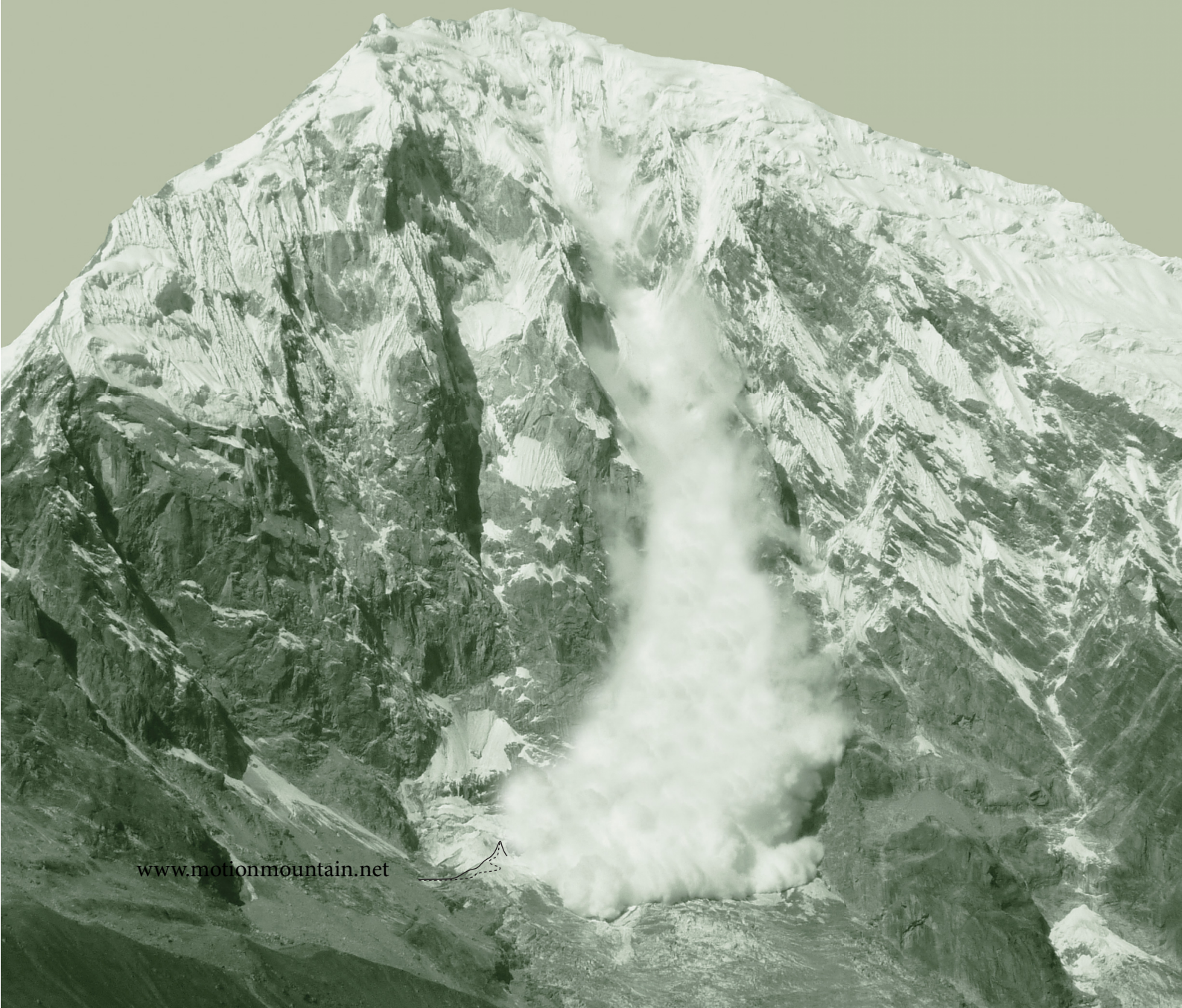
Christoph Schiller　　廣岡　恵　訳

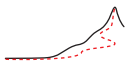
# モーションマウンテン

## 物理の冒険　第一巻

## 落下, 流れ, 熱



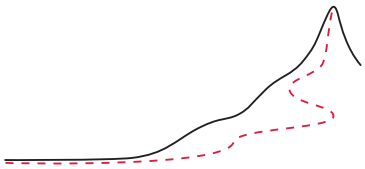
www.motionmountain.net



クリストフ・シラー

廣岡　恵　訳

# モーションマウンテン



## 物理をめぐる冒険
## 第1巻

落下, 流れ, 熱

第 28 版, 無償pdfとして入手いただけます
www.motionmountain.net

Editio vicesima octava.

Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller
quarto anno Olympiadis trigesimae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quae
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Twenty-eighth edition.

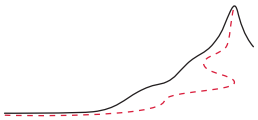
Copyright © 1990–2018by Christoph Schiller,
the fourth year of the 30th Olympiad.

This pdf file is licensed under the Creative Commons
Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany
Licence, whose full text can be found on the website
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de,
with the additional restriction that reproduction, distribution and use,
in whole or in part, in *any* product or service, be it
commercial or not, is not allowed without the written consent of
the copyright owner. The pdf file was and remains free for everybody
to read, store and print for personal use, and to distribute
electronically, but only in unmodified form and at no charge.

To Britta, Esther and Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαὶμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.



# はじめに

“Primum movere, deinde docere.*”

古辞

このシリーズは自然界の運動について興味をお持ちの方の本です. 人や物, 動物, 像, 空っぽの空間はどのように動くのか? その答をさがす旅に誘います. この巻は日常の運動についての最良の書です. 日常の運動を注意深く見ると六つの重要なことに気が付きます. 日常運動は連続的で, 保存され, 相対的で, 反転可能で, 鏡面反転性を持ち, なにより, 不精なのである. そう, 自然は無精者です. 日常運動では, 変化を最小にするような動きをします. この本ではこれらの六つの結論がどうやって導かれ, 矛盾しているように見える観測結果も実はそれにあてはまっていることを調べていきます.

Figure 1に示すような現代物理の枠組みにおいては, 日常運動についての結果はその出発点として重要です. これから全六巻で物理を概観しますが, この巻はその最初の巻です. これは私が, 1990 年以来, 追求し続けてきた三つの目標の結果として生まれたものです. つまり, 運動を単純で, 最新の知識を取り入れ, おもしろいものとして提示することです.

単純であるために, 内容としては, 数学は最小にとどめ, 考え方に焦点を絞っています. 物理概念を理解することが, 計算において公式を使うことより優先されます. テキスト全体としては大学生程度の内容になっています.

最新のものになるよう, この本には, 理論的にも実験的にも, 科学文献に散りばめられている多くの珠玉となる内容であふれています.

おもしろいものになるよう, 読者がアッと驚くように努めています. 一般的な物理の本を読むのはマジックショーを見るようなものでなければいけません. 見て, 驚いて, 目を疑い, 考え, 最後に, トリックに気付く. 自然を見ていると, これと同じような経験をすることがよくあります. 読者を驚かせ, 読者が頭を働かせる挑発的な内容を各ページに一つは紹介します. 多くのおもしろいチャレンジ問題も掲載しています.

本書のモットーは, 教育学の有名な言葉, *die Menschen stärken, die Sachen klären*です. 「人々を鍛え, 物事をはっきりさせる」と言う意味です. 物事をはっきりさせ真実にのみ立脚するのはなかなか勇気がいることです. 考え方の習慣の変えると不安になり, 時には, 怒りでごまかしてしまいがちです. しかし, この不安を克服することで強さが育ってゆくのです. そして, 力強くて美しい感情を経験できます. 人生において優れた冒険をすることでこれが可能になります. 運動について調べることもその一つです. 楽しみましょう.

* ‘まず動け, それから, 教えよ.’ 現代的な言い方をすれば, (気持ちを) *moving* させることを*motivating*という. 両方とも同じラテン語の語源に行きつく.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

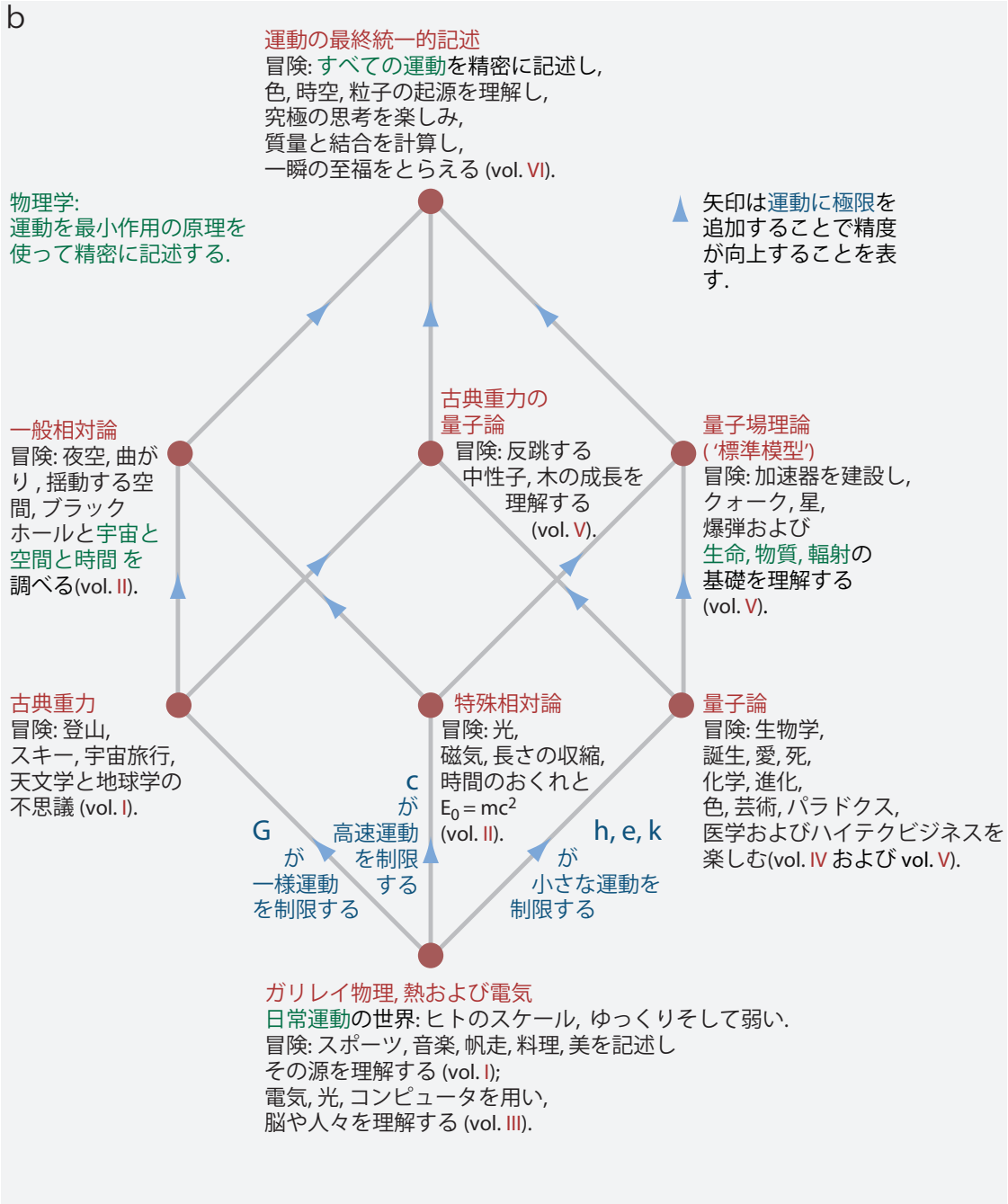



FIGURE 1 物理, つまり, 運動の科学の全体道しるべ. 基本は日常運動から出発し, 現代物理の分野へのつながりを表している. 巨視的で強力な運動との結びつきは 重力定数 $G$ で, 高速運動は光速 $c$ で, 小さな運動はプランク定数 $h$, 素電荷 $e$, そして ボルツマン定数 $k$ で定義されている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Munich, 10 March 2018.

## この本の利用について

欄外のノートは, 文献, 他のページやチャレンジの解への参照をあらわしています. カラー版ではこのようなノートと脚注や他のウェブサイトへのポインターは緑に印字されています. インターネットのリンクは時間が経つと無くなる傾向にあります. 大部分のリンクはwww.archive.orgで回復できます. ここには古いインターネットページが保存されています. 無料の pdf 版はwww.motionmountain.netで入手可能で, 緑色の文字やリンクはすべてクリックできます. pdf 版では動画も含んでおり Adobe Reader で直接見ることができます.

チャレンジの解とヒントは付録にあります. チャレンジは研究者レベル (r), 難 (d), 標準学生レベル (s) , 易 (e) に分類されています. チャレンジ でこの本に解を記載してないものは, (ny) とマークしています.

## 学習者へのアドバイス

学ぶことは人としての可能性に気付かせてくれます. 学ぶことは知識を拡げ, 知性を向上させ, 達成感を与えてくれます. 本による学習, とりわけ, 自然についての学習は効果的で楽しいものです. しかし, まずい勉強法はやめましょう! マーカーや鉛筆で, 文章にアンダーラインを入れたり色を付けたりするのはやめましょう. それは時間の浪費, 気休めというだけではなく, 教科書を読みにくくしてしまいます. また, 画面からの学習はやめましょう. 特に, インターネット, ビデオ, ゲームやスマホからの勉強はやめましょう. 大部分のインターネット, ビデオやゲームは脳にとって害毒です. スマホは人々を学習意欲をそぎ, 中毒化するドラッグの一滴です. マーキングをしたりスクリーンを見たりしない方が効率的に学ぶことができ, 学ぶことが楽しくなります.

学生と教師としての経験からわかったのは, ダメな生徒を成功させる確実な学習法があるということです. 学習のために本を読む時は, 自分の言葉とイメージで, 大声で, 節ごとに内容をまとめてみてください. まとめられないようなら, もう一度読みましょう. 読んだことを, 自分の言葉とイメージではっきりと声に出してまとめられるまで, これを繰り返します. 大声でやってみましょう. これなら, 一人でも, 友達と一緒でも, 部屋の中でも, 歩きながらでもできるでしょう. これを読んだものすべてについて行いましょう. 良質な教科書なら, 学習時間と読書時間を大幅に削減でき, 楽しみながら多くを吸収できるでしょう. 悪い教科書からはほとんど何も得られずがっかりするでしょう. 慣れてくると, 授業でも, 小声でつぶやきながらこの方法が使えます. そして, えんえんとノートをとる必要も無くなるでしょう.

## 教師へのアドバイス

教師なら, 生徒が好きで, 生徒を導いて自分の専門分野を学んでほしい思っているでしょう. 仕事に対する情熱こそ, 教師という職業に満足感を得るための重要なポイントです. もしあなたが教師なら, 授業の前に, どうしたら授業の 話題が楽しいものになるかということを想像し, 感じ, 話してみてください. これ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

を意識的に続けることで, 授業でのトラブルを最小にし, 教育効果を最大限まで高められるでしょう.

この本は試験でよい成績をあげることを念頭において書いたものではありません. 教師や学生が, 運動の科学である物理学を理解し, 楽しむために書いたものです.

## フィードバック

このテキストのpdf版は, インターネットからダウンロードできます. 下記の項目やその他何かございましたら, 遠慮なくfb@motionmountain.netまでe-mailください.

Challenge 1 s
- 何がはっきりしていなかったか, そして, 何を修正すべきか?
- 追加すべき話, トピック, 問題, 図や動画

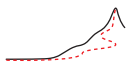
www.motionmountain.net/help.htmlウェブページに記載されているリストの援助はありがたいです. すべてのフィードバックは次版の改良に利用させていただきます. メールによるフィードバック, Adobe Readerの黄色のノートの追加, ウェブサイト上のサジェスチョンwikiへの記入などで連絡ください. この本をあなたの母国語に翻訳してくださるかたも連絡ください.

すべての読者を代表してあなたの入力をお待ちしております. 特に重要な貢献をしていただいた方には, よろしければ, 感謝をこめてお礼をさせていただきます.

## サポート

この本を制作, 翻訳, 出版する慈善非課税の非営利団体への寄付は は大歓迎です! 詳細はウェブページwww.motionmountain.net/donation.htmlを見てください. 寄付されたものの使用方法はドイツの税務署がチェックをします. よろしければ, スポンサーリストにあなたの名前を含めることもできます. 世界中の読者になりかわりよろしくお願いします.

この本の紙ベース版もwww.amazon.com, www.createspace.com または www.lulu.com から入手可能で, カラー版と白黒版があります. ぜひ、読んでみてください.



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

# Contents


14 1 なぜ運動に注目するのか
運動は存在するか? 15 • 運動についてどう語るか. 17 • 運動のタイプとは何か. 19 • 知覚, 不変性と変化 23 • 世界は状態を必要とするか. 25 • ガリレイ物理についての6つの説明 27 • 運動についての楽しみとチャレンジ 28 • 運動についてのまとめ 32

33 2 運動の測定から連続性
速度とは何か. 34 • 時間とは何か 39 • 時計 44 • なぜ, 時計は時計回りなのか? 47 • 時は流れるのか 47 • 空間とは何か 48 • 空間と時間は絶対的か, 相対的か 52 • サイズ – なぜ面積は存在するが, 体積は存在しないのか. 53 • 真直ぐとは何か 57 • 地球は中空か 57 • 日常空間と日常の時間についての楽しみとチャレンジ問題 59 • 日常空間の空間と時間のまとめ 71

72 3 運動の記述方法 – 運動学
投げること, ジャンプすること, 撃つこと 74 • ベクトルを楽しもう 77 • 静止とは何か? 速度とは何か? 78 • 加速度 80 • 物体と点粒子 83 • 脚と車輪 86 • 動力学についての楽しみとチャレンジ 88 • 運動力学のまとめ 92

93 4 物体と像から保存量へ
運動と接触 94 • 質量とは何か 95 • 運動量と質量 97 • 運動は永久か – 運動量の保存 101 • さらなる保存 – エネルギー 104 • 外積, または, ベクトル積 107 • 回転と角運動量 110 • 回転する輪 113 • 私たちはどうやって歩いているのか? 114 • 保存と回転についての楽しみとチャレンジ 115 • 保存についてのまとめ 124

126 5 地球の回転から運動の相対性へ
地球はどのように自転しているのか? 135 • 地球は動いているのか? 139 • 速度は絶対的か? – 日常の相対性理論 145 • 回転は相対的か? 146 • 相対論のお楽しみとチャレンジ 147 • 再び, 脚か車輪か? 154 • ガリレイ相対性のまとめ 157

158 6 重力による運動
重力の性質 163 • 重力ポテンシャル 165 • 地球の形 168 • 動力学 – 様々な次元で物はどう動くか? 169 • 天空の重力 170 • 月 173 • 軌道 – 円錐曲線など 175 • 潮汐 180 • 光は落下できるか? 183 • 慣性質量と重力質量 184 • 質量についてのお楽しみとおもしろいチャレンジ 185 • 重力についてのまとめ 203

204 7 古典力学, 力, そして運動の予測可能性
使うべきは力?, それともパワー? 205 • 力, 表面と保存 209 • 摩擦と運動 210 • 摩擦, スポーツ, 機械と予測可能性 210 • 完全状態 – 初期条件 214 • 驚きは存在するか? 未来は決められているか? 215 • 自由意志 218 • 予測可能性のまとめ 219 • 運動の周期性から大域的な記述へ 219

225 8 作用で変化を測る
最小作用の原理 230 • ラグランジアンと運動 233 • なぜ運動にはしばしば境界があるのか? 235 • ラグランジアンについてのお楽しみとチャレンジ 238 • 作用についてのまとめ 242

243 9 運動と対称性
この世界について考えたり、話したりできるのはなぜか? 244 • 視点 247 • 対称性と群 248 • 表現 249 • 対称性, 運動とガリレイ物理 252 • 熱と可


Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

逆性についての楽しみとチャレンジ 253 • 熱と時間不変性についてのまとめ 261

262 10 自己組織化とカオス – 複雑さの単純性
秩序の出現 264 • 砂における自己組織化 266 • 球の自己組織化 268 • 秩序が現れる条件 268 • 秩序の様子をあらわす数学 269 • カオス 270 • 出現 272 • 自己組織化の楽しみとチャレンジ 273 • 自己組織化とカオスのまとめ 280

281 11 物理の限界から運動の限界へ
古典動力学の研究テーマ 281 • 接触とは何か? 282 • 精度 (Precision)と 正確度 (accuracy) 282 • 一冊の本にすべての自然を記述できるか? 284 • 運動記述についての問題 284 • なぜ, 測定は可能なのか? 285 • 運動には制限はないのか? 286

287 A 表記と慣習
ラテンアルファベット 287 • ギリシアアルファベット 289 • ヘブライ語アルファベットと他の書式 291 • 数とインド数字 291 • この本で使用される記号 293 • 暦 296 • 人名 297 • 略記とエポニムそれとも概念? 298

300 B 単位、測定と定数
SI単位 300 • 測定の意味 303 • 単位についての楽しみとおもしろいチャレンジ 303 • 測定の精度と確度 306 • 精度の極限 307 • 物理定数 308 • 役に立つ数字 315

316 C 運動についての情報源

322 チャレンジのヒントと解答

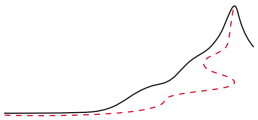
365 Bibliography

396 Credits

Acknowledgements 396 • Film credits 397 • Image credits 397

# 落下, 流れ, 熱

物が運動するしくみを学ぶ旅では,
ハイキングなどの行動を体験することで,
様々な概念に出会うことになる;
速度, 時間, 長さ, 質量, 温度.
これらを用い変化を測ることができ,
自然は変化を最小にしようとすることがわかってくる.
どうやれば, 自由空間に浮遊でき,
なぜ, 私たちは車輪ではなく足を持つのか,
なぜ, 無秩序になるのを防げないのか,
なぜ, 管を流れる水が,
科学上, 最も難しい問題なのかを発見する.



Chapter 1

# なぜ運動に注目するのか

> あらゆる運動は幻である.
>
> エレアのゼーノ**

ドッカーン！ものすごい稲光が近くの木に走り,閑とした森林を歩く私たちは足を止めた.突然,心臓の鼓動が早鐘を打つ.木のてっぺんが炎を上げたようだったが,やがて,炎は見えなくなった.やさしい風がまわりの枝葉を揺らせ始めると,静けさが戻ってきた.傍を流れる小川の水が複雑に谷に流れ出てゆく.常に変わりゆく雲の形が水面に反射している.

運動はどこにでも存在する.時に,友好的に,時に,威嚇的に.激しく,そして,優雅に.運動は人間の存在するための基本でもある.成長,学習,思考,そして人生を謳歌するために運動はどうしても必要である.森を歩く時も,森のおしゃべりに耳に傾ける時も,そのことについて語る時も,運動を利用している.すべての動物と同じように,私たちも,運動のおかげで食事にありつけるし,危険も回避できる.すべての生き物と同じように,運動を利用して,子孫を残し,呼吸をし,消化をする.すべての物体と同じように,運動が私たちを暖めてくれる.

運動は自然の観測の基本になるものである.この世界で起きるどんな出来事もなんらかの運動であるといえる.例外はない.運動はあまりにも観測の基本でありすぎることから,インドヨーロッパ語の歴史からその言葉の起源すら失われていしまっている.しかし,運動の持つ魅力から,いつも,親しく興味の対称になってきた.紀元前5世紀には,古代ギリシアにおいて,運動に関する学問を物理 *(physics)* という名前でよんでいた.

Ref. 1

運動は人間の条件にとっても重要である.私たちは何を知ることができるのか.世界はどこから現れたのか.私たちは何者か.私たちはどこから来たのか.私たちは何をするのか.私たちは何をすべきなのか.未来はどうなるのか.死とは何か.生命はどこへ向かうのか.これらの疑問はどれも運動に関するものだ.運動の研究は深遠で,驚嘆の答えを準備している.

Ref. 2

運動は謎に満ちている.星や,潮汐や,私たちのまぶたなどあたりまえに見ていることなのに,古代の哲学者も,そして,それからの25世紀間,誰も,運動とは何かというこの中心的な謎に正しい光をあてることはできなかった.やがて,「運動とは時間とともに場所が変化することである」という標準的な答えが発見され,正しいとされることになるが,実は,それだけでは不十分なのである.最近になって,ついに,完全な答えが得られた.これから,それを見つけ出す方法について話をしてゆく.

運動は人類の経験の一部である.人類の経験を島と考えると,海の波で象徴

** エレアのゼーノ (Zeno of Elea) (*c.* 450 BCE), エレア哲学学派の主要な提唱者の一人.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

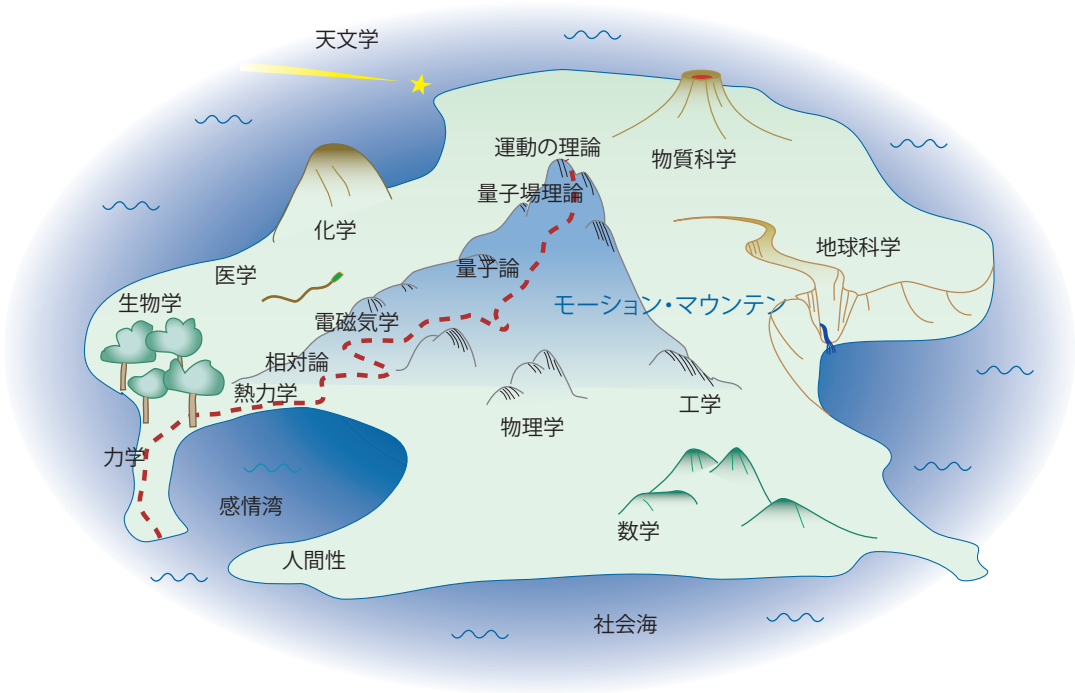



FIGURE 2 モーションマウンテンとそこまでの遊歩道がある経験島

される運命により私たちは島の海岸部へと運ばれてゆく. 島のほぼ真ん中には, ひときわ高い山がそびえている. 頂上からは全島の景色を俯瞰でき, 人間のすべての体験, 特に, 様々な運動例の関連性が見て取れる. この本は, 私たちがモーションマウンテンとよんでいる山の頂へ導いてくれる. (Figure 2参照. 絵的要素
Page 8 を押さえた, もう少し厳密なものをFigure 1に示す.) このハイキングは最も美しい人類の知識の冒険旅行である. 最初に問いただす質問は:

## 運動は存在するか?

> *Das Rätsel* gibt es nicht. Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so *kann* sie beantwortet werden.*
>
> ルートヴィヒ・ウィトゲンシュタイン (Ludwig Wittgenstein), *Tractatus*, 6.5

運動が存在するかどうかの感覚に鋭敏になってもらうために, Figure 3または
Ref. 3 Figure 4を見て, 説明通りにやってみてください. いずれの場合も, 絵は回転しているように見える. アーチ状の模様に並べられた敷石道を歩いたり, www.
Ref. 4 ritsumei.ac.jp/~akitaokaのサイトに北岡明佳 (Kitaoka Akiyoshi) 氏が集めた多くの動く錯視の例があるが, これをを見ても同じようなことが体験できる. それで
Challenge 2 s は, 実際の運動とこのような錯視と区別するにはどうすればいいのだろうか?

運動は全く存在しないとだけ論じた学者も多くいた. そして, この主張が何
Ref. 5 世紀にもわたり運動の研究に深く影響を与えてきた. 例えば, ギリシアの哲学者, パルメニデス (Parmenides) (*c.* 515 BCE にナポリ近郊の小さな町エレアで生

* 「なぞは存在しない. ある質問をまったくすべてにわたり設定できたなら, 回答もできてしまう.」

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 3 運動の錯視：左の絵を見て，ページを少しうごかしたり，右の絵の中央の白い点を見て，頭を前後に動かしてみてください．

まれる) は，無から何も生じることはないとした．従って，変化は存在しないと主張した．彼は自然の不変性を強調し，すべての変化，つまり，すべての運動は錯覚であるという考えを保持し続けた．

Ref. 6

ヘラクレイトス (Heraclitus) (*c.* 540 to *c.* 480 BCE)はこれと逆の見方をしていた．彼は，有名な言葉の中でこう表現している．πάντα ῥεῖ 'panta rhei'，つまり，「万物は流れる」．* 彼は，パルメニデスとは対照的に，変化は自然の本質であるとみていた．この 2 つの同じくらい有名な見方のため，多くの学者は，自然界には保存量が存在するのか，また，生成は可能なのかというより詳細な研究に駆り立てられた．この答は後に示すとして，これまでのところでは，

Challenge 3 s

あなたはどちらの意見を支持しますか．

パルメニデスの協力者，エリアのゼノ (Zeno of Elea) (*c.* 500 BCE生まれ)は運動について強く反論したため，現在でも，依然として運動について懸念を示す人も多くいる．彼は，その主張の中で，あっさりと，だれかをたたくことはできないと言っている．最初，手は，顔までの中間点まで移動し，次に，残りの半分の所まで移動する．これが繰り返されるので，手はいつまでも顔に届かない．ゼノの議論は，運動の記述における無限性とその対極にある有限性の間の関係に焦点をあてている．現在の量子力学では，今でも，これに関する話題が研究対象になっている．

Ref. 7

ゼノは，ある単一瞬間に，運動物体を見ただけでは，それが動いていると明言できないとも述べた．ある瞬間においては，静止物体と運動物体の差が存在しないと彼は述べているのだ．そして，ある瞬間に差がないのだから，時間が長くなってもその差は存在しないと導いている．ゼノは，運動はその反対の状態である静止と明確に区別できるという考えに疑問を持っていた．実際，物理学の歴史においても，哲学者たちは肯定的見解と否定的見解の間をいったりきたりしている．まさにこの疑問が，アルベルト・アインシュタイン (Albert Einstein) を，私たちの旅の一つの高みである一般相対論の展開へと導くことになるのだ．私たちの冒険では，運動と静止の違いについてわかっていることをすべて調べてみる．最後に，時間的な瞬間というものが実際に存在するのかについてもあえて問うてみる．この疑問に答えることこそ，モーションマウンテンの頂に到達することの本質なのである．

量子論を学ぶと，パルメニデスが言ったように，運動はある程度錯覚であることがわかってくる．より正確には，運動はヒトという制限条件においてのみ観

* Appendix Aにギリシア文字の読み方を示す．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

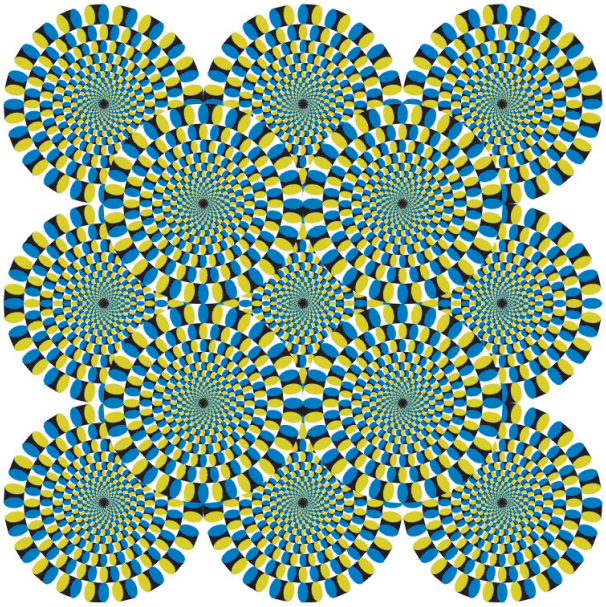


FIGURE 4 動きを楽しむために, この像を大きなサイズに拡大したり, 近づいたりしてみてください. (© Michael Bach after the discovery of Kitaoka Akiyoshi).

測されることを示せる. 私たちが運動を体験できるのは, 次の条件があるためだ.

— 私たちは有限のサイズである.
— 私たちは多数の有限個の原子から構成されている.
— 私たちは有限の適当な温度をもつ.
— 私たちは光速よりずっと遅い速度で運動する.
— 私たちは3次元世界に生きている.
— 私たちは, 私たちと同じ質量をもつブラックホールより大きい.
— 私たちは, 私たちの量子力学的波長より大きい.
— 私たちは宇宙と比べると小さい.
— 私たちには制限があるもののワーキングメモリーを持っている.
— 私たちは, 脳により空間と時間を連続的な実態として近似している.
— 私たちは, 脳により自然を異なった部分から構成されていると近似している.

もし, これらの条件のいずれか一つが満たされなかったとしたら, 私たちは運動を観測できない. さらに, これらの条件は人類のみに要求されているものではなく, 動物や機械のような多くの物にも, 等しく, あてはまる. これらの各条件を明らかにするために, 次の疑問から始めよう.

## 運動についてどう語るか.

> “Je hais le mouvement, qui déplace les lignes,
> Et jamais je ne pleure et jamais je ne ris.” ”
> シャルル・ボードレール (Charles Baudelaire) , *La Beauté.**

* シャルル・ボードレール (Charles Baudelaire) (b. 1821 Paris, d. 1867 Paris) 美の女神: 「私は形を変化させる動を憎む. 私は泣くことも, 笑うことも一切ない.」

Ref. 8

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

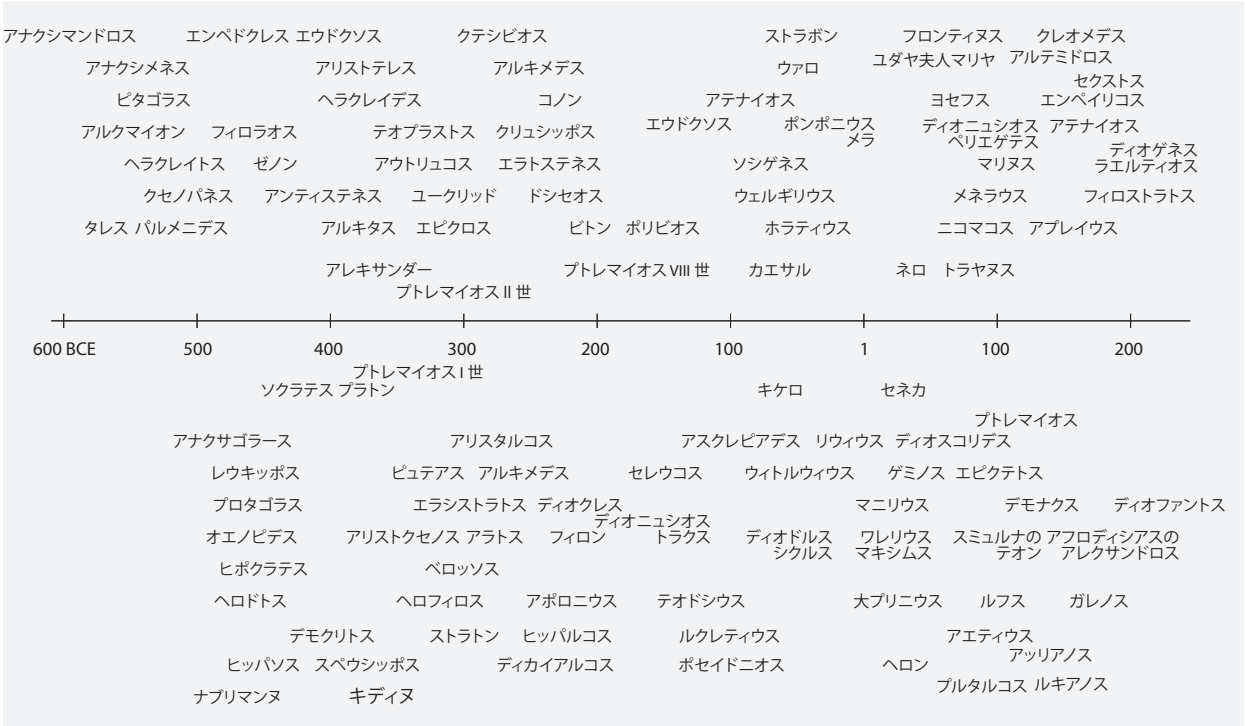



FIGURE 5 古代の科学や政治上の人たちの年表. 名前の最後の文字の位置が没年にそろえてある.

どんな科学もそうなのだが, 物理でも2つの要素が重なっている. 私たちは精度と興味という要素とともに進歩してゆく. 精度は説明や記述が観測とどのくらい一致しているかを表す. 興味は研究者を駆り立てる情熱である. 精度はコミュニケーションを意味のあるものにし, 興味はコミュニケーションを価値のあるものにする. 日食, 美しい音楽, オリンピックでの偉業をとりあげてもわかるように, 世界は魅力的な運動の例にあふれている. Ref. 9

運動についてより正確に, そしてより深く語ろうとしたことのある人は, 自分はすでにモーションマウンテン登山に足を踏み出していることに気が付くだろう. Figure 5はそのことをうまく表している. 空のバケツが垂直につるされている. バケツをある程度の水で満たすとバケツは垂直でなくなる. (なぜか?) さらに水を増してゆくと, 再び, 垂直に吊るされるようになる. この最後の状態にするにはどの位水を入れる必要があるか. Figure 5の第2の図はもう一つのクイズである. 図示するように, 糸巻きから糸を引いてゆくと, 糸巻きは引く角度により, 前方か後方のいずれかに転がる. その境目になる角度はいくらか. Challenge 4 s

精度を高めるとは, より細かな部分に踏み込むことを意味する. 細かく合わせようとすることで, 冒険の喜びが増加する.* Figure 7に例を示す. モーションマウンテンの高所に行けば行くほど, 遠くが見渡せるようになり, おもしろさがどんどん満たされる. そこからの眺め, 特に頂上からの風景は息をのむだろう. 多くのルートの中で私たちがたどる道は, 生物学の傍のところから出発し, 山のふもとに森に直接踏み込んでゆく. Ref. 10

* 詳細な点をしらべることなしに話したがる人は信用しない方がいい. 彼はごまかそうとしている. 詳細は重要である. この旅の間も, 気を許さないように. Challenge 6 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

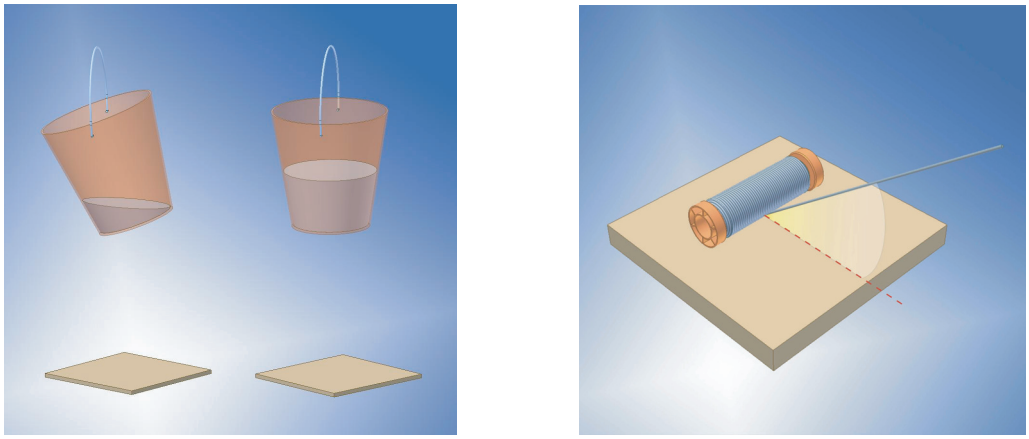


FIGURE 6 バケツを垂直に吊り下げるにはどの位の量の水が必要か? どの角度から, 糸巻きの運動方向が変わるか(© Luca Gastaldi).

Challenge 5 s

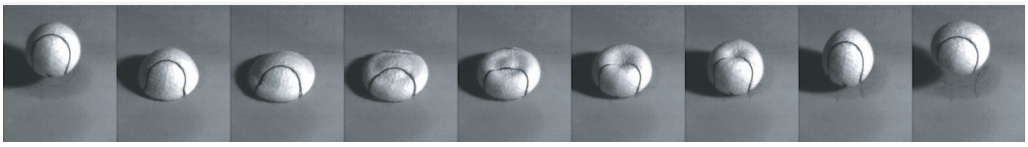


FIGURE 7 観測精度が新しい効果の発見にどうつながるかを示した例. c. 6 msの高速バウンド中のテニスボールの変形. (© International Tennis Federation).

強い好奇心を持っていると, 極限への道へと一直線に進んでゆく. つまり, 運動を理解するには, 最長距離, 最高速度, 最小粒子, 最大力, もっとも奇妙な概念を説明する必要がある. さあ, 始めよう.

## 運動のタイプとは何か.

> “どんな動きも変化したいという欲求から生まれる.”
>
> 古言

運動のタイプについて概観するのには大きな図書館がいい (Table 1参照). 運動や動きが役割を担っている領域は実にさまざまである. Figure 5にリストアップしているように古代ギリシアの研究者は, 多くの変化ばかりではなく, すべてのタイプの運動が関連しているとは考えていなかった. よく知られている変化は次の3つである.

