susednih kultura, mada u drugačijem obliku. Kao rezultat toga, Semitsko pismo praotac je svih pisama koji se koriste u svetu.

Ovaj tekst je napisan korišćenjem latiničkog pisma. Na prvi pogled, izgleda da podrazumeva da njihov izgovor ne može da se objasni u štampanju, nasuprot izgovoru drugih pisama iz IPA (International Phonetic Alphabet). (Ovo može da se objasni korišćenjem pisma glavnog teksta.) Međutim, u načelu moguće je da se napiše tekst koji opisuje tačno kako se pokeću usne, usta i jezik za svaki glas[2], a da se koriste fizički pojmovi tamo gde je to neophodno. Opisi izgovaranja koji se nalaze u rečnicima koriste indirektno ovaj postupak: oni upućuju na pamćenje izgovorenih reči ili zvukova koji se nalaze u prirodi.

Istorijski, latiničko pismo je izvedeno iz etrurskog, koje je i samo bilo izvedeno iz grčkog alfabeta. Postoje dva glavna oblika.

Drevno latiničko pismo koristi se od 6. veka pre nove ere nadalje
A B C D E F Z H I K L M N O P Q R S T V X
Klasično latiničko pismo koristi se od 2. veka pre nove ere do 11. veka
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z

Slovo G je dodao u 3. veku pne Spurije Karvilije Ruga (Spurius Carvilius Ruga), prvi Rimljanin koji je pohađao školu sa plaćanjem školarine. Na slovo *C* je dodao horizontalnu crticu i zamenio je ovim novim slovom slovo Z, koje se nije više koristilo u latinskom jeziku. Posle grčkih osvajanja, u 2. veku pne, , Rimljani su uvrstili slova *Y* i *Z* iz grčkog alfabeta na kraj sopstvene abecede (čime su zapravo vratili slovo

[1] Ovo se odnosi na orginalan tekst. U prevodu nema indeksa pojmova, usled ograničenih mogućnosti programa Office Word, kao što je rečeno u Predgovoru. (prim. prev).

[2] U srpskom jeziku ovih problema nema, načelo "*Piši kao što govoriš, čitaj kako je napisano*" pokazuje svu genijalnost Vuka Stefanovića Karadžiča. (prim. prev.)

Z), kako bi mogli da zapisuju grčke reči. Ovo klasično latiničko pismo je bilo stabilno tokom sledećih hiljadu godina.[1]

Latiničko pismo Rimljani su tokom svojih osvajanja raširili po celoj Evropi, Africi i Aziji; zbog svoje jednostavnosti počeli su da ga koriste i u pisanju na drugim jezicima. Većina savremenih "latiničkih" pisama uvrsili su i nekoliko drugih slova. Slovo *W* je uvedeno u 11. veku u Francuskoj i bilo je prihvaćeno u mnogim evropskim jezicima.[2] Slovo *U* je uvedeno sredinom 15. veka u Italiji, slovo *J* krajem istog veka u Španiji kako bi se načinila razlika izvesnih zvukova koji su do tada bili predstavljani sa *V* i *I*. (***Ref. 345***). Razlika se pokazala uspešnom i bila je već uobičajena u većini evropskih jezika već u 16. veku. Sažimanja æ i œ datiraju iz srednjeg veka. Nemačka abeceda je uključila ***oštro s*** koje se piše kao ß i predstavlja sažimanje "ss" i "sz" (otud naziv slova – ***escet***). A nordijske abecede su dodale ***thorn***, koji se piše kao *Þ* ili *þ* i ***eth*** koji se piše kao *Ð* ili *ð*, oba znaka uzeta iz ***futhorc***,[3] i drugih znakova (***Ref, 346***).

Mala slova se nisu upotrebljavala u klasičnom latinskom jeziku; ona datiraju tek od Srednjeg veka, iz vremena Šarlemanja (Charlemagne). Kao i mnogi akcenti, kao što su *ê*, *ç* i *ä*, koji su bili takođe prvi put korišćeni u Srednjem veku, mala slova su uvedena da bi se uštedelo na površini tada skupog papira tako što će se zapisivane reči skraćivati.

Izvan (osim) psa, knjiga je čovekov najbolji prijatelj. Unutar psa isuviše je mračno za čitanje.

Gručo Marks (Groucho Marx)

GRČKI ALFABET

Latiničko pismo je izvedno iz etrurskog; etrursko iz grčkog. Samo grčko pismo je izvedeno iz feničanskog ili sličnog, severnog Semitskog pisma, u 10. veku pne (***Ref. 348***). Grčko pismo je po prvi put uvrstilo slova i za samoglasnike, koja su nedostajala u Semitskom pismu (i često ih još uvek nema). U feničanskom pismu, kao i u drugim pismima koji su iz njega izvedeni, kao što je grčko pismo, svako slovo je imalo podesno ime. To je suprotnost u odnosu na etrursko ili latiničko pismo. Imena prva dva grčka slova dala su, naravno, poreklo samog pojma ***alfabet***.

U desetom veku pne, pismo Jonskih ili ***drevnih*** (istočnih) Grka sastojalo se samo od velikih slova. U šestom veku pne nekoliko slova je izbačeno, dok je dodato nekoliko novih u obliku malih slova, što je dalo ***klasičan*** grčki alfabet. Tek kasnije su uvedeni naglasci, indeksi i disanje. U ***Tabeli 52*** navedeni su takođe vrednosti pridružene slovima kada se koriste kao brojevi. Za ovu posebnu upotrebu zastarela drevna slova zadržana su tokom klasičnog perioda; stoga su dobila oblik malih slova.

Upoređenje sa latinicom u tabeli je standardno klasično, koje se koristi za pisanje grčkih reči. Pitanje pravilnog ***izgovora*** grčkog bilo je jako raspravljano u krugovima specijalista; tradicionalni ***Erasmijski*** izgovor nije odgovarao ni rezultatima istraživanja lingvista ni savremenom grčkom jeziku. U klasičnom grčkom glas koji ispušta ovca bio je βη- βη (be-be). (Erasmijski izgovor je pogrešno insistirao na uskom *η*, moderni izgovor Grka je različit za *β*, koji se sada izgovara kao "*v*", i za *η*, koji se sada izgovara kao "*i*:" – dugo "*i*") Očigledno, izgovor kod Grka razlikovao se od oblasti do oblasti i tokom vremena. Za Atički Grčki, glavni dijalekt koji se govorio u klasičnom periodu, pitanje je sada rešeno. Lingvistička istraživanja su pokazala da su *chi*, *phi* i *theta* manje udisajni nego obično izgovarani u engleskom jeziku i da zvuče više kao početni glasovi u "cat", "perfekt" i "tin"; osim toga, *zeta* izgleda da je izgovatana više kao "dz" kao u reči "buzzed". Kao i kod samoglasnika, suprotno tradiciji, epsilon je zatvoren i kratak, dok je *eta*

---

1 Da se sretnete sa Rimskim govornicima i piscima idite na veb stranu www.alcuinus.net.

2 Sve do 2008. godine u Turskoj mogli ste da budete pozvani pred sudiju ako ste koristili slova W, Q i X u zvaničnom pismu, jer su ta slova postojala samo u jeziku Kurda, ali ne i u turskom. Njihovo korišćenje je bilo "netursko" ponašanje i kažnjavalo se po zakonu. Uopšte nije poznato kako su predavači fizike savladavali ovu situaciju.

3 ***Anglo-saksonska runa***, takođe nazvana ***futhark*** ili ***futhorc***, tip pisma koji se koristio tokom Srednjeg veka u nemačkim, anglo-saksonskim i nordijskim zemljama, verovatno je izveden iz etrurskog pisma. Ime je dobio od prvih šest slova: f, u th a (ili o), r, k (ili c). Treće slovo je je thorn pomenut gore, često se piše kao "Y" u Starom Engleskom, kao "Ye Olde Shoppe", Iz runskog pisma Starog Engleskog potiče i slovo ***wyn*** koje predstavlja glas "w", i već pomenut eth. (Ostala slova koja su se korstila u Starom Engleskom – ne iz futhorc – bila su yogh, drevna varijanta za g i slivena slova (diftonzi) æ ili Æ, nazvan ***ash*** i œ ili Œ, nazvan ***ethel***) (***Ref. 347***)

otvoren i dug; *omikron* je zatvoren i kratak, dok je *omega* širok i dug, a *ipsilon* je glas koji zvuči kao francusko "*u*" ili nemačko "*ü*".

Grčki samoglasnici mogu imati grubo i glatko ***disanje***, ***indekse*** i akutne, grav, sirkimfleksne i dijarezne ***naglaske***. Disanje – koje se koristi kod ρ – određuje da li je slovo sa udisajem. Naglasci, koji su su prikazani kao naglasci u Erazmijskom izgovoru, zapravo predstavljaju visinu tona. Klasični Grčki mogu imati do tri ovakva dodatna znaka pridružena slovu; moderni Grčki nikada nema više od jednog.

TABELA 52 Drevni i klasični grčki alfabet i odgovarajuća latinička slova i indijski brojevi

Drevni	Klasični	Naziv	Odgovara	
A	A α	alfa	a	1
B	B β	beta	b	2
Γ	Γ γ	gama	g, n[1]	3
Δ	Δ δ	delta	d	4
E	E ε	epdilon	e	5
F ϝ, ς		digama	w	6
		stigma[2]		
Z	Z ζ	zeta	z	7
H	H η	eta	e	8
Θ	Θ θ	teta	th	9
I	I ι	jota	i, j	10
K	K κ	kapa	k	20
Λ	Λ λ	lambda	l	30
M	M μ	mi	m	40

Drevni	Klasični	Naziv	Odgovara	
N	N ν	ni	n	50
Ξ	Ξ ξ	ksi	x	60
O	O ο	omikron	o	70
Π	Π π	pi	p	80
Ϙ ϙ, ϟ		qopa[3]	q	90
P	P ρ	ro	r, rh	100
Σ	Σ σ, ς	sigma[4]	s	200
T	T τ	tau	t	300
	Y υ	ipsilon	y, u[5]	400
	Φ φ	fi	ph, f	500
	X χ	hi	h	600
	Ψ ψ	psi	ps	700
	Ω ω	omega	o	800
Ϡ ϡ		sampi[6]	s	900

Regionalna arapska slova *jot*, *ša* i *san* nisu uključena u tabelu. Slovo *san* je bio predhodnik slova *sampi*.

1. Samo ako su ispred velara, to jest ispred *kapa*, *gama*, *ksi* i *hi*
2. *Digama* je naziv koji se koristi u obliku *F*. Bila je korišćena uglavnom kao slovo (ali ponekad u obliku malog slova i kao broj), dok se oblik i naziv "*stigma*" koristi samo za broj. Oba imena su izvedena iz odnosnog oblika; zapravo *stigma* je srednjevekovna verzija velikog slova *digama*. Naziv *stigma* je izveden iz činjenice da slovo liči na slovo *sigma* sa *tau* postavljenim ispod njega – mada na nesreću ne i u svim modernim fontovima. Orginalni naziv slova, koji daje takođe i izgovor, bio je "*waw*".
3. Verzija *qopa* koja liči na obrnuto i okrenito *z* još uvek se povremeno koristi u savremenom Grčkom. U unikodu se naziva ova verzija "kopa".
4. Drugi oblik slova *sigma* se koristi samo na kraju reči.
5. *Ipsilon* odgovara "*u*" samo ako je drugo slovo u diftongu.
6. U stara vremena slovo *sampi* bilo je postavljeno između *pi* i *qopa*

Sledeće pismo izvedeno iz Grčkog pisma[1] je ćiriličko pismo, koje se koristi u sličnim varijantama u mnogim slovenskim jezicima, kao što su između ostalih ruski, srpski, makedonski i bugarski. Međutim, ne postoji standardna transkripcija iz ćiriličkog u latiničko pismo, tako da se često isto rusko ime izgovara različito u različitim zemljama, pa čak i u istoj zemlji u različitim prilikama.

[1] Grčki alfabet je takođe poreklo i ***Gotskog pisma***, koje je osmislio u 4. veku Vulfila (Wulfila) za gotske jezike, koristeći i nekoliko znakova iz latiničkog i futhoric pisma.

Gotsko pismo ne treba poistovećivati sa takozvanim ***gotskim*** slovima ***latiničkog*** pisma koje se koristi širom Evrope od 11. veka nadalje. U latinskim zemljama gotska slova su zamenjena ***antiqua*** pismom, pretkom tipa slova kojima je napisan i ovaj tekst. U drugim zemljama gotska slova su ostala u upotrebi još mnogo duže. Ona su se koristila za štampu i rukopise u Nemačkoj sve do 1941. godine, kada je vlada nacional-socijalista iznenada njih ukinula, kako bi ispunila zahteve naroda. Ostala je u sporadičnoj upotrebi širom Evrope. U mnogim knjigama fizike i matematike gotska slova su korišćena da bi se naglasile vektorske veličine.

HEBREJSKO PISMO I DRUGI RUKOPISI

Feničansko pismo takođe je predak hebrejskom suglasničkom pismu ili ***abdžad***. Njegova prva slova su prikazana u ***Tabeli 53***. (***Ref. 349***). Jedino se slovo *alep* א obično koristi u matematici, mada su predložena i druga. (***Vol. III, strana 209***).

Oko stotinu sistema pisanja koristi se danas za pisanje širom sveta. Stručnjaci ih razvrstavaju u pet grupa. ***Fonetička pisma***, kao što su latinica, ćirilica i grčko pismo, imaju poseban znak za svaki suglasnik ili samoglasnik. ***Abdžad*** je pismo suglasnika, kao što su hebrejsko i arapsko pismo, koji imaju znak za svaki suglasnik (nekad se uključuje i poneki samoglasnik kao što je *alep*), a (većinom) samoglasnici se ne pišu; većina abdžada sa piše sdesna nalevo. ***Abugida***, takođe poznato i kao ***silabičko pismo*** ili ***alfasilabično***, kao što su balinežansko, burmansko, devangari, tagalog, taj, tibetansko ili lao, pišu suglasnike i samoglasnike; svaki suglasnik ima nerazdvojiv samoglasnik koji može da se promeni u drugi dijakritskim znakoma. ***Slogovno pismo***, kao što su hiragana ili etiopsko, imaju znak za svaki slog u jeziku. Najzad, ***kompleksni zapisi***, kao što su kinesko, pismo Maja ili egipatski hijeroglifi, koriste znak koji ima i zvuk i značenje. Sistemi pisanja mogu imati tekst koji je napisam sdesna ulevo, odozdo naviše i mogu imati brojeve stranica u obrnutom smeru od ove knjige.

TABELA 53 Početak hebrejskog abdžada

Slovo	**Naziv**	**Odgovara**	
א	alep	a	1
ב	bet	b	2
ג	gimel	g	3
ד	dalet	d	4
itd			

Iako postoji oko 7000 različitih jezika na Zemlji, danas postoji samo oko stotinu sistema pisanja, (***Ref. 350***). Oko 50 sistema pisanja nestalo je iz upotrebe.[1] Ipak, za pisanje obrazaca u fizici i matematici znakovi sistematizovani u ovom tekstu, zasnivaju se na latiničkom i grčkom pismu, a pisani su sleva udesno i odozgo nadole, što je standardno širom sveta. Oni su korišćeni nezavisno od sistema pisanja teksta u kojem su sadržani.

BROJEVI I INDIJSKE CIFRE

Kako cifre, tako i način pisanja brojeva u ovom tekstu potiču iz Indije. (***Ref. 351***). Njih su u Srednjem veku arapski matematičari doneli u Mediteran. Sistem brojeva koji se koristi u ovoj knjizi je mnogo mlađi od slovnih znakova.[2] Indijske cifre je popularizovao u Evropi Leonardo iz Pize, nazvan Fibonači (Fibonacci)[3] u svojoj knjizi ***Liber Abaci*** ili ***Knjiga Računanja***, koja je izdata 1202. godine. Ta kniga je unela revoluciju u matematiku. Svako je mogao da zapiše na papir pomoću pera (olovka još nije bila izmišnjena) brojeve onoliko velike koliko mu zahteva razlog, pa čak i veće i da vrši izračunavanja pomoću njih. Fibonačijeva knjiga počinje;

> *Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Cum his itaque novem figuris,et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur*,[4]

Indijski način pisanja brojeva, ***indijski sistem brojeva***, uveo je dve novine: veliku novinu, ***sistem mesta*** i malunovinu, ***cifru nula***. Sistem mesta, kako ga je opisao Fibonači, bio je toliko efikasan da je u potpunosti zamenio ***rimski sistem brojeva***, na kojem se 1996 pisalo kao IVMM ili MCMIVC ili MCMXCVI, kao i ***grčki sistem brojeva*** koji je brojeve koristio na način pokazan u ***Tabeli 52***, pa se prema tome broj 1996 pisalo kao $\alpha\Theta\varkappa\zeta$. U poređenju sa ovim sistemima indijski brojevi bili su bolja tehnologija.

---

1 Dobro urađena veb strana u ovoj oblasti je www.omniglot.com. i dekodirana je u Unicode standard, koji trenutno sadrži 52 sistema pisanja. Pogledajte i veb stranu www.unicode.org.

2 Nije opravdano da se cifre od 0 do 9 nazivaju arapskim. Kako cifre koje su korišćene u arapskim tekstovima i cifre koje su korišćene u tekstovima na latinici, kao što je ova, izvedene su iz indijskih cifara. Samo cifre 0, 2, 3 i 7 liče na one koje se koriste u arapskom pismu, i to samo ako se okrenu za 90º u smeru kazaljki časovnika.

3 Leonardo iz Pize, nazvan Fibonači (Fibonacci, 1175. Piza – 1250. Piza) bio je značajan matematičar.

4 "Devet indijskih znakova su 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Sa ovih devet znakova, i sa znakom 0, koji se u arapskom naziva zefirum, može da se napiše bilo koji broj, kao što će biti prikazano u daljem tekstu".

Indijski sistem brojeva pokazao se toliko praktičnim da su kompletna izračunavanja vršena na papiru, čime je bio u potpunosti odbačen ***abakus***, koji je stoga ispao iz upotrebe. Abakus se još uvek koristi u nekim zemljama Azije, Amerike i Afrike, a koriste ga i ljudi koji ne koriste sistem mesta za zapisivanje brojeva. Takođe je korisan i za slepe osobe.

Indijski sistem brojeva izbacio je takođe potrebu korišćenja sistema u kojem su brojevi predstavljani prstima. Takvi drevni sistemi, koji su mogli da prikažu brojeve do 10.000 i veće, ostavili su samo jedan trag: sam pojam "digit" izveden je iz latinske reči za prst.

Moć sistema mesta brojeva često se zaboravlja. Ali samo sistem mesta brojeva omogućava izračunavanja napamet i čini da su moguća čudesa izračunavanja.[1]

SIMBOLI KORIŠĆENI U TEKSTU

> *"Da bih izbedao dosadna ponavljanja ovih reči: "to je jednako": ja ću postaviti, kao što sam često koristio u radu, dve paralelne crtice, ili Gemowe linije, jednake dužine, ovako =, pošto nema dve stvari koje bi bile više jednake",*
>
> Robert Rekord (Robert Recorde) [2]

Pored teksta i brojeva, knjige iz fizike sadrže i druge simbole. Većina simbola je razvijana tokom stotina godina, tako da se sada koriste samo najjasniji i najprostiji. Pri ovom penjanju na planinu svi simboli koji se koriste kao skraćenice za ***fizičke*** veličine preuzeti su iz latiničkog ili grčkog pisma i uvek su određeni prema kontekstu gde su upotrebljeni. Simboli koji određuju jednice, konstante i čestice definisane su u ***Dodatku B, strana 325***, i u ***Dodatku B, Vol. V***. Simboli korišćeni u ovom tekstu u uobičajenoj su upotrebi. (***Ref. 349***). Postoji čak i međunarodni standard za simbole u obrascima fizike – ISO EN 80000, ranije ISO 31 – ali je on sramno preskup, praktično nedostupan i neverovatno nekorisan: simboli koji su navedeni inače su svakako u opštoj upotrebi, a njihova upotreba nije obavezujuća bilo gde, pa čak ni u samom standardu! ISO 80000 je pravi primer da sa birokratijom nešta nije u redu.

Matematički simboli korišćeni u ovom tekstu, posebno oni za matematičke operacije, dati su u popisu koji sledi, zajedno sa njihovim istorijskim poreklom. Detalje njihove istorije naučnici široko proučavaju. (***Ref. 353***).

Ostali znakovi koji su ovde korišćeni imaju komplikovanije poreklo. Znak & je dobijen skupljanjem latinskog ***et*** što znači "i", kao što se često jasnije vidi u njegovim varijantama, kao što je uobičajeni oblik u italiku. (***Ref. 354***)

Svaki od znakova interpunkcije korišćen u rečenicana sa savremenim latiničkim pismom, kao što su: , . ; : ! ? " " » « - ( ) … imaju sopsvene istorije. Mnogi su iz drevne Grčke, ali znak pitanja potiče iz suda Šarllemanja (Charlemagne), a znak usklika prvi put se pojavljuje u 16. veku.[3] (***Ref. 355***). Znak @ ili ***at-znak*** verovatno potiče iz srednjevekovne skraćenice latinslog ***ad***, što znači "u", slično kao što je znak & dobijen od latinskog ***et***. (***Ref. 356***). Poslednjih godina postao je jako omiljen znak ***smiley*** :-) i njegove varijante. Smiley je zapravo nova verzija znaka "tačka ironije" koju je ranije predložio, mada bezuspešno, A. de Brahm (1868 – 1942)

Znak za odeljak (paragraf) § datira iz 13. veka u severnoj Italiji, kao što ga je prikazao paleograf Pol Leman (Paul Lehman). (***Ref. 357***) On je izveden iz ornamentalne verzije velikog slova C, za ***capitulum***, to jest za "malu glavu" ili "poglavlje". Znak se najpre pojavio u pravnim tekstovima, u kojima se koristi još i danas, ali se potom proširio i u ostala područja.

---

[1] Sadašnje najkraće vreme nalaženja trinaestog (celobrojnog) korena iz celog broja od 100 cifara iznosi 11,8 sekundi. Za više o ovoj priči i načinu podviga izračunavanja, pogledajte u Bibliografiju. (***Ref. 352***).

[2] Robert Rekord (Robert Recorde, 1510. – 1558), engleski matematičar i fizičar; umro je u zatvoru zbog dugova. Citat je uzet iz njegove knjige ***The Whetstone of Witte***, 1557. godine. Slika koja prikazuje citat može da se nađe na veb strani en.wikipedia.org/wiki/Equals_sign. Obično se navodi da je ovaj citat prvi uvod u znak jednakosti; tvrdnje da su italijanski matematičari koristili znak jednakosti i pre Rekorda nisu potkrepljeni uverljivim primerima. (***Ref. 353***)

[3] O zagradama pogledajte divnu knjigu od J. Lenarda (J. Lennard), *But I Digress*, Oxford University Press, 1991. (***Ref. 353***)

Znak za paragraf ¶ izveden je od pojednostavljenog drevnog oblika koji je izgledao kao grčko slovo Γ, znak koji se koristio u rukopisima iz drevne Grčke pa sve do Srednjeg veka da bi se obeležio početak novog paragrafa u tekstu. U Srednjem veku je dobio savremen oblik, verovatno zbog toga što mu je na početak dodato slovo c za ***caput*** (*glava* na latinskom).

Jedan od najvažnijih znakova uopšte je ***beli razmak*** kojim se razdvajaju susedne reči, došao je iz uticaja Kelta i Germana kada su njihovi narodi počeli da koriste latiničko pismo. (***Ref. 358***) Ovaj znak je postao uobičajeni prostor između reči između devetog i trinaestog veka, u zavisnosti od toga o kojem jeziku se radi.

TABELA 54 Istorija matematičog zapisivanja i simbola

Simbol	**Značenje**	**Poreklo**
+, -	plus minus	Johannes Widman, 1489.; znak plus je izveden iz latinskog “et”
$\sqrt{x}$	čita se kao “kvadratni koren iz *x*”	Upotrebio ga je 1525. Christoph Rudolph: znak je izveden iz tačke
=	jednakost	Robert Recorde 1557.
{ },[ ],( )	simboli za grupisanje	upotreba počela u 16. veku
>, <	veće od, manje od	Thomas Harriot 163.1
×	puta, pomnoženo sa	Engleska oko 1600., uveo ga je William Ouhtred 1631.
a^n	*a* na stepen *n*, a·a· ·a (n puta)	Rene Decartes 1637..
x, *y*, *z*	koordinate, nepoznate	Rene Decartes 1637.
$ax+by+c = 0$	konstante i jednakost za nepoznate	Rene Decartes 1637.
∞	znak za beskonačnost	John Wallis 1655.
d/d*x*, d*x*	izvod, diferencijal	Gottfried Wilhelm Leibnitz 1675.
$\int y\,dx$	integral	Gottfried Wilhelm Leibnitz 1675.
:	deljenje, podeljeno sa	Gottfried Wilhelm Leibnitz 1684.
·	množnje, pomnoženo sa	Gottfried Wilhelm Leibnitz 1690.
a_1, a_n	indeksi	Gottfried Wilhelm Leibnitz 1690.
~	slično sa	Gottfried Wilhelm Leibnitz 1690.
π	broj kružnice, 4 arctan 1	William Jones 1706.
φx	funkcija od *x*	Johann Bernouli 1718.
fx, f(*x*)	funkcija od *x*	Leonhard Euler 1734.
e	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!} = lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$	Leonhard Euler 1736.
f’(*x*)	izvod finkcije u tački *x*	Giuseppe Lagrangia 1770.
Δx, Σ	diferencija, suma	Leonhard Euler 1755.
Π	proizvod	Carl Friedrich Gaus 1812.
i	imaginarna jedinica $+\sqrt{-1}$	Leonhard Euler 1777.
≠	različito od	Leonhard Euler 18. vek
$\partial/\partial x$	parcijalni izvod, čita se kao “d/d*x*”	izvedeno iz kurziva slova *d* ili iz slova “*dey*” ćirilice, uveo ga Adrien-Marie Legendre, a popilarizovao Carl Gusrav Jacobi 1841.
n!	faktoriel broja *n*, 1·2·3·…·*n*	Christian Kramp 1808.
Δ	Laplasov operator, Laplasijan	Robert Murphy 1833.
|*x*|	apsolutna vrednost	Karl Weierstrass 1841,
∇	čita se kao “nabla” (ili “del”)	uveli su ga William Hamilton 1853. i Peter Taft 1867, nazvan po obliku egipatskog muzičkog instrumenta
⊂,⊃	pripadnost skupu	Ernst Schröder 1890,

$\cup,\cap$	unija ili presek skupa	Giuseppe Peano 1888.
$\in$	element je	Giuseppe Peano 1888.
$\otimes$	diadrički proizvod tenzora ili nepoznat spoljni proizvod	
$\langle\psi\vert,\vert\psi\rangle$	Dirakova notacija (bra-ket)	Paul Dirac 1930
$\varnothing$	prazan skup	Andre Weil, član grupe Nicolas Bourbaki, početak 20. veka
$[x]$	merna jedinica veličine x	dvadeseti vek

KALENDARI

Mnogo načina da se sačuva trag vremena razlikovao se od jedne do druge civilizacije. Većina zajedničkih kalendara, pa i ovaj koji je korišćen u ovom rekstu, takođe je jedan od čestih apsurda, pošto je kompromis između različitih političkih snaga koje su pokušavale da ga uobliče.

U prastarim vremenima, nezavisni lokalizovani delovi, kao što su plemena ili gradovi, davali su prednost ***lunarnim*** kalendarima, pošto je praćenje lunarnog vremena bilo lakše organizovati na lokalnom nivou. To je dovelo do upotrebe meseca kao jedinice kalendara. Centralilzovane države uvodile su solarne kalendare, bazirane na godini. Solarni kalendari zahtevaju astronome, pa stoga i centralizovane ustanove koje bi ih finansirale. Iz različitih razloga, poljoprivrednici, političari, poreznici, astronomi i neke, ali ne i sve, grupe religija, želele su kalendar koji bi pratio solarnu godinu što je moguće tačnije. Potrebni kompromisi između godine i dana poreklo su preskakanja dana. Kompromisi između meseca i godine doveli su do različitih dužina meseci; one su različite u različitim kalendarima. Najčešće korišćeni opšti kalendar godina – mesec organizovao je pre više od 2000 godina Julije Cezar, pa se zato naziva ***julijanski kalendar***.

Sistem je razoren samo posle nekoliko meseci: avgust je imao trajanje od 31 dana kada je dobio ime po po imperatoru Avgustu. Prvobitno je taj mesec bio dug samo 30 dana; ali da bi se pokazalo da je Avgust važniji od Cezara, po kome je nazvan juli, promenjene su sve dužine meseci u drugom delu kalendara, a februar je skraćen dodatno za jedan dan.

Sedmica je pronalazak Vavilonaca. (***Ref. 359***), Jedan dan u sedmici Vavilonaca je bio "zao" ili "nesretan", pa je tako bilo bolje da se na taj dan ne radi ništa. Savremen sedmični ciklus sa tim danom za odmor potiče od ovog praznoverja. (Način saradnje praznoverja astrologa i astronomije da se odedi redosled dana u sedmici opisan je u odeljku o gravitaciji (***strana 164***). Premda je bila stara oko 3000 godina, sedmica je uključena u julijanski kalendar tek oko 300. godine, pri kraju Zapadnog Rimskog carstva, Poslednje izmene u julijanskom kalendaru dogodile su se 1582. i 1917. godine (u zavisnosti od država), kada su tačnija merenja solarne godine uzeta da se postavi nov način određivanja dana koji se preskače i taj način se koristi i danas. Zajedno sa ponovnim podešavanjem datuma i sa određivanjem ritma sedmice, ovaj standard je nazvan ***gregorijanski kalendar*** ili jednostavno ***savremen kalendar***. Njega koristi veći deo svetskog stanovništva.

Uprkos složenosti, savremeni kalendar dozvoljava da se dan u sedmici na određen datum odredi napamet. Treba samo izvesti ovih šest koraka:

1. uzmite poslednje dve cifre godine i podelite ih sa 4, odbacujući sve decimale;
2. saberite dve poslednje cifre godine
3. oduzmite 1 za januar ili februar prestupne godine;
4. dodajte 6 za godine 2000. ili 1600., a 4 za 1700. i 2100.
5. dodajte dan u mesecu
6. dodajte ključ za mesec, naime; 1 – januar, 4 – februar, 4 – mart, 0 – april, 2 – maj, 5 – juni, 0 – juli, 3 – avgust, 6- septembar, 1 – oktobar, 4 – novembar i 6 – decembar.

Posle deljenja sa 7, ostatak daje dan u sedmici, sa sledećim pridruživanjima: 1 – nedelja, 2 – ponedeljak, 3 – utorak, 4 – sreda, 5 – četvrtak, 6 – petak i 7 – subota.[1]

Kada će početi da se broje godine je bio je oduvek stvar izbora. Najstariji način koji nije povezan sa strukturama političkih snaga je onaj koji je korišćen u staroj Grčkoj, gde su se godine brojale od prvih Olimpijskih igara. Ljudi su govorili, na primer, da su rođeni u prvoj godini posle završetka dvadeset treće Olimpijade. Kasnije su političke snage uvek uvodile zakonski da brojanje godina mora da počne od nekog značajnog događaja nadalje[2]. Možda treba uzeti ponovo u razmatranje da se godine počinju brojati od završetka Olimpijskih igara?

IMENA LJUDI[3]

Na Dalekom istoku, kao što su ***Corea***[4], ***Japan*** ili ***Kina***, prezime je stavljano ispred imena. Na primer, prvi dobinik Nobelove nagrade za fiziku iz Japana bio Jukava Hideki (Yukawa Hideki). U ***Indiji***, često, ali ne uvek, ne postoji prezime, pa se u takvom slučaju koristi ime oca. U ***Rusiji*** se prezime retko koristi tokom razgovora, a umesto toga koristi se ime i očevo ime. Na primer, Lav Landau (Lev Landau) se oslovljava sa Lav Davidovič ("Davidov sin"). Pored toga, translacija imena sa ruskog nije standardizovana, pa se menja i zavisi od zemlje ili od tradicije. Na primer, može se naći da je napisano (samo u engleskom, prim. prev) Dostojewski, Dostoevskij, Dostoievski i Dostoyavskiy za istu osobu, Dostojevskog. U ***Holandiji*** se zvanično dobijeno ime nikada ne koristi; svaka osoba ima poluzvanično ime po kojem se zove. Na primer, za Gerard't Hooft's zvanično dobijeno ime je Gerardus. U ***Nemačkoj*** neka prezimena imaju poseban izgovor. Na primer, Voigt je izgofara kao Fojt. U ***Italiji***, tokom Srednjeg veka i Renesanse, ljude su zvali samo po njihovom imenu, ko što je Mikelanđelo (Michelangelo) ili Galilej (Galileo), ili često po imenu uz dodatak uz ličnog prezimena, koje nije bilo i porodično prezime, ali je korišćeno kao za Nikolo Tartalja (Niccolo Tartaglia) ili Leonardo Fibonači (Leonardo Fibonacci). U ***starom Rimu*** ime je bio srednje ime. Na primer, Ciceronovo (Cicero) prezime bilo je Tulijus (Tullius). Zakone koje je uveo Ciceron bili su zato poznati kao "lex Tullia". U ***drevnoj Grčkoj*** nije bilo prezimena. Ljudi su imali samo imena. U engleskom jeziku ju korišćena rimska verzija grčkih imena, kao što je Demokritus. (Vidi fusnotu)

SKRAĆENICE, EPONIMI[5] ILI POJMOVI?

Rečenice slične ovoj koja sledi opustošile su sanremenu fiziku:

> *EPR paradoks u formulaciji Boma može verovatno da se reši korišćenjem GWR pristupa, korišćenjem WKB približnosti Šredingerove jdnačine.*

Korišćenje ovakvog rečnika najbolji je način da se jezik načini nerazumljivim za čitaoce koji su izvan te oblasti. (Zapravo, i sama rečenica je svakako besmislica, pošto je "GWR pristup" pogrešan.) Pre svega, rečenica sa upotrebljenim skraćenicama je sramota. Povrh svega, to je rečenica u kojoj je upotrebljeno ime osobe da bi okarakterisalo pojam, to jest, ona koristi ***eponim***. U početku su eponimi bili namera odavanja počasti zbog izvanrednih postignuća. Danas, kada je opisivanje potpuno novih zakona i promenljivih postalo skoro nemoguće, širenje eponima razumljivih sve manjem broju ljudi prosto pokazuje sve veću neefikasnost puta do slave.

---

1 Upamtite da međurezultat za tekuću godinu može da uprosti izračunavanje još više, posebno pošto datumi 4.4, 6.6, 8.8, 10.10, 12.12, 9.5, 5.9, 7.11 i 11.7 kao i poslednji dan u februaru svi su u istom danu sedmice, naime u međurezultatu za godinu plus 4.

2 Sadašnje brojanje godina definisano je u Srednjem veku tako što je određena godina osnivanja Rima 753 pne, ili 753. ***godina pre nove ere*** i posle se brojalo unazad, tako da godine pne liče na negativne brojeve. Međutim, 1. godina sledi neposredno posle 1. godine pne, tako da ne postoji godina sa rednim brojem 0.

3 Prilikom prevođenja ovog teksta sa engleskog pisana su imena u obliku u kojem se javljuju u srpskom jeziku, (većinom preuzetih iz Wikipedia), ali je u zagradi dat i oblik imena koji se nalazi u orginalnom tekstu. Na primer, pored Isak Njutn u zagradi se nalazi (Isaac Newton). Isto važi i za imena iz stare Grčke za koje je dat samo oblik u srpskom jeziku (opet prema Wikipedia). (Prim. prev.)

4 Koreja je bila privremeno primorana da promeni pisanje iz Corea u Korea, zbog japanske okupacije, pošto generali nisu mogli da savladaju činjenicu da se Corea nalazi u abecedi ispred Japana, Ovo nije šala.

5 Eponimi (grč. *eponymon* – ime boga ili junaka po kome je nešto nazvano) su nastali uopštavanjem vlastitih imena. To su, dakle, zajedničke imenice izvedene iz vlastitih imena. Eponimi se, prema tome, pišu malim početnim slovom, a najčešće su nazivi nekih izuma ili otkrića nazvanih po zaslužnim osobama, razdoblja u umjetnostima ili pak neke osobine nazvane po ljudima koji su se njima odlikovali.

Eponimi su dokaz nedostatka mašte naučnika. Mi ćemo ih u našem radu izbegavati što je više moguće i davati opšte nazive za matematičke jednakosti i pojmove kada god je to moguće. Ime osobe i potom dodata apozicija uz to ime. Na primer, "Njutnova jednakost kretanja" nije nikad imenovana kao "Njutnova jednakost"; "Ajnštajnova jednakost polja" je korišćeno umesto "Ajnštajnova jednakost"; "Hajzenbergova jednakost kretanja" korišćeno je umesto "Hajzenbergova jednakost".

Međutim, neki izuzeci su neizbežni: izvesni pojmovi koji se koriste u savremenoj fizici zaista nemaju alternativu. Bolcmanova konstanta, Plankova razmera, Komptonova talasna dužina, Kazimirov efekt i Lijeva grupa su primeri. Radi kompenzacije, pisac teksta je siguran da možete potražiti u Indeksu definiciju ovog pojma. Pored toga, tekst nastoji da vam omogući čitanje uz zadovoljstvo. (***Ref. 361***).

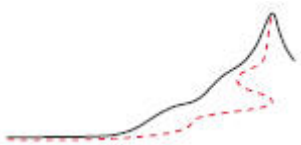
Skraćenice su nastale kao potreba da se skraćeno zapisuju reči koje se ponavljaju često. Većina skraćenica potiče još iz starog Rima. Poseban standardan skup koji potiče iz starog Rima objašnjava neke skraćenice koje su korišćene u tekstu (misli se na orginalni tesks na engleskom jeziku – u prevodu su korišćene skraćenice istog značenja na srpskom jeziku) Evo nekih primera:

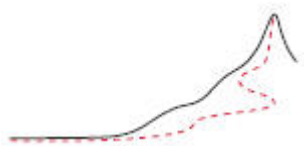
- **c** je latinska skraćenica za ***circa***, što znači "otprilike" (u tekstu prevoda: cca)
- **e.g.** je latinska skraćenica za ***exempli gratia***, što znači "radi primera" (u tekstu prevoda: na primer, ili n.pr.)
- **i.e** je latinska skraćenica za ***id est***, što znači "to jest" (u tekstu prevoda: to jest, ili t.j.)
- **ibid** je latinska skraćenica za ***ibidem***, što znači "na istom mestu"
- **inf** je latinska skraćenica za ***infra***, što znači "(vidi) dole"
- **op.cit.** je latinska skraćenica za ***opus citatum***, što znači "citat" (u tekstu prevoda: "citirano")
- **et al.** je latinska skraćenica za ***et alii*** što znači "i drugi" (u tekstu prevoda; i dr.)

Uzgred ***idem*** znači „isto", a ***passim*** znači „tu i tamo" ili „tokom" ili „širom".

Mnogi pojmovi koji se koriste u fizici u engleskom jeziku, kao što su: acceleration (ubrzanje) frequency (učestanost), velocity (brzina), mass (masa), force (sila), momentum (količina kretanja), inertia (inercija), gravitation (gravitacija) i temperature (temperatura), izvedeni su iz latinskog jezika. Zapravo, sporno je da li je jezik nauke bio latinski jezik tokom 2000 godina, U vreme starog Rima postojao je rečnik latinskog i gramatika latinskog jezika, ali je potom to promenjeno u rečnik latinskog sa gramatikom francuskog jezika, a ubrzo potom u rečnik latinskog sa gramatikom nemačkog jezika, da bi se konačno to promenilo u rečnik latinskog sa gramatikom British/American jezika.

Mnoge merne jedinice datiraju takođe iz vremena starog Rima, kao što će biti objašnjeno u ***Dodatku B***. Čak je i zaljubljenost u tehničke termine poreklom iz grčkog jezika, kao što su giroscope (žiroskop), „entropija", „proton" i sl. datiraju iz doba starog Rima. (***Ref. 360***).





DODATAK B

JEDINICE, MERENJA I KONSTANTE

Merenje je upoređivanje neke veličine sa standardom. Standardi se zasnivaju na ***jedinicama***. Širom sveta koristili su se različiti sistemi mernih jedinica. Većina ovih standarda davala je moć organizaciji koja je za njih bila nadležna. Kako ova moć može da bude zloupotrebljena, kao što je slučaj danas, vidi se u primeru industrije računara, a postojala je isto tako i u minulim vremenima. Rešenje je isto za oba slučaja: organizovati nezavisni globalni standard. Za merne jedinice to se dogodilo u 18. veku: kako bi se izbegla zloupotreba autoritarnih institucija, da bi se isključili problemi u razlikama, promene i neponovljivi standardi, kao i – ovo nije šala – uprostilo prikupljanje poreza, a da bi ga načinilo još pravednijim, grupa naučnika, političara i ekonomista saglasila se sa skupom mernih jedinica. On je nazvan ***Systeme International d'Unites***, ili skraćeno ***SI***, a bio je određen međunarodnom ugovorom, "*Convention du Metre*". Jedinice su čuvane u međunarodnoj organizaciji "*Conference Generale des Poids et Mesures*" i u njenim ćerka-organizacijama "*Commission Inter-nationale des Poids et Mesure*"' i "*Bureau International des Poids et Mesures*" (BIPM). Sve ovo poteklo je iz vremena neposredno pre Francuske revolucije. (***Ref. 362***).

SI MERNE JEDINICE

Sve SI merne jedinice izvedene su iz sedam osnovnih mernih jedinica, čije su zvanične odrednice, prevedene sa francuskog na engleski (a ovde i na srpski) navedene niže, zajedno sa datumom njihovih formulacija:

- ***sekunda*** je trajanje od 9192631770 periode zračenja koja odgovara prelasku između dva hiperfina nivoa osnovnog stanja atoma cezijuma 133 (1967.)[1]
- ***metar*** je dužina pređenog puta svetlosti u vakuumu tokom vremenskog intervala od 1/299 792 458 dela sekunde (1983)[1]
- ***kilogram*** je jedinica mase koja je jednaka masi međunarodnog prototipa kilograma (1901)[1]
- ***amper*** je ona struja stalne vrednosti koja u dva paralelna prava provodnika beskonačne dužine, postavljenih u vakuumu na rastojanju od 1 m , proizvede silu između ta dva provodnika jednaku $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po metru dužine, (1948)[1]
- ***kelvin***, jedinica za termodinamičku temperaturu, je razlomak 1/273,16 termodinamičke temperature trojne tačke vode (1967)[1]
- ***mol*** je količina supstance sistema koji sadrži isto onoliko elementarnih subjekata koliko postoji atoma u 0,012 kilograma ugljenika 12 (1971)[1]
- ***kandela*** je jačina svetlosti u određenom pravcu iz izvora koji emituje monohromatsko zračenje učestanosti $540 \cdot 10^{12}$ herza i ima intenzitet zračenja u tom smeru od 1/683 vati po sterradijanu (1979)[1]

Primetili smo da su merne jedinice i za vreme i za dužinu određene preko izvesnih osobina standardnog primera za kretanje, naime svetlosti. Drugim rečima, i "*Conference Generale des Poids et Mesures*" naglasila je da je posmatranje kretanja preduslov za određivanje i konstrukciju vremena i prostora.

---

[1] Simboli ovih jedinica su, respektivno: **s**, **m**, **kg**, **A, K**, **mol** i **cd**. Međunarodni prototip kilograma je valjak od legure platina-iridijum, koji se čuva u BIPM u Sevru, u Francuskoj. (***Strana 82***). Za više detalja o nivoima atoma cezijuma, pogledati u delu knjige o atomskoj fizici. (***Ref. 363***). Celzijusova skala temperature θ, određena je na ovakav način: θ (°C) = T (K) – 273,15; treba zapaziti malu razliku od broja koji se pojavljuje u odrednici kelvina. SI takođe navodi: "Kada se koristi mol, elementarni subjekti moraju biti specificirani, a mogu biti atomi, molekuli, joni, elektroni, druge čestice ili određene grupe takvih čestica." U odrednici mola razumljivo je da atomi ugljenika 12 nisu vezani u mirovanju i u njegovom osnovnom stanju. U odrednici za kandelu, učestanost svetlosti odgovara 555,5 nm, to jest zelenoj svetlosti, oko talasne dužine na koju je ljudsko oko najosetljivije.

Kretanje osnova je svakog posmatranja i svih merenja. Uzgred, upotrebu svetlosti u odrednicama zagovarao je još 1827. godine Žak Babine (Jacques Babinet).[1]

Iz ovih osnovnih jedinica, izvedene su sve ostale merne jedinice množenjem ili deljenjem. Prema tome sve SI merne jedinice imaju sledeće osobine:

- SI merne jedinice obrazuju sistem koji ima ***najsavremeniju preciznost***: sve merne jedinice su određene uz preciznost koja je veća od preciznosti u uobičajenim merenjima. Štaviše, preciznost odrednica redovno se popravlja, Trenutna relativna nesigurnost za odrednicu sekunde je oko 10^{-14}, za metar oko 10^{-10}, za kilogram oko 10^{-9}, za amper 10^{-7}, za mol je manja od 10^{-6}, za kelvin 10^{-6} i za kandelu 10^{-3}.
- SI merne jedinice obrazuju ***apsolutni*** sistem: sve jedinice su određene na takav način da se mogu reprodukovati u svakoj prigodno opremljenoj laboratoriji, nezavisno i uz veliku preciznost. Time je što je moguće više izbegnuta zloupotreba od strane organizacija koje postavljaju standarde. (Samo je još kilogram određen uz pomoć tvorevine, pa predstavlja izuzetak od ovih zahteva; vrše se intenzivna istraživanja da se nađe način da se ova tvorevina izbaci iz odrednica – to je međunarodna trka koja traje već više godina. Postoje dva pristupa: brojanje čestica ili utvrđivanje $\hbar$. Prvo se može postići u kristalima, to jest u kristalu načinjenom od čistog silicijuma, a drugo preko upotrebe obrasca u kojem se pojavljuje $\hbar$, kao što je obrazac za de Broljijevu (de Broglie) talasnu dužinu ili onaj za Jozefsonov (Josephson) efekt.
- SI merne jedinice obrazuju ***praktičan*** sistem: osnovne jedinice imaju veličine iz svakodnevnih opažanja. Često upotrebljavane merne jedinice imaju imena i skraćenice. Kompletan popis obuhvata sedam upravo pomenutih jedinica, ***dopunske*** merne jedinice, ***izvedene*** merne jedinice i ***dopuštene*** jedinice za upotrebu.
- ***Dopunske*** SI merne jedinice su dve: jedinica za ugao u ravni, određena kao odnos dužine luka kružnice i poluprečnika, jedinica je ***radijan*** (rad). Za prostorni ugao, određen kao odnos površine koja se vidi i kvadrata poluprečnika, jedinica je ***steradijan*** (sr).
- ***Izvedene*** merne jedinice sa posebnim nazivima napisane u zvaničnom engleskom pisanju[2]**,** to jest bez velikih slova i akcenata su:

Naziv	**Skraćenica**
herc	Hz = 1/s
paskal	Pa = N/m^2 = kg/m s^2
vat	W = kg m^2/s^3
volt	V = kg m^2/A s^3
om	Ω = V/A = kg m^2 A^2 s^2
veber	Wb = V s = kg m^2/A s^2
henri	H = V s/A = kg m^2/A^2 s^2
lumen	lm = cd sr
bekerel	Bq = 1/s
sivert	Sv = 1/kg = m^2/s^2

Naziv	**Skraćenica**
njutn	N = kg m/s^2
džul	J = N m = kg m^2/s^2
kulon	C = A s
farad	F = A s/V = A^2 s^4/kg m^2
simens	S = 1/ Ω
tesla	T = Wb/m^2 = kg/A s^2 = kg/C s
stepen Cel.	ºC (videti odrednicu za kelvin)
luks	lx = lm/m^2 = cd sr/m^2
grej	Gy = J/kg = m^2/s^2
katal	kat = mol/s

Zapazili smo da se u svim odrenicama mernih jedinica pojavljuje kilogram samo sa stepenom 1, 0 i -1. Da li možete da odredite razlog? (***Izazov 699s***)

Jedinice ***dozvoljene*** za upotrebu izvan SI sistema su: ***minut***, ***čas***, ***dan*** (za vreme), stepen ***1º = π/180*** rad, minut ***1′ = 1º/60 = π/10800*** rad, sekunda ***1″ = 1′/60 = 1º/360 = π/648000*** rad (za uglove), ***litar*** i ***tona***. Sve ostale jedinice treba izbegavati.

Još praktičnijim sve SI merne jedinice čini uvođenje standardih imena i skraćenica za celobrojna stepenovanja sa 10, takozvani ***prefiksi***.[3]

---

[1] Žak Babine (Jacques Babinet, 1794–1874), bio je francuski fizičar koji je objavio poznata dela radova u optici.

[2] U saglasnosti sa ostatkom teksta prevoda, nazivi će biti u obliku u kojem se koriste u srpskom jeziku.

[3] Neki od ovih naziva su izmišljeni (*yocto* zvuči kao latinski ***octo*** – osam, *zepto* zvuči kap latinsko ***septem***, *yotta* i *zetta* liče na njih, *exa* i *peta* zvuče kao grčke reči ***ἑξάκι*** – šest puta i ***πεντάκις*** – pet puta, a nezvanične zvuče kao grčke reči devet, deset jedanaest i dvanaest); neke su dansko/norveške (*atto* od ***atten*** – jedanaest, *femto* od ***femten***

Stepen	Naziv	
10^{1}	deka	da
10^{2}	hekto	h
10^{3}	kilo	k
10^{6}	Mega	M
10^{9}	Giga	G
10^{12}	Tera	T
10^{15}	Peta	P

Stepen	Naziv	
10^{18}	Exa	E
10^{21}	Zetta	Z
10^{24}	Yotta	Y
nezvanično (***Ref. 364***)		
10^{27}	Xenta	X
10^{30}	Wekta	W
10^{33}	Vendekta	V
10^{36}	Undekta	U

Stepen	Naziv	
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	mikro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	piko	p
10^{-15}	femto	f

Stepen	Naziv	
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y
nezvanično (***Ref. 364***)		
10^{-27}	xenno	x
10^{-30}	weko	w
10^{-33}	vendeko	v
10^{-36}	udeko	u

- SI merne jedinice obrazuju kompletan sistem: one na sistematski način pokrivaju ceo skup opažanja u fizici. Štaviše, one takođe određuju jedinice za merenja i u ostalim oblastima u nauci.
- SI merne jedinice obrazuju univerzalni sistem: one se mogu koristiti u trgovini, industriji saobraćaju, kući, nauci i istraživanjima. Mogi čak i da se koriste i u vanzemaljskim civilizacijama, ukoliko postoje.
- SI merne jedinice obrazuju ***samodosledan*** sistem: proizvod ili količnik dve SI jedinice daju takođe SI jedinicu. To u principu znači da se ista skraćenica, ti jest "SI" može koristiti za svaku jedinicu.

SI merne jedinice nisu jedini mogući skup koji može da ispuni sve ove zahteve, ali su one jedini sistem koji to čini.[1] U bliskoj budućnosti BIPM planira da ponovo odredi SI jedinice koristeći "kocku fizike", prikazane na ***slici 1*** (***strana 9***). To će biti ostvareno utvrđivanjem, pored vrednosti za c i K_{cd}, takođe i vrednosti za: $\hbar$, e , k i N_A. Predložene vrednosti iznose $h = 6{,}62606957 \cdot 10^{-34}$ Js, $e = 1{,}602176565 \cdot 10^{-19}$ C, $k = 1{,}3806488 \cdot 10^{-23}$ J/K i $N_A = 6{,}02214129 \cdot 10^{23}$ 1/mol. Odrednica za sekundu će se zadržati, da bi se izbegla mala preciznost u svim do sada poznatim merenjima G. Pojedinosti iz ove budućnosti, novi SI sistem, prikazan je na veb stranama: www.bipm.org/en/measurement-units/new-si/, www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure-draft-2016.pdf i www.bipm.org/utils/common/pdf/SI-roadmap.pdf

SMISAO MERENJA

Svako merenje je upoređivanje veličine sa standardom. Prema tome, svako merenje iziskuje ***materiju*** kako bi se realizovao standard (čak i za standard brzine), kao i ***zračenje*** kako bi se postiglo upoređenje. (***Izazov 701e***). Pojam merenja prema tome podrazumeva da postoje materija i zračenje i da su jasno međusobno razdvojeni.

Svako merenje je upoređivanje veličina. Merenje, prema tome, podrazumeva da postoje takođe prostor i vreme i da su jasno međusobno razdvojeni.

Svako merenje proizvodi rezultate merenja. Prema tome, svako merenje podrazumeva i ***čuvanje*** podataka. Proces merenja stoga podrazumeva da mogu da se razdvoje situacije pre i posle merenja. Drugim rečima izraženo, svako merenje je ***nepovratan*** proces.

Svako merenje je proces. Stoga svako merenje uzima izvesnu količinu vremena i izvesnu količinu prostora.

Sve ove osobine marenja su jednostavne, ali važne. Klonite se svakog ko ih negira.

– petnaest); neke su iz latinskog (od ***mille*** – hiljadu, od ***centum*** – sto, od ***decem*** – deset, od ***nanus*** – patuljak); neke su iz italijanskog (od ***piccolo*** – mali); neke iz grčkog (micro od ***μικρός*** – mali, deca/deka od ***δέκα*** – deset, hekto od ***ἑκατόν*** – sto, kilo od ***χίλιοι*** – hiljadu, mega od ***μέγας*** – veliki, giga od ***γίγα*** – džin, tera od ***τέρας*** – monstrum).

Prevedite: "Bio sam zarobljen u takvoj saobraćajnoj gužvi da mi je bilo potrebno mikrostoleće da pređem pikoparsek, a potrošnja goriva je bila dve desetine kvadratnog milimetra. (***Izazov 700e***)

[1] Osim internacionalnih mernih jedinica, postoje i takozvane ***provincijske*** jedinice. Većina ovih jedinica je u upotrebi još iz doba starog Rima. Milja je došla od "***milia passum***", što je bilo hiljadu (dvostrukih) koraka, svaki od po oko 1480 mm; današnja nautička milja, nekada određena je kao dužina luka ugla od 1 minuta na površini Zemlje, određena je tačno kao 1852 m. Inč je došao od "***uncia/onzia***" (dvanaest – današnja stopa), funta (pound) od "***pondere*** to weight" korišćena je kao prevod za ***libra*** – vaga – što je i poreklo njene skraćenice lb. Čak je i navika da se nešta razbraja na ***tuce*** (dvanaest) umesto deset rimskog porekla. Ove i sve ostale slične smešne jedinice – kao što je sistem u kojem sve jedinice počinji na "f", a koje koriste furlong/fortnight za jedinicu brzine – sada su zvanično određene kao umnožak SI jedinica.

ZANIMLJIVOSTI I ŠALJIVI IZAZOVI O MERNIM JEDINICAMA

Kada se ne koriste SI jedinice to može skupo da staje. Godine 1999. NASA je izgubila satelit na Marsu pošto jedan od programera softvera koristio u delu kodiranja provincijsku jedinicu umesto SI merne jedinice. Kao posledica upotrebe stope umesto metra, satelit Mars Climate Orbiter se srušio na planetu umesto da kruži oko nje; gubitak je bio oko 100 miliona eura.[1]

* * *

Sekunda više ne odgovara 1/86400. delu dana, premda je to važilo 1900. godine: Zemlji je sada potrebno 86400,002 s za jedan obrt, tako da ***Međunarodna Služba Zemljine Rotacije*** (*International Earth Rotation Service*) mora redovno da uvodi prestupnu sekundu kako bi obezbedila da je Sunce u najvišoj tački na nebu tačno u podne.[2] Vreme određeno na ovakav način naziva se ***Univerzalna Koordinata Vremena*** (*Universal Time Coordinate*). Brzina obrtanja Zemlje menja se nepravilno takođe svakog dana, usled meteoroloških uslova; prosečna brzina obrtanja se menja čak od zime do leta, zbog promena na polarnim ledenim kapama; pored toga prosek se smanjuje vremenom zbog trenja kojeg proizvode plime. Stopa za umetanje prestupne sekunde prema tome je više od jednom na svakih 500 dana, a nije ni stalna u vremenu.

* * *

Najpreciznji časovnik koji je ikada napravljen, korišćenjem mikrotalasa, imao je stabilnost od 10^{-16} tokom vremena rada od 500 sekundi. (***Ref. 365***). Za duži period vremena, rekord postignut 1997. godine bio je oko 10^{-15}; ali izgledaju tehnološki ostvarive i vrednosti od oko 10^{-17}. (***Ref. 366***). Preciznost časovnika je ograničena u kratkim periodima vremena zbog ***šuma***, a u dužim perodima vremena zbog pomeranja (*drifts*), to jest zbog efekata sistema. Oblast najveće stabilnosti zavisi od tipa časovnika; ona se obično nalazi između 1 ms za optičke časovnike i 5000 s za masere. Pulsari su jedini tip časovnika za koje još uvek nije poznata ova oblast; ona se sigurno nalazi na više od 20 godina, vreme koje je proteklo od vremena pisanja posle njegovog otkrića.

* * *

Poslednja precizno izmerena osnovna konstanta u fizici je gravitacijska konstanta G i konstanta jake veze α_s. Ipak najmanje precizno se zna starost svemira i njegova gustina (videti ***Tabelu 59***, ***strana 335***).

* * *

Preciznost merenja mase čvrstih tela ograničena je zbog tako jednostavnog efekta kao što je apsorpcija vode. Možete li da procenite masu monosloja vode – sloja debljine jednog molekula – na metalu težine od 1 kg? (***Izazov 702s***).

* * *

U prošlom milenijumu toplotna energija se merila korišćenjem merne jedinice ***kalorija***, piše se cal. energija od 1 cal je potrebna da se 1 g vode zagreje za 1 K. Da bi materija bila još zamršenija, 1 kcal često je pisana kao 1 Cal. (Neki su zato govorili o velikoj i maloj kaloriji.) Vrednost 1 kcal je 4,1858 kJ.

* * *

SI jedinice merenja prilagođene su ljudima: vrednosti otkucaja srca, ljudska težina, ljudska temperatura i ljudska građa nisu ništa više nego li nekoliko reda veličina u blizini vrednosti jedinice. SI jedinice stoga (u grubim crtama) potvrđuju ono što je Protagora rekao pre 5 vekova: "Čovek je mera za sve stvari."

* * *

Neke jedinice sistema su naročito loše prilagođene ljudima. Najpoznatiji je primer veličina S cipela. To je neimenovan broj koji je izračunat kao:

$$\begin{aligned}
&\text{S u Francuskoj:} && 1{,}5\,\mathrm{cm}^{-1}\left(l + (1\pm1)\,\mathrm{cm}\right)\\
&\text{S u centralnoj Evropi:} && 1{,}5748\,\mathrm{cm}^{-1}\left(l + (1\pm1)\,\mathrm{cm}\right)\\
&\text{S anglo-saksonski:} && 1{,}181\,\mathrm{cm}^{-1}\left(l + (1\pm1)\,\mathrm{cm}\right) - 22 \text{ (samo za muškarce)}
\end{aligned} \qquad (124)$$

---

[1] Ova priča oživljava staru ali netačnu legendu koja tvrdi da samo tri zemlje na svetu ne koriste SI jedinice merenja: Liberija, SAD i Mijanmar.

[2] Njihova veb strana je hpiers.obspm.fr na kojoj je dato više informacija o detaljima ovog umetanja, kao i veb strana maia.usno.navy.mil/, jedna od retkih veb strana vojske koja je korisna. Pogledajte takoje i veb stranu www.bipm.fr, veb stranu BIPM.

gde je *l* dužina stopala a dužina korekcije zavisi od kompanije proizvođača. Pored toga, u obrascu za anglo-saksonce ne važi za žene i decu, gde prvi sačinilac zavisi, iz marketinških razloga, kako od same veličine, tako i od proizvođača. Standardi ISO za veličinu cipela zahtevaju da se koristi veličina stopala u milimetrima, što nije iznenađujuće.

* * *

Tabela SI prefiksa pokriva 72 reda veličina. Koliko dodatnih prefiksa će nam biti potrebno? Čak i proširen popis bi sadržao samo mali deo beskonačnog opsega mogućnosti. Da li će *Conference Generale des Poids et Mesures* morati da ide u nedogled sa određivanjem beskonačnog broja SI prefiksa? Zašto? (***Izazov 703s***)

* * *

Francuski filozof Volter (Voltaire), posle susreta sa Njutnom (Newton), objavio je poznatu priču da je povezanost između pada objekta i kretanja Meseca otkrio Njutn, kada je video jabuku koja pada sa drveta. Posle više od jednog veka, neposredno pred Francusku revoluciju, komitet naučnika odlučio je da za jedinicu sile odrede onu silu koju vrši gravitacija na ***standardnu jabuku***, te da je nazovu prema imenu ovog engleskog naučnika. Posle niza opsežnih proučavanja, utvrđeno je da je masa standardne jabuke bila ***101,9716 g***; ova težina je nazvana ***1 njutn***. Počev od tada, posetioci muzeja u Sevru pored Pariza bili su u mogućnosti da se dive standardnom metru, standardnom kilogramu i standardnoj jabuci.[1]

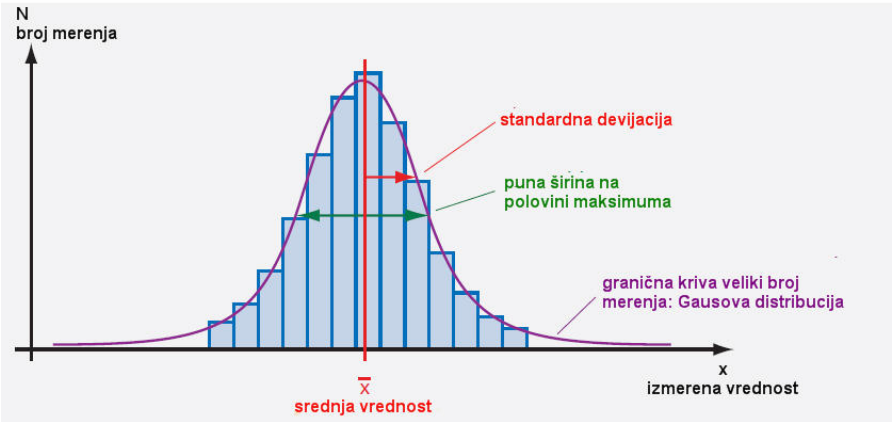
PRECIZNOST I TAČNOST MERENJA

Merenje je osnova fizike. Svako merenje ima ***grešku***. Greške nastaju usled nedostatka preciznosti ili usled nedostatka tačnosti. ***Preciznost*** znači koliko uspešno je rezultat ponovljen kada se ponovi merenje; ***tačnost*** je stepen u kojem merenje odgovara stvarnoj vrednosti.

Nedostatak preciznosti je usled ***slučajnih grešaka***; to se najbolje meri pomoću ***standardne devijacije***, obično prikazane skraćeno kao σ; ona je određena kao:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right) \qquad (125)$$

gde je $\bar{x}$ srednja vrednost merenja x_i. (Da li možete da predpostavite zašto je u obrascu korišćeno (n – 1) umesto n?) (***Izazov 704s***).



Slika 285 Precizan eksperiment i raspodela merenja. Preciznost je veća ako je širina raspodele manja, tačnost je veća ako je centar raspodele slaže sa stvarnom vrednošću.

Za više eksperimenata, uvek kada je rastao broj merenja, raspodela izmerenih vrednosti teži prema normalnoj raspodeli, takođe nazvanoj ***Gausova raspodela***. Ova distribucija je prikazana na ***slici 285***, a opisana je izrazom:

$$N(x) = e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \qquad (126)$$

[1] Da bude jasno, ovo je šala; ne postoji nikakva standardna jabuka. Međutim, nije šala, da vlasnici mnogih stabala jabuka u Britaniji i u SAD tvrde da im je poreklo stabla, putem presađivanja, od orginalnog stabla pod kojim je Njutn imao doživljaj. Vršeni su čak i DNK testovi kako bi se odredilo da li je sve drveće izvedeno od istog drveta. (***Ref. 367***). Rezultat je bio, što nije iznenađujuće, da su stabla u MIT lažna, nasuprot onima u Britaniji.

kvadrat σ^2 standardne devijacije naziva se takođe ***varijansa***. Za $2{,}35\sigma$ Gausove distribucije izmernih vrednosti ima se puna širina na polovini maksimuma. (***Izazov 705e***)

Nedostatak tačnosti je usled ***sistematskih grešaka***; one se obično mogu samo proceniti. Ove procene se često dodaju slučajnim greškama da bi se dobila ukupna greška eksperimenta, ponekad nazvana i ***totalna nepouzdanost***. (***Ref. 368***). ***Relativna*** greška je odnos između greške i izmerne vrednosti.

Na primer, profesionalno merenje će dati rezultat kao što je 0,312(6) m. Broj u zagradi prikazuje standardnu devijaciju σ, u jedinicama poslednjeg decimala. Kao i gore, predpostavljena je Gausova raspodela za rezultate mernja. Prema rome, vrednost 0,312(6) m podrazumeva da se očekuje da se stvarna vrednost nalazi: (***Izazov 706e***)

- unutar 1σ uz verovatnoću 68,3%, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,006 m
- unutar 2σ uz verovatnoću 95,4%, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,012 m
- unutar 3σ uz verovatnoću 99,73%, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,018 m
- unutar 4σ uz verovatnoću 99,993 7%, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,024 m
- unutar 5σ uz verovatnoću 99,9937, %, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,030 m
- unutar 6σ uz verovatnoću 99,999 943%, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,036 m
- unutar 7σ uz verovatnoću 99,999 999 999 74%, stoga u ovom primeru unutar 0,312 ± 0,042 m

(Imaju li naredni brojevi smisla? (***Izazov 707s***)

Treba zapaziti da standardna devijacija ima jednu cifru; morali bi da budete stručnjak svetskog ranga da biste koristili dve, a ludak ako želite da koristite i više. Ako nije navedena standardna devijacija, podrazumeva se (1). Kao rezultat toga, kod profesionalaca 1 km i 1000 m ***nisu*** iste dužine.

Šta se događa sa greškom kada se dve izmerene vrednosti A i B sabiraju ili oduzimaju? Ukoliko su sva merenja nezavisna – ili nepovezana – standardna devijacija za zbir i za razliku je data kao:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

Za proizvod i za količnik dve izmerene i nepovezane vrednosti C i D, rezultat je:

$$\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$$

gde je ρ pojam za ***relativnu*** standardnu devijaciju.

Predpostavimo da ste izmerili da se neki objekt kreće 1,0 m za 3,0 s: kolika je vrednost izmerene brzine? (***Izazov 708s***).

OGRANIČENJA PRECIZNOSTI

Kolike su granice preciznosti i tačnosti? Ne postoji način, čak ni u načelu, da se dužina x izmeri uz preciznost veću od oko 61 decimale, pošto je u prirodi odnos između namanje i najveće dužine koja se može izmeriti: $\Delta x/x > l_{\mathrm{Pl}}/d_{\mathrm{horiz}} = 10^{-61}$. (Da li taj odnos važi i za silu ili zapreminu? (***Izazov 709e***). U poslednjem delu knjige, proučavanja časovnika i metarske trake još više sužavaju ovu teorijsku granicu. (***Vol. VI, strana 78***).

Medjutim nije teško zaključiti da postoje još uže praktične granice. Nikakav zamišljeni uređaj ne može da izmeri veličinu uz veću preciznost no što je merenje prečnika Zemlje unutar najmanje ikada izmerene dužine, od oko 10^{-19} m; što je oko 26 decimala preciznosti. Korišćenje realističnijeg ograničenja sa uređajem od 1000 m podrazumeva granicu od 22 decimale. Ako je merenjem vremena, kako je previđeno gore, popstignuta preciznost od 17 decimala, onda je ona u blizini praktičnih granica, pošto osim veličine postoji još jedno praktično ograničenje: cena. Zapravo. svako decimalno mesto u preciznosti merenja često znači još jednu cifru više u ceni uređaja.

FIZIČKE KONSTANTE

Opšta opažanja u fizici izvedena su iz onih osnovnih. Kao posledica toga i većina merenja može da se izvede iz onih osnovnih. Najosnovnija merenja su merenja fizičkih konstanti.

U tablicama koje slede date su najtačnije svetske vrednosti najvažnijih konstanti u fizici i osobine čestica – u SI jedinicama i nekoliko drugih uobičajenih jedinica – koje su objavljene u referencama standarda. (***Ref. 369***). Date su srednje svetske vrednosti najboljih merenja izvršenih do sada. Kao i obično, eksperimentalne greške, uključujući kako slučajne tako i sistematske, izražene su navedenom standardnom devijacijom u poslednjoj cifri. Zapravo, iza svakog broja u tablicama koje slede postoji duga priča koja zaslužuje da bude ispričana, ali za koju ovde nema dovoljno mesta. (***Ref. 370***).

U načelu, sve kvalitativne osobine materijala mogu da se izračunaju kvantom teorijom, kao i vrednosti izvesnih fizičkih konstanti. (***Ref. 369***). Na primer, boja, gustina i osobine elastičnosti mogu da budu predviđene korišćenjem jednakosti za standardni model fizike čestica (***Vol. V, strana 195***) i vrednosti osnovnih konstanti koje slede.

TABELA 56 Osnovne fizičke konstante

Veličina	Simbol	SI vrednost	Nepouz.[a]
Konstante koje određuju SI jedinice merenja			
Brzina svetlosti u vakuumu [c]	c	299 792 458 m/s	0
Magnetna provodnost vakuuma [c]	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ H/m = 1,256 637 061 435…μH/m	0
Dielektrična konstanta vakuuma [c]	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8,854 187 817 620…pF/m	0
Orginalna Plankova konstanta	h	$6{,}626\,069\,57(52)\cdot10^{-34}$ Js	$4{,}4\cdot10^{-8}$
Redukovana Plankova konstanta, kvant energije	$\hbar$	$1{,}054\,571\,726(47\cdot10^{-34}$ Js	$4{,}4\cdot10^{-8}$
Naelektrisanje pozitrona	e	0,160 217 656 5(35) aC	$2{,}2\cdot10^{-8}$
Bolcmanova konstanta	k	$1{,}380\,6488(13)\cdot10^{-23}$ J/K	$9{,}1\cdot10^{-7}$
Gravitacijska konstanta	G	$6{,}673\,84(80)\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2	$1{,}2\cdot10^{-4}$
Gravitacijska konstanta veze	$k = 8\pi G/c^4$	$2{,}076\,50(25)\cdot10^{-43}$ $s^2/kg\ m$	$1{,}2\cdot10^{-4}$
Osnovne konstante (ili nepoznatog porekla)			
Broj dimenzija prostor-vreme		3 + 1	0 [b]
Konstanta fine strukture [d] ili	$\alpha = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$	1/137,035 999 074(44)	$3{,}2\cdot10^{-10}$
elektromagnetna konstanta veze	$= g_{em}\left(m_e^2c^2\right)$	= 0,007 297 352 5698(24)	$3{,}2\cdot10^{-10}$
Fermijeva konstanta veze [d] ili	$G_F/(\hbar c)^2$	$1,\ 166\ 364(5)\cdot10^{-5}$ GeV^{-2}	$4{,}3\cdot10^{6}$
konstanta slabe veze	$\alpha_w\left(M_Z\right) = g_w^2/4\pi$	1/30,1(3)	$1\cdot10^{-2}$
Ugao slabog mešanja	$\sin^2\theta_W\left(\overline{MS}\right)$	0,23124(24)	$1{,}0\cdot10^{-3}$
	$\sin^2\theta_W$ *na ljsci* $= 1-\left(m_W/m_Z\right)^2$	0,2224(19)	$8{,}7\cdot10^{-3}$
Konstanta jake veze [d]	$\alpha_s\left(M_Z\right) = g_s^2/4\pi$	0,118(3)	$25\cdot10^{-3}$
Matrica CKM (Cabibbo-Kobajashi-Masakava) mešanja kvarka	$\lvert V\rvert$	$\begin{pmatrix} 0{,}67428(15) & 0{,}2253(7) & 0{,}00347(16) \\ 0{,}2252(7) & 0{,}97345(16) & 0{,}0410(11) \\ 0{,}00862(26) & 0{,}0403(11) & 0{,}999152(45) \end{pmatrix}$	
Invarijanta Jarlskog	J	$2{,}96(20)\cdot10^{-5}$	
Matrica PMNS (Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata) mešanja neutina	P	$\begin{pmatrix} 0{,}82 & 0{,}55 & 015+0{,}038i \\ -036+0{,}020i & 0{,}70+0{,}013i & 0{,}61 \\ 0{,}44+0{,}26i & -0{,}45+0{,}017i & 0{,}77 \end{pmatrix}$	

Mase elementarnih čestica (nepoznatog porekla)			
Masa elektrona	m_e	9,109 382 91(40)·10^{-31} kg	4,4·10^{-8}
Masa miona	m_μ	5,458 799 0946(22) ·10^{-24} u	4,0·10^{-10}
		0,510 998 928(11) MeV	2,2·10^{-8}
		1,883 531 475(96)·10^{-28} kg	5,1·10^{-8}
		0,113 248 9267(29) u	2,5·10^{-8}
		105,658 3715(35) MeV	3,4·10^{-8}
Tau masa	m_τ	1,776 82(16) GeV/c^2	·10^{-x}
Masa elektron neutrina	m_{Ve}	< 2 eV/c^2	·10^{-x}
Masa mion neutrina	m_{Ve}	< 2 eV/c^2	·10^{-x}
Masa tau neutrina	m_{Ve}	< 2 eV/c^2	
Masa gornjeg kvarka	u	1,8 do 3,0 MeV/c^2	
Masa donjeg kvarka	d	4,5 do 5,5 MeV/c^2	
Masa čudnog kvarka	s	95(5) MeV/c^2	
Masa čarobnog kvarka	c	1,275(25) GeV/c^2	
Masa dubinskog kvarka	b	4,18(17) GeV/c^2	
Masa vršnog kvarka	t	173,5(1,4) GeV/c^2	
Masa fotona	γ	< 2·10^{-54} kg	
Masa W bozona	$W^\pm$	80,385(15) GeV/c^2	
Masa Z bozona	Z^0	91,1876(21) GeV/c^2	
Higsova masa	H	126(1) GeV/c^2	
Masa gluona	$g_{1...8}$	oko 0 MeV/c^2	
Mase složenih čestica			
Masa protona	m_p	1,672 621 777(74)·10^{-27} kg	4,4·10^{-8}
		1,007 276 466 812(90) u	8,9·10^{-11}
		938,272 046(21) MeV	2,2·10^{-8}
Masa neutrona	m_n	1,674,927,351(74)·10^{-27} kg	4,4·10^{-8}
		1,008 664 916 00(43) u	4,2·10^{-10}
		939,565 379(21) MeV	2,2·10^{-8}
Jedinica atomske mase	$m_u = m_{12C}/12 = 1\ u$	1,660 538 921(73) yg	4,4·10^{-8}

a. Nepouzdanost: standardna devijacija greške merenja.

b. Mereno samo od 10^{-19} do 10^{28} m

c. Odrednica konstante

d. Sve konstante veza zavise od prenosa četverca količine kretanja, kao što je objašnjeno u odeljku za renormalizaciju (***strana 106***). Konstanta fine strukture je tradicionalni naziv za konstantu elektromagnetne veze g_{em} za slučaj prenosa četverca količine kretanja $Q^2 = c^2m_e^2$ koji je najmanji moguć. Kod većih prenosa količine kretanja ona ima veću vrednost, to jest g_{em} ($Q^2 = c^2M_W^2$) ≈1/128. Nasuprot tome, konstanta jake veze ima manju vrednost na višim prenosima količine kretanja, to jest, α_s (34 GeV = 0,14(2)

Zašto sve ove osnovne konstante imaju ovakve vrednosti? Za svaku osnovnu konstantu ***sa dimenzijom***, kao što je kvant energije $\hbar$ numerička vrednost ima samo istorijsko značenje. Ona je 1,054·10^{-34} Js zato što je SI odredio džul i sekundu. Pitanje zašto vrednost konstante sa dimenzijom nije veća ili manja stoga uvek zahteva da se razume poreklo nekog neimenovanog broja koji određuje odnos između konstante i odgovarajuće ***prirodne jedinice*** koja je određena pomoću c, G, $\hbar$ i α. Više detalja i vrednosti prirodnih jedinica biće dato kasnije. (***Vol. IV, strana 161***). Shvatanje veličine atoma, ljudi, drveća i zvezda, trajanje procesa u molekulima i atomima, ili mase atomskog jezgra i planina, podrazumeva shvatanje odnosa između ovih vrednosti i odgovarajuće jedinice u prirodi. Ključ za razumevanje prirode prema tome je razumevanje svih odnosa, pa prema tome i svih konstanti bez dimenzije. Traganje za razumevanjem svih odnosa, uključujući i samu konstantu fine strukture α, kompletno je samo u poslednjem delu naše avanture.

Osnovne konstante daju naredna korisna zapažanja uz veliku preciznost.

TABELA 57 Izvedene fizičke konstante

Veličina	**Simbol**	**Vrednost u SI jedinicama**	**Nepouz.**
Talasni otpor vakuuma	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$	376,730 313 461 77…Ω	0
Avogadrov broj	N_A	6,022 141 29(227)·10^{23}	4,4·10^{-8}
Lošmitov broj (273,16 K i 101325 Pa)	N_L	2,686 7805(24)·10^{23}	9,1·10^{-7}
Faradejeva konstanta	$F = N_A e$	96 485,3365(21) C/mol	2,2·10^{-8}
Univerzalna gasna konstanta	$R = N_A k$	8,314 4621(75) J/mol K	9,1·10^{-7}
Molarna zapr. ideal. gasa (273,15 K i 101325 Pa)	$V = RT/p$	22,413 968(20) l/mol	9,1·10^{-7}
Ridbergova konstanta	$R_\infty = m_e c\alpha^2/2h$	10 973 731,568 539 m^{-1}	5·10^{-12}
Kvant provodnosti	$G_0 = 2e^2/h$	77,480 917 346(25) μS	3,2·10^{-10}
Kvant magnetnog upliva	$\varphi_0 = h/2e$	2,067 833 758(46) pWb	2,2·10^{-8}
Odnos Jozefsonove učestanosti	$2e/h$	483,597 870(11) T Hz/V	2,2·10^{-8}
Fon Klicingova konstanta	$h/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$	25 812,807 4434(84) Ω	3,2·10^{-10}
Borov magnetron	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9,274 009 68(20) yJ/T	2,2·10^{-8}
Klasičan poluprečnik elektrona	$r_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 c^2 m_e$	2,817 940 3267(27) fm	9,7·10^{-10}
Komptonova talasna dužina	$\lambda_C = h/m_e c$	2,426 310 2389(16) pm	6,5·10^{-10}
… elektrona	$\lambda\!\!\!^{-}_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0,386 159 268 00(25) pm	6,5·10^{-10}
Borov poluprečnik [a]	$a_\infty = r_e/\alpha$	52,917 721 092(17) pm	3,2·10^{-10}
Kvant cirkulacije	$h/2m_e$	3,636 947 5520(24)·10^{-4} m^2/s	6,5·10^{-10}
Specifično naelektisanje pozitrona	e/m_e	1,758 820 088(39)·10^{11} C/kg	2,2·10^{-8}
Učestanost elektrona u ciklotronu	$f_c/B = e/2\pi m_e$	27,992 491 10(62) GHz/T	2,2·10^{-8}
Magnetni moment elektrona	μ_e	-9,284 754 30(21)·10^{-24} J/T	2,2·10^{-8}
	μ_e/μ_B	-1,001 159 652 180 76(27)	2,6·10^{-13}
	μ_e/μ_N	-1,838 281 970 90(75)·10^3	4,1·10^{-10}
G-faktor elektrona	g_e	-2,002 319 304 361 53(53)	2,6·10^{-13}
Odnos masa mion-elektron	m_μ/m_e	206,768 2843(52)	2,5·10^{-8}
Magnetni moment miona	μ_μ	-4,490 448 07(15)·10^{-26} J/T	3,4·10^{-8}
G-faktor miona	g_μ	-2,002 331 8418(13)	6,3·10^{-10}
Odnos masa proton-elektron	m_p/m_e	1863,152 672 45(75)	4,1·10^{-10}
Specifično naelekrtisanje protona	e/m_p	9,578 833 58(21)·10^7 C/kg	2,2·10^{-8}
Komptonova talasna dužina protona	$\lambda_{C,p} = h/m_p c$	1,321 409 856 23(94) fm	7,1·10^{-10}
Magnetron jezgra	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	5,050 783 53(11)·10^{-27} J/T	2,2·10^{-8}
Magnetni moment protona	μ_p	1,410 606 743(33)·10^{-26} J/T	2,4·10^{-8}
	μ_p/μ_B	1,521 032 210(12)·10^{-3}	8,1·10^{-9}
	μ_p/μ_N	2,792 847 356(23)	8,2·10^{-9}
Žiromagnetski odnos protona	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	2,675 222 005(63)·10^8 Hz/T	2,4·10^{-8}
G-faktor protona	g_p	5,587 694 713(46)	8,2·10^{-9}
Odnos masa neutron-elektron	m_m/m_e	1838,683 6605(11)	5,8·10^{-10}
Odnos masa neutron-proton	m_n/m_p	1,001 738 419 17(45)	4,5·10^{-10}
Komptonova talasna dužina neutrona	$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	1,319 590 9068(11) fm	8,2·10^{-10}
Magnetni moment neutrona	μ_n	-0,966 236 47(23)·10^{-26} J/T	2,4·10^{-7}
	μ_n/μ_B	-1,041 875 63(25)·10^{-3}	2,4·10^{-7}
	μ_n/μ_N	-1,913 042 72(45)	2,4·10^{-7}
Štefan-Bolcmanova konstanta	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	56,703 73(21) nW/m^2K^4	3,6·10^{-6}
Vinova konstanta	$b = \lambda_{max} T$	2,897 7721(26) mmK	9,1·10^{-7}
		58,789 254(53) GHz/K	9,1·10^{-7}
Elektronvolt	eV	1,602 176 565(35)·10^{-19} J	2,2·10^{-8}
Konstanta pretvaranja bitova u entropiju	$k\ln 2$	10^{23} bita = 0,956 994 5(9) J/K	9,1·10^{-7}
Sadržaj energije TNT		3,7 do 4,0 MJ/kg	4·10^{-2}

a. Za beskonačnu masu atomskog jezgra

U narednoj tablici su date neke korisne osobine iz lokalnog okruženja.

TABELA 58 Astronomske konstante

Veličina	**Simbol**	**Vrednost u SI jedinicama**
Tropska 1900. godina [a]	a	31 556 925,974 7 s
Tropska 1994. godina	a	31 556 925,2 s
Srednji sideralni (zvezdani) dan	d	23 h 56 min 4,090 53 sec
Srednja udaljenost Zemlja – Sunce [b]		149 597 870 691(30) km
Astronomska jedinica [b]	AU	149 597 870 691 m
Svetlosna godina, bazirana na Julijanskoj godini [b]	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsek	pc	30,856 775 806 Pm = 3,261 634 al
Masa Zemlje	$M_{♁}$	$5{,}973(1)\cdot10^{24}$ kg
Geocentrična gravitacijska konstanta	GM	$3{,}986\,004\,418(8)\cdot10^{14}$ m^3/s^2
Gravitacijska dužina Zemlje	$l_{♁} = 2GM/c^2$	8.870 056 078(16) mm
Poluprečnik Zemlje na ekvatoru [c]	$R_{♁\,eq}$	6378,1366(1) km
Poluprečnik Zemlje na polovima [c]	$R_{♁\,p}$	6356,752(1) km
Rastojanje ekvator – pol (prosečno) [c]		10 001,966 km
Spljoštenost Zemlje [c]	$e_{♁}$	1/298,25642(1)
Prosečna gustina Zemlje	$\rho_{♁}$	$5{,}5$ Mg/m^3
Starost Zemlje	$T_{♁}$	4,50(4) Ga = 142(2) Ps
Normalna gravitacija Zemlje	g	$9{,}806\,65$ m/s^2
Standardni atmosferski pritisk na Zemlji	p_0	101 325 Pa
Poluprečnik meseca iz pravca Zemlje	$R_{☾\,v}$	1738 km
Poluprečnik Meseca iz druga dva pravca	$R_{☾\,b}$	1737,4 km
Masa Meseca	$M_{☾}$	$7{,}35\cdot10^{22}$ kg
Srednja udaljenost Meseca[d]	$d_{☾}$	348 401 km
Udaljenost Meseca u perigeju		363 Mm (tipično)
		359 861 km (istorijski minimum)
Udaljenost Meseca i apogeju		404 Mm (tipično)
		406 720 km (istorijski maksimum
Ugaona veličina Meseca[e]		0,5181° = 31,08'
		0,49° (minimum)
		0,55° (maksimum)
Prosečna gustina Meseca	$\rho_{☾}$	$3{,}3$ Mg/m^3
Gravitacija na površini Meseca	$g_{☾}$	$1{,}62$ m/s^2
Atmosferski pritisak na Mesecu	$p_{☾}$	od 10^{-10} Pa (noću) do 10^{-7} Pa (danju)
Masa Jupitera	$M_{♃}$	$1{,}90\cdot10^{27}$ kg
Poluprečnik Jupitera na ekvatoru	$R_{♃}$	71,398 Mm
Poluprečnik Jupitera na polovima	$R_{♃}$	67,1(1) Mm
Prosečna udaljenost Jupitera od Sunca	$D_{♃}$	778 412 020 km
Gravitacija na površini Jupitera	$g_{♃}$	$24{,}9$ m/s^2
Atmosferski pritisak na Jupiteru	$p_{♃}$	od 20 kPa do 200 kPa
Masa Sunca	$M_{☉}$	$1{,}988\,43(3)\cdot10^{30}$ kg
Gravitacijska dužina Sunca	$2GM_{☉}/c^2$	2,953 250 08(5) km
Heliocentrična gravitacijska konstanta	$GM_{☉}$	$132{,}712\,440\,018(8)\cdot10^{18}$ m^3/s^2
Sjaj Sunca	$L_{☉}$	384,6 384,6 W
Poluprečnik Sunca na ekvatoru	$R_{☉}$	695,98(7) Mm
Ugaona veličina sunca		0,53° prosečno, minimum 4.07.1888. (afel) maksimum 4.01.1952. (perihel)

Prosečna gustina Sunca	$\rho_\odot$	1,4 Mg/m^3
Prosečna ugaljenost Sunca	AU	149 597 870,691(30) km
Starost Sunca	$T_\odot$	4,6 Ga
Solarna brzina oko centra galaksije	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
Solarna brzina prema pozadini svemira	$v_{\odot b}$	370,6(5) km/s
Gravitacija na površini Sunca	$g_{\odot b}$	274 m/s^2
Najmanji fotosferični pritisak Sunca	$p_{\odot b}$	15 kPa
Udaljenost od centra Mlečnog puta		8,0(5) kpc = 26.1(1,6) kal
Starost Mlečnog puta		13,6 Ga
Veličina Mlečnog puta		oko 10^{21} m ili 100 kal
Masa Mlečnog puta		10^{12} solarne mase, oko $2\cdot10^{42}$ kg
Najudaljenije poznato jato galaksije	SXDF-XCLJ 0218-0510	$9{,}6\cdot10^9$ al

a. Određuje konstantu od proletnje ravnodnevice do proletnje ravnovnevice; koristila se za određivanje sekunde. (Upamtite: π sekundi je oko nanostoleća.) Vrednost za 1990 je manja za oko 0,7 s što odgovara usporenju od otprilike 0,2 ms/godišnje. (Pazite: zašto?) (***Izazov 710s***). Postoji empirijski obrazac za promenu dužine godine tokom vremena. (***Ref. 371***).

b. Zaista iznenađujuća preciznost za srednje rastojanje Zemlja-Sunce, od samo 30 m, posledica je prosečnog vremena signala kojeg šalje Viking u orbiti i spušten na Mars a koji su primani u periodu većem os 20 godina. Zapazite da *International Astronomical Union* razlikuje srednje rastojanje Zemlja-Sunce od same ***astronomske jedinice***; koja je kasnije određena, i tačne dužine. Isto tako svetlosnu godinu odredio je IAU kao tačan broj. Za više detalja, pogledati: www.iau.org/public/measuring .

c. Oblik Zemlje je preciznije opisan sa *World Geodetic System*. Poslednje izdanje datira iz 1984. godine. Za opširnije predstavljanje njene pozadine i detalja, pogledajte veb stranu www.wgs84.com. Godine 2000. *International Geodesic Union* prečistila je podatke. Poluprečnici i spljoštenost dati ovde su oni uzeti iz "*mean tide system*". Oni se razlikuju od onih u "*zero tide system*" i u ostalim sistemima za 0,7 m. Detalji su dovoljni za posebnu nauku.

d. Mereno od centra do centra. Da se nađe precizan položaj Meseca na nebu na određen datum, pogledajte veb stranu www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Za položaje planeta pogledajte veb stranu www.fourmilab.ch/solar/solar.html i ostale strane na istom mestu

e. Uglovi su određeni na sledeći način: 1º = π/180 rad, 1' = 1º/60, 1"= 1'/60. Stare mere "third minute" i "fourth minute", svaki za 1/60 puta manji od predhodnog, nisu više u upotrebi. ("Minut" u orginalu znači "vrlo malo", kao što je zadržano u savremenom engleskom jeziku i srpskom jeziku.)

Izvesne osobine prirode u celini nabrojane su u narednoj tabeli. (Ako želite izazov, možete li da odredite da li je navedena bilo koja osobina samog svemira?) (***Izazov 711s***).

TABELA 59 Kosmološke konstante

Veličina	**Simbol**	**Vrednost**
Kosmološka konstanta	Λ	oko $1\cdot10^{-52}$ m^{-2}
Starost svemira [a]	t_0	$4{,}333(53)\cdot10^{17}$ s = $13{,}8(0.1)\cdot10^9$ a
(određena iz prostor-vreme, preko proširenja opšte teorije relativnosti)		
Starost svemira[a]	t_0	preko $3{,}5(4)\cdot10^{17}$ s = $11{,}5(1{,}5)\cdot10^9$ a
(određena iz materije, preko galaksija i zvezda, korišćenjem kvantne teorije)		
Hablov parametar [a]	H_0 = = $h_0\cdot100$ km/sMpc = = $h_0\cdot1{,}0227\cdot10^{-10}$ a^{-1}	$2{,}3(2)\cdot10^{-18}$ s^{-1} = $0.73(4)\cdot10^{-10}$ a^{-1}
Redukovan Hablov parametar [a]	h_0	0,71(4)
Parametar usporavanja[a]	$q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$	-0,66(10)
Udaljenost horizonta svemira[a]	$d_0 = 3ct_0$	$40{,}0(6)\cdot10^{26}$m = 13,0(2) Gpc
Topologija svemira[a]		obično do 10^{26} m
Broj dimenzija svemira		3 (do udaljenosti do 10^{26} m)

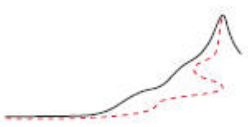
Kritična gustina	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$h_0^2 \cdot 1{,}878\ 82(24) \cdot 10^{-26}$ kg/m^3
… svemira		$= 0{,}95(12) \cdot 10^{-26}$ kg/m^3
Parametar (totalne) gustine[a]	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1,02(2)
Parametar gustine bariona[a]	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0,044(4)
Parametar gustine hladne tamne materije[a]	$\Omega_{CDM0} = \rho_{CDM0}/\rho_c$	0,23(4)
Parametar gustine neutrina[a]	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0,001 do 0,05
Parametar gustine tamne energije	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	0,73(4)
Parametar stanja tamne energije	$w = p_X/\rho_X$	-1,0)2)
Masa bariona	m_b	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$kg
Gustina broja bariona		0,25(1) / m^3
Gustina svetleće materije		$3{,}8(2) \cdot 10^{-28}$ kg/m^3
Broj zvezda u svemiru	n_s	$10^{22\pm1}$
Broj bariona u svemiru	n_b	$10^{81\pm1}$
Mikrotalasna temperatura pozadine[b]	T_0	2,725(1) K
Broj fotona u svemiru	n_γ	10^{89}
Gustina energije fotona	$\rho_\gamma = \pi^2 k^4/15T_0^4$	$4{,}6 \cdot 10^{-31}$ kg/m^3
Gustina broja fotona		410,89/cm^3 ili 400/cm^3 (T_0/2,7 K^3
Gustina amplitude perturbacija	$\sqrt{S}$	$5{,}6(1{,}5) \cdot 10^{-6}$
Amplituda gravitacijskih talasa	$\sqrt{T}$	$< 0{,}71\sqrt{S}$
Kolebanje mase u 8 Mpc	σ_8	0,84(4)
Skalarni indeks	n	0,93(3)
Tekući skalarni indeks	dn/d ln k	-0,03(2)
Plankova dužina	$l_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1{,}62 \cdot 10^{-35}$ m
Plankovo vreme	$t_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5{,}39 \cdot 10^{-44}$ s
Plankova masa	$m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$	21,8 µg
Trenutaka u istoriji [a]	t_0/t_{PI}	$8{,}7(2{,}8) \cdot 10^{60}$
Tačke prostor-vreme	$N_0 = (R_0/l_{PI})^3$	$10^{244\pm1}$
unutar horizonta	(t_0/t_{PI})	
Masa unutar horizonta	M	$10^{54\pm1}$ kg

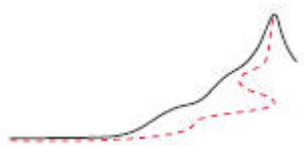
a. Indeks 0 odnosi se na vrednost na današnji dan.

b. Zračenje potiče kada je svemir bio star 380 000 godina i imao temperaturu od oko 3000 K; kolebanje ΔT_0 koje je dovela do formiranja galaksija danas iznosi oko 16 ± 4 µK = $6(2) \cdot 10^{-6}\ T_0$. (***Vol. II, strana 180***).

KORISNI BROJEVI (***Ref. 343***)

π	3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510(5)
e	2.71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995(9)
γ	0.57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243 10421 59335 93992(3)
$ln\,2$	0.69314 71805 59945 30941 72321 21458 17656 80755 00134 36025(5)
$ln 10$	2.30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420 76011 01488 62877(2)
$\sqrt{10}$	3.16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853 37195 55139 32521(6)





DODATAK C
IZVORI INFORMACIJA O KRETANJU

Nijedno mesto ne omogućava upečatljiviju osudu uzaludnosti ljudskih nada no javna biblioteka

Semjuel Džonson (Samuel Johnson)[1]

U potrošačkom društvu postoje neizbežno dve vrste roblja: zarobljenici zavisnosti i zarobljenici zavisti

Ivan Iljić (Ivan Illich)[2]

Dobre knjige koje uvode u susedne oblasti predstavljene su u tekstu u poglavlju Bibliografija. Bibliografija ukazuje takodje i na časopise i na veb strane, kako bi se zadovoljile veće radoznalosti o onome što je otkriveno u ovoj pustolovini. Svi citati se isto tako mogu naći ako se potraže autori i Indeksu imena[3]**.** Da bi se našle dodatne informacije, pomažu ili biblioteka ili internet. U biblioteci, pregled naslova nekih istraživanja nalaze se u časopisima kao što su: *Reviews of Modern Physics*, *Reports on Progress in Physics*, *Contemporary Physics and Advances in Physics*. Dobri pedagoški uvodi se mogu naći u američkom časopisu *American Journal of Physics*, u *European Journal of Physics* i *Physik in unserer Zeit*.

Pregled pravaca istraživanja povremeno se pojavljuje u časopisima kao što su *Physics World*, *Physics Today*, *Europhysics Journal*, *Physik Journal* i *Nederlands tijdschrift voor natuurkunde*. Za sagledavanje svih nauka najbolji su izvori u časopisima: *Nature*, *New Scientist*, *Naturwissenschaften*, *La Recherche* i *Science News*.

Istraživački radovi o osnovama kretanja uglavnom se pojavljuju u *Physics Letters B*, *Nuclear Physics B*, *Physical Review D*, *Physical Review Letters*, *Classical and Quantum Gravity*, *General Relativity and Gravitation*, *International Journal of Modern Physics* i *Modern Physics Letters*. Najnoviji rezultati i hipotetičke ideje nalaze se u konferencijskim protokolima, kao što je: *Nuclear Physics B Supplements*. Naslovi o istraživanjima pojavljuju se takodje u: *Fortschritte der Physik*, *European Physical Journal*, *La Rivista del Nuovo Cimento*, *Europhysics Letters*, *Communications in Mathematical Physics*, *Journal of Mathematical Physics*, *Foundations of Physics*, *International Journal of Theoretical Physics* i *Journal of Physics G*.

Međutim, daleko najjednostavniji i najefikasniji način da se ostane u dodiru sa tekućim istraživanjima o kretanju i sa modernom fizikom je da se koristi ***internet***, medjunarodna računarska mreža, Da biste počeli da koristite internet ili ***mrežu***, zapitajte prijatelja koji to zna.[4]

U poslednjoj dekadi dvadesetog veka, internet se proširio u kombinaciju biblioteke, poslovnog alata, platforme za diskusije, kolekciju medija, kolekciju smeća, a pre svega u zavisnost od davaoca usluge. Ne koristite ga preterano. Komercijalni, reklamni i na nesreću – zarazni materijali za decu, mlade i odrasle, kao i kriminal svake vrste sastavni su deo mreže. Pomoću ličnog računara, savremenog i besplatnog softvera, možete potražiti informacije na milionima stranica dokumenata ili da uništite vašu profesionalnu

[1] Semjuel Džonson (Samuel Johnson, 1709. Lichfield – 1784. London) jedna od najvećih ličnosti engleske književnosti, pesnik, esejist, biograf, leksikograf i književni kritičar. Poznat po aforizmima.

[2] Ivan Iljič (Ivan Illich, 1926. Beč – 2002. Bremen) teolog i društveni i politički mislilac

[3] Ovo se odnosi na orginalan tekst. U prevodu nema indeksa imena, usled ograničenih mogućnosti programa Office Word, kao što je rečeno u Predgovoru. (prim. prev).

[4] Isto tako je moguće da se internet koristi tako da se datateke učitavaju preko FTP samo pomoću elektronske pošte. Međutim, alati se tako brzo menjaju da se ovde ne može dati pouzdan vodič. Zapitajte opet prijatelja.

karijeru usled zavisnosti. Razni delovi dokumenata nalaze se u raznim računarima širom sveta, ali korisnik nebi trebalo da bude svesan toga.[1]

Većina radova iz teorijske fizike se može dobiti besplatno, kao priprema za štampu, to jest pre zvaničnog objavljivanja i provere od strane suda. na mrežnoj strani arxiv.org. Na raspolaganji je takodje služba za nalaženje sledećeg potrebnog dokumenta koji je naveden.

Postoji nekoliko kvalitetnih časopisa iz fizike na internetu: *One is Living Reviews in Relativity*, koji se nalazi na www.livingreviews.org, drugi je *New Journal of Physics*, koji se može naći na www.njp.org. Postoji na internetu, nažalost, isto tako mnogo časopisa iz fizike koji objavljuju netačna istraživanja. Veoma se lako prepoznaju – traže da se plati za dobijanje papira.

Na internetu, istraživački radovi sa opisima kretanja bez vremena i prostora koji će se pojaviti ***posle*** izdavanja ovog teksta, mogu se naći preko Web of Science, mrežne strane koja je dostupna samo iz biblioteke. Ona omogućava da se traži u svim izdanjima u kojima je ***naveden*** odredjeni rad.

Pretraživanje veb strana po autorima, organizacijama, knjigama, izdanjima, kompanijama ili samo pomoću ključne reči korišćenjem mašine za pretragu može biti korisno iskustvo ili epizoda zavisnosti, što zavisi isključivo od vas samih. Izbor interesantnih veb strana o kretanju dat je u nastavku.

TABELA 60 Neke interesantne stranice na internetu

Tema	Veb strana na internetu
Opšte znanje	
Wikipedia	www.wikipedia.org
Razmatranja eksperata koje pomažu	www.stackexchange.com
Zbirka knjiga	www.ulib.org
	books.google.com/
Udžbenik henije, online	www.chem.wisc.edu/content/genchem-tutorials
Naučno obrazovanje kroz zabavu, Theodore Gray	www.popsci.com/category/popsci-authors/theodore-gray
Naučno obrazovanje profesionalno i zabavno, Robert Krampf	thehappyscientist.com/
Science Frontiers	www.science-frontiers.com
Science Daily News	www.sciencedaily.com
Science News	www.sciencenews.org
Encyclopedia of Science	www.daviddarling.info

[1] Pre nekoliko decenija u provokativnoj knjizi *Deschooling Society*, Harper & Row, 1971. Ivan Iljič (Ivan Illich) naveo je četiri osnovna elementa svakog sistema obrazovanja:

1. ***pristup izvoru*** za učenje, to jest, knjizi, opremi, igri i sl. po pristupačnoj ceni za svakoga i u svakom dobu života
2. za svakoga ko želi da uči ***pristip vršnjaku*** koji je u istoj situaciji, radi razmatranja, upoređivanja, saradnje i takmičenja.
3. ***pristip starijima***, to jest predavaču, radi njegove pažnje i ocenjivanja onoga koji uči.
4. ***razmena*** između ***učenika*** i ***vršioca*** u polju interesovanja, tako da se kasnije može modelirati predhodno. Na primer, trebalo bi da postoji mogućnost da se slušaju profesionalni muzičari i da se čita rad stručnog pisca. To daje izvođačima mogućnost da razmenjuju, reklamiraju i koriste svoja umeća.

Iljič je razvio ideju da ako bi takav sistem bio neformalan – on bi se nazivao "veb strana za učenje" ili "veb strana mogućnosti" i bio bi predpostavljen formalnim institucijama koje osniva i finansira država, kao što su obične škole za obrazovanje odraslih ljudskih bića. Ove ideje zavise od sledećih knjiga *Deschooling Our Lives*, Penguin, 1976, i *Tools for Conviviality*, Penguin, 1973.

Danas svaki umreženi računar nudi ***e-poštu*** (e-mail), ***FTP*** (File Tranfer Protocol – program za prenos podataka iz drugog ili u drugi računar), pristup u ***usenet*** (grupe za duskusiju o nekoj temi, kao što su delovi fizike) i u ***world-wide web***. (grubo govoreći, svaka od njih sadrži i ono pređašnje.) Na prilično neočekivan način, sve ove osobine interneta su se pretvorile u okosnicu, "veb stranu mogućnosti" o kojoj govori I. Iljič. Međutim, kao i u bilo kojoj školi, to strogo zavisi od discipline korisnika, da li mu internet zapravo omogućava da bude "veb strana za učenje" ili će ući u zavisnost od njega.

Interesantna naučna istraživanja	www.max-wissen.de
Novosti u nauci i tehnologiji	www.innovations-report.de
Naučni video zakisi kvalitetni	www.vega.org.uk
ASAP naučni video zapisi	plus.google.com/101786231119207015313/posts
Fizika	
Učenje fizike sa igračkama iz otpada	www.arvindguptatoys.com
Zvanična SI veb strana	www.bipm.fr
Pretvaranje jedinica	www.chemie.fu-berlin.de/chemistry/general/units.html
Podaci o česticama	pdg.web.cern.ch/
Inženjerski podaci i obrasci	www.efunda.com
Informacije o teoriji relativnosti	math.ucr.edu/home/baez/
Naučni preprinti	arxiv.org
	www.slac.stanford.edu/spires
Izvodi iz radova u časopisima fizike	www.osti.gov
Novosti u fizici, nedeljni	www.aip.org/physnews/update
Novosti u fizici, dnevni	phys.org
Problemi u fizici, Jakov Kantor	www.tau.ac.il/~kantor/QUIZ/
Problemi u fizici, Henri Grinsajd	www.phy.duke.edu/~hsg/physics-challenges/challenges.html
Pitanje iz fizike za ovu nedelju	www.physics.umd.edu/lecdem/outreach/QOTW/active
Miniproblemi u fizici	www.nyteknik.se/miniproblemet
Veštica u fizici	physik-verstehen-mit-herz-und-hand.de/html/de-6.html
Magični trikovi nauke	www.sciencetrix.com
Gomila za razmenu u fizici	physics.stackexchange.com
"Pitajte stručnjaka"	www.sciam.com/askexpert_directory.cfm
Dobitnici Nobelove nagrade za fiziku	www.nobel.se/physics/laureates
Govori dobitnika Nobelove nagrade, video	www.mediatheque.lindau-nobel.org
Slike fizičara	www.if.ufrj.br/famous/physlist.html
Organizacije za fiziku	www.cern.ch
	www.hep.net
	www.nikhef.nl
	www.het.brown.edu/physics/review/index.html
Udžbenici fizike na internetu	www.plasma.uu.se/CED/Book
	www.biophysics.org/education/resources.htm
	www.lightandmatter.com
	www.feynmanlectures.caltech.edu
	www.motionmountain.net
Tri divne francuske zbirke beležaka iz klasične mehanikei teorije čestica	
Izvanredna *Radical Freshman Physics* od David Raymond	www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html
Skripta kursa fizike sa MIT	ocw.mit.edu/courses/physics/
Skripta lekcija fizike na nemačkom i engleskom	www.akleon.de
"Dvorana svetskih predavanja"	wlh.webhost.utexas.edu
Slike iz optike za ovaj dan	www.atoptics.co.uk/opod.htm
Living Reviews in Relativity	www.livingreviews.org
Nauka u školama	www.wissenschaft-schulen.de

Video zapisi predavanja fizike Walter Lewina	ocw.mit.edu/courses/physics/8-01-physics-i-classical-mechanics-fall-1999/
Video zapisi Matt Carlson-a	www.youtube.com/sciencetheater
Video zapisi iz University of Nottingham	www.sixtysymbols.com
Video zapisi predavanja iz fizike	www.coursera.org/courses?search=physics
	www.edx.org/course-list/allschools/physics/allcourses
Matematika	
Zbirka matematičkih obrazaca na internetu	mathforum.org/library
Matematički problem ove nedelje, Purdue	www.math.purdue.edu/academics/pow
Matematički problem ove nedelje, Macalester College	mathforum.org/wagon
Matematički obrasci	dlmf.nist.gov
Svet matematike od Weissteina	mathworld.wolfram.com
Funkcije	functions.wolfram.com
Symboličko integriranje	www.integrals.com
Algebarske površine	www.mathematik.uni-kl.de/~hunt/drawings.html
Predavanja iz matematike, video, nemački	www.j3l7h.de/videos.html
"Gazeta Matematica", na rumunskom	www.gazetamatematica.net
Astronomija	
ESA	sci.esa.int
NASA	www.nasa.gov
Habl, svemirski teleskop	hubble.nasa.gov
Pregled digitalnog neba, Sloan	skyserver.sdss.org
"Svemirsko ogledalo"	www.astro.uni-bonn.de/~dfischer/mirror
Simulator solarnog sistema	space.jpl.nasa.gov
Sateliti koji se mogu primetiti	liftoff.msfc.nasa.gov/RealTime/JPass/20
Slika iz astronomije za ovaj dan	antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/astropix.html
Zemlja iz svemira	www.visibleearth.nasa.gov
Od zvezdoznanca do svemirskog broda	www.phy6.org/stargaze/Sintro.htm
Aktuelni podaci o Suncu	www.n3kl.org/sun
Posebne teme	
Minerali	webmineral.com
	www.mindat.org
Geološke mape	onegeology.org
Optičke iluzije	www.sandlotscience.com
Geologija stena	sandatlas.org
Male šale iz nauke (franc)	www.jp-petit.org
Igračke iz fizike	www.e20.physik.tu-muenchen.de/~cucke/toylinke.htm
Humor u fizici	www.dctech.com/physics/humor/biglist.php
Literatura o mađiji	www.faqs.org/faqs/magic-faq/part2
Pravljenje aviona od papira	www.pchelp.net/paper_ac.htm
Mali leteći helikopteri	pixelito.reference.be
Deset hiljada godina časovnika	www.longnow.org
Udruženje nemačkih istraživača i lekara	www.gdnae.de
Ekscentričnosti	www.crank.net

Tablica periodičnog sistema za svakog – video zapis	www.periodicvideos.com
Matematički citati	math.furman.edu/mwoodard/~mquot.html
Svetski centar za pitanja	www.edge.org/questioncenter.html
Plagijati	www.plagiarism.org
Lažna obaveštenja	www.museumofhoaxes.com
Enciklopedija Zemlje	www.eoearth.org

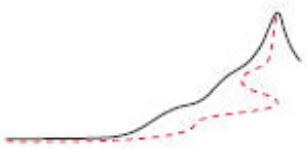
Želite da naučite fiziku a da zapravo ne idete na univerzitet? U današnje vreme to je moguće da učinite putem e-pošte i interneta, u Nemačkoj, na Univerzitetu Keiserslautern.[1] U bliskoj budućnosti projekt nacionalnih razmera u Velikoj Britaniji treba da omogući isto to studentima na engleskom jeziku. Kao uvod, koristite poslednje izdanje ovog teksta iz fizike!

Das Internet ist die offenste Form der geschlossenen Anstalt.[2]

Matthias Deutschmann

Si tacuisses, philosophus mansisses.[3]

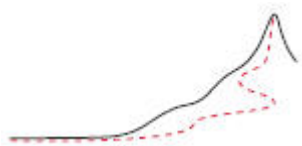
Prema Boetiju (Boethius)



[1] Pogledajte veb stranu www.fernstudium-physik.de .

[2] ‘ “Internet je najotvoreniji oblik zatvorene institucije.” Matijas Dojčman (Matthias Deutschmann)

[3] “Ako ste ćutali, ostaćete filozof” Prema priči Boetija (Boethius, oko 480. – 525.) ispričane u *De consolatione philosophiae*, 2.7, 67 ff.



IZAZOVI, SAVETI I REŠENJA

Nikada ne radi proračun pre no što znaš rešenje.

moto Džona Vilera (JohnWheeler)

Džon Viler je zatražio od ljudi da procene, da pokušaju da pogode, ali da ne izgovore to naglas. Tačno pogađanje pojačava psihički instikt, dok pogrešno dovodi do zadovoljstva u iznenađenju. Nagađanje je prema tome važan prvi korak pri rešavanju bilo kojeg problema. Nastavnici imaju druge kriterijume koje treba imati na umu. Dobri problemi mogu da se reše na različitim nivoima težine, mogu da se reše pomoću reči ili pomoću slika ili pomoću obrazaca, aktivirajte znanje, bavite se odnosima u stvarnom svetu i budite otvoreni.

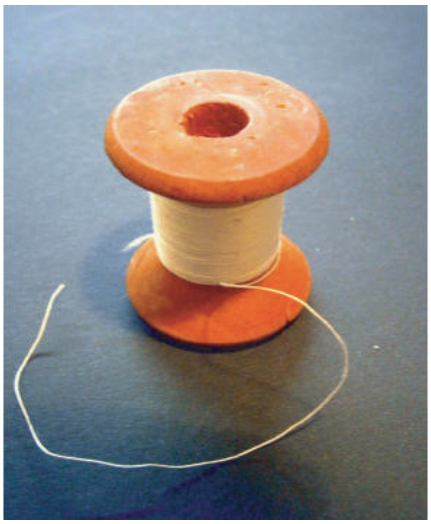
Izazov 1s, ***strana 10***: Nemojte se ustručavati da budete zahtevni i strogi. Sledeće izdanje ovog teksta će imati od toga koristi.

Izazov 2s, ***strana 18***: Postoji mnogo načina na koji se može razlikovati kretanje od iluzije kretanja: na primer, samo stvarno kretanje može da pokrene nešta drugo. Osim toga, iluzija kretanja na slikama pokazuje jedan bitan nedostatak; ništa se ne pomera ako su glava i papir nepokretni međusobno. Drugim rečima, iluzija samo ***pojačava*** postojeće kretanje, ona ne može da ***stvori*** kretanje ni iz čega.

Izazov 3s, ***strana 19***: Bez detaljnog i preciznog eksperimenta, obe strane mogu naći dokaze za svoje gledište. Nastanak je podržan pojavom plesni ili bakterija u čaši vode, nastanak je takođe podržan i svojom suprotnosti, naime nestankom bez traga, kao što je nestanak kretanja. Međutim, održanje je podržano i nastajanje je falsifikovano pri svim ovim istraživanjima koja objašnjavaju u puno detalja predpostavljene slučajeve pojava i nestanaka.

Izazov 4s, ***strana 21***: Količina vode zavisi od oblika kofe. Sistem bira mogućnost (nagnuto ili ravno) pri kojem je težište najniže.

Izazov 5s, ***strana 20***: Da se stvari uproste, zamislite kofu oblika valjka. Ako vam je potrebna pomoć, izvedite eksperiment kod kuće. U stvarnosti slika je varljiva: ivica kotura napred ima veći prečnik od dela na kojem je konac završen. Završetak konca ne dodiruje pod, kao za kalem prikazan na ***slici 286***.