1. 移動. 日常生活で運動と呼んでいる変化は, 人の歩行, 木からの落ちる葉, 楽器演奏のような物質の移動である. 移動は, 流体を含む物質の位置や方向の変更である. 大きな意味合いでは, 人々の行動もこの範疇に入る.
2. 変形. 変化の別のカテゴリーとして, 塩の水へ溶解, 氷結により氷の生成, 木の腐食, 食べ物の調理, 血液の凝固, 金属の溶解や合金化といったようなグループがある. これらは色, 輝き, 固さ, 温度などの物質の性質の変化を伴うもので, すべて変形である. 変形は, 見かけ上, 移動とは無関係の変化である. 古代の哲学者の中には, この範疇に光の吸収や放出も含めた人もいた. 20世紀になって, この2つの効果は新しく発見された物質の生成消滅や太陽や放射能で観測された変形の特殊なケースであることがわかってきた. 気分, 健

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 1 図書館にある運動に関する書物の内容

| 運動についての話題 | 運動についての話題 |
|---|---|
| 映画とディジタル効果 | がん, 肥満, うつの運動療法 |
| 運動感覚Ref. 11 | 乗り物酔い |
| フィットネス, ウェルネスの運動 | 瞑想のための運動 |
| スポーツ, 歌唱における運動制御とトレーニング | ヘルスチェックとしての運動能力 |
| 知覚活動 | ダンス, 音楽等の芸能文化における運動 |
| 様々な神の証明としての運動 Ref. 12 | 惑星, 星, 天使の運動Ref. 13 |
| 運動の経済効率 | 運動性癖と感情性癖の関係 |
| トラウマ克服支援のための運動 | 心理療法における運動 Ref. 14 |
| 昆虫, 馬, 動物, ロボットの移動運動 | 細胞と植物の運動 |
| 原子, 車, 恒星, 銀河の衝突 | 多細胞生物, 山, 黒点, 銀河の成長 |
| バネ, 継手, 機構, 液体, 気体の運動 | 大陸, 羽毛, 影, 真空空間の運動 |
| 騒乱と暴力 | 武道における運動 |
| 国会内の運動 | 芸術, 科学, 政治における運動 |
| 時計の動き | 株式市場の動き |
| 教授法運動と学習法運動 | 子供の発達運動Ref. 15 |
| 音楽の動き | 軍隊の動き Ref. 16 |
| 宗教運動 | 腸の動き |
| チェスの動き | カジノでのだましの動き Ref. 17 |
| 国民総生産と市民移動度の間の関係 | |

FIGURE 8 エトナ山の移動 (© Marco Fulle)

Ref. 18 康, 教育, 性格の変化のような心の変化も (大部分は) 変形の一つの型である.

Ref. 19 3. 成長. もう一つの重要な種類の変化は, 動物, 植物, バクテリア, 結晶, 山, 惑星, 恒星, 銀河などで見られる. 19世紀には, 人口の変化や生物学的進化が, 20世紀には, 宇宙のサイズの変化, 宇宙の進化がこの範疇に追加された. 歴史的には, これらの現象は別の科学分野で研究されていた. それとは独立に, 成長と

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 9 移動, 成長, 変形 (© Philip Plisson)

は移動と変形が結びついたものであるという結論に至った. これらの違いは複雑さと時間スケールにある.

近代科学の黎明期, ルネサンス時代には, 移動の研究のみが物理学のテーマとみなされていた. 運動は移動と同じ意味だった. 変形と成長の2つの領域は物理学者からは無視されていた. このような制約にもかかわらず, 調査分野は広大で, 経験島の大部分をカバーしている. 初期の学者は移動の型をその起源により分類していた. 歩く時, 脚が関連するような移動は, 自らの意志により制御されるので, 意志選択行為に分類された一方, 雪片の落下のように, 意志力には影響されない外部対象物の運動は受動的運動に分類された. 若者, 特に, 若い男性は丹念な意志選択による運動を学ぶことに多くの時間を費やした. 1つの例をFigure 10に示す.

Page 15

受動運動と意志選択運動の違いは6歳までに子供は完全に区別できるようになる. このことは環境を正確に表現するための中心的発達段階と特徴付けられている.* 受動運動, つまり, 非生物の運動の科学であるとした物理学の古い時代遅れの定義は, この違いから生じている.

力学の登場により, 学者は意志選択運動と受動運動の違いについて再考を余儀なくされた. 機械は自動で動き, 生き物のように意志選択運動をまねている. しかし, よく見ると, 機械の各部分は別の部分により動かされており, 実は, 受動運動である. では, 生き物も機械なのだろうか? 人の動きも受動運動の例なのだろうか? 過去100年の観測の積み重ねにより, 意志選択運動は,** 実は, 非生物系

* この段階を正しく通過できないと, 強迫的なルーレットのプレーヤーに見られるように, 自分はルーレットの玉に影響を与える能力があると確信するとか, 一見健康そうな人が意志の力で他人を動かすことができるといった奇妙な確信を持ったりする. これらの信念を生みだし維持し続けるごまかしや自己欺瞞についての面白い説明が James Randi,により, *The Faith Healers*, Prometheus Books, 1989.に書かれている. プロのマジシャンとして, 彼は他にも同様の話題でいくつかの書物を記している. 詳細は彼のウェブサイトwww.randi.orgを参照のこと.

** 運動を表す'movement'という言葉は結構新しい用語である. この言葉は古フランス語から英語に入り, 18世紀の終わりになってようやくよく使われようになった. シェークスピアが使ったことはなかった

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 10 一つの究極の車輪から，もう一つの車輪へ飛び移ることを初めて行ったAlexander Tsukanovの演技は，もっとも困難な意志選択運動の一つ．(© Moscow State Circus)

の受動運動と同じ物理的性質を持つことが明らかになった．つまり，2種類のタイプの運動の区別は不要なのである．もちろん，感情的には，その差は重要である．例えば，親切とは意志的選択運動によるものである．

Ref. 20

受動運動と意志的選択運動は同じ性質を持つことから，非生物を対象とした運動の研究から人間の条件について学ぶことができる．たとえば，決定論，因果律，確率，無限，時間，愛と死のようなテーマでもよく考えてみると，そのことははっきりする．このうちのいくつかはこれからの私たちの冒険で出会うことになる．

19世紀と20世紀になると，運動について古く古くから信じられきたことが崩れ去った．多くの観測結果から，変化や進化を含むすべての変形や成長現象は移動の一例に過ぎないことが示されたのだ．つまり，2 000年以上にわたる研究から，古代の観測についての分類は役に立たないことがわかった．

▷ すべての変化は移動である．

そして，

▷ 移動と運動は同じである．

20世紀中ごろ，運動の研究は，かつて，古代ギリシアで語られていた

▷ どんなタイプの変化も粒子の運動が原因である．

ということを具体的に実験で確認しようとする気運が高まった．この結論は自然を記述する精度を絶えず高める努力することによってのみわかることであるため，その到達には時間と作業を必要とする．この冒険の書の最初の5つの部分はこの結果に至る道をたどることである．(同意しますか．)

Challenge 7 s

20世紀の最後の10年は，運動の記述を，再び，完全に変えた．粒子の考え方が誤っていることがわかった．この新しい結果は，注意深い観測と演繹を結合させ到達したもので，私たちの冒険の最後の巻で説明する．しかし，私たちの旅の目的である山の頂上の直前にあるこの結論にたどり着く前に，通らなければいけ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ない道がある.

歴史的には, 運動を様々なタイプに分類するのは生産的でないことが示された. それより, 精度を最大に高めることによってのみ運動の根本的性質に到達できる望みがでてくる. 分類ではなく精度が, たどるべき道筋である. アーネスト・ラザフォード (Ernest Rutherford) が, 冗談で「すべての科学は物理を収集するか切手の収集のいずれかである」と, 言った.

運動の記述法の精度を達成するには, ある運動を例として選び, それを詳細に研究する必要がある. 直観的には, もっとも精度の良い記述は, もっとも単純な例で達成できるであろう. 日常生活においては, 非生物の運動, つまり, 環境中の固体や剛体の運動, 例えば, 空への石の投げ上げなどがそれにあたるであろう. 実際に, 私たちはみんな歩くことを学ぶ前に物体を投げることを学習した. 物を投げることこそ, 私たちが最初に行った物理実験なのである. 投げることの重要性は, そこから派生した用語からもわかる. ラテン語で, *subject*は「下に投げる」こと, *object*は「前に投げる」こと, *interjection*は「間に投げる」ことである. また, ギリシア語では, 投げるという行為がさまざまな言葉に通じており, *symbol*は「一緒に投げる」こと, *problem*は「前方に投げる」こと, *emblem*は「投げ入れる」, そして, なんといっても, *devil*は「を通して投げる」ことである. 実際, 幼いころ, 両親が家財に当たるのではと心配するまでは, 子供は石やおもちゃなどを投げることで運動の知覚と性質を学んでゆく. ここでは同じことをやろう.

Ref. 21

> Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.*
> ルードヴィッヒ・ヴィットゲンシュタイン
> (Ludwig Wittgenstein) , *Tractatus*, 6.373

## 知覚, 不変性と変化

> 弱虫だけが一般的ケースのみを調べる. 真の科学者は実例を追及する.
> Beresford Parlett

人類は知覚を楽しむ. 知覚は誕生前から始まり, できるだけ限りの時間, 知覚することを楽しむ. たとえ, 内容が空っぽでも, テレビがこれほど成功した理由はここにある. モーションマウンテンのふもとの森を歩いていると, いろんなものを感知する. 感知とは, まずは, 見分ける能力である. 私たちは基本的な心の働きを使い毎日の生活の瞬間, 瞬間を見分ている. たとえば, 子供の頃, 最初に学ぶのは見慣れない物から見慣れた物を区別することである. この能力は, 経験を記憶できる容量という別の能力と結びついて可能になる. 知覚, 分類, 記憶が合わさって学ぶことができる. これらの3つの能力のどれかが欠けると運動の勉強はできなくなるだろう.

子供たちは変動から不変を区別することをすぐに学んでしまう. ある人の顔が場合によって同じように見えなくても, 子供たちはその人の顔であると認識できる. 子供たちは, 顔の認識から, 認識を他の観測にまで拡張する. 認識力は普段の生活でかなりうまい具合に効果を発揮している. 夜, いっぱいビールを飲んだあとでも, 友達だとわかる. つまり, 認識行為はいつも一般化という形式を利用しているのだ. 物を見ている時は, ある一般的な考えを心の中に持っている. 主な例を考えてみよう.

* '世界は私の意志とは独立である.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

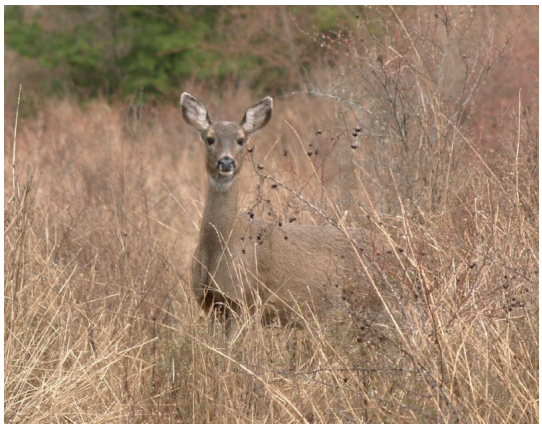


FIGURE 11 環境からシカをどのように区別するか. (© Tony Rodgers)

モーションマウンテンのふもとの森がとぎれた草地に腰をおろし, 木々と静けさに囲まれていると, 静寂さと平安の感覚が広がってゆくのがわかる. 知覚とは何かについて思いをはせる. 突然, 草むらで何かが動く. 私たちの目はそちらに向き, 注意を集中する. 動きを検出する神経細胞は脳幹という脳の原始的部分のひとつで, 鳥や爬虫類も同じように持っている. 一方, 皮質とよばれる新しい脳は運動のタイプを解析し, その運動源を突き止める役割を担っている. 視野を横切る運動体を見ている時は, 私たちは2つの不変量を観測している. つまり, 固定背景と動いている動物である. そして, その動物がシカであるとわかり, ようやく, 安心する.

Ref. 22

Figure 11の場合, 風景とシカをどのようにして区別したのだろうか. 知覚は目と脳で行われるいくつかのプロセスからなりたっている. これらのプロセスで肝心なのは, ページ左下にあるパラパラ漫画からもわかるように, 動きである. ひとつひとつのイメージは数学的にランダムな模様でで埋められた長方形でしかないランダムパターン. しかし, ページを次々とすばやくめくってゆくと, 四角形の物が, 固定された背景に対して, 動いてゆくのがわかる. ある特定の瞬間においては, 四角と背景は区別できない. つまり, 各瞬間においては物体を視覚的に認知できない. しかし, 動いていればそれを知覚するのは容易である. * このような知覚実験は様々なやり方でたくさん行われ, 例えば, ランダムな背景に対し動く四角形を 検出するのは, 人間にとって特別のことではないことがわかった. ハエも同様の能力をもっており, 実際, 目がある動物はみんな同じである.

Ref. 23

多くの同様の実験でも同じように, 左下隅のパラパラ漫画は運動についての2つの主要な性質を示している. 1つは物体が背景または環境から見分けがついたときにのみ運動は感知される. 多くの運動の錯視はこの点に焦点があてられている. ** もう一つはに, 運動の要件として, 物体と環境の両方を定義し, それらをお互いから区別する必要がある. 実際, とりわけ, 空間の概念は背景の考

* 人間の目はどちらかというと動きを検出するのが得意である. 例えば, 目は固定像では見分けることのできない小さな角度でも, 光の点の動きであれば検出することができる. これについての詳細, そしてその他の感覚の同様の話題は知覚研究の領域になる.

Ref. 11

** 運動の知覚についての話題には興味深い点が多くある. Donald D. Hoffman,による教科書*Visual Intelligence – How We Create What We See*, W.W. Norton & Co., 1998.の第6章は初心者向けのすばらしい記述がある. また, 彼が集めた基本的な運動の錯視を関連ウェブサイトwww.cogsci.uci.edu/~ddhoff で体験し, 調べることができる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

え方を抽象化したものである. 背景は広がっているのに対し, 移動物体は局在化している. 退屈してきましたか. いや, もう少し, 我慢してください.

変化したり, 運動可能な局在化した調査物を物理系, または, 単に系とよぶ. 系は認識できるので, 自然の不変部分である. 系は対象物, または, 物理的物体であったり, 光のような輻射である可能性もある. 従って, 輻射から作られる像も物理系としての側面もあるが, それ自身は物理系ではない. これらの関係をTable 2にまとめる. ところで, 穴は物理系なのだろうか.

Challenge 8 s

言い換えると, サイズ, 形, 色のように運動中に不変に保たれる局所的な性質をまとめて, (物理的) 対象または物体とよぶ. 対象物の定義を厳格化することで, 像と区別することができる.

恒久的に運動する物体を指定するには, それらを環境と区別する必要がある. いいかれば, 最初から, 運動を相対的なプロセスとしてとらえる. つまり, 運動は, 環境との関係や環境に対して知覚するのだ.

局在化し分離できる物体と広がった環境の概念的な違いは自明ではなく重要ではない. 第一に, 循環定義のように見える. (同意しますか.) 実際, この話題は以後ずっと登場することになる. 第二に, 私たちは環境から局所系を孤立させることに慣れてしまっているのでそれを当然のことと考えている. しかし, 私たちの徒歩の最後に見るように, この違いというのは論理的で実験的に示されている. あり得ない！* この不可能になる理由が魅力的であることがわかってくる. これに, 気が付くためには, まず, 運動する物と不変な背景から離れ, これらの関係を記述する必要がある. 必要な概念はTable 2にまとめられている.

Challenge 9 s

Page 284

Vol. VI, page ??

> 知恵はひとつ. あらゆるものの中であらゆるもののかじをとる考えがわかること.
> エペソスのヘラクレイトス (Heraclitus of Ephesus)

Ref. 24

## 世界は状態を必要とするか.

> Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins. Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende; die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.**
> ルートヴィヒ・ウィトゲンシュタイン (Ludwig Wittgenstein) , *Tractatus*, 2.027 – 2.0271

この本の左下隅の様々なパターンの違いを私たちはどうやって見分けているのだろうか. 毎日の生活で, 私たちは「それに含まれている物の状態や配列からわかる.」と言うだろう. 状態とは場合により変化する可能性のあるものすべての諸相である. 普通, ある物体の集合の中のすべての変化する可能性のある性質のリストを(物理的)運動の状態とか, 単に, 状態とよんでいる. それでは, 状態はどうのように特徴づけられるのか.

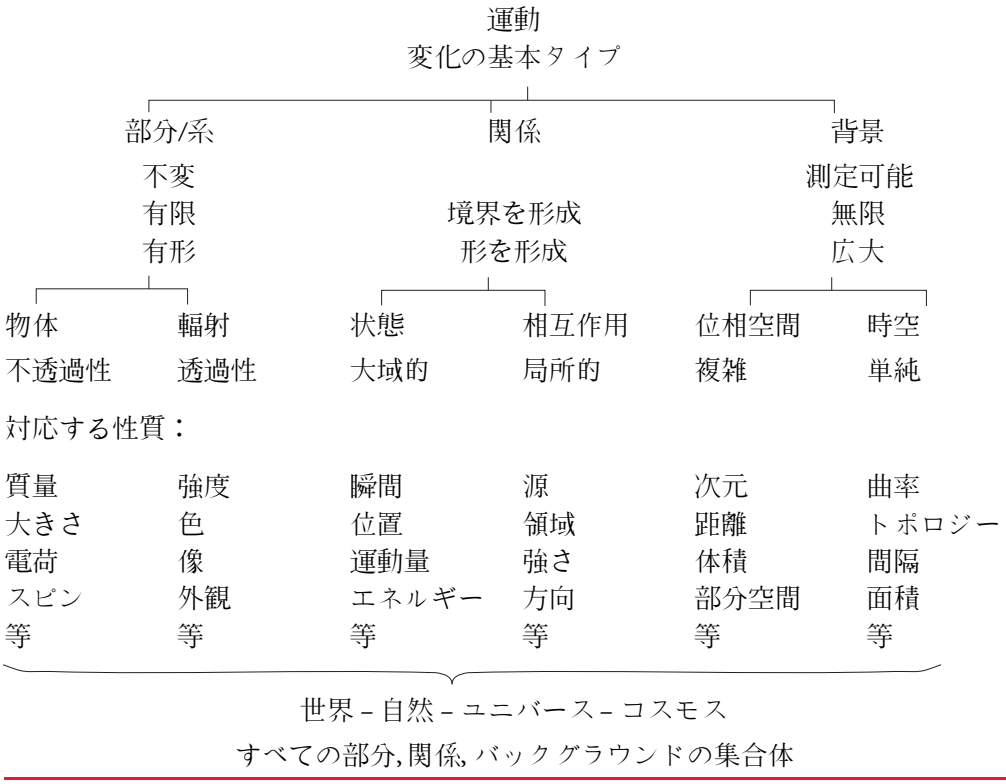
左下隅の絵の中の模様は, まず, 時間的に異なる. 時間は相反する状態も可能にすることができる. つまり, 一人の子供が家の中にいて, 同じ子供が家の外に

* ポピュラーな解説本でしばしば目にするのとは逆に, この違いは量子論ではまさにあり得るのだ. 量子論が一般相対論と統一されたときにのみ, それは不可能になる.

** 不変なもの, 存在し続けるもの, 対象物は同じことである. つまり, 対象物とは不変であり, 存在し続けるものである. それに対し, 配列は変化する物, 変わり得るもの.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 2 基本物理概念の系統図




いる. 時間はこのような矛盾を記述したり, 解決したりすることができる. しかし, 状態は時間的に状況を区別するばかりではない. 状態は,ある系 (つまり, 物体の集まり) のすべての性質を含んでいて, その性質によりすべての同様の系と区別することができる. 2つの類似した物体は, 各瞬間ごとに, その

– 位置
– 速度
– 方向
– 角速度

が異なっているだろう. これらの性質が状態を決めており, ある物理系をあらわす様々な正確なコピーの中から, その物理系の個性を特定している. つまり, 状態とはある物体やある系とその背景との関連性を記述するものである. または, 以下のような言い方もできる.

▷ 状態は, 系の観測者に依存するすべての性質を記述するものである.

宇宙には状態があるのかという疑問をもてば, 状態の定義はまったく退屈なものではない. 状態の完全なリストは作れるのか.

Challenge 10 s

さらに, 物理系は変わらない固有の性質でも記述される. このような性質には

– 質量
– 形状
– 色

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

– 構成
などがある. 固有の性質は観測者に依存せず, 系の状態とは別のものである. これらは, 少なくともある一定時間の間は不変である. 固有の性質からも物理系をお互い区別することができる. そして, もう一度, 問うてみることができる. 自然には固有性質の完全なリストは存在するのか? 宇宙には 固有の性質があるのか?.

Challenge 11 s

物体とその状態の諸性質は, 観測可能量, つまり, オブザーバブルとよばれる. この雑で予備的な定義は, 以下で, だんだんと洗練されたものにしてゆく.

自然を不変的なものと変化する状態で記述するのが, 運動の研究の出発点である. 運動の観測では, どんなものでも, 運動する物体を記述する不変な固有の性質と, 物体がどのように運動しているかを記述する状態の変化を区別する必要がある. この区別がなかったら, 運動は存在しない. この区別がなかったら, 運動について語ることさえできない.

導入したばかりの言葉を用いると,

▷ 運動とは不変な物体の状態の変化である.

物体に属する性質と状態に属する性質, つまり, 固有の性質と状態の性質をどのくらいきちんと分けられるかは, 観測の精度に依存する. 例えば, 木片の長さは不変ではない. 分子レベルの過程により, 木は, 時間とともに, 縮んだり, 曲がったりもする. 正確に見ると, 木片の長さは物体の様相ではなく, 状態の様相である. つまり, 観測を高精度化してゆくと物体と状態の分け方が変化する. しかし, この分け方自身が無くなってしまうことはない. 少なくとも私たちの冒険の第1巻の範囲ではこの違いが無くなることはない.

20世紀の終わり, 神経科学の分野で, 状態の変化と不変物体の違いを作り出しているのは科学者や技術者だけではなく, 自然も作りだしていることが発見された. 実は, 自然ははじめからその違いを脳に埋め込んでいるのだ. 目が見ているものを処理するのが視覚皮質中枢だが, ここから信号を利用し, 人の脳の上部にある調整領域は, 距離とか動きといった観測物体の状態を処理している. 一方, 人の脳の下部にある調整領域では形, 色, パターンのような固有性質を処理している.

まとめると, 運動を記述には状態が必要である. また, 変化しないのが固有の性質である. 運動の完全な記述を行うには, とり得ることのできる状態を記述し, 物体の固有の性質を完全に記述する必要がある. そのための最初のアプローチがいわゆるガリレイ物理である. その出発点となるのが日常の環境とその中での運動をできる限り正確に指定することである

## ガリレイ物理についての6つの説明

日常の運動を記述するガリレイ物理を学ぶことは, それ自体, 意味のあることである. 私たちは, 普通の体験と反する結果をたくさん発見している. 例えば, 私たち自身の過去を思い出しても, びっくりするほど重要な経験, 楽しい経験, いやな経験など, だれもが持っている. しかし, 日常運動を学ぶと, 自然界には驚くべきことなどないことがわかってくる. 運動, つまりは, この世界は予測可能であり, 確定的である.

運動を調べてゆくと, 自然には驚くべきことがないことに驚かされる. 自然

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

は予測可能である. 実際, 日常運動の予測可能性についての6つの側面を明らかにしてゆく.

1. 連続性. 目, カメラ, 測定装置の分解能は有限である. どんなものも観測できる最小距離には限度がある. 時計についても測定できる最小時間に限度がある. これらの限度にもかかわらず, 日常生活のすべての運動や状態は, 時間と空間と同様に連続である.
2. 保存. 人, 音楽, 運動しているものは時間がたつと動きが停止することがある. ところが, 運動をよく調べると, 逆の結果になっている. 運動は止まることがないのだ. 実際, 運動の3つの性質である運動量, 角運動量, (質量も含めた) エネルギーは, それぞれ, 運動中に変化することはなく保存される. この3つの量は例外なく保存されている. 保存とは, 場所が変わっても, 時間が変わっても, 運動とその性質は同じであることを, 意味している. 運動は普遍的である.
3. 相対性. 運動は静止とはちがうことをみんな知っている. この経験にもかかわらず, よく考えてみると, この2つには本質的に差がない. 運動と静止は観測者に依存する. 運動は相対的である. 静止も同じである. これは相対論理解の第一歩である.
4. 可逆性. 多くの過程は一方向であることをみんな知っている. たとえば, こぼしたミルクはそれ自身で元の容器に戻ることはない. このような観測事実にもかかわらず, 運動の研究により, 日常運動は可逆的であることが示されている. 物理学者は, これを, 逆の運動に対する (もう少し, やわらかで, 不正確な言い方をすれば, 時間反転下での) 日常運動の不変性と呼んでいる.
5. 鏡像対称. 多くの人は, 左手でハサミを扱うのが苦手だなと感じ, もう一方ので書くのも苦手な人もいるし, 多くの人は左側に心臓がある. これにもかかわらず, 日常の運動は鏡像不変 (またはパリティ不変) である. 鏡像過程は日常生活ではいつも可能である.
6. 変化の最小化. 色, 形, 音, 成長, 災害, 幸福, 友情, 愛など世界が供する多くの観測には驚かされる. 自然の変化, 美, 複雑さはすごい. すべての観測物は運動によるものである. 複雑な様相を呈していても, 運動は単純である. 調べてゆくと, すべての観測結果は簡単にまとめられる. 自然は怠け者である. あらゆる運動は変化が最小になるように起きる. 変化は「作用」とよばれる量を用いてあらわすことができ, 自然はそれを最小に保とうとする. 物理学者は, 好んで, 状況, すなわち, 状態は変化を最小にするように進化する. 自然は怠け者である.

この6つの様相は, スポーツ, 音楽, 動物, 機械, 星などの運動を理解するの重要である. 私たちの冒険の第1巻はこのような運動を調べることである. 特に, 見かけ上, そうではないように見えても, 日常の運動はすべて上述の6つの性質が重要であることを確認してゆく.

### 運動についての楽しみやおもしろい チャレンジ*

多くの動物とは異なり, 植物や イソギンチャクのような固着性生物には脚がな

* 「楽しみ」というタイトルのついた節は, すでに説明された概念をチェックし, 発展させるためのトピックや問題を集めたものです.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

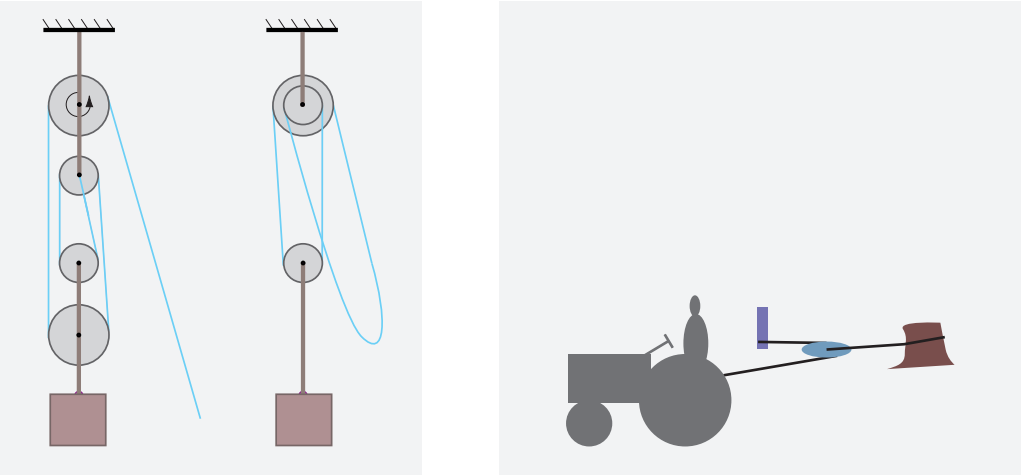


FIGURE 12 複滑車と差動滑車 (左) と農夫 (右)

く, ほとんど, 移動することができない. それで, 自己防衛のために毒を作り出す. このような植物の例としてはイラクサ, タバコ, ジギタリス, ベラドンナ, ケシなどがあり, その毒にはカフェイン, ニコチン, クラーレが含まれている. このような毒は多くの医薬品の基礎になっている. つまり, 植物に脚がないおかげで, 大部分の医薬品は存在しているともいえる.

* *

9 a.m.から1 p.mまでの時間に登山をする. 山頂で眠り, あくる日に下山する. 下山も9 a.m.から1 p.m.までの時間に行う. この二日の同じ時刻に登山道の同じ場所を通過することがあるか.

Challenge 12 s

* *

石けんの泡が壊れる時はいつも, 裸眼では速すぎてよくわからないが, 破裂の最中の表面は同じ運動をする. その詳細を想像できるか.

Challenge 13 s

* *

幽霊の動きは運動の一例なのか.

Challenge 14 s

* *

何かで運動を止めることをできるか. どうやるか示せるか.

Challenge 15 s

* *

永久に直線運動をする物体は, 自然または空間が無限であることを示せるか.

Challenge 16 s

* *

Figure 12の左図に示すような4個の輪が付いた複滑車を用いてあるおもりを高さ$h$だけ上げようとすると, ロープをどのくらいの長さ引く必要があるか. 右図の農夫は何かを感じるのだろうか.

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 17 s 宇宙は動けるか.

* *

高精度に精度について語るためには, 精度自身を測定する必要がある. どうすればそれができるか.
Challenge 18 s

* *

Challenge 19 s もし, 私たちに記憶というものがないとしたら, 運動を観測できるのだろうか.

* *

Challenge 20 s あなたがこれまで観測した最低速度とは何か. 自然界に最低速度というものは存在するのか.

* *

伝説によると, チャトランガ, つまり, チェスを発明したインド人のシッサ (Sissa ben Dahir) は, 発明の報酬として,シルハム王 (King Shirham) に次のものを要求した. 最初のマスに小麦を一粒, 第2のマスに2粒, 第3のマスに4粒, 第4のマスに8粒などを要求した. 世界のすべての小麦畑がそれに必要な粒数を生産するのにどのくらいの時間がかかるか.
Challenge 21 s

* *

When 火を灯したロウソクを動かすと, 炎はロウソクの後方に流れる. ロウソクをコップの中に入れ, 燃やし, コップを加速すると炎はどうなるか.
Challenge 22 s

* *

金儲けをするのに最良の方法は運動検出器をつくることである. 運動検出器は数本のワイヤを持つ小さな箱である. 箱を動かすと運動により信号が発生する. どんな検出器か想像できるか. どのくらい安く作れるか. 精度はどのくらいか.
Challenge 23 d

* *

Figure 13に示すように, 摩擦のまったくない球が, 完全に平坦で水平なテーブルの端近くに置かれている. 何が起きるか. その時間スケールはどのくらいか.
Challenge 24 d

* *

窓のない閉ざされた部屋に足を踏み入れたとする. その箱は, 中の人にはわからない外部の力で動かされるとする. 箱の内部から, あなたがどう動いているかを決定できるか.
Challenge 25 s

* *

Figure 14のように, 何本かの円筒上に置かれたブロックが床の上を転がっている. ブロックの速度と円筒の速度はどう関係しているか.
Challenge 26 s

* *

公式は嫌いですか. もし, そうなら, 状況を変えるための次の3分間メソッドを使ってみてください. この本をもっと楽しむために, 試してみる価値はあります. 人生は短い. このテキストを読むように, できるだけ, 楽しんでください.
Ref. 18
Challenge 27 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

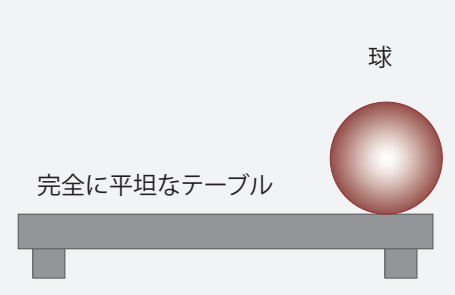



FIGURE 13 何が起きるか.

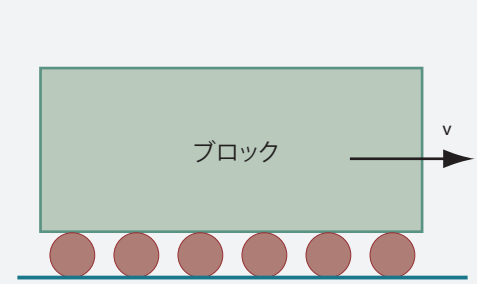



FIGURE 14 ローラーの速度はどのくらいか. 他の形のローラーはありえるか.

1. 目を閉じて, 非常にすばらしい経験, わくわくし, 興味津々の, ポジティブな状況を思い出してください.
2. 12秒目を開きpage ??や多くの公式が書かれているページを見てください.
3. それから, また目を閉じて, すばらしい経験を思い出してください.
4. 公式を見ることと記憶の可視化–ステップ2と3–をもう3回繰り返してください.

それから, 思い出から離れ, 周りを見回して, その場にもどり, 試してみてください. もう一度, page ??を見てください. 公式に対する感覚, 今度はどうですか.

* *

16世紀, ニコロ・タルタリア(Niccolò Tartaglia)*は, 次の問題を提唱した. 3組の若いカップルが川を渡ろうとしていた. 小さな船には2人しか乗れない. 男どもは嫉妬深く, 自分の相手と離れて, 他の男と一緒にしたくはない. 川を渡るには何往復しないといけないか.

Challenge 28 s

* *

Figure 14に示すように, 床の上の平らな物体を転がすために複数個の円柱を使用する. 円柱は物体の面を床から一定のの距離に保つ. いわゆる, 一定幅の曲線の円以外で, どんな断面形状の筒が同じ性質を実現できるか. 何個の例を思いつくか. 円筒以外の物体で可能か.

Challenge 29 s

* *

壁に絵を吊るすのは簡単ではない. 第1の質問：釘に絵をつるす最良の方法は何か. この方法では, 釘を壁に付けてから, 絵を水平方向に動かすことになるだろ

* ニコロ・フォンタナ・タルタリア (Niccolò Fontana Tartaglia) (1499–1557), ルネサンス時代の著名な数学者.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 30 s う. この場合, 重さを均等に配分されない. 第2の質問：2本の釘を使い, 今度は長い紐で, 壁に絵をつるし, いずれかの釘を抜くと絵が落ちるようにできるか.

Challenge 31 s 3本の釘ではどうか. $n$本の釘ではどうか.

## 運動についてのまとめ

運動は自然界でもっとも基本的な観測対象である. 日常の運動は予測可能で確定的である. 予測が可能であることは運動の6つの性質に反映されている. つまり, 連続性, 保存性, 可逆性, 鏡像対称性, 相対性, 最小化である. これらの性質はすべての運動に対して成り立ち, そのいくつかは, 日常運動についてのみ成り立つ.

Challenge 32 d どの性質がそうで, 理由はなぜか. これについて, いまから, 調べる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 2

# 運動の測定から連続性

> Physic ist wahrlich das eigentliche Studium des Menschen.**
>
> ゲオルグ-クリストフ・リヒテンベルク
> (Georg Christoph Lichtenberg)

運動についての最も簡単な表し方は, ネコもサルも私たちもだれもが日常生活の中で使用しているものである. つまり, ある地点, そしてある時間に存在できるのはたった*1*つのだけである. この一般的な説明は3つの仮定に分解できる. すなわち, 物質は貫通することなく, 運動する. 時間は瞬間で構成される. 空間は点で構成される. これらの3つの仮定 (同意しますか? ) がないと, 日常生活で速度を定義することはできない. このような自然の記述法をガリレイ物理とか, ニュートン物理とよぶ.

Challenge 33 s

ガリレオ・ガリレイ (Galileo Galilei) (1564–1642)はトスカーナ人の数学教授で, 近代物理の中心的創始者である. 彼は, 自然についての考え方のチェック法として, 観測の重要性を唱えたことで有名である. 生涯を通じ, チェックを必要とし実施することで, 運動の記述の精度を高め続けた. 例えば, ガリレオは, 自作のストップウォッチを用いて位置の変化を測定し, 運動の研究を行った. ガリレオの実験の目的は運動に関連し測定できるものはすべて測定することだった. 彼のやり方は古代ギリシャの思索的記述をイタリアルネサンスの実験物理に変えた. ***

ガリレオの後, 英国人の錬金術師, オカルト信仰者, 神学者, 物理学者, 政治家であるアイザック・ニュートン (Isaac Newton) (1643–1727)が, 異なったタイプの運動も同じ性質を持つという考えを精力的に追求し続け, この考えを実証するのための概念構築に重要な礎石を作った. ****

ガリレオとその先人たちの探求により, 速度, 空間, 時間の性質についての基本的な説明ができるようになった.

---

** 「まさに, 物理学の真の研究対象は人である. 」ゲオルグ-クリストフ・リヒテンベルク (Georg Christoph Lichtenberg) (b. 1742 オーバーラムシュタット, d. 1799 ゲッチンゲン). 著名な物理学者, エッセイスト

*** ガリレオの生涯とその時代について詳しく書かれた良書としてはPietro Redondiによるものがある. (page **??**の節, 参照) ガリレオは鉛筆が発明された年に生まれた. それ以前の時代では, 紙と鉛筆による計算はできなかった. 興味のある人は, ウェブサイトwww.mpiwg-berlin.mpg.deで, ガリレオによるオリジナル原稿を読むことができる.

**** ニュートンはガリレオが没した後に生まれた. ニュートンは生涯の大部分を賢者の石を探すことに費やした. ニュートンの趣味は, 英国造幣局の長として, 個人的に, 紙幣贋造者の処刑を監督することであった. 一生, ニュートンが錬金術に心頭していたことはDobbsの本に書かれている. 生涯, 女嫌いであったニュートンは, 自身が神に選ばれていると信じていた. 彼はラテン語の名前として*Isaacus Neuutonus*を用い, *Jeova sanctus unus*のアナグラムになるようにしていた. ニュートンと彼の古典力学への重要な貢献はClifford Truesdellによる本を見てくださ い.

Ref. 26

Ref. 27

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 15 ガリレオ・ガリレイ (Galileo Galilei) (1564–1642).

FIGURE 16 速度の測定装置：風力計，インラインスケートのタキメーター，スポットレーダーガン，飛行機のピトー管 (© Fachhochschule Koblenz, Silva, Tracer, Wikimedia).

## 速度とは何か.

> “こんなものは他にない.”
>
> Jochen Rindt*

速度には魅了させられる. 物理学者にとって, カーレースに限らず, 動く物体はなんでも, 魅力的である. だから, 物理学者はできるだけ多くの例を測定しようとする. 測定された速度値の例をTable 3に示す. 使用されている単位と接頭辞は, Appendix Bにまとめてある. 速度測定器の例をFigure 16に示す.

Page 300

日常生活から, 速度について多くのことがわかる. 物体は追いつき, 追い越すことができ, 物体は様々な方向に動くことができる. また, 速度は加算することができ, 連続的に変化させることができることもわかる. Table 4に示すこれらの性質は, 数学者により, ある特別な用語が与えられている. つまり, 速度はユークリッドベクトル空間を形成する. ** この奇妙な用語のもっと詳しい説明はすぐに行うが, 今のところは, 自然を記述する際, 数学概念がもっとも精密な道具になることだけは知っておこう.