Slika 286 Predpostavljen oblik stvarne zagonetke

Izazov 6s, ***strana 21***: Političke stranke, verske sekte, humanitarne organizacije i terapeuti svih vrsta – sve su to tipični oblici ovakvog ponašanja

Izazov 7s, ***strana 23***: Zagonetka još uvek nije rešena za kretanje u praznom prostoru, kao u slučaju talasa gravitacije. Prema tome, kretanje u praznom prostoru može biti izuzetak. U svakom slučaju, prazan prostor nije sastavljen od malih čestica konačne velčine, pošto bi to bilo u suprotnosti sa transverzalnim talasima gravitacije.

Izazov 8s, ***strana 26***: Rupe nisu fizički sistemi, pošto uglavnom ne mogu da se prate.

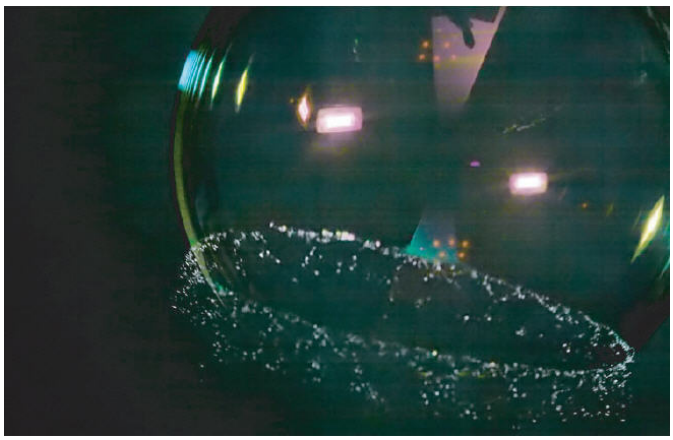
Izazov 9s, ***strana 26***: Kružna odrednica je: Objekti su određeni kao nešta što se kreće u odnosu na pozadinu, a pozadina je ono što stoji kada se objekt menja. Na ovo treba da se vraćamo više puta u našoj pustolovini. (***Strana 313***). Potrebna je izvesna količina strpljenja da bi se ovo rešilo.

Izazov 10s, ***strana 27***: Ne, svemir nema stanje. On nije merljiv, čak ni po načelu datom u ***Vol. IV, strana 131***. Videti razmatranje na ovu temu u ***delu IV*** ove knjige, u kvantnoj teoriji.

Izazov 11s, ***strana 27***: Konačan pregled sopstvenih osobina fizičkih sistema koji se nalaze u prirodi, dat je u ***delu V*** ove knjige, u odeljku fizike čestica. (***Vol. V, strana 196***). I naravno, svemir nema stalnih sopstveih osobina. Nijedno od njih ne može da se izmeri u svemiru u celosti, čak ni u načelu.

Izazov 12s, ***strana 29***: Savet: da, postoji takva tačka.

Izazov 13s, ***strana 29***: Pogledajte ***sliku 287*** za međukorak. Mehur puca u jednoj tački. a zatim se obim rupe povećava brzo, sve dok ne nestane u suprotnoj tački. Tokom ovog procesa ostatak mehura zadržava oblik lopte, kao što je prikazano na slici. Za video snimak ovog procesa pogledati veb stranu youtube/blNe2Ae5a2c (ili potražiti na internetu pod “bursting soap bubble”). Drugim rečima, kapljice na kraju, koje se odbacuju,u proističu iz tačke na mehuru koja je suprotna od tačke uboda; one se nikada ne izbacuju iz centra mehura.



Slika 287 Mehur sapunice tokom pucanja (© PeterWienerroither).

Izazov 14s, ***strana 29***: Duh bi mogao da bude pokretna slika; nikako nebi mogao da bude pokretan objekt, pošto se objekt ne može prožimati. (***Vol IV, strana 106***)

Izazov 15s, ***strana 29***: Ako nešta može da zaustavi kretanje, kretanje ne može da nestane ni u šta. Za precizan dokaz moralo bi se pokazati da se nijedan atom više ne kreće. Do sada ovo nikada nije bilo opaženo: kretanje je očuvano. (Ništa u prirodi ne može da nestane ni u šta.)

Izazov 16s, ***strana 29***: To bi zaista značilo da je prostor beskonačan; međutim, nemoguće je opažanje da se nešta kreće “zauvek”: niko ne živi toliko dugo. Ukratko, ne postoji mogućnost da se dokaže da je prostor beskonačan na takav način. Zapravo ne postoji mogućnost da se dokaže da je prostor beskonačan ni na bilo koji drugi načim.

Izazov 17s, ***strana 29***: Potrebna dužina kanapa je *nh* pri čemu je *n* broj točkova/remenica. I da, farmer zaista radi nešta osetljivo.

Izazov 18s, ***strana 29***: Kako biste to izmerili?

Izazov 19s, ***strana 29***: Broj pouzdanih decimala u rezultatu jednostavno je vrednovanje preciznosti. Više detalja o tome može se naći u pojmu “standardna devijacija”.

Izazov 20s, ***strana 29***: Za posmatranje i za merenje nije potrebno nikakvo pamćenje. To je slučaj za ljude i za aparate. Kvantna teorija će ovo posebno pojasniti.

Izazov 21s, ***strana 30***: Treba zapaziti da nikada nećete opažati nultu brzinu. Postoji uvek izvesna greška u merenju koja sprečava da se kaže kako je nešto nula. Nema izuzetaka.

Izazov 22s, ***strana 30***: $(2^{64} - 1)$ = 18 446 744 073 700 551 615 zrna pšenice, a uz težinu zrna od 40 mg, daje 738.000 miliona tona. Uzimajući da je 2006. godine svetska žetva iznosila 606 milona tona, količina pšenice je oko prinosa iz 1200 godina. Izračunavanje broja zrna pšenice je pojednostavljeno korišćenjem obrasca $1 + m + m^2 + m^3 + ... + m^n = (m^{n+1} - 1)/(m - 1)$ što daje zbir takozvane ***geometrijske progresije***. (Ime je istorijasko i koristi se kao suprotnost ***aritmetičkoj progresiji*** $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... n = n(n + 1)/2$). Možete li da dokažete ove dve jednakosti? Šahovsku legendu prvi je pomenuo Ibn Kalikan (1211. Arbil – 1281. Damask). Kralj Širam i kralj Balhait, pomenuti takođe u legendi, istorijske su ličnosti i živeli su između drugog i četvrtog veka nove ere. Izgleda da je legenda nastala kombinacijom dve različite priče. Zaista, izračunavanje broja zrnevlja pojavljuje se već 947. godine u poznatom tekstu *Meadows of Gold and Mines of Precious Stones* od Al-Masudija (896. Bagdad, – 956. Kairo).

Izazov 23s, ***strana 30***: U čistom eksperimentu plamen se naginje napred. Ali takav eksperiment nije lak, pa se ponekad plamen naginje unazad. Isprobajte. Možete li da objasnite oba opažanja?

Izazov 24s, ***strana 30***: Merači ubrzanja (akcelerometri) najjednostavniji su detektori kretanja. Oni postoje u obliku piezoelektričnih uređaja koji daju signal uvek kada se kutija ubrzava i koštaju manje od jednog eura. Drugi merač kojeg ćemo možda imati u budućnosti je akcelerometar sa interferencijom koji koristi kretanje rešetke sa interferencijom; ovakav uređaj bi mogao da bude zaliven u silikon. Ostali, još precizniji merači ubrzanja koriste žiroskop ili zrak lasera koji se kreće kružno.

Brzinometri (velosimetri) i detektori položaja mogu takođe otkriti kretanje; njima je potreban točak ili bar jedan optički način da se gleda iz kutije. Tahografi u automobilima su primeri brzinometra; miš za računar je primer detektora položaja.

Dovoljno jeftin uređaj bio bi dobar da se meri brzina skijaša ili klizača. Takvi uredaji još ne postoje.

Izazov 25s, ***strana 30***: Lopte se kotrljaju (ili klize) prema centru stola, pošto je centar stola malo bliži centru zemlje od ivice stola; zatim lopte promašuju centar i izvode oscilacije oko centra stola. Pedrioda iznosi 84 minuta, kako je pokazano u ***Izazovu 386***. (Ovo do sada nije bilo zapaženo. Zašto?)

Izazov 26s, ***strana 30***: Samo ako ubrzanje nikada ne nestane. Ubrzanje može da se oseti. Akcelerometri su uređaji koji mere ubrzanje, a zatim utvrđuju položaj. Oni se koriste u avionima kada lete iznad Atlantika. Ako se kutija ne ubrzava, nemoguće je reći da li se kreće ili miruje. Nije moguće čak ni reću u kojem smeru de kreće. (Zatvorite oči dok ste u vozu u noći da potvrdite ovo.)

Izazov 27s, ***strana 30***: Blok se kreće dvostruko brže od valjaka, nezavisno od njihovog poluprečnika.

Izazov 28s, ***strana 30***: Ova metoda je poznata takođe i za rad sa drugim strahovima.

Izazov 29s, ***strana 30***: Za tri para je potrebno 11 prolaza. Za dva para je potrebno 5. Za četiri ili više parova ne postoji rešenje. Kakvo je rešenje ako ima *n* parova i *n-1* mesta u čamcu?

Izazov 30s, ***strana 30***: Savet: postoji beskonačan broj takvih oblika. Ovakve krive se nazivaju Reloove krive. Drugi savet: Novčići od 20 i 50 penija u Velikoj Britaniji imaju takav oblik. Da, osim valjka mogući su i drugi oblici, na primer, uzeti uvrnutu kvadratnu šipku.

Izazov 31s, ***strana 31***: Ako ne znate, upitajte vašeg omiljenog restoratera starog nameštaja.

Izazov 32s, ***strana 31***: Za ovu lepu zagonetku pogledajte veb stranu arxiv.org/abs/1203.3602.

Izazov 33d, ***strana 31***: Očuvanje, relativnost i minimalizacija vrede uopšeno. U nekim retkim procesima u nukearnoj fizicu invarijanta kretanja (dvosmernost) je prekinuta, kao i invarijanta u ogledalu. Zna se da kontinuitet ne važi za najmanje dužine i vremenske intervale, ali nijedan eksperiment nije još uvek ispitivao ove oblasti, tako da to u praksi još uvek važi.

Izazov 34s, ***strana 33***: To je tačno u svakodnevnom životu; šta se događa ako se uzmu u obzir kvantni efekti?

Izazov 35s, ***strana 35***: Uzmite za primer srednju udaljenost dva susedna atoma u komadu kvarca zadnjih milion godina. Da li znate nešta još sporije?

Izazov 36d, ***strana 34***: Postoji samo jedan način: uporediti brzinu koja će se meriti sa brzinom svetlosti. Zapravo, skoro svi udžbenici fizike, kako za škole, tako i za univerzitete, počinju odrednicom prostora i vremena. S druge strane dobri udžbenici sa teorijom relativnosti imaju probleme pri zaobilaženju ove navike, iako oni uvode sada standard k-kalkulusa (koji je zapravo pristup koji je ovde pomenut.) Počinjati sa brzinom logično je najčistiji pristup

Izazov 37s, ***strana 36***: Ne postoji način da osetite sopstveno kretanje ako ste u vakuumu. U načelu ne postoji način. Ova posledica se često naziva ***načelo relativnosti***. (***Strana 121***). Zapravo, ne postoji način ni da izmerite sopstvenu brzinu u svemiru (iako nije u vakuumu): merenjem vaše brzine u odnosu na zračenje iz pozadine svemira. Zato moramo biti obazrivi o tome šta se u pitanju podrazumeva.

Izazov 38d, ***strana 36***: Opterećenje krila *W/A*, odnos težine *W* i površine *A*, očigledno je srazmeran trećem korenu iz težine. (Zapravo, $W \sim l^3$, $A \sim l^2$, gdr je *l* dimenzija letećeg objekta.) Ovaj obrazac daje zelenu liniju trenda.

Opterećenje krila *W/A*, odnos između težine *W* i površine krila *A*, je kao i sve sile u fluidima proporcionalno kvadratu brzine krstarenja *v*: imamo $W/A = 0{,}38 \cdot v^2$ kg/m^3. Neimenovani sačinilac sadrži gustinu vazduha i opšti brojčani sačinilac koji se teško izračunava. Ovaj obrazac spaja gornju i donju horizontalnu skalu na grafiku.

Kao posledica toga, srazmernost brzine krstarenja je šesti koren iz težine: $v \sim W^{1/6}$. Drugim rečima Airbus A380, koji je milion puta teži od vinske mušice, samo je sto puta brži od nje.

Izazov 39s, ***strana 38***: Ekvivalentno: postoje li tačke u prostoru? Poslednji deo našeg uspona, ***Vol. VI, strana 57***, proučava ovo pitanje u detaljima.

Izazov 40s, ***strana 39***: Svi izvori električne energije moraju da budu u istoj fazi kada napajaju mrežu električnom energijom. Taktovi računara na internetu moraju da budu sinhronizovani.

Izazov 41s, ***strana 39***: Zapazite da se pomeraj povećava sa kvadratom vremena, a ne linearno.

Izazov 42s, ***strana 40***: Galilej je vreme merio vagom (i drugim metodama). Njegova štoperica je bila staklena cev koju je držao zatvoreno palcem, usmerena ka posudi. Da bi pokrenuo štopericu, on je sklanjao palac, a da je zaustavi vraćao bi palac. Zapremina vode u posudi davala mu je potom meru intervala vremena. To je zapisano u poznatoj knjizi Galileo Galileja, "*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali*", obično kraće nazivanom "*Discorsi*", koju je objavio 1638 Louis Elsevier u Lajdenu, u Holandiji.

Izazov 43s, ***strana 42***: Prirodno vreme se meri prirodnim kretanjem. Prirodno kretanje je kretanje svetlosti. Prirodno vreme je prema tome određeno kretanjem svetlosti.

Izazov 44s, ***strana 43***: Ne postoji način da se odredi lokalno vreme na polovima koje je dosledno sa svim tačkama u okolini. (Za radoznale, pogledajte interesantnu veb stranu www.pmel.noaa.gov/arctic-zone/gallery_np_seasons.html.)

Izazov 46s, ***strana 44***: Šuma je puna svetla i stoga i zraka svetlosti, kao što je prikazano na ***slici 288***.

Izazov 47s, ***strana 45***: Jedan par mišića pomera sočivo duž treće ose tako što izobličava oko od izduženog preko loptastog do spljoštenog.

Izazov 48s, ***strana 45***: Ovaj problem možete da rešite ako se potrudite da razmišljate u četiri dimenzije. (Vežbajte da koristite dobro poznate trodimenzionalne projekcije četvorodimenzione kocke.) Pokušajte da zamislite kako se promeni red kada se dva elementa ukrste. Primedba: da se koristi vreme umesto četvrte ***prostorne*** dimenzije to obično ***nije*** tačno u ovoj oblasti.

Izazov 49s, ***strana 47***: Merenje rastojanja upotrebom svetlosti.

Slika 288 Zraci Sunca u šumi (© Fritz Bieri and Heinz Rieder)

Izazov 52d, ***strana 48***: Jednostavnije je raditi sa jediničnim torusom. Uzeti jedinični interval [0, 1] i izjednačite krajnje tačke. Odredite skup *B* u kojem su elementi dati realni brojevi *b* sa papirnog diska plus svi oni brojevi koji se razlikuju od ovih realnih za racionalni broj. Jedinični krug može da se zamisli kao unija svih skupova *B*. (Zapravo, svaki skup *B* je pomerena kopija skupa racionalnih brojeva $\mathbb{Q}$.) Sada se pravi drugi skup *A* uzimanjem jednog elementa iz svakog skupa *B*. Potom se pravi familija skupa koja se sastoji od skupa *A* i njegove kopije A_q pomerene za racionalan broj *q*. Unija sva tri skupa je jedinični torus. Familija skupa brojno je beskonačna. Potom se ona podeli na ***dve*** familije prebrojivih beskonačnih skupova. Jednostavno je da se primeti kako svaka od dve familije može da se prenumeriše i njihovi elementi pomere na takav način da svaka od dve familije obrazuje jedinični torus. Matematičari bi rekli da postoji neprebrojivo beskonačno aditivno merilo $\mathbb{R}n$, ili da skup kao što je A nije merljiv. Kao posledica njihovog postojanja, "množenje" dužina je moguće. Kasnije treba da objasnimo da li ***hleb*** ili ***zlato*** mogu da se umnožavaju na takav način. (***Ref. 43***).

Izazov 53s, ***strana 49***: Savet: početi sa trouglovima.

Izazov 54s, ***strana 49***: Primer je oblast između x-ose i funkcije kojoj se dodeljuje 1 za svaki transcendentni, a 0 za svaki netranscendentni broj.

Izazov 55s, ***strana 50***: Koristimo odredfnicu funkcije iz teksta. Dihedralni ugao pravilnog tetraedra je iracionalni umnožak π. tako da tetraedar ima Dehn-ovu varijantu koja ne nestaje. Kocka ima dihedralni ugao od π/2, tako da je Dehn-ova invarijanta kocke 0. Prema tome, kocka nije preurediva u pravilan tetraedar.

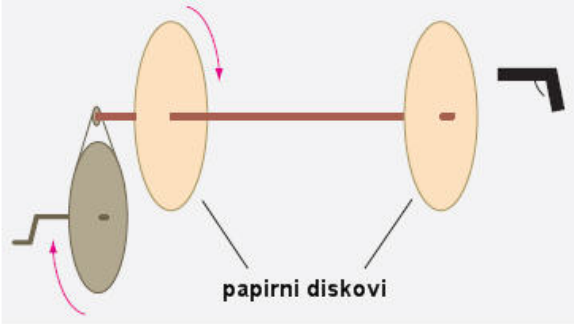
Izazov 56s, ***strana 50***: Ako mislite da je prazan prostor neprekidan niste u pravu. Proverite svoje dokaze. Ako mislite da možete da potvrdite suprotno, vi ste ***možda*** u pravu – ali samo ako već znate šta se objašnjava u poslednjem delu teksta. Ukoliko ovo nije slučaj, proverite vaše dokaze.

Izazov 57s, ***strana 51***: Očigledno, koristimo svetlost da bismo proverili da li je vodovodna cev prava, tako da obe odrednice moraju biti iste. To je slučaj zbog toga što su linije polja gravitacije takođe moguće putanje kretanja svetlosti. Međutim, to nije uvek slučaj; možete li da ukažete na izuzetak? Drugi način da se ispita da li je cev prava je polaganjem na površinu mirne vode. Treći, manje precizan način. da se iskoristi senzor za ravnost u mozgu. Ljudski mozak ima ugrađenu sposobnost da odredi da li je neki objekt, kojeg gledaju oči, prav. Postoje posebne ćelije u mozgu koje se pale kada se ovo slučaj. Svaka kniga o percepijama vida reći vam više o tome.

Izazov 58s, ***strana 52***: Teorija o šupljoj Zemlji je tačna ako se obrazac za rastojanje koristi dosledno. Posebno, ako se načini predpostavka da se objekti smanjuju kada se približavaju centru šuplje lopte. Dobro objašnjenje o svim događajima u vezi sa šupljom zemljom, može se naći na veb strani www.geocities.com/inversedearth Skoro isti materijal se može naći na internetu, a takođe pod imenom *celestocentric system, inner world theory*, ili *concave Earth theory*. Ne postoji način da se jedanom opisu u odnosu na drugi da prednost, osim mogućnosti za razloge jednostavnosti ili intelektualne lenjosti.

Izazov 60s, ***strana 52***: Savet je dat preko ***slike 289***. Za merenje brzine svetlosti skoro sasvim istim načinom, pogledajte (***Vol. II, strana 20***).

Izazov 61s, ***strana 52***: Brzi motocikl je brži: vozač motocikla može da uhvati strelu, podvig je prikazan na nemačkoj televiziji "Wetten dass" godine 2001.



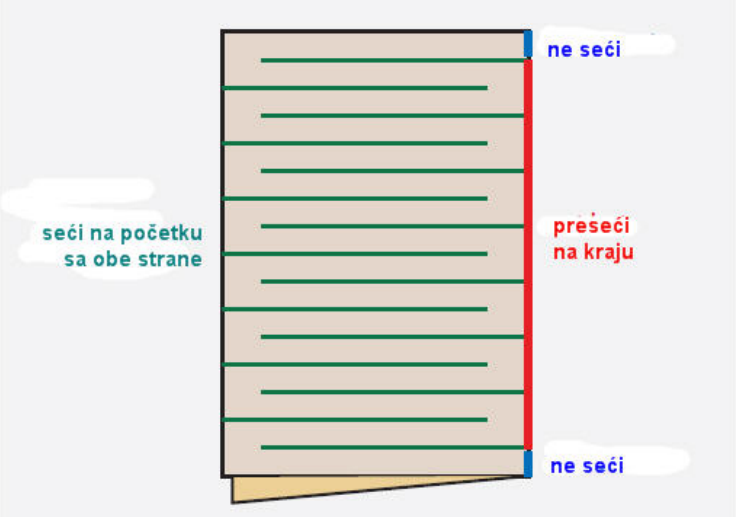
Slika 289 Jednostavan način da se izmeri brzina metka

Izazov 62s, ***strana 52***: "Jedini" objekt koji sprečava poklopac da padne u otvor ispod je kružni oblik. Zapravo, mala odstupanja od kruga su takođe dopuštena.

Izazov 64d, ***strana 53***: Brzina hoda starijeg čoveka zavisi od njegovog zdravlja. Ako ljudi hodaju brže od 1,4 m/s, onda su zdravi. (***Ref. 372***). Proučavanjem je zaključeno da "mračni žetelac" (smrt) hoda poželjnom brzinom od 0,82 m/s i maksimalnom brzinom od 1,36 m/s.

Izazov 65s, ***strana 53***: 72 zvezde.

Izazov 69s, ***strana 53***: Pogledajte ***sliku 290***.



Slika 290 Kako napraviti otvor u poštanskoj dopisnici koja omogućava prolaz kroz nju

Izazov 70s, ***strana 53***: Unutar 1 procenta jedna petina mora da bude prazna, a četiri petine moraju biti pune; tačna vrednost proizilazi iz $\sqrt[3]{2} = 1{,}25992\ldots$

Izazov 71s, ***strana 53***: Jedna olovka može da nacrta liniju dugu između 20 i 80 km, ako se mina ne istrši oštrenjem. Podatak za novoizmišljene, plastične, savitljive olovke nije poznat.

Izazov 75s, ***strana 53***: Medvedi su beli pošto im je očigledno mesto staništa na Severnom polu. Ali ima i beskonačno mnogo drugih staništa (bez medveda) u blizini Južnog pola; možete li ih naći.

Izazov 76s, ***strana 54***: Obeležićemo sa L početnu dužinu gumene trake, sa v brzinu puža u odnosu na traku, a sa V brzinu konja u odnosu na tlo. Brtina puža u odnosu na tlo data je kao:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v + V\frac{s}{L+vt} \tag{127}$$

Ovo je takozvana ***diferencijalna jednakost*** za nepoznat položaj puža $s(t)$. Možete da proverite – prostom zamenom – da je rešenje dato kao:

$$s(t) = \frac{v}{V}(L + vt)\ln\left(1 + \frac{Vt}{L}\right) \tag{128}$$

Prema tome, puž će doći do konja kada vreme *t* dostigne vrednost:

$$t_{reach} = \frac{L}{V}\left(e^{\frac{V}{v}} - 1\right) \tag{129}$$

koja je konačna za sve vrednosti *L*,*V* i *v*. Međutim, možete proveriti da je ovo vreme zaista veoma veliko, ako se u obzir uzmu realne vrednosti brzina.

Izazov 77s, ***strana 54***: Boja je osobina koja se iskazuje samo na objektima, ne i na granicama. U pomenutom slučaju, boje imaju samo tačke i pozadinu. Pitanje pokazuje kako je jednostavno postaviti pitanje koje nema smisla ni u fizici.

Izazov 78s, ***strana 54***: Ovo možete lako da uradite i sami. Čak ćete pronaći i veb strane na ovu temu.

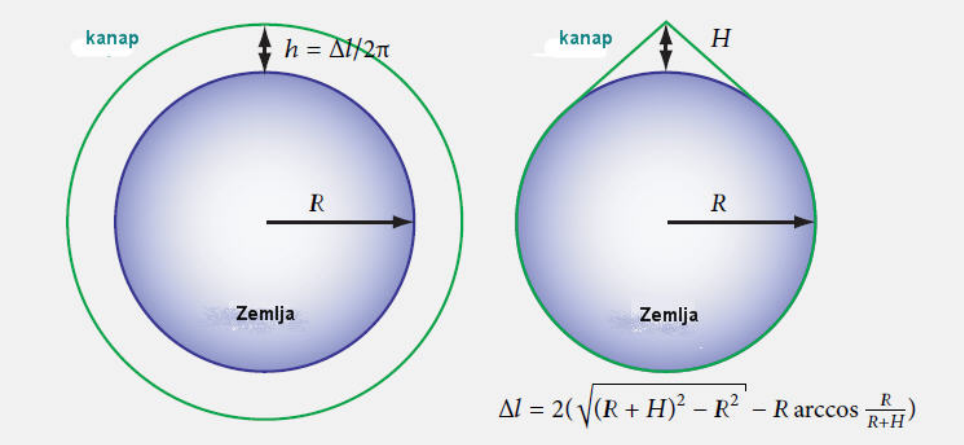
Izazov 80s, ***strana 54***: Časovnik sa dve kazaljke: 22 puta. Časovnik sa tri kazaljke; 2 puta.

Izazov 81s, ***strana 54***: 44 puta.

Izazov 82s, ***strana 54***: Za dve kazaljke, odgovor je: 143 puta.

Izazov 83s, ***strana 54***: Zemlja se obrće sa 15´ u minutu. (360º/24 h = 15º/h)

Izazov 84s, ***strana 46***: Možda ćete biti začuđeni, ali ne postoje pouzdani podaci na ovo pitanje. Do sada najveća izmerena brzina bacanja izgleda da je 45 m/s za pehar u kriketu. Uzgred, mnogo više podataka postoji za brzine koje su postignute pomoću reketa. Brzina od oko 70 m/s brzog smeča u badmintonu dobar je kandidat za rekordnu brzinu postignutu reketom; slične brzine postižu loptice za golf.



Slika 291 Dva načina za rastezanje konopca oko Zemlje.

Izazov 85s, ***strana 54***: Razmotavanje produžetka dužine od 1 m omogućava da se provuče više mačaka, prikazano je levo na slici 291. Ali na desnoj strani slike prikazan je bolji način da se iskoristi dodatna dužina konopca, kako je pokazao Dimitrij Jacenko: Lokalizovano produženje od samo 1 mm već daje visinu od 1,25 m koja omogućava sda se provuče i dete, Zapravo, na ovaj način bi produženje od 1 m dalo visinu vrha od 121 m!

Izazov 86s, ***strana 54***: 1,8 km/h ili 0,5 m/s

Izazov 88s, ***strana 54***: Pitanje ima smisla, posebno ako se stavimo u situaciju u odnosu na spoljni svet., kakva je istorija naše porodice ili istorija svemira. Drugačija upotreba prikazuje ideju da smo sposobni da odredimo sopstveni položaj, ali ne i vreme u kojem se nalazimo. (***Strana 175***). Odeljak o determinizmu će pokazati koliko je ova rasprava pogrešna.

Izazov 89s, ***strana 54***: Da, postoji. Međutim, nije očigledno, pošto podrazumeva da prostor i vreme nisu kontinualni, nasuprot onome što smo naučili u osnovnoj školi. Odgovor će se naći u poslednjem delu ovog teksta.

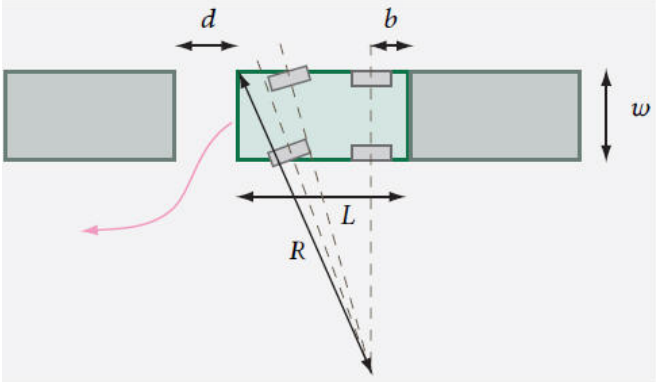
Izazov 90s, ***strana 54***: Korišćenje u svakoj tački za krivu, poluprečnik krivine kruga približan je krivini u toj tački; za površinu se odrede dva pravca u svakoj tački i koriste se dva takva kruga duž ovih pravaca.

Izazov 91s, ***strana 55***: Pomeri se oko 1 cm za 50 ms.

Izazov 92s, ***strana 55***: Površina pluća je između 100 m^2 i 200 m^2, u zavisnosti id izvora u literaturi, a površina utrobe je između 200 m^2 i 400 m^2.

Izazov 93s, ***strana 55***: Ne postoji granica u klasičnoj fizici. Međutim, postoji u prirodi koja se pojavi odmah pošto se uzmu u obzir kvantni efekti.

Izazov 94s, ***strana 55***: Konačan oblik je puna kocka bez ijedne rupe.



Slika 292 Napuštanje prostora parkirališta – spoljni poluprečnik skretanja

Izazov 95s, ***strana 55***: Kao što se može zaključiti sa ***slike 292***, potreban procep je:

$$d = \sqrt{(L-b)^2 - w^2 + 2w\sqrt{R^2 - (L-b)^2}} - L + b \qquad (130)$$

Pogledati takođe i knigu *Requirements for a perfect s-shaped parallel parking maneuvre in a simple mathematical model* od R. Hoyle, izdate 2003. godine. Zapravo, matematika paralelnog parkiranja le lepa i interesantna. Možete pogledati, na primer, veb stranu rigtriv.wordpress.com/2007/10/01/parallel-parking/ ili objašnjenje Edwarda Nelsona u *Tensor Analysis*, Princetown University Press, 1967, strane 33 – 36. Nelson objašnjava kako da se odredi vektorsko polje koje menja četvorodimenzionalnu konfiguraciju automobila, i kako se koristi njegova algebra da pokaže da automobil može da izađe sa parkirališta sa proizvoljno malim rastojanjima od automobila ispred i iza njega.

Izazov 96s, ***strana 55***: Najmanji zazor ne postoji: svaka vrednost valja! Možeta li to i da dokažete?

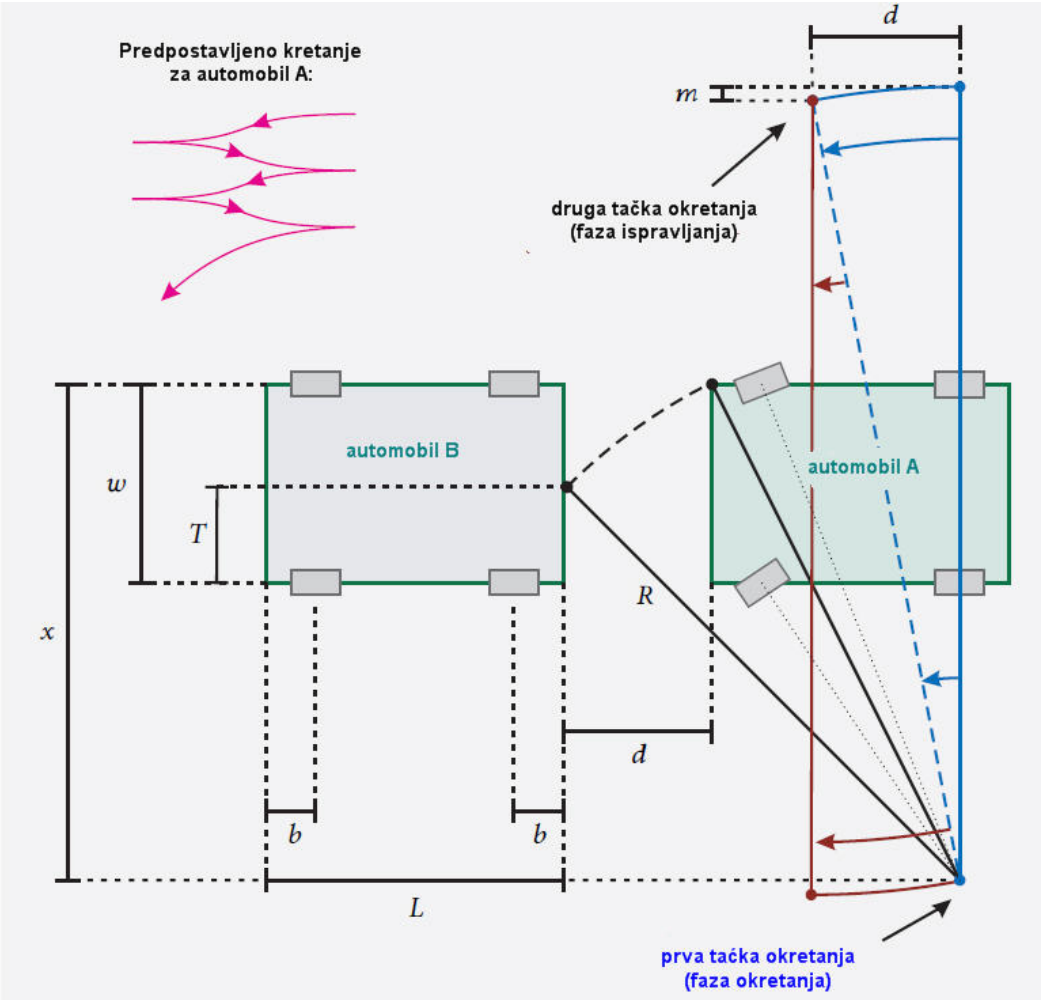
Izazov 97s, ***strana 55***: Sledeće rešenje je predložio Danijel Hokins (Daniel Hawkins).

Predpostavimo da sedite u automobilu A, koji je parkiran iza automobila B, kao što je prikazano na ***slici 293***. Za izlazak sa parkirališta postoje dve osnovne metode koje zahtevaju da se vozi unazad: okretanje automobila kako bi se centar okretanja udaljio od automobila B (udesno od) i pomeriti automobil naniže da bi se centar okretanja pomerio od automobila B (dalje ispod) U prvoj metodi je potrebno da automobil A bude delimično dijagonalan, što znači da ova metoda ne funkcioniše kada je d manje od izvesne vrednosti, u suštini za vrednost datu gore, kada nije potrebna vožnja unazad. Mi ćemo se posvetiti drugoj metodi (ilustrovanoj), koja će raditi i sa jako malim rastojanjem d.

U slučaju u kolem je rastojanje d manje no što potrebno najmanje rastojanje da se izađe iz prostora parkiranja bez vožnje unazad za datu geometriju L, w, b i R, pokušaj da se izađe iz mesta parkiranja dovešće do toga da će ugao automobila A dodirnuti automobil B na rastojanju T udaljeno od ugla automobila B, kao što je pokazano na ***slici 293***. Rastojanje T je iznos za koji automobil takođe mora da se pomeri naniže kako bi uspešno izašao sa mesta parkiranja.

Metoda kako da se izađe sa mesta parkiranja, prikazana u gornjem levom uglu ***slike 293***, zahteva dve faze kako bi bila uspešna: početnu ***fazu zaokreta*** i ***fazu ispravljanja***. Zaokretanjem i ispravljanjem postiže se vertikalno pomeranje naniže, kao i horizontalno

pomeranje ulevo, uz očuvanje početnog usmerenja. Ovaj poslednji deo je ključan, jer ako se pokušava zaokret dok ugao automobila A dodiruje automobil B, automobil A se zaokreće, a svaki pokušaj da se ispavi doveo bi do vraćanja unazad do početnog položaja po istom luku, dok zaokretanje točka u drugi pravac dovodi da se automobil zaokrene još više, kao što je opisala prva metoda, pomenuta gore.



Slika 293 Rešavanje zagonetke parkiranog automobila (© Daniel Hawkins).

Naš zadatak je da zaokrenemo koliko god možemo i da ipak budemo u mogućnosti da ispravimo automobil A kada dodirne automobil B. Za analizu koliki treba da bude zaokret, najpre treba da sagledamo svojstva automobila koji pravi zaokret.

Akermanova metoda upravljanja je načelo da se automobil glatko zaokrene, sva četiri točka moraju da se okrenu oko iste tačke. Ovo je godine 1817. patentirao Rudolf Akerman (Rudolph Ackermann). Neki postupci Akermanovog upravljanja u odnosu na ovaj problem su kako sledi.

- Zadnji točkovi ostaju poravnati, ali prednji točkovi (kojima se upravlja) moraju da naprave različite zaokrete kako bi se okrenuli oko iste tačke.
- Centri okretanja za levi i desni zaokret nalaze se sa suprotnih krajeva automobila.
- Za iste vrednosti levog i desnog zaokreta, centri okretanja su na jednakim rastojanjima od najbliže ivice automobila. ***Slika 293*** ovo čini mnogo jasnijim.
- Svi mogući centri okretanja su na istoj pravoj, koja takođe prolazi i kroz zadnje točkove.
- Kada su zadnji točkovi "poranvati" (poravnanje će uvek značiti isto usmerenje koja je i početno), oni će se nalaziti na vertikali iz centra okretanja
- Kada se automobil zaokrene oko jednog centra obrtanja, recimo onog koji je povezan sa najvećim levim zaokretom, tada će potencijalni centar povezan sa najvećim desnim zaokretom biti zaokrenut zajedno sa automobilom. Slično, kada se automobil zaokreće oko desnog centra, levi centar se okreće.

Dakle, kada su nam poznati postupci Akermanovog upravljanja, možemo reći da kako bismo maksimalno povećali pomeranje naniže, a da održimo usmerenje, moramo zaokrenuti levo oko centra 1 toliko da se centar 2 okrene za ***horizontalno*** rastojanje *d*, kako je pokazano na ***slici 293***. Kada se ovo postigne, zakočićemo i okrenuti upravljač u potpuno suprotan položaj od onog u kojem je, tako da se sada okrećemo oko centra 2. Pošto smo se pomerili ulevo za *d*, mi ćemo ispraviti tačno u trenutku kada automobil A dodirne automobil B. Time je postignut naš cilj, pomeranje naniže za *m*, a ***ulevo*** za *d*, dok je sačuvano usmerenje automobila A. Sličan proces će se izvesti unazad da bi se postiglo pomeranje *m* naniže i *d* ***udesno***, što će efektivno pomeriti automobil A iz početnog položaja (pre bilo kakvog pomeranja) naniže za iznos *2m*, pri čemu je usmerenje sačuvano. Ovo će se odraditi neodređen broj puta, što je način da se izađe sa mesta parkiranja sa malim rastojanjem *d* između automobila A i B. Da bi se odredilo koliko puta treba ovaj postupak ponoviti (oba postupka zaokreta i ispravljanja), moramo samo da podelimo vrednost *T* (upamtiti da je *T* iznos za koji automobil A mora da se pomeri naniže da bi napustio mesto parkiranja normalno) sa *2m*, ukupnim pomeranjem naniže za jednu iteraciju procesure. Simbolično:

$$n = \frac{T}{2m} \tag{131}$$

Da bismo dobili izraz za n izražen pojmovima geometrije automobila, moramo dobiti veličine *T* i *2m*. Kako bismo uprostili ovo izvođenje, odredićemo novu dužinu *x*, takođe prikazanu na ***slici 293***

$$x = \sqrt{R^2 - (L-b)^2}$$

$$T = \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - x + w = \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w$$

$$m = 2x - w - \sqrt{(2x-w)^2 - d^2} = 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{\left(2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w\right)^2 - d^2} =$$

$$= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4\left(R^2 - (L-b)^2\right) - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2} =$$

$$= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4R^2 - 4(L-b)^2 - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 + d^2}$$

Zatim se dobija:

$$n = \frac{T}{2m} = \frac{\sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w}{4\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - 2w - 2\sqrt{4R^2 - 4(L-b)^2 - 4\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2}}$$

Vrednost za n mora uvek da se zaokruži na sledeći ceo broj da bi se odredilo koliko puts mora da se vozi napred i mazad da bi se izašlo sa mesta parkiranja.

Izazov 98s, ***strana 56***: Ništa, ne može ni da se dokaže ni da se ne dokaže

Izazov 99s, ***strana 56***: Pogledati (***Vol. II, strana 13***). Za jako velike roletne videti takođe raspravu u (***Vol. V, strana 81***).

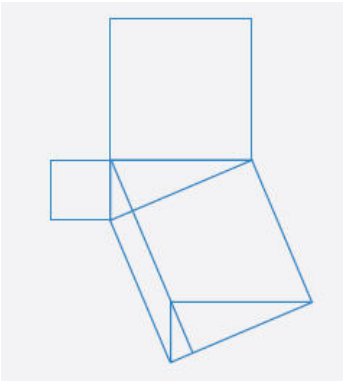
Izazov 100s, ***strana 56***: Savet za rešavanje dat je na ***slici 294***.

Izazov 101s, ***strana 56***: Zbog toga što je to bila ili jeste tečnost.

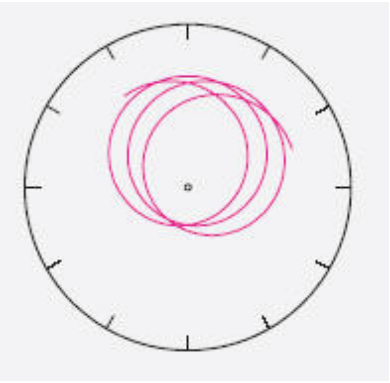
Izazov 102s, ***strana 56***: Oblik je dat na ***slici 295***; on ima 11 režnjeva.

Izazov 103s, ***strana 48***: Ugao kupe φ, ugao između ose kupe i ivice kupe (ili ekvivalentno polovina ugla na vrhu kupe) je u odnosu na prostorni ugao Ω preko relacije $\Omega = 2\pi(1 - \cos\varphi)$. Iskoristite površinu odsečka lopte (kalota) da biste potvrdili ovaj rezultat.

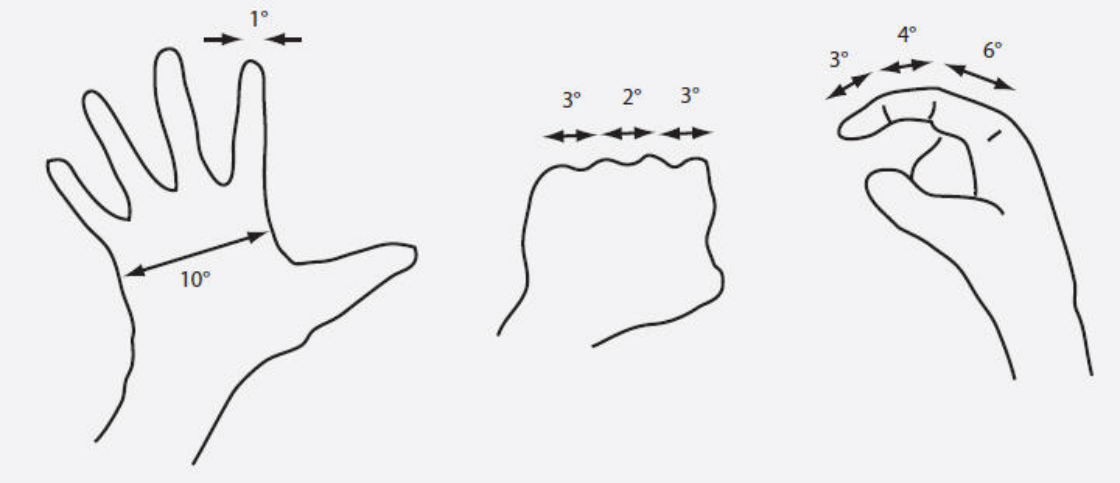
Izazov 105s, ***strana 56***: Videti ***sliku 296***



Slika 294 Jednostavan crtež – jedan od mnogih za dokazivanje Pitagorine teoreme



slika 295 Putanja srednje tačke između dva kraja kazaljki časovnika



Slika 296 Uglovi koje određuje šaka postavljena prema nebu, pri čemu je ruka ispružena

Izazov 109s, ***strana 58***: Savet: nacrtajte sve objekte koji su obuhvaćeni.

Izazov 110d, ***strana 58***: Kriva se očigledno naziva ***lančanica*** (katenara), od latinskog "catena" = lanac. Obrazac za lančanicu je: $y = a \cdot cosh(x/a)$. Ako zamenite lančanicu kratkim pravolinijskim delovima, možete napraviti drvene kocke koje čine luk bez potrebe da se lepe, Luk u Sent Luisu je oblika lančanice. Viseći most ima oblik lančanice pre no što se optereti, to jest, pre no što se na njega postavi staza, Kada je most završen, oblik mu je između lančanice i parabole.

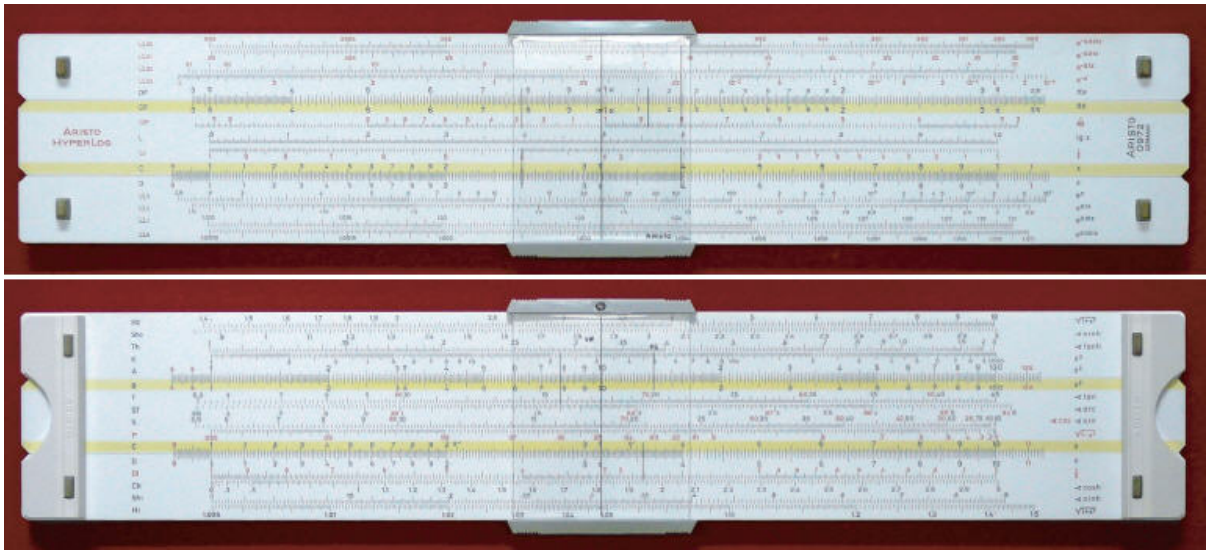
Izazov 111s, ***strana 58***: Inversni poluprečnici, ili zakrivljenosti, povinuju se zakonitosti $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (1/2)(a + b + c + d)^2$ Ovaj obrazac je otkrio Rene Dekar. Ako se nastavi sa dodavanjem krugova u preostali prostor, dobija se takozvano pakovanje krugova, lepa oblast zabavne matematike. Ona ima mnoge čudne osobine, kao što su zanimljivi odnosi između koordinata centara krugova i njihovih zakrivljenosti.

Izazov 112s, ***strana 58***: Jedna od mogunosti; koristite trodimezionalnu analogiju Pitagorine teoreme. Odgovor je: 9.

Izazov 113s, ***strana 59***: Postoje dva rešenja. (Zašto?) Postoje dva pozitivna rešenja za $l^2 = (b + x)^2 + (b + b^2/x)^2$; visina je potom određena kao $h = b + x$. Rešenja su 4,84 m i 1,26 m. Postoji sličan obrazac za rešavanje; možete li da ga nađete?

Izazov 114d, ***strana 59***: Najbolji način je da se izračuna najpre visina B na kojoj plave lestvice dodiruju zid. Ona je određena kao rešenje jednakosti $B^4 - 2hB^3 - (r^2 - b^2)B - h^2(r^2 - b^2) = 0$. Rešenja u obliku celih brojeva razmatrao je Martin Gardner u *Mathematical Circus*, Spectrum, 1996

Izazov 115s, ***strana 59***: Nacrtajte logaritamsku razmeru, to jest postavite svaki broj na rastojanju koje odgovara njegovom prirodnom logaritmu. Takva naprava, nazvana ***logaritmar*** (šiber) prikazana je na ***slici 272***. Logaritmar je predhodnik elektronskih računaljki, i korišćen je širom sveta u *preistorijsko* vreme, negde oko 1970. godine, Videti takođe veb stranu www.oughtred.org



Slika 297 Vrhunski logaritmar, negde oko 1970, godine (© Jörn Lütjens).

Izazov 116s, ***strana 59***: Još dva dana. Napravite sopstven model Sunca i Zemlje da potvrdite ovo. Zapravo, postoji mala ispravka vrednosti 2, iz istog razloga zbog kojeg je sunčani dan kraći od 24 časa.

Izazov 117s, ***strana 59***: Sunce je tačno iza leđa posmatrača; ono zalazi, pa zraci dolaze iz pozadine i zadiru duboko u nebo u smeru suprotnom od onog u kojem je Sunce.

Izazov 119s, ***strana 59***: Zapremina je određena preko; $V = \int A\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} 4\left(1 - x^2\right)\mathrm{d}x = 16/3$

Izazov 120s, ***strana 59***: Da, pokušajte sa modelom od papira

Izazov 121d, ***strana 60***: Problem se pojavio kada je dodat kvantni efekt. Dvodimenzionalni prostor nebi mogao da sadrži materije, pošto je materija načinjena od čestica sa spinom 1/2. Međutim, čestice sa spinom 1/2 i ne postoje u dvodimenzionalnom prostoru. Možete li da nađete dodatni razlog.

Izazov 122s, ***strana 60***: Dve dimenzije vremena nebi dopuštale da se redosledno slože događaji i opažanja. Bilo bi nemoguće da se kaže "pre" i "posle", U svakodnevnom životu sve oblasti u kojima je moguće merenje su u jednoj dimenziji.

Izazov 123s, ***strana 60***: Nijedan eksperiment nije našao nikad bilo kakav savet. Može li to uprkos tome da bude? Verovatno ne, kao što se tvrdi u poslednjem delu knjige Planine Kretanja.

Izazov 126s, ***strana 60***: Najbolje je rešenje izgleda sa 23 posebne linije. Možete li da izvedete zaključak? Da bi se izbeglo kvarenje zabave traženja, nijedno rešenje nije ovde dato. Možete naći rešenje na blogu blog.vixra.org/2010/12/26/a-christmas-puzzle .

Izazov 127r, ***strana 61***: Ako uspete da rešite problem dužine konopca u čvoru, postaćete poznat matematičar. Dužina je poznata samo uz preciznost od oko 8 decimala. Nije poznat tačan obrazac, a nepoznat je i tačan oblik takvih idealnih čvorova za sve složene čvorove. Problem je isto tako nerešiv i da sve složene idealne ***zatvorene*** čvorove, kod kojih su oba kraja priljubljena jedan uz drugi.

Izazov 128s, ***strana 64***: Iz $x = gt^2/2$ dobićete sledeće pravilo: broj sekundi podignite na kvadrat, pomnožite sa 5 i dobićete dubinu u metrima.

Izazov 129s, ***strana 64***: Samo izvedite eksperiment.

Izazov 130s, ***strana 64***: Akademici su obesili topovsko đule pomoću tanke žice ispred samog izlaza topovske cevi. Kada je pucanj izveden, drugo topovsko đule koje leti proletelo je kroz žicu, čime je obezbeđeno da oba đuleta krenu istovremeno. Posmatrač sa daljine potom pokušava da odedi da li će oba đuleta istovremeno da dodirnu zemlju. Eksperiment nije lak, a mala greška ugla i otpora vazduha daju zbunjujuće rezultate.

Izazov 131s, ***strana 65***: Parabola ima dva takozvana fokusa ili žižne tačke. Svetlost koja se emituje iz tih tačaka odbija se tačno u istom smeru: svi svetlosni zraci su paralelni. Ime "fokus" – na latinskom ognjište – izražava da je to najtoplija tačka kada se parabolično ogledalo osvetli. Gde se nalazi fokus za parabolu $y = x^2$? (Elipse imaju dva fokusa, uz malo drugačiju odrednicu. Možete li da je nađete?)

Izazov 132s, ***strana 65***: Rekord u skoku u dalj biće sigurno povećan kada se oslobodi pruga peska i merenjem stvarne dužine skoka fotografskim kamerama; to će omogućiti skakačima da trče još bliže svojoj najvećoj brzini. Rekored će isto tako biti povećan uz mali nagnut korak ili sa odskočnom daskom na mestu oskoka koja je opremljena oprugom, kako bi se povećao ugao odskoka.

Izazov 133s, ***strana 65***: Njega verovatno drži Roald Bradstock koji je lopticu za golf odbacio na 155 m. Rekordi za bacanje mobilnih telefona, koplja, ljudi i mašina za prenje rublja su manji.

Izazov 134s, ***strana 66***: Hodajte ili trćite po kiši, izmerite sopstvenu brzinu v i ugao α između vertikale i prividnog pravca padanja kiše. U tom slučaju je brzina padanja kiše; $v_{rain} = v/tan\alpha$

Izazov 135s, ***strana 66***: U klizanju na ledu četvorostruki skokovi sada su pitanje tehnike. U plesu ne postoje opažene takve akcije.

Izazov 136s, ***strana 66***: Zanemarujući otpor vazduha i zaokruživanjem ugla na 45°, dobijamo $v = \sqrt{dg}$ ili 3,8 m/s. Ova brzina je stvorena stabilnim porastom pritiska, korišćenjem krvnog pritiska, koji je iznenada smanjen mehaničkim sistemom na kraju digestivnog trakta. Navedena referenca o tome govori mnogo više.

Izazov 137s, ***strana 66***: Na horizontalnom terenu, za brzinu bacanja v i za ugao α u odnosu na horizontalu, zanemarujući visinu bacača, daljina d je: $d = v^2 \cdot sin \cdot 2\alpha/g$

Izazov 138s, ***strana 66***: Začuđujuće, ali odgovor nije jasan. Godine 2012, ljudski rekord je jedanaest lopti. Za robote je sadašnju rekord tri lopte, što je izveo Sarcoman robot. Internet je pun materijala i video snimaka na ovu temu. To je izazov za ljude i za robote da postignu najveći moguć broj lopti.

Izazov 139s, ***strana 66***: Kaže se tako, kada bi kišne kapi potom bile ledene kuglice i padale velikom brzinom.

Izazov 140s, ***strana 66***: Da! Ljudi odlaze u bolnicu pa čak i poginu pošto metak koji pada prođe proz njihovu glavu. (Videti S. Mirsky, *It is high, it is far*, Scientific American strana. 86, februar 2004, ili C. Tuijn, *Vallende kogels*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **71**, strane. 224–225, 2005.). Pucanje u vazduh iz oružja je kriminal.

Izazov 141s, ***strana 66***: Ovo je istinita priča. Može da se odgovori samo ako se zna da li je osoba imala priliku da skoči dok je trčala ili ne. U slučaju kojeg je opisao R. Kros (Cross), *Forensic physics 101: falls from a height*, American Journal of Physics 76, strane. 833–837, 2008, nije postojao način za trčanje, tako da je taj odgovor: ubistvo.

Izazov 142s, ***strana 67***: Za skok neke životinje mase m neophodna je energija E koja je data kao $E = mgh$, i rad za mišiće koji je grubo rečeno proporcionalan njenoj masi $W \sim m$. Tako se dobija da je visina h nezavisna od mase životinje. Drugim rečima, specifična energija životinja je oko 1,5 ± 0,7 J/kg

Izazov 143s, ***strana 67***: Kamenje u padu ***nikada*** ne prati parabolu: kada se detaljno prouči, to jest kada se uzme u obzir promena g sa visinom, pokaže da je njihov slobodan pad elipsa. Ovaj oblik javlja se još jasnije za dugačka bacanja, kao što je bacanje oko prilično velikog dela Zemlje, ili za objekte koji se obrću u orbiti. Ukratko, kamenje bi pratilo parabolu samo ako bi se predpostavilo da je Zemlja ravna. Ako se uzme u obzir njena zakrivljenost, ona prate elipsu.

Izazov 144s, ***strana 67***: Skup svih obrtanja oko neke tačke u ravni je zapravo vektorski prostor. Šta je sa skupom svih obrtanja oko svih tačaka u ravni? I šta je sa trodimenzionalnim slučajem?

Izazov 147s, ***strana 68***: Skalarni proizvod dva vektora $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{b}$ dat je kao $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a \cdot b \cdot cos(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$. (132) Kako se ovo razlikuje od vektorskog proizvoda?

Izazov 150s, ***strana 70***: Kandidat za najmanje praktično ubrzanje fizičkog sistema moglo bi da bude ubrzanje izmereno detektorom gravitacijskih talasa, Ono je ispod 10 – 13 m/s^2. Postoji li donja granica za ubrzanje?

Izazov 151s, ***strana 71***: U slobodnom padu (kada nije prisutan vazduh) ili unutar svemirske stanice koja kruži oko Zemlje, vi ste ubrzavani, ali ne osećate ništa. Međutim, pitanje nije tako jednostavno. S jedne strane, stalna i ravnomerna ubrzanja zaista se ne osećaju, pošto ne postoji referenca koja se nije ubrzana. Ova neprepoznatljivost ili ekvivalentnost između ubrzavanja i "ništa ne osećam" bila je bitan korak za Alberta Ajnštajna u njegovom razvoju opšte teorije relativnosti. S druge strane, ako su nam čula dovoljno osetljiva, nešta bismo osetili, kako pri slobodnom padu, tako i u svemirskoj stanici, jer ubrzanja nisu ni stalna ni ravnomerna. Tako da možemo da kažemo da se ubrzanja u prirodi uvek mogu da se osete.

Izazov 152s, ***strana 71***: Profesor studentu: "Šta je izvod brzine?" "Ubrzanje!" "Šta je izvod ubrzanja?" "Ne znam." "***Trzaj***." Četvrti, peti i šesti izvod položaja ponekad se nazivaju ***puckanje***, ***pucketanje*** i ***prasak***

Izazov 154s, ***strana 72***: Može se tvrditi da svaki izvor svetlosti mora da ima konačnu veličinu.

Izazov 156s, ***strana 73***: Ono što ljudsko oko bez pomagala može da vidi kao malu crnu tačku obično je veličine 50 μm.

Izazov 157s, ***strana 73***: Videti ***Vol III, strana 127***.

Izazov 158s, ***strana 73***: Pažljivo je proveravano da li je ispravan pojmovni korak koji nas dovodi do izdvajanja pojma tačke iz posmatranja. Biće pokazano u poslednjem delu pustolovine da to nije slučaj.

Izazov 159s, ***strana 74***: Može da se obrće šaka na način da ruka vrši opisano kretanje. Videti takođe ***Vol. IV, strana 104***.

Izazov 160s, ***strana 74***: Svaki broj, bez ograničenja. Vizuelni prikaz vezanog obrtanja sa 96 spojeva nalazi se u ***Vol. VI, na strani 141***.

Izazov 161s, ***strana 74***: Snabdevanje krvlju i nervi nebi bili mogući ako bi točak imao osovinu. Metoda pokazuje da izbegavanje zaplitanja veza radi samo kada obrtni deo nema osovinu: "točak" mora da lebdi u prostoru na drugi način. Prema tome, postaje nemoguće da se načini osovina točka korišćenjem jednog komada kože. A ako ne može da se napravi točak bez osovine (što bi možda bilo moguće), tada bi se točak periodično kretao preko spoja. Može li se takavim spojem bez osovine načiniti propeler? Uzgred, još uvek je zamislvo da životinje imaju točkove na osovinama, ako su točkovi "mrtvi" objekti. Čak i kada bi se iskoristila tehnologija snabdevanja krvlju, slična reaktoru sa kontinualnim protokom, životinje nebi mogle da imaju takav rast odvojenih točkova na način koji je podešen sa rastom ostatka tela i imale bi teškoća pri popravci oštećenih točkova. Odvojeni točkovi ne mogu da rastu na životinjama, one bi morale da uginu.

Izazov 162s, ***strana 75***: Primeri su: mozak u lobanji, proizvodnja krvi u kostima ili porast očiju.

Izazov 163s, ***strana 76***: Godine 2007. najveća veličina točka za putnike je oko 150 m u prečniku. Najveći propeler za vetrenu turbinu ima prečnik 125 m. Peći za cement su najduži točkovi: mogu da budu dužine preko 300 m mereno duž njihove osovine.

Izazov 164s, ***strana 76***: Otpor vazduha smanjuje maksimalnu dužinu, koja se postiže za ugao od oko $\pi/4 = 45^o$, od oko $v^2/g = 91,7$ m nadole do oko 50 m.

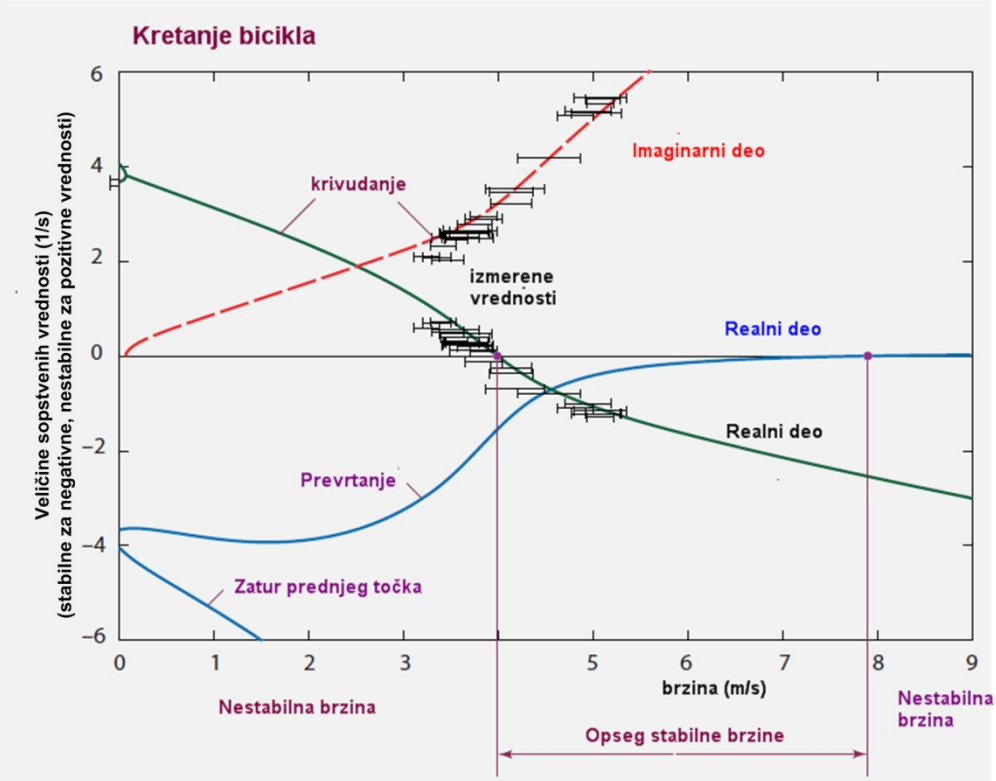
Izazov 168s, ***strana 81***: Popisu se mogu dodati Sunce, nebo i slika predela (pejzaž).

Izazov 169s, ***strana 81***: Ne postoji treća mogućnost. Duhovi, halucinacije, viđenja Elvisa Prislija ili vanzemaljaca morali bi da budu objekti ili slike, Isto tako su i senke samo posebna vrata slika.

Izazov 170s, ***strana 81***: Ovo pitanje je jako razmatrano tokom 17. veka; čak se i Galilej saglasio da bi to bile slike. Međutim, to su objekti koji mogu da se sudare sa drugim objektima, kao što je bio spektakularan sudar Jupitera i komete Shoemaker-Levy 1994. godine. U međuvremenu, napravljeni su sateliti da bi se sudarili sa kometama, pa čak i da pucaju na njih (i pogode).

Izazov 171s, ***strana 82***: Minimalna brzina je približno ona uz koju je moguća vožnja bez ruku. Ako to radite, ***nežno*** gurnite upravljač, pa ćete imati iskustvi opisano gore. Pazite, ako gurnete prejako možete opasno da padnete.

Bicikl je jedno od najkomplikovanijih mehaničkih sistema u svakodnevnom životu i još uvek je predmet istraživanja. I očigledno, svetski stručnjaci su Holanđani. Pregled ponašanja bicikla dat je na ***slici 298***. Glavni rezultat je taj da je bicikl stabilan u uspravnom položaju u opsegu srednjih brzina. Samo pri malim i velikim brzinama mora vozač aktivno da upravlja da bi osigurao usprevan položaj bicikla. Za više detalja pogledati rad J. P. Meijaard, J.M. Papadopoulos, A. Ruina & A.L. Schwab, *Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review*, Proceedings of the Royal Society A **463**, strane. 1955–1982, 2007 i J.D. G. Kooijman, A. L. Schwab & J. P. Meijaard, *Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle*, Multibody System Dynamics **19**, strane. 115–132, 2008. Pogledajte takođe audiophile.tam.cornell.edu/~als93/Bicycle/index.htm.



Slika 298 Izmerena (crne duži) i izračunata ponašanja bicikla (linije u bojama) – ili preciznije dinamičke osobine bicikla u funkciji brzine (© Arend Schwab).

Izazov 172s, ***strana 83***: Težina se smanjuje zbog gubitka isparene vode kroz znojenje, kao i, u manjoj meri, usled izdisanja ugljenika vezanog u ugljendioksidu

Izazov 173s, ***strana 84***: Ako se lopta u pokretu ne obrće, posle sudara lopte se razilaze pod ***pravim*** uglom između njih.

Izazov 174s, ***strana 85***: Pošto je blok težak, brzina koju primi od čekića je mala i lako je zaustavi ljudsko telo. Ovaj efekt radi i sa nakovnjem umesto sa betonskim blokom. U drugoj uobičajenoj varijanti osoba ne leži na ekserima, već je u vazduhu: održava se u horizontalnom položaju sa glavom i ramenima na jednoj, a sa stoplima na drugoj stolici,

Izazov 175s, ***strana 85***: Da, odrednica mase valjana je i za magnetizam, pošto precizni uslovi nisu oni za koje je interakcija centralna, već da se interakcija ostvarije na opštiji način koji uključuje ubrzanja kao što su ona koja nastaju od magnetizma. Možete li da zaključite uslove iz odrednice mase kao veličine koja održava količinu kretanja?

Izazov 176s, ***strana 86***: Umesto da koristite efekte inercije Zemlje, lakše je da se njena masa utvrdi iz njenih efekata gravitacije. (***Strana 137***)

Izazov 180s, ***strana 87***: Na prvi pogled relativnost podrazumeva da tahioni imaju imaginarnu masu; međutim, sačinilac imaginarnosti može da se izdvoji iz odnosa masa – energija i masa –

količina kretanja, Tako može da se odredi realna masa za tahione; kao rezultat toga, brži tahioni imaju manju energiju i manju količinu kretanja. I količina kretanja i energija mogu biti negativni broj bilo koje veličine.

Izazov 181s, ***strana 89***: Levo većina situacija ima mali efekt, drugi čini da se automobil kotrlja napred i nazad, desne dve slike pokazuju način kako se može otvoriti boca vina bez otvarača.

Izazov 182s, ***strana 87***: Noge nisu nikada savršeno vertikalne; one bi momentalno kliznule ustranu. Pošto mačka ili čovek budu na podu, skoro je nemoguće da ponovo ustanu.

Izazov 183s, ***strana 87***: Očuvanje količine kretanja (ili težišta) bi podrazumevalo da bi okruženje bilo ubrzavano u suprotnom smeru. Očuvanje energije bi podrazumevalo da bi veliki deo energije bio prenošen između dva položaja i da pritom istopi sve između. Teleportovanje bi prema tome bilo u suprotnosti sa očuvanjem energije i količine kretanja.

Izazov 184s, ***strana 89***: Deo plime usled Sunca, solarni vetar i interakcije između oba magnetna polja, primeri su mehanizama trenja između Zemlje i Sunca.

Izazov 185s, ***strana 89***: Povećanje (fizičke) kinetičke energije je uz sačinilac 1/2 i jednako je radu izvršenom u sistemu: ukupna energija je prema tome očuvana samo ako se doda sačinilac 1/2.

Izazov 187s, ***strana 91***: Pametno je primeniti očuvanje količine kretanja.

Izazov 188s, ***strana 91***: Nijedan. Kočenjem su oštećenja veća, ali još uvek jednaka na oba automobila.

Izazov 189s, ***strana 91***: Sistemi grejanja, transportne mašine, mašine u fabrikama, čeličane, električni generatori pokrivaju gubitke u prenosnoj mreži. Uzgred, u najbogatijim zemljama na svetu, kao što su Švedska i Švajcarska, troši se samo polovina energije po stanovniku u odnosu na SAD. Ovi gubici su jedan od razloga za nizak prosečni životni standard u SAD.

Izazov 194s, ***strana 95***: Samo bacite u vis i uporedite spretnost potrebnu da se napravi zaokret oko različitih osa.

Izazov 195s, ***strana 95***: Koristiti odrednicu momenta inercije i Pitagorine teoreme za svaki element mase tela

Izazov 196s, ***strana 95***: Obesite telo, vezivanjem užeta u dve različite tačke. Presečna tačka pravih u produžetku linije užeta je centar mase (težište)

Izazov 197s, ***strana 95***: Pogledati ***Tabelu 19*** i ***Tabelu 20***

Izazov 198s, ***strana 95***: Lopte imaju usmerenje, pošto uvek možemo dodati malu tačku na njenu površinu, Ova mogućnost ne postoji za mikroskopske objekte, a ovu situaciju mi ćemo proučiti u delu o kvantnoj teoriji.

Izazov 201s, ***strana 97***: Da, majmun može da dohvati bananu. Majmun mora samo da se obrne oko sopstvene ose. Pri svakom obrtu će ploča da se malo obrne prema banani. Naravno, isto tako su moguće i druge metode, kao što su duvanje pod pravim uglom u odnosu na osu, uriniranje i slično.

Izazov 202d, ***strana 97***: Linearno kretanje sopstvenim pogonom je u suprotnosti sa očuvanjem količine kretanja; promena usmerenja sopstvenim pogonom (sve dok kretanje ponovo ne stane) nije u suprotnosti sa bilo kojim zakonom očuvanja. Ali dublji, konačni razlog za ovu razliku biće otkriven u poslednjem delu naše pustolovine.

Izazov 204s, ***strana 98***: Tačka koja se kreće tačno po radijalnom pravcu točka obrazuje kružnicu između osa i iznad oboda. To su tačke koje su pojašnjene na ***slici 77***, ***strana 97***

Izazov 205s, ***strana 98***: Koristiti očuvanje količine obrtnog kretanja oko tačke dodira. Ako se predpostavi da je celokupna masa točka u obodu, krajnja brzina obrtanja je polovina početne; ona ne zavisi od koeficijenta trenja

Izazov 207s, ***strana 99***: Verovatno je “ostatak svemira” označio pisac. Zaista, deo koji se kreće u zatvorenom sistemu nikada ne pomera centar gravitacije. Ali da li je svemir zatvoren? I da li je sistem? Poslednji deo naše pustolovine bavi se ovim pitanjem.

Izazov 211s, ***strana 99***: Ova metoda je omogućila da Filaes Fog dobije glavnu opkladu u dobro poznatom romanu Žila Verna (Jules Verne) *Put oko sveta za 80 dana*, prevod *Le tour du monde en quatre-vingts jours.*

Izazov 212s, ***strana 100***: Ljudsko telo je efikasnije u pogledu energije na niskom i srednjem nivou. Tema je je još uvek subjekt istraživanja, kao što je dato detaljnije u citiranoj referenci. Određen je kritičan nagib od 16º pri hodanju uzbrdo, ali treba da je različit pri hodanju nizbrdo.

Izazov 213s, ***strana 100***: Savet: energija po putu je sila.

Izazov 214s, ***strana 100***: Očuvanje momenta količine kretanja sačuvalo je čašu. Pokušajte.

Izazov 215s, ***strana 100***: Pre svega, podaci Mak Dugalovog (MacDougall) eksperimenta su manjkavi. U šest slučajeva koje je Mak Dugal istraživao on nije znao tačno vreme smrti. Njegova tvrdnja da se masa smanjuje ne moze da se zaključi iz njegovih sopstvenih podataka. Savremena merenja na uginulim ovcama, približno istih masa kao ljudi, pokazala su da se masa ne smanjuje, ali neto težina pulsira za nekoliko desetine grama kada se srce zaustavi. Ovo privremeno smanjenje težine moglo bi biti usled ispuštanja vazduha ili vlage, usled opuštanja mišića ili zaustavljanja cirkulacije krvi. Na pitanje nije odgovoreno.

Izazov 217s, ***strana 101***: Pod predpostavkom kvadratne planine, visina h iznad kore koja je okružuje i dubine d ispod, sate su odnosom:

$$\frac{h}{d} = \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_c} \tag{133}$$

gde je ρ_c gustina kore, a ρ_m gustina omotača. Za date vrednosti gustina odnos je 6,7 koji dovodi do dodatne dubine od 6,7 km ispod planine.

Izazov 219s, ***strana 101***: Limenka je napunjena tečnošću. Video snimci na internetu prikazuju eksperiment. Zašto je takav slučaj?

Izazov 222d, ***strana 101***: Ponašanje lopti ne može da se objasni drugačije nego da se talasi elastičnosti šire kroz lanac lopti. Jedino širenje ovih talasa elastičnosti, posebno njihovo odbijanje na kraju lanca, objašnjava da isti broj lopti koje su udarene sa jedne strane pokrenu ostale. Posle duže vremena trenje će učiniti da sve lopte osciluju u fazi. Možete li da to potvrdite?

Izazov 223d, ***strana 102***: Kada kratki valjak udari u dugački, dva talasa sabijanja kreću iz tačke dodira kroz oba valjka. Kada svaki od dva talasa sabijanja dođe do kraja, on se odbija kao talas izduženja, Ako se pravilno odabere geometrija, talas izduženja koji se vratio iz kratkog valjka nastavlja kroz dugačak (koji se još uuvek nalazi u fazi sabijanja). U dovoljno dugom vremenu dodira, talasi iz kratkog valjka mogu da prenesu dosta energije u dugačak valjak. Očuvana je količina kretanja, kao i energija; dužina dugačkog valjka će oscilovati kada se on odvoji, tako da nije celokupna njegova energija translacijska. Ove oscilacije se potom koriste za zakivanje eksera ili za bušenja u kamenom zidu. U komercijalnim vibrirajućim bušilicama obično se koristi odnos dužina 1:10.

Izazov 224s, ***strana 102***: Prenos količine kretanja na zid se udvostručuje kada lopta savršeno odskoči.

Izazov 225s, ***strana 102***: Ako je čep u željenom položaju, skinite plastičnu zaštitu sa čepa, stavite tkaninu oko boce, ili bocu u cipelu (samo iz razloga zaštite) i udarajte učestano bocom o pod ili je pustite da padne u nagnutom položaju, kao što je prikazano na ***slici 70***, ***strana 89***. Pri svakom udarcu čep će malo izaći. Ako je čep upao u bocu, stavite polovinu tkanine u bocu; protresite da bi čep pao u tkaninu. Povucite tkaninu iz boce: najpre lagano, dok čep ne bude skoro sasvim omotan tkaninom, a zatim jako.

Izazov 226s, ***strana 102***: Zaista, donji kraj lestvica uvek dodirne pod. Zašto?

Izazov 227s, ***strana 103***: Atomski mikroskop.

Izazov 229s, ***strana 103***: Čovek koji trči: $E \approx 0{,}5 \cdot 80\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m/s})^2 = 1\ \text{kJ}$; puščani metak; $E \approx 0{,}5 \cdot 0{,}04\ \text{kg} \cdot (500\ \text{m/s})^2 = 5\ \text{kJ}$

Izazov 230s, ***strana 103***: Sloro je dvostruke dužine.

Izazov 231s, ***strana 103***: U najvišoj tački je ubrzanje $g \cdot sin\alpha$, gde je α ugao klatna u najvišem položaju. U najnižem položaju je ubrzanje v^2/l, gde je l dužina klatna. Očuvanje energije podrazumeva da je $v^2 = 2gl(1 - cos\alpha)$. Prema tome, problem zahteva da je $sin\alpha = 2(1 - cos\alpha)$. Iz ovoga se dobija rezultat $cos\alpha = 3/5$

Izazov 232d, ***strana 103***: Potrebna su jednakosti za promenu mase $dm/dt = \pi\rho_{para} r^2|v|$ usled magle i jednakost jednakost evolucije pada brzine $m \cdot dv/dt = mg - v \cdot dm/dt$, Ove dve jednakosti daju:

$$\frac{dv^2}{dr} = \frac{2g}{C} - 6\frac{v^2}{r} \tag{134}$$

gde je $C = \rho_{para}/4\rho_{voda}$. Trik je da se pokaže da ovo može ponovo da se napiše kao:

$$r\frac{d}{dr}\frac{v^2}{r} = \frac{2g}{C} - 7\frac{v^2}{r} \tag{135}$$

Za dovoljno dugo vreme sve fizički osetljivi rastvori postižu $v^2/r = 2g/7C$; znači da za dovoljno dugo vreme to podrazumeva:

$$\frac{dv}{dt}\frac{v^2}{r} = \frac{g}{7} \quad \text{i} \quad r = \frac{gC}{14}t^2 \tag{136}$$

O ovom čuvenom problemu, videti na primer, B. F. Edwards, J.W. Wilder & E. E. Scime, *Dynamics of falling raindrops*, European Journal of Physics **22**, pp. 113–118, 2001. i orA. D. Sokal, *The falling raindrop, revisited*, repritovano u arxiv.org/abs/0908.0090.

Izazov 233s, ***strana 103***: Jedan je brži, zbog razločitih momenata inercije. Koji?

Izazov 234s, ***strana 103***: Ne postoji jednostavan odgovor, pošto aerodinamički otpor igra važnu ulogu. Skoro da i ne postoje proučavanja ove teme. Uzgred, takmičenja u preskakanju užeta su izazovi; na primer, malo ljudi na svetu je sposobno da obrne konopac 5 puta ispod stopala tokom jednog skoka. Možete li to bolje?

Izazov 235s, ***strana 103***: Izmerite metak i ispalite ga u masu obešenu za tavanicu. Iz mase i ugla njenog otklona, može da se odredi količina kretanja metka.

Izazov 237s, ***strana 103***: Kriva koju opisuje srednja tačka lestvica koje kiznu niz zid je kružnica.

Izazov 238s, ***strana 104***: Prekidači koriste snagu koju prime kada se na njih pritisne i prenesu je do malog pretvarača koji uključuje osvetljenje putem daljinskog upravljanja visoke učestanosti.

Izazov 239s, ***strana 104***: Koriste se mudro postavljeni bimetali. Oni se pomeraju uvek kada se temperatura promeni sa dnevne na noćnu – i obrnuto, i navijaju opругu časovnika. Sam časovnik je mehanički, sa veoma malom potrošnjom energije.

Izazov 240s, ***strana 104***: Težina lifta se neće izmeniti kada brod uđe u njega. Dvojnom liftu, to jest sistemu u kojem su oba lifta povezana mehanički ili hidraulično, nije potreban pogonski motor: dovoljno je da se gornji lift napuni sa malo više vode svaki put kada brod uplovljava u njega. Ovakvi liftovi za brodove sasvim bez motora postojali su u prošlosti.

Izazov 242d, ***strana 104***: Ovo nije lako; ulogu igraju kombinacija trenja i momenta. Pogledati na primer članak od J. Sauer, E. Schorner & C. Lennerz, *Real-time rigid body simulation of some classical mechanical toys*, 10th European Simulation and Symposium and Exhibition (ESS '98) 1998, strane. 93–98, ili veb stranu www.lennerz.de/paper_ess98.pdf.

Izazov 245s, ***strana 107***: Videti ***sliku 116*** (***strana 127***)

Izazov 247d, ***strana 108***: Laplas i Gaus su pokazali da je odstupanje d na istok objekta koji pada:

$$d = \frac{2}{3}\Omega cos\varphi\sqrt{\frac{2h^3}{g}} \tag{137}$$

Ovde je Ω = 72,92 μrad/s ugaona brzina Zemlje, φ je geografska širina, g ubrzanje usled gravitacije i h visina sa koje objekt pada.

Izazov 248s, ***strana 109***: Koriolisov efekt može da se posmatra kao zbir različitih efekata iste velčičine. Prvi efekt je sledeći: u pozadini koja se obrće, brzina se menja u vremenu. Ono što

inercijalni posmatrač (koji se ne obrće) opaža kao stalnu brzinu, biće opaženo kao brzina koja se menja u vremenu od strane posmatrača koji se obrće. Ubrzanje koje vidi posmatrač koji se obrće je negativno i srazmerno ugaonoj brzini i brzini. Drugi efekt je promena brzine u prostoru. U referentnom sistemu obrtanja, različite tačke imaju različite brzine, Efekt je negativan i srazmeran ugaonoj brzini i brzini. Ukupno, Koriolisovo ubrzanje (ili Koriolisov efekt) je prema tome: $\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$

Izazov 249s, ***strana 110***: ***Kratko*** klatno dužine L koje se njiše u dve dimenzije (amplitudom ρ i usmerenjem φ) pokazuje dva dodatna člana u lagranžijanu $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2} m\dot{\rho}^2 \left(1 + \frac{\rho^2}{L}\right) + \frac{l_z^2}{2m\rho^2} - \frac{1}{2} m\omega_0^2 \rho^2 \left(1 + \frac{\rho^2}{4L^2}\right) \tag{138}$$

gde je kao i obično osnovne učestanost $\omega_0^2 = g/l$, i momenat količine kretanja $l_z = m\rho^2\dot{\varphi}$. Dva dodatna člana nestaju kada $L \to \infty$; u takvom slučaju, ako sistem oscilira po elipsi d poluosama a i b, elipsa je fiksirana u prostoru, a učestanost je ω_0. Za ***konačno*** klatno dužine L učestanost se menja u:

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{a^2 + b^2}{16L^2}\right) \tag{139}$$

Elipsa se obrće uz učestanost

$$\Omega = \omega \frac{3}{8} \frac{ab}{L^2} \tag{140}$$

Ovaj obrazac se može izvesti i iz načela najmanjeg rada, kako je pokazano kod C.G. Gray, G. Karl & V. A. Novikov, *Progress in classical and quantum variational principles*, odnosno arxiv.org/abs/physics/0312071. Drugim rečima, kratko klatno u kretanju po elipsi ispoljava precesiju čak i ***bez*** Koriolisovog efekta. Pošto se ova precesija smanjuje uz $1/L^2$ za dugačka klatna je efekt mali, gde jedino preostaje Koriolisov efekt. Da bi se zapazio Koriolisov efekt kod krakog klatna, mora se stoga izbeći početno njihanje po eliptičnoj orbiti dodavanjem mehanizma koji suzbija eliptičko kretanje.

Izazov 250d, ***strana 110***: Koriolisovo ubrzanje je razlog za odstupanje od prave linije. Koriolisovo ubrzanje nastaje zbog promene brzine sa rastojanjem od ose obrtanja. Sada razmišljajmo o klatnu, koje se nalazi u Parizu, a koje se njiše u pravcu sever.jug uz amplitudu A. Na južnom kraju njihanja klatna, klatno je udaljeno od ose za $A \cdot \sin\varphi$, gde je φ geografska širina. Na tom kraju njihanja centralna tačka vešanja klatna prestiže kretanje klatna relativnom horizontalnom brzinom $v = 2\pi A \sin\varphi / 23h56min$. Period precesije je dat sa: $T_F = 23h56min/\sin\varphi$ gde je $2\pi A$ obim $2\pi A$ ovojnice putanje klatna (u odnosu na Zemlju). To daje $T_F = 23h56min/\sin\varphi$. Zašto se u obrascu pojavljuje 23 h i 56 min umesto 24 h?

Izazov 251s, ***strana 110***: Ose ostaju fiksne u odnosu na udaljene zvezde, ali ne i u odnosu na apsolutni prostor (što je subjekt koji se ne može uopšte da se vidi).

Izazov 252s, ***strana 110***: Obrtanje dovodi do male učestanosti i stoga se boje menjaju pri svetlosti koja kruži.

Izazov 253s, ***strana 110:*** Težina se menja kada se ide na istok usled Koriolisovog ubrzanja. Ako se brzina obrtanja podesi da je jednaka sa učestanošću oscilacije ravnoteže, efekt se povećava sa rezonansom. Ovaj trik je koristio Eötvös (Etveš).

Izazov 254s, ***strana 111***: Koriolisovo ubrzanje čini da se greda obrće, kao i svako telo pomereno ustranu, a dva pomeranja se sabiraju u ovom slučaju. Smer pomeranja zavisi od toga da li se eksperiment vrši na severnoj ili južnoj polulopti.

Izazov 255d, ***strana 111***: Kada se obrne za π oko ose istok-zapad, Koriolisovo ubrzanje napravi brzinu pomeranja tečnosti oko cevi. Ona ima vednost

$$v = 2\omega r \sin\theta \tag{141}$$

sve dok se trenje može zanemariti. Ovde je ω ugaona brzina Zemlje, θ je geografska širina i r je (veći) potupречnik torusa. Za cev prečnika 1 m u kontinentalnon delu Evropu ovo daje brzinu od $6{,}3 \cdot 10^{-5}$ m/s. Merenje bi moglo bilo lakše kada bi se prečnik cevi smanjio na jednu tačku, tako da brzina raste u njoj. Smanjenje područja sačiniocem 100 povećava brzinu za isti sačinilac. Kada je eksperiment sprovođen, vođeno je računa da se izbegnu svi ostali efekti koji uzrokuju pomeranje vode, kao što je gradijent temperature u sistemu.

Slika 299 Utvrđivanje izraza Sanjakovog efekta

Izazov 256s, ***strana 112***: Zamislite kružnu putanju svetlosti (na primer u staklenom vlaknu oblika kružnice) i dva zraka koji se duž nje kreću u suprotnim smerovima, kao što je prikazano na ***slici 299***. Ako se putanja u vlaknu obrće uz učestanost obrtanja Ω, možemo zaključiti da je posle jednog obrta razlika ΔL u dužini putanje:

$$\Delta L = 2R\Omega t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c} \tag{142}$$

Fazna razlika je preme tome:

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi^2 R^2}{c\lambda}\Omega \tag{143}$$

ako je indeks prelamanja 1. Ovo je potreban obrazac za glavni slučaj Sanjakovog efekta. Opšte je mišljenje da se Sanjakov efekt može razumeti samo uz pomoć opšte teorije relativnosti; to je pogrešno. Kao što je upravo učinjeno, efekt se može zaključiti zbog invarijantnosti brzine svetlosti c. Efekt je u saglasnosti sa teorijom specijalne relativnosti.

Izazov 257s, ***strana 113***: Metalna šipka je malo duža na jednoj strani ose. Kada se nit koja je drži zapali pomoću sveće, momenat inercije se poveća sa sačiniocem 10^4; stoga ona počinje da se obrće sa (tačno) 10^4 puta brže od obrtanja zemlje, za sačinilac koji se jednostavno može videti ako se usmeri zrak svetla na ogledalo i posmatra kretanje odbijene svetlosti na zidu.

Izazov 259s, ***strana 118***: Orginalni rezultat Besela bio je 0,3136" ili 657,7 hiljade radijusa obrtanja, što je on mislio da je 10,3 svetlosne godine ili 97,5 Pm

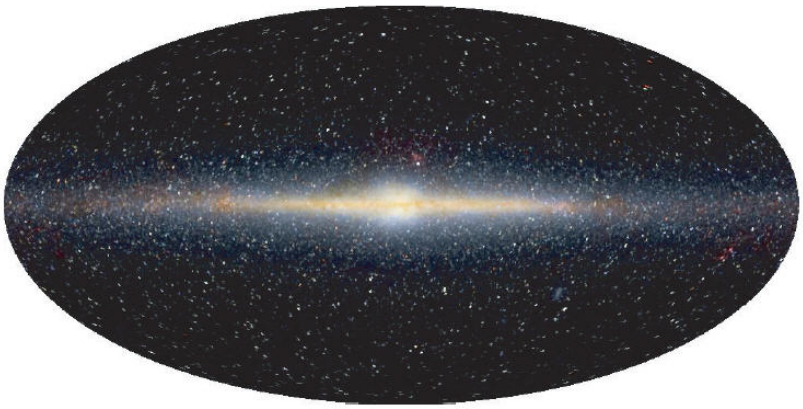
Izazov 261s, ***strana 120***: Galaksije obrazuju trake na nebu. Prema tome galaksije imaju pljosnat oblik. To je još jasnije i području infracrvene svetlosti na ***slici 300***. Iz pljosnatosti (i njene kružne simetrije) možemo da zaljučimo da galaksije moraju da se obrću. Zbog toga mora da u svemiru postoje i druge materije

Izazov 263s, ***strana 122***: Videti ***stranu 13***.

Izazov 265s, ***strana 123***: Vaga reaguje na otkucaje srca. Težina je uglavnom stalna u vremenu, osim kada srce kuca; u kratkom trajanju vremena težina se smanjuje za neki iznos uz svaki otkucaj srca. Prividno je to zbog udara krvi u luk aorte kada srce pumpa krv naviše. Brzina krvi iznosi oko 0,3 m/s prilikom maksimalne kontrakcije leve srčane komore. Dužina luka aorte je nekoliko centimetara, Vreme između kontrakcije i promene smera je oko 15 ms. Izmerena težina nije stalna čak ni kod preminule osobe, pošto vazdušna struja ometa merenje.

Izazov 266s, ***strana 123***: Koristite ***sliku 94*** na ***strani 109*** za drugu polovinu putanje, i pažljivo razmislite o prvoj polovini. Telo pada od polazne tačke neznatno ka zapadu.

Izazov 267s, ***strana 123***: Savet: lansiranje raketa sa ekvatora uštedi dosta energije, prema tome gorivo i težinu.



Slika 300 Kako izgleda u blizini infracrvene svetlosti noćno nebo i naša galaksija (NASA lažna slika)

Izazov 270s, ***strana 124***: Plamen se naginje prema unutra.

Izazov 271s, ***strana 124***: Da. Ne postoji apsolutni položaj niti apsolutni smer. Ekvivalentno tome, ne postoji ni poželjan položaj ni poželjan smer. Izgleda da je samo za vreme velikog praska u početku postojao izuzetak; međutim, kada se uključi kvantni efekt, odsustvo poželjne vremenske razmere se potvrđuje.

Izazov 272s, ***strana 124***: Na vašem ispitu je bolje da kažete da centrifugalna sila ne postoji. Ali pošto u svakom stacionsrnom sistemu postoje sile u ravnoteži, razmatranje je ponekad diverzija.

Izazov 275s, ***strana 125***: Stavite čaj u šolju na stolu i vežite sto sa četiri duga konopca koje držite u ruci.

Izazov 276s, ***strana 125***: Lopta skreće u smeru u kojem je ubrzana. Kao rezultat se može zamisliti da lopta u čaši miruje vučena naviše, pošto je pod ubrzavan naviše, Na ovo pitanje ćemo se vratiti ponovo u odeljku o opštoj teoriji relativnosti.

Izazov 277s, ***strana 125***: Trenje plime na Zemlji glavni je uzrok.

Izazov 278s, ***strana 125***: Zemljotres jačine 12 po Rihterovoj skali ima 1000 puta veću energiju od potresa u Čileu 1960. godine; ovaj poslednji je bio zbog pukotine od 40 km u celoj Zemljinoj kori duž 1000 km u kojem su obe strane kliznule za 10 m jedna u odnosu na drugu. Jedino udar meteorita može izazvati veće vrednosti od 12.

Izazov 280s, ***strana 125***: Ako se burma obrće oko ose koja nije glavna, moment količine kretanja i brzina nisu paralelne.

Izazov 281s, ***strana 126***: Da; to se događa dva puta godišnje. Da bi se smanjile štete posuđe treba da bude tamne boje.

Izazov 282s, ***strana 126***: Raketa koja se ispali iz zadnjeg dela bila bi savršena odbrana od aviona koji napadaju iz pozadine. Međutim, kada se napravi, raketa efektivno leti unazad u odnosu na vazduh, pa se stoga obrne i postane opasna za avion sa kojeg je ispaljena, Inženjeri koji nisu razmišljali o ovom efektu umalo da ubiju pilota u toku prve takve probe.

Izazov 283s, ***strana 126***: Uvek kada majmun to uradi, bilo da se penje ili da se spušta ili da se prepusti padu, on ostaje na istoj visini kao masa. Dakle, šta će da se dogodi ako postoji trenje u točku.

Izazov 284s, ***strana 126***: Da, ako se pomeri za dovoljno veliki ugao u pravcu kretanja broda.

Izazov 285s, ***strana 126***: Momenat inercije je: $\Theta = \frac{2}{5} mr^2$

Izazov 286s, ***strana 126***: Momenat inercije je jednak takođe za kocku, ali je vrednost $\Theta = ml^2/6$. Napori da se stave u obrtanje lopta i kocka prema tome su različiti.

Izazov 287d, ***strana 126***: Videti članak od C. Ucke & H. -J. Schlichting, *Faszinierendes Dynabee*, Physik in unserer Zeit **33**, strane. 230–231, 2002.

Izazov 288s, ***strana 126***: Videti članak C. Ucke & H. -J. Schlichting, *Die kreisende Büroklammer*, Physik in unserer Zeit **36**, strane. 33–35, 2005.

Izazov 289s, ***strana 126***: Da, mesec se razlikuje na ovakav način. Možete li da zamislite šta se događa za posmatrača na ekvatoru.

Izazov 290s, ***strana 126***: Prava linija u zenitu, a na obe strane krugovi se smanjuju. Videti primer na veb strani antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap021115.html.

Izazov 292s, ***strana 127***: Ravan je opisana na opisanoj veb strani; za osobu koja stoji ravan je vertikalna i sadrži dva oka.

Izazov 293s, ***strana 128***: Kao što je ranije rečeno noge su jednostavnije od točkova u pogledu rasta, održavanja i poravaka, noge ne iziskuju ravne površine (takozvane "ulice") za delovanje.

Izazov 294s, ***strana 128***: Obrazac za stepenice je empirijski rezultat određen u eksperimentima, a koriste ga inženjeri širom sveta. Njegov početak i objašnjenje izgleda da su izgubljeni u istoriji.

Izazov 295s, ***strana 128***: Klasična svakodnevna priroda je simetrija levo-desno i stoga zahteva paran broj nogu. Hodanje po dvodimenzionalnim površinama dovelo je prirodno do minimuma od četiri noge. Morske zvezde, puževi, školjke, jegulje i zmije mnogi su važni izuzeci za koje ove tvrdnje ne važe.

Izazov 297s, ***strana 131***: Dužina dana se menja sa geografskom širinom. To važi i za dužine senki ili elevaciju zvezda na noćnom nebu, činjenice koje se lako mogu proveriti u telefonskom razgovoru sa prijateljom. Brod se pojavljuje na horizontu tako što se prvo pojavi njegov jarbol. Ovi argumenti, zajedno sa okruglom senkom Zemlje za vreme pomračenja meseca i opažanja da sve pada naniže na bilo kojem mestu, već su svi bili dati od Aristotela u njegovom tekstu ***Na nebu***. Poznato je da svi već 2500 godina znaju da je Zemlja okrugla. Mit da je zemlja ravna, u koje su verovali mnogi ljudi, pustio je u svet – kao retoričku raspravu – Kopernik. Priča se potom nastavila i uveličavala se sve više i više tokom narednih vekova, pošto je bilo uvedeno novo sredstvo za širenje laži: štampanje knjiga. (***Vol. III, strana 226***). Činjenica je da već 2500 godina većina ljudi zna da je Zemlja ima oblik lopte.

Izazov 298s, ***strana 131***: Robert Piri (Robert Peary) je zaboravio da je na dan 6. aprila 1909. godine, kada je tvrdio da je bio na Severnom polu, Sunce bilo veoma nisko na horizontu i pravilo veoma duge senke, oko deste puta veće od visine objekta. Međutim, na njegovoj fotografiji senke su mnogo kraće. (Zapravo, fotografija je snimljena na takav način da sakrije po mogućnosti sve senke.) Interesantno, on je čak 1911. godine bio uverio Kongres SAD da ga zvanično proglase za prvog čoveka na Severnom polu. (Suparnički prevarant je tvrdio da je to postigao pre Pirija, ali je njegov fotograf načinio istu grešku.) Piri je takođe varao u pogledu pređehih rastojanja u zadnjih nekoliko dana; Takođe je propustio da pomene da ga je zadnjeg dana vukao njegov partner Metju Henson (Matthew Henson), pošto on više nije bio u stanju da hoda. Zapravo, Metju Henson zaslužije veće priznanje od Pirija. Međutim, Henson nije znao da je Piri lagao za poziciju do koje su dospeli.

Izazov 299s, ***strana 131***: Da, ovaj efekt je izmeren na oblakoderima. Možete li da odredite vrednosti?

Izazov 300s, ***strana 125***: Vrh strelice vektora brzine pravi krug oko centra kretanja kada se nacrta u vremenu.

Izazov 301s, ***strana 133***: Nacrtajte sliku situacije.

Izazov 302s, ***strana 133***: Nacrtajte sliku situacije.

Izazov 303s, ***strana 133***: Vrednost proizvoda GM za Zemlju je $4{,}0 \cdot 10^{14}\ \mathrm{m^3/s^2}$

Izazov 304d, ***strana 134***: Sve tačke du dostupne za opšte nagibe; ali ako se puca horizontalno u jednom određenom smeru, dostupne su samo tačke u prvoj polovini obima.

Izazov 305s, ***strana 134***: Na mesecu je ubrzanje usled gravitacije 1,6 $\mathrm{m/s^2}$, oko šestine vrednosti na Zemlji. Vrednosti ubrzanja usled gravitacije na površini planeta mogu se naći na mnogim stranicama interneta.

Izazov 306s, ***strana 135***: Odgovor je Atvudova (Atwood) mašina; dve skoro jednake mase m_1 i m_2 spojene su pomoću kanapa obešenog za dobro podmazan točak zanemarljive mase. Ona teža pada veoma sporo. Može se dokazati da je ubrzanje a ovog "neslobodnog" pada dato kao:

$$a = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

Drugim rečima što je manja razlika masa, sporiji je slobodan pad.

Izazov 307s, ***strana 135***: Apsolutno treba da razumete poreklo ovog izraza. To će vam omogućiti da razumete mnoge važne pojmove mehanike. Ideja je da za male amplitude ubrzanje klatna dužine l nastaje usled gravitacije. Ako se nacrta dijagram sila za klatno za opšti ugao α pokazuje da je:

$$ma = -mg\sin\alpha$$
$$ml\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -mg\sin\alpha$$
$$l\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -g\sin\alpha \qquad (144)$$

Za pomenute male amplitude (ispod 15°) to je približno;

$$l\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -g\alpha \qquad (145)$$

Ovo predstavlja jednakost za harmonične oscilacije (to jest sinusne oscilacije. Posledica je kretanje prema:

$$\alpha(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \qquad (146)$$

Amplituda A u faza φ zavise od početnih uslova; međutim, učestanost oscilovanja ω je određena dužinom klatna l i ubrzanjem usled gravitacije g:

$$\omega = \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (147)$$

(Za proizvoljne amplitude je obrazac mnogo složeniji; za detalje pogledajte na stranama interneta ili posebne knjige iz mehanike.)

Izazov 308s, ***strana 135***: Brzina hodanja je srazmerna sa l/T, što čini da je proporcionalna sa $l^{1/2}$. Odnos važi uopšteno i za životinje. Zaista, merenja su pokazala da je maksimalna brzina hodanja (dakle ne brzina trčanja) skoro kod svih životinja data kao:

$$v_{max} = (2{,}2 \pm 0{,}2)\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}/\mathrm{s}\,\sqrt{T} \qquad (148)$$

Izazov 311s, ***strana 138***: Ubrzanje usled gravitacije je: $a = Gm/r^2$, ili za masu od 75 kg $a \approx 5$ nm/s^2. Za let sa masom $m_{\mathrm{fly}} = 0{,}1$g prizemljenje osobe brzinom $v_{fly} = 1$ cm/s i deformaciju kože od $d = 0{,}3$ mm (bez gubitka energije), osoba mora da bude ubrzana sa $a = (v^2/d)(m_{fly}/m) = 0{,}4$ μm/s^2. Gubitak energije neelastičnog sudara smanjuje ovu vrednost najmanje uz sačinilac deset.

Izazov 312s, ***strana 139***: Izračunavanja pokazuju da je začudujuće velika vrednost energije akumulirana u toplotnim kretanjima.

Izazov 315s, ***strana 140***: Najjednostavniji način da se to sagleda je da se prikaže gravitacija kao upliv koji potiče od lopte. To daje zavisnost od sile kao $1/r^{d-1}$ i stoga $1/r^{d-2}$ kao zavisnost od potencijala.

Izazov 317s, ***strana 141***: Pošto su putanje slobodnog pada elipse, krive koje leže u ravni, to je očigledno.

Izazov 318s, ***strana 142***: Vektor $\boldsymbol{OF}$ može da se izračuna ako se koristi $\boldsymbol{OS} = -(GmM/E)\boldsymbol{OP}/OP$ a zatim prevede konstrukcija data na slici u obrazac. Ova vežba daje:

$$\boldsymbol{OF} = \frac{\boldsymbol{K}}{mE} \qquad (149)$$

gde je:

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{L} - GMm^2 \frac{\boldsymbol{x}}{x} \tag{150}$$

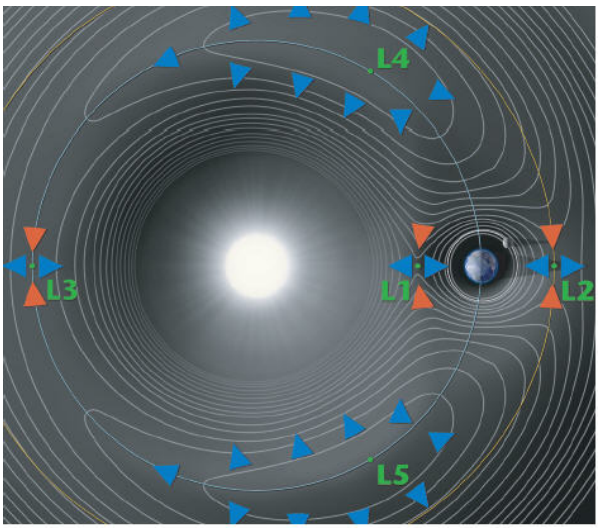
takozvani Runge-Lencov vektor. (Koristili smo $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{OP}$ za položaj tela koje se obrće, $\boldsymbol{p}$ za njegovu količinu kretanja i $\boldsymbol{L}$ za njegov moment količine kretanja. Runge-Lencov vektor $\boldsymbol{K}$ je ***konstantan*** duž orbite tela, pa prema tome ima ***iste*** vrednosti za bilo koji položaj $\boldsymbol{x}$ na orbiti. (Dokažite ovo tako što ćete početi od $\boldsymbol{xK} = xK\cos\vartheta$. Runge-Lencov vektor je ***očuvana*** veličina u opštoj gravitaciji. Kao rezultat toga vektor $\boldsymbol{OF}$ je takođe konstantan u vremenu. Runge-Lencov vektor se isto tako često koristi u kvantnoj mehanici, kada se izračunava energetski nivo atoma vodonika, kao što se javlja u svim problemima sa $1/r$ potencijalom. (Ustvari, pogrešno ime "Runge-Lenc vektor" je zbog Volfganga Paulija (Wolfgang Pauli); pronalazač ovog vektora je Jakob Herman (Jakob Hermann) 1710. godine).

Izazov 319s, ***strana 143***: Na orbiti, ***strana 145***.

Izazov 321s, ***strana 143***: Malo ubrzanje usled gravitacije na Mesecu od 1,6 m/s^2, podrazumeva da se molekuli gasa na uobičajenoj temperaturi ne privlače.

Izazov 323s, ***strana 143***: Blesak svetla je poslat na Mesec gde su nekoliko "mačjih očiju" rasporedili Lunohod i Apolo misija. Precizno merenje vremena potrebno da blesak ode i da se vrati bilo je dovoljno da se izmeri promena udaljenosti Meseca. Za više detalja, videti ***Izazov 8***..

Izazov 325s, ***strana 145***: Telo koje ima nultu količinu kretanja u beskonačnom prostoru je na putanji oblika parabole. Telo sa malom količinom kretanja je na putanji oblika elipse, a ono sa velikom količinom kretanja je na putanji oblika hiperbole.



Slika 301 Lagranžove tačke i efektivni potencijali koje one proizvode

Izazov 328s, ***strana 146***: Lagranžove tačke L4 i L5 su na orbiti na 60º ispred i iza tela u orbiti. One su stabilne ako je odnos masa centralnog tela i tela koje je u orbiti dovoljno velik (veći od 24,9).

Izazov 329d, ***strana 146***: Lagranžova tačka L3 nalazi se na orbiti, ali tačno na suprotnoj strani u odnosu na centralno telo. Lagranžova tačka L1 nalazi se na pravoj koja spaja planetu sa centralnim telom, dok je tačka L2 na istoj pravoj ali leži izvan orbire. Ako je R poluprečnik orbite, rastojanje između tela u orbiti i tačaka L1 i L2 iznosi

$$\sqrt[3]{\frac{m}{3M}} R$$

što daje približno 4 puta veće rastojanje od Meseca za sistem Sunce-Zemlja. L1, L2 i L3 su prevojne tačke, ali oko njih postoje efektivno stabilne orbite. Mnogi sateliti koriste ove osobine, uključujući poznat WMAP koji meri talase velikog praska, a koji je postavljen u "mirnoj" tački *L2*, gde ga Zemlja i Mesec štite od uticaja Sunca, pa je temperatura satelita stalna.

Izazov 330s, ***strana 148***: To je efekt rezonanse, na isti način kao kada male vibracije strune mogu izazvati velike oscilacije vazduha i zvučna kutija u gitari.

Izazov 332s, ***strana 150***: Izraz za intenzitet plime, naime $2GM/d^3$, može da se napiše i kao $(8/3)\pi G\rho(R/d)^3$. Zatim je R/d približno isti i za Sunce i za mesec, što pokazuje svako pomračenje. Tako gustina ρ mora da bude za Mesec mnogo veća. Zapravo odnos intenziteta plime (visina) usled Meseca i usled Sunca iznosi približno 7:3. To je takođe i odnos između gustina masa ova dva tela.

Izazov 333s, ***strana 150***: Ukupan moment količine kretanja za Zemlju i za Mesec mora da ostane stalan.

Izazov 335s, ***strana 152***: Sačekati pomračenje Sunca.

Izazov 337s, ***strana 152*****:** Nažalost, mit o "pasivnoj gravitacijskoj masi" proširio se u mnogim knjigama. Pažljiva istraživanja su pokazala da je ona izmerena na tačno isti način kao inercijska masa. Obe mase su merene uz pomoć istih mašina i naprava. U svim ovim eksperimentima bili su pomešani i zahtevani efekti kako inercijske, tako i pasivne gravitacijske mase. Na primer, vaga u kupatilu prigušila je svaku oscilaciju, za šta je potrebna inercijska masa. Uopšteno govoreći izgleda nemoguće razlikovati inercijsku od pasivne gravitacijske mase usled svih masa u ostatku svemira. Ukratko, ova dva pojma su zapravo jednaki.

Izazov 339s, ***strana 153***: Ovi problemi nastaju zbog toga što gravitacijska masa određuje potencijalnu energiju, a inercijska masa kinetičku.

Izazov 340s, ***strana 153***: Ili su oni pali na nagnute snežne padine planine, ili na visoko drvo ili neku drugu mekanu strukturu. Rekord je slobodan pad sa preko 7 km koji je preživljen. Nesavni slučaj je vest iz 2007. godine i njen opis se može naći na veb strani: www.bbc.co.uk/jersey/content/articles/2006/12/20/michael_holmes_fall_feature.shtml

Slika 302 Poznati avion KC-135 "povraćanje komete" izvodi let po paraboli (NASA)

Izazov 342s, ***strana 154***: Za samo nekoliko hiljada eura možete doživeti efekt nulte gravitacije u letu po paraboli, prikazanoj na ***slici 302***. (Mnoge "fotografije" letova po paraboli koje se mogu naći na internetu su zapravo računarske grafike. Šta je sa ovom?) Kako se zapravo ***oseća*** nulta gravitacija? Osećaj je sličan plivanju pod vodom, ali bez otpora vode. Isto tako se oseća kao kada se skače u vodu. Međutim, za kosmonaute postoji još jedan osećaj; kada brzo okrenu glavu čulo za ravnotežu u njihovim ušima se ne resetuje usled gravitacije. Prema tome, tokom prvog ili više dana, većina kosmonauta ima osećaj vrtoglavice ili mučnine, takozvane ***bolesti svemira***. Posle tog vremena telo se prilagodi i kosmonauti mogu u potpunosti da uživaju u toj situaciji.

Izazov 343s, ***strana 154***: Težište metle pada uobičajenom brzinom, tako da kraj drške pada brže.

Izazov 344s, ***strana 154***: Samo upotrebite očuvanje energije za obe mase, skakača i užeta. Za više detalja koji uključuju upoređivanje merenje u eksperimentima i teoriju, pogledati N. Dubelaar & R. Brantjes, *De valversnelling bij bungee-jumping*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **69**, strane. 316–318, oktobar 2003.

Izazov 345s, ***strana 155***: Oko 1 tone.

Izazov 346s, ***strana 155***: Oko 5 g.

Izazov 347s, ***strana 155***: Vaša težina je uglavnom stalna; prema tome Zemlja mora da je okrugla. Na ravnoj Zemlji bi se težina menjala od mesta do mesta, u zavisnosti od vašeg rastojanja od ivice.

Izazov 348s, ***strana 155***: Niko nikada nije tvrdio da je težište (centar mase) isto što i centar gravitacije! Privlačna sila meseca je zanemarljiva na površini Zemlje.

Izazov 350s, ***strana 155***: To je masa Zemlje. Okrenite samo sto na glavu.

Izazov 352s, ***strana 156***: Mesec će biti na rastojanju koje je 1,25 puta veće nego sada. Sunce će zato tada usporiti sistem obrtanja Zemlja-Mesec, zbog mnogo manjeg trenja plime od deformacije Sunca. Kao rezultat, Mesec će se vraćati na sve manje i manje rastojanje od Zemlje. Međutim, do tada će Sunce postati crveni džin pošto bude progutalo i Zemlju i Mesec.

Izazov 354s, ***strana 156***: Galilej je odredio da je odnos za njihanje (polovina periode) $\sqrt{2}/\pi$. (Pogledajte ***Izazov 307***). Ali na ovaj način može se odrediti broj decimala za π ne veći od dve, možda tri decimale.

Izazov 355s, ***strana 157***: Očuvanje količine kretanja nije prepreka, kao što bilo koji teniski reket ima isti efekt na tenisku loptu.

Izazov 356s, ***strana 157***: Zapravo u prostoru brzine, eliptično, parabolično i hiperbolično kretanje opisani su pomoću kružnica. (***Ref. 160***). U svim slučajevima hodogram je kružnica.

Izazov 357s, ***strana 157***: Ovo pitanje je staro (bilo je postavljeno još za vreme Njutna) i značajno. Jedan razlog je da se zvezde drže na rastojanju usled obrtanja galaksije. Drugi je da se galaksije drže na rastojanju zbog količine kretanja dobijene u velikom prasku. Bez velikog praska sve bi zvezde morale da se urušavaju ujedno. U tom smislu, veliki prasak se može zaključiti preko gravitacijskog privlačenja i nepokretnog noćnog neba. Kasnije ćemo zaključiti da je tamno noćno nebo još jedan dokaz postojanja velikog praska.

Izazov 358s, ***strana 157***: Izbor je jasan, pošto primećujete da ne postoji nijedan deo orbite koji je konkavan prema Suncu. Možete li to da pokažete?

Izazov 360s, ***strana 157***: Brzina kojom se napušta Zemlja – bez pomoći drugih planeta – je 42 km/s. Međutim, ako se dozvoli pomoć drugih planeta, Ona je manja od polovone ove vrednosti. (Zašto?)

Ako bi brzina za napuštanje tela bila brzina svetlosti, telo bi bilo crna rupa; čak ni svetlost ne može da je napusti. O crnim rupama će se detaljnije raspravljati u delu knjige o teoriji reletivnosti (***Vol. II, strana 203***).

Izazov 361s, ***strana 157***: Korišćenjem maksimalne visine skoka od h = 0,5 m na Zemlji i procene gustine asteroida od ρ = 3 Mg/m^3, dobijamo maksimalni poluprečnik $R^2 = 3gh/4\pi G\rho$ ili $R \approx 2{,}4$ km

Izazov 362s, ***strana 158***: Ručica od dva tela.