Page 77

速度をユークリッドベクトルと仮定している場合, 速度はガリレイ速度と呼ばれる. 速度は奥の深い考え方である. 例えば, 速度は 定義する空間や時間の測

* ヨッヘン・リント (Jochen Rindt) (1942–1970), 著名なオーストリアのF1レーシングカードライバー. 速度についての発言

** 300 BCE頃, アレキサンドリアに住んでいたギリシアの偉大な数学者ユークリッド (Euclid), または, エウクレイデス (Eukleides) から名づけれている. ユークリッドは, 人類のマイルストーン的思想とも言うべき, 幾何についての不朽の著述, ユークリッド原論 (Στοιχεῖα または *Elements*,) を著した. このテキストには当時の幾何学についての全知識が網羅されている. ユークリッドは, 現在でも普通に使用されている2つの取り組み方法を導入した. すべての定理は少数の基本的な公理から導かれ, 各定理には証明が付されている. 現在でも印刷されているこの本は2000年以上にわたり幾何の教科書に参照されている. Web上でも見ることができる： aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 3 測定された速度値の例

| 観測物 | 速度 |
|---|---|
| 深海のマンガン殻の成長 | 80 am/s |
| もっと遅いものを見つけられるか. | Challenge 34 s |
| 石筍の成長 | 0.3 pm/s |
| 苔の成長 | down to 7 pm/s |
| 典型的な大陸の運動 | 10 mm/a = 0.3 nm/s |
| 子供の頃のヒトの成長, 髪の成長 | 4 nm/s |
| 木の成長 | 最大 30 nm/s |
| 金属線中の電子の移動 | 1 µm/s |
| 精子の運動 | 60 to 160 µm/s |
| 太陽の中心での光の速度Ref. 28 | 1 mm/s |
| ケチャップの運動 | 1 mm/s |
| 地球上の物質中で測定された光の最低速度Ref. 29 | 0.3 m/s |
| 雪片の速度 | 0.5 m/sから 1.5 m/s |
| 人間 (神経細胞中の) 信号速度Ref. 30 | 0.5 m/sから120 m/s |
| ビューフォート風力1と12の風の速度 (軽い空気と台風) | < 1.5 m/s, > 33 m/s |
| 雨滴の速度. 半径に依存する. | 2 m/s to 8 m/s |
| 最速で泳ぐ魚, バショウカジキ (*Istiophorus platypterus*) | 22 m/s |
| 2009年, 500 mのセーリング速度記録 (トリマラン Hydroptèreによる) | 26.4 m/s |
| 最高速度で走る動物, チーター (*Acinonyx jubatus*) | 30 m/s |
| くしゃみをする時の空気の速度 | 42 m/s |
| 最速投球：走りながら野球の技術で投げたクリケットボール | 50 m/s |
| 自由落下する人間, 服装による. | 50から90 m/s |
| 高速の鳥, 急降下するハヤブサ | 60 m/s |
| バドミントンの最高速スマッシュ | 70 m/s |
| 室温での空気中の酸素分子の平均速度 | 280 m/s |
| 標準温度での, 海面高度の乾燥空気の中の音の速度 | 330 m/s |
| 赤道の速度 | 434 m/s |
| ムチの先端の一打ち | 750 m/s |
| ライフルの弾丸の速度 | 1 km/s |
| シリコンを割った時のひび割れの伝播速度 | 5 km/s |
| 人類が到達した最高巨視的速度 – 人工衛星ヘリオス *II* | 70.2 km/s |
| 宇宙の中での地球の速度 | 370 km/s |
| 稲妻先端のの平均速度 (最高速度) | 600 km/s (50 Mm/s) |
| 銀河系内で測定された巨視的最高速度Ref. 31 | $0.97 \cdot 10^8$ m/s |
| カラーテレビブラウン管内の電子の速度 | $1 \cdot 10^8$ m/s |
| 空間内の電波メッセージの速度 | 299 792 458 m/s |
| いままで測定された光の群速度の最高値 | $10 \cdot 10^8$ m/s |
| 月を横切る灯台からの光スポットの速度 | $2 \cdot 10^9$ m/s |
| 人間により達成された電子の最高固有速度 | $7 \cdot 10^{13}$ m/s |
| 考え得る光の点や影の最高速度 | 無限大 |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 4 日常の速度, つまり, ガリレイ物理の速度の性質

| 速度は | 物理的 性質 | 数学上の名称 | 定義 |
|---|---|---|---|
| 区別できる | 弁別性 | 集合の要素 | Vol. III, page ?? |
| 徐々に変わることができる | 連続体 | 実ベクトル空間 | Page 77, Vol. V, page ?? |
| 方向を指すことができる | 方向性 | ベクトル空間, 次元性 | Page 77 |
| 比較できる | 測定可能 | 計量 | Vol. V, page ?? |
| 加えることができる | 加算性 | ベクトル空間 | Page 77 |
| 角度を定義できる | 方向性 | ユークリッドベクトル空間 | Page 77 |
| 限りがない | 無限性 | 非有界 | Vol. III, page ?? |

定を必要としない. 空間と時間を測定しないで速度を測定する方法を見つけることができますか. もしできるのなら, 2000年の出来事の調査を飛び越して, 次の巻に進みたくなるかもしれません. もし, できないなら, こう考えてください. ある量を測定する時はいつでも, だれもがそれが可能で, 同じ結果が得られる. つまり, 測定とはある標準との比較である. この時, 暗黙のうちに, このような標準が存在していることを仮定しているのだ. つまり, 「完全な」速度の例が存在することを仮定している. 歴史的には, 運動の研究において, このことを優先して調べられることはなかった. なぜならば, 何世紀にわたり, このような標準の速度の存在に気付いていなかったからである. 安心してください. このことをもし知らなかったとしても, あなただけではありません.

Challenge 35 d

自然界で見つかった最低の速度の研究を専門にしている学者がいます. 地質学者たちです. 機会があれば彼らの話を聞きながら風景の中を歩いてみるといいです.

Ref. 32

日常の生活では, どうやって, 速度を測定するのだろうか. 動物やヒトは2つの方法で自分の速度を算出する. 歩行のような自分自身のくりかえし運動の周波数から知る方法と目, 耳, 触感, 振動の感覚を用いて環境に対する位置の変化を導出する方法である. しかし, 特別な能力を持ち, 自ら発した音波の反射から高精度に速度を測る動物もいる. 同程度の答えは機械装置を使って得ることもできる. Table 5にそれをまとめる. 速度の測定がいつも簡単な研究テーマと思ってはいけない. 物理学者は, 測定できない物はないと言いたがるが, 何もない星間空間で自分の速度をどうやって測定するのか.

Challenge 36 s

速度は技術者にとっても興味深い. 一般に, 自己推進システムでは, システムが重くなるほど速くなる. 例えば, Figure 17に, これを飛行物体の巡航速度に適用したもの示す. 一般に, グラフの傾向直線が示すように, 巡航速度は重量の6乗根で増加する (なぜかわかるか). ところで, 後に確認するが, 同様の非直線目盛りの関係が, 運動系その他の性質でも見られる.

Challenge 37 d

速度は他の理由でも深いテーマである. 後に, Table 4に示す速度についての7つの性質はすべて近似であることがわかってくるだろう. 厳密には, どれも, 実際, 正しくない. Table 4の最後の3つの性質の誤りにより, 特殊相対論, 一般相対論, 量子論が必要になり, 最初の2つの性質が破たんすることにより自然の統一記述へと進んでゆく. しかし, 当面は, ガリレイ速度に執着し, それから導か

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

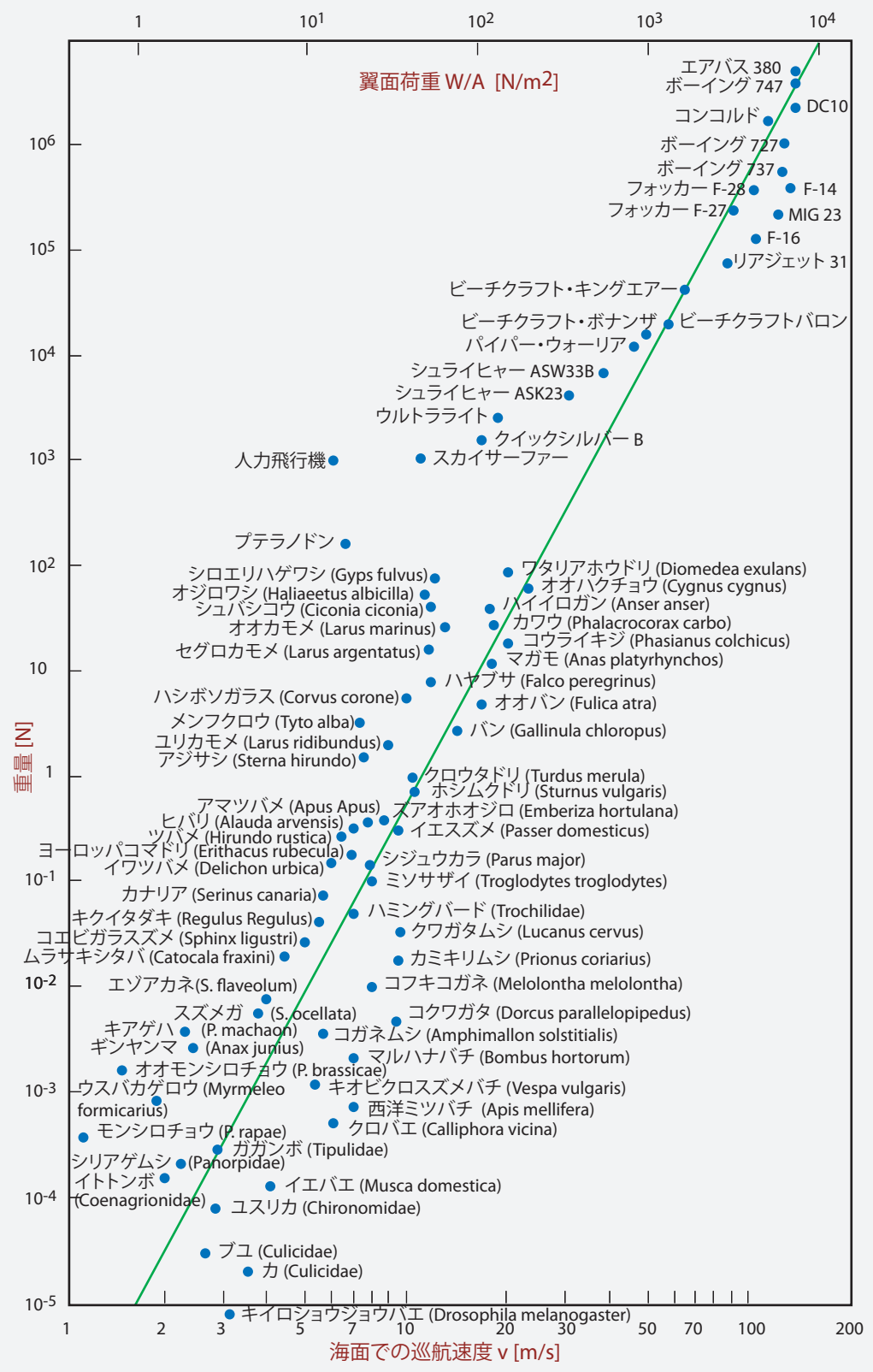



FIGURE 17 飛行物体の翼負荷と海面巡航速度が，物体重量とどう関係するかを表す図．直線は一般的傾向．(© Henk Tennekes) のグラフより

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 5 生物系と機械系における速度測定装置

| 測定 | 装置 | 測定レンジ |
|---|---|---|
| 昆虫, 哺乳類, ヒトの自分の走る速度 | 内部時計で測定した足のリズムの周波数 | 0から33 m/s |
| 自分の車の速度 | 車輪に付けられたタキメーター | 0から150 m/s |
| 獲物の速度を測る捕食者やハンター | 視覚系 | 0から30 m/s |
| 警官が測定する車の速度 | レーダーガンまたはレーザーガン | 0から90 m/s |
| 夜間, 自分と獲物の速度を測定するコウモリ | ドップラー・ソナー | 0から20 m/s |
| 近づく人の速度を測定する自動ドア | ドップラーレーダー | 0から3 m/s |
| 魚やヒトの自分の泳ぐ速度 | 摩擦と肌の変形 | 0から30 m/s |
| イルカや船の速度 | 海底へのソナー | 0から20 m/s |
| 魚, 動物, ダイバー, 潜水艦の潜水速度 | 圧力変化 | 0から5 m/s |
| 獲物の速度を測定する水中捕食者や漁船 | ソナー | 0から20 m/s |
| 昆虫の対地速度 | 存在しないことがある(バッタ) | n.a. |
| 鳥の対地速度 | 視覚系 | 0から60 m/s |
| 飛行機やロケットの対地速度 | 無線方位測定, レーダー | 0から8000 m/s |
| 昆虫や鳥の自分の対気速度 | 糸状毛の曲がり具合, 羽毛の曲がり具合 | 0から60 m/s |
| 飛行機の対気速度 | ピトー管 | 0から340 m/s |
| 測候所での風速測定 | 熱線式, 回転式, 超音波式風速計 | 0から80 m/s |
| 獲物の速度を測定するツバメ | 視覚系 | 0から20 m/s |
| 獲物の速度を測定するコウモリ | ソナー | 0から20 m/s |
| 地球上の巨視的運動 | GPS, Galileo, Glonass | 0から100 m/s |
| 目標物の速度を測定すパイロット | レーダー | 0から1000 m/s |
| 星の運動 | 光学ドップラー効果 | 0から1000 km/s |
| 星のジェットの運動 | 光学ドップラー効果 | 0から200 Mm/s |

れる別のガリレイの概念, 時間について考えてゆく.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

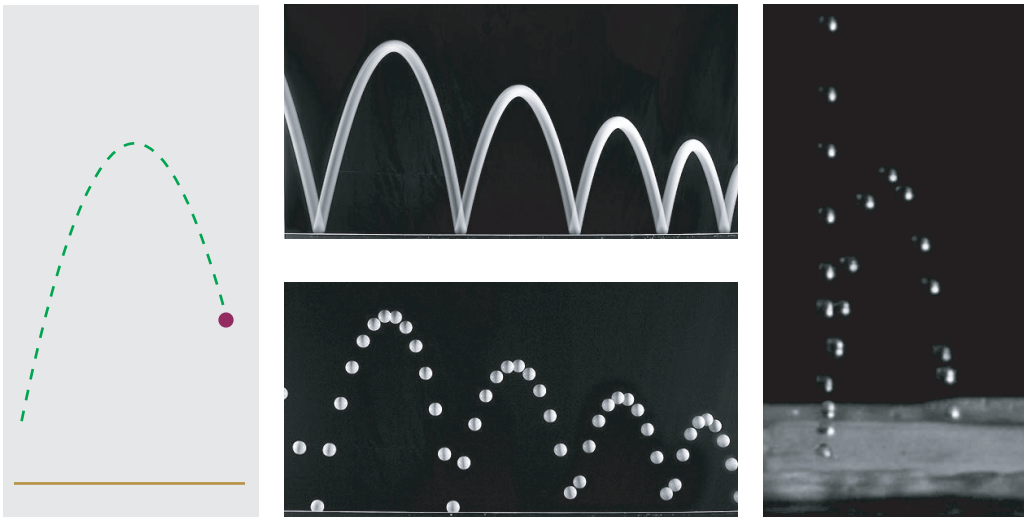


FIGURE 18 空に投げられた石の典型的な軌跡, 放物線. ストロボスコープ写真はテーブルの上で反跳するするピンポン玉 (中央) と疎水性の高い面上で反跳する水滴 (right, © Andrew Davidhazy, Max Groenendijk)

> 場所, 真空, 時間の概念がないと, 変化は存在できない. [...] 従って, この研究は, ひとつひとつを個別に調べる必要があるのは明らかだ.
>
> アリストテレス (Aristotle) * *Physics*, Book III, part 1.

## 時間とは何か

> 時間は運動の一つの性質である.
>
> テオプラストス (Theophrastus) **

> 時間はそれ自体で存在せず, 物体を知覚することよってのみ存在する. それにより, 過去, 現在, 未来の概念が保証される.
>
> ルクレティウス (Lucretius) ,*** *De rerum natura*, lib. 1, v. 460 ss.

人生が始まった数年の間, 子供たちは物体をよく投げる. 「物体 (Object) 」という言葉はラテン語で「前に投げられた」を意味する. 発達心理学によると, まさに, この経験を通して, 子供は時間と空間の概念を抽出してゆくことが実験的に示されている. 大人の物理学者も, 大学で運動を学ぶ時, 同じことをする.

空に向けて石を投げると, 観測をすることで一連の動きを定義できる. Figure 18は, どうなるかを示したものである. この動きは私たちの記憶や感覚とよ

* アリストテレス (Aristotle) (b. 384/3 Stageira, d. 322 BCE Euboea), ギリシア時代の著名な哲学者・科学者で, アポロ・リュケイオンに捧げられたギムナジウムであるリュケイオンにあった逍遥学派の創始者.

** エレソスのテオプラストス (Theophrastus of Eresos) (c. 371 – c. 287)はは崇拝されたレスボスの哲学者で, リュケイオンのアリストテレスの後継者.

*** ティトゥス・ルクレティウス・カルス (Titus Lucretius Carus) (*c.* 95 to *c.* 55 BCE), ローマ時代の哲学者, 詩人.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 6 時間測定の例

| 観測 | 時間 |
|---|---|
| 原理的に測定できる最小時間 | $10^{-44}$ s |
| これまで測定された最小時間 | 10 ys |
| 典型的な原子を光が通過する時間 | 0.1から10 as |
| これまで作り出されたレーザ光の最小パルス幅 | 200 as |
| セシウム基底状態微細構造遷移の周期 | 108.782 775 707 78 ps |
| ショウジョウバエの羽の羽ばたき | 1 ms |
| パルサー (回転する中性子星) の周期 PSR 1913+16 | 0.059 029 995 271(2) s |
| ヒトにとっての「瞬間」 | 20 ms |
| 生物の最小の寿命 | 0.3 d |
| 4億年前の1日の平均の1日の長さ | 79 200 s |
| 現在の1日の平均の長さ | 86 400.002(1) s |
| あなたが生まれてから10億秒記念時間 | 31.7 a |
| 最古の木の年齢 | 4600 a |
| 人が言語を使用している時間 | 0.2 Ma |
| ヒマラヤ山脈の年齢 | 35から55 Ma |
| グリーンランドのイスア地帯や<br>ハドソン湾のポアパス湾で見つかった最古の岩石の年齢 | 3.8 Ga |
| 地球の年齢 | 4.6 Ga |
| 最古の星の年齢 | 13.8 Ga |
| あなたの体にある大部分の陽子の年齢 | 13.8 Ga |
| タンタル $^{180m}$Ta原子核の半減期 | $10^{15}$ a |
| ビスマス $^{209}$Bi原子核の半減期 | $1.9(2) \cdot 10^{19}$ a |

く一致している. 聴覚で, 石が上昇し, 落下し, 着地する間の音を記録している. また, 私たちの目は各点での石の位置を追っている. 観測結果はいずれも一連の流れの中での位置を表している. つまり, それぞれにはそれに先立つ観測があり, それぞれには今の観察があり, それぞれにはそれに続く別の観測がある. つまり, 各点の観測というのはそれぞれの瞬間に起きていることを認知することであり, これらの瞬間のつながりを時間と呼んでいる.

一つの流れの観測の最小部分の観測を事象とよぶ. 一連の観測の全体は事象とは言わない. 事象のは時間の定義の要である. 特に, ストップウォッチの開始と停止は事象である. (ところで, 事象は本当に存在するのか? これからも, この疑問は頭の片隅に残しておいてください.)

Challenge 38 s

一連現象には, 他に, 広がり, 拡張, 継続時間といった性質がある. 測定例をTable 6に示す. * 継続時間 は, 一連の事象には時間が必要であることを示している. 一連の事象はそれと平行に別の事象の並びが起きる可能性のあることを意味している.

事象の並びや継続時間のような観測から導かれる時間の概念はどのくらい正確なのだろうか. 天文学者, 物理学者, 時計メーカー, 心理学者, 哲学者など多くの人がこの疑問に取り組んできた. そして, すべての人が見出したのは,

* 1年は, aで省略表示する (ラテン語'annus').

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 時間は運動との比較で導かれる

ということだ. これは, 子供や動物でも同じことである. 非常に幼いころに, 自分の運動と比較することで, 「時間」の概念を発達させている. 大人は太陽の運きをもとにし, それから得られる時間を地方時とよんでいる. 月の動きから太陰暦を作った. そして, かつては「グリニッジ平均時間」として知られていたヨーロッパのある島の村の時計を採用し, それを協定世界時(UTC)*とよんでいる. 天文学者は星の動きを利用し, その結果を暦表時とよんでいる. また自分の時計を使っている観測者は自分の時計の読みを, その人の固有時とよんでおり, 相対性理論でよく使用される.

Ref. 21

あらゆる運動が, 優れた時間標準になるわけではない. 2000年の地球の自転時間は, 1900年の自転時間86 400秒ではなく, 86 400.002秒である. 86 400秒をもとに予測される時間から, 丸一日あなたの誕生日がずれるのは何年になるかわかりますか?

Challenge 40 s

時間を定義する方法は, どれも運動との比較をもとにしている. 概念をできるだけ正確で有用な物にするために, 標準自分のとなる参照運動を選び, それを用いて, 標準事象列並びと標準継続時間を定義している. この作業を行う装置を時計とよぶ. 従って, この節のタイトルにもなっている疑問について次のように答えられる.

▷ 時間とは時計から読み取ったものである..

様々な物理分野で使用される時間の定義は, これと同等で, 「より深い」またはもっと深い定義は不可能である. ** 「moment (瞬間)」という言葉は, 実は, 「movement (動き)」から派生したものである. この場合, 言語が物理に追従したことになる. 今, 述べたように, 時間が一番最後に定義されるのは驚きである. たとえ, モーションマウンテンの頂に立っても, この定義は変わることはないだろう. 時間の性質についての本が非常に多いのには驚かされる. 本当は, 運動の性質について考えないといけない. 私たちの登山の目的はこれである. 私たちの冒険の副次的結果として, 時間の秘密が見えるだろう. 時計が教えてくれるのは, 時間を理解しようとすると運動を理解しなければならないということだ.

時間は物理的な観測というだけではなくて, 私体験という面もある. 私たちは心的体験, 思考, 感覚, 夢の中でも, 並びや継続時間を経験する. 子供はこの内部的な時間の体験と外部に見えるものを関連付けることを学び, 事象の並びの性質を自分の行動に利用する. 心理学的時間の原点の研究は, 精度の欠如は別にして, 事象の並びが時計の時間と一致することを示すことである. *** 生き

* 公式のUTCは電力供給網の位相, 電話会社やインターネット会社のビットストリームシステム, GPSシステムの信号を決定するのに使用されている. GPSシステムは, 世界中の船, 航空機, モバイルフォンなどで, 多くのナビゲーションシステムとして使用されている. 詳細は, サイトウェブサイトwww.gpsworld.comを参照のこと. また, 時間管理のインフラは現代の経済において重要なものになっている. そのもっとも重要なものをみつけるられますか.

Challenge 39 s

** 最も古い時計は日時計である. これを行う科学をノーモンという.

Ref. 33

*** 脳にはさまざまな時計がある. もっとも短い時間間隔の時計, つまり, 脳の内部タイマー間隔の精度が高い時計は, 思っている以上に正確である. 特に, 訓練されている場合にはそうである. 音楽に必要な1秒の数10分の1と数分の間の時間間隔に対し, 人は, 数パーセントのタイミング精度を達成することができる.

Vol. V, page ??

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 7 ガリレイ時間の性質

| 時間の瞬間 | 物理的性質 | 数学上の名前 | 定義 |
|---|---|---|---|
| 区別可能 | 弁別可能 | 集合の要素 | Vol. III, page ?? |
| 順序付け可能 | 並び | 順序 | Vol. V, page ?? |
| 継続時間を定義 | 測定可能 | 計量性 | Vol. V, page ?? |
| ゼロ継続時間可能 | 連続性 | 稠密性, 完全性 | Vol. V, page ?? |
| 継続時間の加算可能 | 加算性 | 計量性 | Vol. V, page ?? |
| 驚きを維持しない | 並進不変 | 一様性 | Page 215 |
| 終わりがない | 無限 | 非有界 | Vol. III, page ?? |
| すべての人にとって等しい | 絶対性 | 一意性 | |

ている人はだれでも, 日常生活において, 並びと継続時間としての時間概念を必ず使用している. このことは多くの研究でチェックされている. 例えば, 「いつ」という言葉はどの言語にも存在している.

Ref. 35

時間は観測結果の違いを区別するために必要な概念である. どんな観測結果の並びにおいても, 互いに, スムーズに, 際限なく, 別の観測結果を引き継いでいる. ここで, 「スムーズ」とは, あまり離れて過ぎていない観測結果はほぼ同じであることを意味している. しかし, 別のものと観測できる2つの瞬間の間には, いつも, 他の事象が存在する余地がある. 別の人によりの別の時計で測定される継続時間, つまり, 時間間隔は, 日常生活においては同意が得られる. さらに言えば, 事象の並びの順番について, すべての観測者が同意する. 日常生活では時間は一つなのである.

観測結果を区別するのには, 時間が必要である. このため, 観測結果間の違いを区別する観測機械は, 脳であろうと, 口述録音装置であろうと, ビデオカメラであろうと, すべて内部時計を持っている. 特に, 脳はどんな動物でも内部時計を持っている. この脳時計のために, そのユーザーは現在, 直近や過去のデータと観測結果を区別することができる.

ガリレオが17世紀に運動を研究していた時, まだ, ストップウォッチは存在していなかった. それで, 小数点以下から数秒の範囲で時間を測定するために, 彼はそれを自作した. どうやったか, 想像できるか?

Challenge 41 s

Table 7に, 私たちが日常生活で体験している時間の性質を示すが, これからガリレイ時間と呼ばれている時間の概念がわかってくる. 時間を実数を用いて記述することで, 時間の性質をすべて表現できる. 実際, 脳についての章で説明するように, 数学者は実数を構築した際, ガリレイ時間とまったく同じ性質になるようにしたのだ. ガリレイ時間の場合, 時間の各瞬間は, ふつう, $t$で表記される実数であらわす. 一連の事象の継続時間は, 最初の事象と最後の事象の時間差で与えられる.

Vol. III, page ??

私たちの冒険のこの巻では, ガリレイ時間というものについて楽しもう. しかし, 数百年にわたり詳しく精査された結果の基づくTable 7にリストアップされているガリレイ時間のひとつひとつの性質は近似に過ぎず, 厳密にはどれもだ正しくないことがわかった. この話は, 私たちの冒険の別の部分で述べる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

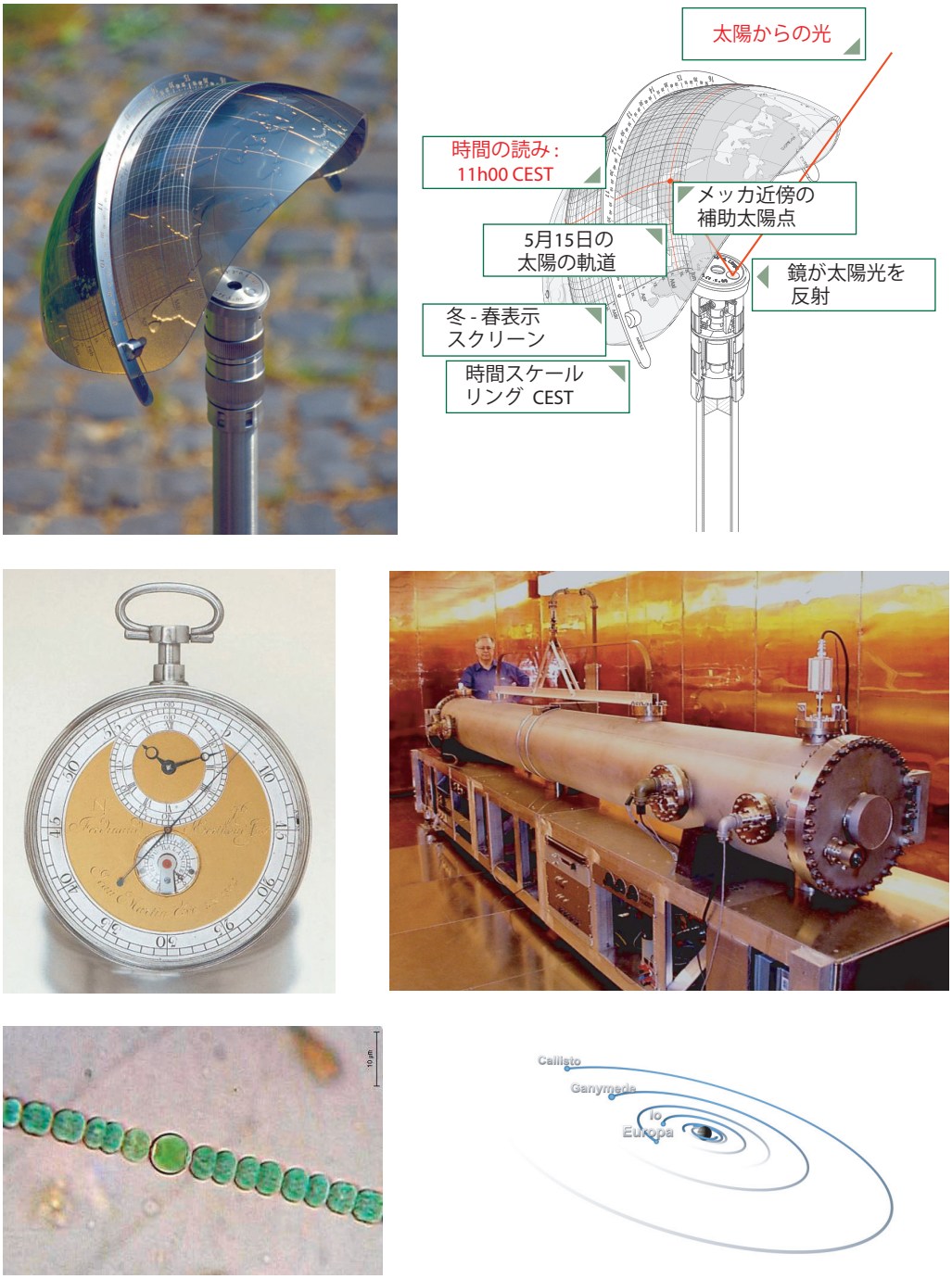



FIGURE 19 様々なタイプの時計: ハイテク日時計 (size c. 30 cm), 海軍のポケットクロノメータ (size c. 6 cm), セシウム原子時計 (size c. 4 m), シアノバクテリアの群れ, 木星のガリレイ衛星 (© Carlo Heller at www.heliosuhren.de, Anonymous, INMS, Wikimedia, NASA)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 時計

> 人が費やす最も価値のあるものは時間である.
>
> テオフラストス (Theophrastus)

時計は, 位置が読み取れるようにした運動システムである. 時計には, ストップウォッチ, 24時間時計, 日時計, 月時計, 季節時計など様々な物がある. そのいくつかをFigure 19に示す. ほとんど, すべてのタイプの時計が, Table 8に示すように, 植物や動物の中に見出されている.

Ref. 36

おもしろいことに, 動物王国には厳密なルールが存在している. 大きな時計はゆっくり進むのである. これを表しているのがFigure 20で, 相対成長スケール則の例ともいえる.

Ref. 37

時計職人は規則正しい動きを作りだすことについての名人である. その秘密が後に明らかになるだろう. また, 時計の精度の原理的な限界についても後に調べる.

Page 162
Vol. V, page ??

時計は, 位置が読み取れるようにした運動システムである. もちろん, 精度の高い時計とは外乱にほとんど左右されることなく, 可能な限り規則正しく動くシステムである. 自然界には, 完璧な時計はあるのだろうか.「時計」というのは存在するのだろうか. この本を通じて, この疑問は常に問い続けてゆき, 最後には, 驚くべき結論に到達する. 現時点では, 中間的な結論として, 単に, 時計は存在し, 自然界には, 本質的で自然で理想的な時間測定法はあるとしておく. それは何かわかるか.

Challenge 42 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 8 生物的リズムと生物時計の例

| 生物 | 振動系 | 周期 |
|---|---|---|
| ハマトビムシ (*Talitrus saltator*) | 太陽や月の位置から逃げる方向を知っている | 24時間 |
| ヒト (*Homo sapiens*) | 脳のガンマ波 | 0.023から0.03 s |
| | 脳のアルファ波 | 0.08から0.13 s |
| | 心臓の鼓動 | 0.3から1.5 s |
| | 脳のデルタ波 | 0.3から10 s |
| | 血液循環 | 30 s |
| | 細胞の周時リズム | 1から2 ks |
| | 睡眠時の高速眼球運動 | 5.4 ks |
| | 鼻周期 | 4から9 ks |
| | 成長ホルモン周期 | 11 ks |
| | 視交叉上核(SCN), 24時間ホルモン濃度, 体温等; 時差ぼけの原因 | 90 ks |
| | 肌時計 | 24時間 |
| | 生理 | 2.4(4) Ms |
| | 生来の老化 | 3.2(3) Gs |
| ハエ (*Musca domestica*) | 羽ばたき | 30 ms |
| ショウジョウバエ (*Drosophila melanogaster*) | 求愛の羽ばたき | 34 ms |
| 大部分の昆虫 (例えば, カリバチ, ショウジョウバエ) | 昼の長さを測定し, 冬の到来を検出する (冬眠) ; 代謝変化のきっかけ | 1年ごと |
| 藻類 (*Acetabularia*) | アデノシン三リン酸(ATP)の濃度 | |
| カビ類 (例えば*Neurospora crassa*) | 分生子の形成 | 24時間 |
| 多くの花 | 花が開くこと, 閉じること | 24時間 |
| タバコ | 開花時計; 一日の長さがきっかになる. 1920年, GarnerとAllardが発見. | 1年 |
| *Arabidopsis* | 回旋運動 | 24時間 |
| | 成長 | 数時間 |
| 舞萩(*Desmodium gyrans*) | 側面の葉が回転 | 200 s |
| *Forsythia europaea*, *F. suspensa*, *F. viridissima*, *F. spectabilis* | 花弁の振動. 2002年, Van Goochが発見 | 5.1 ks |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

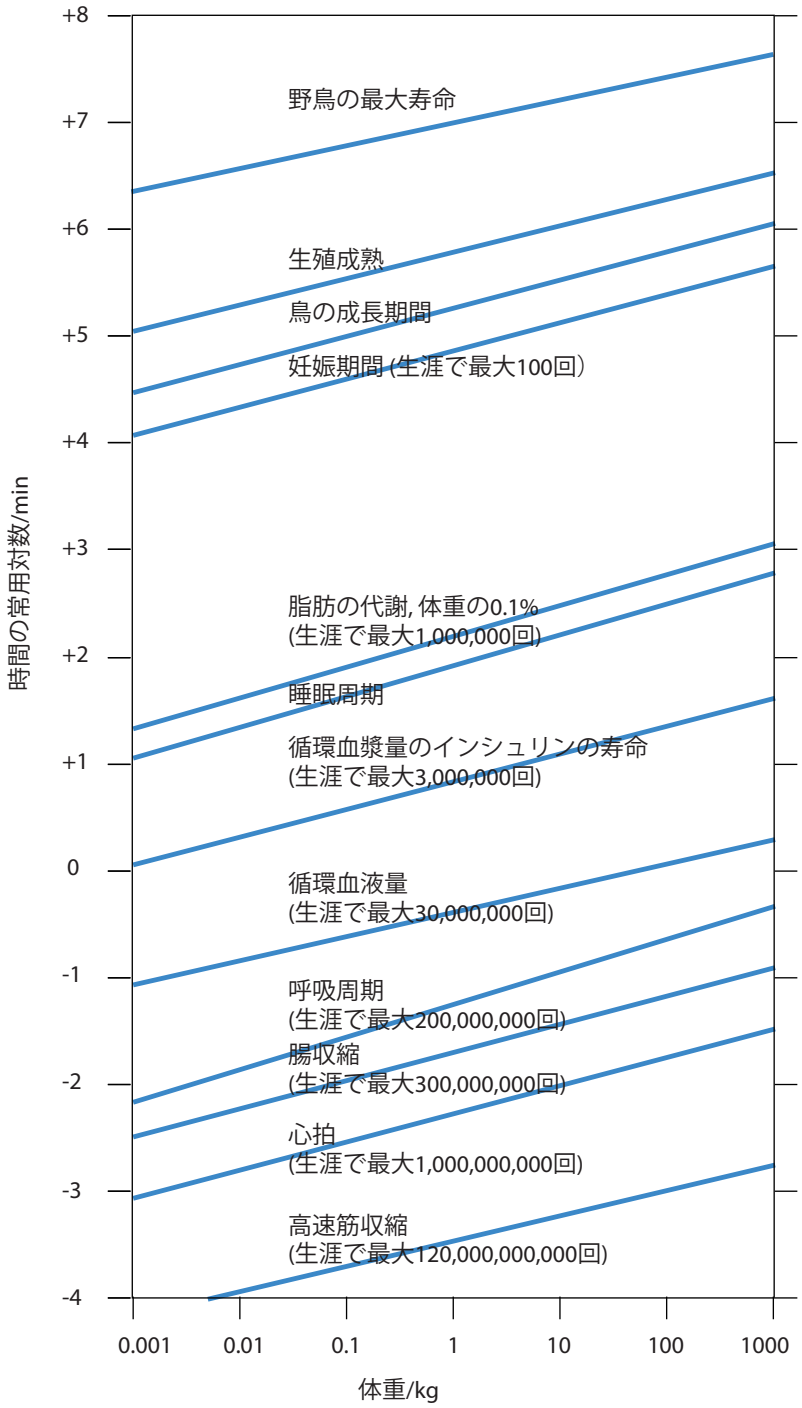



FIGURE 20 哺乳類の生物的リズムスケールがサイズにどう関係しているか：全てのスケールは質量の1/4乗前後にある (EMBO and Enrique Morgadoのデータより)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## なぜ, 時計は時計回りなのか?

Challenge 43 s

> 北極は, いま, 何時か?.

私たちの社会には, 陸上競技, 競馬, 競輪, スケート競争など多くの回転運動があるが, その多くは反時計回りである.* 数学者はこれを正の回転とよんでいる. スーパーマーケットの多くは店内で客を反時計方向に誘導している. なぜか. 大部分の人は右利きなので, 反時計方向の運動をさせることで, 円の外側になる右手の自由度が高くなるからである. 数千年前, 競技場の二輪戦車レースが反時計方向で行われたのも同じ理由からである. その結果, 今でも, 競技場でのレースはそのまま行われ, そのために, 走者は反時計方向に動く. 同じ理由で, 城のらせん階段は, 上から防御する右利きの人にとって, 利き腕が開いた側になるように作られている.

一方, 時計は日時計の影を真似ている. 通常, 北半球の地面に置かれた日時計ではそうなる. (昔から, 水平においた時計の短針を太陽に向け, それと12時の方向の中間から南を決定するやり方があったが, これは, 南半球ではそうならず, 北を決定することになる.) そのため, どの時計も, 暗黙の裡に, 時計がどちらの半球で発明されたかを物語っていることになる. さらに, 壁の日時計は, 地面の日時計よりずっと後になって使われ始めたことも示している.

## 時は流れるのか

> Wir können keinen Vorgang mit dem 'Ablauf der Zeit' vergleichen – diesen gibt es nicht –, sondern nur mit einem anderen Vorgang (etwa dem Gang des Chronometers).**
> ルードヴィッヒ・ヴィットゲンシュタイン (Ludwig Wittgenstein) , *Tractatus*, 6.3611

> Si le temps est un fleuve, quel est son lit?***

「時の流れ」という表現は, 次々と変化が連続的にとどまることなく伝わってゆくことを表現するのに使われるが, 「流れる」のは時計の針であってが, 時間自身は流れない. 時間というのは, 私たちの周りの事象の流れを記述するために, 特別に, 導入された概念である. つまり, それ自身は流れではなく, 流れを記述するものである. 時間は進んでゆかない. 時間は線状でもなければ, 環状でもない. 時間が流れるという考えは, 鏡が右と左を変えるという考え方と同じように, 自然を理解しようとすることを妨げる.

Vol. III, page ??

最初に, 「時間の流れ」という表現の誤使用を広げてしまったのはギリシアの哲学者たちで, その後, ニュートンもそれを受け継いでいる. 注意深く, 論理的に考えたアリストテレスはその誤りを指摘し, それに同調した人も多い. しかし, 「時間反転」, 「時間の不可逆性」そしてもっと乱用されている「時間の矢」という言い方はいまでもよく使われている. ポピュラーサイエンスの雑

Ref. 38

* よく知られている例外として, 一部のF1レースがある.
** '私たちは, どんな過程も「時の経過」と比べることはできない. そんなものはないからだ. 比べられるのは別の過程とだけである (言ってみれば, 時計の動きとだけである). '
*** '時間が川だとしたら, その床は何か. '

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 44 e 誌を無作為に選んで読んでみてください. 本当のところは. 時間は反転させることはできず, 反転できるのは運動だけで, もっと, 詳しく言えば, 物体の速度だけである. 時間は矢を持たない. 持っているのは運動だけである. 人間が止めることができないのは時間の流れではなく, 自然界のすべての物体の運動だけである. 信じられないことに, さまざまなタイプの「時間の矢」やそれらについての比較について書かれた著名な物理学者の本がある. 予想通り, 明確な新しい結果は得られていない. 時間は流れない.

同じように, 「時間の始まり (終わり) 」といった表現も避けるべきである. 運動の専門家はこの言葉を「運動の始まり (終わり) 」と読み替えている.

## 空間とは何か

> 座標として数を導入するのは, [...] 暴挙で, [...].
>
> ヘルマン・ワイル (Hermann Weyl) , *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft.**

2つの物体, 例えば, 2つの星を弁別するには, まず, その位置を見分けることになる. 私たちは, 視覚, 触覚, 聴覚, 自己受容性を用いて位置を弁別する. 従って, 位置は物体の物理状態の重要な性質である. ある時刻にある位置を占有する物質はたった一つである. 位置には限りがある. すべての利用可能な位置の集合を, *(物理)* 空間とよび, 容器と背景の両方の役割をになっている.

空間と位置に深く関与するのがサイズで, 物体は位置からなる集合を占める. 小さな物体は, 大きな物体で占められる位置の部分集合を占めるだけである. Page 53 サイズについてもう少し詳しく考えよう.

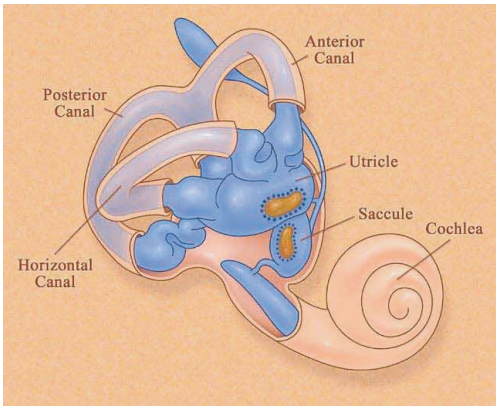
観測から空間をどのように導くのだろうか. 子供の間に, 人 (や高度な動物) は, 見えるもの, 触覚, 聴覚, 運動感覚, 平衡感覚などの空間知覚を一緒し, 一つの筋の通った経験として説明することを学ぶ. この学習過程の結果, 脳に空間の概念が作られる. 実際, 「どこで」という疑問は, 世界中のどの言語にも存在する疑問の言葉で, 答えも存在する. もっと, 詳しく言えば, 大人は距離を測定することで空間を進むことができる. 長さ, 面積, 体積, 角度, 立体角などの概念はこれらの助けをかりて導かれる. 幾何学者, 測量技師, 建築家, 天文学者, カーペットのセールスマン, ものさし職人らは, 距離を測ることを基盤にして仕事を行っている. 空間は観測結果を精密に記述するために, すべての物体間の距離関係をまとめるために形成された概念である.

真直ぐなものに対してはメートル定規が利用できる. しかし, ジャングルで生活しているとすると, 周囲には真直ぐなものはない. また, 真直ぐな定規も真直ぐな道具もない. 現在, 都市景観は本質的に直線の集まりである. どうやって Challenge 45 s 人類はこれを達成したか説明できるか?

人が, 新しく作られたメートル定規を持ってジャングルから出たら, その定規を使うことで恩恵を受けるものを集めるだろう. その主要なものをTable 9にリストアップする. それらは, 自分で簡単に確認できるだろう. 物体は明らかに連続的に位置を確保している. つまり, その位置は数えられる数より多く

* ヘルマン・ワイル (Hermann Weyl) ) (1885–1955)) は, 当時の著名な数学者, 理論物理学者. 両方の分野に精通した最後の人で, 量子論, 相対論に貢献, 「ゲージ」理論という名の生みの親であり, 多くのポピュラー書籍の著者でもある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



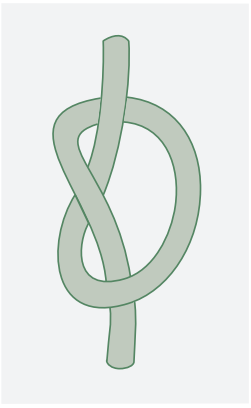



FIGURE 21 空間が3次元であることの2つの証明. 哺乳類 (ここではヒト) の内耳の中にある3つの導管と1つの結合部からなる前庭迷路(© Northwestern University).

存在する. * サイズの意味を理解しようとすると, 様々な位置間の距離, つまり, 長さを定義するか, 物体を接触させた時に見える範囲, つまり, 表面を用いることになる. 長さや面はメートル定規を用いて測定できる. (測定例の結果をTable 10に示す. また, Figure 23に長さを測定する機械を示す.) 物体の長さは, それを測定する人, 物体の位置, 物体の方向に依存しない. 普通の生活での, 三角形の内角の和は2直角になる. 長さ, 距離, ひいては空間には無限大が存在する.

実験から, 空間は3次元であることが示されている. つまり, 私たちは位置の連なりを独立な3つの手段から正確に定義している. 実際, Figure 21に示すように, (実質的に) 全ての脊椎動物の内耳には3つの三半規管があり, 空間の3つの次元についての体の加速を感知している. ** 同様に, 人の眼は3対の筋肉で動く.

Challenge 46 s (なぜ, 3か?) 空間が3次元であるもう一つの証明は, 靴ひもを用いて示すことができる. 空間が3次元より多いと, 靴ひもは役立たない. なぜなら, 結び目は3次元空間においていのみ存在するからである. では, なぜ空間は3次元なのだろうか? これは, 物理の最も難しい疑問の一つである. その答えは私たちの冒険の最後の部分でわかるだろう.

4次元について考えるのは不可能であるとよく言われる. それは, ちがう.

Challenge 47 s やってみてください. 例えば, 4次元で, 結び目を作るのは不可能であることを示せますか.

時間の間隔と同様, 長さの間隔を正確に表そうとすると, 実数の力を借りることになる. また, コミニュケーションを容易にするために, 標準単位が使用され, そうすることで, 同じ長さに対しては数値を同じにすることができる. 単位を用いることで, ガリレイ空間の一般的性質を, 実験的に調べることが可能になる. 物体の入れ物である空間は連続で, 3次元で, 等方的で, 一様で, 無限で, ユークリッド的で, 一義的または絶対的である. 今述べた性質をすべてもつ数学構造は, つまり, 数学概念は 3 次元ユークリッド空間になる. その要素, (数学上の) 点は3つの実数で表される. それらは, 普通,

$$(x \exists\, y \exists\, z) \tag{1}$$

* 非可算性の定義については, 第3巻のpage ??を参照のこと.

** 空間が3次元であるということは, 空間が連続であることを意味する. 数学者で哲学者の mathematician and philosopher ライツェン・ブラウワー (Luitzen Brouwer) (b. 1881 Overschie, d. 1966 Blaricum) は, 次元は連続集合にとって有用な概念であることを示した.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 9 ガリレイ空間の性質

| 要点 | 物理的性質 | 数学的名称 | 定義 |
|---|---|---|---|
| 区別可能 | 区別可能性 | 集合要素 | Vol. III, page ?? |
| 一直線上に並べられる | 並び | 順序 | Vol. V, page ?? |
| 形を作れる | 形状 | トポロジー | Vol. V, page ?? |
| 独立な3方向に配置 | 結び目可能性 | 3-次元 | Page 77, Vol. V, page ?? |
| 距離ゼロが存在 | 連続性 | 稠密性, 完全性 | Vol. V, page ?? |
| 距離を定義 | 測定可能性 | 計量性 | Vol. V, page ?? |
| 平行移動の加算可能 | 加算性 | 計量性 | Vol. V, page ?? |
| 角度を定義 | スカラー積 | ユークリッド空間 | Page 77 |
| 驚きを維持しない | 並進不変 | 一様性 | |
| 際限がない | 無限大 | 非有界 | Vol. III, page ?? |
| すべての観測者に対して定義 | 絶対性 | 一義的 | Page 52 |

FIGURE 22 ルネ・デカルト (René Descartes) (1596–1650).

のように書かれ, 座標と呼ばれる. これらは空間のある点の位置を指定し, 秩序付ける. (ユークリッド空間の精密な定義は以下をみよ.)

Page 77

ここでは, たった半ページで書かれていることが理解されるに二千年も費やされたのだがそれには, まず, 「実数」と「座標」が発見されないといけなかった. 空間の点を初めて記述した人は, 有名な数学者であり哲学者のルネ・デカルト (René Descartes) *である. 式(1)の座標を, 彼の名前をとりデカルト座標系ということもある.

時間とともに, 空間も世界を記述するのに必要な概念である. 実際, 状態を物体とともに記述しようとすると, 空間は自動的に導入されてしまう. 例えば, ビリアード台に多くの球が置かれていると, それらの互いの関係は位置なしには記述することはできない. 自然について語ろうとすると位置の概念なしにはすまされない.

自然について語るために空間が必要であったとしても, なぜ, これが可能なのかを問うてみるのはおもしろい. たとえば, Table 11に示すような多くの測長方法があり, それらがすべて矛盾しない結果をもたらしてくれるので, 距離, サ

* ルネ・デカルト (René Descartes) または カルテシウス (Cartesius) (b. 1596 ラ・エー, d. 1650 ストックホルム), 数学者, 哲学者で, 「我思う, ゆえに我あり」という有名な言葉を作った.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 10 測定された距離の値

| 観測対象 | 距離 |
|---|---|
| 銀河のコンプトン波長 | $10^{-85}$ m (計算のみ) |
| プランク長, 測定できる最小長 | $10^{-35}$ m |
| 陽子径 | 1 fm |
| 電子のコンプトン波長 | 2.426 310 215(18) pm |
| ヒトの耳で聞こえる最小の空気振動 | 11 pm |
| 水素原子のサイズ | 30 pm |
| 最小バクテリアのサイズ | 0.2 µm |
| 可視光の波長 | 0.4 to 0.8 µm |
| 鋭いカミソリの刃の半径R | 5 µm |
| 点：裸眼で見える物体の最小径 | 20 µm |
| ヒトの髪の毛の直径 | 30から 80 µm |
| ヒトの細胞のDNAの全長 | 2 m |
| 最長の生物, 菌 *Armillaria ostoyae* | 3 km |
| ヒトの最長投てき距離, ブーメランを使用 | 427 m |
| ヒトの作った最も高い建造物, ブルジュ・ハリファ | 828 m |
| 最長のクモの巣 メキシコ | *c.* 5 km |
| 地球の赤道長 | 40 075 014.8(6) m |
| ヒトの血管の全長 (大体の長さ) | 4^16 · $10^4$ km |
| ヒトの神経細胞の全長 (大体の長さ) | 1.5^8 · $10^5$ km |
| 太陽までの平均距離 | 149 597 870 691(30) m |
| 光年 | 9.5 Pm |
| 夜間の典型的な星までの距離 | 10 Em |
| 銀河系のサイズ | 1 Zm |
| アンドロメダ銀河までの距離 | 28 Zm |
| 最も遠い可視物体 | 125 Ym |

イズ, 直線性を測定するためのしかるべき, 理想の方法が存在するだろう. そのやり方はわかるか.

Challenge 48 s

時間の場合と同じように, 上で列挙された空間のそれぞれの性質をチェックする必要がある. そして, 今度も, 注意深くみてみると, 各性質は近似であることがわかる. もっと単純にかつ露骨に言ってしまうと, これらの性質はすべて誤りである. このことは, この節の冒頭のワイルの言葉が物語っている. 実際, 彼が数の導入と関連付ける暴挙と述べたことは, この世界のあらゆる森, モーションマウンテンのふもとの森で語られる. 私たちのこれからの冒険でこのことが示される.

> “Μέτρον ἄριστον.*”
>
> Cleobulus

* ‘Measure is the best (thing).’ リンドスのクレオブロス (Cleobulus) (Κλεοβουλος)(*c.* 620–550 BCE)はよく知られた七賢人の一人.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 23 3つの機械的測長装置 (ノギス, マイクロメータ, ロひげ) と3つの光学的測長装置 (目, レーザーメータ, ライトカーテン) (© www.medien-werkstatt.de, Naples Zoo, Keyence, and Leica Geosystems)

## 空間と時間は絶対的か, 相対的か

毎日の生活において, ガリレイ視点の時間と空間は2つの相反する性質を含んでいる. この対比は数世紀にわたるどんな議論にも影響を与えてきた. 一つは, 時間と空間は何か無限で永久的なものを表現している. この時, 時間と空間が, 自然界に見出されるすべての物体と事象の容器のような役割を担っている. このような見方をすると, 空間と時間はそれ自体だけで存在することになる. その意味では, 時間と空間は基本的で絶対的であると言える. 一方, 時間と空間は, 物体間の関係を記述できるようにする記述のための道具でもある. この見方では, 物体から離れてしまうと, 時間も空間も意味を持たず, 物体間の関係から生じる結果でしかない. つまり, 時間と空間は, 相関的または相対的なものである.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 11 生物系の測長装置と機械系の測長装置

| 測定 | 装置 | 範囲 |
|---|---|---|
| ヒト | | |
| 体の形状の測定, 例えば, 指の距離, 目の位置, 歯の距離 | 筋肉センサ | 0.3 mm 2 m |
| 物体の距離の測定 | 立体視 | 1 100 m |
| 物体の距離の測定 | 音の反射効果 | 0.1 1000 m |
| 動物 | | |
| 穴のサイズの測定 | 口ひげ | 最大0.5 mまで |
| 砂漠アリの歩行距離の測定 | 歩数計数 | 最大100 mまで |
| ミツバチの飛行距離の測定 | 目 | 最大3 kmまで |
| サメの遊泳距離の測定 | 磁場マップ | 最大1000 kmまで |
| ヘビの獲物までの距離の測定 | 赤外線センサ | 最大2 mまで |
| コウモリ, イルカ, ザトウクジラの獲物までの距離の測定 | 超音波 | 最大100 mまで |
| 猛禽類の獲物までの距離の測定 | 可視 | 0.1 1000 m |
| 機械 | | |
| レーザーによる物体距離の測定 | 光の反射 | 0.1 m 400 Mm |
| 電波による物体距離の測定 | 電波エコー | 0.1 50 km |
| 物体の長さの測定 | 干渉計 | 0.5 µm 50 km |
| 恒星, 銀河, クエーサーの距離の測定 | 強度の減少 | 最大125 Ymまで |
| 粒子の系の測定 | 加速器 | 最小 $10^{-18}$ mまで |

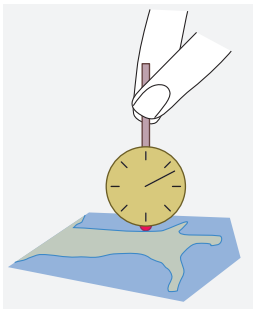


FIGURE 24 A キルビメータまたはオドメータ (写真 © Frank Müller) .

Challenge 49 e

あなたの好みはどちらの観点か? 物理の結果は交互にどちらか一方の見方を支持してきた. 私たちの冒険でも, 結果が得られるまで, どちらを選ぶかの選択が交互に繰り返される. そして, もちろん, 第3の観点も現れる.

Ref. 40

### サイズ – なぜ面積は存在するが, 体積は存在しないのか.

物体の重要な性質にサイズがある. 就学前の子供の頃に, 人は誰でも, 行動を通してサイズと空間の性質の使い方を学ぶ. 大人になり精度を重視するようになると, 座標の差として定義される距離を使って, 信頼性のある長さの定義が可能になる. しかし, これが本当の姿でないことに気が付くのに数百年かかった. いくつかの物理学と数学上の発見が物事を複雑にした.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

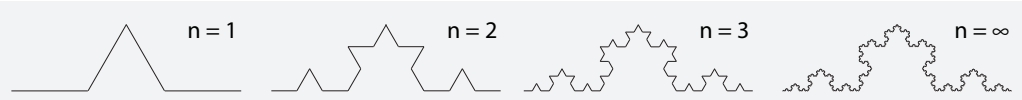



FIGURE 25 フラクタルの例：無限 長の自己相似曲線 (一番右) とその構造

物理学上の論争がはじまったのは, ルイス・リチャードソン (Lewis Richardson) * による驚くほど簡単な質問からだった. イギリスの大ブリテン島の西側海岸線の長さはどのくらいなのか?

Figure 24に示す装置, オドメータを使って, 地図上の海岸線をたどってみると, 海岸線の長さ $l$ が, 使用した地図の縮尺 $s$ (例えば 1:10 000とか1:500 000) に依存することを発見したのだ.

$$l = l_0 \, s^{0.25} \tag{2}$$

(リチャードソンは, 別の海岸線では別の指数値になることも見つけた.) ここで, 数字 $l_0$ は縮尺1:1の長さである. 主な結論は, 地図が大きくなればなるほど, 海岸線が長くなるということである. 地図の縮尺が本来のもののサイズを超えて大きくなるとどうなるのだろうか? 長さは際限なく大きくなるのだろうか. 海外線の長さは無限大の長さになるのだろうか? 答えはイエスである. 実際, 数学者はこのような多くの曲線を記述してきた. フラクタルと呼ばれているものである. 無限の数のフラクタルが存在し, Figure 25にその例を示す. ** 他の例を作り出せるか.

Challenge 50 e

長さは, 他にも奇妙な性質がある. 数学者のジュゼッペ・ヴィタリ (Giuseppe Vitali) は, 長さ1の線分を断片に切断し, 再構成し (といっても, 単にそれらの方向を移動するだけだが), 長さ2の線分にできることをはじめて発見した. 可能なのは無限に多くの断片を用いる時のみであるいうことをヒントにして, このような分割を見つけられるか?

Challenge 51 d

まとめると, 真直ぐな線や滑らかに曲がった線については長さは定義できるが, 入り組んだ線や無限に多くの断片からなる線では定義できない. これからは, フラクタルとか奇妙な形をした線は取り扱わず, 無限に小さい線分について語るときは特に気を遣うようにする. この冒険の最初の5巻では, これらのことは仮定されていることとして話をする. そして, 最後の巻でこの仮定に立ち戻る.

ところが, これらの問題は, これから述べる問題と比べるとたいしたことではない. 面積と体積は, 普通, 長さを使って定義される. なんだ, そんなことかと思うかもしれない. ところが, それは誤りで, 世界中の学校に蔓延する偏見がもたらしたものである. 面積と体積を正確に定義しようとすると, 次の2つの性質が必要になる. 一つ目は, その値が加算できること, つまり, 物体の有限および無限集合に対し, 全面積と全体積は, その集合の各要素の面積と体積の和で表

* ルイス・フライ・リチャードソン (Lewis Fray Richardson) (1881–1953), 英国の物理学者, 心理学者

** これらの曲線の多くは自己相似, つまり. 上述したようなスケール法則にしたがう曲線である. 「フラクタル」という用語は, ポーランド人数学者ブノワ・マンデルブロ (Benoît Mandelbrot) によるもので, 構造的には1次元であるにもかかわらず, 非整数次元 $D$ をもつという, ある意味, 奇妙な性質がある. マンデルブロは, 非整数次元はリチャードソンの指数 $e$ と $D = 1 + e$ で関係づけられ, 従って, 上の例theでは $D = 1.25$ になると考えた. $D$ という数は, 場合により異なる. 測定値から, ポルトガルの国境線では $D = 1.14$, オーストラリアの海岸線では $D = 1.13$, 南アフリカの海岸線では $D = 1.02$ という数字が得られている.

Ref. 41

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

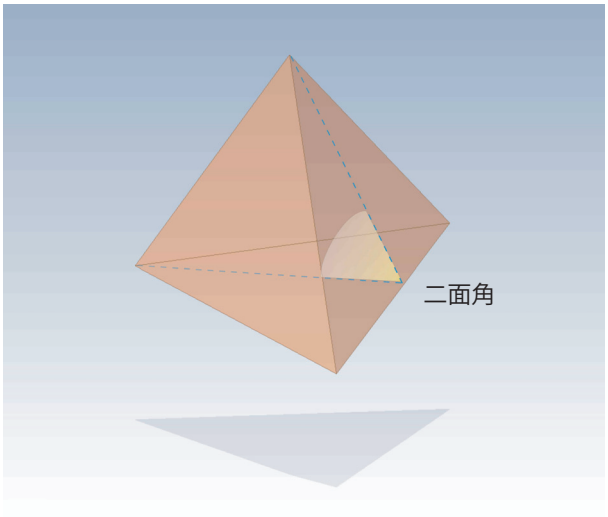



FIGURE 26 多面体とその2面角(© Luca Gastaldi)

されるということである. もう一つは, 面積や体積は一定であること, つまり, 1つの面積や体積を切り刻んで断片化させ, それらを再配置しても, 値自身は変わらないということである. それでは, このような定義は可能なのか? 言い換えると, このような体積や面積の概念は存在するのか?

平面の面積に対して, 普通の方法で考えてみると次のようになる. 一辺が$a$と$b$の面積$A$は$A = ab$で定義される. 任意の多角形は, 一つの長方形を有限数の直線で切断し, 再配置することで得られ, 従って, どんな多角形も面積値を定義できる. 次に, 滑らかに曲がった形状に対しては, 無限の数の多角形の和の極限として面積を定義できる. この方法を積分とよぶ. これについては物理的な作用の節で詳しく述べる.

Challenge 52 s

Page 227

しかし, 有界な領域であればどんなものでも面積を定義できるというわけではない. (このような領域の例を思いつくか?) 完全な定義を行うには, もっと洗練されたツールが必要になる. このツールは, 1923年, 有名な数学者シュテファン・バナッハ (Stefan Banach) により発見された.* 彼は, たとえ前述のフラクタルのように滑らかでなく極端に複雑な境界をもつ点の集合であってもその領域を定義できることを証明した. 専門的な言い方をすれば「有限加法的等角不変測度」である. この一般化された面積の概念は, 現在, 彼の名前をとって, バナッハ測度とよばれている. 数学者はこの議論を, 2次元にはバナッハ測度が存在するので, どんな点集合に対しても, 加算のできる一定の測度, つまり面積の概念を定義する方法があるとまとめている.**

Challenge 53 s

3次元の場合, つまり, 体積の場合, どうなるのだろうか. 面積の場合と同様に, 辺$a$, $b$, $c$ の直方体の体積 $V$を, $V = abc$ で定義するところから始める. しかし, ここで, 最初の問題に行き当たる. 一般的に多面体は真直ぐな切込みで立方体にすることができない. この問題点は1900年と1902年に, マックス・デー

* シュテファン・バナッハ (Stefan Banach) (b. 1892 クラクフ, d. 1945 リヴィウ), 有名な数学者.

** 実際は, これは平面上の集合に対してのみ成り立つ. 球の表面のような曲がった面に関しては, ここでは説明しないが, 複雑なことがある. さらに, 測定する面が平坦で無い場合, フラクタルの長さの定義の所で述べたような問題がふたたび現れてくる. この典型的な例はヒトの肺の面積である. どのくらいの詳細さで見るかによって, 面積値は数平方メートルから100平方メートルくらいまで変わる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ン (Max Dehn)により発見された.* その可能性は, 数学者が言うところの2面角 (Figure 26に定義を図示する) の値に依存することを見出した. 一般の多面体の各辺に対し, その辺の長さ $l$ に2面角 $\alpha$ のある関数 $g(\alpha)$ を乗じた数を考えたとき, この関数が $g(\alpha+\beta) = g(\alpha) + g(\beta)$ かつ $g(\pi) = 0$ を満たしていれば, 物体の全ての辺についてこの数を加え合わせたものは分割しても変わらないことをデーンは見出した. このような奇妙な関数 $g$ の例としては, $\pi$ の有理数倍の値に対しては値 0 を与え, $\pi$ の無理数倍の基底の組には値 1 を与えるような関数がある. このように, 多面体の他の2面角の値は, これらの基本となる角度の有理数倍の組み合わせで作られている. この関数を用い, 直方体と正4面体を考えると, それぞれのデーンの不変量が異なっているので, 立方体は正4面体に分割できない. **

デーンの不変量の問題はさておき, すべての多面体や, もっと一般的には, 全てのなめらかに曲がった形状のものに対しては体積の定義に対し積分が使えるので, 多面体の体積の一定性や加算性の概念を定義することができる.

ここで, , これまで言及してきた「なめらか」だけではないもっと一般的な3次元形状や3次元切断について考えよう. この時, 有名なバナッハ・タルスキー定理 (またはパラドックス)に出くわす. 1924年, シュテファン・バナッハ (Stefan Banach) とアルフレッド・タルスキー (Alfred Tarski) *** は 1 つの球を 5 つに分割しそれらを組み合わせて同じサイズの 2 つの球を作ることができることを証明した. この直観に反する結果がバナッハ・タルスキー定理である. さらに, 悪いことには, 別の定理によると, 無限まで広がっていない 2 つの集合があり, そこにはそれぞれ 1 つの固体球が含まれている時, 1 個を有限数の分割で解体し, いつも, もう1 つの方にすることができる. 豆を分割して地球にしたりできるし, その逆もできるということになる. サイズは重要ではない. **** 体積は, このように, まったく, 役に立たない概念である.

Ref. 42

バナッハ・タルスキーの定理は2つの疑問を生じさせる. まず, この結果は金やパンに適用できるのか. これは, 多くの問題を解決しそうである. 次に, これは真空に適用できるのか? つまり, 物体と真空は連続なのか? . この2つの問題については, 後に, 私たちの冒険でも考える. 各問題はそれ自身特別な結論を持っている. しかし, 当面は, 滑らかな曲線の形状 (と切断ナイフ) だけに興味を限定させ, このやっかいな問題は考えないことにする. この限定をすることで, 物質と真空の体積は加算的で一定になり, 素直なふるまいをする. この場合はパラドクッスは生じない. ***** 実際, バナッハ・タルスキーのパラドックスの必要条件は切断が滑らかでない場合である. つまり, (無限に多くの) 無限に鋭い曲りが無限に鋭いナイフで作られる場合であって, 通常のナイフでこんな

Challenge 54 s

---

* マックス・デーン (Max Dehn) (b. 1878 ハンブルク, d. 1952 ブラックマウンテン), 数学者で, デビッド・ヒルベルトの学生.

** これは, M. Aigler & G. M. Ziegler,によるすばらしい本*Proofs from the Book*, Springer Verlag, 1999.にも書かれている. このタイトルは, すべての美しい数学的証明は'book of proofs'に集められることを思い描いている偉大な数学 Paul Erdős に因っている.

*** アルフレッド・タルスキー (Alfred Tarski) (b. 1902 ワルシャワ, d. 1983 バークレー), 影響力のある数学者

**** この証明には数学はあまりいらない. *Paradox of the spheres*, New Scientist, 14 January 1995, pp. 28–31.に, Ian Stewartによる美しい説明がある. その証明は選択の公理をもとに行っている. これについては後に紹介する. バナッハ・タルスキーのパラドックスは4次元にも存在するし, どんな高次元にも存在する. より数学的な説明は Stan Wagonの美しい本に書かれている.

Vol. III, page ??
Ref. 43

***** 物理では, いわゆる, ルベーグ測度で事足りると数学者は言っている. この加算が可能で等角不変な測度は, 体積を定義するもっとも一般的な手法である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 27 自然の中の直線:白鉛鉱 (写真の幅は約 3 mm, © Stephan Wolfsried) と透石膏 (写真の幅は約 15 m, © Arch. Speleoresearch & Films/La Venta at www.laventa.it and www.naica.com.mx).

状況を作ることはできない. 無限に鋭いナイフなんか存在しない. しかし, 物体のサイズやす真空の破片は微妙な量であることを心のどこかに留めておいて, これについて語る時は注意する必要がある.

## 真直ぐとは何か

真直ぐな辺をもつ固体をみると, これは人が作ったものだと, 99 %確信するだろう. もちろん, Figure 27に示すような例外もある.* いままで見つかった最大の結晶は, 長さ18 mである. しかし, 一般には, ビル, 家具, 電柱, 箱, 本のように都市で目にするものと, 木, 植物, 石, 雲のように森で目にするものの違いは明らかである. 森には, 真直ぐで平坦なものはないが, 都市にあるものは大部分そうである. 自然界には真直ぐなものはほとんどないのに, 人はどうやって真直ぐなものを作れるのだろうか.

Ref. 45

Page 326

森へ行くと, 真直ぐなものの原点があることがわかる. 高い木の幹もそうだし, 葉っぱの間からこぼれてくる太陽光線もそうである. このため, ある線が全長にわたり測鉛線や光線に接触している時, その線は真直ぐであるという. 実際, この2つの定義は等価である. このことを, 確認できるか. 別の定義を見つけられるか? ある面があって, 任意方向, 任意の位置に対し, すべての広がりにわたって測鉛線または光線がその面に接する場合, その面は平坦であるという.

Challenge 55 s

まとめると, 「真直ぐさ」の概念, 従って, 「平坦さ」の概念も, 物体や輻射の助けをかりて, 定義されている. 実際, 空間の概念はすべて, 時間の概念同様, その定義には運動が必要である.

## 地球は中空か

時間と真直ぐさは重要な問題を提起している. 私たち人類は球の内側でで生活していると, かたくなに主張する変わった人たちがいる. 彼らはこれを空洞地球理論とよんでいる. 彼らの主張によると, Figure 29に図示するように, 太陽や星はすべて中空球の中心付近にある. また, 光は空中で曲線の径路を描き, 普通の物理学者が地球の中心からの距離$r$と考えているのは, 実際の中空地球の距離にして, $r_{he} = R^2_{Earth}/r$ なのであるとも主張する. このモデルが誤りであるこ

Ref. 46

* 原子構造とは無関係な例外としては, アイルランドの地形造形物として有名なジャイアンツ・コーズウェーがある. ほかに, (ほとんど) 四角, または, (ほとんど) 三角形のバクテリアのようなものも思いつくが, 近似的であるので, 反例にはならない.

Page 276
Ref. 44

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 28 太陽方向から見た地球の写真 (NASA)

FIGURE 29 中空地球理論を図示したモデル. 昼と夜がどのように現れるかを示している. (© Helmut Diehl)

Challenge 56 s とを示せるか? ロマン・ゼクスル (Roman Sexl) * はこの質問を, 自分の学生や

* ロマン・ゼクスル (Roman Sexl), (1939–1986), 著名なオーストリアの物理学者で, 影響力のある重

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

同僚の物理学者に投げかけていた. 答えは簡単で, この見方が誤っていることを示す説明があると思っている人がいるとしたら, その人は誤っている. この見方が誤っていることをしめす方法はない. 地平線や昼夜の出現ばかりでなく, Challenge 57 e Figure 28のような, 丸い地球の人工衛星写真も説明できてしまう . 月への飛行の間に何が起きるかを説明するのはなかなか楽しい. 矛盾のない中空地球の見方は空間が無限に広がっているという普通の見方と全く等価である. 一般相対 Vol. II, page 271 論の節で, この問題に立ち返ることにする.

### 日常空間と日常の時間についての楽しみとチャレンジ問題

1 $m^3$の空間で, どうすれば, 電子機器を用いず, ストップウォッチで銃弾の速度 Challenge 58 s を測定できるか? ヒント：光速を測定する方法と同じやり方が使える.

* *

プランク長から宇宙のサイズまでのすべての長さスケールを拡大する驚くべき相互作用的な方法について知りたい人は, ウェブサイトhttp://htwins.net/scale2/を見てください.

* *

Challenge 59 s 矢とオートバイ, どちらが速いか?

* *

Challenge 60 s マンホールはなぜ丸いのか?

* *

高さが最大周長より大きなガラスコップを持っていますか?.

* *

ある造園家が9本の木を植えようとしている. この時, この木で, 10本の直線を Challenge 61 e 作り, 各直線を3本の木で構成するようにしたい. どうすればいいか?

* *

死神はどれくらい速く歩けるか? この質問は, 2011年のthe British Medial Challenge 62 d Journalの出版物のタイトルである. どんな答え方できるか.

* *

時間を測定するには周期現象が必要となる. 年輪は季節の痕跡である. 氷河もそのような痕跡, オーギブがある. 歯にもある. 他にもっと例を知っていますか?

* *

ある男が, 自分の前の上っているエレベータが静止していたら何段階段を上らないといけないのかを知りたいと思っている. 上りのエスカレータを歩いたときは60段, 同じ測度の下りのエスカレータの場合は, 降りるのに90段歩いた. 答 Challenge 63 s えはいくらか?

力や相対論の教科書の著者.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 30 円錐形のグラスを半分だけ満た下の時の深さはどのくらいか?

* *

Challenge 64 e 2個の砂時計を持っている. 1つは4分計, もう1つは3分計である. 5分経過したことを知るにはどうしたらいいか?

* *

Challenge 65 e 今, 3つの水差しがある. 8リットルの水差しにはいっぱい水が入っていて, 5リットルの水差しと3リットルの水差しは空である. これらの水差しを使って, 2つの水差しに均等に水を分けるにはどうしたらいいか?

* *

Challenge 66 s 1枚のはがきに, あなたが通り抜けられるほどの1つの穴をあけるにはどうすればいいか?

* *

Challenge 67 s Figure 30に図示するように, 円錐形のグラスを半分だけ満たすには, グラスの何分の1の深さまで水をいれればいいか?

* *

Challenge 68 s 地球の赤道と同じ長さの線を描くには, 何本の鉛筆が必要か?

* *

Challenge 69 e 同じコインが5枚ある. それぞれが, 他の4枚に接するように5枚のコインを並べることは可能か . 6枚のコインがある. このとき, 各層三角形にするには, 3枚のコインを2層に積むのが, 1つの答えか? なぜか?

テーブルの上に平坦にコインを並べる. どのコインも3枚のコインのみに接するようにしようとするとき, 必要なコインの最小数はいくらか?

* *

Challenge 70 e チェス盤において, 正三角形上にある3交点を見つけられるか?

* *

クマについてのよくあるなぞなぞである. 一人のハンターが家を出て, 南へ10 km, 西に10 km歩き, クマを撃ち, 北へ10 km歩き, 家に帰った. クマは何色か? 多分, 答えは知っているでしょう. では, 賭けで金ををを得るための役に立つ,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

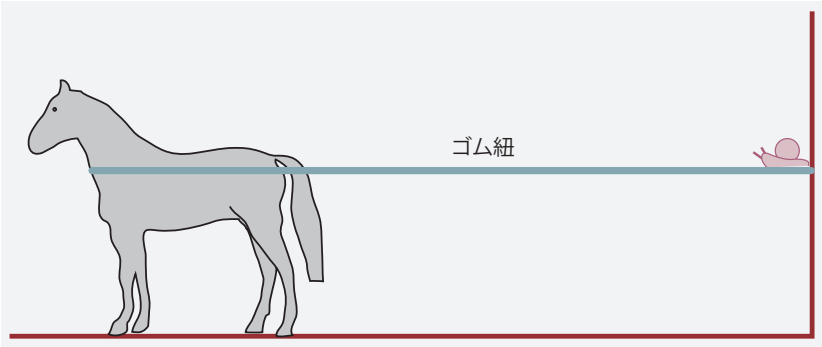



FIGURE 31 馬が進み始めると, カタツムリは馬にたどり着けるか?

もう少し, 難しい問題を考えよう. 家が, 地球上の他の場所にも何か所かあるとする. 男が, 今述べたのとまったく同じ動きをし (ここではクマを忘れて), ふたたび, 家に帰ってこれるのはどこか?
Challenge 71 s

* *

Figure 31に示すように, ゴム紐の一方の端が壁に, 反対側の端が馬につながっている. ゴム紐の上, 壁の近い方に, カタツムリがいる. カタツムリと馬の両方がそれなりの速度で動き始めた. ゴム紐は無限に延びることが可能とする. カタツムリは馬にたどり着けるか?
Challenge 72 s

* *

数学者にとって, 1 km と 1000 m は同じである. 物理学者にとっては違うのだ. 物理学者にとって, 1 km は 0.5 km と 1.5 km の間の測定値で, 1000 m は 999.5 m と 1000.5 m の間の測定値である. 測定値を書くときは注意がいる. 例えば, 専門的な書き方では, 1000(8) m は $1000 \pm 8$ m を意味する. つまり, 992 と 1008 m の間に入る確率は, 68.3 %である.
Page 306

* *

白い表面にある黒い点を想像してください. 背景から点を分離する線の色は何色か? この質問はパースのパズルと呼ばれることもある.
Challenge 73 s

* *

パンも, 不規則ではあるが, (近似的には) フラクタルでもある. パンのフラクタル次元は 2.7 である. 測定してみてください.
Challenge 74 s

* *

Challenge 75 e ビールのコースターの中心を紙と鉛筆を使ってみつけてみてください.

* *

Challenge 76 s 24 時間の間に, 時計の長針と短針は何回重なるか? 時計によっては秒針が付いているものもあるが, 3 つの針は何回重なるか?

* *

Challenge 77 s 24時間の間に, 時計の長針と短針は何回直角になるか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

12時間の間に, 時計の2本の針は, 新しい状況が有効な時間を示してるという結果を何回やりとりすることができるか. 秒に対する第3の針があるときはなにが起きるか?

Challenge 78 s

* *

1分間に地球は何分回転するか?

Challenge 79 s

* *

投げることで達成できる最高速度はどのくらいか (ラケットがある時とない時)? 何を投げた時か?

Challenge 80 s

* *

地球の赤道の周りをロープで, できるだけ, しっかりと巻き付けた. この時, ロープは, 1 m長くなった. 一匹のネズミがロープの下にもぐりこむことはできるか. もとのしっかりとしロープは1 mmだけ長くなっている. 一人の子供がロープの下に入り込むことはできるか?

Challenge 81 s

* *

ジャックは川でボートを漕いでいる. 橋の真下に来たとき, 川にボールを落とした. ジャックは同じ方向に10分間ボートを漕ぎ続けた. それから, 方向転換をし, 漕いで戻った. 彼がボールに追いついたとき, ボールは橋から600 m流されていた. 川の流速はどのくらいか?

Challenge 82 s

* *

アダムとバートは兄弟. アダムは18才. バートは, アダムがバートと同じ年齢の時の 2 倍の年齢. バートは今何歳か?

Challenge 83 e

* *

'私はいまどこにいますか.'はよくある質問. '私はいつですか.'とはほとんど聞かれたことがない. これは, 他言語でも同じ. なぜか?

Challenge 84 s

* *

自然に最小の時間間隔はあるか. 最小の距離はどうか?

Challenge 85 s

* *

真直ぐさとは何かわかっているとして, 曲線の曲がり具合をどう数字で表し, どう定義するか? 表面についてはどうか?

Challenge 86 s

* *

あなたのまぶたの速度はどのくらいか?

Challenge 87 s

* *

人間の体の表面積は, 約 400 $m^2$ である. こんな大きな数字はどこからきているのだろうか?

Challenge 88 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

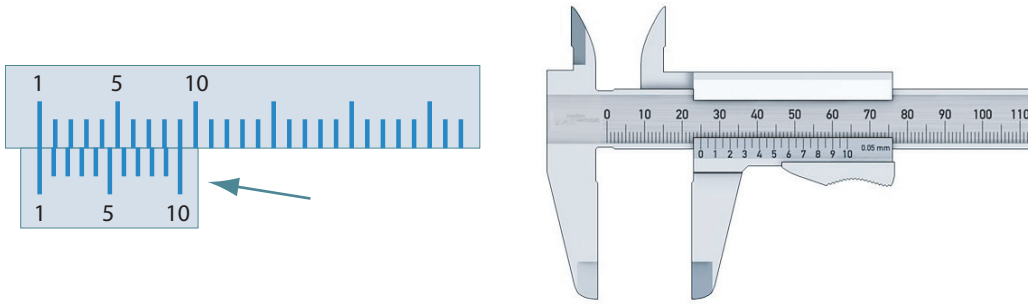



FIGURE 32 ノギスの目盛り：副尺が主尺の9/10の間隔のものと19/20間隔 (実際は38/40)のもの (© www.medien-werkstatt.de).

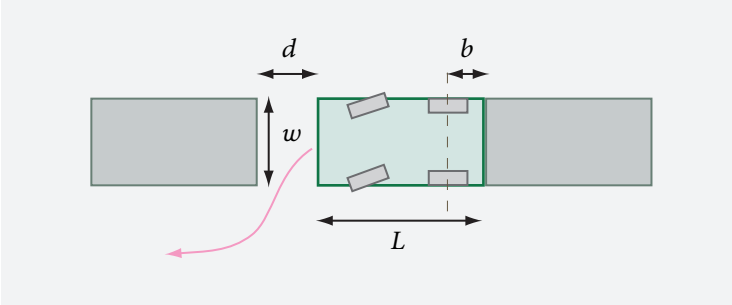



FIGURE 33 駐車空間から離れる

* *

副尺 *(vernier)* はどういう働きをしているのか. 他の言語では*nonius*とも呼ばれる. 最初の方の名前はフランス軍の技術者*に由来するが, 実際は, 彼が発明したのではない. もう一つの方は, ポルトガル人でもっと優れた装置の発明者のラテン語名をもじったもので**, 'nine'という語のラテン語に対応している. 実際, 現在の装置はFigure 32に示すようなもので, 1600年頃, クリストファー・クラヴィウス (Christophonius Clavius) *** が設計した. 1582年のグレゴリオ暦改暦の基礎になった研究を行ったのも同じ人物である. 10倍とは言わず, 任意の因子だけ精度の高い副尺を設計できるか. 達成できる精度の限界はあるか? Challenge 89 s

* *

Page 54 3次元のフラクタルでは驚くべきことがたくさん生じる. Figure 25を3次元に一般化してみよう. 1個の正四面体を持ってきて, その三角形の各面に小さな正四面体を貼り付けると, 物体の表面は多くの正四面体で構成される. これを繰り返し, さらに小さな正四面体を, 新しい三角形の面に貼り付けてゆく. 無限回のステップを繰り返すと, 最終的なフラクタルの形状は何になるだろうか? Challenge 90 s

* *

運転には多くの数学問題がある. 一つの問題として次のような縦列駐車の問題

* ピエール・ヴェルニエ (Pierre Vernier)(1580–1637), フランスの将校で地図作製に興味を持っていた.

** Pedro NuñesまたはPeter Nonnius(1502–1578), ポルトガルの数学者で地図作成者

*** Christophonius Clavius または Schlüssel (1537–1612), ババリアの天文学者で, 当時, 有名な天文学者だった.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 12 指数表記：小さい数や大きい数をどう書くか

| 数 | 指数表記 | 数 | 指数表記 |
|---|---|---|---|
| 1 | $10^0$ | | |
| 0.1 | $10^{-1}$ | 10 | $10^1$ |
| 0.2 | $2 \cdot 10^{-1}$ | 20 | $2 \cdot 10^1$ |
| 0.0324 | $3.24 \cdot 10^{-2}$ | 32.4 | $3.24 \cdot 10^1$ |
| 0.01 | $10^{-2}$ | 100 | $10^2$ |
| 0.001 | $10^{-3}$ | 1000 | $10^3$ |
| 0.000 1 | $10^{-4}$ | 10 000 | $10^4$ |
| 0.000 056 | $5.6 \cdot 10^{-5}$ | 56 000 | $5.6 \cdot 10^4$ |
| 0.000 01 | $10^{-5}$ etc. | 100 000 | $10^5$ etc. |

がある. ギアを逆に入れずに, 駐車地点から出るためには, 最低, 前の車とどのくらいの間隔$d$を開けないといけないか? (Figure 33に示すような車のサイズ, 車体外縁の回転最小半径$R$がわかっているとする.) 次に, 巧みな運転技術で, 好きなだけ, 前進後進を繰り返せる場合はどうなるか. 次に, 文献には答えが書いてないような問題で, ギャップとギアをバックに入れる回数$n$との関係はどうなるか. (筆者は正しく説明された解に対し50ユーロの賞金を提示したことがあった. Daniel Hawkinsによる優勝解は付録で紹介する.)

Challenge 91 s
Challenge 92 s
Challenge 93 s

* *

科学者が使用する大きな数や小さな数の表記法をTable 12に示す.

* *

1966年, 実験的に調べられた最小の距離は$10^{-19}$ mで, フェルミ研究所において, クォーク間の距離であった. (距離の間隔をつかむためには指数表記をせずに書くとよい.) この測定は空間の連続性に対し何を意味しているか.

Challenge 94 s

* *

ギリシアの哲学者, ゼノは, ある瞬間に運動物体に何が起きるかを詳しく議論した. 彼と議論するために, あなたは想像できる最速のカメラシャッターを作ることを決めた. 必要な予算はすべてある. 達成できる最短のシャッター時間はどのくらいか.

Challenge 95 s

* *

ピタゴラスの定理の証明を, 座標を使わずに, 幾何学的なやり方で行えるか. (30通り以上の方法がある.)