Izazov 365s, ***strana 158***: Oblik aneleme u podne po lokalnom vremenu prikazan je na ***slici 303***. Vertikalno istezanje analeme nastalo je usled iskošenja, odnosno nagiba ose Zemlje (ono je dva puta po 23,45°). Horizontalno izduženje nastaje usled kombinacije iskošenja i eliptičnosti orbite oko Sunca. Oba efekta menjaju brzinu Zemlje duž njene orbite, što dovodi do promene položaja Sunca na nebu tokom godine u podne po lokalnom vremenu. Asimetrični položaj centralne presečne tačke i oblik analeme ugrađeni su u šipku za senku preciznog sunčanog sata.

Izazov 366s, ***strana 160***: Hvatanje fluidnog tela je moguće ako je ono razdvojeno silama plime.

Izazov 367s, ***strana 160***: Tunel bi bio izdužena elipsa u ravni ekvatora, koja se proteže od neke tačke na ekvatoru do njenog antipoda (tačke nasuprot). Vreme obrtanja se nebi menjalo u poređenju sa Zemljom koja se nebi obrtala. Videti A. J. Simonson, *Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine **77**, strane. 171–188, juni 2004.

Slika 303 Analema snimana u podne po lokalnom vremenu od januara do decembra 2002. godine na Partenonu atinskog Akropolja i precizni sunčani časovnik (© Ayiomamitis, Stefan Pietrzik).

Izazov 369s, ***strana 160***: Težište sunčevog sistema može biti dva puta dalje od poluprečnika Sunca; on je prema tome izvan Sunca.

Izazov 370d, ***strana 160***: Prvo, tokom letnjeg vremena na severnoj hemisferi Zemlja kreće se brže oko Sunca nego li tokom zimskog vremena. Drugo, plitka orbita Sunca na nebu daje duže dane zbog svetlosti kada je Sunce ispod horizonta.

Izazov 371s, ***strana 161***: Osim vidljivosti Meseca, nikada nije otkriven nikakav efekt na ljude. Gravitacijaki efekti – uključujući efekte plime – električni efekti, magnetni efekti i promene u kosmičkim zracima svi su oni prevaziđeni drugim efektima. Zaista, gravitacija od vozila u prolazu, elektromagnetna polja fabrika, meteorološki uslovi i promene sunčeve aktivnosti imaju veći uticaj na čovečanstvo nego Mesec. Zaključivanje da je menstrualni cikllus u vezi sa menama meseca je prividan efekt.

Izazov 372s, ***strana 161***: Jako je teško izmeriti rastojanja. Jednostavvno je posmatrati planetu kada je ispred Sunca, ali je teško proveriti da li je planeta iza Sunca. Venerine mene su predviđane za geocentričan sistem; ali mene koje on predviđa ne poklapaju se sa onima koje su opažene. Samo mene koje su zaključene iz heliocentričnog sistema poklapaju se sa onima koje su opažene. Venera kruži oko Sunca.

Izazov 373s, ***strana 161***: Videti pomenutu literaturu.

Izazov 374s, ***strana 161***: Tačno.

Izazov 375s, ***strana 161***: Za svaki par suprotnih elemenata školjke (nacrtano žuto) dva privlačenja se poništavaju.

Izazov 376s, ***strana 161***: Ne postoji praktičan način; ako bi se mase školjke mogle kretati po površini (na isti način kako se mogu pokretati po metalu) možda bi bilo moguće, ako bi se obezbedile dovoljne mase.

Izazov 380s, ***strana 162***: Da, moglo bi, a o ovome se razmišljalo više puta, uključujući i Žil Verna. Potrebna brzina zavisi u kom smeru je hitac ispaljen u odnosu na obrtanje Zemlje.

Izazov 381s, ***strana 162***: Nikada. Mesec je usmerem uvek prema Zemlji. Zemlja promeni malo položaj usled eliptičnosti putanje Meseca. Očigledno, Zemlja ispoljava mene.

Izazov 383s, ***strana 163***: Ono što se uzima u obzir je lokalna vertikalnost; u odnosu na nju, reka uvek teče nizbrdo.

Izazov 384s, ***strana 163***: Ne postoji takvo telo, kao što će pokazati odeljak o opštoj teoriji relativnosti.

Izazov 386s, ***strana 164***: Oscilovanja su čiste sinusoide, ili harmonijske oscilacije, pošto sile obnavljanja rastu linearno sa rastojanjem od centra Zemlje. Perioda T za homogenu Zemlju iznosi: $T = 2\pi\sqrt{R^3/GM} = 84\,\text{min}$

Izazov 387s, ***strana 164***: Perioda je ista za sve takve tunele, pa je posebno ista kao i perioda od 84 min koja je valjana za tunel od pola do pola. Videti, na primer, R.H. Romer, *The answer is forty-two – many mechanics problems, only one answer*, Physics Teacher **41**, strane. 286–290, maj 2003.

Izazov 388s, ***strana 164***: Ako se Zemlja ***nebi*** obrtala, većina opštih putanja pada kamena bila bi elipsa čiji se centar nalazi u centru Zemlje. Za Zemlju koja se okreće, elipse imaju precesiju. Simonson nagađa da spirografski vrtlozi u Spirograph Nebula nastaju usled nekog sličnog efekta. Mogu se videti na veb strani: antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap021214.html. Poseban slučaj je za putanju koja počinje vertikalno na ekvatoru; u tom slučaju putanja je slična putanji Fukoovog (Foucault) klatna, opisujući zvezdu sa oko 16 tačaka na kojima će kamen ponovo izbiti na površinu po obimu ekvatora. (***Ref. 174***).

Izazov 389s, ***strana 164***: Ne postoji jednostavan odgovor: brzina zavisi od geografske širine i drigih parametara. Na internetu se mogu naći video zapisi pomračenja Sunca viđeni iz svemira, na kojima je prikazano kako se senka kreče po površini Zemlje.

Izazov 390s, ***strana 165***: Centrifugalna sila mora biti jednaka sili gravitacije. Uzmimo stalnu linearnu gustinu mase d i nepoznate dužine l. U tom slučaju imamo:

$$GMd \int_R^{R+1} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \omega^2 \int_R^{R+1} r \,\mathrm{d}r$$

To daje:

$$\frac{GMdl}{R^2 + Rl} = \frac{\left(2Rl + l^2\right)\omega^2 d}{2} \qquad \text{odakle se dobija: } l = 0{,}14Gm$$

Izazov 392s, ***strana 165***: Unutrašnji prsten mora da se okreće brže od spoljnog prstena. Ako bi prstenovi bili čvrsti, oni bi bili iskidani. Ali ovaj zaključak je tačan samo ako su prstenovi unutar izvesnih granica, takozvanih ***Rošeovih*** (Roche) ***granica***. Rošeova granica je onaj poluprečnik kod kojeg se sila gravitacije F_g i sila plime F_t poništavaju na površini satelita. Za satelit mase m i poluprečnika r koji se okreće oko centralne mase M na rastojanju d, posmatraćemo sile na maloj masi μ na negovoj površini. Dobijamo uslov:

$$\frac{Gm\mu}{r^2} = \frac{2GM\,\mu r}{d^3}$$

Uz malo algebre dobija se Rošeova granica:

$$d_{Roche} = R \sqrt[3]{2\frac{\rho_M}{\rho_m}} \qquad (151)$$

Za rastojanja od centralne mase M manja od ovog, ne mogu da postoje sateliti od fluida. Ovde izveden proračun je samo približnost, stvarna Rošeova granica je oko dva puta veća od ove vrednosti.

Izazov 395s, ***strana 168***: Opterećenje je je 5 puta veće od opterećenja u mirovanju. To objašnjava zbog čega trkački konji redovno lome svoje noge.

Izazov 396s, ***strana 169***: U školi ste očekivali odgovor da je težina ista. To je dobra približnost. Ali zapravo vaga pokazuje malo veću težinu kada peščani sat radi ravnomerno u poređenju da situacijom kada pesak miruje. Posmatranje protoka količine kretanja objašnjava rezultat na jednostavan način: jedina stvar koja se uzima u obzir je količina kretanja peska u gornjoj komori, svi drugi efekti su nevažni. (***Ref. 85***). Ova količina kretanja se postepeno smanjuje tokom rada. To zahteva protok količine kretanja na vagi, tako da se stvarna težina povećava. Videti takođe eksperimentalni dokaz i njegovo objašnjenje od F. Tuinstra & B.F. Tuinstra, *The weight of an hourglass*, Europhysics News **41**, strane. 25–28, mart 2010. što je dostupno na internetu.

Ako zamislimo foton koji odskače gore dole u kutiji napravljenoj od savršenih ogledala, ideja iz zagonetke sa peščanim satom podrazumeva da če vaga pokazati veći težinu u poređenju sa situacijom bez fotona. Težina je povećana za Eg/c^2, gde je E energija fotona, g

= 9,81 m/s^2, a *c* brzina svetlosti. Ovu priču je ispričao E. Huggins, *Weighing photons using bathroom scales: a thought experiment*, The Physics Teacher **48**, strane. 287–288, maj 2010,

Izazov 397s, ***strana 169***: U stvarnosti mišići drže neki objekt iznad tla neprestanim dizanjem i ispuštanjem tog objekta, što zahteva energiju i rad.

Izazov 398s, ***strana 169***: Potrošnja električne energije pogona pokretnih stepenica zaista se povećava kada osoba na njima korača naviše. Za koliko?

Izazov 399d, ***strana 169***: Znanje je snaga, vrema je novac. E sada, ako je snaga određena kao rad u jedinici vremena, stavljanjem prve jednakosti (*znanje = rad/vreme*, odake je *vreme = rad/znanje*) i pretvaranjem, dobija se

$$novac = \frac{rad}{znanje} \tag{152}$$

što pokazuje da što manje znaš, napravićeš više novca. To je razlog što naučnici imaju male zarade.

Izazov 402s, ***strana 172***: Da, zato što bočni vetar povećava stvarnu brzinu *v* u vazduhu usled vektorskog sabiranja i zbog otpora vazduha koji je (grubo) srazmeran sa v^2.

Izazov 403s, ***strana 172***: Nedostatak statičkog trenja mogao bi se izbeći ako fluid ostane spojen sa telom; nebi postojao takozvani granični sloj. Tada se nebi imao efekt krila.

Izazov 405s, ***strana 173***: Tačno

Izazov 407s, ***strana 173***: Iz izraza $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = g - v^2(1/2cwA\rho/m)$ i stavljanjem skraćenice $c = 1/2cwA\rho$ možemo rešiti po $v(t)$ stavljanjem članova koji sadrže promenljivu *v* na jednu, a članova koji sadrže *t* na drugu stranu jednakosti, pa integrirati obe strane. Dobijamo:

$$v(t) = \sqrt{\frac{gm}{c}}\, tanh \sqrt{\frac{cg}{m}}\, t$$

Izazov 408s, ***strana 175***: Za proširena tela koja se mogu izobličiti, sopstvene osobine određene su gustinom mase – prema tome funkcijom prostora i vremena – a stanje je opisano gustinom kinetičke energije, linearnom količinom kretaja i momentom količine kretanja, kao i njegovom raspodelom napora i naprezanja

Izazov 409s, ***strana 175***: Električni naboj.

Izazov 410s, ***strana 175***: Fazni prostor ima 3*N* koordinata položaja i 3*N* koordinata količina kretanja.

Izazov 411s, ***strana 175***: Sećamo se kada se baci kamen, da su početni uslovi sabrani u efektima bacača, njegova istorija, način kako je došao tu itd.; drugim rečima, početni uslovi sumiraju prošlost sistema, to jest, efekte koje je imalo okruženje tokom istorije sistema. Prema tome, svemir nema početnih uslova i nema fazni prostor. Ako možete naći razlog da odgovorite sa da, onda ste nešta prevideli. Samo zađite u više detalja i proverite da li se pojmovi koje koristite odnose na svemir. Takođe pažljivo odredite ono što nazivate “svemir”. (***Vol. III, strana 94***).

Izazov 412s, ***strana 175***: Svetlosni mlin je primer.

Izazov 414s, ***strana 176***: Sistem koji pokazuje kretanje energije ili materije brže od svetlosti podrazumeva da za taj sistem postoje posmatrači kod kojih je izmenjen poredak uzroka i posledica. To je prikazano u dijagramu prostor-vreme (ovo je mala vežba iz odeljka o specijalnoj teoriji relativnosti).

Izazov 415s, ***strana 177***: Ako ponovljivost nebi postojala, imali bismo poteškoća da proveravamo opažanja; očitavanje časovnika takođe je opažanje. Veza između ponovljivosti i vremena treba da postane važna u poslednjem delu naše pustolovine.

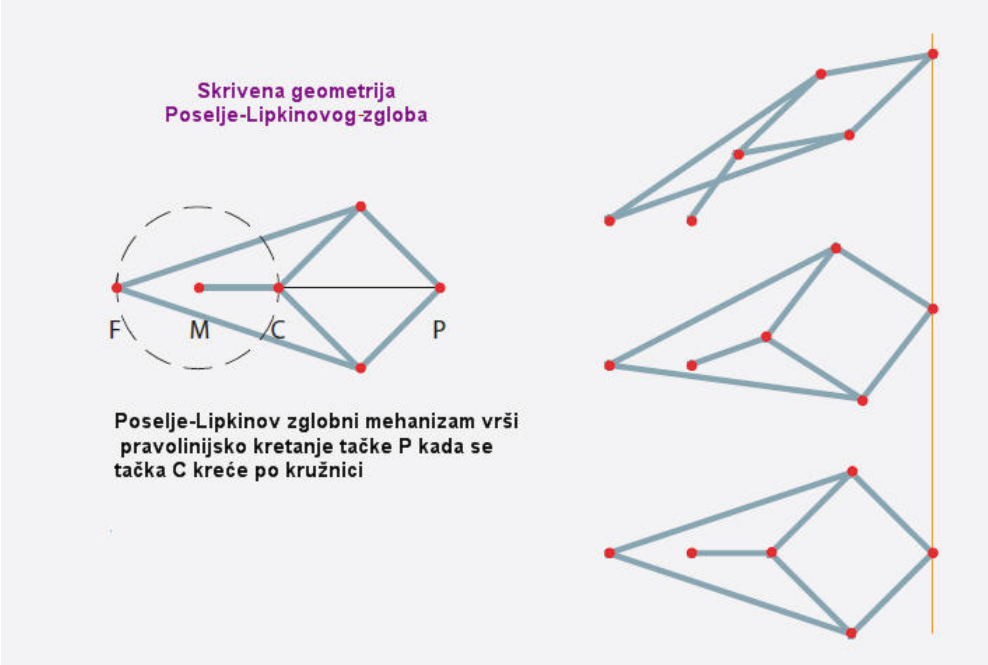
Izazov 416s, ***strana 177***: Čak i kada bi iznenađenja bila samo retkost, svako iznenađenje bi načinilo da je nemoguće odrediti vreme neposredno pre i posle njega.

Izazov 419s, ***strana 178***: Naravno, moralni zakoni sumiraju šta drugi misle ili će misliti o ličnim akcijama.

Izazov 420d, ***strana 179***: Najbrža putanja klizanja između dve tačke, ***brahistohrona***, pokazalo se da je cikloida, kriva koju opisuje tačka na točku koji se kotrlja po ravnoj površini. Dokaz se može naći na mnogo načina. Najjednostavniji je onaj kojeg je našao Johan Bernouli (Johann Bernoulli), a može se naći na: en.wikipedia.org/wiki/Brachistochrone_problem.

Izazov 422s, ***strana 180***: Ako su tačke F, C i P poravnate, ovakav krug ima poluprečnik određen kao $R = \sqrt{FC\,FP}$, gde je F njegov centar. Drugim rečima, zglobni mehanizam Poselje-Lipkin prikazuje inverziju kružnice.

Izazov 423s, ***strana 180***: Ako su tačke F, C i P poravnate, kružnica koja se prati ima poluprečnik upola manji od rastojanja FC, njegov centar je na polovini duži između tačaka F i C. Na ***slici 304*** je prikazana ova situacija.



Slika 304 Kako nacrtati pravu liniju pomoću kompasa (crtež od Zach Joseph Espiritu)

Izazov 424d, ***strana 180***: ***Slika 305*** prikazuje najverodostojniju rekonstrukciju kolica usmerenih ka jugu.

Izazov 425s, ***strana 180***: Voda je nacrtana duž strane jajeta koje se obrće. Najbrži način da se isprazni boca sa vodom je da se zavrti boca tokom njenog pražnjenja.

Izazov 426s, ***strana 180***: Pravi način je onaj gde se dimnjak ruši u V obliku, a ne u obliku izvrnutog V. Videti ***Izazov 343*** u kojem pada metla radi inspiracije kako da se dođe do rešenja. Dva primera su prikazana na ***slici 306***. Ispada da se dimnjak lomi (ako nije učvršćen u osnovi) na visini između polovine i dve trećine ukupne visine, u zavisnosti od ugla pri kojem se to događa. Za kompletno rešenje pogledati lep članak od G. Vareschi & K. Kamiy, *Toy models for the falling chimney*, American Journal of Physics **71**, strane. 1025–1031, 2003.

Izazov 434s, ***strana 188***: U jednoj dimenziji izraz $F = ma$ može da se napiše kao:

$$-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} = m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

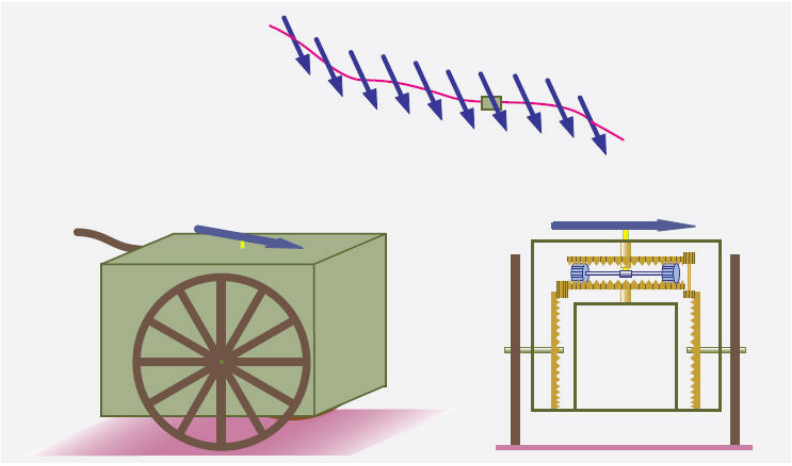
Ovo pak može dalje da se napiše kao:

$$\frac{\mathrm{d}(-V)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{2}mx^2\right)\right] = 0$$

što može da se razvije u

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}mx^2 - V(x)\right) - \mathrm{d}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}mx^2 - V(x)\right)\right] = 0$$

i predstavlja Lagranžovu jednakost za ovaj slučaj



Slika 305 Mehanizam unutar kolica koja su usmerena ka jugu

Slika 306 Rušenje dimnjaka od cigala koje zbog njegove ograničene čvrstine padaju u obliku slova V (© John Glaser, Frank Siebner).

Izazov 436s, ***strana 188***: Ne budite razočarani. Do sada niko nije bio sposoban da zamisli svemir (to nije neophodno kao i za "svet") različito od onog što se zna. Do sada su takvi pokušaji uvek dovodili do logičkih nedoslednosti.

Izazov 438s, ***strana 189***: To je ekvivalentno, pošto jednakosti kretanja slede iz načela najmanjeg rada, a istovremeno načelo najmanjeg rada sledi iz jednakosti kretanja.

Izazov 440s, ***strana 191***: Za gravitaciju postoje sva tri sistema: obrtanje u galaksijama, pritisak u planetama i Paulijev pritisak u zvezdama koji nastaje usled Paulijevog načela isključivosti. (***Vol. IV, strana 106***). Nasuprot jakoj interakciji načelo isključivosti deluje u jezgrima i neutronskim zvezdama; u neutronslim zvezdama možda takođe obrtanje i pritisak dopunjavaju Paulijev pritisak. Ali za elekromagnetnu interakciju ne postoje mešavine drugačije no što su naše svakodnevne materije, koje su organizovane jedino Paulijevom načelom isključivosti, a koje deluju između elektrona.

Izazov 441s, ***strana 191***: Agregati su često obrazovani od materije koja konvergira ka centru. Ako postoji samo mala asimetrija u ovoj konvergenciji – usled nekog spoljnog uticaja – krajnji rezultat je agregat koji se obrće.

Izazov 442s, ***strana 193***: Moment količine kretanja je promena uz poštovanje ugla, pri čemu je energija obrtanja opet promena uz poštovanje vremena, kao što je energija.

Izazov 443s, ***strana 193***: Ne na takav način. Mala promena može da ima velike efekte, što pokazuje svaki prekidač. Ali male promene u mozgu moraju da se saopšte spolja, a to će se događati otprilike uz zavisnost od $1/r^2$. To čini ove efekte tako malim, da čak uz najosetljiviji prekidač – koji ni uz maštu ne postoji – nikakav efekt ne može da se ostvari.

Izazov 445s, ***strana 194***: To je pogrešno pitanje. $T - U$ nije minimalno, samo je prosečno.

Izazov 446s, ***strana 194***: Ne. Sistem teži najmanjem potencijalu samo ako je rasipan. Međutim, moglo bi se zaključiti da sistemi sa očuvanjem osciluju oko minimalnog potencijala.

Izazov 447s, ***strana 194***: Obrazac je:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} \tag{153}$$

Poseban odnos brzina između brzine u vazduhu (ili u vakuumu, koja je približno ista) i brzine u materijalu daje ***indeks prelamanja***

$$n = \frac{c_1}{c_0} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_0} \tag{154}$$

Izazov 448s, ***strana 194***: Načelo po kome raste drveće je jednostavno načelo minimuma potencijalne energije, pošto je kinetička energija zanemarljiva. Rast krvnih sudova unutar tela životinja je minimiziran za prenos energije; to je opet načelo minimiziranja. Prelamanje svetlosti je put sa najkraćim vremenom; stoga to takođe umanjuje promene, ako zamislimo svetlost kao kretanje subjekata bez učešća bilo koje potencijalne energije.

Izazov 449s, ***strana 194***: Specijalna teorija relativnosti zaheva da postoji invarijanta merenja rada. To je prikazano kasnije u usponu na planinu.

Izazov 450s, ***strana 194***: Svemir nije fizički sistem. Ovo pitanje je detaljnije razmatrano kasnije. (***Vol. VI, strana 80***).

Izazov 451d, ***strana 195***: Upotrebite zamenu $u = \tan t/2$, ili upotrebite istorijski trik:

$$\sec\varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi} + \frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi}\right) \tag{155}$$

Izazov 452s, ***strana 195***: Vozač skejtborda po cikloidi ima isto vreme oscilovanja nezavisno od aplitude oscilovanja. Ali kanal treba da ima vertikalni kraj kako bi se izbeglo iskakanje iz njega. Cikloida nikada nema vertikalni kraj.

Izazov 455s, ***strana 198***: Mi razgovaramo sa osobama pošto znamo da nas neko razume. Time mi predpostavljamo da ta osoba nekako vidi iste stvari koje činimo. To znači da je zapažanje delom nezavisno od tačke posmatranja. Zato je priroda simetrična.

Izazov 456s, ***strana 200***: Pamćenje funkcioniše zbog toga što prepoznajemo sitiacije. To je moguće zbog toga što su situacije slične u vremenu. Pamćenje se nebi razvijalo bez ove ponovljivosti.

Izazov 457s, ***strana 201***: Razlike ukusa nisu bitne, već zbog različitih tačaka posmatranja i – uglavnom – zbog različitih iskustava posmatrača. To isto važi i za osećanja i prosuđivanja, što će vam potvrditi svaki psiholog.

Izazov 458s, ***strana 202***: Pri sabiranju celi brojevi obrazuju grupu. Da li slikarov skup uljanih boja uz operaciju mešanja obrazuje grupu?

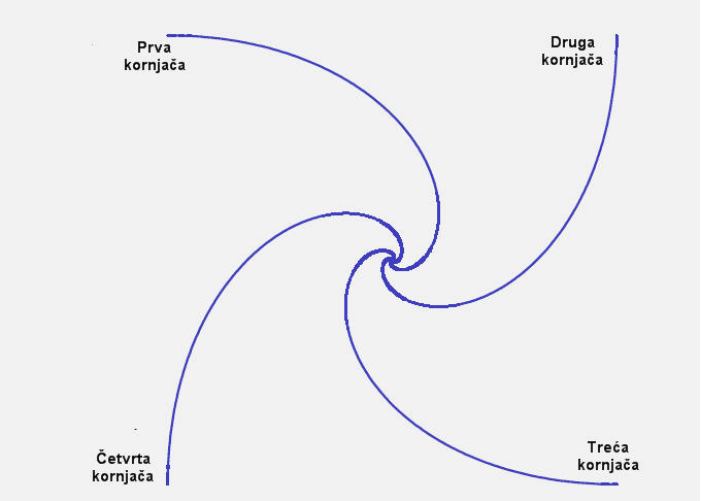
Izazov 460s, ***strana 202***: Postoji samo jedna simetrična operacija: obrtanje za π oko centralne tačke. To je razlog da kasnije u grupi D4 postoji samo približna grupa simetrije na ***slici 188***.

Izazov 466s, ***strana 205***: Skalar je intenzitet bilo kojeg vektora; stoga je skalar brzine određen kao $v = |\boldsymbol{v}|$, pri čemu brzina kao vekror $\boldsymbol{v}$ nije skalar. Prema tome skalari su dužine bilo kojeg vektora (ili pseudovektora), kao što su sila, ubrzanje, magnetno polje ili električno polje, pri čemu vektori ovih veličina nisu skalari.

Izazov 469s, ***strana 205***: Raspored naboja i proširenom telu može da se posmatra kao zbir naboja, naboj dipola, naboj četvoropola, naboj osmopola itd. Četvoropol je opisan tenzorom. Uporediti. Inercija proširenog tela u pogledu kretanja može da se posmatra kao sbir masa, masa dipola, masa četvoropola, masa osmopola itd. Masa četvoropola je opisana kao moment inercije.

Izazov 473s, ***strana 207***: Očuvana promena invarijante okretanja je moment količine kretanja.

Izazov 475s, ***strana 199***: Grafik je logaritamska spirala (možete li to da pokažete?); ona je prikazana na ***slici 307***. Pređeno rastojanje ima jednostavan odgovor.



Slika 307 Kretanja četiri kornjače koje prate jedna drugu (crtež Zach Joseph Espiritu).

Izazov 476s, ***strana 207***: Oscilacija ima periodu u vremenu, to jest diskretnu vremensku simetriju pomeranja. Talasi imaju obe diskretne simetrije, kako vremensku, tako i prostornu.

Izazov 477s, ***strana 207***: Dvosmerno kretanje je simetrija za svaki zatvoren sistem; uprkos opažanjima u svakodnevnom životu, iskazi termodinamike i mišljenja mnogih poznatih fizičara (koji ipak čine manjinu) dvosmerni su u svim idealno zatvorenim sistemima.

Izazov 478s, ***strana 207***: Grupa simetije je Lijeva (Lie) grupa i nazvana je U(1), za "jediničnu grupu u jednoj dimenziji".

Izazov 479s, ***strana 207***: Iznenađujući odgovor je: NE.

Izazov 480s, ***strana 209***: Ne postoji takva stvar "savršene" simetrije.

Izazov 482s, ***strana 209***: Obrtni birač na telefonu ima cifre od 1 do 0 u uglovima pravilnog 14-ugla. Parni i neparni brojevi su pod uglovima pravilnog sedmougla.

Izazov 487s, ***strana 204***: Samo ubacite $x(t)$ u lagranžijan $L = 0$, minimalnu moguću vrednost za sistem koji pretvara celokupnu kinetičku energiju u potencijalnu energiju i obrnuto.

Izazov 495s, ***strana 219***: Potencijalna energija nastaje usled "savijanja" medija; jednostavno premeštanje ne uzrokuje savijanje, pa stoga ne sadrži energiju. Samo gradijent obuhvata ideju savijanja.

Izazov 497s, ***strana 219***: Faza se promeni za π.

Izazov 498s, ***strana 220***: Talas koji nosi moment količine kretanja mora da bude transverzalan i mora da se širi u tri dimenzije.

Izazov 499s, ***strana 220***: Talasi mogu da se priguše do sasvim malih intenziteta. Ako ovo nije moguće, onda opažanje nije talas.

Izazov 500s, ***strana 221***: Način na koji možete da opažate skretanje i interferenciju samo iz pomoć vašeg golog prsta opisan je u ***Vol. III, strana 80***.

Izazov 511s, ***strana 229***: Interferencija može da načini radio signal nerazumljivim. Usled skretanja radio talasi slabe iza zida; ovo posebno važi za kratke talasne dužine, kao što su one koje koristi mobilna telefonija. Odbijanje čini nemogućom radio komunikaciju sa podmornicama na uobičajenim radio frekvencijama. Rasipanje u staklenim vlaknima nameće potrebu da se dodaju repetitori u podmorskim kablovima na otprilike svakih 100 km. Prigušenje čini da je nemoguće čuti nečiji govor na većem rastojanju. Radio signali mogu da izgube svoju polarizaciju i zato postaje teško da se primaju običnom Yagi antrnom koja ima fiksnu polarizaciju.

Izazov 513s, ***strana 233***: Skijaši skinu sneg sa donje strane svake grbe i pomere prema gornjoj strani sledeće grbe. To dovodi do pomeranja skijaških grba naviše.

Izazov 514s, ***strana 233***: Ako je rastojanje do mikrofona nekoliko metara, a daljina do orkestra je 20 m, kao što je za ljude sa dovoljno novca, slušalac kod kuće će čuti pre.

Izazov 515s, ***strana 233***: Sve dok je amplituda mala u odnosu na dužinu *l*, period *T* je dat kao:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{156}$$

Obrazac uopšte ne sadrži masu *m*. Nezavisno od mase *m* na njegovom kraju, klatno ima uvek istu periodu. Poseban slučaj je za klatno dužine 1 m, za koji je perioda 2 sec. Polovina periode, to jest jedno njihanje stoga traje oko 1 s. (Ovo je bio prvobitan razlog za određivanje jedinice metra.) Za ekstremno dugačka klatna, odgovor ima ipak konačnu vrednost, a odgovara situaciji iz ***Izazova 25***.

Izazov 516s, ***strana 233***: Uopšteno, telo se kreće duž elipse (kao planete oko Sunca), ali sa fiksiranom tačkom za centar. Nasuprot planetama, gde se Sunce nalazi u ***žiži*** elipse, pa postoje periheli i apoheli, takva tela se kreću ***simetično*** oko ***centra*** elipsa. U posebnim slučajevima se tela kreću napred nazad po pravolinijskom segmentu.

Izazov 518s, ***strana 233***: Ovo sledi iz obrasca za učestanost strune, koja je data kao:

$$f = \frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2l}$$

gde je *T* zatezanje strune, *μ* je gustina linearne mase, a *l* dužina strune. Ovo je razmatrano u divnom članku od G. Barnes, *Physics and size in biological systems*,The Physics Teacher **27**, strane. 234–253, 1989.

Izazov 520s, ***strana 234***: Zvuk grmljavine ili automobilskog saobraćaja postaje sve slabiji i slabiji sa povećanjem rastojanja.

Izazov 522s, ***strana 234***: Nijedna; obe mogućnosti su suprotne osobinama vode; u površinskim talasima molekuli vode se kreću u krugovima.

Izazov 523s, ***strana 234***: Plivači su kadri da pređu 100 m za 48 s, ili neznatno brže od 2 m/s. (Plivač sa perajima postiže samo preko 3 m/s) Sa dužinom tela od oko 1,9 m, kritična brzina je 1,7 m/s. To je uzrok što plivanje na kraćim rastojanjima zavisi od treniranosti; na dužim rastojanjima veću ulogu ima tehnika plivanja, sve dok još nije postignuta kritična brzina. Obrazac takođe predviđa da na rastojanju od 1500 m plivač visine 2,0 m ima potencijalnu prednost od 45 s u odnosu na plivača telesne visine 1,8 m. Osim toga, visoki plivači imaju dodatnu prednost: oni preplivavaju kraća rastojanja u bazenima. (Zašto?) Stoga se predviđa da će uspešni plivači na duge staze biti vremenom sve viši i viši. To je štetno za sport jer se doskora moglo tvrditi da smo imali šampione svih visina i oblika tela, nasuprot mnogim drugim sportovima.

Izazov 525s, ***strana 236***: Da bi se izbeglo odbijanje buke i time efekt eha. Oni efektno rasipaju čelo dolazećeg talasa.

Izazov 527s, ***strana 236***: Talasi u reci nisu nikada eliptični; oni uvek ostaju kružni.

Izazov 528s, ***strana 236***: Leća je jastuk od materijala koji propušta zvuk. Brzina zvuka je veća u jastuku nego u vazduhu, nasuprot staklenoj leći, u kojoj je brzina svetlosti manja nego u vazduhu. Zbog toga se razlikuju oblikom: jastuk mora da ima izgled dvostrano izdubljene leće.

Izazov 529s, ***strana 236***: Eksperimenti pokazuju da zvuk ne zavisi od protoka vazduha (odredi kako), ali zavisi od prisustva spoljašnog zvuka. Zvuk nastaje zbog selektivnog pojačanja usled rezonanse koju uzrokuje geometrija oblika školjke.

Izazov 530s, ***strana 236***: Sunce je uvek u drugom položaju od onog u kojem je dok ga posmatramo. Kolika je razlika, mereno ugaonim prečnikom Sunca.

Izazov 531s, ***strana 236***: Kocka 3×3×3 ima grub sistem od tri međusobno normalne ose, oko kojih se kocka može okretati oko svake od 6 krajeva. Ostale kocke su pričvršćene za delove koji se kreću oko ovih osa. Premda je kocka 4×4×4 različita; samo saznajte kako. Od 7×7×7 pa nadalje delovi nemaju istu veličinu ili oblik. Sadašnja granica broja segmenata "kocke" koja se može nabaviti je 17×17×17! Ona se nalazi na veb stranici www.shapeways.com/

shops/oskarpuzzles. Na veb strani www.oinkleburger.com/Cube/applet/ može da se igra sa virtualnim kockama 100×100×100 i više

Izazov 534r, ***strana 237***: Pregled sistema koji su do danas ispitani može se naći u K. - U. Graw, *Energiereservoir Ozean*, Physik in unserer Zeit **33**, strane. 82–88, februar 2002. Pogledati takođe i *Oceans of electricity – new technologies convert the motion of waves into watts*, Science News **159**, strane. 234–236, april 2001.

Izazov 535r, ***strana 237***: U svakodnevnom životu predpostavke su obično opravdane, pošto svaka tačka može da predstavlja atom, a atomi mogu da se prate. Predpostavka je pod znakom pitanja u situacijama kao što su turbulencija, kada svaka tačka ne može za se pridruži atomu, a najviše od svega, u slučajevima kretanja u samom vakuumu. Drugim rečima, za talase gravitacije, a posebno za kvantnu teoriju talasa gravitacije, predpostavke nisu opravdane.

Izazov 541s, ***strana 243***: Postoji više. Bilo da transmisija, pa stoga i sačinilac odbijanja za talase, bili uglavnom nezavisni od talasne dužine.

Izazov 542s, ***strana 244***: Kap prečnika 3 mm prekrila bi površinu od 7,1 m^2 filmom debljine 2 nm.

Izazov 543s, ***strana 247***: Vetar će prelomiti visoko drveće jer je isuviše tanko. Za nisko i stoga tanko drveće vetar neće načiniti štetu.

Izazov 544s, ***strana 247***: Kritična visina stuba od nekog materijala data je sa:

$$h_{crit}^4 = \frac{\beta}{4\pi g} m \frac{E}{\rho^2}$$

gde je $\beta \approx 1{,}9$ konstanta određena proračunom kada se stub savije usled sopstvene težine.

Izazov 546d, ***strana 247***: Jedna od mogućnosti je da se čestice opišu kao oblak; druga je data u poslednjem delu knjige.

Izazov 548s, ***strana 251***: Proverite vaš odgovor u predivnom tekstu od P. Goldrich, S. Mahajan & S. Phinney, *Order-of-Magnitude Physics: Understanding the World with Dimensional Analysis, Educated Guesswork, and White Lies*, koji se može naći na internetu.

Izazov 549s, ***strana 252***: Staklo se razbija, staklo je elastično, staklo pokazuje poprečne zvučne talase, staklo ne teče (nasuprot onome što kazuju mnoge knjige), ni u razmeri od vekova, molekuli stakla su ustaljeni u prostoru, staklo su kristali na malom rastojanju, staklena ploča poduprta na krajevima nema ugib.

Izazov 550s, ***strana 252***: Nijedan metal ne omogućava da se napravi tako dugačka žica. Samo ideja da se napravi od nanocevi ugljenika pobudila je ponovo nadu; neki san o žici koja bi bila načinjena od toga, jačeg od svih do sada poznatih materijala. Međutim, još uvek takav materijal nije poznat. Sistem se susreće sa mnogim opasnostima. kao što su greške prilikom izrade, atmosferska pražnjenja, oluje, meteoriti i otpaci u svemiru. Sve bi to uzrokovalo prekid žice – čak i ako bi takva žica postojala. Ali najveća od svih opasnosti je gubljenje novca za njenu izradu.

Izazov 552s, ***strana 252***: Izazvao bi se zemljotres srednje jačine.

Izazov 553s, ***strana 252***: Stalaktiti imaju tanki kanal duž njihove ose kroz koji teče voda, dok su stalagmiti u potpunosti masivni.

Izazov 554s, ***strana 253***: Oko 1 deo na hiljadu.

Izazov 555s, ***strana 253***: Iako je jezgro Zemlje formirano sakupljanjem gvožđa sa asteroida sa kojima se sudarala, a koje je potom potonulo do centra Zemlje, ova šema ne važi danas: u svojoj mladosti je Zemlja bila u mnogo tečnijem stanju nego danas. Gvožđe nebi najverovatnije potonulo. Osim toga, ne postoji poznat način da se načini merna sonda koja može da pošalje dovoljno jak zvuk za ovakvu šemu. Otpornost prema temperaturi je takođe prepreka, ali bi je ona možda rešiva.

Izazov 557s, ***strana 254***: Atomi nisu beskrajno tvrdi, kao što prikazuje kvantna teorija. Atomi su više slični oblaku koji se može izobličiti. ***Vol IV, strana 65***.

Izazov 558s, ***strana 259***: Ako ne postoji trenje sve tri metode rade podjednako brzo – ulključujući i onu najdalju desnu.

Izazov 561s, ***strana 258***: Konstanta *k* se dobija iz očuvanja energije, samim tim i mase:

$$k = \sqrt{\frac{2}{\rho\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)}} \tag{157}$$

Preseci su obeleženi sa A pri čemu se indeks 1 odnosi na bilo koju tačku daleko od suženja, a indeks 2 za tačke u suženju.

Izazov 564s, ***strana 264***: Pritisak razara pluća. Disanje kroz cev je moguće samo na površini vode, ali ne i pod vodom! Ovaj eksperiment je opasan čak i kada se izvodi u kadi za kupanje! Disanje kroz dugačku cev je jedino moguće ako postoji pumpa na površini koja potiskuje naniže vazduh pod pravilnim pritiskom.

Izazov 566s, ***strana 265***: Neki ljudi su zapazili da je u nekim slučajevima trenje preveliko, pa su počeli da sisaju na jednom kraju cevi kako bi počeo protok; dok to rade, oni udišu ili progutaju benzin, što je otrovno.

Izazov 571s, ***strana 267***: Proračun daje:

$$N = \frac{J}{j} = \frac{0{,}0001\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}{7\,\mu\mathrm{m}^2 \cdot 0{,}0005\,\mathrm{m/s}}$$

ili oko $6 \cdot 10^9$: u stvarnosti je ovaj broj mnogo veći, pošto je u datom trenutku većina kapilara zatvoreno. Crvenilo lica pokazuje šta se događa kada su istovremeno otvoreni mali krvni sudovi.

Izazov 572s, ***strana 267***: Izbacivanje kamena smanjuje nivo vode, izbacivanje vode ili komada drveta ne menja nivo vode.

Izazov 573s, ***strana 267***: Brod se podiže naviše u nebo. (Zašto?)

Izazov 575s, ***strana 267***: Kretanje balona ispunjenog helijumom je suprotno od kretanja balona koji je napunjen vazduhom ili kretanja ljudi: balon sa helijumom se kreće napred kada automobil ubrzava, a unazad kada automobil koči. On se isto tako ponaša različito u krivinama. Mnogi filmovi na internetu prikazuju detalje.

Izazov 578s, ***strana 267***: Pumpe rade po načelu usisavanja, ali vazdušni pritisak dopušta razliku visina od samo 10 m za takve sisteme.

Izazov 579s, ***strana 267***: Dokaz je razumljiv ako se pamti da “dvostruka količina” znači “dva puta više molekula”.

Izazov 580s, ***strana 267***: Alkohol se zamrzne a čokolada se prelije preko njega.

Izazov 581r, ***strana 267***: Autor predlaže u jednom starom izdanju da bi mašina trebalo da bude na bazi iste mašine koja izbacuje glinene golubove i koja se koristi za sportska gađanja glinenih golubova. U međuvremenu su Lyderic Bocquet i Christophe Clanet napravili takvu mašinu, ali su koristili drugačiji projekt; slika se može naći na en.wikipedia.org/wiki/Stone_skipping veb strani.

Izazov 582s, ***strana 267***: Treća komponenta po rasprostranjenosti u ***vazduhu*** je plemeniti gas ***argon***, koji čini 1%, Duža lista sastojaka vazduha data je u ***Tabeli 61***.

Izazov 583s, ***strana 268***: ***Grudna duplja*** između pluća i grudnog koša je neprekidno pod pritiskom manjim od atmosferskog, obično za 5 mbar, ali čak i 10 mbar pri udisaju. Rupa u njoj, načinjena na primer metkom,, mačem ili usled udesa, dovodi do kolapsa pluća – takozvanog ***pneumotoraksa*** – a često i do smrti. Operacije na otvorenom grudnom košu postale su moguće tek posle hirurga Ferdinanda Zauerbruha (Ferdinand Sauerbruch) koji je 1904. dodine proučio kako da prevaziđe ovaj problem. Međutim, u sadašnje vreme hirurzi održavaju pluća pod većim pritiskom od atmosfeskog sve dok ponovo ne zatvore grudni koš.

Tabela 61 Sastojci gasova u suvom vazduhu u sadašnje vreme[a] (izvor: NASA, IPCC)

Gas	**Simbol**	**Volumenski udeo**[b]
Azot	N_2	78,084 %
Kiseonik (zavisi od zagađenosti)	O_2	20,946 %
Argon	Ar	0,934 %
Ugljen dioksid (uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	CO_2	387 ppm
Neon	Ne	18,18 ppm
Helijum	He	5,24 ppm
Metan (uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	CH_4	1,79 ppm
Kripton	Kr	1,14 ppm
Vodonik	H_2	0,55 ppm
Azotasti dioksid (uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	N_2O	0,3 ppm
Ugljen monoksid (delom usled ljudskog zaprljanja)	CO	0,1 ppm
Ksenon	Xe	0,087 ppm
Ozon (jako podložan ljudskom zaprljanju)	O_3	0 do 0,07 ppm
Azot dioksid (uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	NO_2	0,02 ppm
Jod	I_2	0,01 ppm
Amonijak (uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	NH_3	u tragovima
Radon	Ra	u tragovima
Halokarbonati i drugi fluorski sastojci (svi uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	20 tipova	0,0012 ppm
Živa, drugi metali, jedinjenja sumpora i drugi organski sastojci (svi uglavnom usled ljudskog zaprljanja)	brojni	koncentracija se menja

a ***Vlažan*** vazduh može da sadrži do 4% vodene pare, u zavisnosti od meteorološkuh uslova. Osim gasova vazduh može da sadrži kapljice vode, deliće leda, peska, prašine, polena, spora, vulkanskog pepela, pepela šumskih požara, pepela goriva, čestice smoga, meteorita i deliće kosmičkih zraka. Tokom istorije Zemlje gasni sastojci su se jako menjali. Posebno koseonik, koji je postao deo zemljine atmosfere tek u drugoj polovini životnog doba Zemlje.

b Skraćenica ppm označava milioniti deo ("*part per million*")

Izazov 584s, ***strana 268***: Fontana prikazana na slici počinje da radi sipanjem vode u najviši rezervoar. Zatim fontana koristi pritisak vazduha koji stvara voda dok teče naniže.

Izazov 585s, ***strana 268***: Da. Mada sijalica neće izdržati takva dva automobila.

Izazov 586s, ***strana 268***: Radon je oko 6 puta teži od vazduha; to je do sada poznat gas najveće gustine. Za poređenje, Ni(CO) 6 puta je teži, a SiC14 5 puta je teži od vazduha. Živina para (očigledno je gas) 7 puta je teža od vazduha, Za poređenje, para broma je 5,5 puta teža od vazduha.

Izazov 588s, ***strana 268***: Da, ***ventomobil*** (vozilo na vetar) je prikazan na ***slici 308***. On postiže učinak već i pri malim brzinama vetra.

Izazov 589s, ***strana 269***: Nijedno.

Izazov 591s, ***strana 269***: On je uveo konopce u kabinu tako što ih je provukao kroz tečnu živu.

Izazov 593s, ***strana 269***: Ne postoji zvanično rešenje na ovo pitanje; samo pažljivo proverite predpostavke i proračune. Internet je pun takvih proračuna.

Izazov 594s, ***strana 269***: Sapunica teče niz mehur, čineći ga debljim na donjoj, a tanjim na gornjoj strani, sve dok se ne postigne debljina od od 2 molekula. Posle toga mehur puca.

Izazov 595s, ***strana 269***: Temperatura dovodi do isparavanja prisutne tečnosti, a para sprečava direktan dodir dva negasovita tela.

Izazov 596s, ***strana 270***: Da bi se to dogodilo, nebi smelo da postoji trenje u mikroskopskim razmerama, a energija bi morala da nestane.

Slika 308 Način kako da se kreće nasuprot vetru korišćenjem snsge vetra (© Tobias Klaus)

Izazov 597s, ***strana 270***: Duži levak će se isprazniti pre kratkog. (A ako ne verujete, isprobajte.) U slučaju da se količina vode u izlivu levka može zanemariti, može se koristiti očuvanje energije za kretanje fluida. To dovodi do poznate jednakosti Bernoulija:

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{v^2}{2} = \text{const}$$

gde je p pritisak, ρ gustina vode i g je 9,81 m/s^2. Prema tome, brzina v je veća za veće dužine h uskog pravog dela levka: duži levak će se isprazniti prvi. Ali ovo je čudno, obrazac daje odnos za prost slobodan pad, pošto je vazdušni pritisak isti i na gornjoj i na donjoj strani pa ne učestvuje u proračunu. Izraz za brzinu je je zato nezavisan od toga da li postoji cev ili ne. Pravi razlog za brže pražnjenje je što cev prisiljava da protekne više vode nego kad cevi nema. Bez cevi bi se ***smanjio*** prečnik toka vode tokom pada. Sa cevi on ostaje ***stalan***. Ova razlika je uzrok bržeg pražnjenja duže cevi. Alternativno, možete pogledati vrednost ***pritiska*** vode ***unutar*** levka. Otkrićete da je pritisak vode manji na početku isticanja vode iz cevi. Ovaj unutrašnji pritisak vode je niži za dugačke cevi pa u takvim slučajevima voda se isisava brže.

Izazov 598s, ***strana 270***: Riblje oko je postavljeno na ovakav način pošto je smanjenje pririska usled protoka kompenziran povećanjem pritiska usled gubitka brzine. Uzgred, njihovo srce je postavljeno na takav način da mu podpritisak pomaže.

Izazov 600s, ***strana 270***: Ovaj podvig se postiže na nižim planinama, kao što je Monte Bianco u Alpima. Međutim, trenutno ne postoji način da se sigurno lebdi na velikim visinama Himalaja.

Izazov 602s, ***strana 270***: Pritisnite maramicu uz čašu, pa spustite čašu u vodu sa otvorom na dole, pazeći da otvor ostane horizontalan. Ovaj postupak se koristi i za spuštanje ljudi ispod morske površine. Papirna lopta u boci će poleteti ka vama. Duvanje u levak će održavati lopticu za stoni tenis na istom mestu, sve jače što budete jače duvali. Duvanjem kroz levak prema plamenu sveće učiniće da se plamen nagne ka vama.

Izazov 611s, ***strana 278***: Za 5000 miliona godina trenutni postupak će se zaustaviti, a Sunce će postati crveni džin. Ali će nastaviti da gori još puno godina posle toga.

Izazov 612s, ***strana 279***: Bernouli je tvrdio da temperatura opisuje prosečnu kinetičku energiju sastojaka gasa. Iz kiinetičke energije zaključujemo prosečnu količinu kretanja sastojaka. Prosečna količina kretanja dovodi do pritiska. Dodavanjem detalja stiže se do obrasca za isealan gas.

Izazov 613s, ***strana 279***: Odgovor zavisi od veličina balona, pošto pritisak nije jednoznačna funkcija veličine. Ako manji balon nije isuviše mali, manji balon će pobediti.

Izazov 616s, ***strana 280***: Merenjem područja dodira točkova i ulice (sva četiri točka) i potom množenjem sa 200 kPa, što je uobičajeni pritisak u gumi. Tako ćete dobiti težinu automobila.

Izazov 620d, ***strana 282***: Ako je prosečno kvadratno odstupanje proporcionalno sa vremenom, tečnost je sastavljena od malih čestica. Ovo je potvrdio eksperimentom Žan Perin (Jean Perrin). Sledeći korak je da se odredi broj takvih čestica iz konstante proporcionalnosti. Ova konstanta, određena sa $\langle d^2 \rangle = 4Dt$ naziva se konstanta rasprostiranja (sačiliac 4 važi za nasumično kretanje u dve dimenzije). Konstanta rasprostiranja može se odrediti posmatranjem kretanja čestica pod mikroskopom. Mi proučavamo Braunove čestice sa poluprečnikom a. U dve dimenzije kvadratno odstupanje je:

$$\left\langle d^2 \right\rangle = \frac{4kT}{\mu} t \tag{158}$$

gde je k Bolcmanova konstanta, a T temperatura. Obrazac je izveden iz proučavanja kretanja čestica sa silom otpora $-\mu v$ koje su predmet nasumičnih pogodaka. Sačinilac linearnog otpora μ za loptu poluprečnika a dat je kao:

$$\mu = 6\pi\eta a \tag{159}$$

gde je η kinematički viskozitet. Drugim rečima ima se:

$$k = \frac{6\pi\eta a}{4T} \frac{\left\langle d^2 \right\rangle}{t} \tag{160}$$

Sve veličine na desnoj strani mogu da se izmere, pa to omogućava da se odredi Bolcmanova konatanta k. Pošto obrazac za idealan gas daje da je konstanta R za idealan gas u odnosu na Bolcmanovu konstantu $R = NAk$, to na ovaj način može da se odredi i Avogadrov broj NA, koji daje broj molekula u molu

Izazov 625s, ***strana 288***: Mogućnost dvosmernog kretanja za sve posmatrane pojave zaista je osnovna osobina prirode. Ona je uvek potvrđivana u svim interakcijama i u svim izvršenim eksperimentima. Nazavisno od toga postoji činjenica da je možda izvođenje dvosmernog kretanja jako teško, pošto dvosmerno kretanje većine atoma često nije izvodljivo.

Izazov 626s, ***strana 288***: Ovo je trik pitanje. Za dobru približnost primer je svaka uska kutija. Međutim, ako se upitamo za potpunu preciznost, svi sistemi zrače nekakvu energiju, gube neke atome ili čestice i savijaju prostor; ***idealni*** zatvoreni sistemi ***ne postoje***.

Izazov 631s, ***strana 290***: Kasnije ćemo saznati da svemir nije fizički sistem; (***Vol. VI, strana 86***) zato se pojam entropije ne može primeniti na njega. Prema tome, svemir nije niti izolovan, niti zatvoren.

Izazov 633s, ***strana 291***: Belance u jajetu počinje da se stvrdnjava na nižoj temperaturi nego žumance, ali se ne stvrdne potpuno, suprotno je tačno. Belance se stvrdne potpuno na 80ºC, dok se žumance znatno stvrdne na 66ºC do 68ºC. Kuvajte jaje na ovim poslednjim temperaturama i namera može da se postigne; belance ostaje tečno, ali je ipak neprovidno. Zapazite ponovo da vreme kuvanja nema nikakvu ulogu, već samo tačne vrednosti temperature.

Izazov 635s, ***strana 291***: Da, efekt može lako da se zapazi.

Izazov 637s, ***strana 291***: Topao vazduh je manje gustine i zato teži da se podiže.

Izazov 638s, ***strana 291***: Održavajte da papir bude vlažan.

Izazov 639s, ***strana 292***: Topljenje leda na 0ºC u vodi na 0ºC uzima 334 kJ/kg. Hlađenje vode za 1ºC ili 1 K daje 4186 kJ/kg. Tako da topla voda treba da se rashladi na 20,2ºC da bi se led istopio, te će konačna temperatura mešavine biti 10,1ºC.

Izazov 640s, ***strana 292***: Vazduh mora da bude suv.

Izazov 641s, ***strana 292***: Uopšteno, nije moguće nacrtati pravu kroz tri tačke. Pošto su apsolutna nula i trojna tačka vode fiksiranih veličina, preaktično se možete sigurno kladiti da tačka vrenja nebi mogla da bude tačno 100ºC.

Izazov 642s, ***strana 292***: Ne, pošto je molekul vode teži od toga. Međutim, ako je dozvoljeno da voda bude prljava, onda je moguće. Šta se događa ako se u obzir uzme kvant rada?

Izazov 643s, ***strana 292***: Opasnost nije zbog količine energije, već zbog vremena u kojem se ona primenjuje.

Izazov 644s, ***strana 293***: Internet je prepun rešenja.

Izazov 646s, ***strana 293***: Jedino ako je to zatvoren sistem. Da li je svemir zatvoren? O tome će biti reči u završnom delu penjanja na planinu.

Izazov 649s, ***strana 293***: Za tako male životinje telesna temperatura pala bi isuviše nisko. One ne mogu da jedu dovoljno brzo da bi dobile potrebnu energiju koja bi ih održavala toplim.

Izazov 652s, ***strana 293***: Naravno, odgovor zavisi od zapremine. Ali nekoliko porodica je umlo tokom noći pošto su svoje mobilne kuće preradili da budu hermetične.

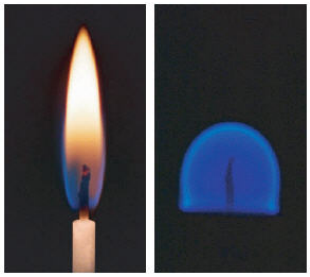
Izazov 653s, ***strana 294***: Soli metala u pepelu deluju kao katalizator, pa šećer gori umesto da se topi. Videti na www.youtube.com/watch?v=BfBgAaeaVgk video snimak eksperimenta.

Izazov 658s, ***strana 294***: To je 10^{-9} od onog na Zemlji.

Izazov 660s, ***strana 294***: Debljina nabora na mozgu, mehurići u plućima, gustina krvnih sudova i veličina bioloških ćelija.

Izazov 661s, ***strana 294***: Živine pare iznad tečnosti postaju zasićene.

Izazov 662s, ***strana 294***: Namenski projekt NASA proučavao je taj problem. ***Slika 309*** daje uporedni primer. Više detalja možete naći na njihovoj veb strani.



Slika 309 Plamen sveće na Zemlji i u islovima male gravitacije (NASA).

Izazov 663s, ***strana 294***: Rizici usled oluja i finansijski rizici su isuviše veliki.

Izazov 664s, ***strana 294***: Vrtlozi unutar cevi su hladni u blizini ose i topli u delovima udaljenim od ose. Zbog membrane u sredini cevi (prikazana na ***slici 268***, ***strana 295***) vazduh iz dela oko ose usmeren je na jedan kraj cevi, a vazduh iz spoljnog dela na drugi kraj. Zagrevanje spoljnog dela je usled delovanja koji unutra vrši vazduh obrtanjem i ima uticaj na vazduh spolja da počne da se obrće tako da utroši moment količine kretanja. Za detalje pogledati dobar tekst od Mark P. Silverman, *And Yet it Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993, strana. 221.

Izazov 665s, ***strana 295***: Ne.

Izazov 666s, ***strana 295***: Entropija je prirodno najveća pri najvećoj mogućoj koncentraciji mase.

Izazov 667s, ***strana 295***: Jedinica ne čini puno.