Challenge 96 s

* *

大部分の惑星と月は, 私たちの地球や月を含め, なぜ, ほぼ球形なのか. (例えば, Figure 28を参照)

Page 58
Challenge 97 s

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

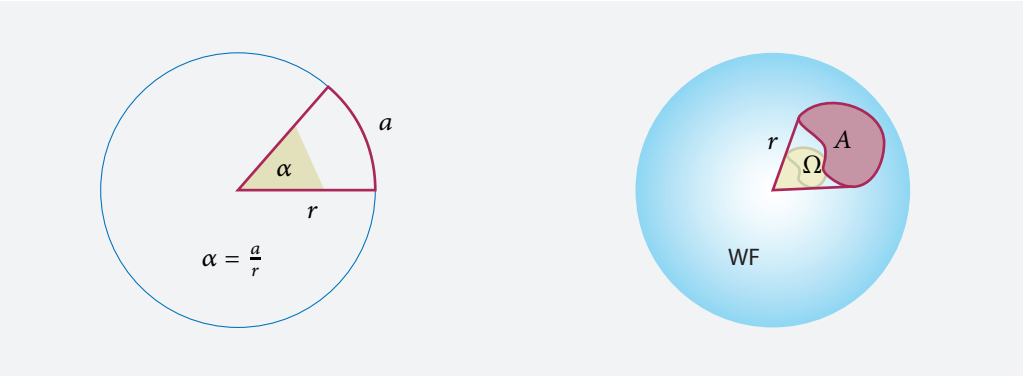



FIGURE 34 平面角と立体角の定義

Challenge 98 s 時計の2本の針の先端をゴムバンドでつなぐ. バンドの中点の描く軌跡は何か.

* *

角度に関係し重要な量が2つある. Figure 34に示すように, 通常, (平面) 角と呼ばれる量は弧長と半径の比で定義される. 直角はπ/2 ラジアン (π/2 rad) または90°である.

立体角は面積と半径の2乗の比である. 球の8分の1がπ/2ステラジアン, つまり, π/2 srである. (もちろん, 数学者は単位ステラジアン省く.) つまり, 円錐状の小さな立体角は, 円錐の先端角とは違う. この関係を見つけられるか. Challenge 99 s

* *

角度の定義をしっていると, 花火のサイズを決定するのに役立つ. 空に花火が花開くのを見た瞬間と花火の音が聞こえた瞬間の時間差 $T$ (秒) と開いた花火の (平面) 角$\alpha$ – 'アルファ'とよぶ –を手で測定する. 花火の径 $D$ は

$$D \approx \frac{6\,\mathrm{m}}{s\,^\circ} T\,\alpha\,. \tag{3}$$

Challenge 100 e で表せる. なぜか . 花火についてもっと知りたいときは, cc.oulu.fi/~kempmpを参照のこと. ところで, 手を伸ばした時の指関節部の角距離は約3°, 2°と3°, 伸ばした手のサイズは20°である. 手の他の部分の角度を決定できるか. Challenge 101 s

* *

角度を用いた*sine*, *cosine*, *tangent*, *cotangent*, *secant*, *cosecant*は, Figure 35に示すように定義される. 高校の数学を思い出してください. では, $\sin 15° = (\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$, $\sin 18° = (-1 + \sqrt{5})/4$, $\sin 36° = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}/4$, $\sin 54° = (1 + \sqrt{5})/4$, $\sin 72° = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}/4$をしめせるか? また,

$$\frac{\sin x}{x} = \cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cos\frac{x}{8}\ldots \tag{4}$$

Challenge 102 e が正しいことを示せるか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

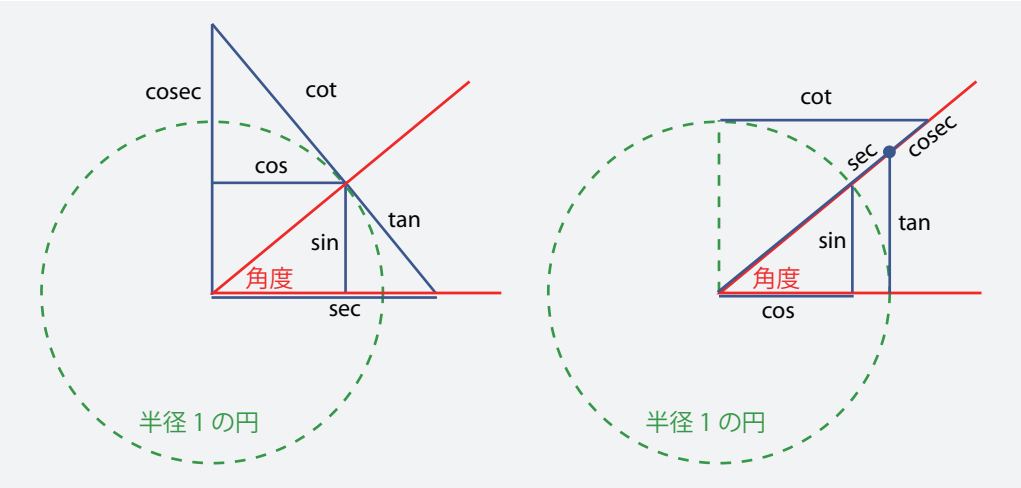



FIGURE 35 角度のsine, cosine, tangent, cotangent, secant, cosecantの2つの等価な定義

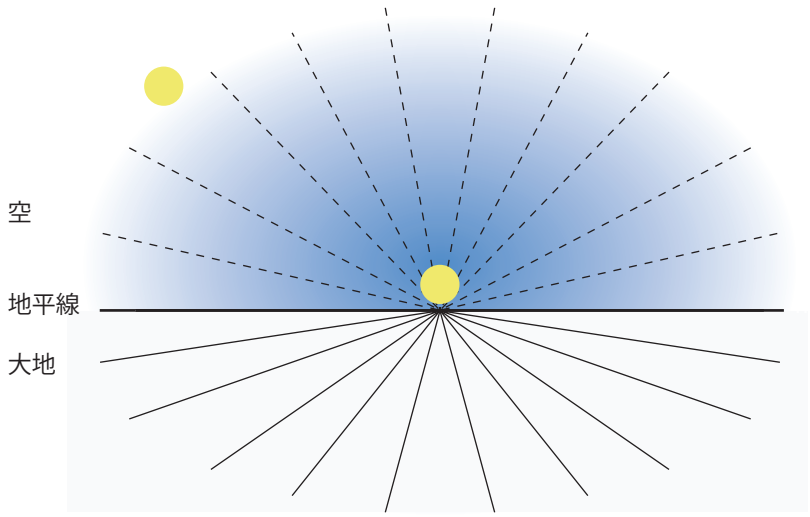



FIGURE 36 太陽と月の, 1日の間での見かけのサイズの変化

* *

眼だけで角サイズを測定するのはなかなか難しい. 例えば, 月は, 腕をまっすぐ伸ばした先の親指の爪より, 大きいか小さいか言えますか . 角サイズは直感的な量ではなく, 装置を使って測定する.

Challenge 103 e

Figure 36に, 角度の算出が難しいことを表す有名な例を示す. 地平線 上にある太陽も月も大きく見える. 古代, プトレマイオス (Ptolemy)はこのいわゆるムーン・イリュージョン *(Moon illusion)* を, 人間の脳によりもたらせる無意識の見かけ上の距離感の違いで説明した. 実際, 股から月を見ると, ムーン・イリュージョンは消えてしまう. 実は, 地平線上に月が ある時, 月は観測者から遠くに離れているので, そのイメージは空高くにある 数時間前のイメージより小さいのだ. これを示せるか?

Challenge 104 s

月の角サイズは他の要素によっても変わる. 地球の周りを回る月の軌道は楕円である. その結果どうなるかをFigure 37に示す.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

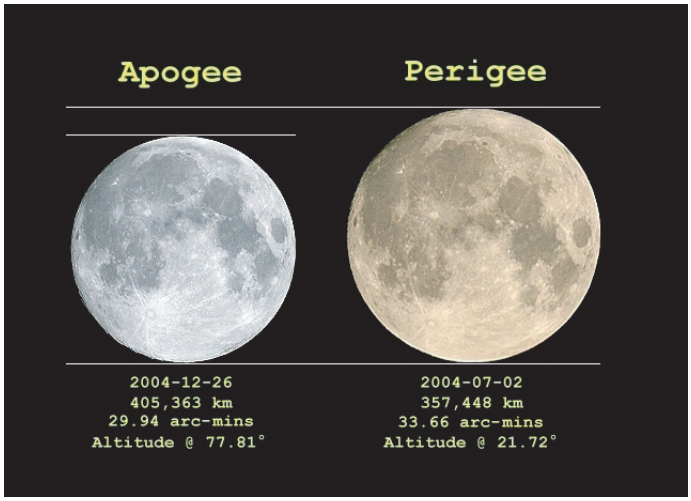



FIGURE 37 軌道上に場所により月のサイズは実際は変化する. (© Anthony Ayiomamitis)

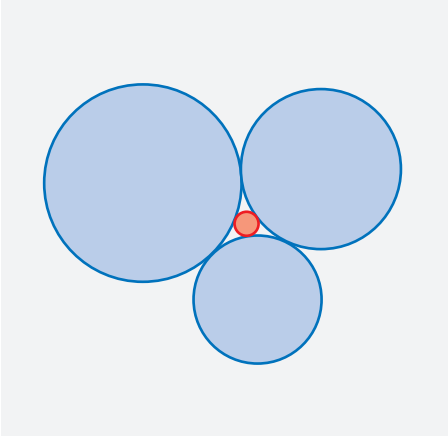


FIGURE 38 有名なパズル：4つの半径はどういう関係にあるか.

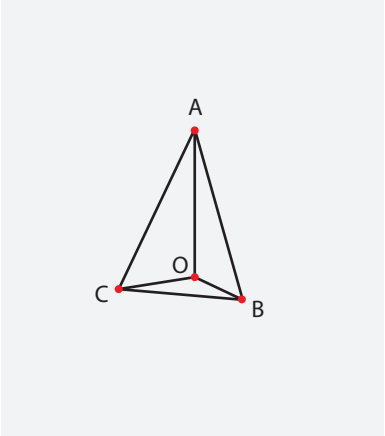



FIGURE 39 ABCの面積はいくらか. ただし, 他の3つの面積はわかっていて, Oの位置にある角度は3つとも直角であるとする.

* *

ガリレオ (Galileo)も過ちを犯した. 彼は, 自分の有名な書物 *Dialogues*,の中で, 2本の爪の間に垂れ下がっている細い鎖が作る曲線は, $y = x^2$ で定義される曲線, つまり, 放物線であると書いている. これは, 正しくない. 正しい曲線は何か? 吊り橋で (これに 近い) 形を見ることができる.

Challenge 105 d

* *

Figure 38に示すような, サイズが異なり互いに接している3つの円を描け. 次に, 3 つの円に接するように, 内側の空間に第 4 の円を描け. 4 つの円の半径の逆数の間にはどんな関係があるか.

Challenge 106 s

* *

Figure 39に示すような, 点 O が直角な 3 つの三角形 OAB, OBC, OAC を持つ四面体 OABC がある. この場合, もちろん, 辺 OA, OB, OC は互いに直交してい

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

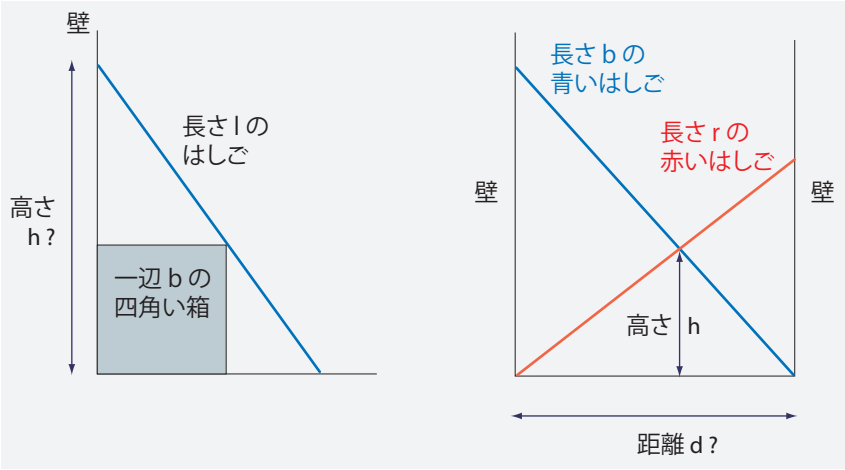



FIGURE 40 はしごのパズル2題：片方は普通 (左), もう一方は難題 (右)

る. この四面体の三角形 OAB, OBC, OAC の面積は, それぞれ, 8, 4, 1である. 三角形 ABC の面積はいくらか.

Challenge 107 s

* *

Ref. 49 はしごのパズルは多くある. Figure 40に2つのパズルを示す. 5 mのはしごが壁に立てかけられていて, 高さと奥行きが1 mの箱に接触している. はしごの届く高さはどのくらいか. 2台のはしごが対面する2つの壁に立てかけられている. はしごの長さと交差する点の高さがわかっているとすると, 壁の間の距離はいくらになるか?

Challenge 108 s

Challenge 109 d

* *

2本の物差しを隣同士にならべると数字の足し算や引き算ができる. 同じようなやり方で掛け算と割り算ができる物差しを設計できるか.

Challenge 110 s

* *

地球が同じ自転周期で反対方向に公転しているとすると, 一年は何日になるか?

Challenge 111 s

* *

Challenge 112 s 太陽が, Figure 41に示すように, 壮観な場面の陰にある. 太陽はどこにあるか?

* *

灯台を背にしたとき, 少しちがうが, 同じように魅惑的な状況 (透視図に慣れるのに役立つ) が起きる. 空にのびる光線を描くことができるか.

Challenge 113 e

* *

同じ径を持つ2個の円筒が直角に交差している. 交差部分の体積はいくらか (まず, 絵を描こう)?

Challenge 114 s

* *

辺長 1 dm の立方体中空の 2 側面を取り除き四角の開口部をもつトンネルをつ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 41 反薄明光線 - この場合, 太陽はどこにあるか? (© Peggy Peterson)

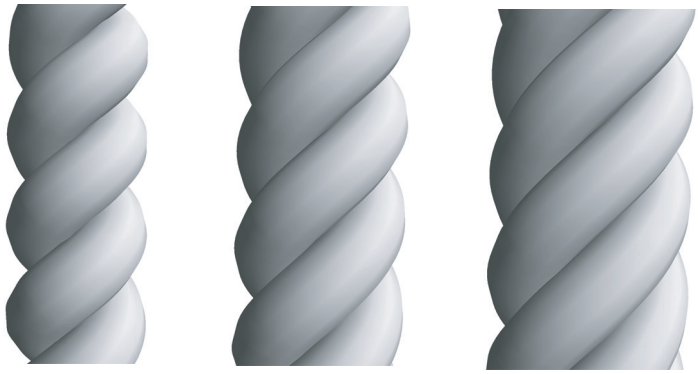


FIGURE 42 2本, 3本, 4本の撚糸から作られた理想的な配置のロープ. 理想的配置では赤道面に対するピッチ角が, それぞれ, 39.4°, 42.8°, 43.8°という特定の値にすることで, ねじれ構造をゼロにすることができる. これらの理想配置では, 垂直ひずみに対して, 一方向にも, その他の方向にも回転することはない. (© Jakob Bohr)

くる. 辺長1 dm の立方体中空を, 辺 1.06 dm の立方体を通すことができるというのは本当か?

Challenge 115 s

* *

2次元宇宙は存在するのだろうか? アレクサンダー・デュードニー (Alexander Dewdney) はこのような宇宙を極めて詳細に想像し, それについての有名な本を書いた. 彼は, 家, 交通システム, 消化, 再生などについて書いている. なぜ, 2次元宇宙は不可能か説明できるか?

Ref. 50

Challenge 116 d

* *

ロープはすばらしい構造を持っている. 柔軟性もあり, らせん状に編みこまているが, それにもかかわらず, ほぐれたり, ねじれたりもせず, 伸びることもあまりない. その幾何は使用している材料にほとんど依存しない. これらの性質の根源は何によるものか.

Ref. 51

ロープを撚ることは, 1つの古い高度な技術であるが, 純粋に幾何学の結果を利用している. ある長さの$n$本の撚糸を一定半径の中心構造の周りに撚る時, す

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 43 答えがわかっていない研究課題：きつい結び目のロープ長はどのくらいか (© Piotr Pieranski, Ref. 53) から

べての可能な撚糸のらせんから, 巻き数が最大になるようならせん 1 つある. 純粋幾何学的理由から, 特定の巻き数とそれに対応する内径のロープが, ロープを有用なものにする性質を生み出している. 2本, 3本, 4本の撚糸本から作られる理想のロープの幾何をFigure 42に示す.

* *

時間が2次元になることができるかを調べている研究者もいる. こんなことは可能なのか? Challenge 117 s

* *

空間が3次元を超えることができるかを調べている研究者もいる. こんなことは可能なのか? Challenge 118 s

* *

動物の速度と機械の速度を比較する一つのやり方は, 速度を「1秒あたりの体長」で測定することである. コメツキムシはジャンプしている時は約 2000 の値になる. ある種の古細菌 (バクテリアに類似) 細胞では約500の値, またh, あるハチドリでは 380 に 4 なる. これらは, 記録保持者である. 自動車, 飛行機, チータ, ハヤブサ, カニやその他モーターを使用した系はもっとゆっくりしている. Ref. 52

* *

長さの同じ 4 本の線をつないで 1 つの四角形を作る. ただし, その頂点はヒンジのように動く. そのため, このような構造は力が加わると変形しひし形になる可能性がある. このような自由度をなくし変形しないようにするには, この他に同じ長さの連結線を何本追加すればよいか? この追加連結線はは四角と同じ平面内にあり, その端でのみ他の線に留められるものとする. Challenge 119 s

* *

面積の測定は難しいこともある. 2014年, 健康な人の消化管の面積は 30 から 40 $m^2$ あることがわかった. 長年にわたり, この面積は, 誤って, 30 から 40 $m^2$ とされてきた.

* *

これまでだれも解けなかった長さについての簡単な問題がある. 好きなように曲げることができ, 非常によく滑る1本のロープを考える. これをきつく結び, Figure 43のような結び目を作る. ロープの2つの端はどのくらい近づいたか. Challenge 120 r

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 日常空間の空間と時間のまとめ

速度, 時間, 長さを定義しているのは運動である. 日常生活の観察結果や精密な実験結果は, 速度をユークリッドベクトル, 空間を 3 次元ユークリッド空間, 時間を1次元の実線でモデル化することで, うまくかつ精度よく記述できる. これらの 3 つの定義を用いて, 私たちを囲む環境についての, 日常のガリレイ記述が構成されている.

速度, 時間, 空間を連続量としてモデル化するのは, 正確で, 便利である. このモデル化はこれからの冒険のかなりの部分でうまく成り立つ. しかし, このなじみのある時間と空間のモデルも実験で立証できないこともある. 例えば, $10^{25}$ m より遠方や, 連続モデルも成り立たないように見える$10^{-25}$ m より短い距離での実験でのチェックは不可能である. これからの登山で, 実際, そうであることがわかってくるだろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 3

# 運動の記述方法 – 運動学

> La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo) ... Egli è scritto in lingua matematica.**
>
> ガリレオ・ガリレイ (Galileo Galilei) , 試金石の天秤 VI.

実験によれば, 子供も動物も周辺の状況から, ガリレイ時間やガリレイ空間の性質を推測してることがわかっている. このような推測はネコ, イヌ, ネズミ, アリ, 魚などでも確認されている. そして, その結果はすべて同じである.

まず, 運動とは時間とともに位置が変わることである. このことは, この本のpage 219から始まる左下隅の高速パラパラ漫画でうまく表されている. それぞれのページはある瞬間時間に対応しており, 運動中に起きている変化は, 黒点で表現されている物体, つまり, 石の位置の変化だけである. ある絵と次の絵の違いは, この物体以外は印刷技術の不具合によるもので, 避けようのない測定誤差を表していると見ることができる.

「運動」は時間とともに位置が変化するという言い方は, 説明でも, 定義でもない. なぜなら, 時間の概念も位置の概念も運動自体から導かれたものだからである. つまり, 運動を記述するものでしかない. しかし, この言い方は, 精度を高めることができるという意味では有用である. このことは, 以後, 重力や電気力学をしらべてゆくとわかってくるだろう. このハイキングの道しるべになるのは, つまるところ精度なのである. 位置変化の詳細に記述する分野には名前が付けられている. それを運動学と呼ぶ.

位置が変化するという考え方には, 運動している物体は流れるという意味が含まれている. このことは自明なことではない. 量子力学の節では, この考え方が不可能な例を紹介する. 日常生活では, 物体はいつも追跡できる. 時間に対し物体がとる位置の集合は, 径路または軌跡を作る. この考え方は基本は, 花火を見たり, page 219から始まる左下隅のパラパラ漫画を見ればあきらかだ.

Ref. 54

日常生活において, 動物や人は, 速度, 空間, 時間のユークリッド的特性に従う. つまり, 軌跡は3個の数字, つまり, 時間$t$の連続関数としての3個の座標$(x\exists y\exists z)$を指定することであらわせる. (関数の定義はあとで詳しく述べる.) これを, 通常,

Vol. III, page ??

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t) = (x(t)\exists y(t)\exists z(t)) \,. \tag{5}$$

のように書く. 例えば, ストップウォッチと物差しを使うと, 投げられ, 落下す

** 科学は, われわれの眼がいつも目にしている膨大な書物 (これを宇宙という) の中に書かれている. ...それは数学という言語で書かれている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

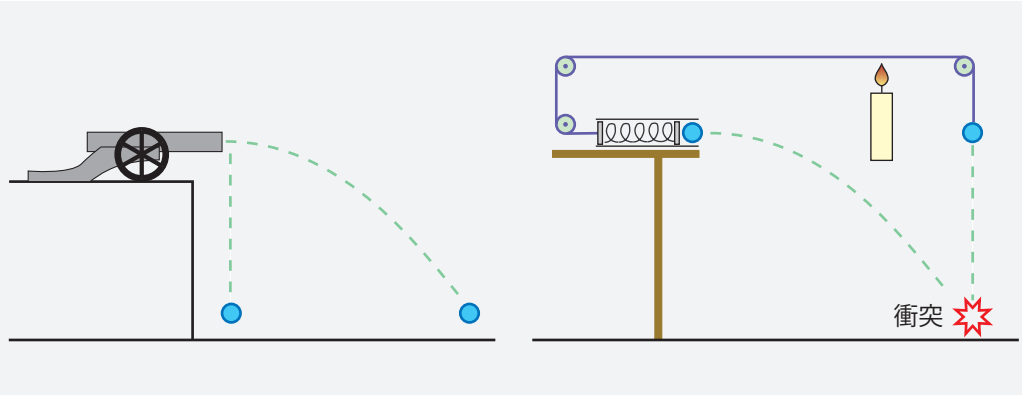



FIGURE 44 自由落下の時間は水平方向の速度に依存しないことをテストする2つの方法

る石の高さ$z$は, ガリレオが見つけていたように,

$$z(t) = z_0 + v_{z0}\,(t - t_0) - \tfrac{1}{2} g\,(t - t_0)^2 \tag{6}$$

のように変化する. ここで, $t_0$ は落下の開始時間で, $z_0$ は最初の高さ, $v_{z0}$ は垂直方向の初速度で, $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ は定数である. この定数は, 地球表面のすべての地点に対し, またすべての落下物に対し, 約300対1の精度で同じであることがわかっている. $9.8\,\mathrm{m/s^2}$ という値とその微妙なばらつきはどこから来るか. 当面の答えは簡単にこれから述べるが, 完全な導出はこのハイキングの最後の部分でかんがえることにする.

Ref. 55

初速度ゼロの特別なケースが非常におもしろい. ガリレオ以前に何人かはいたのだが, 空気抵抗が無視できるなら$g$はすべての物体に対し同じであることを, ガリレオは明確にした. 彼は, この結論に対し多くの説明をおこなっている. 知っているか? そして, もちろん, ピサの斜塔での有名な実験でこれを証明した (これは誤った都市伝説で, ガリレオはこの実験を行わなかった.)

Page 184

Ref. 56

式(6)を用い, 井戸の深さを決定することができる. 石が井戸の底に到達するまでの時間を使えばよいのだ. また, この式から, 木から飛び降りたとき地面にぶつかる速度$v$もわかる. つまり,

Challenge 121 s

$$v = \sqrt{2gh} \tag{7}$$

である. 高さ 3 m の場合, 速度は 27 km/h になる. このように, 速度は高さの平方根に比例するだけである. これは, 落下の恐怖感は実際の効果を過大評価した結果であることを意味するのか?

Challenge 122 s

ガリレオは自由落下の重要な結果について初めて述べた人である. つまり, 水平方向と垂直方向の運動は独立である. Figure 44に示すように, 彼は, 正確に水平方向に発射された大砲の玉が落下するの必要な時間は火薬の量とは無関係であることを示した. 多くの哲学者は, 彼の死後も, この説明に納得せず, 1658年, Academia del Cimentoでさえ, この主張を確認するために, 飛翔する大砲の玉と落下するだけの玉の比較をおこう実験を実施したくらいである. 彼らはそれらが同時であるかをどのようにチェックしたかわかるか? Figure 44には, これを自宅でチェックする方法も示している. この実験では, 玉を込めたバネ

Ref. 57

Challenge 123 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

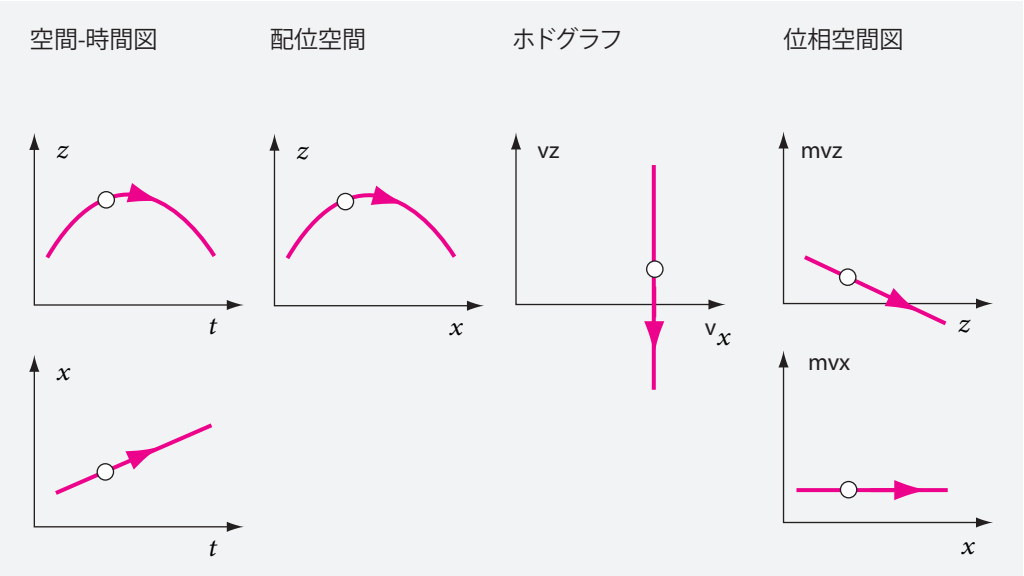



FIGURE 45 投げた石の径路を異なった図で表現したもの

の強さがどうであれ, (テーブルの高さが十分であれば) 2つの玉は必空中で必ず衝突し, この主張の正当性を証明する.

つまり, 飛翔する大砲の玉は水平方向には加速されない. 水平方向の運動は, 空気抵抗を無視する限り, 変化しない. 式(6)を拡張し, 水平方向の座標 $x$ と $y$ についての2つの式を追加すると,

$$x(t) = x_0 + v_{x0}(t - t_0)$$
$$y(t) = y_0 + v_{y0}(t - t_0)\,, \tag{8}$$

となり, 投げた石の軌跡を表す完全な記述になる. このような形の径路を放物線軌道という. この軌道は18, 44, 45に図示されている. (放物線は懐中電灯や車のヘッドライトの光反射面の形状として使われている. なぜかわかるか?)

Page 39
Challenge 124 s
Ref. 58

物理学者は径路の考え方を一般化して楽しんでいる. Figure 45に示すように, 径路というのは, 図で示された移動物体が残した軌跡である. これらの径路は, 図によって違う名前が付けられている. 時空図 (Space-time diagrams) というのは, 相対性理論でよく使われる. 配位空間 *(configuration space)* は系のすべての粒子の座標により張られた空間である. 粒子数が増えると, それだけ次元数が大きくなる. 自己組織化で重要な役割を果たす. カオスと秩序の違いは配位空間での径路の差として示される. 速度空間での径路であるホドグラフ*(hodograph)*は天気予報で使われている. 位相空間図(phase space diagram) は状態空間図ともよばれる. 熱力学で重要な役割をはたす.

## 投げること, ジャンプすること, 撃つこと

運動の運動学的記述は広範囲の疑問に答えるのに使える.

* *

走り幅跳びはどこまで距離をのばすことが可能か? 2008 年, 人類の走るピーク

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref. 59 速度の世界記録はウサイン・ボルト (Usain Bolt) により, 12.5 m/s ≈ 45 km/h 約
Ref. 60 を上回った. 1997 年の女子の記録は 11 m/s ≈ 40 km/h であった. 一方, 男子の走り幅跳び選手は, 約 9.5 m/s より速く走ることはない. もし, フルスピードで走れたとすれば, ジャンプする距離はどのくらい伸びるか. どうすれば, それが達成できるか. さらに, 走り幅跳びの選手は約 20°の角度で蹴りだすが, これは,
Ref. 61 彼らの走る速度でより大きな角度に到達することはできないためである. もし,
Challenge 125 s 45° で蹴りだせたらどのくらい距離はのびるか?. また, 45° は最適角度か?

* *

これを書いた当時の200 m の世界記録保持者であった二人のアスリートウサイン・ボルトとマイケル・ジョンソンの共通点は何だろう? 二人は背が高く, 筋骨たくましく, 筋肉には高速の収縮繊維があった. これらの資質が彼らを優れた短距離選手にした. 彼らを世界クラスの選手にした他の選手との大きな違いは, S字にほとんど曲がることのない平坦な脊椎を持っていたことである. この異常な条件が一歩ごとにほんの少しずつの時間を稼いだ. かれらの脊椎は普通の人と比べ柔軟性がないためである. このことにより, 短距離レースで秀でることができたのだ.

* *

アスリートは絶えず速度記録を更新してゆく. 競争馬ではそうはいかない. なぜか. 競走馬では呼吸のリズムは歩様に関係しているが, 人間はそうではない. その結果, 競走馬はテクニックを変えたり, 向上させたりできず, その速度は本質的に同じである.

* *

人が何かを投げたとき, 到達できる最高の高さはどのくらいか? 人が何かを投げたとき, 到達できる最長距離はどのくらいか? どのようにすればそれを
Challenge 126 s はっきりさせられるか. その結果を, 1988 年にハリー・ドレイク (Harry Drake) に達成された石弓の距離の記録1∃871.8 m, 1971年にハリー・ドレイク (Harry Drake) に達成されたフットボウの記録1854.4 m, 1987年にドン・ブラウン (Don Brown)に達成された手持ちの弓の記録1854.4 mと比較せよ.

* *

Challenge 127 s 雨傘を使って雨の落下速度を測定するにはどうしたらいいかumbrella? . この答は重要である. 後に述べるが, この方法は光の速度を測定する方法に使える.
Vol. II, page 15 (どうしたらいいかわかるか. )

* *

ダンサーが空中にとび上がって, 自分の垂直軸の回りを回転する. 着地するま
Challenge 128 s でに何回回転できるか.

* *

多くのガやチョウの幼虫は木くずを吐き出し (もっとぞんざいに言えば唾), そ
Ref. 62 の匂いにより捕食者が自分の居場所の特定しにくくする. スタンリー・キャベニー (Stanley Caveney) とそのチームはこの過程を写真に収めた. Figure 46は, 巻かれた緑の葉の中にいるセセリチョウの仲間*Calpodes ethlius*の幼虫 (黄色) が

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

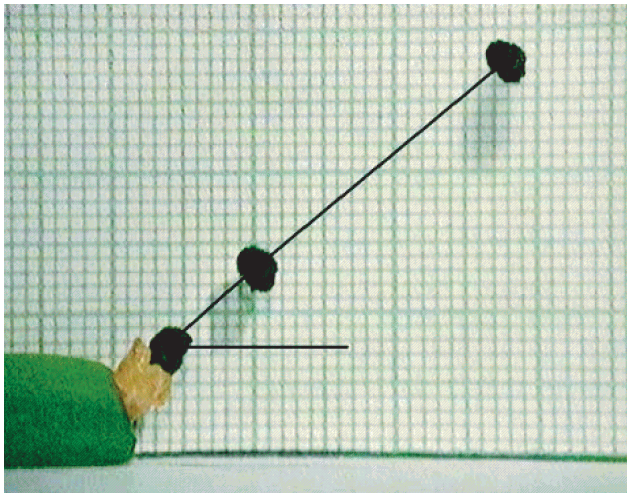


FIGURE 46 巻かれた葉の内部の幼虫により吐き出された木屑球の3つの重ね合わせ図 (© Stanley Caveney)

その動作を行った瞬間をとらえたものである. 現在観測されている飛ばした距離の記録保持者は*Epargyreus clarus*というチョウで, その記録は1.5 mである. その吐き出している木屑の速度はどのくらいか? イモムシはどうやってそれを行っているのか?
Challenge 129 s

* *

石を投げた時, 水平距離にしてどのくらい遠くまで投げられるか? 初速度と水平面からの投げ上げ角度はわかっているものとしてください.
Challenge 130 s

* *

ジャグリングを行うとき, 同時に扱える玉の最大数はいくらか?
Challenge 131 s

* *

大気の空気抵抗がなかったら, 雨粒に当たって死ぬことはあるのだろうか?
Challenge 132 s

* *

空に向けて撃った銃弾が落ちてきたとき, 銃弾は危険なのだろうか?
Challenge 133 s

* *

警官が高さ30 mの崖の下で人の死体を発見した. 崖からの距離は12 mであった. 自殺か, 殺人か.
Challenge 134 s

* *

Figure 47に示すように, すべての陸上動物の達成できるジャンプ高さは, そのサイズに関係なく, 最大でも, 2.2 mである. この事実の説明は2行で事足りる. 説明できるか.
Ref. 63
Challenge 135 s

最後の2つの話題は, 自由落下の式(6)がどんな場合にも成り立つわけではないことに関連している. たとえば, 葉っぱやポテトチップはこの式には従わない. ガリレオが知っていたように, これはiin空気抵抗のためである. これについては後で述べる. 空気抵抗のため, 石の径路は放物線ではなくなる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

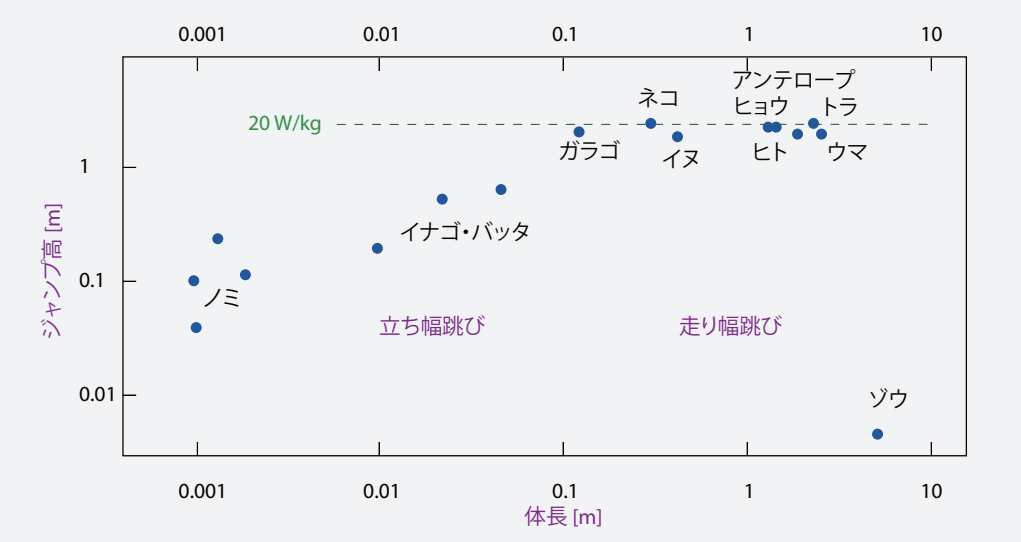



FIGURE 47 陸上動物のジャンプ高さ

実は. 空気抵抗がなくても, 落下する石の径路が放物線ではなくなる場合がある. その例を見つけられるか. Challenge 136 s

## ベクトルを楽しもう

速度のように方向が定義されている物理量は, 3つの数字, つまり3成分で表され, これをベクトルとよぶ. このような複数成分の量の計算の仕方を知っていることは, 多くの科学者にとって重要な能力である. ここでは, それをまとめる.

ベクトルは小さな矢印で図示できる. ベクトルは始点を指定することはない. つまり, 同じ方向, 同じ長さを持つ2本の矢は, たとえ, 空間の異なった点から始まっていても, ベクトルとしては同じである. ベクトルは矢のような性質を持つので, ベクトルを加算したり, ベクトルに数字を乗じることができる. 例えば, 矢 $\boldsymbol{a} = (a_x, a_y, a_z)$ を $c$ 倍に伸ばすと, ベクトルは $c\boldsymbol{a} = (ca_x, ca_y, ca_z)$ になる.

数学の言葉でもう少し詳しく言えば, ベクトルとはベクトル空間という集合の要素である. ベクトル空間ではすべてのベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$, および, すべての数 $c$ と $d$ に対して,

$$c(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = c\boldsymbol{a} + c\boldsymbol{b} \quad , \quad (c+d)\boldsymbol{a} = c\boldsymbol{a} + d\boldsymbol{a} \quad , \quad (cd)\boldsymbol{a} = c(d\boldsymbol{a}) \quad \text{and} \quad 1\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \, . \tag{9}$$

の性質をもつ. ベクトルの例としては, ある物体のすべての位置の集合やそれがとりうるすべての速度の集合がある. すべての回転の集合はベクトル空間を形成するか? Challenge 137 s

ベクトル空間ではヌルベクトルと, 各ベクトルのに対し負のベクトルを定義することができる. Challenge 138 e

科学で重要な大部分のベクトル空間では, ('強度を表す') 長さを導入することができる. これは, 2つのベクトルのスカラー積の導入という中間ステップを通して行われる. この積が 'スカラー' とよばれるのは, 積を行った結果がスカラーになるからである. スカラーはすべての観測者にとって同じ数になる. た

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

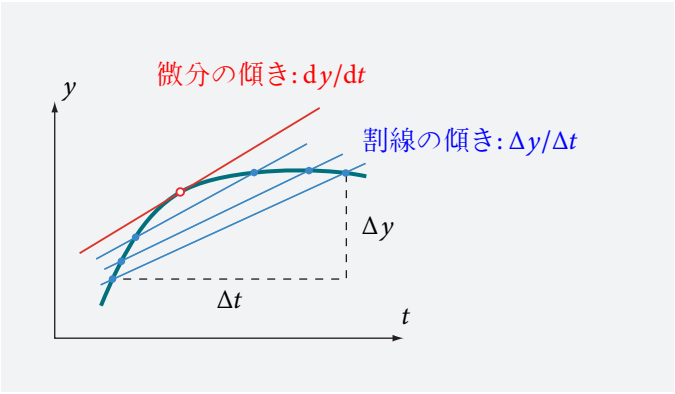



FIGURE 48 割線の極限として表したある点の微分

とえば, 観測者が異なった方向を向いていても, 結果は変わらない. * 2つのベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の スカラー積は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{aa} &\geqslant 0 \ \exists \\ \boldsymbol{ab} &= \boldsymbol{ba} \ \exists \\ (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}')\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{ab}+\boldsymbol{a}'\boldsymbol{b} \ \exists \\ \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}') &= \boldsymbol{ab}+\boldsymbol{ab}' \quad \text{and} \\ (c\boldsymbol{a})\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{a}(c\boldsymbol{b}) = c(\boldsymbol{ab}) \,. \end{aligned} \tag{10}$$

を満足する数である. このスカラー積の定義は一義的ではない. しかし, 標準的なスカラー積がある. つまり, デカルト座標での標準のスカラー積は,

$$\boldsymbol{ab} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \,. \tag{11}$$

となる. 2つのベクトルのスカラー積がゼロになる時, 2つのベクトルは直角を形成し, 直交する. (示してみよ)

Challenge 139 e

あるベクトルの長さ (強度やノルムともいう) は, 自分自身とのスカラー積の平方根で定義される. すなわち, $a = \sqrt{\boldsymbol{aa}}$ である. この本では, 普通, 長さはイタリック文字で, ベクトルは太文字で表記する. スカラー積を持つベクトル空間をユークリッドベクトル空間という.

スカラー積は方向を指定するのにも有用である. 実際, 2つのベクトルのスカラー積から, ベクトル間の角度を計算できる. この重要な関係を導けるか.

Challenge 140 s

## 静止とは何か？速度とは何か？

ガリレイの自然の表記では, 運動の対極にあるのが静止である. 物体の位置, つまり, 座標が時間的に変わらないとき, 物体は静止している. つまり, (ガリレイ的な) 静止は

$$\boldsymbol{x}(t) = \text{const} \,. \tag{12}$$

* 数学では, スカラーは数であり, 物理では, スカラーは不変数である. つまり, 物理ではスカラーはすべての観測者にとって同じ数になる. 同様に, 数学では, ベクトルはベクトル空間の1つの要素であり, 物理では, ベクトルはベクトル空間の不変な要素である. つまり, 物理でのベクトルは, 異なった観測者が観測した時, 座標が速度成分のように変わる量のことをいう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 49 ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) (1646–1716).