Izazov 668s, ***strana 295***: U slučaju vode nekoliko obrtaja će pomešati mastilo, a obrtanje unazad povećava mešanje. U slučaju glicerina nekoliko obrtaja daje ***izgled*** kao da je pomešano mastilo, a obrtanje unazad poništava efekt mešanja.

Izazov 669s, ***strana 295***: Obucite minimalnu odeću.

Izazov 671s, ***strana 296***: Negativne temperature su “proteze” za pojmove koji su određeni samo uz nekoliko diskretnih stanja; to nisu realne temperature, pošto one ne opisuju ravnotežna stanja, i zapravo se nikada ne primenjuju na sisteme sa kontinualnim stanjima.

Izazov 672s, ***strana 297***: Ovo je takođe tačno i za oblik ljudskog tela, za svesno upravljanje kretanja ljudi, za rast cveća, za morske talase, za formiranje oblaka, za procese koji dovode do erupcija vulkana itd.

Izazov 675s, ***strana 301***: Pogledati izazov za kretanje smučarskih grba. (***Strana 233***).

Izazov 680s, ***strana 304***: Najpre, postoji više leptira nego tornada. Drugo, tornado se ne oslanja na male početne poremećaje za svoju pojavu. Treće, verovanje u “efekt” leptira potpuno zanemaruje jedan aspekt prirode koji je ključan za samoorganizovanje: trenje i rasipanje. Pod

predpostavkom da postoji, "efekt" leptira zahtevao bi da rasipanje u vazduhu treba da ima potpuno nerealne osobine. To nije slučaj sa atmosferom. Međutim, najvažnije od svega je da ne postoji eksperimentalna osnova za taj "efekt": on nije nikada opažen. Prema tome, ne postoji.

Izazov 690s, ***strana 312***: Ne. Priroda ne dopušta preciznost veću od 20 decimala, kao što ćemo kasnije otkriti u našem kretanju. To nije dovoljno za standardne knige. Pitanje da li takav broj može da bude deo vlastite knjige time nestaje.

Izazov 691s, ***strana 312***: Sve tri izjave su koješta. Koeficijent otpora podrazumeva da je poprečni presek automobila poznat do iste preciznosti. To je zapravo veoma teško da se izmeri i da se održava kontantno. Zapravo, koeficijent vrednosti 0,375 za Ford Eskort je prevara, kao što su pokazala naknadna merenja. Potrošnja goriva je još veća smejurija, pošto podrazumeva da zapremina goriva i rastojanje mogu da se izmere do iste preciznosti. Ispitivanje mišljenja dobijeno je putem telefonskih razgovora sa više od 2000 ljudi; zbog teškoća u izboru pravog uzorka koji bi bio reprezentativan, dobijena preciznost od najviše 3% za tipične države.

Izazov 693s, ***strana 313***: Prostor-vreme je određeno korišćenjem materije; a materija je određena korišćenjem prostor-vremena.

Izazov 694s, ***strana 313***: Činjenica je da se fizika stotinama godina zasniva na kružnim odrenicama. Stoga je moguće graditi egzaktne nauke čak i na pesku. Ipak, odstranjivanje ovih kružnih odrednica važan je cilj.

Izazov 695s, ***strana 314***: Svako merenje je upoređivanje sa standardom; svako upoređivanje zahteva svetlost ili neko drugo elekromagnetno polje. To je slučaj i pri merenju vremena.

Izazov 696s, ***strana 314***: Svako merenje mase je upoređivanje sa standardom; svako upoređivanje zahteva svetlost ili neko drugo elekromagnetno polje.

Izazov 697s, ***strana 314***: Merenje ugla ima iste osobine kao merenje vremena ili dužine.

Izazov 699s, ***strana 326***: Masa je merilo količine energije. "Kvadrat mase" zato nema smisla.

Izazov 703s, ***strana 321***: Masa je verovatno veličina sa najvećim promenama, pri čemu prefiks 1 eV/c^2 može da bude korisan, kao što je za ukupnu masu svemira, koja je oko 1090 puta veća.

Izazov 702s, ***strana 328***: Oko 10 µg.

Izazov 704s, ***strana 329***: Obrazac sa (n – 1) najbolje odgovara. Zašto?

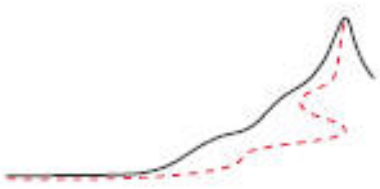
Izazov 707s, ***strana 330***: Ne! Oni su previše precizni da bi imalo smisla. Oni su dati samo kao ilustracija za ponašanje Gausove raspodele. Realna raspodela merenja nije Gausijan da bi preciznost podrazumevala ove brojke.

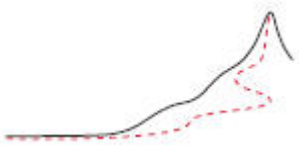
Izazov 708s, ***strana 330***: Oko 0,3 m/s. To ***nije*** 0,33 m/s, ***nije*** ni 0,333 m/s, a ***nije*** ni bilo koji drugi niz trojki!

Izazov 710s, ***strana 335***: Usporavanje se vrši po ***kvadratnoj*** zavisnosti od vremena, pošto svako novo usporavanje dodaje ono predhodno!

Izazov 711x, ***strana 335***: Ne, izlistane su samo osobine delova svemira. Sam svemir nema osobina, kao što će se videti u poslednjem volumenu. (***Vol. VI, strana 90***)

Izazov 712s, ***strana 388***: Na primer, brzina svetlosti unutar materijala se smanjuje, ali između atoma svetlost se kreće brzinom kao i u vakuumu.





BIBLIOGRAFIJA

Aiunt enim multum legendum esse, non multa.

Plinius, *Epistulae*. [1]

1. Za istoriju nauke u antici pogledati Lucio Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, 1996, postoji takođe i na mnogim drugim jezicima. Citirano na ***strani 18.***

2. Ako želite da nadoknadite fiziku za srednje škole, najjasniji i najkraći uvod širom sveta je besplatan školski tekst dostupan na engleskom i mnogim drugim jezicima. Napisao ga je istraživač, koji je ceo svoj život posvetio predavanju fizike u srednim školama, a njegov tim na univerzitetima; Friedrich Herrmann, *The Karlsruhe Physics Course*. Može se učitati sa interneta na veb strani www. physikdidaktik. uni-karlsruhe. de/index_en. html na engleskom, španskom, ruskom, italijanskom i kineskom jeziku sa interneta. To je jedan od nekoliko tekstova za srednje škole koji pleni i iznenađuje čak i profesionalne fizičare. (Godine 2013. radovi iz ove knjige od C. Strunk & K. Rincke, *Zum Gutachten der Deutschen Physikalischen Gesellschaft über den Karlsruher Physikkurs*, dostupni preko veb strane epub. uni-regensburg. de/30036/ načinili su mnogo interesantnih zapažanja i ona je prosvetljenje za mnoge fizičare.) To još više može da se kaže i za lep zajednički tekst Friedrich Herrmann & Georg Job, *Historical Burdens on Physics*, čiji sadržaj je takođe besplatno dostupan na veb strani Univerziteta Karlsrue na engleskom i nekoliko drugih jezika.

Divna knjiga koja jasno i temeljno objašnjava fiziku i njene mnoge primene u prirodi i tehnologiji je Paul G. Hewitt, John Suchocki & Leslie A. Hewitt, *Conceptual Physical Science*, Bejamin/Cummings, 1999.

Veliki uvod predstavlja Klaus Dransfeld, Paul Kienle & Georg Kalvius, *Physik 1: Mechanik und Wärme*, Oldenburg, 2005.

Knjiga poznata po njenoj strasti za radoznalošću je Richard P. Feynman, Robert B. Leighton & Matthew Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, AddisonWesley, 1977. Ona može da se sada pročita besplatno na veb strani www.feynmanlectures.info.

Mnogo o kretanju može da se nauči iz kviz knjiga. Jedna od najboljih je dobro osmišljena kolekcija lepih problema za koje nije potrebna matematika, od Jean-Marc Levy-Leblond, *La physique en questions – mécanique*, Vuibert, 1998.

Druga izvanredna kolekcija kviza je Yakov Perelman, *Oh, la physique*, Dunod, 2000, prevedena sa ruskog orginala.

Dobra knjiga sa problemima je W. G. Rees, *Physics by Example: 200 Problems and Solutions*, Cambridge University Press, 1994.

Dobre istorijske i fizičke ideje date su u izvanrednom tekstu od David Park, *The How and the Why*, Princeton University Press, 1988.

Lep uvod u fiziku je od Robert Pohl, *Pohl's Einführung in die Physik*, Klaus Luders & Robert O. Pohl editors, Springer, 2004, u dva knjige sa CD. Ovo je novo izdanje knjige koja je stara preko 70 godina, ali ima poučan kvalitet, posebno na eksperimentalnom polju fizike, neprevaziđena je.

[1] "Čitaj puno, ali ne i bilo šta" *Epistulae* 7, 9, 15 Gaj Plinije Drugi (Gaius Plinius Secundus, 23/24. Novum Comum – 79 erupcija Vulkana), pisac Starog Rima, posebno poznat po svom velikom, uglavnom naučnom radu, *Historia naturalis*, koja je prevođena i čitana tokom skoro 2000 godina.

Još jedna izvanredna ruska knjiga sa problemima, takozvana *Saraeva*, izgleda da je dostupna samo u prevodu na španski, je: B. B. Bujovts ev, V. D. Krivchenkov, G. Ya. Miakishev & I. M. Saraeva *Problemas seleccionados de física elemental*, Mir, 1979.

Dobra knjiga sa problemima iz fizike je od Giovanni Tonzig, *Cento errori di fisica pronti per l'uso*, Sansoni, third edition, 2006. Pogledajte takode njegovu veb stranu www.giovannitonzig.it. Citirano na ***stranama 18***, ***97***, ***162***, ***236***, i ***375***

3. Pregled iluzija kretanja može da se nađe na divnoj veb strani www.michaelbach.de/ot. Kompleks slika sa iluzijama kretanja nalazi se na www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html, to je manja varijanta orginala od Kitaoka Akiyoshi na www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/rotsnake.gif, koji je izdat kao A. Kitaoka & H. Ashida, *Phenomenal characteristics of the peripheral drift illusion*, Vision **15**, strane. 261–262, 2003. Opšta prevara je tvrdnja da su iluzije zbog stanja stresa. Citirano na ***strani 18***.

4. Ova i druge fantastične iluzije mogu da se nađu u Akiyoshi Kitaoka, *Trick Eyes*, Barnes & Noble, 2005. Citirano na ***strani 18***.

5. Dobro poznat princip u sociološkim naukama kaže da za bilo koji mogući odgovor na dato pitanje, bez obzira koliko izgleda čudno, postoji neko – a najčešće cela grupa – koja ga prihvata kao svoje mišljenje. To je potvrđeno u literaturi (i na internetu). O ponašanju grupe uopšte, pogledajte tekst od R. Axelrod, *The Evolution of Cooperation*, Harper Collins, 1984. Širenje i prihvatanje ideja, kao što su i one u fizici, takođe su primer ljudske saradnje, uz sve potencijalne opasnosti i slabosti. Citirano na ***strani 18***.

6. Svi poznati tekstovi Parmenida i Heraklita mogu se naći kod Jan-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio-Gallimard, 1988. Pogledi na nepostojanje kretanja bili su takođe pokrenuti kod još savremenijih i još prezrenijih autora, (***Vol. III, page 234***) kao i 1710 na Berkliju (Berkeley). Citirano na ***strani 18***.

7. Primer Zenonove brige za svet dat je u William McLaughlin, *Resolving Zeno's paradoxes*, Scientific American strane66–71, November 1994. Stvarni dokaz nije bio o ruci koja šamara lice, već o streli kojom se gađa meta, Videti takođe ***Ref. 64***: Citirano na ***strani 19***.

8. Kompletan tekst *Lepota* (*La Beauté*) i drugih pesama iz Bodlerovog *Cveća zla* (*Les fleurs du mal*) jedne od najlepših kniga poezije koje su ikada napisane može se naći na internetu na veb strani www.hypermedia.univ-paris8.fr/bibliotheque/Baudelaire/Spleen.html. Citirano na ***strani 20***.

9. Čuvena kolekcija interesantnih primera o svakodnevnim kretanjima je divna kniga koju je napisao Jearl Walker, *The Flying Circus of Physics*, Wiley, 1975. Njegova veb strana na internenu je www.flyingcircusofphysics.com. Drugu divnu knjigu su napisali Christian Ucke & H. Joachim Schlichting, *Spiel, Physik und Spaß – Physik zum Mitdenken und Mitmachen*, Wiley-VCH, 2011. Za više interesantnih fiičkih efekata u svakodnevnom životu, pogleajte knjigu od Erwein Flachsel, *Hundertfünfzig Physikrätsel*, Ernst Klett Verlag, 1985. Knjiga obuhvata više zagonetki sa časovnikom, u zagonetkana pod brojem 126 do 128. Citirano na ***strani 20***.

10. Sažet i informativni uvod u istoriju klasične fizike dat je u prvom poglavlju knjige od Floyd Karker Richtmyer, Earle Hesse Kennard & John N. Cooper, *Introduction to Modern Physics*, McGraw–Hill, 1969. Citirano na ***strani 21***.

11. Uvod u istraživanja percepcije je od Bruce Goldste u, *Perception*, Books/Cole, 5th edition, 1998. Citirano na ***strani 22*** i ***25***.

12. Dobar pregled argumenta korišćenih za dokaze postojanja Boga preko kretanja dat je u Michael Buckley, *Motion and Motion's God*, Princeton University Press, 1971. Intenzitet bitaka vođenih oko ovog pogrešnog pokušaja jedno je od najtragikomičnih poglavlja istorije. Citirano na ***strani 22***.

13. Toma Akvinski (Thomas Aquinas), *Summa Theologiae* or *Summa Theologica*, 1265–1273, online na latinskom je na www.newadvent.org/summa, a na engleskom na više drugih veb strana Citirano na ***strani 22***.

14. Za istraživanje "unutrašnjih" kretanja, pogledajte lep tekst od Richard Schwartz, *Internal Family SystemsTherapy*, The Guilford Press, 1995. Citirano na ***strani 22***.

15. Za stručan opis pravilnog kretanja razvoja deteta i kako to vodi ka zdravom karakteru, videti knjigu Emmi Pikler, *Laßt mir Zeit - Die selbstständige Bewegungsentwicklung des Kindes bis zumfreien Gehen*, Pflaum Verlag, 2001, i njene druge knjige. Pogledati takođe www.pikler.org veb stranu. Citirano na ***strani 22***.

16. Pogledajte na primer očaravajući tekst od David G. Chandler, *The Campaigns of Napoleon – The Mind and Method of History's Greatest Soldier*, Macmillan, 1966. Citirano na ***strani 22***.

17. Richard Marcus, *American Roulette*, StMartin's Press, 2003, triler i istinita priča. Citirano na ***strani 22***.

18. Dobra i zabavna knjiga o promeni ponašanja je dobro poznati tekst od Richard Bandler, *Using Your Brain for a Change*, Real People Press, 1985. Pogledajte takođe i Richard Bandler & John Grinder, *Frogs into princes – Neuro Linguistic Programming*, Eden Grove Editions, 1990. Citirano na ***strani 21***. i ***30***.

19. Divna knjiga o mehanizmu rasta čoveka od početne ćelije do potpunog razvoja je od Lewis Wolpert, *The Triumph of the Embryo*, Oxford University Press, 1991. Citirano na ***strani 21***.

20. Za teme milosti i pribranosti, pogledajte na primer brojne knjige za Aleksandar tehniku, kao što su M. Gelb, *Body Learning – An Introduction to the Alexander Technique*, Aurum Press, 1981, i Richard Brennan, *Introduction to the Alexander Technique*, Little Brown and Company, 1996. Između ostalog, ideja Aleksandar tehnike je da se vratimo u situaciju u kojoj se grupa mišića za održanje i grupa mišića za kretanje koriste samo za njihove osnov ne funkcije, a ne obrnuto. Svako nepotrebno naprezanje mišića, kao što je ukočen vrat, je rasipanje energije zgog korišćenja za kretanje mišića za održanje, a za održanje mišića za kretanje. Tehnikom se nauči način kako da se mišići koriste prirodno. Kretanje životinja je proučavao opširno još u 17. veku G. Borelli, *De motu animalium*, 1680. Primer savremenog pristupa je u J. J. Collins & I. Stewart, *Hexapodal gaits and coupled nonlinear oscillator models*, Biological Cybernetics **68**, strane. 287–298, 1993. Pogledajte i I. Stewart & M. Golubits ky, *Fearful Symmetry*, Blackwell, 1992. Citirano na ***strani 23***. i ***98***.

21. Rezultati razvoja dece ponenut ovde i ubuduće opisani su uglavnom iz studija koje je pokrenuo Žan Pijaže (Jean Piaget); za više detalja o razvoju dece, videti u daljem tekstu (***Vol. III, strana 185***). Na www.piaget.org možete naći veb stranu koju održava Jean Piaget Society. Citirano na ***stranama 24*** i ***38***.

22. Mozak reptila (jedi? beži? zanemari?), poznat ka R-kompleks, sadrži moždano stablo, mali mozak, bazalne ganglije i talamus; mozak odraslog sisara (osećajni), poznat kao limbični sistem, sadrži amigdalu, hipotalamus i hipokampus; Ljudski (racionalan) mozak (i mozak primata), poznat kao neokorteks, sastoji se od poznate sive mase. Za predstavu o mozgu, pogledajte atlas od John Nolte, *The Human Brain: An Introduction to its Functional Anatomy*, Mosby, četvrto izdanje, 1999. Citirano na ***strani 25***.

23. Film u levom donjem uglu može da se prikaže na računaru ako se u softver paketa Mathematica upišu sledeći redovi: Citirano na ***strani 25***.

```
≪ Graphics'Animation
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
frame[[n,y,x]]=back[[y,x-n]] ],
{x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf]], Mesh-> False,
Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
DisplayFunction-> Identity], {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

Medjutim, naš sistem za osećaj kretanja je mnogo snažniji od primera prikazanog u donjem levom uglu. Naredni filim, koji se razlikuje to ističe.

```
Graphics‘Animation‘
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3;
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
frame[[n,y,x]]=back[[y,x]] ],
{x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf]], Mesh-> False,
Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
 DisplayFunction-> Identity], {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

Slični eksperimenti, to jest, uz upotrebu nasumično promenljivih uzoraka, pokazuju da oko oseća kretanje čak i u slučaju kada su sve Furijeove komponente na slici praktično nula; takvo kretanje slike je nazvano ***izbalansirano zanošenje*** ili ***ne-Furieovo*** kretanje. Mnogo primera je prikazano u J. Zanker, *Modelling human motion perception I: Classical stimuli*, Naturwissenschaften **81**, strane. 156–163, 1994, i J. Zanker, *Modelling human motion perception II: Beyond Fourier motion stimuli*, Naturwissenschaften 81, strane. 200–209, 1994. Savremena istraživanja pomažu da se otkriju odgovarajuće neurološke strukture, kao što je pokazano u S. A. Baccus, B. P. Olveczky, M. Manu & M. Meister, *A retinal circuit that computes object motion*, Journal of Neuroscience **28**, strane. 6807–6817, 2008. Citirano na ***strani 25***

24. Svi odlomci od Heraklita su od John Mansley Robinson, *An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5. Citirano na ***strani 26***.

25. Pregled ovih zgodnih zagonetki se nalazi kod E. D. Demaine, M. L. Demaine, Y. N. Minski, J. S. B. Mitchell, R. L. Rivest & M. Pat rascu, *Picture-hanging puzzles*, preprint je na veb strani arxiv.org/abs/1203.3602. Citirano na ***strani 31***.

26. Uvod za Njutna kao alhemičara su knjige od Betty Jo Teeter Dobbs, *The Foundations of Newton’s Alchemy*, Cambridge University Press, 1983, i *The Janus Face of Genius*, Cambridge University Press, 1992. Utvrđeno je da je Njutn bio neka vrsta velikog intelektualnog čarobnjaka koji je očajnički tražio primer procesa u kojem Bog sarađuje sa materijalnim svetom. Jedna snažna ali tragična priča. Dobar pregled je obezbedio R. G. Keesing, *Essay Review: Newton’s Alchemy*, Contemporary Physics 36, strane. 117–119, 1995. Njutnova detinjasta teologija, tipična za tragaoca za Bogom onog koji je odrastao bez oca, može se naći u mnogim knjiganžma koje sadrže pisma razmenjivana između njegovog sekretara Klarka i Lajbnica, Njutnovog rivala za slavom. Citirano na ***strani 33***.

27. Uvod u priču o klasičnoj mehanici, koja je takođe razorila nekoliko mitova koji su je okruživali – kao što je ideja da je Njutn mogao da rešava diferencijalne jednakosti ili da je uveo izraz $F = ma$ – dao je Clifford A. Truesdell, *Essays in the History of Mechanics*, Springer, 1968. Citirano na ***stranama 33***, ***143***, i ***168***.

28. Usporavanje efektivne brzine svetlosti unutar Sunca je zbog učestanog rasejavanja fotona od strane solarne materije. Najbolje procenjena ova vrednost je od R. Mitalas & K. R. Sills, *On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal 401, strane. 759–760, 1992. Oni su procenili da je na celom Suncu srednja brzina od 0,97 cm/s, a da je vrednost 10 puta manja u centru Sunca. Citirano na ***strani 35***.

29. C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi & L. Vestergaard Hau, *Observation of coherent optical information storage in an atomicmedium using halted light pulses*, Nature 409, strane490–493, 2001. Postoji takođe i komentar u radu E. A. Cornell, *Stopping light in its track*, 409, strane. 461–462, 2001. Međutim, uprkos tvrdnjama, impulsi svetlosti se naravno ***ne mogu*** zaustaviti. Možete li dati najmanje dva razloga čak i da niste pročitali radove, a ***Izazov 712*** je možda i treći pošto ih pročitate. Rad je popravljanje predhodnog eksperimenta gde je postignuta brzina grupe svetlosti od 17 m/s u ultrahladnom gasu atoma natrijuma pri temperaturi od nekoliko nanokelvina. To su

objavili L. Vestergaard Hau, S. E. Harris, Z. Dutto n & C. H. Behroozi, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature 397, strane. 594–598, 1999. Citirano na ***strani 35***.

30. Rainer Flindt, *Biologie in Zahlen – Eine Datensammlung in Tabellen mit über 10. 000 Einzelwerten*, Spektrum Akademischer Verlag, 2000. Citirano na ***strani 35***.

31. Dva mlazna aviona sa tom brzinom posmatrali su I. F. Mirabel & L. F. Rodriguez, *A superluminal source in the Galaxy*, Nature 371, strane. 46–48, 1994, a takođe kao i komentar na strani 18. Citirano na ***strani 35***.

32. Lep uvod o najsporijim kretanjima u prirodi, promene u slici predela je Detlev Busche, Jurgen Kempf & Ingrid Stengel, *Landschaftsformen der Erde – Bildatlas der Geomorphologie*, Primus Verlag, 2005. Citirano na ***strani 34.***

33. Da biste napravili sopstveni sunčani časovnik pogledajte lep i kratak tekst od Arnold Zenkert, *Faszination Sonnenuhr*, VEB Verlag Technik, 1984. Pogledajte takođe lep i i kompletan uvod uvod u ovaj pomalo čudan svet na veb strani www.sundials.co.uk . Citirano na ***strani 39***.

34. Uvod u osećaj vremena kao posledica časovnika u mozgu, nalazi se u R. B. Ivry & R. Spencer, *The neural representation of time*, Current Opinion in Neurobiology 14, strane. 225–232, 2004. Hemijski časovnik u našem telu je opisao John D. Palmer, *The Living Clock*, Oxford University Press, 2002, ili u A. Ahlgren & F. Halberg, *Cycles of Nature: An Introduction to Biological Rhythms*, National Science Teachers Association, 1990. Pogledajte takođe na internetu veb stranu www.msi.umn.edu/~halberg/introd . Citirano na ***strani 40***.

35. Između ostalog, ovo je prikazano u radu Anna Wierzbicka, a što je razmatrano sa više detalja u delovima knjige koji slede. (***Vol. III, page 203***). Strastveni bestseler Chomskiana, autor Steven Pinker, *The Language Instinct – How the Mind Creates Language*, Harper Perennial, 1994, takođe razmatra pitanja ove materije i između ostalog pobija na strani 63 često ponavljane pogrešne izhave da je Hopi jezik izuzetak. Citirano na ***strani 40***.

36. Za više informacija videti divnu knjigu, koja se može besplatno učitati, o biološkim časovnicima od Wolfgang Engelmann na veb strani www.uni-tuebingen.de/plantphys/bioclox. Citirano na ***strani 41***.

37. B. Gunther & E. Morgado, *Allometric scaling of biological rhythms in mammals*, Biological Research 38, strane207–212, 2005. Citirano na ***strani 42***.

38. Aristotel je odbacio ideju o toku vemena u odeljku IV njegovog dela *Physics*. Pun teks možete pogledati na veb strani classics.mit.edu/Aristotle/physics.4.iv.html. Citirano na ***strani 43***.

39. Možda najinformativmija od svih knjiga o "streli vremena" je od Hans Dieter Zeh, *The Physical Basis of the Direction of Time*, Springer Verlag, 4th edition, 2001. Ona je još uvek vrhunska knjiga na ovu temu. Postoje i mnogi drugi tekstovi – pogledajte na internet – ali im nedostaje jasnoća ideje. Tipičan konferencijski pristup je J. J. Halliwell, J. Perez-Mercader & Wojciech H. Zurek, *Physical Origins of Time Asymmetry*, Cambridge University Press, 1994. Citirano na ***strani 43***.

40. Po pitanju apsolutnog i relativnog kretanja postoji mnogo knjiga o malo pitanja. Primeri su Julian Barbour, *Absolute or Relative Motion? Vol. 1: A Study from the Machian Point of View of the Discovery and the Structure of Spacetime Theories*, Cambridge University Press, 1989, Julian Barbour, *Absolute or Relative Motion? Vol. 2: The Deep Structure of General Relativity*, Oxford University Press, 2005, or John Earman, *World Enough and Spacetime: Absolute vs Relational Theories of Spacetime*, MIT Press, 1989. Nagađano rešenje o alternativi između apsolutnog i relativnog kretanja dato je u (***Vol. VI, strana 55***). Citirano na ***strani 47***.

41. Linija obale i ostali fraktali lepo su opisani u Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jurgens & Dietmar Saupe, *Fractals for the Classroom*, Springer Verlag, 1992, strane. 232–245. Pristupačna je i na mmnogim drugim jezicima. Citirano na ***strani 48***.

42. R. Dougherty & M. Foreman, *Banach–Tarski decompositions using sets with the property of Baire*, Journal of the American Mathematical Society **7**, strane. 75–124, 1994. Pogledati takođe i Alan L. T. Paterson, *Amenability*, American Mathematical Society, 1998, and RobertM. French,

The Banach–Tarski theorem, The Mathematical Intelligencer 10, strane. 21–28, 1998. Najzad, postoji i knjiga od Bernard R. Gelbaum & John M. H. Olmsted, *counter-examples in Analysis*, Holden–Day, 1964, and their *Theorems and counter-examples in Mathematics*, Springer, 1993. Citirano na ***strani 50***.

43. Dobar, ali ne i lak, tekst je od Stanley Wagon, *The Banach Tarski Paradox*, Cambridge University Press, 1993. Citirano na ***stranama 50*** i ***347***

44. O obliku bakterija u slanoj vodi, videti odgovarajući odeljak interesantne knjige od Bernard Dixon, *Power Unseen – How Microbes Rule the World*, W. H. Freeman, 1994. Knjiga ima oko 80 odeljaka, u kojima je pregledno prikazano mnogo mikroorganizama. Citirano na ***strani 51***.

45. Olaf Medenbach & Harry Wilk, *Zauberwelt der Mineralien*, Sigloch Edition, 1977. Tu je kombinovano mnogo fotografija sa uvodom u nauku o kristalima, mineralima i stenama. O najvećem kristalu videti P. C. Rickwood, *The largest crystals*, 66, strane. 885–908, 1981, koja se može videti na veb strani www.minsocam.org/MSA/collectors_corner/arc/large_crystals.htm. Pogledati veb stranu www.naica.com.mx/english/internas/interna1.htm za impresivan primer iz pećine Naica u Meksiku. Citirano na ***strani 51***.

46. Na www.weltbildfrage.de/3frame.htm i www.lhup.edu/~dsimanek/hollow/morrow.htm. mogu se videti ideje o šupljoj Zemlji. Citirano na ***strani 51***.

47. Najmanje rastojanje je ispitano u akcelertoru čestica; rastojanje može da se odredi iz energije zraka čestice Godine 1996. vrednost od 10^{-19} m (za gornju granicu veličine kvarka) dobijen je u eksperimentu opisanom u F. Abe & al., *Measurement of dijet angular distributions by the collider detector at Fermilab*, Physical Review Letters **77**, strane. 5336–5341, 1996. Citirano na ***strani 56***.

48. Više o iluzijama Meseca može da se nađe na veb strani science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2008/16jun_moonillusion. Svi radovi Ptolomeja se nalaze na veb strani ptolemaeus. badw. de/start. Citirano na ***strani 58***.

49. Ove zagonetke su preuzete iz kolekcije www.mathematische-basteleien.de. Citirano na ***strani 59***.

50. Alexander K. Dewdney, *The Planiverse – Computer Contact with a Two-dimensional World*, Poseidon Books/Simon& Schuster, 1984. Videti takođe Edwin A. Abbott, *Flatland: A romance of many dimensions*, 1884. Mnoge drugi autori fikcija opiivali su pre toga opciju dvodimenzionalnog svemira, uvek dajući potvrdni odgovor, što je netačno. Citirano na ***strani 60***.

51. J. Bohr & K. Olsen, *The ancient art of laying rope*, preprint na arxiv.org/abs/1004.0814 Citirano na ***strani 52***.

52. Pogledati www.pbrc.hawaii.edu/~petra/animal_olympians.html radi pregleda i reference. Citirano na ***strani 60***.

53. P. Pieranski, S. Przybyl & A. Stasiak, *Tight open knots*, European Physical Journal E 6, strane. 123–128, 2001, preprint na arxiv.org/abs/physics/0103016. Citirano na ***strani 61***.

54. O svetu vatrometa videti listu često postavljanih pitanja na usenet grupi rec. pyrotechnics, ili potražiti veb strane. Jednostavan uvod je članak od J. A. Conkling, *Pyrotechnics*, Scientific American strane. 66–73, July 1990. Citirano na ***strani 63***.

55. Postoji cela priča o promenama ubrzanja ***g***. Ona može da se otkrije u Chuji Tsuboi, *Gravity*, Allen & Unwin, 1979, ili u Wolfgang Torge, *Gravimetry*, de Gruyter, 1989, ili u Milan Burša & Karel Pěč, *The Gravity Field and the Dynamics of the Earth*, Springer, 1993. Promene visine tla za 0,3 m usled uticaja Mesca jedan je od interesantnih efekata koji se nalaze u ovim istraživanjima. Citirano na ***strani 63*** i ***148***.

56. Stillman Drake, *Galileo: A Very Short Introduction*, Oxford University Press, 2001. Citirano na ***strani 64***.

57. Andrea Frova, *La fisica sotto il naso – 44 pezzi facili*, Biblioteca Universale Rizzoli,Milano, 2001. Citirano na ***strani 64***.

58. S druge strane, drugi naučnici vole da proučavaju detaljno obične tragove. Videti, na primer, Heini Hediger, editor, *Die Straßen der Tiere*, Vieweg & Sohn, 1967. Citirano na ***strani 65***.

59. H. K. Eriksen, J. R. Kristiansen, O. Langangen & I. K. Wehus, *How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study*, American Journal of Physics **77**, strane. 224–228, 2009. Citirano na ***strani 65***.

60. O ovome je raspravljano u *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, od 2. avgusta, 1997, za vreme održavanja svetskog prvenstva u atletici. Navedene su vrednosti za najbrži deo trke sprintera na 100 m; tačne vrednosti koje su citirane su brzine trčanja svetskog rekorda 1997. godine, a date su za muškarce 12,048 m/s = 43,372 km/h za Ben Džonsona (Ben Johnson) i 10,99 m/s = 39,56 km/h za žene. Citirano na ***strani 65***.

61. Podaci za skok u dalj i literatura mogu se naći i tri članka pod naslovima *Is a good long jumper a good high jumper?*, u American Journal of Physics 69, strane. 104–105, 2001. Posebno, dobar skakač svetskog nivoa trči 9. 35 ± 0. 15 m/s, uz brzinu vertikalnog odskoka od 3. 35 ± 0. 15 m/s, što mu daje odskočni ugao od oko 20° (samo). Nova tehnika za postizanje većeg odskočnog ugla omogućiće da se dramatično poveća rekord skoka u dalj. Citirano na ***strani 65***.

62. Proučavanje odbacivanja fekalija (to jest, izmeta) i njegov mehanizam deo je moderne biologije. Razlog zbog kojeg gusenice to čine određen je kod M. Weiss, *Good housekeeping: why do shelter-dwelling caterpillars fling their frass?*, Ecology Letters 6, strane 361–370, 2003, gde je takođe naveden trenutan rekord od 1,5 m za kuglicu od 24 mg kod *Epargyreus clarus*. Slika letećeg izmeta je od S. Caveney, H. McLean & D. Surry, *Faecal firing in a skipper caterpillar is pressure-driven*, The Journal of Experimental Biology 201, strane 121–133, 1998. Citirano na ***strani 66***.

63. H. C. Bennet-Clark, *Scale effects in jumping animals*, strane. 185–201, u T. J. Pedley, editor, *Scale Effects in Animal Locomotion*, Academic Press, 1977. Citirano na ***strani 67***.

64. Zenonovi dokazi se mogu naći u Aristotelovoj *Physics*, VI, 9. Može se isto tako naći i prevod na skoro sve jezike. Veb strana classics.mit.edu/Aristotle/physics.6.vi.html daje online verziju na engleskom. Citirano na ***stranama 69*** i ***378***.

65. Videti, na primer, K. V. Kumar & W. T. Norfleet, *Issues of human acceleration tolerance after long-duration space flights*, NASA Technical Memorandum 104753, strane 1–55, 1992, može se pogledati na ntrs.nasa.gov . Citirano na ***strani 70***.

66. Etimologija može da bude fantastična tema, to jest, kada istraživači otkriju poreklo nemačke reči "Weib" ("žena" u vezi je sa engleskim "wife"). To je otkriveno preko nekoliko tekstova na toharijanskom – izumlom indo-evropskom jeziku iz oblasti u savremenoj Kini – koja u orginalu znači "shame" (stid). Korišćena je za genitalni deo ženskog tela "mesto stida". Vremenom je ovaj izraz dobio uopšteno značenje "žena", skraćenjem samo na drugi pojam. Ovu povezanost je otkrio lingvista Klaus T. Schmidt; on je objasnio posebno zbog čega reč nije ženskog, već srednjeg roda, to jest zbog čega se (u nemačkom jeziku) koristi određeni član "das" umesto "die". Julia Simon, privatna komunikacija.

Etimologija može biti takođe jednostavna i zabavna, na primer kada se otkrije u *Oxford English Dictionary* da "testimony" ("svedočenje") i "testicle" ("testisi") imaju isto poreklo; zapravo latinska reč "testis" je korišćena za oba pojma. Citirano na ***strani 72*** i ***83.***

67. Pregled poslednjih razvoja je dat kod J. T. Armstrong, D. J. Hunter, K. J. Johnston & D. Mozurkewich, *Stellar optical interferometry in the 1990s*, Physics Today strane 42–49, maj 1995. Više od 100 prečnika zvezda bilo je poznato već 1995. godine. Više snažnih instrumenata za ovu svrhu je bilo planirano. Citirano na ***strani 72***.

68. Dobar udžbenik biologije o rastu je od Arthur F. Hopper & Nathan H. Hart, *Foundations of Animal Deveopment*, Oxford University Press, 2006. Citirano na ***strani 73***.

69. Ovo je razmatrano na primer kod C. L. Stong, *The amateur scientist – how to supply electric power to something which is turning*, Scientific American strane 120–125, decembar 1975. Tu je isto tako razmatrano kako da se načini mirna slika nečeg što se obrće jednostavnim korišćenjem nekoliko prizmi, takozvanih ***Dove prizme***. Drugi primer, kako zakačiti nešto za telo koje se obrće

dat je kod E. Rieflin, *Some mechanisms related to Dirac's strings*, American Journal of Physics 47, strane 379–381, 1979. Citirano na ***strani 74***.

70. James A. Young, *Tumbleweed*, Scientific American 264, strane 82–87, mart 1991. Žbun koji se kotlja je jako redak osim u holivudskim vesternima, u kojima kao da svi režiseri osećaju obavezu da ih posebno prikazuju. Citirano na ***strani 74***.

71. Klsična knjiga na ovu temu je od James Gray, *Animal Locomotion*,Weidenfeld &Nicolson, 1968. Citirano na ***strani 74***.

72. O *N. decemspinosa*, pogledati kod R. L. Caldwell, *A unique form of locomotion in a stomatopod – backward somersaulting*, Nature 282, strane 71–73, 1979, i kod R. Full, K. Earls, M. Wong & R. Caldwell, *Locomotion like a wheel?*, Nature 365, strana. 495, 1993. O gusenicama koje se kotrljaju videti J. Brackenbury, *Caterpillar kinematics*, Nature 330, strana. 453, 1997, i J. Brackenbury, *Fast locomotion in caterpillars*, Journal of Insect Physiology 45, strane5 25–533, 1999. Više slika u vezi nogu može se naći na rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs. Citirano na ***strani 75***.

73. Kretanje paukova vrste *Cebrennus villosus opisao je* Ingo Rechenberg iz Berlina. Pogledajte video na www.youtube.com/watch?v=Aayb_h31RyQ . Citirano na ***strani 75***.

74. Prve eksperimente koji su dokazali obrtanje *flagelle* izvršili su M. Silverman & M. I. Simon, *Flagellar rotation and themechanismof bacterialmotility*, Nature 249, strane 73– 74, 1974. Za neke lepe slike molekula koji učestvuju u tome, videti K. Namba, *A biological molecular machine: bacterial flagellar motor and filament*, Wear 168, strane 189–193, 1993, ili video na veb strani www.youtube.com/watch?v=fFq_MGf3sbk. Sadašnji rekord obrtanja od 1700 obrtaja u sekundi primetili su Y. Magariyama, S. Sugiyama, K. Muramoto, Y. Maekawa, I. Kawagishi, Y. Imae & S. Kudo, *Very fast flagellar rotation*, Nature 371, strana 752, 1994. Više o ovoj bakteriji se može naučiti od David Dusenbery, *Life at a Small Scale*, Scientific American Library, 1996. Citirano na ***strani 76***.

75. S. Chen & al. , *Structural diversity of bacterial flagellar motors*, EMBO Journal 30, strane 2972–2981, 2011 i na veb strani emboj.embopress.org/content/30/14/2972 . Citirano na ***strani 76***.

76. M. P. Brenner, S. Hilgenfeldt& D. Lohse, *Single bubble sonoluminescence*, Reviews of Modern Physics 74, strane 425–484, 2002. Citirano na ***strani 76***.

77. K. R. Weninger, B. P. Barber & S. J. Putterman, *Pulsed Mie scattering measurements of the collapse of a sonoluminescing bubble*, Physical Review Letters 78, strane 1799 – 1802, 1997. Citirano na ***strani 77***.

78. O senkama, videti prijatan popularan tekst od Roberto Casati , *Alla scoperta dell'ombra – Da Platone a Galileo la storia di un enigma che ha affascinato le grandimenti dell'umanitŕ*, Oscar Mondadori, 2000, i njegovu veb stranu na www.shadowes.org. Citirano na ***strani 81***.

79. Postoji takođe lepa knjiga od Penelope Farrant, *Colour in Nature*, Blandford, 1997. Citirano na ***strani 81***.

80. Fizičke "zakone" u crtanim filmovima možete lako naći na internetu korišćenjem pretraživača; na primer, na www.dgp.toronto.edu/~karan/courses/csc2529/cartoonlaw.htm. Citirano na ***strani 81***.

81. Za radoznale, pregled iluzija koje se koriste u filmovima i na televiziji, a koje dovode do čudnih ponašanja gore pomenutih slika, dat je kod Bernard Wilkie, *The Technique of Special Effects in Television*, Focal Press, 1993, i njegovim drugim knjigama, ili u časopisu *Cinefex*. O tehnici digitalnog snimanja, videti Peter C. Slansky, editor, *Digitaler film – digitales Kino*, UVK Verlag, 2004. Citirano na ***strani 82***.

82. Aecije (Aethius), Opinions, I, XXIII, 3. videti Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, strana. 426, 1991. Citirano na ***strani 82***.

83. Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983. To je iz Pappus of Alexandria's opus *Synagoge*, book VIII, 19. Citirano na ***strani 74*** i ***174***.

84. Videti www.straightdope.com/classics/a5_262.html i en.wikipedia.org/wiki/Guillotine za ozbiljniji prilaz . Citirano na ***strani 83***.

85. Pogledajte dokument od kojeg zastale dah od A. DiSessa, *Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, 48, strana 365, 1980, i A. DiSessa, *Erratum: "Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics" [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)]*, 48, strana 784, 1980. Isto tako je lep besplatan udžbenik od Friedrich Herrmann, *The Karlsruhe Physics Course*, koji ovu temu jako naglašava; videti ***Ref. 2***. Citirano na ***stranama 87***, ***168***, ***170*** i ***370***.

86. Za ulogu i hemiju adenozintrifosfata (ATP) u ćelijama i u živim bićima, pogledajte knjigu iz hemije, ili potražite na internetu. Otkrivanje mehanizma u vezi sa ATP donelo je Nobelovu nagradu za hemiju 1978. i 1979. godine. Citirano na ***strani 88***.

87. Slika ovog jedinstvenog časovnika može se naći u članku A. Garrett, *Perpetualmotion – a delicious delirium*, PhysicsWorld strane 23–26, decembar 1990. Citirano na ***strani 89***.

88. Esger Brunner, *Het ongelijk van Newton – het kleibakexperiment van 's Gravesande nagespeld*, Nederland tijdschrift voor natuurkunde strane 95–96, mart 2012. Članak sadrži dosta nejasno odštampane fotografije. Citirano na ***strani 91***.

89. Istraživanje kompanije Shell procenjuje da će ukupna potrošnja energije u 2000. godini biti 500 EJ. Ministarstvo Energetike SAD procenjuje da je oko 416 EJ. Ovde smo uzeli manju vrednost. Razmatranje i raspad potrošnje električne energije (14 EJ) i drugih oblika energije, što je različito za pojedine zemlje, može se naći kod S. Benka, *The energy challenge*, Physics Today 55, strane 38–39, April 2002, i E. J. Monitz & M. A. Kenderdine, *Meeting energy challenges: technology and policy*, Physics Today **55**, strane 40–46, april 2002. Citirano na ***stranama 91*** i ***92***.

90. L. M. Miller, F. Gans & A. Kleidon, *Estimating maximum global land surface wind power extractability and associated climatic consequences*, Earth System Dynamics **2**, strane 1– 12, 2011. Citirano na ***strani 92***.

91. Radi pregleda, pogledajte rad J. F. Mulligan & H. G. Hertz, *An unpublished lecture by Heinrich Hertz: 'On the energy balance of the Earth'*, American Journal of Physics 65, strane 36–45, 1997. Citirano na ***strani 92***.

92. Za divnu fotografiju ovog mačjeg poduhvata, pogledajte korice časopisa i članak J. Darius, *A tale of a falling cat*, Nature 308, strana 109, 1984. Citirano na ***strani 97***.

93. Natthi L. Sharma, *A new observation about rolling motion*, European Journal of Physics 17, strane 353–356, 1996. Citirano na ***strani 98***.

94. C. Singh, *When physical intuition fails*, American Journal of Physics 70, strane 1103–1109, 2002. Citirano na ***strani 98***.

95. Postoji mnogo literature o hodanju. Između više knjiga o ovoj temi. dva dobro poznata uputa su od Robert McNeill Alexander, *Exploring Biomechanics: Animals in Motion*, Scientific American Library, 1992, i Steven Vogel, *Comparative Biomechanics - Life's PhysicalWorld*, Princeton University Press, 2003. Citirano na ***strani 98***.

96. Serge Gracovetsky, *The Spinal Engine*, Springer Verlag, 1990. Sada je takođe poznato da je ljudski hod haos. Ovo objašnjava M. Perc, *The dynamics of human gait*, European Journal of Physics 26, strane 525–534, 2005. O fizici hodanja i trčanja, videti odgovarajuća poglavlja u divnoj knjizi Werner Gruber, *Unglaublich einfach, einfach unglaublich: Physik für jeden Tag*, Heyne, 2006. Citirano na ***strani 99***.

97. M. Llobera & T. J. Sluckin, *Zigzagging: theoretical insights on climbing strategies*, Journal of Theoretical Biology 249, strane 206–217, 2007. Citirano na ***strani 100***.

98. Ovaj opis života i smrti naziva se ***maksimalni metabolički opseg***. Potražite detalje u vašoj omiljenoj biblioteci. Drugačija formulacija je ona od M. Ya. Azbel, *Universal biological scaling and mortality*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA 91, strane 12453–

12457, 1994. On objašnjava da svaki atom u organizmu utroši, u proseku, 20 molekula kiseonika tokom života. Citirano na ***strani 100***.

99. Duncan MacDougall, *Hypothesis concerning soul substance together with experimental evidence of the existence of such substance*, American Medicine **2**, strane 240–243, april 1907, i Duncan MacDougall, *Hypothesis concerning soul substance*, American Medicine 2, strane 395–397, juli 1907. Čitanje ovih radova pokazuje da autor ima malo iskustva za pouzdana merenja težine i vremena. Citirano na ***strani 100***.

100. Priču o dobrim predviđanjima ishoda ruleta iz 1970. godine ispričao je Thomas A. Bass, *The Eudaemonic Pie* takođe je objavljena i pod naslovom *The Newtonian Casino*, Backinprint, 2000. Pregled do 1998 dat je u radu Edward O. Thorp, *The invention of the first wearable computer*, *Proceedings of the Second International Symposium on Wearable Computers* (ISWC 1998), 19-20 oktobar 1998, Pittsburgh, Pennsylvania, USA (IEEE Computer Society), strane 4–8, 1998, što se može učitati sa veb strane www.cs.columbia.edu/~feiner/courses/mobwear/resources/thorp-iswc98.pdf. Citirano na ***strani 101***.

101. Ova i mnoga drugi fizička iznenađenja opisana su u lepom tekstu od Zweck, *Physik im Alltag*, beleške sa njedovih predavanja održanih 1999/2000. godine na Univerzitetu u Regensburgu, Citirano na ***stranama 102*** i ***104***.

102. Ravnoteža brodova, tako važna za automobile na feribotima, interesantan je deo brodogradnje: uvod je već bio dao Leonhard Euler, *Scientia navalis*, 1749. Citirano na ***strani 103***.

103. Thomas Heath, *Aristarchus of Samos – the Ancient Copernicus*, Dover, 1981, reprintovano sa orginala izdatog 1913. godine. Aristarhov sporazum je dat na grćkom i na engleskom. Aristarh je bio prvi predlagač heliocentričnog sistema. Aristarh je merio dužinu dana (zapravo određivanjem broja dana u godini) uz iznenađujuću preciznost manjom od jedne sekunde. Ova divna kjiga daje pregled grčke astronomije pre Aristarha, objašnjava detaljno svakog grčkog mislioca. Aristarhov tekst takođe je reprintovan u Aristarhovom, *O veličinama i rastojanjima Sunca i Meseca,* oko 280. godine pne u delu Michael J. Crowe, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990, posebno na stranama 27–29. Citirano na ***strani 107***.

104. T. Gerkema & L. Gosti aux, *A brief history of the Coriolis force*, Europhysics News 43, strane14–17, 2012. Citirano na ***strani 109***.

105. Za primer video zapisa Koriolisovog efekta pogledajte video na techtv.mit.edu/videos/3722 kao i na techtv.mit.edu/videos/3714, ili potražite video zapis na www.youtube.com . Citirano na ***strani 109***.

106. Uticaj Koriolisovog efekta na ledene sante detaljno su ispitivali švedski fizičari usmereni ka okeanografu Valfridu Ekmanu (Walfrid Ekman, 1874–1954); temu je predložio veliki istraživač Fritjof Nansen, koji je i sam načinio prva posmatranja. U njegovu čast, dovori se o Ekmanovim slojevima, Ekmanovom transportu ili Ekmanovim spiralama. Svaki tekst iz okeanografije ili fizičke geografije daće više detalja o tome Citirano na ***strani 109***.

107. Pregled efekata Koriolisovog ubrzanja $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ u sistemu koji se obrće dao je Edward A. Desloge, *Classical Mechanics*, Volume 1, John Wiley&Sons, 1982. Ovo utiče čak i na takozvanu Golfsku struju, struju tople vode koja teče od Kariba do Severnog mora. Citirano na ***strani 109***.

108. Orginalno izdanje je od A. H. Shapiro, *Bath-tub vortex*, Nature 196, strane 1080–1081, 1962. On je takođe napravio i dva filma eksperimenta. Eksperiment je ponovljen više puta na severnoj i na južnoj hemisferi, gde se voda izliva uz obrtanje u pravcu kazaljki časovnika; prvo ispitivanje na južnoj hemisferi izvršio je L. M. Trefethen & al. , *The bath-tub vortex in the southern hemisphere*, Nature 201, strane 1084–1085, 1965. Kompletan popis literature nalazi se u pismima editoru časopisa American Journal of Physics 62, strana 1063, 1994. Citirano na ***strani 110***.

109. Trik je objasnio Richard Crane, *Short Foucault pendulum: a way to eliminate the precession due to ellipticity*, American Journal of Physics 49, strane 1004–1006, 1981, a posebno u Richard Crane, *Foucault pendulum wall clock*, American Journal of Physics 63, strane 33–39, 1993.

Fukoovo klatno je bila takođe tema teze Heike Kamerling Onnes, *Nieuwe bewijzen der aswenteling der aarde*, Universiteit Groningen, 1879. Citirano na ***strani 110***.

110. Literatura je J. G. Hagen, *La rotation de la terre: ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles*, Sp. Astr. Vaticana Second. App, Rome, 1910. Njegov drugi eksperiment je objavljen u J. G. Hagen, *How Atwood's machine shows the rotation of the Earth even quantitatively*, International Congress of Mathematics, Aug. 1912. Citirano na ***strani 110***.

111. Orginalni radovi su A. H. Compton, *A laboratory method of demonstrating the Earth's rotation*, Science 37, strane 803–806, 1913, A. H. Compton, *Watching the Earth revolve*, Scientific American Supplement no. 2047, strane 196–197, 1915, i A. H. Compton, *A determination of latitude, azimuth and the length of the day independent of astronomical observations*, Physical Review (second series) 5, strane 109–117, 1915. Citirano na ***strani 111***.

112. G-prsten u Vetzelu (Wettzell) je tako precizan, uz rezoluciju manju od 10^{-8}, da je čak osetio kretanje i polovima. Za detalje, pogledajte K. U. Schreiber, A. Velikoseltsev, M. Rothacher, T. Kluegel, G. E. Stedman & D. L. Wiltshire, *Direct measurement of diurnal polar motion by ring laser gyroscopes*, Journal of Geophysical Research 109 B, strana. 06405, 2004, i pregledni rad od T. Klugel, W. Schluter, U. Schreiber & M. Schneider, *Großringlaser zur kontinuierlichen Beobachtung der Erdrotation*, Zeitschrift fur Vermessungswesen 130, strane 99–108, February 2005. Citirano na ***strani 112***.

113. R. Anderson, H. R. Bilger & G. E. Stedman, *The Sagnac-effect: a century of Earthrotated interferometers*, American Journal of Physics 62, strane 975–985, 1994. Videti takođe jasan i opširan rad G. E. Stedman, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Izveštaj u Progress in Physics 60, strane 615–688, 1997. Citirano na ***strani 112***.

114. O dužini dana pogledajte veb stranu maia.usno.navy.mil ili knjigu od K. Lambeck, *The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences*, Cambridge University Press, 1980, i od W. H. Munk & G. J. F. MacDonald, *The Rotation of the Earth*, Cambridge University Press, 1960. Za savremeni uređaj prstenastog lasera, pogledajte veb stranu www. wettzell. ifag. de . Citirano na ***stranama 112*** i ***150***.

115. H. Bucka, *Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung*, Zeitschriftfur Physik 126, strane 98–105, 1949, i H. Bucka, *Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung. II. Teil*, Zeitschrift fur Physik 128, strane 104–107, 1950. Citirano na ***strani 113***.

116. Jedan primer podatka je od C. P. Sonett, E. P. Kvale, A. Zakharian, M. A. Chan & T. M. Demko, *Late proterozoic and paleozoic tides, retreat of the moon, and rotation of the Earth*, Science 273, strane 100–104, 5 July 1996. On je zaključio iz analize sedimenata plime da je dan trajao samo 18 do 19 časova u periodu proterozoika, to jest, pre 900 miliona godina; on je predpostavio da je godina bila 31 milion sekundi duža danas nego tada. Videti takođe i C. P. Sonett &M. A. Chan, *Neoproterozoic Earth-Moon dynamics – rework of the 900 MA Big Cottonwood canyon tidal laminae*, Geophysical Research Letters 25, strane 539–542, 1998. Druga odrednica je od G. E. Williams, *Precambrian tidal and glacial clastic deposits: implications for precambrian Earth–Moon dynamics and palaeoclimate*, Sedimentary Geology 120, strane 55–74, 1998. Korišćenje geoloških formacija nazvanih *ritam plime*, on je zaključio da je pre oko 600 miliona godina bilo 13 meseci u godini, a da je dan imao 22 časa. Citirano na ***strani 103***.

117. Za priču o ovoj kombinaciji istorije i astronomije videti Richard Stephenson, *Historical Eclispes and Earth's Rotation*, Cambridge University Press, 1996. Citirano na ***strani 113***.

118. B. F. Chao, *Earth Rotational Variations excited by geophysical fluids*, IVS 2004 General Meeting proceedings/ strane 38-46. Citirano na ***strani 114***.

119. O obrtanju i istoriji sunčevog sistema, videti S. Brush, *Theories of the origin of the solar system 1956–1985*, Reviews of Modern Physics 62, strane 43–112, 1990. Citirano na ***strani 114***.

120. Veb strana hpiers. obspm. fr/eop-pc/index. php prikazuje kretanje ose zemlje u poslednjih deset godina. Međunarodna služba geografske širine (*The International Latitude Service*) koju je osnovao Kustner, sada je deo Međunarodne službe obrtanja Zemlje (International Earth Rotation

Service); više informacija se može naći na veb strani www.iers.org. Poslednja ideja je da dve trećine komponente obrtanja polarnih kretanja, što se u SAD naziva "Čendlerovo njihanje" ("Chandler wobble") prema osobi koja je lično doprinela otkriću Kustnera, nastaju usled promena okeanskog pritiska na dno okeana, a jedna trećina zbog promena u atmosferi Zemlje. Ovo je objsnio R. S. Gross, *The excitation of the Chandler wobble*, Geophysical Physics Letters 27, strane 2329–2332, 2000. Citirano na ***strani 115***.

121. S. B. Lambert, C. Bizouard & V. Dehant, *Rapid variations in polar motion during the 2005-2006 winter season*, Geophysical Research Letters 33, strana L13303, 2006. Citirano na ***strani 115***.

122. Za više informacija o Alfredu Wegeneru (Alfred Wegener), videti (jednostavan) tekst Klaus Rohrbach, *Alfred Wegener – Erforscher der wandernden Kontinente*, Verlag Freies Geistesleben, 1993; o tektonskim pločama pogledajte veb stranu www.scotese.com. O zemljotresima, pogtedajte veb stranu www.geo.ed.ac.uk/quakexe/quakes i www.iris.edu/seismon. Pogledati takođe i veb strane vulcan.wr.usgs.gov i www.dartmouth.edu/~volcano za informacije o vulkanima. Citirano na ***strani 116***.

123. J. Jouzel & al. , *Orbital and millennial Antarctic climate variability over the past 800. 000 years*, Science 317, strane 793-796, 2007. , donosi podatke o koncentraciji izotopa u ledenoj kori. Nasuprot njoj, J. D. Hays, J. Imbrie & N. J. Shackleton, *Variation in the Earth's orbit: pacemaker of thr ice ages*, Science 194, strane 1121-1132, 1976, porvrđuju povezanost parametara obrtanja preko iskopavanja u mulju koji prekriva dno okeana na pojedinim mestima. Zapazite da je internet prepun informacija o ledenim dobima. Pogledajte samo pojam "Milankovitch" (Milutin Milanković) u pretraživaču. Citirano na ***strani 110***.