で定義される. ここで, $\boldsymbol{x}(t)$ は3つの座標 $(x(t)\exists y(t)\exists z(t))$ を省略して書いたものであることを思い出してほしい. 第一印象に反し, この静止の定義はあまり役に立たず, 拡張しなければいけないことについてあとで説明する. しかし, 静止についてのどんな定義でも, 非静止物体はその変位のラピディティを比較することで区別できることを意味している. このように, 物体の速度 $\boldsymbol{v}$ を, 時間 $t$ に対する位置 $\boldsymbol{x}$ の変化で定義できる. これは, 普通,

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} \,. \tag{13}$$

のように書ける. この式は, 各座標についてもそれぞれ成り立ち, $\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ は'時間に対する変化'を表している. 従って, 速度とは時間に対する位置の微分といえる. 速度 $\boldsymbol{v}$ の大きさのことを速さ $v$ とよんでいる. つまり, $v = \sqrt{\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}}$ である. 微分は分数のように表記されるれるが, これは傾きの考え方から出てきたものである. 式

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \quad \text{は次式の短縮形：} \quad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \,, \tag{14}$$

を手短に言ってしまえば, ある点の微分とは, Figure 48に示すように, その点の近くの割線の傾きの極限である. この定義から, 計算のための規則が導かれる；

Challenge 141 e

$$\frac{\mathrm{d}(s+r)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}(cs)}{\mathrm{d}t} = c\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}(sr)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}r + s\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \,, \tag{15}$$

ここで $c$ は任意の数である. 物理ではこれくらいが必要な知識である. $\mathrm{d}t$ と $\mathrm{d}s$ はそれ自身で訳に立つこともあるが, このような量を差分という. これらの概念は ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) にによるものである.* 微分は時間や空間の連続性をもとに計算を行うときの基礎になるものである. ライプニッツは, 微分を用いて速度を記述し, 物理公式の中でそれを使用し, 時間または空間のある点での速度の考え方を計算に応用した人である.

* ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) (b. 1646 ライプチッヒ, d. 1716 ハノーバー), 法律家, 物理学者, 数学者, 哲学者, 外交官, 歴史学者. 世界の偉人の一人. 彼は (ニュートンより前に) 微分を発明し, 様々な研究分野で多くの影響力のある優れた書物を書いた. その中には*De arte combinatoria*, *Hypothesis physica nova*, *Discours de métaphysique*, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, the *Théodicée*や*Monadologia*などがある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

速度の定義では, 極限 $\Delta t \to 0$ をとることが理にかなっていることを仮定している. 言い換えると, 自然には無限小の時間間隔が存在することを仮定している. 微分を用いた速度の定義は, 時間と空間のいずれもが連続な集合, 数学の言葉でいえば, 連結された完全な集合な場合にのみ可能になる. 私たちのハイキングにおいて, 無限は自然の記述に際し古典物理の始まりから存在していたことを忘れてはならない. 無限小は速度を定義する際の一部になっている. 実際, 微分は無限の研究とその応用である. しかし, 無限が登場したからと言って, すぐに, 記述ができなくなったり, 不正確になったりするものではないことも知っている. 正確さを維持するために, 物理学者は様々なタイプの無限のうち2つだけを使用している. この正確な定義と他の無限の概略については後で述べる.

Vol. III, page ??

通常の運動の記述に無限が登場することを初めて批判したは, パルメニデスの弟子のエレアのゼノン (445 BCE頃) で, 有名な皮肉に満ちた説明がある. ゼノはこのように説明したと言われている. 各瞬間ごとに物体はそのサイズに応じて空間を占めるので, その瞬間における速度の概念は無意味である. したがって, 運動は存在しないと挑発的に結論付けている. 現在, 私たちはこれを運動が存在することへの批判ととらえておらず, 普通行われる運動の記述, とくに, 無限に分割できる時間と空間に対する対する批判と考えている. (同意しますか?)

Ref. 64

Challenge 142 e

しかし, ゼノンの批判的説明は, 通常生活でもかなり効果がある. その理由はこの説明は単純明快で奥深いからである. 通常の生活では, 変化は, 実際, 連続である.

自然の大きな変化は小さな変化がたくさん集まってできたものである. この自然の性質は必ずしも自明ではない. 例えば, 物体の径路はフラクタルでもなければ, 異常な振る舞いをする量でもないと, 私たちは便宜的に仮定している. 日常生活ではこれは正しい. 自然以外の領域ではそうではない. ゼノンの疑念は, もっと後になって, 私たちの登山に再登場する. その時はほんの一部だけである. その最終結論は, 彼が思い描いたものとは違うものになるるが, 彼の「ある点での速度」についての疑念はもっともなことであることが明らかになるだろう. しかし, 当面は, 自然では変化はなめらかに起きるという仮定を基本にして話を続ける.

Vol. VI, page ??

なぜ, 速度の概念は必要なのだろうか. 精度よく運動を記述するには, 物体の状態を指定するのに必要な性質の完全なリストを見つける必要がある. 速度は当然そのリストには挙がってくる.

## 加速度

同一線上で, ある物体の速度 $\boldsymbol{v}$ が変化する時, その速度の時間的変化率をその物体の加速度 $\boldsymbol{a}$ といい,

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t^2} \,. \tag{16}$$

であらわす. 加速は, 地面が震えたり, 飛行機が離陸したり, 自転車が角を曲がる時に, 体感できるものである. もっと多くの例をTable 13に示す. 加速度は速度の時間微分である. 速度と同様, 加速度も強さと向きを持っている. つまり, 加速度も, 速度と同じように, ベクトル量である. 通常, 加速度の性質も太文字を使うことで表現される.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 13 加速度の測定値

| 観測現象 | 加速度 |
|---|---|
| 最小の加速度は何ですか | Challenge 143 s |
| 放出ジェットによるM82銀河の後退加速度 | 10 fm/s$^2$ |
| 放出ジェットによる若い恒星の加速度 | 10 pm/s$^2$ |
| Fathoumi 銀河系をまわる太陽の軌道の加速度 | 0.2 nm/s$^2$ |
| 熱輻射不均衡によるパイオニア衛星の減速 | 0.8 nm/s$^2$ |
| 地球の自転による赤道のところでに遠心加速度 | 33 mm/s$^2$ |
| 家庭内電力線中の交流電流による電子の加速度 | 50 mm/s$^2$ |
| 高速地下鉄の加速度 | 1.3 m/s$^2$ |
| 月の重力加速度 | 1.6 m/s$^2$ |
| 現代の乾いたアスファルト上での, 法律でさだめられた最小の減速度 | 5.5 m/s$^2$ |
| 地球表面の重力加速度と場所によるちがい | 9.8 ± 0.3 m/s$^2$ |
| 標準重力加速度 | 9.806 65 m/s$^2$ |
| エンジン駆動の車輪を持つ車やバイクの最高加速度 | 15 m/s$^2$ |
| ロケット発射時の加速度 | 20から90 m/s$^2$ |
| チータの加速度 | 32 m/s$^2$ |
| 木星表面の重力加速度 | 25 m/s$^2$ |
| 空を飛ぶハエ (*Musca domestica*) | *c.* 100 m/s$^2$ |
| 石を投げた時の加速度 | *c.* 120 m/s$^2$ |
| 車のエアーバッグが開くときの加速度 | 360 m/s$^2$ |
| (昆虫アワフキムシ, *Philaenus spumarius*の)脚力による最高加速度 | 4 km/s$^2$ |
| 壁打ちテニス | 0.1 Mm/s$^2$ |
| ライフル銃弾の加速 | 2 Mm/s$^2$ |
| 最高速の遠心分離器 | 0.1 Gm/s$^2$ |
| 巨大加速器中の陽子の加速 | 90 Tm/s$^2$ |
| 原子核内の陽子の加速度 | $10^{31}$ m/s$^2$ |
| 自然界で原理的に可能な最高加速度 | $10^{52}$ m/s$^2$ |

車やバイクに乗っていると, 加速されるていると感じとれる. (これらの加速度は1$g$より小さく, 悪影響はない.) 私たちが加速されていると感じるのは, 私たちの体の一部が別の部分に対し動かされているからで, 加速により変形しているからである. 体の一部としては, 耳の中のある部分, 腹の中の胃, 体に対する手足などが考えられる. Table 14やFigure 50に示されような加速度センサはどんなものでもこのように動作する.

加速は体感できる. 例えば, アミューズメントパークに行き遊具にのると, 体が変形し, 体の中のセンサがそれを検出する. 強い加速度ほど効果は大きい. 例えば, 座っている人を頭の方向へ, 普通の重力加速度の2ないし3倍の加速度で加速すると, 目は動作を停止し視野が灰色になる. これは, 血液が目までと到達できないために起きる. 3から5$g$の連続加速度や7から9$g$の短時間加速で, 意識を失う. この場合は, 脳が十分な血液を受け取ることができないことや手や下肢から血液が流れだしてしまうことが原因している. 座っている人を足の方向に強く加速すると, 脳出血を引き起こす可能性がある. もっともリスクが高い

Ref. 65

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 14 加速度センサの例 sensors.

| 測定 | センサ | 範囲 |
|---|---|---|
| 植物内での重力の方向 (根, 幹, 枝, 葉) | 細胞内の平衡石 | 0から10 m/s$^2$ |
| 哺乳動物の加速の大きさと方向 | 三半規管, 内耳の卵形嚢や球形嚢の膜 | 0から20 m/s$^2$ |
| ハイカー用の歩数計内の加速度の大きさと方向 | 圧電センサ | 0から20 m/s$^2$ |
| 車の衝突時の加速度の方向と値 | 圧電セラミックを用いたエアバッグセンサ | 0から2000 m/s$^2$ |

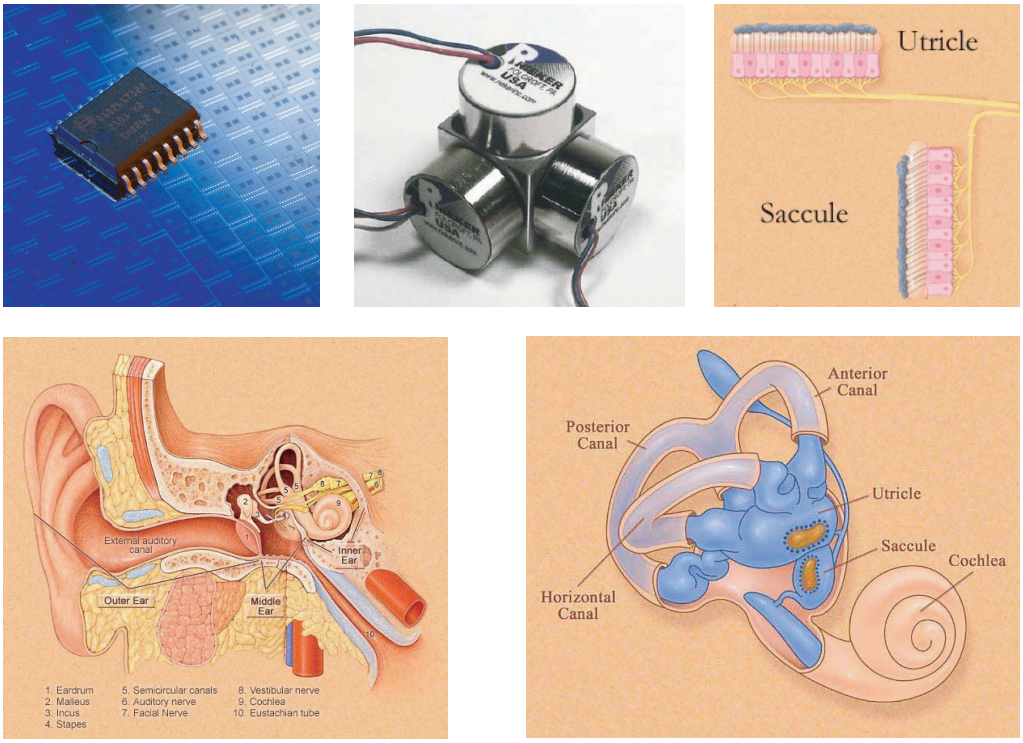



FIGURE 50 加速度計の例：一軸圧電エアバッグセンサ, 三軸容量加速度計, 人の耳の内部にある三半規管近くの卵形嚢や球形嚢(© Bosch, Rieker Electronics, Northwestern University).

人はジェットパイロットである. 彼らは体を空気で圧縮するような特殊なスーツを着用し, 体のよくない場所に血液が貯まるのを防いでいる.

Challenge 144 s 加速はされているが, それを感じないような状況を思いつけるか.

速度は位置の時間微分である. 加速度は位置の2階微分である. 加速度より高階な微分も同様に定義できるが, それらをもちいてまで自然を記述することはほとんどない. 後で簡単に示すが, これらの高階微分や, 時には加速度ですら, 系の運動を状態の記述は有用でないからである.

Challenge 145 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 物体と点粒子

> Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch sämtliche Möglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten.*
> ルードヴィッヒ・ヴィットゲンシュタイン (Ludwig Wittgenstein), *Tractatus*, 2.0123

運動の研究の目的の一つは, 状態と運動の両面で, 完全で精密な記述を見つけることである. 空間の概念の助けを借りると, 物体の記述を非常に精密にすることができる. 日常生活で目にする物体はすべて, 部分に分割できるという重要な性質があることを経験的に知っている. このことを表現するため, あらゆる物体は次の2つの性質を持っているという言い方がよくされる. 1つは, 物体を, 物質から構成され, ** 物質は貫通することができないという性質をもつものと定義されている. つまり, 2つの異なった物質は同じ位置を占めることができないことを意味する. もう一つは, 物体はある形態つまり形を持つ. 形は, 貫通不能な性質が空間分布に反映されたものと定義される.

Challenge 146 e

運動を正確に表現するには, 可能な限り単純な物体から始めるのがいい. 一般には, 物体は小さければ小さいほどよい. 非常に小さくてその部分を考慮する必要のない物体を粒子とよぶ. (現在, 粒子にたいする英語として'particle'が使われているが, 昔よく使われていた*corpuscle*はもう時代遅れである.) 従って, 粒子は小石を理想化したものである. 極端な場合として, 粒子の大きさが運動の大きさと比べてサイズが無視できるとすれば, その位置は3つの数字であらわせる *1*つの座標で完全に記述できる. このような粒子を点粒子とか点質量とか質点とよぶ. 式 (6)では, 石をこのような点粒子と仮定している.

点状の物体, つまり, 小さくて測定できないものは日常世界に存在するのだろうか. 答えはイエスでもありノーでもある. 最も顕著な例は恒星である. 現在の所, 大気のゆらぎのため測定できる極限の角サイズは2 μradまでである. 地球を回るハッブル望遠鏡のように宇宙空間まで出れば, 角度の制限は望遠鏡の直径で制限されるようになり, 10 nradのオーダーになる. 地球から見えるすべての恒星は実質的にこれより小さく, 最大級の望遠鏡で観測しても点状にしか見えない.

例外的に, 近くのサイズの大きな恒星, 主に赤色巨星は特殊な装置を用いてサイズを測定できる. *** 現在までにサイズが測定された星の例としては, Figure 51に示すオリオン座の肩の上の方の星ベテルギウス, くじら座のミラ, さそり座のアンタレス, おうし座のアルデバラン in Taurus, 大犬座シリウスがある. これらは地球からの距離が2000光年より近い星ばかりである. 大きさの比較をFigure 52に示す. もちろん, 太陽のように, 他の星もすべてきちんとした大

Ref. 67

* '私が物体を知っているなら, 実際の原子の中で起こる可能性のあることはすべて知っている.'
** 物質を表す英語'Matter'はラテン語の'materia'から派生したものだ. 'materia'はもともとは'木'を意味し, 'mother'を意味する'mater'から中間的なステップを介して派生した.
*** ウェブサイトhttp://stars.astro.illinois.edu/sow/sowlist.html には様々なタイプの星の入門的説明が掲載されている. ウェブサイトwww.astro.wisc.edu/~dolan/constellationsには星座についての詳しくて楽しい情報が掲載されている.
惑星についての概説は, Kenneth R. Lang & Charles A. Whitney,による美しい本*Vagabonds de l'espace – Exploration et découverte dans le système solaire*, Springer Verlag, 1993.を見てください. また, David Malin, *A View of the Universe*, Sky Publishing and Cambridge University Press, 1993.のも息をのむほどの美しい星の写真が掲載されています.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

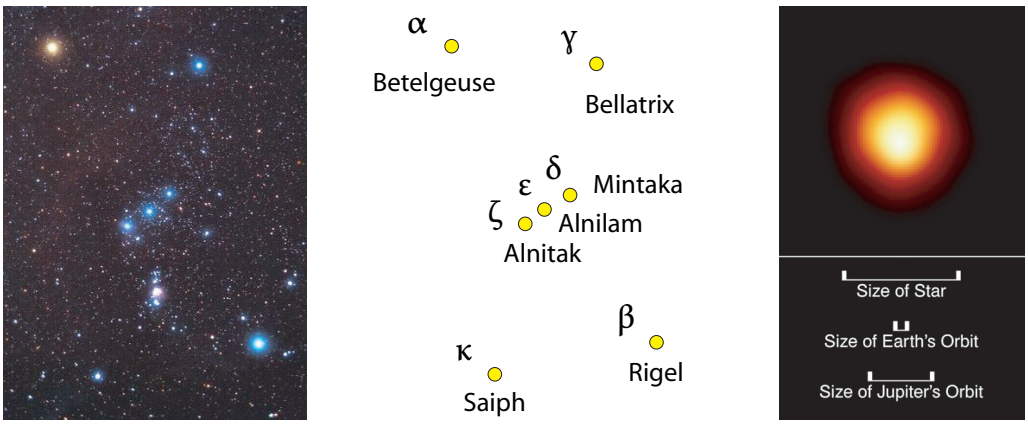



FIGURE 51 自然色のオリオン座(© Matthew Spinelli) and Betelgeuse (ESA, NASA).

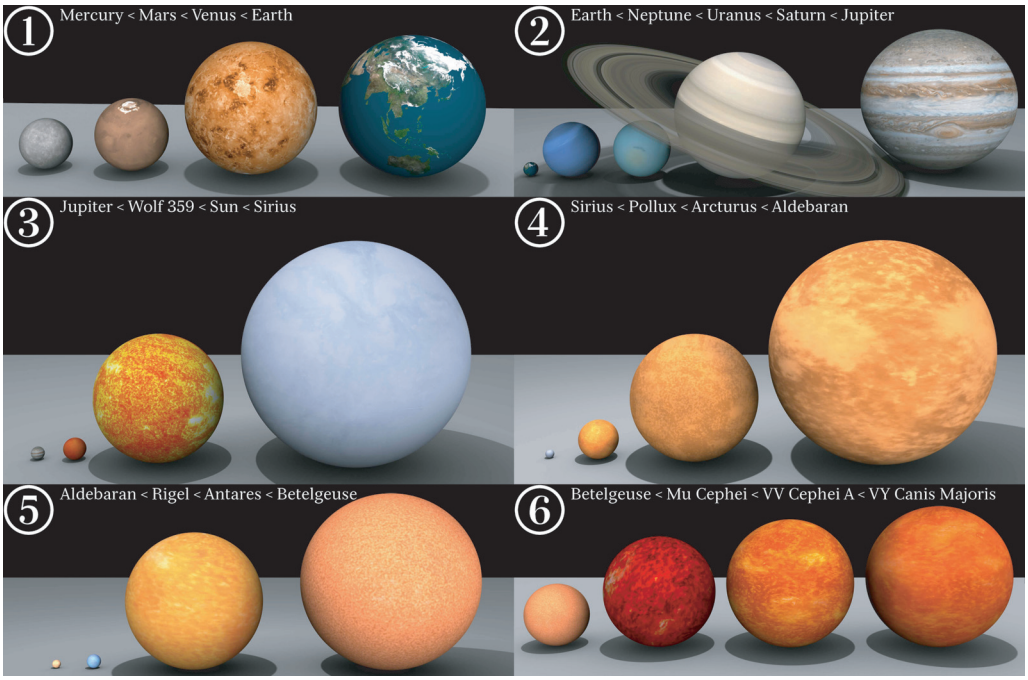



FIGURE 52 星のサイズの比較 (© Dave Jarvis).

きさを持っているが, 写真上でこれらの大きさを測定し確認することはできない. (本当ですか?)

Challenge 147 s

Challenge 148 e

点源と有限サイズの源の差は肉眼でも確認できる. 夜, 星はまたたくが, 惑星はまたたかない. (確かめてください) Figure 53にきれいな図を示す. これは空気の流れの乱れによる効果である. この乱れにより少量の光線は曲げられるため, 点状に近い星は影響を受ける. 一方, この空気の乱れは, 惑星や衛星などの大きな角サイズの源をまたたかせるほど強くはない.* この場合, 光は曲げられても平均化されてしまうからである.

* 衛星は, 月のように惑星の周りを回る物体である. 人工衛星とは, スプートニクのように人類により軌道上に置かれたシステムである.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

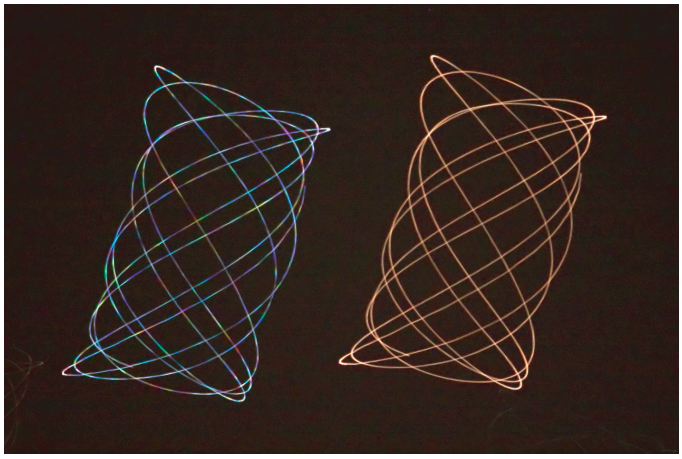


FIGURE 53 レグルスと火星. 2010年6月4日, ウォブリング動作をさせたカメラにより10秒露出で撮影. ちらつきを生じる点状の星とそうではない広がりを持つ惑星の違いがわかる. (© Jürgen Michelberger)

物体の角サイズが約$2' = 0.6\,\mathrm{mrad}$ より小さいと, それは裸眼で点状に見える. Challenge 149 s 点状のホコリ粒子のサイズはどのくらいか算出できるか? ところで, 物体が点状で, ルミノシティ (目に到達した物体からの光の量) が限界値より小さいと, その物体は裸眼では見えない. 月やスペースシャトルからみえるものがあるか Challenge 150 s どうか算出できるか?

日常における上記の'点状'の定義は明らかに誤っている. きちんとした実際の点状粒子は存在するのか. 実際, ある粒子のサイズがゼロであることを示すことはできるのだろうか. この疑問はこれからの散歩での中心課題になる. 同様に, 空間に点は存在するのかということも疑問を持ちチェックする必要がある これから探検してゆくと, この疑問に対してはすべて否定的な答えになるという Challenge 151 s 驚くべき結論にいたる. なぜか, わかるか? この問題の難しさがわかっても, がっかりする必要はない. これまで, 多くの優れた頭脳が同じ問題に直面してきたのだから.

しかし, 電子, クォーク, 光子など多くの粒子は, 実用上, 点と考えてよい. 点粒子の運動を表現できるようになると, 大きさを持つ物質が点粒子から構成されていると仮定すれば, それらが剛体であっても, 変形可能な物体であっても, その運動を記述できる. これは, 様々な部分の運動を結び付けることで, 全体としての動物の動きを表現するやりかたと同じである. 連続近似というもっとも簡単な記述法を用いると, 無限個の点粒子の集まりとして広がりのある物体を記述することになる. これにより, ミルクやハチミツの運動, 台風の中の空気や部屋の中の香水の運動を理解したり予測したりできる. このようなやり方で, 炎やその他のガス体, 風による竹のしなり, チューインガムの形の変化, 動植物 Ref. 68 の成長も記述できるようになる.

Vol. IV, page ?? 連続近似よりもっと正確な記述法は後に述べる. しかし, これまで見てきたことはすべて, 大きな物体の運動は, その構成部分の運動の結果であるとすることで, 精度を高めることができている. このやり方は, 私たちの登山の最初の5巻ではガイド役となるであろう. ただ, 最終巻で扱う基本スケール領域ではこの分解は不可能であることがわかるであろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

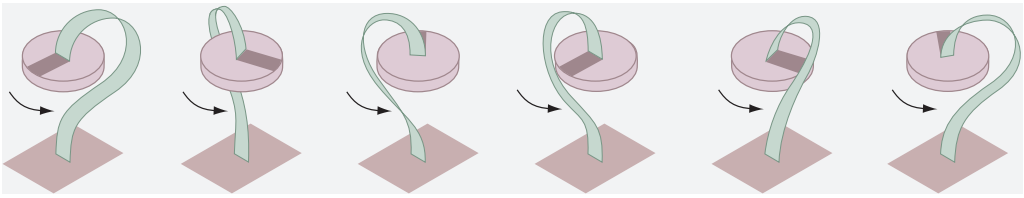


FIGURE 54 第2の物体の接続を絡めることなくどうやって物体を連続的に回転させるか?

## 脚と車輪

部品が物体の形を決定する. 形は物体の一つの重要な性質である. なにより, 数え方を教えてくれる. 特に, 生物は必ず一つの体で構成されている. これは無駄な議論ではない. これにより, 動物は大きな車輪や大きなプロペラは持つことができず, 脚やひれや羽を持っていることを説明できるからである. なぜか?

生物はたった一つの表面しかもっていない. 簡単に言えば, 皮膚は一つしかない. 数学的に言えば, 動物は連結されている. こんなことはあたりまえのこととして仮定されることがあり, そうでないと血液供給, 神経やリンパ系の接続系が回転部につながっていると絡まってしまうだろうとよく言われる. しかし, この説明は, Figure 54に示すように, そう単純ではない. 実際, 接続線を絡めることなく, ある物体を第2の物体に対し連続的に回転させることが可能である. あなたの体の中でこのような運動をする場所の例を見つけられるか? 回転を邪魔しないように図の回転体に取り付けられるケーブルの数は何本か?

Vol. V, page ??
Ref. 69
Challenge 152 s
Challenge 153 s

回転部を動物は持つことが出来るのに, Figure 54のやりかたを使って, 車輪やプロペラを作ることはできない. なぜかわかるか? 進化ではどうしようもなかった. 動物は, 軸の周りで (大きな) 回転する (大きな) 部品を持つことができなかった. このため, 自然界にはプロペラや車輪が存在しない. もちろん, この制限は生物全体が回転するような場合, 例えば, タンブルウィード, 様々の木の種子, ある昆虫, あるクモや, 回転運動する子供やダンサーのような例外もある.

Challenge 154 s
Ref. 70
Ref. 71

大きな個体, つまり, 大きな生物は自分の形を変形させ動くことができる. その変形は歩行, 走行, 跳躍, 回転, 滑空, クローリング, ひれの羽ばたき, 羽の羽ばたきがある. 脚を動かすのは体の変形としてよく見られるやりかたである.

Ref. 72
Ref. 73

自然界でよく見られる脚の使用例を, Figure 55とFigure 56に示す. 何種類の回転するクモの中でもっとも極端な例は*Cebrennus villosus*で, モロッコの砂漠に生息している.このクモは脚を使って回転を加速することも, 回転方向を変えることもでき, 人間には到底できない 30 % の坂を回転して上ることもできる. この回転運動のムービーはwww.bionik.tu-berlin.deで見ることができる.* 水上歩行の例をpage 155のFigure 116に示す. 翼の例は後に, 水中 での泳ぎを可能にする様々な変形として紹介する.

Vol. V, page ??
Vol. V, page ??

これに対し, 自転車, ペダルボートなど複数の物体から成るシステムはその部品の形を変形しなくても動くことができる. そのため, 車輪, プロペラ等の回転装置の軸を使用できる.**

* 回転するクモとしては*Carparachne*という種のクモも知られている. その運動はインターネットで見ることができる.

** 動物と呼ばれる自然界の運動構造体は, 体の部品を回転させることができないとか, 可能でも一部のみに限定されるという不便さはあるものの, 人工の機械をしのぐ性能を持っている. 例えば, 進化の過程で作られてきた飛行システムの小ささを, 人工のものと比べてみるといい. (例えば, pixelito.reference.beを参照のこと.) この違いが生じたのには2つの理由がある. 第一に, 自然の

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 55 生物に見る脚と‘車輪’：アカヤスデAphistogoniulus erythrocephalus (体長 15 cm), ガラス窓のヤモリ (体長 15 cm), アメーバAmoeba proteus (長さ 1 mm), ローリングシュリンプNannosquilla decemspinosa (体長 2 cm, 毎秒1.5回転で、最大2mの、緩やかな傾斜を回転しながら登ることができる), 回転するイモムシPleurotya ruralis (坂道を転がり落ちるだけで捕食者から逃げることができる), (© David Parks, Marcel Berendsen, Antonio Guillén Oterino, Robert Full, John Brackenbury / Science Photo Library ).

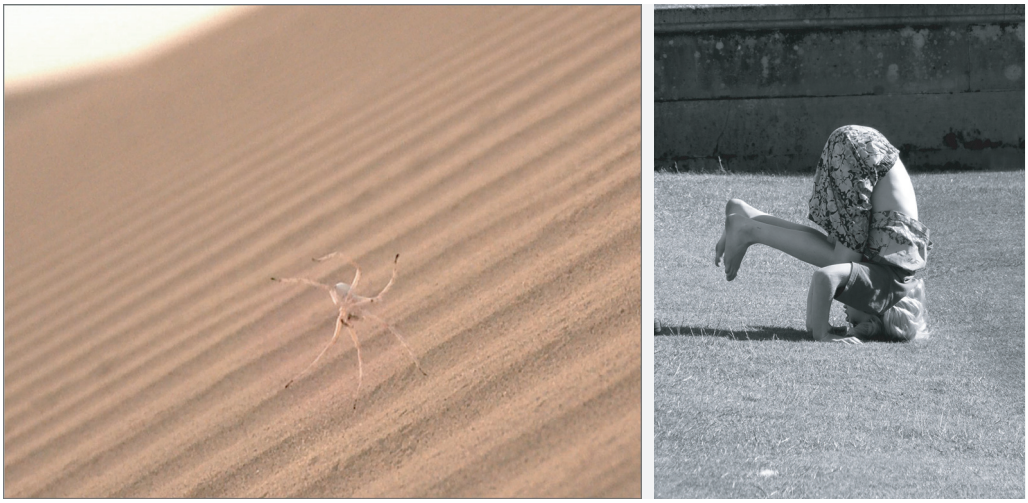


FIGURE 56 急な坂道も回転して上ることができるまれな生命形態: サバククモCebrennus villosusと人類 (© Ingo Rechenberg, Karva Javi).

システムは交換や保守を行うシステムが組み込まれている. 第二に, 自然は小さな穴しかない容器の内部に大きな構造体を作ることができる. 自然は, ガラスのビンの内部に船を作る時に人が行うことを非常に上手にやってのける. ヒトというのはその最たる例である. いくつか, 例をあげ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

つまり, (Figure 54のような'配線'をもたずに)連続的に回転する部品をもつ構造物を見たら, それは人工構造物, つまり, 生物ではなく (作られた)機械であるとすぐにわかる. しかし, しかし, 生物についての説明によくあることだが, これにも例外がある.

システム全体が数個の分子だけ構成されている場合には, 個体が1つなのか2つなのかの区別ははっきりしない. このことがもっともはっきり現れるのがバクテリアの内部である. ヒトの腸内で見つかる有名なバクテリアである*Escherichia coli*やサルモネラ属からのバクテリアのような有機体はすべて, 鞭毛を使って泳ぐ. 鞭毛は細い糸状のもので, 細胞膜から突き出た小さな髪の毛のようなものだ. 1970年代に, 各鞭毛は直径数10ナノメーターの1個または数個の長い分子から作られており, その軸の周りで回転していることが示された.

Vol. V, page ??

バクテリアは鞭毛を時計方向にも反時計方向にも回転させることができ, 回転速度は毎秒1000回転以上になることもある. また, 鞭毛をすべて同期させて回転することもできる. これらの回転輪は非常に小さく, 機械的な結合を必要としない. Figure 57にバクテリアで見つかったたくさんの運動形態を示す. これらのすばらしい構造の運動と形成の詳細は、ムービーFigure 58とFigure 59で見ることができる.

Ref. 74

Ref. 75

まとめると, 生物にも, 小さなものだが車輪というべきものが実際に存在している. これらの車輪の成長と運動は自然の驚異である. 生物において巨視的な回転運動は可能でも, 巨視的な車輪は不可能である.

## 動力学についての楽しみとチャレンジ

Challenge 156 s 今まで作られた最大の運動する輪は何か.

* *

Challenge 157 s ゴールキーパーはサッカーボールを約 30 m/s の速度で蹴る. どの位の距離とぶかを計算し, サッカーの試合での飛距離と比較せよ. その差はどこからくるか?

* *

Challenge 158 e .ある列車が2つの都市AとBの間を一定速度 10 m/s で移動し始めた.列車では1時間の旅である. 列車と同じ時刻に, 1羽の鳩がAからBに向けて速度 20 m/s で飛び立った. 列車より速いので, 鳩は列車より早く到着した. それから, 鳩はAに向かって引き返し, 列車と出会った時にまた方向を変えBに向かった. 鳩は列車がBに到着するまでこれを繰り返した. 鳩は全体でどのくらいの距離を飛んだか?

* *

Challenge 159 e テーブルの端近くの1枚の紙の上に鉛筆を (先端を上にして) 立ててください. 鉛筆を倒さないように紙を抜き出すにはどうしたらいいか.

* *

Challenge 160 e 飛行機が, 地点Aから地点Bに飛び, それからAに戻ってくる. この時, 風が吹いているか, いないかの状況の違いで, この往復飛行は速くなったり, おそくなったりするか?

---

Challenge 155 s られるか.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

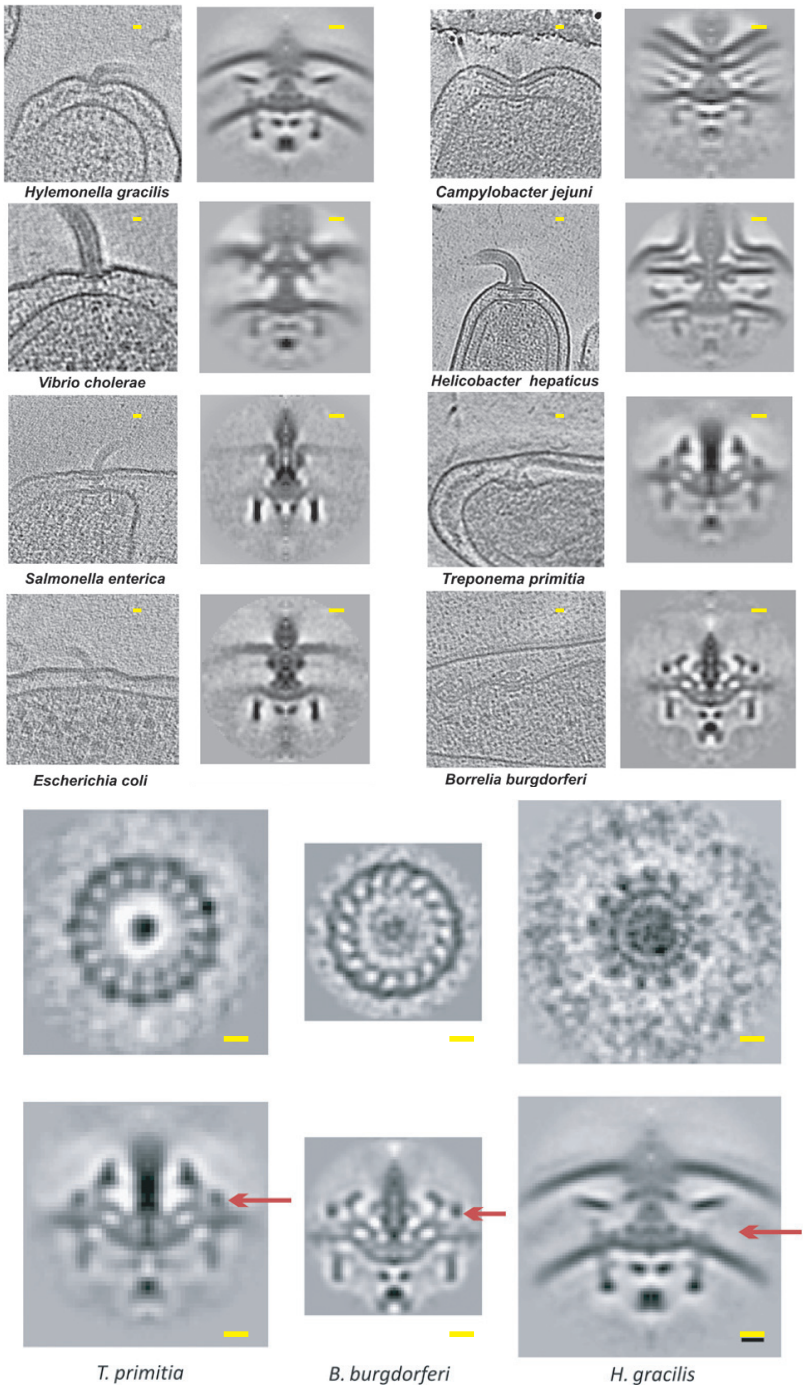



FIGURE 57 自然界に見られる鞭毛運動の例; この像は冷凍断層撮影で撮られており, 黄色のスケールバーは 10 nm である. (© S. Chen & al., EMBO Journal, Wiley & Sons)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

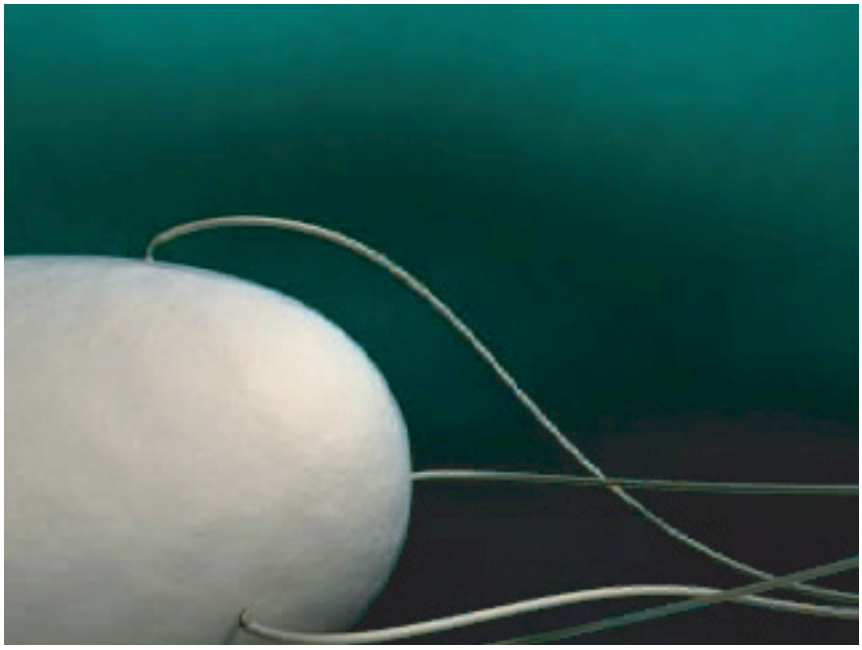


FIGURE 58 バクテリアの鞭毛の回転運動とその反転像 (QuickTime film © Osaka University).

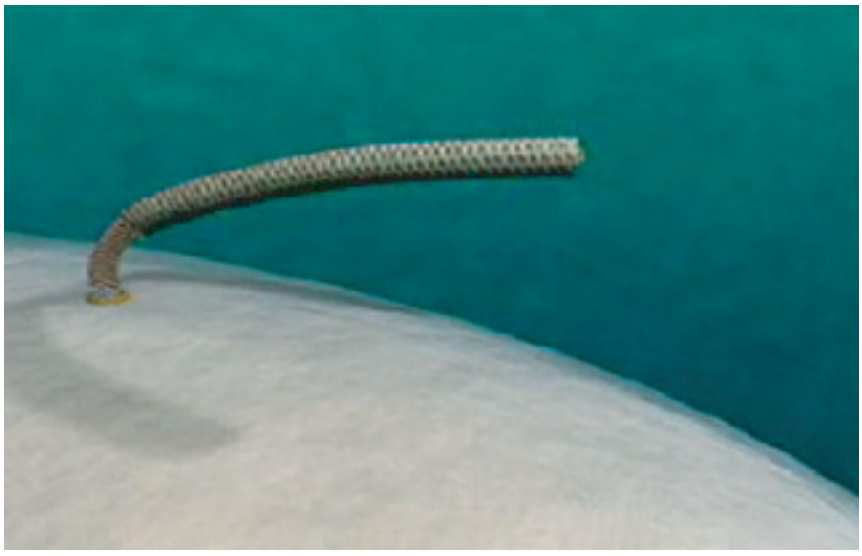


FIGURE 59 バクテリアの鞭毛の成長. 分子集合体がわかる. (QuickTime film © Osaka University).

* *

人が耐えられる加速度のレベルは, 加速度を受ける時間の長さにより変わる. 10分の1秒であれば, 飛行機の脱出シートの加速度30 $g$= 300 m/s$^2$で耐えられる. (ヒトが耐えることのできた加速度の最高記録は80 $g$ = 800 m/s$^2$と言われている.) しかし, 経験的には, 15 $g$ = 150 m/s$^2$以上の加速度は致命的であるといわれている.

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 60 2007年に見られた美しいマックノート彗星のような彗星は, 像か物体か. どのようにすれば説明できるか.(なぜ尾はまがっているのか.) (© Robert McNaught)

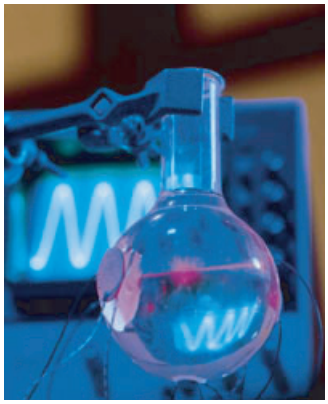


FIGURE 61 水中で超音波の焦点を結ばせる簡単な実験装置による音ルミネッセンス (© Detlef Lohse).

The highest *microscopic* accelerations are observed in particle collisions, where one gets values up to $10^{35}\,m/s^2$. 巨視的な加速度で最も大きい物は, 超新星が内部崩壊し星が爆発する時のものであろう. この時, 星は非常に明るくなり昼間の空でも目で見えることもある. 地球上での候補は, 液体中で泡が壊れる過程, いわゆるキャビテーションの内部で発生するものであろう. キャビテーションは光を発生することもよくある. この現象は1934年にフレンツェル (Frenzel) とシュルツ (Schultes) により発見され, 音ルミネッセンスとよばれている. (Figure 61参照) 水中下に置かれた約30 kHzの大音響スピーカーにより水中の気泡が膨らんだり収縮するときに主に発生し, 泡の運動の精密測定が可能になる. あるしきい値を超えると, 数μm程度の時間で泡の径は1500 m/sの速度で変化する. これは加速度にすると数$10^{11}\,m/s^2$になる.

Ref. 76

Ref. 77

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

脚は簡単に作ることができる. 自然はいままで750の足を持つヤスデ*Illacme plenipes*(英語名millipedeはラテン語の1000本の足を表す)を生み出した. この生き物の長さは3から4 cmで幅は約0.5 mmである. これはこれまでの最高記録であろう. ただ, その名前に反し, 1000本足のヤスデいない.

## 運動力学のまとめ

質点の日常的な運動は, $(x(t) \exists y(t) \exists z(t))$ のような3つの座標で単純, 精密, 完全に表現できる. 物体は径路に沿って動くと仮定できる. この記述は, 像の運動のような場合にはうまく表現できないことがある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 4

# 物体と像から保存量へ

森を歩いていると, 2 種類の異なった運動を目にする. そよ風が葉をゆらす, 同時に, 地面ではその影が動く. 影は像のもっとも単純な例である. 物体も像も動くことができ, 時間とともにその位置が変化する. 走る虎, 落下する雪片, 火山からの噴出物だけでなく, 私たちの体に伴う影, 霧の夜にくるくる回る灯台からの光線, 私たちから見かけ上同じ距離を保つ虹も運動の例である.

Ref. 78

物体と像は, 環境とは区別することができる. 物体と像は, 環境の中で, その大きさと形を定義できる境界を持っている. しかし, 動画を見た人は誰でも, 画像は現実の物体以上に驚くべき動きをすることを知っている. 像はサイズや形を変えることができ, 色を変えたり, 物体ではほとんどできないような離れ業もやってしまう.** 像は現れ, 跡を残さず消えたり, 大きくなったり, 浸透したり, 時間的にさかのぼったり, 重力やその他の力を無視できる. 像は, 普通の影を含め, 光より速く動ける. 像は空間に浮かんだり, 近づく物体から等距離に保つこともできる. 物体でこんなことができるものはないだろう. 一般に, 'アニメーション物理の法則' は自然の法則とは異なっている. 像の運動はどんな規則にも従わない. ここが物体の運動と違うところだ. この2つを区別する正確なクライテリアが必要な気がする.

Ref. 80

像と実物体を明確に見分けるには, 子供や動物が初めて鏡の前に立った時に使う方法と同じやり方が使える。子供は見ているものに触ろうとする. もし、触ることができれば, もっと詳しく言うと, それを動かすことができれば, それを物体とよび, できないと像とよぶ.*** 像には触れないが, 物体は触ることができる. 像の場合, 互いの像をぶつけることができないが, 物体ならできる. だれもが知っているように, 物体では何かに触るとその動きに対する抵抗を感じる. チョウのように, あまり抵抗を受けず簡単に動いているものもあれば, 船のように, 大きな抵抗を受け困難を伴って動くものもある. 運動に対する抵抗, もっと詳しく言えば, 運動を変えようとすることに対する抵抗を慣性という.

Vol. IV, page ??

** 秋の紅葉のような非常にゆっくりとした変化は別にして, 自然界でこれができるものとしてはあまり多くなく, ある種の結晶, タコやその他の節足動物, カメレオンやその他数種類の動物だけである. 人工物体としては, テレビ, コンピュータディスプレイ, 加熱物体, ある種のレーザーがこれができる. ほかの例を知っているか? 色の話題の優れた情報源としては K. Nassau,による本 *The Physics and Chemistry of Colour – the fifteen causes of colour*, J. Wiley & Sons, 1983.がある. ポピュラーサイエンス分野で, もっとも美しい本はフラマン人天文学者 Marcel G. J. Minnaert,による古い作品 *Light and Colour in the Outdoors*, Springer, 1993,がある. これは彼の素晴らしい叢書*De natuurkunde van 't vrije veld*, Thieme & Cie, 1937.の改訂版である.この本はすべての自然科学者が読むべき本である. インターネット上には, 単純だが優れたウェブサイト webexhibits.org/causesofcolourがある.

Challenge 161 s

Ref. 79

*** 物体は回転するかもしれないことを条件にいれることも考えられるが, この要求事項は, 第4巻のpage ??で説明するように, 原子の場合に問題が生じる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

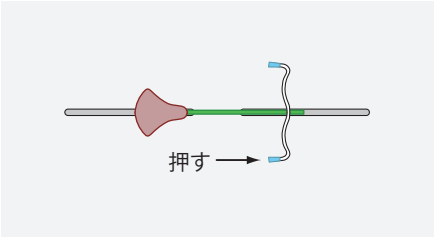



FIGURE 62 自転車はどちらの方向に曲がるか.

そして, 物体の動かしにくさをその物体の(慣性)質量という. 像には慣性も質量もない.

まとめると, 運動を記述するには, 触れるが透過性をもたない物体とそうでない像を区別しなければならない. 目に見えるものは物体か像のいずれかである. それ以外のものはない. (同意しますか?) 星や彗星のように, 物体が遠くにあって触ることができないとなると, それを像と扱うか, 物体と扱うか決めるのが難しくなる. このようなことはよく起きる. 例えば, Figure 60に, ガリレオが (誤って)主張した彗星の美しい例を示す. は物体であって像ではないとどうやれば示せるのだろうか?

Challenge 162 s

Challenge 163 s

物体は物質から成り, 像は輻射から成る. 像は影の劇場, 映画館, テレビ, コンピュータグラフィクス, 信念システム, 麻薬常習の範囲に入るものである. 写真, 映画, 幽霊, 天使, 夢, 多くの幻覚は像である. (脳の障害と関係していることもある.) 像を理解するには輻射 (および目と脳) を調べる必要がある. しかし, 先ずはより重要な物体をまず調べる. 何といっても, 私たちは物体である.

Ref. 81

## 運動と接触

> 運動は一種類しかないとデモクリトスは断言している.衝突の結果生じるものである.
> アエティウス (Aetius), *Opinions*.

Ref. 82

子供が一輪車に乗る時, 日常世界の一般的な法則を利用している. つまり, ある物体が別の物体に作用を及ぼすと, その物体は動く. 6時間もすれば, 誰でも一輪車の乗り方を覚え, 楽しめるようになる. おもちゃ, 動物, 女性, 機械, 子供, 男性, 海, 風, 映画, ジャグリング, 放浪, 愛など人生のすべての喜びでは, 何かが別の何かを押して, 作用を及ぼしている. 私たちの最初のチャレンジはこの運動の移動を精密に記述することである.

接触だけがものを動かすただ一つの方法ではない. このような例には, 木から落ちるリンゴや互いに引き合う磁石がある.非接触な影響のほうが, 背後に何もなくなんだか謎めいていておもしろそうである. 接触運動の方がわかりやすいので, 普通は, こちらからスタートする. しかし、たとえ接触運動からスタートしたとしても, 非接触の力を安易に避けて通ることはできない. これを選ぶと, 自転車に乗る人と同じ体験ができるだろう. (Figure 62参照) 速度を維持したまま, 自転車のハンドルの右側を押して左に曲がろうとすると, 右曲がってしまうだろう. ところで, バイクのライダーもよく知っているこのびっくりするような効果が起きるのは, ある速度以上においてのみである. どの位の速度でこれが起きるかわかるか? 気を付けよう. 強く押し過ぎると転倒する.

Challenge 164 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

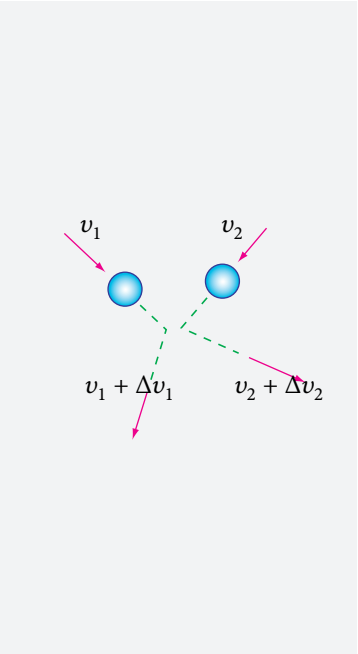



FIGURE 63 衝突が質量を定義する.

FIGURE 64 キログラム原器 (© BIPM).

同じことが私たちにも起きるだろう. 接触による運動を選んだとしても, 私たちのハイキングすぐに非接触相互作用を学ばざるをえなくなる.

## 質量とは何か

> Δός μοί (φησι) ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν.
> Da ubi consistam, et terram movebo.*
> Archimedes

例えば, 道に転がっているものを蹴るといったような未知の物に力を加える時, 私たちは知らず知らずのうちに, 子供が鏡の前に初めて立ったり, 初めて赤いレーザースポットを見たときと同じような注意を払っている. 未知の物を押したりつかんだりできるのだろうか, そして, それをどうしたら動かせるかに注意を払う. それを精密化した実験をFigure 63に示す. いろんな対について実験を繰り返すと,

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \tag{17}$$

の関係で決定される固定量$m_i$が各物体$i$に起因していることに気付く. ここで, $\Delta v$は衝突に伴い生じる速度の変化である. 物体が動きにくいほど, この数は大きくなる. この数$m_i$を物体$i$の質量とよぶ.

質量の数字がどんな人にも共通になるためには, ある決められた特定の物体で質量値をあらかじめ固定しておく必要がある. この特定の物体をFigure 64に

* '立てるだけの場所を与えてくれ. そうすれば, 地球を動かそう.' アルキメデス (Archimedes) (*c.* 283–212), ギリシャの科学者, 技術者. この言葉はアルキメデスによるものだと伝えているのは Ref. 83 パッポス (Pappus)である. 当時, 法律家が使っていた移動可能な性質と移動不可能な性質の違いは意味がないとわかっていた.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

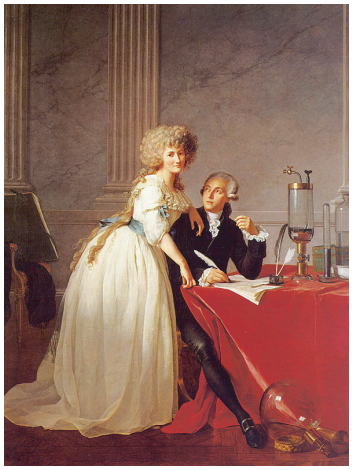


FIGURE 65 アントワーヌ・ラヴォアジエ (Antoine Lavoisier) (1743–1794) と妻.

示す. この物体はキログラム原器とよばれ, パリ近郊のセーヴルにあるガラス容器に注意深く保管されている. このキログラム原器は, ほこりや湿気,傷がその質量を変えることがないよう数年に一度しか触れられることはない. ところで, 標準原器を真空に保存するとガス放出による質量変化のおそれがあるため, 真空内での保存もされていない. 世界中のあらゆる物体の質量値はキログラム原器により決定されている.

質量は物を動かそうとした時の困難さをあらわす量でもある. 質量の大きなものは小さなものを動かすより大変である. また, 言うまでもないが, 物体だけが質量をもっている. 像にはない. (ところで, 質量'mass'という言葉は, ギリシア語のμαζα – パン – ), または, ヘブライ語の 'mazza' – 種無しパン – に端を発し, ラテン語を経て派生してきたものである.)

Ref. 66

普通の物体を用いた実験では, どんな衝突を起こさせても, 質量全体の総和は保存される:

$$\sum_i m_i = \text{const} \,. \tag{18}$$

質量保存の原理を初めて唱えたのはアントワーヌ＝ローラン・ド・ラヴォアジエ (Antoine-Laurent Lavoisier)である.* 質量保存は, 複合系の質量は構成要素の質量の和であることも意味する. つまり, ガリレイ質量は物質の質量を表すものである.

16世紀, ガリレオの友人であるサントーリオ・サントーリオ (Santorio Santorio) (サンクトリウス (Sanctorius)) (1561–1636)は, 数週間, 摂取する食料と飲料を, 排泄物とバランスさせるようにして生活した. 彼は質量保存をチェックしたかったのだ. 体重の時間変化はどのように測定したか.

Challenge 165 s

* アントワーヌ＝ローラン・ド・ラヴォアジエ (Antoine-Laurent Lavoisier) (1743–1794), フランスの天才化学者. ラヴォアジエは燃焼が酸素との反応であると理解した最初の人である. また, 彼は水の構成成分を発見し, 質量測定を導入した. 彼には, まゆつばだがおもしろい逸話が残されている. フランス革命の際, 彼は (不当に)ギロチンの刑に処せられることになった. 彼は首が切り落とされてから, できるだけ多くのまばたきをしようと試みた. 意識がなくなるまでにどの位の時間がかかるかを示そうとし, ラヴォアジエは11回のまばたきをしたというのだ. この話の真偽は定かでないが, 本当かもしれないと言われている. 実際, 首をはねられた時, 痛みやショックがないなら, 30秒くらい意識があるかもしれない.

Ref. 84

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 66 クリスティアーン・ホイヘンス (Christiaan Huygens) (1629–1695).

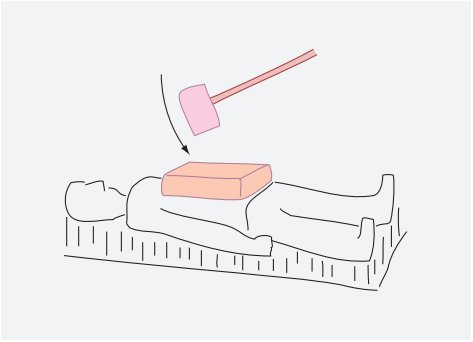


FIGURE 67 これは危険か.

## 運動量と質量

質量は別の方法でも定義できる. 外部からの影響がない状態で物体を衝突させた時, 各物体 $i$ に対し, 次の和が変化しないように数 $m_i$ を決める:

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = \text{const} \,. \tag{19}$$

速度 $\boldsymbol{v}_i$ と質量 $m_i$ の積を, その物体の運動量とよぶ. 系全体での運動量の和, すなわち, 全運動量は衝突の前後で変わらない. すなわち, 運動量は保存量である.

▷ 運動量保存は質量を定義する.

初めて, このような形で 2 つの保存原理 (18) と (19) を規定したのは有名な物理学者 クリスティアーン・ホイヘンス (Christiaan Huygens) である.* 物体の普通の運動では運動量と質量は保存する. 像の運動ではこのいずれの量も定義できない. 典型的な運動量の値を Table 15 に示す.

運動する球体が同じ質量の静止球に衝突し, エネルギーを失わなければ, 衝突後の2つの球の方向がつくる角度についての簡単な規則が成り立つ. この規

* クリスティアーン・ホイヘンス (Christiaan Huygens) (b. 1629 スフラーフェンハーヘ, d. 1695 Hofwyck) は当時の主要な物理学者, 数学者の一人. ホイヘンスは力学の概念を明確化し, 光が波であることを示した最初の一人である. また, 有名な確率論, 時計のメカニズム, 光学や天文学の本を書いた. とりわけ, オリオン星雲が星の集まりであることを示し, 土星の惑星タイタンを発見し, 土星の輪が岩からできていることを示した. (土星本体の密度は水の密度より小さいということと大きくことなっている.)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 15 測定された運動量値の例.

| 観測 | 運動量 |
|---|---|
| Images | 0 |
| 緑の光子の運動量 | $1.2 \cdot 10^{-27}$ Ns |
| 空気中の酸素分子の平均運動量 | $10^{-26}$ Ns |
| X線光子の運動量 | $10^{-23}$ Ns |
| γ線光子の運動量 | $10^{-17}$ Ns |
| 加速器中の粒子が持つ最も大きな運動量 | 1 fNs |
| 単一の素粒子が持つ最も大きな運動量 – プランク運動量 | 6.5 Ns |
| 速度の大きなビリヤードの玉 | 3 Ns |
| 飛んでいるライフルの弾丸 | 10 Ns |
| パンチ | 15 to 50 Ns |
| 気持ちよく歩いている人 | 80 Ns |
| ライオンの足の一撃 | kNs |
| クジラのしっぽのキック | kNs |
| ハイウェイの車 | 40 kNs |
| 直径2 kmの隕石の衝突 | 100 TNs |
| 銀河の衝突における銀河の運動量 | 最大$10^{46}$ Ns |

則とはどんなものかわかるか. この規則はビリヤードをする際, 役に立つ. これについては, 特殊相対論の章で証明なしで述べる.

Challenge 166 s

Figure 67 に運動量保存の別の例を示す. ある男が腹の上にコンクリートブロックを乗せ釘のベッドに寝ている. 別の男が重いハンマーでコンクリートをたたく. 衝撃は大部分コンクリートに吸収されるので, コンクリートを外さない限り, 痛みはない. なぜか?

Challenge 167 s

物理学者であり哲学者であるエルンスト・マッハ (Ernst Mach)* は,上の質量の定義を, 2つの物体が接触せずに相互作用する場合においても, 相互作用がそれらを結ぶ線に沿って及ぼす限り, 成り立つよう一般化した. 2つの物体の質量比は加速度の逆比のマイナスで定義される;

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{a_1}{a_2} \,, \tag{20}$$

ここで, $a$ は相互作用をしている間の各物体の加速度である. この定義は物理学会で研究されており, 特に, 19世紀は盛んであった. その重要な点をまとめておく:

– 質量の定義は全運動量 $\sum mv$ の保存を意味する. 運動量保存は単独の原理ではない. 運動量の保存を実験的にチェックすることはできない. これはそ

* エルンスト・マッハ (Ernst Mach) (1838 フルリツェ–1916 ファーターシュテッテン), オーストリアの物理学者, 哲学者. 空気中の音速 (約 0.3 km/s) に対する比率で表した飛行機のマッハという速度の単位は彼の名前からとられた. 彼はいわゆるマッハ–ツェンダー干渉計を開発し, 力学の基礎も研究した. 質量と慣性についての考察し, 一般相対論の進歩に影響を与えたマッハの原理に到達した. これについては後述する. 彼は, 原子の存在およびそのすべての証拠を否定した最後の科学者であることを冗談っぽく誇りにしていた.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

もそもこの原理が成り立つように質量を定義しているからである.

— 質量の定義は積 $m_1 a_1$ と積 $-m_2 a_2$ が等しいことを意味している. このような積を力とよぶ. 作用力と反作用力が等しいことは単独の原理ではない. この原理が成り立つように質量が定義されているのだ.

— 質量の定義は, 接触があるかないか, 加速が電気力によるものか重力によるものか他の相互作用によるものかには無関係である.* 相互作用は質量の定義に関係しないので, 電気力, 核力, 重力の相互作用を利用して定義された質量の値は, 運動量保存が成り立つ限り, どの相互作用でも同じである. 歴史的な行きがかり上, 残念なことに,電気相互作用や核相互作用で測定された質量値は '慣性' 質量とよばれ, 重力を用いて測定された質量は '重力' 質量とよばている. だんだんわかってくるが, この人為的な区別には意味がない. このことは関係するすべての物体から遠く離れた観測点を考えると特にはっきりする.

— 質量を定義するには静止観測者または慣性観測者が必要である.

私たちは周りの質量を測定してみることで, 科学や実験技術を研究できる. その装置の概要をTable 18とFigure 68に示す. また測定結果をTable 16に示す. また, これにより質量の重要な性質がわかる. 質量は日常生活では, 二つの物体を合わせた時の質量は二つの別々のの質量の和になる. つまり質量は加算的である. さらに質量は連続的である. いいかえると、質量は正値であればどんな値でもとれる. 最後に, 質量は保存される. すべての構成物質の質量和で定義される系の質量は, 系が世界のその他の部分から孤立していれば, 系の質量は時間的に変化しない. 質量は、衝突のみならず, 溶融, 蒸発, 消化などあらゆる過程においても保存される.

Table 17 にまとめた質量についての性質は, 近似にすぎないことが後になってわかるだろう. 精密な実験によれば, どれも正しくない.** 当面は, 質量についてのこのガリレイ的概念をまだ放棄しないほうがいいので, このまますすめる.

運動量保存を通して質量を定義すると, 物体が落下する時には, 地球はほんの少しだけ上方に加速される. この小さな量を測定できたとしたら, 地球の質量を決定できる. 残念ながら, この量を測定できない. 地球の質量を決定するためのもっと良い方法はないか?

Challenge 169 s

Table 17 にまとめてある物体の質量は, 厳密に言えば, 正の実数値で表され, $m$ や$M$と表記する. これは物質がお互い貫通することがない結果である. 実際, 物体が作用した力と逆方向に動いたり, 逆方向に加速するなら, それは負の (慣性) 質量を意味する. このような物体は, それを閉じ込めようとする箱を突き破り, その中に閉じ込めておくことはできないだろう. 非常に奇妙なことだが, 負の質量物体は大きな正の質量の場の中を (同じ正の質量よりゆっくりではあるが) 下向きに落ちてゆくだろう. これを説明できるか? しかし, 関与する加速度を比較することで, 小さな正の質量物体は大きな負の質量物体から離れて浮かぶとと考えられる. 同じ値の正と負の質量をもつ物体は一定間隔を保ち, 2つ

Challenge 170 e

Page 111

* 先に述べたように, 中心力のみが, 質量を定義する関係 (20) に従う. 正確な定義は後に述べる. しかし, すべての基本的な力は中心力なので, この定義にすることは問題ない. 有名な力で一つ例外がある. 磁気力である. この場合でも, 質量の定義は成り立つか.

Challenge 168 s

** 特に, 質量を定義するには, 物体を識別する必要がある. これは当然の要求事項に思えるが, 自然界では必ずしもこれが成立しているとは限らないとわかるだろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 16 測定された質量値の例.

| 観測対象 | 質量 |
|---|---|
| もっとも軽いと考えられている物体: ニュートリノ | *c.* $2 \cdot 10^{-36}$ kg |
| 一個の緑の光子の吸収により増加する質量 | $4.1 \cdot 10^{-36}$ kg |
| わかっている最も軽い荷電粒子: 電子 | $9.109\,381\,88(72) \cdot 10^{-31}$ kg |
| アルゴン原子 | 39.962 383 123(3) u = 66.359 1(1) yg |
| これまで重量測定された最も軽い物体 (金粒子) | 0.39 ag |
| ヒトの始め (受精卵) | $10^{-8}$ g |
| 1キログラムの重さの金属に吸収される水 | $10^{-5}$ g |
| プランク質量 | $2.2 \cdot 10^{-5}$ g |
| 指紋 | $10^{-4}$ g |
| 典型的なアリ | $10^{-4}$ g |
| 水滴 | 1 mg |
| ミツバチ, *Apis mellifera* | 0.1 g |
| ユーロ貨幣 | 7.5 g |
| シロナガスクジラ, *Balaenoptera musculus* | 180 Mg |
| もっとも重い生物, 例えばキノコの一種*Armillaria ostoyae*や巨大セコイア*Sequoiadendron giganteum* | $10^6$ kg |
| これまでで最も重い列車 | $99.7 \cdot 10^6$ kg |
| 最大の海洋船 | $400 \cdot 10^6$ kg |
| ヒトにより動かされる最大の物体 (トロールガス田) | $687.5 \cdot 10^6$ kg |
| 南極の大きな氷山 | $10^{15}$ kg |
| 地球上の水 | $10^{21}$ kg |
| 地球の質量 | $5.98 \cdot 10^{24}$ kg |
| 太陽の質量 | $2.0 \cdot 10^{30}$ kg |
| 銀河系の可視物体の質量 | $3 \cdot 10^{41}$ kg |
| 銀河系の推定全質量 | $2 \cdot 10^{42}$ kg |
| おとめ座超銀河系 | $2 \cdot 10^{46}$ kg |
| 宇宙の可視物体の全質量 | $10^{54}$ kg |

Challenge 171 e

の質量をつなぐ線方向に勝手に加速するだろう. もちろん, これらのどのケースでもエネルギーと運動量は保存される.* 負の質量をもつ物体を観測されたことはない. 後に述べる反物質も正の質量をもっている.

Vol. IV, page 33

* もっと楽しみたい人は, R. H. Price, *Negative mass can be positively amusing*, American Journal of Physics 61, pp. 216–217, 1993.を見てください. 箱の中の負の質量が箱の壁を横切り加速する際に, 正の質量で作られている箱を加熱する. つまり, その際にエネルギーを失う. それらは第2種の永久機関, つまり, つまり, 熱力学第2法則を回避することのできる装置を組み立てることが可能になる. さらには, このような系では, エネルギーを永遠に失い続けることができるだろうから熱平衡状態がない. 負の質量は, 考えれば考えるほど観測結果に反する奇妙な性質が出てくる. ところで,

Page 103
Challenge 172 e

Challenge 173 s

タキオンの可能な質量範囲はどのくらいだろうか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 17 ガリレイ質量の性質.

| 質量は | 物理的性質 | 数学的言い方 | 定義 |
|---|---|---|---|
| 区別することができる | 弁別可能 | 集合の要素 | Vol. III, page ?? |
| 並べることができる | 順番 | 順序 | Vol. IV, page ?? |
| 比較できる | 測定可能 | 計量 | Vol. V, page ?? |
| 徐々に変化する | 連続性 | 完全性 | Vol. V, page ?? |
| 加えることができる | 物質量 | 加算性 | Page 77 |
| 値に制限がない | 無限 | 非有界, 開 | Vol. III, page ?? |
| 変化しない | 保存 | 不変性 | $m = \text{const}$ |
| なくならない | 貫通できない | 正値 | $m \geqslant 0$ |

TABLE 18 質量センサ.

| 測定 | センサ | 範囲 |
|---|---|---|
| 精密な尺度 | 平衡, 振り子, ばね | 1 pg to $10^3$ kg |
| 粒子衝突 | 速度 | 1 mg 以下 |
| 接触感覚 | 感圧セル | 1 mg から500 kg |
| 物体から反射される光のドップラー効果 | 干渉計 | 1 mg から100 g |
| 宇宙飛行士の体重測定装置 | バネの周波数 | around 70 kg |
| トラックの重量計 | 流体平衡 | $10^3$ から$60 \cdot 10^3$ kg |
| 船の重さ | 水体積の測定 | 最大$500 \cdot 10^6$ kg |

## 運動は永久か – 運動量の保存

> 何もしようとしなければ, みんな静止状態を続けるか, 直線状の一様運動を続ける.
> アーサー・エディントン (Arthur Eddington)*

質量と速度の積 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ を粒子の運動量とよぶ. これは衝突の際, 運動の維持しやすさを表している. 物体の運動量が大きければ大きいほど, 物体は止まりにくい. 速度のように, 運動量は方向と大きさを持っている. すなわち, 運動量はベクトルである. 英語では 'momentum' というが, 日本語やフランス語では, '運動の量'を意味するもっと適切な用語を使っている. 昔, 例えば, ニュートンは 'momentum' の代わりに 'motion' という言葉を使っていた. 関係 (19) で表せる運動量保存は, 相互作用の際の運動の保存をあらわしている.

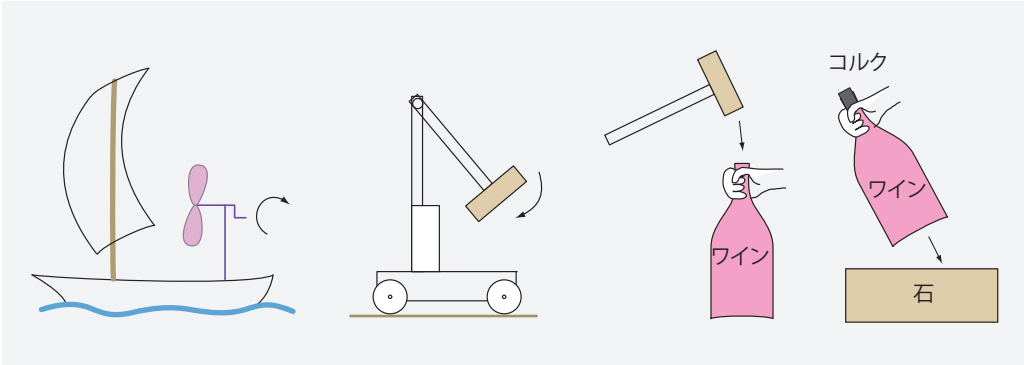
運動量は広域的な量である. その意味するところは, 水が流れ, 容器にたまるように, 運動量も一つの物体から別の物体への運動量が移ってゆき, 物体に蓄積できる. 運動物体の記述を行う際, 運動量は, 衝突の際, 物体間で交換されるものと考えておくとよい. Ref. 85

運動量は保存される. ただし, これは, 氷の上や, 磨かれたり, 油で覆われた大理石のような完全に摩擦のない時のみ限って体験できる. 自分の背中を軽

* アーサー・エディントン (Arthur Eddington)(1882–1944), 英国の天体物理学者.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 68 質量測定装置: 1890年にDmitriy Ivanovich Mendeleyevにより使用された真空てんびん, 現在の実験室用てんびん, 宇宙での宇宙飛行士の質量測定用装置, トラックの重量計 (© Thinktank Trust, Mettler-Toledo, NASA Anonymous).




Challenge 174 s FIGURE 69 この4つの状態で何が起きるか.

く押して前に進むことはできないだろう. (このような大理石上でネコを押してみたことがあるか. 四本足で立っていられないだろう. ヒトも同じである. なぜかわかるか?) 運動量保存が Figure 69 の問題の答えを与えてくれる.

Challenge 175 s

Challenge 176 s

質量と運動量保存は, 自然界でテレポーテーションが不可能なことも意味している. これを素人に説明できるか?

運動量保存は, 運動量を透明な流体のように考えてもよいことを意味している. ある相互作用を通して, 透明な流体がある物体から別の物体に移る. このような移動において, 流体の和は常に同じである.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

運動量の保存は，運動は停止しないことを意味している．運動が交換されるだけである．一方で，地面に落下した石やガラス上で転がり終えたボールのように，私たちの周りではよく運動が‘消滅’する．さらに，日常生活では，たとえば，手を広げるたびに運動の生成されたことを観測する．これらの例は運動量の保存とどう関係しているのだろうか．

この答は，これらの系の微視的性質の中にある．筋肉はある種の運動，つまり，ある化合物*内の電子の運動を指の運動に変換するだけである．筋肉の動きは，燃料内の電子の運動を車輪の運動に変換する車のエンジンの動きと似ている．二つとも燃料が必要でその過程で熱を発生する．

ガラス上を転がるボールが停止するまでの微視的な動きも調べてみないといけない．運動の消滅を摩擦とよぶ．この状態を調べると，このプロセス中にガラスとボールが少しだけ暖められているのがわかる．摩擦が生じると，目に見える運動が熱に変わっている．自転車の場合のこの顕著な効果をFigure ??に示す．後に，物質の構造について学ぶとき，熱は物質内の微視的構成物質の無秩序運動であることがわかるだろう．これらの構成物質がすべて同じ方向に動いたら，それはその物体全体が動くことになる．構成物質がランダムに振動すると，物体は止まったままだが，暖かくなる．熱は運動形態の一つである．摩擦があると運動が消滅したようにみえるだけなのだ．実際，秩序運動が無秩序運動へ変換されている．

Page ??

Page ??

運動量は保存するのに，巨視的な永久運動は存在しない．これは摩擦を完全に除去できないためである．** 運動は微視的スケールにおいてのみ永久である．つまり，日常生活において運動が消滅したり勝手に生じるのは，私たちの感覚に限りがあることにより生じる幻影である．例えば，どんな生物も，誕生前からその生物の持つ運動は存在しているし，死後もその運動は続く．エネルギーについても同様のことが起きる．観測により集められた証拠に基づいた永遠の生命へのアプローチとしてはこの結果がもっとも近いものであろう．おそらく，ライプニッツや多くの人がエネルギーのことを*vis viva*，つまり‘活力’とよんだのは単なる偶然では決してないだろう．

運動は保存されるので，運動には源はない．従って，私たちの山歩きにおける基本的な疑問，つまり，なぜ運動は存在するのか? また，運動の源は何か?という疑問の答えは得られない．私たちの冒険の目的地はまだ遠い．

---

Ref. 86

* 動物の大部分の運動過程の燃料といえるアデノシン三リン酸(ATP).

** 永久運動機械を作るために行われたことの例が Stanislav Michel, *Perpetuum mobile*, VDI Verlag, 1976.に書かれている．永久運動の考えは，1200年頃，インドからイスラム世界を経てヨーロッパにもたらされ，地球上のすべての運動は時間とともに消えてゆくというそれまでの見方に対立する物とし，人気が出てきた．web.archive.org/web/20040812085618/http://www.geocities.com/mercutio78_99/pmm.htmlと the www.lhup.edu/~dsimanek/museum/unwork.htmも参照してください．変人が陥ったり，詐欺師が利用する誤った考え方はいつも似通っている; 摩擦に打ち勝てると考える．(実際，これが適用できるのは第二種の永久機関のみである．さらに観測結果に反するのは第一種の永久機関で,無からエネルギーを作りだそうとさえする．)

もし，摩擦のほとんど無い機関をうまく作り出せたとしたら，運動の素としてのエネルギーを環境の現象から巧妙に取り込めなくてもよい．例えば，ロンドンのビクトリア・アルバート博物館で，気圧変化を動力源とした美しい時計を見ることができる．

Ref. 87

摩擦が小さいと，運動が停止するまでに長く時間がかかる．すぐに思い付くのが惑星の運動である．実際のところ，地球と太陽の間には摩擦が存在している．(そのメカニズムについて考えられるか.) しかし，その値は非常に小さく，数十億年にわたり地球は太陽の周りを回り続けており，これからもそれは続くであろう．

Challenge 177 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## さらなる保存 – エネルギー

衝突を詳しく調べてゆくと, 第2の保存量が現れてくる. 実験によると, 理想的な摩擦のない衝突, つまり, 弾性衝突の場合, 系の運動エネルギー $T$ とよばれる量も保存する:

$$T = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i \boldsymbol{v}_i^2 = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i v_i^2 = \text{const} \,. \tag{21}$$

運動エネルギーとは, ある物体が衝突した時, 衝突に関連する物体に変化を生じさせる能力である. 運動エネルギーは物体の質量と速度 $v$の2乗に比例する. '運動エネルギー (kinetic energy)' という言葉を最初に使ったのはガスパール - ギュスターヴ・コリオリ (Gustave-Gaspard Coriolis)である.* エネルギー値の測定例を Table 19 に示す.

▷ (物理) エネルギーは運動を生成する能力を表す.

ある物体が他の多くの物体を動かせる能力を持っている時, その物体はたくさんのエネルギーを持っている. エネルギーは, 運動量と違い, 数字だけで表され方向を持っていない. 同じ質量をもつ2個の物体が同じ速さで反対方向に動いている時の全運動量はゼロであるが, 全エネルギーはゼロではなく, 速度とともに大きくなる. このように, エネルギーは運動量とは違った方法で運動を表している. エネルギーはもっと大きな広い意味合いでの運動を表している. 同じことを, 別の言い方で定義すれば,

▷ エネルギーは仕事を行う能力である.

ここで, 物理でいう仕事とは, 日常生活での仕事が意味することをもっと正確にしたものである. 普通, (物理の) 仕事とは力と力方向の距離の積である. 言い換えると, 仕事は力と距離のスカラー積である.

他にもエネルギーを定義する方法があるが, その意味は後にもっと明確にする:

▷ エネルギーは熱に変換できるものである.

エネルギー (Energy) は古代ギリシア語から取られたもので, 特徴を表現するのに使われ, '知的活力や道徳活力' を意味していた. そして, 文字通りの意味が '内部の力' であったことから, 1807年, トーマス・ヤング (Thomas Young) (1773–1829)により, 物理学で使用されるようになった. (文字 $E$, $W$, $A$ などはエネルギーを表記するのに使われる.)

エネルギーも運動量も系の変化の仕方を表す. 運動量は, 距離当たり, 系がどう変化するかを表している. つまり, 運動量は作用 (または変化) を距離で割ったものである. 運動量はあちらこちらでの運動を比較するのに必要である.

* ガスパール - ギュスターヴ・コリオリ (Gustave-Gaspard Coriolis) (b. 1792 パリ, d. 1843 パリ) は技術者, 数学者であった. 彼は '仕事' と '運動エネルギー' の近代的概念を導入し, ラプラスにより発見されたコリオリ効果を調べた. コリオリは, 関係式 $\mathrm{d}T/\mathrm{d}v = p$ が成り立つように運動エネルギー $T$ に1/2という因子4を導入した. (なぜか?)

Page 129
Challenge 178 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 70 Robert Mayer (1814–1878).

エネルギーは, 時間に対し, 系がどう変化するかを表している. つまり, エネルギーは作用 (または変化) を時間で割ったものである. エネルギーは今とこれからの運動を比較するのに必要である.

運動量とエネルギーの違いがすんなりと理解できなくても当然です. 物理学者もそれをはっきりさせるのに約 1 世紀も費やしたのですから! だから, それに慣れるのに少し時間がかかっても構いません. 実際, 数十年にわたり, 英国の物理学者は二つの考え方に対し同じ用語を用いようとしてきた. これは, 真面目な話, 神の存在がエネルギーが運動量と同じであることを意味しているとニュートンが主張していたことによる. 一方, ライプニッツは, エネルギーは速度の 2 乗で大きくなることをわかっていて, ニュートンの主張は誤りであることを証明した. 1722年, ウィレム・ヤコブ・ス・グラーフェサンデはこれを実
Ref. 88 験的にも示した. 彼は異なった質量の金属球を異なった高さから泥に落とした. その痕跡のサイズを比較し, ニュートンの物理的説明と神学的説明には誤りがあることを確認した.

エネルギーと運動量の違いを調べるために次のチャレンジを考えてみてください. 速度 $v$ で走っている質量 $m$ の人を止めるのと, 速度 $2v$ で走っている質量 $m/2$ の人を止めるのと, 速度 $\sqrt{2}v$ で走っている質量 $m/2$ の人を止める
Challenge 179 e のではどれがより困難か? ラグビーをやっているあなたの友人に確認してみたらどうですか.

別の例として陸上競技の選手の場合を示す. 実際 の幅跳びの世界記録はほとんど 10 m で, 20世紀初頭, 両手におもりを持って走り, 飛び出した瞬間にそのおもりを後ろに投げ捨てたときに記録されたものである. この快挙について
Challenge 180 s 説明できるか?

100 m/s で走っていた車が, 駐車していた同種の車に頭から突っ込んだ. どちらの車の方がひどく損傷したか? 駐車していた車がブレーキを作動させていたら何が変わるか?
Challenge 181 s

エネルギーについてより正しい感覚を持ってもらうため, ここで別のアプローチを行う. 2000 年に, ヒトが消費したエネルギー(太陽, 地熱, バイオマス, 核, 水力, ガス, 石油, 石炭, 動物起源)は, 約60億人の世界人口に対し, 約420 EJであった.* このエネルギー消費を一人あたりに換算すると約2.2 kWになる. ワット W は仕事率の単位で, 1 W = 1 J/s で定義され, 単位時間当たりに使用されるエネルギーとして(物理的) 仕事率を表している. (正しい言葉の使用では, 仕事率は, ある定義された閉じた平面を通過する単位時間当たりのエネルギー流である.) ある働いている人が作り出すことのできる力学的仕事は約100 Wなので, 人間が消費している平均のエネルギーは約22日人の労働量に

Page 300 * 略号Eの意味はAppendix B.を参照のこと.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 19 エネルギー値の測定例.

| 観測現象 | エネルギー |
|---|---|
| 空気中の酸素の平均運動エネルギー | 6 zJ |
| 緑色の光子のエネルギー | 0.37 aJ |
| X線光子のエネルギー | 1 fJ |
| γ photon energy | 1 pJ |
| 加速器で生成される素粒子の最大エネルギー | 0.1 µJ |
| 飛んでいる蚊の運動エネルギー | 0.2 µJ |
| 軽快に歩く人 | 20 J |
| 飛んでいる矢 | 50 J |
| ボクシングの右フックパンチ | 50 J |
| トーチ付きバッテリーのエネルギー | 1 kJ |
| TNT火薬1 g の爆発エネルギー | 4.1 kJ |
| 1 kcalのエネルギー | 4.18 kJ |
| 飛んでいるライフルの銃弾 | 10 kJ |
| 1グラムの脂肪 | 38 kJ |
| 1グラムのガソリン | 44 kJ |
| リンゴの消化 | 0.2 MJ |
| 高速道路の車 | 0.3 to 1 MJ |
| 最大レーザーパルスエネルギー | 1.8 MJ |
| 稲妻光 | 最大1 GJ |
| プランクエネルギー | 2.0 GJ |
| 小さな核爆弾 (20 ktonne) | 84 TJ |
| マグニチュード7の地震 | 2 PJ |
| 最大級の核爆弾 (50 Mtonne) | 210 PJ |
| 直径2 kmの隕石の衝突 | 1 EJ |
| 一年の機械的エネルギーの使用量 | 420 EJ |
| 地球の自転エネルギー | $2 \cdot 10^{29}$ J |
| 超新星爆発 | $10^{44}$ J |
| ガンマ線バースト | 最大$10^{47}$ J |
| 太陽質量のエネルギー$E = c^2m$ | $1.8 \cdot 10^{47}$ J |
| 銀河系中心部のブラックホールのエネルギー | $4 \cdot 10^{53}$ J |

対応する. (自然界で見出されている仕事率の例をTable 20に, その測定装置の例をTable 21に示す.) 特に, 先進諸国のエネルギー消費を見ると, 平均の住民で数100人の'使用人'に相当する機械的労働力を持っていることになる. これらの機械の例を挙げられるか? Challenge 182 s

運動エネルギーは日常生活では保存されていない. 例えば, チューインガムを壁に投げつけるような非弾性衝突では, 運動エネルギーは失われてしまう. 摩擦が運動エネルギーを消し去っているのだ. 同時に, 摩擦は熱を生み出す. これに関連した物理概念での重要な発見は, 熱を一つのエネルギーの形であることを含めると, 全エネルギーが保存することである. 従って, 摩擦というのは, 実は, 物体の運動に関連している運動エネルギーを熱に変換するプロセスのこ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 71 仕事率測定装置の例: 自転車のパワーメータ, レーザパワーメータ, 電気パワーメータ (© SRAM, Laser Components, Wikimedia).