124. R. Humphreys & J. Larsen, *The sun's distance above the galactic plane*, Astronomical Journal **110**, strane 2183–2188, November 1995. Citirano na ***stranama 118*** i ***120***.

125. C. L. Bennet, M. S. Turner & M. White, *The cosmic rosetta stone*, PhysicsToday **50**, strane 32–38, November 1997. Citirano na ***strani 120***

126. Na www.geoffreylandis.com/vacuum.html možete naći opis onoga što se događa. Pogledajte takođe i opis ebulizma (mehuriće gasa u telu) www.geoffreylandis.com/ebullism.html kao i imagine.gsfc.nasa.gov/docs/ask_astro/answers/970603.html. Sve ove veb strane opisuju detalje uticaja vakuuma na ljude. Citirano na ***strani 124***.

127. R. McN. Alexander, *Leg design and jumping technique for humans, other vertebrates and insects*, Philosophical Transactions of the Royal Society in London B 347, strane 235–249, 1995. Citirano na ***strani 127***.

128. J. W. Glasheen & T. A. McMahon, *A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard*, Nature 380, strane 340–342, Za slike pogledajte takođe i časopis Scientist, strana 18, 30 March 1996, ili Scientific American, strane 48–49, September 1997, ili potražite na veb stranu autora rjf2.biol.berkeley.edu/Full_Lab/FL_Personnel/J_Glasheen/J_Glasheen.html. Nekoliko vrsta ptica koje žive na obalama imaju takođe sposobnost da trče po površini vode koristeći isti mehanizam. Citirano na ***strani 128***.

129. A. Fernandez-Nieves & F. J. de las Nieves, *About the propulsion system of a kayak and of Basiliscus basiliscus*, European Journal of Physics 19, strane 425–429, 1998. Citirano na ***strani 128***.

130. Y. S. Song, S. H. Suhr & M. Sitti, *Modeling of the supporting legs for designing biomimetic water strider robot*, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA, 2006. S. H. Suhr, Y. S. Song, S. J. Lee & M. Sit ti, *Biologically inspired miniature water strider robot*, Proceedings of the Robotics: Science and Systems I, Boston, USA, 2005. Pogledajte takođe i veb stranu www.me.cmu.edu/faculty1/sitti/nano/projects/waterstrider. Citirano na ***strani 128***.

131. Iriarte-Diaz, *Differential scaling of locomotor performance in small and large terrestrial mammals*, The Journal of Experimental Biology **205**, strane 2897–2908, 2002. Citirano na ***stranama 129*** i ***193***.

132. M. Wittlinger, R. Wehner & H. Wolf, *The ant odometer: stepping on stilts and stumps*, Science **312**, strane 1965–1967, 2006. Citirano na ***strani 129***.

133. P. G. Weyand, D. B. Sternlight, M. J. Bellizzi & S. Wright, *Faster top running speeds are achieved with greater ground forces not more rapid leg movements*, Journal of Applied Physiology 89, strane 1991–1999, 2000. Citirano na ***strani 129***.

134. Materijal o diskusiji u senci je iz knjige od Robert M. Pryce, *Cook and Peary*, Stackpole Books, 1997. Pogledajte takođe detalje Pirijevog falsifikata kod Wally Herbert, *The Noose of Laurels*, Doubleday 1989. Tužna priča o Robertu Piriju (Robert Peary) takođe je ispričana u jubilarnom broju *National Geographic*, September 1988. Pošto je National Geographic Society finansiralo Pirija u njegovom pokušaju i podržavala ga sve dok ga je Kongres SAD proglasio prvim čovekom na polu, (delimična) poricanja su vredna pažnje. (Časopis je kasnije ponovo promenio mišljenje, da bi prodao više primeraka, i tada je ponovo tvrdio da je Piri dospeo do Severnog pola.) Uzgred, fotograf magazina "Cook", koji tvrdio da je bio na Severnom polu čak i pre Pirija, imao je isti problem sa dužinom senke. Obe osobe imaju istoriju prevare u vezi njihovih "otkrića". Kao rezultat toga, prvi čovek na Severnom polu je verovatno Roald Amundsen, koji je tamo dospeo nekoliko godina kasnije, a on je takođe bio i prvi čovek na Južnom polu. Citirano na ***strani 131***.

135. Priču je ispričao M. Nauenberg, *Hooke, orbitalmotion, and Newton's Principia*, American Journal of Physics 62, 1994, strane 331–350. Citirano na ***strani 132***.

136. Više detalja je dato kod D. Rawlins, in *Doubling your sunsets or how anyone can measure the Earth's size with wristwatch and meter stick*, American Journal of Physics 47, 1979, strane 126–128. Drugi jednostavan postupak za merenje poluprečnika Zemlje, samo upotrebom sekstanta, dat je kod R. O'Keefe & B. Ghavimi-Alagha, in the *World Trade Center and the distance to the world's center*, American Journal of Physics 60, strane 183–185, 1992. Citirano na ***strani 133***.

137. Više detalja o mernju rastojanja u astronomiji može se naći u lepoj maloj knjizi od A. van Helden, *Measuring the Universe*, University of Chicago Press, 1985, i kod Nigel Henbest& Heather Cooper, *The Guide to the Galaxy*, Cambridge University Press, 1994. Citirano na ***strani 133***.

138. Više detalja se može naći u M. Jammer, *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, reprinted by Dover, 1997, i u *Concepts of Force, a Study in the Foundations of Mechanics*, Harvard University Press, 1957. Ovaj eklektički i temeljni istraživački tekst obezbeđuje brojne detalje i objašnjava mnoga filozofska gledišta, ali mu nedostaju jasni iskazi i zakljuci sa tačnim opisima prirode; zato nije od pomoći kao osnovni izvor. Žan Buridan (Jean Buridan *oko.* 1295 to *oko.* 1366) zamera razlikovanje sublunarnog i translunarnog kretanja u svojoj knjizi *De Caelo*, jednoj od njegovih brojnih radova. Citirano na ***strani 134***.

139. D. Topper & D. E. Vincent, *An analysis of Newton's projectile diagram*, European Journal of Physics 20, strane 59–66, 1999. Citirano na ***strani 134***.

140. Apsurdna priča o metru ispričana je u istorijskom romanu od Ken Alder, *The Measure of All Things: The Seven-Year Odyssey and Hidden Error that Transformed the World*, The Free Press, 2003. Citirano na ***strani 135***.

141. H. Cavendish, *Experiments to determine the density of the Earth*, Philosophical Transactions of the Royal Society **88**, strane 469–526, 1798. Ustvari, prva vrednost gravitacione konstante G koja se nalazi u literaturi je iz 1873. godine od Mari-Alfred Kornu (Marie-Alfred Cornu) i Žan-Baptistin Bajla (Jean-Baptistin Baille), koji su popravili metod Kavendiša. Citirano na ***strani 138***.

142. O merenjima dimenzija prostora pomoću gravitacije – i o greškama da se nađe bilo kakav nagoveštaj broja različitog od tri – videti prikaz E. G. Adelberger, B. R. Heckel & A. E. Nelson, *Tests of the gravitational inverse-square law*, Annual Review of Nuclear and Particle Science 53, strane 77–121, 2003, takodje i arxiv.org/abs/hep-ph/0307284, ili prikaz J. A. Hewett & M. Spiropulu, *Particle physics probes of extra spacetime dimensions*, Annual Review of Nuclear

and Particle Science 52, strane 397–424, 2002, ili na veb strani arxiv.org/abs/hep-ph/0205106. Citirano na ***strani 140***.

143. Postoji mnogo knjiga koje precizno objašnjavaju poreklo oblika Zemlje, kao što je džepna knjiga od S. Anders, *Weil die Erde rotiert*, Verlag Harri Deutsch, 1985. Citirano na ***strani 140***.

144. Oblik Zemlje je najpreciznije opisan u Svetskom Geodetskom Sistemu. Radi prikazivanja, pogledajte veb strane en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System i www.dqts.net/wgs84.htm. Pogledajte i veb stranu hpiers.obspm.fr *International Earth Rotation Service*. Citirano na ***strani 140***.

145. G. Heckman & M. van Haandel, *De vele beweijzen van Kepler's wet over ellipsenbanen: een nieuwe voor 'het Boek'?*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 73, strane 366– 368, November 2007. Citirano na ***strani 142***.

146. W. K. Hartman, R. J. Phillips & G. J. Taylor, editors, *Origin of the Moon*, Lunar and Planetary Institute, 1986. Citirano na ***strani 143***.

147. Ako želite da pročitate sve o kretanju Meseca sa svim zaprepašćujućim detaljima, uzmite kljigu od Martin C. Gutzwiller, *Moon–Earth–Sun: the oldest three body problem*, Reviews of Modern Physics 70, strane 589–639, 1998. Citirano na ***strani 143***.

148. Dietrich Neumann, *Physiologische Uhren von Insekten – Zur Ökophysiologie lunarperiodisch kontrollierter Fortpflanzungszeiten*, Naturwissenschaften 82, strane 310–320, 1995. Citirano na ***strani 143***.

149. Poreklo trajanja menstrualnog ciklusa još uvek nije nađeno; međutim, postoje objašnjenja o tome kako je on usklađen sa ostalim ciklusima. Za opšte oblašnjenje pogledajte Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum & Jurgen Kurths, *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science*, Cambridge University Press, 2002. Citirano na ***strani 144.***

150. J. Laskar, F. Joutel & P. Robutel, *Stability of the Earth's obliquity by the moon*, Nature **361**, strane 615–617, 1993. Međutim ovo pitanje nije još uvek rešeno, pa postoje i druge opcije. Citirano na ***strani 144***.

151. Neil F. Comins, *What if the Moon Did not Exist? – Voyages to Earths that Might Have Been*, Harper Collins, 1993. Citirano na ***strani 144***.

152. M. Connors, C. Veillet, R. Brasser, P. A. Wiegert, P. W. Chodas, S. Mikkola & K. A. Innanen, *Discovery of Earth's quasi-satellite*, Meteoritics & Planetary Science 39, strane 1251–1255, 2004, i R. Brasser, K. A. Innanen, M. Connors, C. Veillet, P. A. Wiegert, S. Mikkola & P. W. Chodas, *Transient co-orbital asteroids*, Icarus 171, strane 102–109, 2004. videti takođe i zamršene orbite kod M. Connors, C. Veillet, R. Brasser, P. A. Wiegert, P. W. Chodas, S. Mikkola & K. A. Innanen, *Horseshoe asteroids and quasi-satellites in Earth-like orbits*, Lunar and Planetary Science 35, strana 1562, 2004, preprint na www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2004/pdf/1565.pdf . Citirano na ***strani 147***.

153. P. A. Wiegert, K. A. Innanen & S. Mikkola, *An asteroidal companion to the Earth*, Nature 387, strane 685–686, 12 June 1997, zajedno sa komentarom na stranama 651–652. Detalji o orbiti i o činjenicama da Lagranžove tačke ne obrazuju uvek jednakostranične trouglove mogu se naći kod F. Namouni, A. A. Christou & C. D. Murray, *Coorbital dynamics at large eccentricity and inclination*, Physical Review Letters 83, strane 2506–2509, 1999. Citirano na ***strani 146***.

154. Simon Newcomb, Astronomical Papers of theAmerican Ephemeris 1, strana. 472, 1882. Citirano na ***strani 148***.

155. Na veb strani www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/m2_atlantique_fr.html možete pogledati animaciju plime. Citirano na ***strani 148***.

156. Lep uvod u klasiku je od G. Falk &W. Ruppel, *Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, Dritte Auflage, 1983. Citirano na ***strani 148***.

157. J. Soldner, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, strana. 161. Citirano na ***strani 151***.

158. Ravnotežu je prvi precizno testirao R. von Eötvös, Annalen der Physik & Chemie 59, strana 354, 1896, i R. von Eötvös, V. Pekar, E. Fekete, *Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, Annalen der Physik 4, Leipzig 68, strane 11–66, 1922. On je našao slaganje od 5 delova u 109. Više eksperimenata su izvršili P. G. Roll, R. Krotkow & R. H. Dicke, *The equivalence of inertial and passive gravitational mass*, Annals of Physics (NY) 26, strane 442–517, 1964, jednu od najinterasantnijih i najzabavnijih tema istraživanja u eksperimentalnoj fizici i od V. B. Braginsky & V. I. Panov, Soviet Physics – JETP 34, strane 463–466, 1971. Savremeni rezultati, sa greškama manjim od jednog dela u 1012, dati su kod Y. Su & al. , *New tests of the universality of free fall*, Physical Review D50, strane 3614–3636, 1994. Mnogo eksperimenata je predloženo za testiranje ravnoteže u prostoru sa manje od jednog dela u 1016. Citirano na ***strani 152***.

159. H. Edelmann, R. Napiwotzki, U. Heber, N. Christlieb & D. Reimers, *HE 0437-5439: an unbound hyper-velocity B-type star*, The Astrophysical Journal 634, strane L181– L184, 2005. Citirano na ***strani 157***.

160. To je objašnjeno na primer kod D. K. Firpić & I. V. Anicin, *The planets, after all, may run only in perfect circles – but in the velocity space!*, European Journal of Physics 14, strane 255– 258, 1993. Citirano na ***stranama 157*** i ***368***.

161. Videti L. Hodges, *Gravitational field strength inside the Earth*, American Journal of Physics 59, strane 954–956, 1991. Citirano na ***strani 157***.

162. P. Mohazzabi & M. C. James, *Plumb line and the shape of the Earth*, American Journal of Physics 68, strane 1038–1041, 2000. Citirano na ***strani 158***.

163. Iz Neil de Gasse Tyson, *The Universe Down to Earth*, Columbia University Press, 1994. Citirano na ***strani 159***.

164. G. D. Quinlan, *Planet X: a myth exposed*, Nature 363, strane 18–19, 1993. Citirano na ***strani 159***.

165. Videti na veb strani en.wikipedia.org/wiki/90377_Sedna. Citirano na ***strani 159***.

166. Videti R. Matthews, *Not a snowball's chance*, New Scientist 12 July 1997, strane 24–27. Orginalna tvrdnja je od Louis A. Frank, J. B. Sigwarth & J. D. Craven, *On the influx of small comets into the Earth's upper atmosphere*, parts I and II, Geophysical Research Letters 13, strane 303–306, strane 307–310, 1986. Poslednja osmatranja su opovrgla tvrdnju. Citirano na ***strani 160***.

167. Oblik zraka je divno objasnio J. Evans, *The ray form of Newton's law of motion*, American Journal of Physics 61, strane 347–350, 1993. Citirano na ***strani 161***.

168. Ovo je mali primer iz lepog teksta od Mark P. Silverman, *And Yet It Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993. To je kovčeg sa blagom za svakog koji se interesuje za detalje u fizici. Citirano na ***strani 161***.

169. G. -L. Lesage, *Lucrèce Newtonien*, Nouveaux memoires de l'Academie Royale des Sciences et Belles Lettres strane 404–431, 1747, ili treba pogledati veb stranu na internetu www3.bbaw.de/bibliothek/digital/struktur/03-nouv/1782/jpg-0600/00000495.htm. Videti takođe veb stranu en.wikipedia.org/wiki/Le_Sage's_theory_of_gravitation. Zapravo, prvi koji je predložio ideju da je gravitacija posledica malih masa koje se guraju, bio je Nicolas Fatio de Duillier 1688. godine. Citirano na ***strani 162***.

170. J. Laskar, *A numerical experiment on the chaotic behaviour of the solar system*, Nature 338, strane 237–238, 1989, i J. Laskar, *The chaotic motion of the solar system - A numerical estimate of the size of the chaotic zones*, Icarus 88, strane 266–291, 1990. Rad Laskara je kasnije objasnio Jack Wisdom, korišćenjem posebno napravljenog računara, prateći samo planete, bez uzimanja u obzir malih objekata. Za više detalja videti G. J. Sussman & J. Wisdom, *Chaotic Evolution of the*

Solar System, Science 257, strane 56–62, 1992. Danas se takvi proračuni mogu izvoditi na vašem kučnom računaru sa kodovima koji su besplatno dostupni na internetu. Citirano na ***strani 163***.

171. B. Dubrulle & F. Graner, *Titius-Bode laws in the solar system. 1: Scale invariance explains everything*, Astronomy and Astrophysics 282, strane 262–268, 1994, i *Titius-Bode laws in the solar system. 2: Build your own law from disk models*, Astronomy and Astrophysics 282, strane 269–-276, 1994. Citirano na ***strani 163***.

172. M. Lecar, *Bode's Law*, Nature 242, strane 318–319, 1973, i M. Henon, *A comment on "The resonant structure of the solar system" by A. M. Molchanov*, Icarus 11, strane 93–94, 1969. Citirano na ***strani 163***.

173. Cassius Dio, *Historia Romana*, *c.* 220, book 37, 18. Za prevod na engleski videti na iternetu, veb strana penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Cassius_Dio/37.html. Citirano na ***strani 163***.

174. Videti lep rad A. J. Simoson, *Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine 77, strane 171–188, 2004. Videti takođe A. J. Simoson, *The gravity of Hades*, 75, strane 335– 350, 2002. Citirano na ***strani 164*** i ***370***.

175. M. Bevis, D. Alsdorf, E. Kendrick, L. P. Fortes, B. Forsberg, R. Malley & J. Becker, *Seasonal fluctuations in the mass of the Amazon River system and Earth's elastic response*, Geophysical Research Letters 32, strana L16308, 2005. Citirano na ***strani 164***.

176. D. Hestenes, M. Wells & G. Swackhamer, *Force concept inventory*, Physics Teacher 30, strane 141–158, 1982. Autori su razvili test za studente radi provere shvatanja pojma sile u fizici; rad ne privukao mnogo pažnje na polju predavanja fizike. Citirano na ***strani 169***.

177. Za opšti uvid u trenje od fizičara do ekonomista, arhitekture i teorije organizacije, videti delo N. Akerman, editor, *The Necessity of Friction – Nineteen Essays on a Vital Force*, Springer Verlag, 1993. Citirano na ***strani 172***.

178. Videti M. Hirano, K. Shinjo, R. Kanecko & Y. Murata, *Observation of superlubricity by scanning tunneling microscopy*, Physical Review Letters 78, strane 1448–1451, 1997. Videti takođe diskusiju o njihovim rezultatima kod Serge Fayeulle, *Superlubricity: when friction stops*, Physics World strane 29–30, May 1997. Citirano na ***strani 172***.

179. Donald Ahrens, *Meteorology Today: An Introduction to the Weather, Climate, and the Environment*, West Publishing Company, 1991. Citirano na ***strani 173***.

180. Ovu temu je svestrano razmatrao J. R. Mureika, *What really are the best 100 m performances?*, Athletics: Canada's National Track and Field Running Magazine, July 1997. To se takođe može naći i na arxiv.org/abs/physics/9705004, zajedno sa ostalim radovima istog autora na slične teme. Citirano na ***strani 173***.

181. F. P. Bowden & D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press, Part I, revised edition, 1954, and part II, 1964. Citirano na ***strani 173***

182. Snažna knjiga o ljudskom nasilju je od Gilligan, *Violence – Our Deadly Epidemic and its Causes*, Grosset/Putnam, 1992. Citirano na ***strani 174***.

183. Glavni testovi o nasumičnosti niza brojeva – među kojima je i gorila test – mogu se naći u merodavnom radu G. Marsaglia &W. W. Tsang, *Some difficult-to-pass tests of randomness*, Journal of Statistical Software **7**, strana. 8, 2002. Isto tako može i da se učita sa veb strane www.jstatsoft.org/v07/i03. Citirano na ***strani 176***.

184. Videti interesantnu knjigu na ovu temu od Jaroslaw Strzalko, Juliusz Grabski, Przemyslaw Perlikowski, Andrzeij Stefanski & Tomasz Kapitaniak, *Dynamics of Gambling: Origin of Randomness in Mechanical Systems*, Springer, 2009, kao i noviju publikaciju od Kapitaniaka. Citirano na ***strani 176***.

185. Za jedan aspekt slobodne volje pogledajte zanosnu knjigu od Bert Hellinger, *Zweierlei Glück*, Carl Auer Systeme Verlag, 1997. Autor objašnjava kako živeti spokojno i uz najveću moguću

odgovornost za postupke, smanjenjem uplitanja sudbine i drugog. On opisuje delotvornu tehniku za postizanje ovog cilja. Potpuno drugačiju tačku gledišta daje Aung San Suu Kyi, *Freedom from Fear*, Penguin, 1991. Jedna od najhrabrijih žena na svetu ona je dobitnica Nobelove nagrade za mir godine 1991. Efektivna lična tehnika predstavljena je kod Phil Stutz & Barry Michels, *The Tools*, Spiegel & Grau, 2012. Citirano na ***strani 178***.

186. Henrik Walter, *Neurophilosophie der Willensfreiheit*, Mentis Verlag, Paderborn 1999. Takođe je moguće naći i prevod na engleski. Citirano na ***strani 178***.

187. Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983. Citirano na ***strani 178***.

188. Pogledati uputstvo za korišćenje Peaucellier-Lipkin povezivanja od D. W. Henderson and D. Taimina, koje se nalazi na kmoddl.library.cornell.edu/tutorials/11/index.php. Na internetu se može naći i mnogo drugih veb strana na ovu temu. Citirano na ***strani 179***.

189. Lepu priču u ***Dodatku B*** o kolicima uvek usmerenih ka jugu ispričali su James Foster & J. D. Nightingale, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998. Ovakva kolica su postojala u Kini, kako je pričao veliki sinolog Joseph Needham, ali je njihova konstrukcija bila nepoznata. Kolica koja su opisali Foster i Nightingale su rekonstruisana od onih iz 1947. koje je konstruisao George Lancaster, britanski inženjer. Citirano na ***strani 180.***

190. T. Van de Kamp, P. Vagovic, T. Baumbach & A. Riedel, *A biological screw in a beetle's leg*, Science 333, p. 52, 2011. Citirano na ***strani 180***.

191. M. Burrows & G. P. Sutton, *Interacting gears synchronise propulsive leg movements in a jumping insect*, Science 341, strane 1254–1256, 2013. Citirano na ***strani 180***.

192. Videti na primer Z. Ghahramani, *Building blocks of movement*, Nature 407, strane 682–683, 2000. Istraživanja o upravljanju robotima takođe su interesantna u takvoj temi. Citirano na ***strani 180***.

193. G. Gutierrez, C. Fehr, A. Calzadilla & D. Figueroa, *Fluid flow up the wall of a spinning egg*, American Journal of Physics 66, strane 442–445, 1998. Citirano na ***strani 180***

194. Istorijski pregled dat je kod Wolfgang Yourgray & Stanley Mandelstam, *Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory*, Dover, 1968. Citirano na stranicama ***183*** i ***189***.

195. C. G. Gray & E. F. Taylor, *When action is not least*, American Journal of Physics **75**, strane 434–458, 2007. Citirano na ***strani 186***.

196. Max Pasler, *Prinzipe der Mechanik*, Walter de Gruyter & Co. , 1968. Citirano na ***strani 187***.

197. Odnosi između mogućih lagranžijana objašnjeni su kod Herbert Goldstein, *Classical Mechanics*, 2nd edition, Addison-Wesley, 1980. Citirano na ***strani 188***.

198. Hemingvejevu izreku citirala je Marlen Dietrich kod Aaron E. Hotchner, *Papa Hemingway*, Random House, 1966, u delu 1, poglavlje 1. Citirano na ***strani 189***.

199. C. G. Gray, G. Karl & V. A. Novikov, *From Maupertius to Schrödinger. Quantization of classical variational principles*, American Journal of Physics 67, strane 959–961, 1999. Citirano na ***strani 190***.

200. J. A. Moore, *An innovation in physics instruction for nonscience majors*, American Journal of Physics **46**, strane 607–612, 1978. Citirano na ***strani 190***.

201. Videti na primer kod Alan P. Boss, *Extrasolar planets*, Physics Today 49, strane 32–38. September 1996. Najnovije informacije se mogu naći u "Extrasolar Planet Encyclopaedia", koja se nalazi na veb strani www.obspm.fr/planets?lang=fr od Jean Schneider u opservatoriji u Parizu. Citirano na ***strani 193***.

202. Dobar članak sa pregledom je od David W. Hughes, *Comets and Asteroids*, Contemporary Physics 35, strane 75–93, 1994. Citirano na ***strani 193***.

203. G. B. West , J. H. Brown & B. J. Enquist ‚*A general model for the origin of allometric scaling laws in biology*, Science 276, strane 122–126, 4 April 1997, uz komentare na strani 34 istog izdanja. Objašnjema su pravila koja upravljaju granjanjem krvnih sudova, limfnog sistema i sistema kapilara u biljkama. Za više detalja o biljkama, videti takođe rad G. B. West ‚J. H. Brown & B. J. Enquist ‚*A general model for the structure and allometry of plant vascular systems*, Nature 400, strane 664–667, 1999. Citirano na ***strani 194***.

204. J. R. Banavar, A. Martin & A. Rinaldo, *Size and formin efficient transportation networks*, Nature 399, strane 130–132, 1999. Citirano na ***strani 194***.

205. N. Moreira, *New striders - new humanoids with efficient gaits change the robotics landscape*, Science News Online 6th of August, 2005. Citirano na ***strani 195***.

206. Werner Heisenberg, *Der Teil und das Ganze*, Piper, 1969. Citirano na ***strani 197***.

207. Videti jasno predstravljanje od E. H. Lockwood & R. H. Macmillan, *Geometric Symmetry*, Cambridge University Press, 1978. Citirano na ***strani 197***.

208. John Mansley Robinson, *An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, poglavlje 5. Citirano na ***strani 200***.

209. Videti, na primer, B. Bower, *A child's theory of mind*, Science News 144, strane 40–41. Citirano na ***strani 201***.

210. Najlepša knjiga o ovoj temi je tekst od Branko Grunbaum & G. C. Shephard, *Tilings and Patterns*, W. H. Freeman and Company, New York, 1987. Ona je prevedena na više jezika i ponovo izdavana više puta. Citirano na ***strani 202***.

211. O tenzorima i elipsoidima u trodimenzionalnom prostoru pogledati na internetu na veb strani mysite.du.edu/~jcalvert/phys/ellipso.htm. U četvorodimenzionalnom prostor-vremenu, tenzori su apstraktniji i teži za razumevanje. Uz naglašavanje njihove apstraktnosti u teoriji relativnosti, takvi tenzori su opisani kod R. Frosch, *Four-tensors, the mother tongue of classical physics*, vdf Hochschulverlag, 2006, delimično je pristupna na books. google. com. Citirano na ***strani 205***.

212. U. Niederer, *The maximal kinematical invariance group of the free Schrödinger equation*, Helvetica Physica Acta 45, strane 802–810, 1972. Takođe pogledati uvod od O. Jahn & V. V. Sreedhar, *The maximal invariance group of Newton's equations for a free point particle*, arxiv.org/abs/math-ph/0102011. Citirano na ***strani 206***.

213. Priča je ispričana u interesantnoj biografiji A. Ajnštajna od A. Pais, '*Subtle is the Lord. – The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, 1982. Citirano na ***strani 206***

214. W. Zurn & R. Widmer-Schnidrig, *Globale Eigenschwingungen der Erde*, Physik Journal **1**, strane 49–55, 2002. Citirano na ***strani 212***.

215. N. Gauthier, *What happens to energy and momentum when two oppositely-moving wave pulses overlap?*, American Journal of Physics 71, strane 787–790, 2003. Citirano na ***strani 219***.

216. Informativna i savremena zbirka o trenutnim istraživanjima uha i detalja o njegovoj funkciji nalazi se na www.physicsweb. org/article/world/15/5/8. Citirano na ***strani 221***.

217. Poznati stručnjak o fizici pevanja je Ingo Titze. Među njegovim brojnim knjigama i radovima je popularni uvod I. R. Titze, *The human instrument*, Scientific American strane 94–101, January 2008. Mnoge ove knjige, radovi i prikazi se mogu besplatno učitati sa interneta na veb strani www.ncvs.org National Center of Voice & Speech. Ovo je vredno pažnje za svakog ko gaji strast prema pevanju i ljudskom glasu. Pogledajte takođe članak i zvučne zapise na internetu, veb strana www.scientificamerican.com/article.cfm?id=sound-clips-human-instrument. Interesantan rad je i od M. Kob & al. , *Analysing and understanding the singing voice: recent progress and open questions*, Current Bioinformatics 6, strane 362–374, 2011. Citirano na ***strani 224***.

218. S. Adachi, *Principles of sound production in wind instruments*, Acoustical Science and Technology **25**, strane 400–404, 2004. Citirano na ***strani 226***.

219. Brojne su literature o zvukovima i njihovim efektima. Na primer, ljudi su detaljno istražili razlike i efekte raznih intonacija. Veb strane kao što je bellsouthpwp.net/j/d/jdelaub/jstudio.htm, omogućavaju da se slušaju tonovi muzike svirane u različitim intonacijama. Ljidi su istraživali i da li životinje koriste samo hromatske intonacije. (Videti na K. Leutwyler, *Exploring the musical brain*, Scientific American January 2001.) Postoji mnogo studija o uticaju niskih učestanosti, o zapažanju udaraca i o mnogim drugim uticajima na čoveka. Međutim, u mnogo studija su pomešani ozbiljni i neozbiljni dokazi. Lako je izgubiti se u njima. Citirano na ***strani 226***.

220. M. Fatemi, P. L. Ogburn & J. F. Greenleaf, *Fetal stimulation by pulsed diagnostic ultrasound*, Journal of Ultrasound in Medicine 20, strane 883–889, 2001. Videti takođe i M. Fatemi, A. Alizad & J. F. Greenleaf, *Characteristics of the audio sound generated by ultrasound imaging systems*, Journal of the Acoustical Society of America 117, strane 1448–1455, 2005. Citirano na ***strani 228***.

221. Poznavao sam ženu ginekologa koja je tokom svoje trudnoće svakog dana snimala svoje dete pomoću svog ultrazvučnog uređaja. Beba je rođena sa velikim problemima sluha koji nisu nestali. Citirano na ***strani 228***.

222. R. Mole, *Possible hazards of imaging and Doppler ultrasound in obstetrics*, Birth Issues in Perinatal Care **13**, strane 29–37, 2007. Citirano na ***strani 229***.

223. A. L. Hodgkin & A. F. Huxley, *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, Journal of Physiology 117, strane 500–544, 1952. Ovaj čuven rad iz teorijske biologije doneo je autoru Nobelovu nagradu za medicinu 1963. godine. Citirano na ***strani 230***.

224. T. Filippov, *The Versatile Soliton*, Springer Verlag, 2000. Vidite takođe J. S. Russel, *Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, Murray, London, 1844, strane 311–390. Citirano na ***stranama 230*** i ***232***.

225. R. S. Ward, *Solitons and other extended field configurations*, preprint možete pogledati na internetu, veb strana arxiv.org/abs/hep-th/0505135. Citirano na ***strani 232***.

226. D. B. Bahr, W. T. Pfeffer & R. C. Browning, *The surprising motion of ski moguls*, Physics Today **62**, strane 68–69, November 2009. Citirano na ***strani 233***.

227. N. J. Zabusky & M. D. Kruskal, *Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Physical Review Letters 15, strane 240–243, 1965. Citirano na ***strani 231.***

228. O. Muskens, *De kortste knal ter wereld*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde strane 70– 73, 2005. Citirano na ***strani 232.***

229. E. Heller, *Freak waves: just bad luck, or avoidable?*, Europhysics News strane 159–161, September/October 2005, učitava se sa www.europhysicsnews.org. Citirano na ***strani 234***.

230. Pogledajte lep članak od D. Aarts, M. Schmidt & H. Lekkerkerker, *Directe visuele waarneming van thermische capillaire golven*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 70, strane 216–218, 2004. Citirano na ***strani 234***.

231. Za više o zvučnim kanalima u okenanu, videti roman od Tom Clancy, *The Hunt for Red October*. Videti takođe zapis od R. A. Muller, *Government secrets of the oceans, atmosphere, and UFOs*, web.archive.org/web/*/muller.lbl.gov/teaching/Physics10/chapters/9-SecretsofUFOs.html 2001. Citirano na ***strani 235***.

232. B. Wilson, R. S. Batty & L. M. Dill, *Pacific and Atlantic herring produce burst pulse sounds*, Biology Letters 271, number S3, 7 February 2004. Citirano na ***strani 235***.

233. A. Chabchoub & M. Fink, *Time-reversal generation of rogue W waves*, Physical Review Letters 112, strana 124101, 2014, preprint na arxiv.org/abs/1311.2990. Pogledajte takođe citirane reference. Citirano na ***strani 236***.

234. Za primer pogledati u članak od G. Fritsch, *Infraschall*, Physik in unserer Zeit 13, strane 104–110, 1982. Citirano na ***strani 237***.

235. Transformacije malih talasa otkrili su francuski matematičari Alex Grossmann, Jean Morlet i Thierry Paul. Osnovni rad je A. Grossmann, J. Morlet & T. Paul, *Integral transforms associated to square integrable representations*, Journal of Mathematical Physics 26, strane 2473–2479, 1985. Za savremen uvod, pogledajte Stephane Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, 1999. Citirano na ***strani 237.***

236. P. Manogg, *Knall und Superknall beim Überschallflug*, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 35, strane 26–33, 1982, to je moj nastavnik fizike u srednjoj školi. Citirano na ***strani 238***.

237. Pogledati lep uvod od L. Ellerbreok & van den Hoorn, *In het kielzog van Kelvin*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 73, strane 310–313, 2007. O izuzecima u Kelvinovom uglu, pogledajte veb stranu www.graingerdesigns.net/oshunpro/design-technology/wave-cancellation. Citirano na ***strani 238***.

238. Jay Ingram, *The Velocity of Honey - And More Science of Everyday Life*, Viking, 2003. Pogledati takođe W. W. L. Au & J. A. Simmons, *Echolocation in dolphins and bats*, Physics Today 60, strane 40–45, 2007. Citirano na ***strani 239***.

239. M. Boiti, J. -P. Leon, L. Martina & F. Pempinelli, *Scattering of localized solitons in the plane*, Physics Letters A 132, strane 432–439, 1988, A. S. Fokas & P. M. Santini, *Coherent structures in multidimensions*, Physics Review Letters 63, strane 1329–1333, 1989, J. Hietarinta& R. Hirota, *Multidromion solutions to the Davey–Stewartson equation*, Physics Letters A 145, strane 237–244, 1990. Citirano na ***strani 239***.

240. Za neko od ovih očaravajućih istraživanja, pogledajte J. L. Hammack, D. M. Henderson & H. Segur, *Progressive waves with persistent two-dimensional surface patterns in deep water*, Journal of Fluid Mechanics 532, strane 1–52, 2005. Za lepu fotografiju knoidalnih talasa koji se presecaju, pogledajte A. R. Osborne, *Hyperfast Modeling of Shallow-Water Waves: The KdV and KP Equations*, International Geophysics 97, strane 821–856, 2010. Pogledajte takođe radi prvih utisaka en.wikipedia.org/wiki/Waves_and_shallow_water, en.wikipedia.org/wiki/Tidal_bore i en.wikipedia.org/wiki/Cnoidal_wave. Citirano na ***strani 240***.

241. Promena učestanosti zvuka u zavisnosti od zapremine boce, objašnjeno je na veb strani interneta hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/Waves/cavity.html. Citirano na ***strani 241***.

242. Uvod pun strasti je od Neville H. Fletcher & Thomas D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, second edition, Springer 2000. Citirano na ***strani 241***.

243. M. Ausloos & D. H. Berman, *Multivariate Weierstrass–Mandelbrot function*, Proceedings of the Royal Society in London A 400, strane 331–350, 1985. Citirano na ***strani 243***.

244. Katehizam katoličke crkve, deo 2, odeljak 2, poglavlje 1, članak 3, iskazi 1376, 1377 i 1413, može se pronaći na, na veb strani www.vatican.va/archive/ENG0015/__P41.HTM ili na veb strani www.vatican.va/archive/ITA0014/__P40.HTM, a sa njihovim objašnjenjima na veb strani www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_en.html i www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium_-ccc_it.html. Citirano na ***strani 245***.

245. Orginalan tekst osude Galileja iz 1633. godine može se naći na internetu, na veb strani it.wikisource.org/wiki/Sentenza_di_condanna_di_Galileo_Galilei . Citirano na ***strani 245***.

246. Poricanje, na koje je Galilej bio prisiljen da ga potpiše, može se naći na internetu, na veb strani it.wikisource.org/wiki/Abiura_di_Galileo_Galilei. Citirano na ***strani 245***.

247. M. Artigas, *Un nuovo documento sul caso Galileo: EE 291*, Acta Philosophica 10, strane 199–214, 2001. Citirano na ***strani 246***.

248. Većina ovih tačaka su iznete, direktno ili indirektno, u knjizi od Annibale Fantoli, *Galileo: For Copernicanism and for the Church*, Vatican Observatory Publications, second edition, 1996, i od

George Coyne, direktora vatikanske oopservatorije, u njegovim govorima i publikacijama, na primer u G. Coyne, *Galileo: for Copernicanism and for the church*, Zwoje 3/36, 2003, nalazi se na veb strani ibestreview.com/zwoje36/text05p.htm. Citirano na ***strani 245***.

249. Thomas A. McMahon & John T. Bonner, *On Size and Life*, Scientific American/Freeman, 1983. Druga knjiga je od Džona Bonera (John Bonner), koji je dobio Nobelovu nagradu za biologiju je John T. Bonner, *Why Size Matters: From Bacteria to Blue Whales*, Princeton University Press, 2011. Citirano na ***strani 246***.

250. G. W. Koch, S. C. Sillet t, G. M. Jennings & S. D. Davis, *The limits to tree height*, Nature 428, strane 851–854, 2004. Citirano na ***strani 246***.

251. Jednostavan članak koji objašnjava rast drveća je od A. Mineyev, *Trees worthy of Paul Bunyan*, Quantum strane 4–10, January–February 1994. (Paul Bunyan je mitološki divovski drvoseča, heroj ranih pionira granica u SAD.) Zapazite da prenos tečnosti u drveću ne postavlja granice za njihov rast, pošto se voda pumpa naviše duž stabla drveta (osim u proleće, kada se pumpa naviše iz korenja) usled isparavanja vode u lišću. Ovo funkcioniše skoro bez ograničenja, pošto vodene cevčice, ako se pažljivo izbegne kristalizacija, mogu da se podvrgnu naprezanju na pritisak od preko 100 bara, što odgovara visini od 1000 m. Pogledajte takođe P. Nobel, *Plant Physiology*, Academic Press, 2nd Edition, 1999. Veštačko stablo – iako jako malo – koje koristi ovaj mehanizam, napravili su i proučavali T. D. Wheeler & A. D. Stroock, *The transpiration of water at negative pressures in a synthetic tree*, Nature 455, strane 208–212, 2008. Videti takođe i N. M. Holbrook & M. A. Zwieniecki, *Transporting water to the top of trees*, Physics Today strane 76–77, 2008. Citirano na stranama ***247*** i ***259***.

252. Takva informacija može da se dobije iz divnog preglednog članka od M. F. Ashby, *On the engineering properties of materials*, Acta Metallurgica 37, strane 1273–1293, 1989. Članak objašnjava razne opšte kriterijume koji određuju izbor materijala i daje brojne tabele kao vodič za izbor. Citirano na ***strani 247***.

253. Videti lep dokument od by S. E. Virgo, *Loschmidt'S number*, Science Progress 27, strane 634–649, 1933. Takođe se može naći i na internetu u formatu HTML. Citirano na ***stranama 248*** i ***249***.

254. Za fotografiju usamljenog ***atoma barijuma*** – nazvanog Astrid – pogledati kod Hans Dehmelt, *Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics 62, strane 525–530, 1990. Za drugu fotografiju ***jona barijuma***, videti W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek & H. Dehmelt, *Localized visible Ba+ mono-ion oscillator*, Physical Review A 22, strane1137–1140, 1980. Pogledati takođe fotografiju na strani 323. Citirano na ***strani 250***.

255. Hologram atmosfere je prvi napravio Hans-Werner Fink & al. , *Atomic resolution in lens-less low-energy electron holography*, Physical Review Letters 67, strane 1543–1546, 1991. Citirano na ***strani 250***.

256. Jednoatomni laser su napravili 1995. godine K. An, J. J. Childs, R. R. Dasari & M. S. Feld, *Microlaser: a laser with one atom in an optical resonator*, Physical Review Letters 73, strana 3375, 1994. Citirano na ***strani 242***.

257. Fotografija na levoj strani ***slike 227*** na strani 324 je prva slika koja prikazuje subatomsku strukturu (vidi se kao senke atoma). Nju su objavili F. J. Giessibl, S. Hembacher, H. Bielefeldt& J. Mannhart, *Subatomic features on the silicon (111)-(7x7) surface observed by atomic force microscopy*, Science 289, strane 422 – 425, 2000. Citirano na ***strani 250***.

258. Videti, na primer, C. Schiller, A. A. Koomans, van Rooy, C. Schonenberger & H. B. Elswijk, *Decapitation of tungsten field emitter tips during sputter sharpening*, Surface Science Letters 339, strane L925–L930, 1996. Citirano na ***strani 250***.

259. U. Weierstall & J. C. H. Spence, *An STM with time-of-flight analyzer for atomic species identification*, MSA 2000, Philadelphia, Microscopy and Microanalysis 6, Supplement 2, strana 718, 2000. Citirano na ***strani 251***.

260. P. Krehl, S. Engemann & D. Schwenkel, *The puzzle of whip cracking – uncovered by a correlation of whip-tip kinematics with shock wave emission*, Shock Waves 8, strane 1–9, 1998. Autori su koristili kameru velike brzine radi proučavanja kretanja vrha biča. Novi aspekte su dodali A. Goriely & T. McMillen, *Shape of a cracking whip*, Physical Review Letters 88, strana 244301, 2002. Ovaj članak je usmeren na konuusni oblik biča. Međutim, negiranje čuperka – dela na kraju biča koji je potreban da se dobije pucanj – u kasnijim dokumantima se pokazuje da postoji još mnogo toga da se otkrije. Citirano na ***strani 254***.

261. Z. Sheng & K. Yamafuji, *Realization of a Human Riding a Unicycle by a Robot*, *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, strane 1319–1326, 1995. Citirano na ***strani 254***.

262. Za monocikl videti kod see Jack Wiley, *The Complete Book of Unicycling*, Lodi, 1984, i kod Sebastian Hoeher, *Einradfahren und die Physik*, Reinbeck, 1991. Citirano na ***strani 254***.

263. W. Thomson, *Lecture to the Royal Society of Edinburgh*, 18 February 1867, Proceedings of the Royal Society in Edinborough 6, strana 94, 1869. Citirano na ***strani 254***.

264. S. T. Thoroddsen & A. Q. Shen, *Granular jets*, Physics of Fluids 13, strane 4–6, 2001, i A. Q. Shen & S. T. Thoroddsen, *Granular jetting*, Physics of Fluids 14, strana S3, 2002, Citirano na ***strani 255***.

265. M. J. Hancock & J. W. M. Bush, *Fluid pipes*, Journal of Fluid Mechanics 466, strane 285– 304, 2002. A. E. Hosoi & J. W. M. Bush, *Evaporative instabilities in climbing films*, Journal of Fluid Mechanics 442, strane 217–239, 2001. J. W. M. Bush & A. E. Hasha, *On the collision of laminar jets: fluid chains and fishbones*, Journal of Fluid Mechanics 511, strane 285– 310, 2004. Citirano na ***strani 257***.

266. Trenutni rekord za negativan pritisak u vodi postigli su Q. Zheng, D. J. Durben, G. H. Wolf & C. A. Angell, *Liquids at large negative pressures: water at the homogeneous nucleation limit*, Science 254, strane 829–832, 1991. Citirano na ***strani 259***.

267. H. Maris & S. Balibar, *Negative pressures and cavitation in liquid helium*, Physics Today 53, strane 29–34, 2000. Sebastien Balibar je napisao nekoliko popularnih knjiga koje su predstavljene na njegovoj veb strani www.lps.ens.fr/~balibar. Citirano na ***strani 259***.

268. Sadašnje stanje našeg razumevanja turbulencije opisali su G. Falkovich & K. P. Sreenivasan, *Lessons from hydrodynamic turbulence*, Physics Today 59, strane 43–49, 2006. Citirano ***na strani 258***.

269. K. Weltner, *A comparison of explanations of aerodynamical lifting force*, American Journal of Physics 55, strane 50–54, 1987, K. Weltner, *Aerodynamic lifting force*,The Physics Teacher 28, strane 78–82, 1990. Pogledati takođe user.uni-frankfurt.de/~weltner/Flight/PHYSIC4.htm, kao i www.av8n.com/how/htm/airfoils.html. Citirano na ***strani 260***.

270. S. Gekle, I. R. Peters, J. M. Gordillo, D. van der Meer & D. Lohse, *Supersonic air flow due to solid-liquid impact*, Physical Review Letters 104, strana 024501, 2010. Film sa ovim efektom može se naći na physics.aps.org/articles/v3/4 . Citirano na ***strani 265***.

271. Videti lepu knjigu od Rainer F. Foelix, *Biologie der Spinnen*, Thieme Verlag, 1996, može se naći čak i novije izdanje na engleskom kao Rainer F. Foelix, *Biology of Spiders*, Oxford University Press, treće izdanje, 2011. Posebnosti posvećene samo paucima mogu se naći na internetu. Citirano na strani ***265***.

272. Pogledajte na www.esa.int/esaCP/SEMER89U7TG_index_0.html . Citirano na ***strani 265***.

273. Za uzbudljiv izveštaj o strasti i tehnici ronjenja na dah, videti kod Umberto Pelizzari, *L'Homme et la mer*, Flammarion, 1994. Palizzari citira i objašnjava izreku Enzo Maiorca: "Prvi udisaj kojeg uzmete kada se vratite na površinu ja kao prvi udisaj uz kojeg ste ušli u život. " Citirano na ***strani 266***.

274. Lyderic Bocquet, *The physics of stone skipping*, American Journal of Physics 17, strane 150–155, 2003. Trenutni rekord drži Kurt Steiner, sa 40 odskoka. Pogledati na internetu veb stranu

pastoneskipping.com/steiner.htm i veb stranu www.stoneskipping.com. Veb strana posvećena ranijem rekorderu, Jerdome Coleman-McGhee nalazi se na www.yeeha.net/nassa/guin/g2.html. Citirano na ***strani 267***.

275. S. F. Kistler & L. E. Scriven, *The teapot effect: sheet forming flows with deflection, wetting, and hysteresis*, Journal of Fluid Mechanics 263, strane 19–62, 1994. Citirano na ***strani 269***.

276. J. Walker, *Boiling and the Leidenfrost effect*, poglavlje od David Halliday, Robert Resnick & Jearl Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley, 2007. Poglavlje se može naći i na internetu kao pdf datateka. Citirano na ***strani 270***.

277. E. Hollander, *Over trechters en zo*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 68, strana 303, 2002. Citirano na ***strani 270***.

278. S. Dorbolo, H. Caps & N. Vandewalle, *Fluid instabilities in the birth and death of antibubbles*, New Journal of Physics 5, strana 161, 2003. Citirano na ***strani 270***.

279. T. T. Lim, *A note on the leapfrogging between two coaxial vortex rings at low Reynolds numbers*, Physics of Fluids 9, strane 239–241, 1997. Citirano na ***strani 271***.

280. P. Aussillous & D. Quere, *Properties of liquid marbles*, Proc. Roy. Soc. London 462, strane 973–999, 2006, i reference o tome. Citirano na ***strani 271***.

281. Termostatiku i termodinamiku teško je naučiti takođe i zbog toga što nisu otkrivene na sintetički način. Videti kod See C. Truesdell, *The Tragicomical History of Thermodynamics 1822– 1854*, Springer Verlag, 1980. Lepa i napredna knjiga iz termostatike i termodinamike je od Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2. izdanje, 1998. Citirano na ***strani 275***.

282. Širenje gasa je bio glavni način koji se koristio za određivanje zvanične temperaturne skale. Tek 1990. godine bile su zvanično uvedene i druge metode, kao što su termometrija zračenja (u opsegu 140 K do 373 K), temperatura šuma (od 2 K do 4 K i od 900 do 1235 K), akustična termometrija (oko 303 K) magnetna termometrija (od 0,5 K do 2,6 K) i termometrija optičkih zračenja (iznad 730 K). Termometrija zračenja još uvek je glavna metoda u opsegu od oko 3 K do oko 1000 K. Ovo je detaljno objašnjeno kod R. L. Rusby, R. P. Hudson, M. Durieux, J. F. Schooley, P. P. M. Steur & C. A. Swenson, *The basis of the ITS-90*, Metrologia 28, strane 9–18, 1991. O tački ključanja vode pogledajte takođe i ***Ref. 310***. Citirano na ***strani 276***, ***400***, i ***405***.

283. Druge metode da se lažira izvlačenje lutrije bave se korišćenjem loptica različitih masa ili korišćenjem različitih poliranja loptica. Jedan primer takve prevare je otkrivena 1999. godine Citirano na ***strani 275***.

284. Videti za primer zadivljujući tekst od Gino Segre, *A Matter of Degrees: What Temperature Reveals About the Past and Future of Our Species, Planet and Universe*, Viking, New York, 2002. Citirano na ***strani 276***.

285. D. Karstadt, F. Pinno, K. -P. Mollmann & M. Vollmer, *Anschauliche Wärmelehre im Unterricht: ein Beitrag zur Visualisierung thermischer Vorgänge*, Praxis der Naturwissenschaften Physik 5-48, strane 24–31, 1999, K. -P. Mollmann & M. Vollmer, *Eine etwas andere, physikalische Sehweise - Visualisierung von Energieumwandlungen und Strahlungsphysik für die (Hochschul-) lehre*, Physikalische Bllatter 56, strane 65–69, 2000, D. Karstadt, K. -P. Mollmann, F. Pinno & M. Vollmer, *There is more to see than eyes can detect: visualization of energy transfer processes and the laws of radiation for physics education*, The Physics Teacher 39, strane 371–376, 2001, K. -P. Mollmann & M. Vollmer, *Infrared thermal imaging as a tool in university physics education*, European Journal of Physics 28, strane S37–S50, 2007. Citirano na ***strani 276***.

286. Radi primera pogledati članak od H. Preston-Thomas, *The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia 27, strane 3–10, 1990, i štamparske greške H. Prest on-Thomas, *The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia 27, strana 107, 1990. Citirano na ***strani 280***.

287. Radi pregleda pogledati kod Christian Enss & Siegfried Hunklinger, *Low-Temperature Physics*, Springer, 2005. Citirano na ***strani 280***.

288. Čuveni dokument o Braunovom kretanju koji je doprineo Ajnštajnovoj slavi je od A. Einstein, *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, Annalen der Physik 17, strane 549– 560, 1905. U godinama koje su usledile Ajnštajn je napisao seriju narednih dokumenata obrađujući ovu temu. Na primer, on je objavio 1905. godine svoju doktorsku tezu kao A. Einstein, *Eine neue Bestimmung derMoleküldimensionen*, Annalen der Physik 19, strane 289–306, 1906, i otklonio je malu grešku u A. Einstein, *Berichtigung zumeiner Arbeit: 'Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen'*, Annalen der Physik 34, strane 591–592, 1911, gde je koristio nove podatke i našao je da je Avogadrov broj $6{,}6 \cdot 10^{-23}$. Međutim, pet godina pre Smoluhovskog (Smoluchowski) i Ajnštajna, jedan čovek sa praktičnijim umom izvršio je isti proračun, ali u drugoj oblasti; matematičar Luj Bašelje (Louis Bachelier) uradio je to u svojoj doktorskoj tezi o opcijama na berzi; ovaj mladi finansijski analitičar je stoga pametniji od Ajnštajna. Citirano na ***strani 281***.

289. Prvi eksperimentalni dokaz predviđanja izveo je J. Perrin, Comptes Rendus de l'Academie des Sciences 147, strane 475–476, i strane 530–532, 1908. On je majstorski rezimirao sva razmatranja u Jean Perrin, *Les atomes*, Librarie Felix Alcan, Paris, 1913. Citirano na ***strani 282***.

290. Pierre Gaspard & al. , *Experimental evidence for microscopic chaos*, Nature 394, p. 865, 27 August 1998. Citirano na ***strani 282***.

291. Izvanredan uvod u fiziku toplote je knjiga od Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. Citirano na ***strani 282***.

292. Za brzinski rekord na biciklu pogledajte veb stranu fredrompelberg.com. Na njoj su takođe prikazani detalji bicikla koji je korišćen. O efektu otpora vazduha motocikla iza bicikliste, videti kod B. Blocken, Y. Toparlar & T. Andrianne, *Aerodynamic benefit for a cyclist by a following motorcycle*, Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics 2016, može se besplatno učitati sa veb strane www.urbanphysics.net. Citirano na ***strani 271***.

293. F. Herrmann, *Mengenartige Größen im Physikunterricht*, Physikalische Blatter 54, strane 830–832, September 1998. Videti takođe njegove beleške sa predavanja opšteg uvoda u fiziku na veb strani www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten . Citirano na ***stranama 171***, ***265***, i ***283***.

294. Ove tačke je, u svom stilu, učinio jasnim i energičnim, van Kampen, *Entropie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 62, strane 395–396, 3 December 1996. Citirano na ***strani 284***.

295. Ovo je razočaravajući rezultat za sve dosadašnje napore, kao što je uvek naglašavao u svojim kursevima na univerzitetu Gregoire Nicolis. Seth Lloyd je sastavio listu od 31 predložene definicije složenosti, koja je sadržala, između ostalog, dimenzije fraktala, složenost gramatike, složenost izračunavanja, dubinu termodinamike. Videti, na primer, kratak sažetak u Scientific American strana 77, June 1995. Citirano na ***strani 285***.

296. Minimalnu entropiju je razmatrao L. Szilard, *Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*, Zeitschrift fur Physik 53, strane 840–856, 1929. Ovaj klasičan dokument se može naći preveden na engleski u njegovim sabranim delima. Citirano na ***strani 285***.

297. G. Cohen-Tannoudji, *Les constantes universelles*, Pluriel, Hachette, 1998. Videti takođe L. Brillouin, *Science and Information Theory*, Academic Press, 1962. Citirano na ***strani 286***.

298. H. W. Zimmermann, *Particle entropies and entropy quanta IV: the ideal gas, the second law of thermodynamics, and the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift fur physikalische Chemie 217, strane 55–78, 2003, i H. W. Zimmermann, *Particle entropies and entropy quanta V: the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift fur physikalische Chemie 217, strane 1097–1108, 2003. Citirano na strani ***286***.

299. Videti radi primera A. E. Shalyt-Margolin & A. Ya. Tregubovich, *Generalized uncertainty relation in thermodynamics*, arxiv.org/abs/gr-qc/0307018, ili J. Uffink & J. van Lith -van Dis, *Thermodynamic uncertainty relations*, Foundations of Physics 29, strana 655, 1999. Citirano na ***strani 286***.

300. B. Lavenda, *Statistical Physics: A Probabilistic Approach*,Wiley-Interscience, 1991. Citirano na ***strani 286***.

301. Naveden citat je nađen u uvodu od George Wald u tekst od Lawrence J. Henderson, *The Fitness of the Environment*, Macmillan, New York, 1913, reprinted 1958. Citirano na ***strani 286***.

302. Zadivljujući uvod u hemiju predstavlja tekst od John Emsley, *Molecules at an Exhibition*, Oxford University Press, 1998. Citirano na ***strani 287***.

303. B. Polster, *What is the best way to lace your shoes?*, Nature 420, strana 476, 5 December 2002. Citirano na ***strani 288***.

304. L. Boltzmann, *Über die mechanische Bedeutung des zweiten Huaptsatzes der Wärmetheorie*, Sitzungsberichte der königlichen Akademie der Wissenschaften in Wien 53, strane 155–220, 1866. Citirano na ***strani 288***.

305. Videti na primer veb stranu www.snopes.com/science/cricket.asp. Citirano na ***strani 290.***

306. H. de Lang, *Moleculaire gastronomie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 74, strane 431–433, 2008. Citirano na ***strani 291***.

307. Emile Borel, *Introduction géométrique ŕ la physique*, Gauthier-Villars, 1912. Citirano na ***strani 291***.

308. Videti V. L. Telegdi, *Enrico Fermi in America*, Physics Today 55, strane 38–43, June 2002. Citirano na ***strani 291***.

309. K. Schmidt-Nielsen, *Desert Animals: Physiological Problems of Heat and Water*, Oxford University Press, 1964. Citirano na ***strani 292***.

310. Prateći privatno komuniciranje Richard Rusby, ovo je vrednost iz 1997. godine, pri čemu je 1989. godine procenjeno na 99,975ºC, kao što su izvestili Gareth Jones & Richard Rusby, *Official: water boils at* 99. 975°*C*, Physics World 2, strane 23–24, September 1989, i R. L. Rusby, *Ironing out the standard scale*, Nature 338, strana 1169, March 1989. Za više detalja o merenjima temperarure, pogledajte ***Ref. 282***. Citirano na stranama ***292*** i ***400***.

311. Zašto se entropija stvara kada se informacija izbiše, ali ne i kada se aktuelizira, objašnjeno je kod C. H. Bennett & R. Landauer, *Fundamental Limits of Computation*, Scientific American 253:1, strane 48–56, 1985. Zaključak: novine treba platiti kada se bacaju, a ne kada se kupuju. Citirano na ***strani 293***.

312. Videti, na primer, G. Swift, *Thermoacoustic engines and refrigerators*, Physics Today 48, strane 22–28, July 1995. Citirano na ***strani 294***.

313. Citirano kod D. Campbell, J. Crutchfield, J. Farmer & E. Jen, *Experimental mathematics: the role of computation in nonlinear science*, Communications of the Association of Computing Machinery 28, strane 374–384, 1985. Citirano na ***strani 297***.

314. Za više o oblicima snežnih pahuljica, pogledati čuvenu knjigu od W. A. Bentley & W. J. Humphreys, *Snow Crystals*, Dover Publications, New York, 1962. Ovo drugo izdanje orginala iz 1931. godine prikazuje veliki deo rezultata Bentlijeve doživotne strasti, name nekojiko hiljada fotografija snežnih pahuljica. Citirano na ***strani 297***.

315. K. Schwenk, *Why snakes have forked tongues*, Science 263, strane 1573–1577, 1994. Citirano na ***strani 297***.

316. Čovečije ruke nemaju pet prstiju u oko 1 na 1000 slučaja. Kako pritoda osigurava takvu stalnost? Još uvek nije poznat ovaj mehaizam detaljno. Poznato je, ipak, da je kombinacija prostornog i vremenskog samoorganizovanja tokom umnožavanja i podele ćelija u embrionu, klučan činilac. U ovom sistemu samoregulacije činilac preslikavanja GLI3 ima osnpvnu ulogu. Citirano na ***strani 297***.

317. E. Martinez, C. Perez-Penichet, O. Sotolongo-Costa, O. Ramos, K. J. Maloy, S. Douady, E. Altshuler, *Uphill solitary waves in granular flows*, Physical Review 75, strana 031303, 2007, i E.

Altshuler, O. Ramos, E. Martinez, A. J. Batista-Leyva, A. Rivera & K. E. Bassler, *Sandpile formation by revolving rivers*, Physical Review Letters 91, strana 014501, 2003. Citirano na ***strani 300***.

318. P. B. Umbanhowar, F. Melo & H. L. Swinney, *Localized excitations in a vertically vibrated granular layer*, Nature 382, strane 793–796, 29 August 1996. Citirano na ***strani 300***.

319. D. K. Campbell, S. Flach & Y. S. Kivshar, *Localizing energy through nonlinearity and discreteness*, Physics Today 57, strane 43–49, January 2004. Citirano na ***strani 300***.

320. B. Andreotti, *The song of dunes as a wave-particlemode locking*, Physical Review Letters 92, strana 238001, 2004. Citirano na ***strani 301***.

321. D. C. Mays & B. A. Faybishenko, *Washboards in unpaved highways as a complex dynamic system*, Complexity 5, strane 51–60, 2000. Videti takođe N. Taberlet, S. W. Morris & J. N. McElwaine, *Washboard road: the dynamics of granular ripples formed by rolling wheels*, Physical Review Letters 99, strana 068003, 2007. Citirano na ***strani 301***.

322. K. Kotter, E. Goles & M. Markus, *Shell structures with 'magic numbers' of spheres in a swirled disk*, Physical Review E 60, strane 7182–7185, 1999. Citirano na ***strani 301***.

323. Dobar uvod predstavlja tekst od Daniel Walgraef, *Spatiotemporal Pattern Formation, With Examples in Physics, Chemistry and Materials Science*, Springer 1996. Citirano na ***strani 302***.

324. Radi pregleda, pogledati doktorsku tezu Joceline Lega, *Défauts topologiques associés ŕ la brisure de l'invariance de translation dans le temps*, Universite de Nice, 1989. Citirano na ***strani 303***.

325. Ideju za začuđujući mehanizam na osnovu otkucaja srca dali su A. Babloyantz & A. Destexhe, *Is the normal heart a periodic oscillator?*, Biological Cybernetics 58, strane 203–211, 1989. Citirano na ***strani 304***.

326. Za kratak i savremen prikaz turbulencije, pogledajte L. P. Kadanoff, *A model of turbulence*, Physics Today 48, strane 11–13, September 1995. Citirano na ***strani 304***.

327. Za jasan uvod pogledajte T. Schmidt & M. Mahrl, *A simple mathematicalmodel of a dripping tap*, European Journal of Physics 18, strane 377–383, 1997. Citirano na ***strani 305***.

328. Matematika uzoraka krzna je proučavana do velikih detalja. Promenom parametara u jednakosti reakcija-rasprostiranje, moguće je objasniti uzorke šara zebri, leoparda, žirafa i mnogih drugih životinja. Jenskost se može lako proveriti, na primer, kako da se izračuna nastavak uzorka na repu, koji obično izgleda malo drugačije. Zapravo, većina uzoraka ima drugačiji izgled ako krzno nije ravno već zakrivljeno. Ovo je opšti fenomen, koji važi takođe i za uzorak tačaka na bubamari, kao što su pokazali S. S. Liaw, C. C. Yang, R. T. Liu & J. T. Hong, *Turing model for the patterns of lady beetles*, Physical Review E 64, strana 041909, 2001. Citirano na ***strani 305***.

329. Pregled humora u fizici može se naći u poznatoj antologiji koju je priredio R. L. Weber, editovao je E. Mendoza, *A Random Walk in Science*, Institute of Physics, 1973. Dodtupna je takođe i u nekoliko prevoda. Citirano na ***strani 305***.

330. W. Dreybrodt, *Physik von Stalagmiten*, Physik in unserer Zeit strane 25–30, Physik in unserer Zeit February 2009. Citirano na ***strani 305***.

331. K. Mertens, V. Putkaradze & P. Vorobieff, *Braiding patterns on an inclined plane*, Nature 430, strana 165, 2004. Citirano na ***strani 306***.

332. Ove lepe jednostavne eksperimente objavio je G. Muller, *Starch columns: analog model for basalt columns*, Journal of Geophysical Research 103, strane 15239–15253, 1998, u G. Muller, *Experimental simulation of basalt columns*, Journal of Volcanology and Geothermal Research 86, strane 93–96, 1998, i G. Muller, *Trocknungsrisse in Stärke*, Physikalische Blatter 55, strane 35–37, 1999. Citirano na ***strani 307***.

333. Da bi se dobio osećaj za viskoznost treba pogledati zadivljujući tekst od Steven Vogel, *Life in Moving Fluids: the Physical Biology of Flow*, Princeton University Press, 1994. Citirano na ***strani 307***.

334. B. Hof, C. W. H. van Doorne, J. Westerweel, F. T. M. Nieuwstadt, H. Wedin, R. Kerswell, F. Waleffe, H. Faisst & B. Eckhardt, *Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow*, Science 305, strane 1594–1598, 2004. videti takođe B. Hof & al. , *Finite lifetime of turbulence in shear flows*, Nature 443, strana 59, 2006. Citirano na ***strani 307***

335. Zadivljujuća knjiga na ovu temu je od Kenneth Laws & Martha Swope, *Physics and the Art of Dance: Understanding Movement*, Oxford University Press 2002. Pogledati takođe kod Kenneth Laws & M. Lott, *Resource Letter PoD-1:The Physics of Dance*, American Journal of Physics 81, strane 7–13, 2013. Citirano na ***strani 308***.

336. Začuđujuće varijacije kristala pahuljica snega predstavljene su kod C. Magono & C. W. Lee, *Meteorological classification of natural snow crystals*, Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University Ser. VII, II, strane 321–325, 1966, Videti takođe na veb strani eprints.lib.hokudai.ac.jp. Citirano na ***strani 308***.

337. Josef H. Reichholf, *Eine kurze Naturgeschichte des letzten Jahrtausends*, Fischer Verlag, 2007. Citirano na ***strani 309***.

338. Videti radi primera kod E. F. Bunn, *Evolution and the second law of thermodynamics*, American Journal of Physics 77, strane 922–925, 2009. Citirano na ***strani 309***.

339. Videti dokumant od J. Maldacena, S. H. Shenker & D. Stanford, *A bound on chaos*, besplatan peprint na veb strani www.arxiv.org/abs/1503.01409. Skok još uvek nije doveden u pitanje. Citirano na ***strani 309***.

340. Dobar uvod u fiziku rojeva ptica je od T. Feder, *Statistical physics is for the birds*, Physics Today 60, strane 28–30, October 2007. Citirano na ***strani 309***.

341. J. J. Lissauer, *Chaotic motion in the solar system*, Reviews of Modern Physics 71, strane 835–845, 1999. Citirano na ***strani 311***.

342. Videti kod Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, strana 426. Citirano na ***strani 311***.

343. Radi informacije o broju π, i za neke druge konstante u matematici, videti na internetu; veb strana wayback.cecm.sfu.ca/pi/pi.html daje najopširnije informacije i reference. Ona takođe ima linkove za mnoge druge veb strane sa ovom temom, uključujući i detaljan pregled na veb strani mathworld.wolfram.com/Pi.html. Jednostavan obrazac za π je:

$$\pi + 3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\, 2^n}{\binom{2n}{n}} \tag{161}$$

ili lep obrazac kojeg su otkrili 1996. godine Bailey, Borwein i Plouffe

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16^n} \left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right) \tag{162}$$

Pomenuta veb strana takođe objašnjava nove otkrivene metode za nove metode izračunavanja specifičnih binarnih brojeva za π bez potrebe da se izračunavaju svi predhodnici. Poznate decimale za broj π prošle su sve provere slučajnosti kao što su one koje su objašnjene na veb strani mathworld.wolfram.com/PiDigits.html. Međutim, ova osobina, koja se naziva normalnom, nikada nije dokazana; to je najveće otvoreno pitanje oko broja π. Moguče je da će teorija dinamike haosa dovesti do rešenja ove zagonetke u narednim godinama.

Drugu metodu za izračunavanje broja π i drugih konstanti otkrili su i objavili D. V. Chudnovsky & G. V. Chudnovsky, *The computation of classical constants*, Proceedings of the National Academy of Sciences (USA) 86, strane 8178–8182, 1989. Braća Čudovski su konstruisala super računar u stanu Gregora za oko 70. 000 Eura, i dugo godina su držala rekord u izračunavanju

najvećeg broja decimala π. Oni su se borili tokom nekoliko decenija sa Kanada Yasumasa, koji je držao rekord u 2000. godini izračunato na jednom industrijskom računaru. Međutim, od 2009. godine rekordan broj (uzastopnih) decimala broja π može da se izračuna na stonom računaru. Prvi je bio Fabrice Bellard, kome je bilo potrebno 123 dana i koristio je obrazac Čudovskog. Belard je izračunao preko 27 milion miliona decimala kako govori veb strana bellard. org. Novi obrasci za izračunavanje π još uvek se povremeno otkrivaju. (Za najnovije rekorde ovog izračunavanja, videti na en.wikipedia.org/wiki/Chronology_of_computation_of_π

Radi izračunavanja Ojlerove konstante γ, videti takođe D. W. DeTemple, *A quicker convergence to Euler's constant*, The Mathematical Intelligencer, strane 468–470, May 1993. Citirano na ***stranama 312*** i ***336***.

344. Citat Johnson-a nalazi se u William Seward, *Biographiana*, 1799. Za detalje videti priču na veb strani quoteinvestigator.com/2014/11/08/without-effort/. Citirano na ***strani 315***.

345. Prvi zabeležen zapis o slovu U izgleda da je od Leon Battista Alberti , *Grammatica della lingua toscana*, 1442, prva gramatika modernog (ne-latinskog) jezika, koji je napisao genije koji je bio intelektualac, arhitekt i otac kriptologije. Prvi zabeležen zapis o slovu J izgleda da je od Antonio de Nebrija, *Gramática castellana*, 1492. godine. Pre no što je napisao obo delo, Nebrija je živeo desetak godina u Italiji, tako da je moguće da je razlikovanje I/J takođe italijanskog porekla. Nebrija je bio jedan od najvažnijih španskih naučnika. Citirano na ***strani 319***.

346. Za više informacija o slovima *thorn* i *eth*, pogldajte opširan izvaštaj koji se nalazi na veb strani en.wikipedia.org/wiki/Thorn_(letter). Citirano na ***strani 316***.

347. Za istoriju modernog engleskog jezika videti David Crystal, *The Stories of English*, Allen Lane, 2004. Citirano na ***strani 316***.

348. Hans Jensen, *Die Schrift*, Berlin, 1969, Prevedeno na engleski pod nazivom *Sign, Symbol and Script: an Account of Man's Efforts to Write*, Putnam's Sons, 1970. Citirano na ***strani 316***.

349. David R. Lide, editor, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 78th edition, CRC Press, 1997. Ovaj rad klasične reference pojavljuje se svake godine kao novo izdanje. Puna hebrejska azbuka je data na stranama 2–90. Popis skraćenica fizičkih veličina koje se koriste u obrascima, odobren je od strane ISO, IUPAP i IUPAC, tu takođe može da se nađe.

Međutim, standard ISO 31, koji definiše ove skraćenice, košta oko 1000 Eura, ne može da se nađe na internetu, pa prema tome mirno može da se zanemari, kao bilo koji bibliografski standard za koji se predpostavlja da treba da se koristi prilikom predavanja, ali koji je nedostupan za predavače. Citirano na ***stranama 318*** i ***319***.

350. Videti snažan tekst od Peter T. Daniels & William Bright, *The World's Writing Systems*, Oxford University Press, 1996. Citirano na ***strani 318***.

351. Istorijat razvoja brojeva ispričao je najinteresantnije Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres*, Seghers, 1981, što je prevedeno na mnoge jezike. On je na kraju svog dela sabrao genealogiju znakova brojeva u deset divnih tabela, svaku za jednu cifru. Međutim, sama knjiga sadrži činjeničke greške na svakoj stranici, kao što je objašnjeno u izveštaju koji se može naći na www.ams.org/notices/200201/rev-dauben.pdf i na www.ams.org/notices/200202/rev-dauben.pdf. Citirano na ***strani 318***.

352. Videti radi primera zadivljujuću knjigu od Steven B. Smith, *The Great Mental Calculators – The Psychology, Methods and Lives of the Calculating Prodigies*, Columbia University Press, 1983. Knjiga isto tako upoznaje sa tehnikom koju su oni koristili i koju bili ko drugi može da korristi da bi ih imitirao. Citirano na ***strani 319***.

353. Videti na primer članak "Mathematical notation" u *Encyclopedia of Mathematics*, 10 volumes, Kluwer Academic Publishers, 1988–1993. Ali pre svega, pogledajte informativnu i lepu veb stranu jeff560.tripod.com/mathsym.html. Glavni izvor za sve ove rezultate je klasično i opširno istraživanje Florian Cajori, *A History of Mathematical Notations*, 2 volumes, The Open Court Publishing Co. , 1928–1929. Znak za kvadratni koren je korišćen kod Christoff Rudolff, *Die Coss*, Vuolfius Cephaleus Joanni Jung: Argentorati, 1525. (Pun naziv je bio *Behend vnnd Hubsch*

Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeinlicklich die Coss genent werden. Darinnen alles so treülich an tag gegeben, das auch allein auss vleissigem lesen on allen mündtliche unterricht mag begriffen werden, etc.) Citirano na ***strani 319***.

354. J. Tschichold, *Formenwamdlungen der et-Zeichen*, Stempel AG, 1953. Citirano na ***strani 319***.

355. Malcolm B. Parkes, *Pause and Effect: An Introduction to the History of Punctuation in the West*, University of California Press, 1993. Citirano na ***strani 319***.

356. Ovo je objašnjeno kod Berthold Louis Ullman, *AncientWriting and its Influence*, 1932. Citirano na ***strani 319***

357. Paul Lehmann, *Erforschung des Mittelalters – Ausgewählte Abhandlungen und Aufsätze*, Anton Hiersemann, 1961, strane 4–21. Citirano na ***strani 319***.

358. Bernard Bischoff, *Paläographie des römischen Altertums und des abendländischen Mittelalters*, Erich Schmidt Verlag, 1979, strane 215–219. Citirano na ***strani 320***.

359. Hutton Webster, *Rest Days: A Study in Early Law and Morality*, MacMillan, 1916. Otkriće nesretnog dana kod Vavilonaca načinio je 1869. godine George Smith, koji je isto tako ponovo otkrio čuveni ep *Epic of Gilgamesh*. Citirano na ***strani 321***.

360. Veza grčkih korena i mnogih reči u francuskom jeziku – pa prema tome i u engleskom – može se na brzinu saznati iz rečnika starog grčkog bez mnogo proučavanja, kao što je polazano u praktičnoj zbirki J. Chaineux, *Quelques racines grecques*, Wetteren – De Meester, 1929. Videti takođe Donald M. Ayers, *English Words from Latin and Greek Elements*, University of Arizona Press, 1986. Citirano na ***strani 323***.

361. Da bi se pisalo pravilno, pročitajte William Strunk & E. B. White, *The Elements of Style*, Macmillan, 1935, 1979, ili Wolf Schneider, *Deutsch für Kenner – Die neue Stilkunde*, Gruner und Jahr, 1987. Citirano na ***strani 323***.

362. *Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sevres, France. Sva nova otkrića koja se tiču SI mernih jedinica objavljene su u časopisu *Metrologia*, koju uređuje isto telo. Ukazujući na sporost stare institucije, BIPM pokrenuo je veb stranu već 1998. godine; ona je sada dostupna na internetu, veb strana www.bipm.fr. Videti takođe www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html, veb stranu koja sadrži biografije ljudi koji su dali svoja imena različitim mernim jedinicama. Britanski ekvivalent ove veb strane, www.npl.co.uk/reference/measurement-units/, mnogo je bolji; ona daje više datalja kao i verziju definicija SI jedinica na engleskom jeziku. Citirano na ***strani 325***.

363. Sveto pismo na polju merenja vremena je dvotomni rad J. Vanier & C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. Popularan je izveštal od Tony Jones, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000.

Veb strana opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html daje rečnik termina koji se koriste u ovom području. Za precizno merenje *dužine* izbor alata je specijalni laser, kao što je modalitet sinhronizovanog lasera i grebena učestanosti. Postoji mnogo literature za ovu temu. Podjednako vellika je literatura o merenju *električne struje*. Odvija se trka za najbolji način da se to učini, ubrajajući i naboje ili magnetne sile. Tema je još uvek otvorena. Za merenja *mase* i *atomske mase*, videti deo o teoriji relativnosti. (***Vol. II, strana 58***). Za precizno merenje *temperature*, pogledati ***Ref. 282***. Citirano na ***strani 325***.

364. Nezvanične prefikse SI jedinica predložio je 1990. godine Jeff K. Aronson sa University of Oxford, i možda će se uopšteno koristiti u budućnosti. Videti New Scientist 144, strana 81, 3 December 1994. Postoje i ostali, manje ozbiljni predlozi. Citirano na ***strani 327***.

365. Najprecizniji časovnik izrađen 2004. godine, časovnik sa cezijumskom fontanom, ima preciznost jedan deo na 1015. Mogućnost veće preciznosti je predviđena uskoro, između ostalih predviđa je i M. Takamoto, F. -L. Hong, R. Higashi & H. Katori, *An optical lattice clock*, Nature 435, strane 321–324, 2005. Citirano na ***strani 328***.

366. J. Bergquist, ed. , *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, World Scientific, 1997. Citirano na ***strani 328***.

367. J. Short, *Newton's apples fall from grace*, New Scientist 2098, strana 5, 6 September 1997. Više detalja se može naći kod R. G. Keesing, *The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics 39, strane 377–391, 1998. Citirano na ***strani 329***.

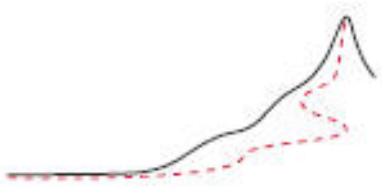
368. Razni koncepti su čak teme posebnog međunarodnog standarda ISO 5725. pod *Accuracy and precision of measurement methods and results*. Dobar uvod je od John R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. Citirano na ***strani 330***.

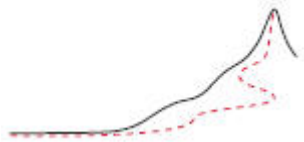
369. Najnovije (2010. godina) preporučene vrednosti za osnovne konstante u fizici mogu se naći na veb strani physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html. Ovaj skup konstanti proizišao je iz međunarodnih usaglašavanja i preporučuje se njihovo međunarodno korišćenje od *Committee on Data for Science and Technology* (CODATA), telo *International Council of Scientific Unions*, koje objedinjuje *International Union of Pure* i *Applied Physics (IUPAP), International Union of Pure* i *Applied Chemistry (IUPAC)* kao i druge organizacije Na internetu je veb strana IUPAC-a www.iupac.org . Citirano na ***strani 331***.

370. Neke od ovih priča mogu se nači u tekstu od N. W. Wise, *The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994. Polje merenja velike preciznosti, iz kojeg je poteklo stablo na tim stranama, svet je za sebe. Dobar uvod u to je od J. D. Fairbanks, B. S. Deaver, C. W. Everit t & P. F. Michaelson, eds. , *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. Citirano na ***strani 331***.

371. Za detalje pogledati dobro poznatu astronomsku referencu, Kenneth Seidelmann, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Citirano na ***strani 335***.

372. F. F. Stanaway & al. , *How fast does the Grim Reaper walk? Receiver operating characteristic curve analysis in healthy men aged 70 and over*, British Medical Journal 343, strana 7679, 2011. Dokument tima australijskih istraživača, zasnovan na proučavanju 1800 starih ljudi, koje je vršeno tokom nekoliko godina; dokument je deo 2011 Christmas izdanja i može se besplatno učitati sa veb strane www.bmj.com. Druga istraživanja pokazuju da hodanje i treniranje brzog hodanja mogu da odlože smrt, kako je sažeo K. Jahn & T. Brandt, *Wie Alter und Krankheit den Gang verändern*, Akademie Aktuell 03, strane 22– 25, 2012, Dokument isto tako pokazuje da uspravan hod ljudi počinje od najmanje 3,6 miliona godina, a da se brzina hoda smanjuje za oko 1% godišnje posle 60 godina starosti. Citirano na ***strani 348***.





ZASLUGE

PRIZNANJA

Mnogi ljudi koji su sačuvali svoj dar radoznalosti, pomogli su da se ovaj projekat ostvari. Pre svega, Saverio Pascazio bio je – prisutan ili ne – stalna referenca za ovaj projekat. Fernand Mayne, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van derMark, Kim Jalink, moji roditelji Peter i Isabella Schiller, Mike vanWijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara i Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger i, pre svih, moja supruga Britta pružili su mi vredne savete i ohrabrenja.

Mnogi ljudi su pomogli u projektu i prikupljanju materijala. Najkorisnija je bila pomoć od Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, brojna poboljšanja od Berta Sierre, detaljne predloge Claudia Farinatija, mnoga poboljšanja od Erica Sheldona, detaljne predloge Andrew Young-a, stalna pomoć i saveti Jonatana Kelu, ispravke Elmara Bartela, a posebno obimnu, strastvenu i savesnu pomoć Adrian Kubale.

Važan materijal su pružili Bert Peeters, AnnaWierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter Mayr, Allan Hayes, Norbert Dragon, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wimde Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, Squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas FabianMoser, Dejan Ćorović, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascazio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Daneček, IngoThies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proenca, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang ang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio Gonzalez, Antonio Martos, Andre Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltan Gacsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Koppe, Martin Rivas, Herman Beeksma, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, Francois Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Krolikowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, SR Madhu Rao, David Parks, Jurgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Damoon Saghian, Frank Sweetser, Markus Zecherle, Zach Joseph Espiritu, Marian Denes, Miles Mutka, kao i velik broj ljudi koji su želeli da ostanu nepomenuti.

Softverski alati su usavršavani uz obimnu pomoć za fontove i slaganje od strane Michaela Zedlera i Achima Blumensatha i uz ponavljanu i vrednu podršku Donalda Arseneaua; pomoć je došla i od Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Bohncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vincent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccone, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, JosephWright, Enrico Gregorio, Rolf Niepraschk, Alexander Grahn , Werner Fabian i Karl Koller.

Slog i dizajniranje knjiga rezultat je profesionalnih saveta Ulricha Dirra. Slog je znatno poboljšan uz pomoć Johannesa Kustera i njegovog fonta Minion Math. Dizajn knjige i njena veb strana duguju mnogo sugestijama i podrški moje supruge Britte.

Takođe se zahvaljujem zakonodavcima i poreskim obveznicima u Nemačkoj, gde je, nasuprot drugim zemljama, dopušteno stanovnicima da koriste lokalne univerzitetske biblioteke. Od 2007. do 2011. godine elektronsko izdanje i distribuciju teksta Planina Kretanja velikodušno je podržavala Fondacija Klaus Čira (Klaus Tschira Foundation)

ZASUŽNI ZA FILMOVE

Lepa animacija obrtnog dodekaedra na ***slici 55*** je autorsko pravo i ljubaznost Jason Hise; onje to napravio za njegov tekst i za veb stranu Wikimedia Commons. Jasnu animaciju ovešene čigre, prikazane na na ***slici 104***, napravio je za njegov tekst Lucas Barbosa. Upećatljivz animaciju sunčevog sistema na ***slici 150*** napravio je za njegov tekst Rhys Taylor i sada se nalazi na njegovoj veb strani www.rhysy.net/. Lepu animaciju Mesečevih mena na ***slici 134*** izračunao je prema trenutnim astronomskim podacima i ona je autorsko pravo i ljubaznost Martin Elsasser. Može da se nadje na njegovoj veb strani www.mondatlas.de/lunation.html. Lep film geostacionarnih satelita na ***slici 137*** je autorsko pravo i ljubaznost Michael Kunze i može sa se nadje na njegovol lepoj veb strani www.sky-in-motion.de/en. Lepa animacija planeta i planetoida na ***slici 162*** je autorsko pravo i ljubaznost Hans-Christian Greier. Ona može da se nadje na njegovoj veb strani www.parallax.at. Film sa oscilacijama kvarca na ***slici 190*** je autorsko pravo i ljubaznost Micro Crystal, deo Swatch Group, nalazi se na veb strani www.microcrystal.com/. Animacija koja prikazuje brzinu grupe i talasa na ***slici 197*** i animacija koja prikazuje molekularno zvučnog talasa na ***slici 204*** su autorsko pravo i ljubaznost ISVR na University of Southampton. Film o divljem talasu na ***slici 213*** je cpyright i ljubaznost Amin Chabchoub; detalji mogu da se nadju na veb strani journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.2.011015. Film sa solitonom na ***slici 209*** i sa dromionima na ***slici 218*** su autorsko pravo i ljubaznost Jarmo Hietarinta. Oni mogu da se nađu na njegovoj veb strani users.utu.fi/hietarin/. Film sa vrtložnim prstenovima sa premetenjem ***slici 253*** je autorsko pravo i ljubaznost Lim Tee Tai. Može da se nađe na njegovoj veb strani dinamike fluida serve.me.nus.edu.sg/. Film o porastu pahuljice snega na ***slici 274*** je autorsko pravo i ljubaznost Kenneth Libbrecht. Može da se nadje na njegovoj veb strani snowcrystals.com/.

ZASLUŽNI ZA SLIKE

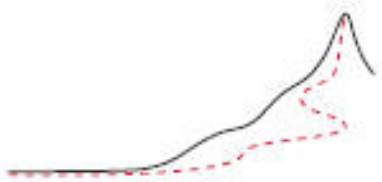
Fotografija istočne padine vrha Langtang Lirung u nepalskim Himalajima, prikazana na naslovnoj strani, je ljubaznost Kevin Hite i nalazi se na njegovom blogu thegettingthere. com. Fotografija munje na ***strani 9*** je ljubaznost i autorsko pravo Harald Edens i nalazi se na veb strani www.lightningsafety.noaa.gov/photos.htm i www.weather-photography.com. Iluzija kretanja na ***slici 4*** je ljubaznost i autorsko pravo Michael Bach i nalazi se na njegovoj veb strani www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html. Ta varijanta iluzije Kitaoka Akiyoshi nalazi se na veb strani www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/ i koristi se ovde iz njegovo odobrenje. ***Slike 6***, ***26*** i ***149*** napravljene su posebno za ovaj tekst i autorsko pravo su Luca Gastaldi. Fotografije velike brzine teniske lopte koja odskače na ***slici 7*** is ljubaznost and autorsko pravo International Tennis Federation, a obezbedila je Janet Page. Slike vulkana Etna na ***slikama 8*** i ***111*** su autorsko pravo i ljubaznost Marco Fulle i nalaze se na lepoj veb strani found on the wonderful website www.stromboli.net. Poznata fotografija Les Poulains i njen svetionik od Philip Plisson na ***slici 9*** je ljubaznost i autorsko pravo Pecheurs d'Images; videti veb strane www.plisson.com i www.pecheurs-d-images.com. Ona se nalazi takođe u Plisson's magnus opus *La Mer*, zadivljujućoj zbirki fotografija mora. ***Slika 10*** na kojoj Aleksandar Cukanov skače sa jednog na drugi monocikl je autorsko pravo i ljubaznost Moscow State Circus. Fotografija jelena na ***slici 11*** je autorsko pravo i ljubaznost Tony Rodgers i uzeta je sa njegove veb strane www.flickr.com/photos/moonm. Fotografije utređaja za merenje brzine na ***slici 16*** su ljubaznost i autorsko pravo Fachhochschule Koblenz, Silva, Tracer i Wikimedia. Grafik na ***slici 17*** je nacrtan ponovo i preveden iz divne knjige od Henk Tennekes, *De wetten van de vliegkunst - Over stijgen, dalen, vliegen en zweven*, Aramith Uitgevers, 1993. Fotografije loptice za stoni tenis na ***slici 18*** i vode koja kaplje iz slavine ***slici 236*** su autorsko pravo i ljubaznost Andrew Davidhazy i nalaze se na njegovoj veb strani www.rit.edu/~andpph. Fotografije kapi vode koja odskače na ***slici 18*** su autorsko pravo i ljubaznost of Max Groenendijk i nalaze se na na veb strani www.lightmotif.nl. Fotografija preciznog sunčanog časovnika na ***slici 19*** je autorsko pravo i ljubaznost Stefan Pietrzik i nalazi se na veb strani commons.wikimediaorg/wiki/File:Pr%C3%A4zissions-Sonnenuhr_mit_Sommerwalze.jpg. Ostale fotografije časovnika na slici su iz javnih izvora kao što je pokazano. Grafik razmera bioloških ritmova na ***slici 20*** nacrtao je autor, koristeći podatke iz European Molecular Biology Organisation koji se nalaze na veb strani www.nature.com/embor/journal/v6/n1s/fig_tab/7400425_f3 html i Enrique Morgado. Crtež ljudskog oka na ***slici 21*** i ***slici 215*** su autorsko pravo Northwestern University i ljubaznost Tim Hain, a nalaze se na njegovoj veb strani www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html. Prikazi pomičnog merila i mikrometra na ***slici 23*** i ***32*** su autorsko pravo Medien Werkstatt, ljubaznost Stephan Bogusch, i uzeti iz njihovog kursa obuke nalaze se na njihovoj veb strani www.medien-werkstatt.de. Fotografija tigra na ***slici 25*** je autorsko pravo Naples zoo (Naples, Florida, ne u Italiji), i ljubaznost Tim Tetzlaff; videti njihovu veb stranu www.napleszoo.com. Ostali uređaji za merenje dužine na ***slici 25*** su ljubaznost i

autorsko pravo Keyence i Leica Geosystems, nalaze se na veb strani www.leica-geosystems.com. Fotografija krivinomerta na ***slici 24*** je autorsko pravo i ljubaznost Frank Muller i nalazi se na veb strani www.wikimedia.org. Fotografija kristala na levoj strani ***slike 25*** je autorsko pravo i ljubaznost Stephan Wolfsried i nalaz se na veb strani www.mindat.org. Fotografija kristala na desnoj strani ***slike 25*** je ljubaznost Tullio Bernabei, autorsko pravo Arch. Speleoresearch & Films/La Venta i nalazi se na veb strani www.laventa.it i www.naica.com.mx. Crtež šuplje Zemlje na ***slici 29*** je ljubaznost Helmut Diel a nacrtala je Isolde Diel. Divne fotografije na ***slici 37***, ***slici 107***, ***slici 122***, ***slici 158***, ***slici 155*** i ***slici 303*** su ljubaznost i autorsko pravo Anthony Ayiomamitis; priča o fotografijama ispričana je na na njegovoj lepoj veb strani www.perseus.gr. Antikreposkularna fotografija na ***slici 41*** je ljubaznost i autorsko pravo Peggy Peterson. Slike konopca na ***slici 42*** su autorsko pravo i ljubaznost Jakob Bohr. Slika zategnutog čvora na ***slici 43*** je ljubaznost i autorsko pravo Piotr Pieranski. Gusenica koja puca na ***slici 46*** je ljubaznost i autorsko pravo of Stanley Caveney. Fotografija senzora vazdušnog jastuka ***slici 50*** je ljubaznost i autorsko pravo Bosch; slika merača ubrzanja je ljubaznost i autorsko pravo Rieker Electronics; tri slike ljudskog uha su autorsko pravo Northwestern University i ljubaznost Tim Hain, a nalaze se na njegovoj veb strani www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html. Fotografija Oriona ***slici 51*** je ljubaznost i autorsko pravo Matthew Spinelli; takođe je predstavljena na apod.nasa.gov/apod/ap030207.html. Na ***slici 52***, crtež veličina zvezda je ljubaznost i autorsko pravo Dave Jarvis. Fotografija Regulusa i Marsa na ***slici 53*** je ljubaznost i autorsko pravo of Jurgen Michelberger i nalazi se na veb strani www.jmichelberger.de. Na ***slici 56***, fotografija stonoge je ljubaznost i autorsko pravo of David Parks i nalazi se na njegovoj veb strani www.mobot.org/mobot/madagascar/image.asp?relation=A71. Fotografija gekona koji se penje uz prozor autobusa ***slici 56*** je ljubaznost i autorsko pravo Marcel Berendsen, i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/berendm. Fotografija amebe je ljubaznost i autorsko pravo of Antonio Guillen Oterino i uzeta je sa njegove divne veb strane *Proyecto Agua* na www.flickr.com/photos/microagua. Fotografija *N. decemspinosa* na ***slici 56*** je ljubaznost i autorsko pravo Robert Full, i nalazi se na na njegovoj veb strani rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs. Fotografija P. ruralis na ***slici 56*** je ljubaznost i autorsko pravo John Brackenbury, a deo je njegove divne zbirke na veb strani www.sciencephoto.co.uk. Fotografija kotrljajućeg pauka na ***slici 57*** je ljubaznost i autorsko pravo Ingo Rechenberg i nalazi se na na njegovoj veb strani www.bionik.tu-berlin.de, dok je fotografija premeta preko glave ljubaznost i autorsko pravo of Karva Javi, a može da se nađe na www.flickr.com/photos/karvajavi. Fotografije flagelarnih motora na ***slici 58*** su autorsko pravo i ljubaznost Wiley & Sons i nalaze se na emboj.embopress.org/content/30/14/2972. Dva divna filma o bakterijskim flagelama na ***slici 59*** i na ***slici 60*** su autorsko pravo i ljubaznost Graduate School of Frontier Biosciences na Osaka University. Lepa fotografija komete McNaught na ***slici 61*** je ljubaznost i autorsko pravo njenog pronalazača, RobertMcNaught; uzeta je sa njegove veb strane www.mso.anu.edu.au/~rmn, a nalazi se takodje na apod.nasa.gov/apod/ap070122.html. ***Slika 62*** sonoluminiscencije je ljubaznost i autorsko pravo Detlef Lohse. Fotografija standardnog kilograma na ***slici 65*** je ljubaznost i autorsko pravo Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). Na ***slici 69***, fotografije Mendeljejeve vage je autorsko pravo of Thinktank Trust i ljubaznost of Jack Kirby; može da se nađe na veb strani www.birminghamstories.co.uk. Fotografija laboratorijske vage je autorsko pravo i ljubaznost Mettler-Toledo. Fotografija uređaja za merenje mase kosmonauta je ljubaznost NASA. Na ***slici 72***, fotografije merača snage su ljubaznost i autorsko pravo SRAM, Laser Components i Wikimedia. Grafik merenja čoveka u hodu na ***slici 78*** je ljubaznost i autorsko pravo Ray McCoy. Na ***slici 87***, fotografija naslaganih čigri je ljubaznost Wikimedia. Fotografija časovnika koji se navija je autorsko pravo Jaeger-LeCoultre i ljubaznost Ralph Stieber. Njegova istorija i stvaralaštvo opisani su detaljno u brošuri koja moćže da se nabavi od kompanije. Veb strana kompanije je www.Jaeger-LeCoultre.com. Fotografija lifta za brodove u Strepy-Thieux na ***slici 89*** je ljubaznost i autorsko pravo Jean-Marie Hoornaert i nalazi se na Wikimedia Commons. Fotografija keltskog kamena na ***slici 90*** je ljubaznost i autorsko pravo Ed Keath i nalazi se na Wikimedia Commons. Fotografija tragova zvezda na ***slici 92*** je ljubaznost i autorsko pravo of Robert Schwartz; ona je takođe prikazana na apod.nasa.gov/apod/ap120802.html. Fotografija Fukoovog žiroskopa na ***slici 97*** je ljubaznost i autorsko pravo muzeja CNAM (Conservatoire National des Arts et Metiers) u Parizu, čija je veb strana na www.arts-et-metiers.net. Fotografija laserskog žiroskopa na ***slici 97*** je ljubaznost i autorsko pravo JAXA, (Japan Aerospace Exploration Agency), a nalazi se na njihovoj veb strani jda.jaxa.jp/. Na ***slici 98***, trodimenzionalni model žiroskopa je autorsko pravo i ljubaznost Zach Joseph Espiritu. Crtež preciznog laserskog žiroskopa na ***slici 101*** je ljubaznost Thomas Klugel i autorsko pravo Bundesamt fur Kartographie und Geodasie. Fotografija instrumenta je ljubaznost i autorsko pravo firme Carl Zeiss. Uređaj se nalazu u Fundamentalstation Wettzell, a njihova veb strana se nalazi na www.wettzell.ifag.de. Prikaz tektonskih ploča na ***slici 106*** je iz filma koji je napravila NASA's Holo Globe project i može da se nadje na svs.gsfc.nasa.gov/cgi-bin/details.cgi?aid=1288. Grafik zapisa temperature na ***slici 110*** je autorsko

pravo i ljubaznost Jean Jouzel i Science/AAAS. Fotografije dugonogog komarca i osolike muve sa njihovim držačima na ***slici 113*** su od Pinzo, nalazi se na Wikimedia Commons, i od Sean McCann sa njegove veb strane ibycter.com/. Fotografija MEMS (Microelectromechanical systems) i crtež je autorsko pravo i ljubaznost ST Microelectronics. ***Slika 116*** je ljubaznost i autorsko pravo međunarodnog prtojekta Gemini (Gemini Observatory/Association of Universities for Research in Astronomy) na veb strani www.ausgo.unsw.edu.au i www.gemini.edu; fotografija sa geostacionarnim satelitima je je autorsko pravo i ljubaznost Michael Kunze i može da se nađe kao podjednako lep film na veb strani www.sky-in-motion.de/de/zeitraffer_einzel.php?NR=12 . Gušter basilisk koji trči po vodi na ***slici 117*** i na zadnjim kricama je ljubaznost i autorsko pravo Belgian group TERRA vzw i nalazi se na njihovoj veb strani www.terravzw.org. Fotografija vodene stenice na ***slici 118*** je ljubaznost i autorsko pravo Charles Lewallen. Fotografija robota na vodi na ***slici 119*** je ljubaznost i autorsko pravo American Institute of Physics. Grafik brzine sisara je ljubaznost i autorsko pravo of Jose Iriarte-Diaz i The Journal of Experimental Biology; on je prikazan i prepravljen uz njihovo odobrenje iz orginalnog članka, ***Ref. 131***, a nalazi se na veb strani jeb.biologists.org/content/205/18/2897. Prikaz kretanja na Marsu na ***slici 121*** je ljubaznost i autorsko pravo Tunc Tezel. Fotografija preciznog časovnika sa klatnom na ***slici 124*** is autorsko pravo Erwin Sattler OHG, Sattler OHG, Erwin i ljubaznost Ms. Stephanie Sattler-Rick; može da se nadje na veb strani www.erwinsattler.de. Crtež triangulacije pariskog meridijana na ***slici 126*** je autorsko pravo i ljubaznost Ken Alder i nalazi se na njegovoj veb strani www.kenalder.com. Fotografije kućne verzije Kevendišovog (Cavendish) eksperimenta na ***slici 127*** su ljubaznost i autorsko pravo John Walker i nalaze se na njegovoj veb strani www.fourmilab.ch/gravitation/foobar. Fotografije preciznog Kevendišovog eksperimenta na ***slici 128*** su ljubaznost i autorsko pravo Eot-Wash Group na University of Washington i nalaze se na veb strani www.npl.washington.edu/eotwash. Geoid na ***slici 130*** je ljubaznost i autorsko pravo GeoForschungs Zentrum Potsdam, nalazi se na veb strani www.gfz-potsdam.de. Mapa Meseca na ***slici 135*** su ljubaznost USGS Astrogeology Research Program, astrogeology.usgs.gov, a posebno Mark Rosek i Trent Hare. Grafik orbite na ***slici 136*** je ljubaznost i autorsko pravo Geoffrey Marcy. Na ***slici 139***, orbita asteoida je ljubaznost i autorsko pravo Seppo Mikkola. Fotografija plime na ***slici 140*** je autorsko pravo i ljubaznost Gilles Regnier i nalazi se na njegovoj veb strani www.gillesregnier.com; na njoj je prikazana i animacija plime tokom celog dana. Fotografija meteorita na ***slici 148*** je ljubaznost i autorsko pravo Robert Mikaelyan i nalazi se na njegovoj veb strani www.fotoarena.nl/tag/robert-mikaelyan/. Fotografije brzog spusta na snegu ***slici 152*** su autorsko pravo i ljubaznost Simone Origone, www.simoneorigone.it i Eric Barone na www.ericbarone.com. Fotografija Galilejevog satelita na ***slici 153*** je ljubaznost i autorsko pravo Robin Scagell i uzeta je sa njegove veb strane www.galaxypix.com. Na ***slici 159***, fotografije Venere su autorsko pravo Wah! i ljubaznost of Wikimedia Commons; videti takođe apod.nasa.gov/apod/ap060110.html. Na ***slici 161***, stari crtež Le Sage je ljubaznost Wikimedia. Slike pomračenja Sunca na ***slici 163*** su ljubaznost i autorsko pravo Centre National d'Etudes Spatiales, na www.cnes.fr i Laurent Laveder, sa njegove divne veb strane www.PixHeaven.net. Fotografija parabole vode na ***slici 165*** je autorsko pravo i ljubaznost Oase GmbH i nalazi se na njihovoj veb strani www.oase-livingwater.com. Fotografija točka insekta na ***slici 174*** je autorsko pravo i ljubaznost Malcolm Burrows; ona se nalazi na njegovoj veb strani www.zoo.cam.ac.uk/departments/insect-neuro. Fotografije margareta na ***slici 177*** su autorsko pravo i ljubaznost Giorgio Di Iorio, found on his website www.flickr.com/photos/gioischia, and ofThomas Luthi, found on his website www.tiptom.ch/album/blumen/. Fotografija vatrometa u Chantilly na ***slici 173*** je ljubaznost i autorsko pravo Christophe Blanc i uzeta sa njegove lepe veb strane christopheblanc.free.fr/. Na ***slici 182***, lepa fotografija M74 je autorsko pravo i ljubaznost Mike Hankey i nalazi se na njegovoj lepoj veb strani cdn.mikesastrophotos.com/. Slika cveta spomenka, *myosotis* na ***slici 185*** je ljubaznost i autorsko pravo Markku Savela. Slika grupa uzoraka tapeta na ***slici strani 186*** je autorsko pravo i ljubaznost Dror Bar-Natan, i uzeta sa njegove zadivljujuće veb strane www.math.toronto.edu/~drorbn/Gallery. Slika simetrija čvrstih tela na ***slici 187*** je autorsko pravo i ljubaznost Jonathan Goss, a uzeta je sa njegove veb strane www.phys.ncl.ac.uk/staff.njpg/symmetry. Takođe su David Mermin i Neil Ashcroft dali svoj blagoslov za korišćenje. Na ***slici*** 191, grafik Furijeovih razlaganja je ljubaznost Wikimedia. Crteži zvona koje zvoni na ***slici 191*** su ljubaznost i autorsko pravo H. Spiess. Slika žlebova na gramofonskoj ploći na ***slici 193*** je autorsko pravo of Chris Supranowitz i ljubaznost University of Rochester; može da se nađe na ekspertskoj veb strani www.optics.rochester.edu/workgroups/cml/opt307/spr05/chris. Na ***slici 195***, fotografija talasa na vodi su ljubaznost i autorsko pravo Eric Willis,Wikimedia i allyhook. Slike interferencije na ***slici 199*** su autorsko pravo i ljubaznost Rudiger Paschotta i nalaze se na na njegovoj slobodnoj laserskoj enciklopediji na www.rp-photonics.com. Na ***slici 202***, crteži the drawings of the grkljana su ljubaznost Wikimedia. Slike mikroanemometra na ***slici 205*** su autorsko pravo Microflown i ljubaznost of Marcin Korbasiewicz. Više slika se može naći na njegovoj veb strani www.microflown.com. Slika prenosnoh uređaja sa ultrazvukom

na ***slici 206*** je ljubaznost i autorsko pravo General Electric. Ultrazvučni snimak na ***slici 206*** je ljubaznost i autorsko pravo Wikimedia. Slika solitona na vodi u kanalu na ***slici 208*** je autorsko pravo i ljubaznost Dugald Duncan i uzeta sa njegove veb strane www.ma.hw.ac.uk/solitons/soliton1.html. Fotografija na ***slici 211*** je ljubaznost i autorsko pravo Andreas Hallerbach i nalazi se na njegovoj veb strani www.donvanone.de. Slika Rubikove kocke na ***slici 214*** je ljubaznost Wikimedia. Na ***slici 216***, fotografije udarnih talasa su autorsko pravo i ljubaznost Andrew Davidhazy, Gary Settles i NASA. Fotografije brazdi na vodi na ***slici 217*** su ljubaznost Wikimedia i ljubaznost i autorsko pravo Christopher Thorn. Na ***slici 219***, fotografije neobičnih talasa na vodi su autorsko pravo i ljubaznost Diane Henderson, nepoznatog i Wikimedia. Fraktalna planina na ***slici 220*** je ljubaznost i autorsko pravo Paul Martz, koji objašnjava na njegovoj veb strani www.game-programmer.com/fractal.html kako da se programiraju takve slike. Fotografija kapljice ulja na površini vode na ***slici 221*** je ljubaznost i autorsko pravo Wolfgang Rueckner i nalazi se na njegovoj veb strani sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb. Fotografija mehura spunice na ***slici 222*** je autorsko pravo i ljubaznost LordV i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/lordv. Fotografije silicijum karbida na ***slici 226*** su autorsko pravo i ljubaznost Dietmar Siche. Fotografija pojedinačnog jona barijuma ***slici 226*** je autorsko pravo i ljubaznost Werner Neuhauser sa Universitat Hamburg. AFM (Atomic Force Microscope) snimak silicijuma na ***slici 227*** je autorsko pravo Universitat Augsburg i koristi se ljubaznom dozvolom German Hammerl. Slika atoma helijuma na metalu na ***slici 228*** je autorsko pravo i ljubaznosf IBM. Fotografija AFM (Atomic Force Microscope) na ***slici 229*** je autorsko pravo Nanosurf (videti www.nanosurf.ch) i koristi se ljubaznom dozvolom Robert Sum. Fotografija tornja krute strukture na ***slici 231*** je autorsko pravo i ljubaznost Kenneth Snelson. Fotografija Atomijuma na ***slici 232*** je ljubaznost i autorsko pravo Asbl Atomium Vzw i koristi se njihovom dozvolom u saradnji sa SABAM u Belgiji. obe slike i sam Atomium su autorsko pravo. Fotografija Fotografije zrnastog mlaza u pesku na ***slici 233*** su autorsko pravo i ljubaznost Amy Shen, koji je otkrio ovu pojavu zajedno sa Sigurdur Thoroddsen. Fotografije uređaja na ***slici 234*** su ljubaznost i autorsko pravo ASML i Voith. Fotografija bagera sa točkom na ***slici 235*** je autorsko pravo i ljubaznost RWE i može da se nađe na njihovoj veb strani www.rwe.com. Fotografije kretanja fluida ***slici 236*** su autorsko pravo i ljubaznost John Bush, Massachusetts Institute of Technology, i uzete sa njihove veb strane www-math.mit.edu/~bush/.. Na ***slici 238***, prikazi paradoksa fluida su ljubaznost i autorsko pravo IFE. Slike istorijskog eksperimenta u Magdeburgu na ***slici 240*** su autorsko pravo Deutsche Post, Otto-von-Guericke-Gesellschaft na veb strani www.ovgg.ovgu.de i na veb strani Deutsche Fotothek na www.deutschefotothek.de; korišćene su uz njihovu respektivnu dozvolu. Na ***slici 241***, fotografija laminarnog protoka je autorsko pravo i ljubaznost Martin Thum i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos/39904644@N05; Fotografija toka vode je ljubaznost i autorsko pravo Steve Butler i nalazi se na njegovoj veb strani www.flickr.com/photos /11665506@N00. Jedrilica na ***slici 242*** je ljubaznost i autorsko pravo Bladerider International. Prikaz atmosfere na ***slici 244*** je autorsko pravo Sebman81 i ljubaznost Wikimedia. Slike sistema za merenje brzine vetra na ***slici 249*** su ljubaznost i autorsko pravo AQSystems, na www.aqs.se i Leosphere na www.leosphere.fr. Na ***slici 250***, fotografije efekta Leidenfrost su ljubaznost i autorsko pravo Kenji Lopez-Alt i nalaze se na veb strani www.seriouseats.com/2010/08/how-to-boil-water-faster-simmer-temperatures.html . Fotografija prstena od dima na vulkanu Etna na ***slici 252*** je ljubaznost i autorsko pravo Daniela Szczepanski i nalazi se na njenim opširnim veb stranama www.vulkanarchiv.de i www.vulkane.net. Na ***slici 254***, fotografija kotrljajućih kapljica su autorsko pravo i ljubaznost David Quere i uzeta sa iusti.polytech.univ-mrs.fr/~aussillous/marbles.htm. Termografske slike kočenja bicikla na ***slici 256*** su autorsko pravo Klaus-Peter Mollmann i Michael Vollmer, Fachhochschule Brandenburg Germany, i ljubaznost Michael Vollmer i Frank Pinno. Prikaz na ***slici 257*** je ljubaznost i autorsko pravo ISTA. Slike termometara na ***slici 258*** su ljubaznost i autorsko pravo Wikimedia, Ron Marcus, Braun GmbH, Universum, Wikimedia i Thermodevices. Fotografija balona ***slici 260*** je autorsko pravo Johan de Jong i ljubaznost Dutch Balloon Register nalazi se na www.dutchballoonregister.nl/. Slike polena ***slici 261*** su iz Dartmouth College Electron Microscope Facility i ljubaznost Wikimedia. Slika površine kristala zlata na ***slici 263*** je ljubaznost of Sylvie Rousset i autorsko pravo by CNRS u Francuskoj. Slika Ranque–Hilsch vrtložne cevi je ljubaznost i autorsko pravo Coolquip. Fotografija i prikaz na ***slici 270*** su autorsko pravo i ljubaznost of Ernesto Altshuler, Claro Noda i saradnika, i nalazi se na njihovoj vebstrani www.complexperiments.net. Fotografija stanja puta je ljubaznost David Mays i uzeta iz njegovog dokumenta ***Ref. 321***. Slika oscilacija na ***slici 272*** je ljubaznost i autorsko pravo Paul Umbanhowar. Crtež lopti na tanjir na ***slici 273*** je ljubaznost i autorsko pravo Karsten Kotter. Fraktal prigušenog klatna na ***slici 277*** je ljubaznost i autorsko pravo Paul Nylander i nalazi se na njegovoj veb strani bugman123.com/. Protok preko nagnute ploče na ***slici 280*** je ljubaznost i autorsko pravo Vakhtang Putkaradze. Forografija reakcije Belousov-žabotinski na ***slici 281*** je ljubaznost i autorsko pravo Yamaguchi University i nalazi se u njihovoj galeriji slika na

www.sci.yamaguchi-u.ac.jp/ sw/sw2006/. Fotografije stubova od skroba na ***slici 282*** su autorsko pravo Gerhard Muller (1940–2002), i ljubaznost Ingrid Hornchen. Ostale fotografije na istoj slici su ljubaznost i autorsko pravo Raphael Kessler, sa njegove veb strane www.raphaelk.co.uk, Bob Pohlad, sa njegove veb strane www.ferrum.edu/bpohlad i Cedric Husler. Na ***slici 283***, dijagram kristala snega je autorsko pravo i ljubaznost Kenneth Libbrecht; ideti njegovu veb stranu www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals. Fotografija jata čvoraka na ***slici 284*** je autorsko pravo i ljubaznost Andrea Cavagna i Physics Today. Fotografija pucanja balona sapunice na ***slici 287*** je autorsko pravo i ljubaznost Peter Wienerroither i nalazi se na njegovoj veb strani homepage.univie.ac.at/ Peter.Wienerroither/. Fotografija sunčevih zraka na ***slici 288*** je autorsko pravo i ljubaznost Fritz Bieri i Heinz Rieder i nalazi se na njihovoj veb strani www.beatenbergbilder.ch. Crtež na ***slici 293*** je ljubaznost i autorsko pravo Daniel Hawkins. Fotografija logaritmara na ***slici 297*** je ljubaznost i autorsko pravo Jorn Lutjens, i nalazi se na njegovoj veb strani www.joernluetjens.de. Na ***slici 298***, dijagram bicikla je ljubaznost i autorsko pravo Arend Schwab. Na ***slici 303*** fotografija sunčanog časovnika je ljubaznost i autorsko pravo Stefan Pietrzik. Na ***slici 306*** fotografije dimnjaka su autorsko pravo i ljubaznost John Glaser i Frank Siebner. Fotografija vetromobila na ***slici 308*** je ljubaznost i autorsko pravo Tobias Klaus. Svi crteži su autorsko pravo Christoph Schiller. Ukoliko sumnjate da vaše autorsko pravo nije pravilno navedeno ili sadržano, to nije učinjeno sa namerom; molim vas da me u takvom slučaju obavestite.



PLANINA KRETANJA

Pustolovina fizike – Vol. I

Pad, protok i toplota

Da li je priroda lenja koliko god je to moguće?
Kako se životinje i ljudi kreću?
Koje je najzačuđujuće putovanje moguće?
Možemo li postići levitaciju pomoću gravitacije?
Da li je kretanje predvidivo?
Kolika je najmanja vrednost entropije?
Kako se u prirodi pojavljuju uzorci i ritmovi?
Kako možete da otkrijere atome i izmerite im veličinu?
Koji problemi svakodnevne fizike nisu rešeni?

Odgovarajući na ova i ostala pitanja o kretanju, ova serija knjiga daje zanimljiv i mozgoloman uvod u savremenu fiziku – koji je iznenađujuć i izazovan na svakoj stranici. Polazeći od svakodnevnog života, pustolovina daje pregled savremenih rezultata u mehanici, toploti, elektromagnetizmu, relativnosti, kvantnoj fizici i objedinjavanju

Christoph Schiller, PhD Université Libre de Bruxelles, fizičar je i popularizator fizike. Napisao je ovu knjigu za svoju decu, i za sve studente, predavače i čitaoce koji se interesuju za fiziku, nauku o kretanju.

Pdf datateka je dostupna besplatno na

www.motionmountain.net