となのである. 微視的なスケールではエネルギーは保存している.* 実際, エネルギーの保存がなければ, 時間の概念は定義できないであろう. この関連についてはあとで簡単に説明する.

まとめると, 質量と運動量保存に加え, 日常の線形運動ではエネルギーも保存される. 最後の保存量を調べるために, もう一つの運動である回転について考える.

## 外積, または, ベクトル積

ベクトルの別の乗算方法を使うと回転の議論が簡単になる. 2つのベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ のこの新しい積を外積, または, ベクトル積 $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ とよぶ.

スカラー積の場合では, その結果はスカラー, つまり, 単なる数であるのに対し, ベクトル積の場合, 結果はベクトルになる. ベクトル積の結果得られるベクトルは, 乗算する2つのベクトルに直交し, その方向は右手の法則であたえられ, その長さは $ab \sin \sphericalangle(\boldsymbol{a} \exists \boldsymbol{b})$, すなわち, 2つのベクトルで作られる平行四辺形の表面積となる.

この定義は, 平行な2つのベクトルの外積はゼロになることを意味している.

* 実際, エネルギーの保存は, 1842年, ユリウス・ロベルト・フォン・マイヤー (Julius Robert Mayer) により, 完全に一般的な形で説明された. 彼は医師としての教育を受けていただけであったので, 論文雑誌 *Annalen der Physik* は, '根本的な誤り'がありそうだということで, 彼の論文の出版を拒んだ. 編集者が誤りとしたものは, 大部分が編集者のもつ偏見と矛盾していたものである. 後になって, ヘルムホルツ (Helmholtz), トーマス-ケルビン (Thomson-Kelvin), ジュール (Joule) たちがマイヤーの才能に敬意を表することになった. しかし, 近代的な形式でエネルギーの保存を初めて説明したのは, 1820年, フランスの物理学者サディ・カルノー (Sadi Carnot) (1796–1832)である. 彼にとってこれは当たり前のことだったので, その結果を公表しなかった. そして, 研究を続け, 熱力学第2'法則'を発見した. 今日, 熱力学第1法則とも呼ばれるエネルギー保存則は, すべての領域で成り立っている物理の重要な柱の一つになっている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 20 仕事率の測定値の例

| 観測現象 | 仕事率 |
|---|---|
| ガリレオ探査機が木星から送ってくる電波 | 10 zW |
| バクテリアの鞭毛運動の仕事率 | 0.1 pW |
| 典型的な細胞の仕事率 | 1 pW |
| 聴覚しきい値のところでの音の仕事率 | 2.5 pW |
| 780 nmのところでのCR-Rレーザ | 40-80 mW |
| フォルッテシモで演奏されるピアノの音出力 | 0.4 W |
| ハト (0.16 kg) の基礎代謝率 | 0.97 W |
| ネズミ (0.26 kg) の基礎代謝率 | 1.45 W |
| 野生のハト (0.30 kg) の基礎代謝率 | 1.55 W |
| メンドリ (2.0 kg) の基礎代謝率 | 4.8 W |
| 白熱電球の光出力 | 1 to 5 W |
| イヌ (16 kg) の基礎代謝率 | 20 W |
| ヒツジ (45 kg) の基礎代謝率 | 50 W |
| 女性 (60 kg) の基礎代謝率 | 68 W |
| 男性 (70 kg) の基礎代謝率 | 87 W |
| 白熱電球の電気消費量 | 25 to 100 W |
| 8時間のワークシフト中の人間 | 100 W |
| ウシ (400 kg) の基礎代謝率 | 266 W |
| 8時間のワークシフト中の一頭のウマ | 300 W |
| 食用ウシ (680 kg) 基礎代謝率 | 411 W |
| 偉大なスポーツサイクリングの選手, エディ・メルクス (Eddy Merckx) の1時間の仕事量 | 500 W |
| 仏馬力単位 ($75\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 1\,\mathrm{m/s}$) | 735.5 W |
| 英馬力単位 | 745.7 W |
| 大きなオートバイ | 100 kW |
| 発電所の出力 | 0.1 から 6 GW |
| 2000年の世界の総発電生産量 Ref. 89 | 450 GW |
| 地球ダイナモによる仕事率 | 200 から 500 GW |
| 風力エネルギー生成の限界 Ref. 90 | 18 から 68 TW |
| 地球表面への入力: 地球への太陽輻射 Ref. 91 | 0.17 EW |
| 地球表面への入力: 地球内部からの熱エネルギー | 32 TW |
| 地球表面への入力: 潮汐 (つまり地球の自転) からの仕事率 | 3 TW |
| 地球表面への入力: 化石燃料から人類が生成する仕事率 | 8 から 11 TW |
| 地球表面からの流出: 植物の光合成により蓄積される仕事率 | 40 TW |
| レーザー出力の世界記録 | 1 PW |
| 地球表面からの流出: 宇宙空間へ反射される太陽光 | 0.06 EW |
| 地球表面からの流出: 287 K での宇宙空間への放熱仕事量 | 0.11 EW |
| 最大の核爆弾の仕事率のピーク値 | 5 YW |
| 太陽の出力 | 384.6 YW |
| 自然界の最大の仕事率, $c^5/4G$ | $9.1 \cdot 10^{51}$ W |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 21 仕事率センサの例.

| 測定 | センサ | 範囲 |
|---|---|---|
| パワーメータとしての心臓の鼓動 | 変形センサと時計 | 75 から 2 000 W |
| フィットネスパワーメータ | 圧電センサ | 75 から 2 000 W |
| 家庭の電力計 | 回転アルミ円板 | 20 から 10 000 W |
| 車のエンジンのパワーメータ | 電磁ブレーキ | 最大1 MW |
| レーザパワーメータ | 半導体中の光電効果 | 最大10 GW |
| 化学反応用カロリメータ | 温度センサ | 最大1 MW |
| 粒子用カロリメータ | 光検出器 | 最大数 μJ/ns |

Challenge 183 e また, この定義から, ベクトル積は

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a} \;\exists \quad \boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c} \;\exists \\
&\lambda\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}\times\lambda\boldsymbol{b} \;\exists \quad \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0} \;\exists \\
&\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) \;\exists \quad \boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c} \;\exists \\
&(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d})) = (\boldsymbol{ac})(\boldsymbol{bd}) - (\boldsymbol{bc})(\boldsymbol{ad}) \;\exists \\
&(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{d}) = ((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{d})\boldsymbol{c} - ((\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\boldsymbol{c})\boldsymbol{d} \;\exists \\
&\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) + \boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) + \boldsymbol{c}\times(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{0}\,. \qquad (22)
\end{aligned}$$

の性質をもつことが示される. ベクトル積は3次元空間のみで存在する. この関係については, あとでもう少し詳しく説明する. Vol. IV, page ??

ベクトル積は, 磁気力をもつような回転する系 (例えば, 磁気力が存在する系) を表現するのに適している. 例えば, 軌道を描く物体は軸の対し常に垂直で, 軸と物体を結ぶ線が最短になるように運動する.

Challenge 184 e ベクトル積 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ の成分は,

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & a_x & b_x \\ \boldsymbol{e}_y & a_y & b_y \\ \boldsymbol{e}_z & a_z & b_z \end{vmatrix} \quad \text{or, sloppily} \quad \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}\,. \qquad (23)$$

の行列式でうまく計算できることを確認してください. この記号的な行列式は, 数式計算でも数値計算でも覚えやすく簡単である. (ここで, $\boldsymbol{e}_x$ は $x$ 方向の単位基底ベクトルをあらわす.) これを書き下すと, 関係式

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = (a_y b_z - b_y a_z \exists b_x a_z - a_x b_z \exists a_x b_y - b_x a_y) \qquad (24)$$

と同じであるが, こちらの方が覚えにくいだろう.

Challenge 185 e 3つの任意のベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ でつくられる平行六面体の体積は, $V = \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})$ となることを示せ. また, 同じ3つのベクトルで作られるピラミッド形, つまり, 4面体の体積は, この体積の6分の1であることを示せ.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 22 回転周波数の測定例.

| 観測現象 | 角速度 $\omega = 2\pi/T$ |
|---|---|
| 銀河系の回転 | $2\pi \cdot 0.14 \cdot 10^{-15}/\mathrm{s} = 2\pi/(220 \cdot 10^6\,\mathrm{a})$ |
| 太陽の軸周りでの平均回転 | $2\pi \cdot 3.8 \cdot 10^{-7}/\mathrm{s} = 2\pi/30\,\mathrm{d}$ |
| 典型的な灯台 | $2\pi \cdot 0.08/\mathrm{s}$ |
| バレリーナのつま先回転 | $2\pi \cdot 3/\mathrm{s}$ |
| 船舶のディーゼルエンジン | $2\pi \cdot 5/\mathrm{s}$ |
| ヘリコプターのローター | $2\pi \cdot 5.3/\mathrm{s}$ |
| 洗濯機 | up to $2\pi \cdot 20/\mathrm{s}$ |
| バクテリアの鞭毛 | $2\pi \cdot 100/\mathrm{s}$ |
| 高速CDレコーダ | up to $2\pi \cdot 458/\mathrm{s}$ |
| レースカーのエンジン | up to $2\pi \cdot 600/\mathrm{s}$ |
| いままで作られた最速のタービン | $2\pi \cdot 10^3/\mathrm{s}$ |
| 最高速のパルサー(回転星) | 少なくとも$2\pi \cdot 716/\mathrm{s}$ |
| 超遠心分離機 | $> 2\pi \cdot 3 \cdot 10^3/\mathrm{s}$ |
| 歯科ドリル | 最大$2\pi \cdot 13 \cdot 10^3/\mathrm{s}$ |
| 技術的な最高記録 | $2\pi \cdot 333 \cdot 10^3/\mathrm{s}$ |
| 陽子の回転 | $2\pi \cdot 10^{20}/\mathrm{s}$ |
| 考えられる最高値, プランク角速度 | $2\pi \cdot 10^{35}/\mathrm{s}$ |

## 回転と角運動量

私たちが生きていられるのは回転のおかげである. 昼と夜の変化がなければ, 地球上のどこにいるかによるが, 焼け死ぬか, 凍え死ぬだろう. Table 22に示すように, 他にも, 回転はいろんな所に存在している. 回転について簡単に説明しておこう.

あらゆる物体は回転することができる. 物体の動きを変えたがらない性質を用いて物体を表現してきたが, 同様に, 物体は回転も変えたがらない. この量を慣性モーメントとよび, $\Theta$ 'シータ'で表記する. 回転速度, つまり, 回転率は角速度とよばれ, 普通 $\omega$ 'オメガ'で表記する. 自然に存在するその例を, Table 22にしめす.

回転を記述する観測可能量は, Table 24に示すように, 線型運動を記述するものと同様の物である. 質量のように慣性モーメントも, 外界と相互作用しない系では, 慣性モーメントと角速度の積である角運動量 $L$ の和が保存するようなものとして定義される:

$$\sum_i \Theta_i \boldsymbol{\omega}_i = \sum_i \boldsymbol{L}_i = \text{const}\,. \tag{25}$$

線型運動量の保存から質量を定義したように, 慣性モーメントも角運動量の保存から定義されるのである.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

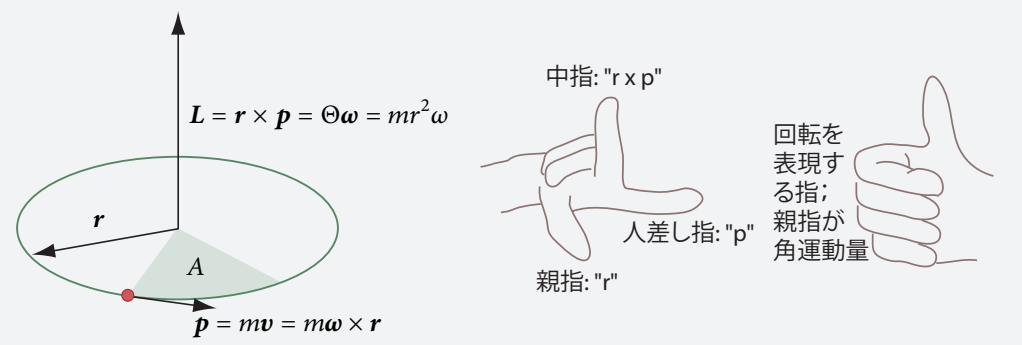



FIGURE 72 円運動をする点粒子の角運動量等の諸量と右手の法則.

慣性モーメントは物体の質量と形状に関係する. 物体が小さな部分または質量要素から構成されていると考えられる場合には, 慣性モーメントは

$$\Theta = \sum_n m_n r_n^2 \,, \tag{26}$$

であらわせる. ここで, $r_n$ は質量要素 $m_n$ から回転軸までの距離である. この式を示せるか? 従って, 物体の慣性モーメントは回転軸をどう選ぶかに依存する. レンガでそうなるか確認できるか?

Challenge 186 e

Challenge 187 s

質量と違って, 慣性モーメントは保存しない. 慣性モーメントの値は, それを定義するために用いる軸に依存する. 軸が物体の中心を通る時と通らない時では, 各軸方向に対する固有の慣性モーメントの値は異なる. * 同様にして, 角運動量も固有角運動量と外部角運動量に区別できる. (所で, 物体のthe質量中心は, 物体が垂直に落下する際, 物体が回転していても直線を描く仮想点のことである. ある特定の物体でその位置を決定する方法を説明できるか?)

Challenge 189 s

回転エネルギーを

$$E_{\text{rot}} = \tfrac{1}{2}\,\Theta\,\omega^2 = \frac{L^2}{2\Theta} \,. \tag{28}$$

のように定義することにする. この式は粒子の運動エネルギーの式と似ている. 地球の回転エネルギーは, 人類が一年間に使用する電気と比べてどの位大きいか考えられるか? 実際, このエネルギーを利用する方法を見つけたら, 有名になれるだろう. 外乱が加わらない回転物体の回転エネルギーは保存される.

Challenge 190 s

方向を持つ物体は, どんなものでも, 固有角運動量も持っている. (球についてはどうか?) 従って, 点粒子は, 少なくとも古典力学の範囲では, 固有角運動量を持たない. (この説明は量子力学では変更される.) 点粒子の外部角運動量 $\boldsymbol{L}$ は,

Challenge 191 s

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} \tag{29}$$

で定義される. ここで $\boldsymbol{p}$ は粒子の運動量で, $\boldsymbol{r}$ は位置ベクトルである. 角運動

* 外部慣性モーメントと固有慣性モーメントは

$$\Theta_{\text{ext}} = \Theta_{\text{int}} + md^2 \,, \tag{27}$$

で関係づけられる. ここで $d$ は質量の中心と外部回転軸との距離である. この関係式はシュタイナーの平行軸定理とよばれている. これを導けるか?

Challenge 188 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 73 サルはバナナにたどりつけるか?

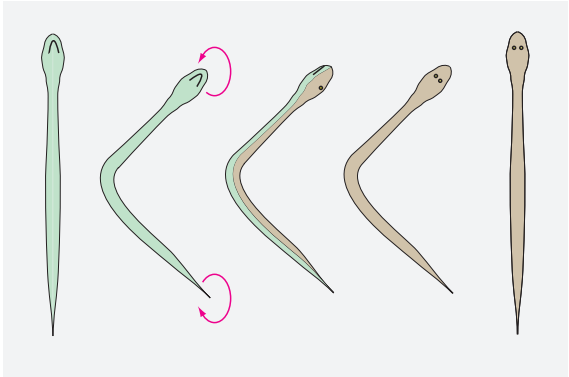


FIGURE 74 どうやってヘビは軸に巻きつくか?

量は, Figure 72に示すように, 右手の法則に従い回転軸の方向を向いている. Table 23に, 自然界で観測される例をいくつか示す. 定義から, 角運動量は式

$$L = \frac{2A(t)m}{t} \exists \tag{30}$$

Challenge 192 e を用いても決定できる. ここで $A(t)$ は, 時間 $t$ の間に, 粒子の位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ が掃引した面積である. 例えば, 望遠鏡で掃引された面積を算出し, ヨハネス・ケプラーは, 1609年に, 太陽の周りを回るそれぞれの惑星は時間的に一定な角運動量値を持つことを示した.

物理物体は複数の軸の周りを同時に回転することができる. Figure 102の画
Page 137 像はその例を示す: コマは物体の軸と垂直軸の周りを同時に回転する. 詳しく言えば, コマは回転はこれらの2つの回転のベクトル和で表せる. これを調べる
Challenge 193 e には, 一定時間, 変化する回転軸を'凍結'してみてください. 回転はこのように
Page 150 一種のベクトルである.

線型運動のように, 回転エネルギーも角運動量も巨視的な世界ではいつも保存するわけではない. 回転エネルギーは摩擦により保存されないし, 角運動量も外力 (トルク) により変わりうる. 閉じた (外乱のない) 系では角運動量も回転エネルギーも常に保存する. 特に, 微視的スケールでは, 大部分の物体は外乱を受けないので回転エネルギーや角運動量の保存はふつう成り立つ.

角運動量は保存する. この言い方は, 外力 (トルク) が働かない なら, 物理系のどんな軸にたいしても成り立つ. この点をはっきりさせるため, Jean-Marc
Ref. 2 Lévy-Leblond は Figure 73 に示す問題を提示している. サルが回転する板に乗っている. 板は軸の周りを摩擦をともなわず回転できるとすると, このサル
Challenge 194 s は板にとどまった状態でバナナにたどりつけるか?

回転は加速と同じ効果がある. 従って, 回転を検出するセンサの多くは, 上
Page 82 述した加速度センサと同じである. しかし, 原理的に新しい回転センサもあ
Page 133 る.その一つであるジャイロスコープについて簡単に述べる.

なめらかな氷や油をひくことで, 摩擦のない大理石の床表面がほぼ実現されているとすると, この表面上では前に動くことができない. 動くためには, 押す

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

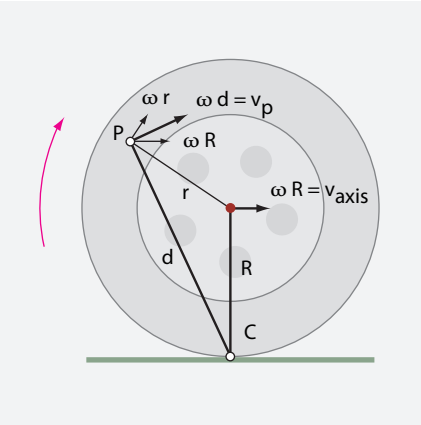



FIGURE 75 回転している車輪の速度と単位ベクトル.

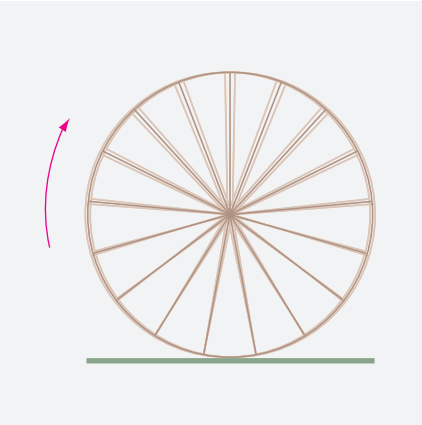


FIGURE 76 スポークが付いた回転する車輪の図.

ことで反発を生じさせることができる何かが必要である. 回転に対してもそうなのだろうか? 実は, 押すものがなくても, 回転させることができるのだ. 十分に注油したイスを用いて, このことをチェックできる. 単に, 頭の上の手を回転させればいいのだ. 手を回転させると, イスの向きが少しだけ変わる. 方向の変化だけなら, 物体の角運動量保存や回転エネルギーの保存を破ることはない. ネコは子供のころにこのことを学び取る. このコツを習得したら, 足を上にして落ちたときでも, 体を回転させて足から着地できるようになる. ヘビも, Figure 74のようにして, 自分を回転させる方法を知っている. オリンピックの時も, 飛び込みや体操の選手が同じような演技をやっているのを見ることができる. ここが, 回転の平行移動と違う所である. (なぜか?)

Ref. 92

Challenge 195 d

## 回転する輪

回転はいろんな意味でおもしろい現象である. 回転している車輪は軸の周りを回転しているのではなく, 接触点の周りで回っているのである. これを示そう.

半径 $R$ の車輪の軸の速度 $v_{\text{axis}}$ と角速度 $\omega$ が

$$\omega = \frac{v_{\text{axis}}}{R} \,. \tag{31}$$

で関係づけられているときには, この車輪は転がっている. 車輪の軸から距離 $r$ の所にある車輪上の任意の点の速度 $v_{\text{p}}$ は軸の運動と軸周りの運動の和になる. Figure 75が示すように, $v_{\text{p}}$ は点 P と車輪の接触点との間を結ぶ距離 $d$ と直交している. また, この図から, $v_{\text{p}}$ と $d$ の長さの比は $v_{\text{axis}}$ と $R$ の比に等しい. 従って,

Challenge 196 e

$$\boldsymbol{v}_{\text{p}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{d} \,, \tag{32}$$

と書くことができる. これは回転する車輪が地面との接触点の周りで回転していることをあらわしている.

驚いたことに, 車輪が回転すると, 車輪上の点には, 車輪の軸に向かうものもあれば, 一定距離に保たれるもの, 軸から離れてゆくものもある. どこの点がどういう動きをするかわかるか? さらに, そのため, 自転車の車輪のようなス

Challenge 197 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

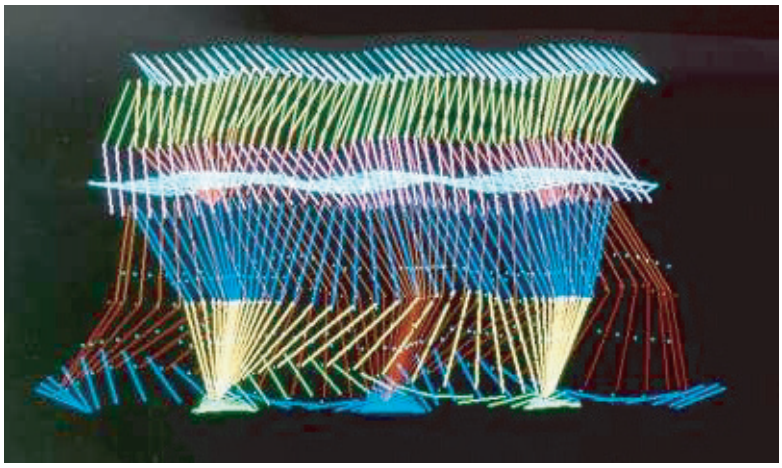


FIGURE 77 歩行する人間の動きを測定したもの (© Ray McCoy).

ポーク付きの回転車輪の写真をとると, Figure 76に示すように, おもしろいパターンが現れる.
Ref. 93

この結果を用いると, 次のようなおもしろいチャレンジ問題が作れる. 回転している自転車の車輪を滑りやすい面に置くと, 少しの間はスリップし, やがて, スリップしながら動き, 最後には動くようになる. 最終的な速度は, 最初の速度および摩擦とどう関係するか?
Ref. 94
Challenge 198 d

## 私たちはどうやって歩いているのか?

> ゴルフは良質な歩行をだめにしている.
> The Allens

私たちは手を動かして歩いたり走ったりするが, なぜだろう? エネルギーを節約するためだろうか? それとも, 美しいからだろうか? 確かに, できるだけエネルギーを使わないようにした体の動きというのは自然で美しい. 優美さの定義としてこのことを使えるかもしれない. この関連性はダンスの世界では常識である. また, 俳優がどうやって体をできるだけ美しく動かすかを学ぶのにもよく使われる.

エネルギーの節約を自分で確認するには, 手を普通とは反対方向に振ったり, 腕を動かさずに, 走ったり歩いたりしてみるとよくわかる. かなりの努力が必要だろう. 普通, 足を動かす時には, 体軸の周りにトルクを発生させ, 釣り合いをとらなければならない. このことを最小のエネルギーで行う方法というのは, Figure 77に図示するように, 腕を振ることである. 腕は足と比べると軽いので, 運動量を補償するには体軸から離れた所で動かす必要がある. そのため, 進化の過程で, 腕や肩は, 足や尻より体軸より遠い位置に取り付けられた. ペンギンやハトのように腕のない2本足の動物は, ステップごとに体全体を動かさなければならず, 歩行するのが大変である.

測定結果によると, すべての歩行する動物は, 次の式に従うように歩いている:
Ref. 95

$$v_{\text{max waling}} = (2.2 \pm 0.2\,\text{m/s})\,\sqrt{l/\text{m}}\,. \tag{33}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

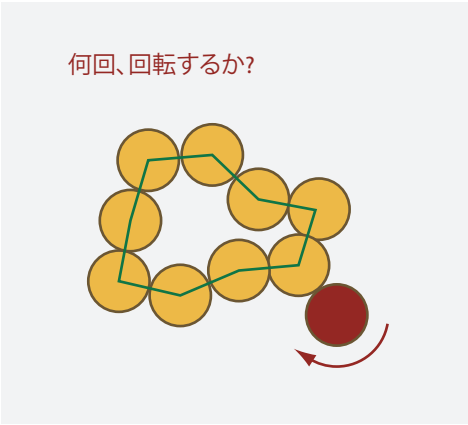



FIGURE 78 10番目のコインは1周すると何回回転するか?

実際, 次々に足を動かす歩行は (反転させた) 振り子のスイングの連結として記述できるだろう. 振り子の長さは, 足の長さ $l$ に対応している. 振り子の典型的な時間目盛は $t \sim \sqrt{l/g}$ である. 歩行の最大速度は, この時, $v \sim l/t \sim \sqrt{gl}$ になり, 一定因子まで含めると測定結果になる.

歩行の際, 一番仕事を担っているのはどの筋肉だろうか? 1988年, Serge Gracovetskyは, 人間の歩行において, 歩行パワーの一番大きな部分を担っているのは, 脚の筋肉ではなく, 脊椎に沿った筋肉であることを見つけた. (実際, 脚のない人でも歩行は可能である. 多くの脚の筋肉は通常の歩行をするための動きをしているにちがいない.) 一歩を踏み出す時には, 腰部の筋肉が脊椎を伸ばすことで, 自動的にそれを片方に少し傾ける. そのことでその側の脚の膝が自動的に前にゆく. 脚が動くと, 腰の筋肉が弛緩し, 次の一歩へ進んでゆく. 実際, 腕を動かすことなく歩くと, 背中筋肉の引っ張り感が増えることを経験し, 人の動力である脊椎動力のある場所を確認できる.

Ref. 96

Challenge 199 e

人類の脚は類人猿の脚と基本的に異なっている. 人類は走ることができる. 人類は体全体が走るのに適するように作られており, ここが, 他の霊長類と違う所である. 人類の体は大部分の毛がなくなり冷却効果に優れ, 走りながら頭を固定できるように進化し, 走るとき適正なバランスが取れるような長さの腕に進化し, 走っている際の緩衝機構としての特殊な靭帯も持っている. つまり, 走ることはもっとも人間らしい運動形態なのだ.

## 保存と回転についての楽しみとチャレンジ

> 数学的には, わたしの手でこの小石をなげると宇宙の重心が変わる.
> トーマス・カーライル (Thomas Carlyle),* 衣服哲学 *III.*

同じ金額のコインが10枚ある. そのうちの9枚をテーブルに並べて閉じた輪をつくる. その形はどんなものでもよい. (つまり, 9枚のコインは互いに接した真珠のネックレスのようになる.) 今, 10番目のコインを, スライドさせないようにしてその輪の外側に沿って1周させる. この10番目のコインは1周する間に何

* トーマス・カーライル (Thomas Carlyle) (1797–1881), スコットランド出身のエッセイスト. この言葉に同意しますか?

Challenge 200 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

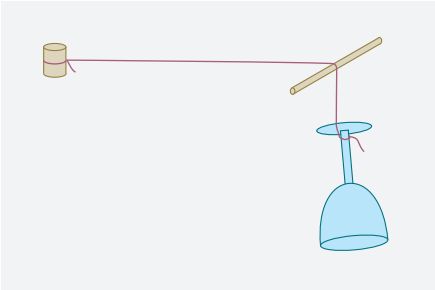


FIGURE 79 コルクを手放しても安全か?

Challenge 201 e 回回転するか?

* *

運動量の保存は, ビリヤード, スヌーカーやビリヤード台を楽しんだり調べたりすることでよくわかるようになる. 最初はインターネットで見られるトリックショットをから始めると良い. ビリヤードを上達させるため, 運動量の保存を用いることができるか? Challenge 202 e

* *

Challenge 203 s 80日の間に81回の夜明けを迎える有名な方法がある. どうすればいいか?

* *

歩くことは物理問題の宝庫である. 山登りの際, エネルギー効率の観点からすると, 一番急な傾斜をたどるのはもっとも効率的な方法とは言えない. 急な坂道は, ジグザグに上るほうが効率的である. なぜか? 効率的な傾斜角を見積もれるか? Ref. 97 Challenge 204 s

* *

死は物理プロセスである. これを調べてみよう. 一般に, 動物の寿命 $T$ は質量 $M$ の4分の1乗で見積もることができる. つまり, $T = M^{1/4}$ である. これはバクテリアから, 昆虫, そしてシロナガスクジラにいたるまで成り立つ. また, 動物の質量あたりの仕事率消費, つまり, 代謝率があり、これは4分の1乗の逆となる. このことから, すべての動物は質量あたりある一定のエネルギーを消費すると死が訪れると結論付けられる. 実質的には, ほとんど動物は約 1 GJ/kg 消費すると死ぬ. (ヒトはもう少し遅れる.) すべてのわかっているいる動物に対し, 平均的にこのような簡単な結果になるのは驚きである. Ref. 98

ただし, この議論は異なった種との比較においてのみ成り立つ. この質量依存性は同種の検体の比較では成り立たない. (食べる量を減らしても必ずしも長生きするとは限らない. )

つまり, 動物は 1 GJ/kg だけ代謝すると死ぬ. つまり, あらかじめ決められたカロリーを食べつくすと死ぬ.

* *

車がある速度で走り, 100 km あたり 7リッターのガソリンを消費した. 空気と走行の抵抗はどのくらいか? (エンジンの効率を 25 %と仮定せよ.) Challenge 205 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

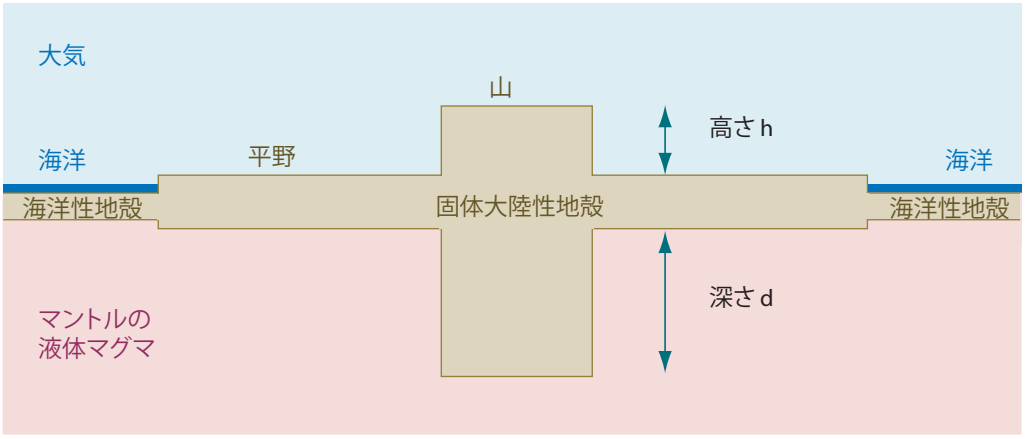



FIGURE 80 大陸と山脈の簡単なモデル.

* *

コルクに 1メートルの長さの細い糸が付いている. 糸は水平方向に保持された棒上を通して, もう一方の端にワイングラス結ばれている. Figure 79のコルクを手放しても, 壊れることはなかった. なぜか? 実際, 何が起きたのか?
Challenge 206 s

* *

1907年, 医師のDuncan MacDougallsは死体の体重を測定し, 死により重量が変化するのかを知ろうとした. 彼は死の瞬間に 10 から 20 g の減少を確認した. 彼はその減少は体内に存在する魂によるものだとした. もう少し, 納得のゆく説明をできないか?
Ref. 99
Challenge 207 s

* *

一歳児の体重は, その子がおぶってもらいたよってがるか, 床におりたがるかによって違うというのはよく知られている. これは質量保存に反するのか?
Challenge 208 e

* *

地球の地殻の密度 (2.7 kg/l) は地球のマントルの密度 (3.1 kg/l) と比べると小さいので, 地殻はマントルの上に浮いている. そのため, そのため, 山の尾根の下の地殻は平地の地殻よりもずっと深い所にある. 山が, 平地より 1 km 高いとしたら, 地殻は平地よりどのぐらい深くまであるか? Figure 80?のような簡単なブロックモデルでもかなり良く説明できる. 先, 山の近くでは, 自由落下の垂直線からのずれの測定結果が深い地殻がないときに期待される値よりかなり小さくなることが説明できる. 後になって, 音波の測定から, 大陸地殻は山の下の地殻より厚いことが直接的に確認された
Challenge 209 s

* *

一様な円筒はどんなものでも, 傾斜を同じように転がり落ちる. これは正しいか, 誤りか? 球であればどうか? 球は円筒より速くころがるか?
Challenge 210 e

* *

液体で満たされた缶と氷で満たされた缶がある. どちらが速く転がるか? (そし
Challenge 211 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

て缶を氷で満たすにはどうしたらいいか?)

* *

同じサイズで同じ重さの缶がが2個あり, 1つはiinラビオリが, もう1つはピーナッツがいっぱい入っている. 坂道をどちらが速く転がるか?

Challenge 212 e

* *

物質と像には他にも区別できる要素がある. 匂いである. 鼻は物質のセンサーである. 同じことが舌についてもいえ, これは味のセンサである.

* *

コインが積まれている. テーブルの表面を別のコインを滑らせて, 積まれたコインを下から 1つづつ抜き出すことができる. このやり方も2次元運動量保存を可視化するのに役立つ.

Challenge 213 e

* *

2004年の始め, 二人の男と一人の女が, ロンドンのカジノで一晩に 1200万ポンド 儲けた. 彼らはこのためにガリレイの力学公式を適用したのだ. この方法は, 1950年代にさまざまな小さなコンピュータを組み立てた物理学者により始められたもので, 胴元が投げるルーレットの玉の初速度から結果を予測できるというものだった. 英国の場合、このグループはレーザースキャナーをスマホに取り付けて, ルーレットの玉の径路を測定し, 到着点の数字を予測するものだった. このようにして, 勝ち目を 37分の 1から 6分の1まで増やした. 6か月の捜査の結果, スコットランドヤードは儲けたお金を保管していることを突き止めた.

Ref. 100

同じころ, ドイツでも同様のやり方で数週間に 400 000ユーロを儲けた人たちがいた. しかし, 彼らはコンピュータを全く使用していない. ある種のカジノでは, 機械がルーレット玉を投げ込む. 肉眼で入射玉のゼロ点を測定し, ギャンブラーは最後の数秒で自分たちが置いた掛け金の勝ち目を増やすことができ, 素早い反応で純粋にものすごい金額を勝っていた.

* *

Figure 81のおもちゃはおもしろい動きをする. 複数の球を引っ張りあげ手を放して, 残りの球にぶつけると, 反対側の同じ数の球がはじき飛ばされ, 一方, ぶつけた球は静止するというものである. 一見すると, これはすべてエネルギー保存と運動量保存にしたがっているように見える. しかし, エネルギー保存と運動量保存は2つの式しか存在せず, 5個球の動きを決定するには不十分である. それでは, 球はなぜこのような動きをするのか? また, 長い時間経っても同位相で振動をつづけるのはなぜか?

Challenge 214 d

* *

ハンマードリルのような家庭用品では驚くべき効果を使っている. 小さい球を大きな静止球に弾性的に衝突させると, 衝突後は2個の球が動き, 小さい球は大きい球より高速で動く. この結果に反し, 短い円筒を長い円筒に衝突させた時には, Figure **??**に示すように, 小さい円筒はほとんど静止, 大きい円筒が動く. この場合, たとえ, 衝突は弾性的であっても, エネルギー保存則がなりたっていないように見える. (実は, このため, 学校で行う弾性散乱のデモンストレー

Ref. 101

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

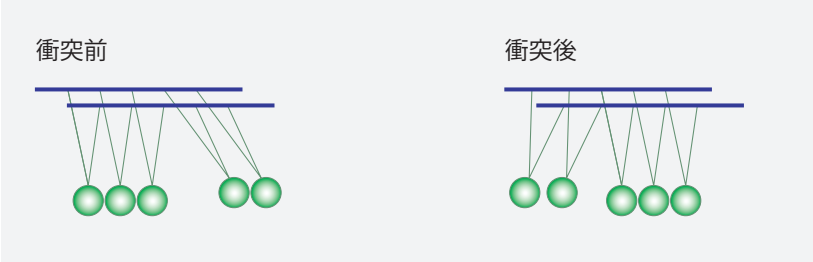



FIGURE 81 有名なおもちゃ.

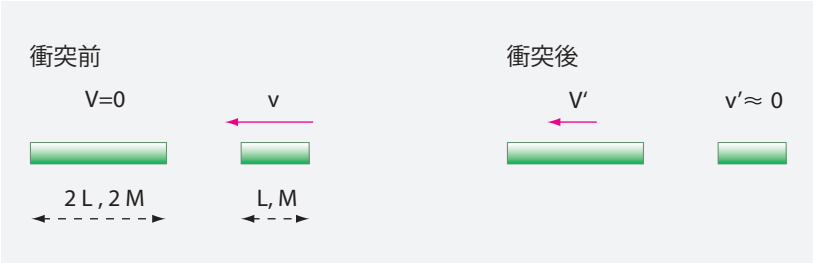



FIGURE 82 エネルギー保存則に従っていないように見えない弾性衝突.

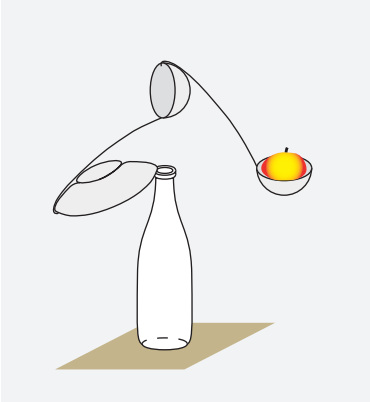


FIGURE 83 こんなことは可能か?

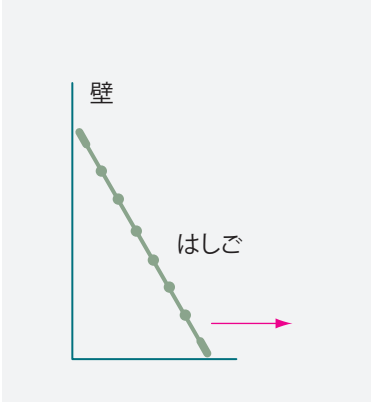



FIGURE 84 どのようにはしごは倒れるか?

Challenge 215 d ションを球で行う.) エネルギーはどうなっているのか?

* *

Figure 83に示す構造は可能か?

* *

Challenge 216 s ボールを壁にぶつけたとき, ボールが跳ね返った時とくっついた時では, 壁へのショックはどちらの方が大きいか?

* *

Challenge 217 s 主婦は布を使ってワインボトルのコルクを抜く方法を知っている. どうやって行うか知っているか? コルクがボトルの内部に落ちたときも, 布を用いて取り出す方法を知っている. どうするのか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 85 こんな状況はありうるか? この写真は偽物か? (© Wikimedia)

* *

Figure 84に図示するすべるはしごの問題では, 時間とともにはしごがどういう動きをするするかを尋ねている. この問題は, たとえ, 摩擦を考慮しなくても, みかけより難しい. はしごの下部はいつも床に触れているか, それとも, 短時間, 跳ね上がり, 地面から離れるか?

Challenge 218 s

* *

長さ 5 m, 質量 30 kg の均質なはしごが壁にもたれている. その角度は 30° で, 壁との静止摩擦係数は無視でき, 床との静止摩擦係数は 0.3 である. 質量 60 kg の男がはしごにのぼる. はしごが滑り始めるとき, この男は最大どの高さまで登れるか? はしごについてのこの問題やその他の問題はwww.mathematische-basteleien.de/leiter.htmで見ることができる.

* *

Ref. 102 長さ 100 m, 30 000 ton の船の船尾にハエがとまり,原子の直径に満たないほど少しだけ船を傾けている. 現在, この程度の小さな量でも簡単に測定できる. 測定法を最低 2種類思いつくか? ただし, 一種類は 2000ユーロ以内で収めること.

Challenge 219 s

* *

Figure 85に示すような, 重なった3個の回転するコマは本当の写真か? 実際, 観測されたものか, ディジタル合成されたもので, こんなことは不可能なのか?

Challenge 220 ny

* *

ライフルの弾丸の運動エネルギーと走っていいる人の運動エネルギーを比べるにはどうすればいいか?

Challenge 221 s

* *

Challenge 222 s 卵を酢の入れ物に数日入れておくと, 卵のサイズはどうなるか?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

最下点と折り返し点の加速度の絶対値が等しいような振り子の振幅はどのくらいか?
Challenge 223 s

* *

霧の中を落下する水滴の加速度値が $g/7$ であることを確認できるか?
Challenge 224 d

* *

同じ重さ, 同じサイズ, 同じ色の2個の中空球がある. 一つは銅で, もう一つはアルミニウムである. もちろん, 同じ速度, 同じ加速度で落下する. 二つの球を傾斜面を転がすと何が起きるか?
Challenge 225 s

* *

なわとびをしている時のなわの形はどんな形か?
Challenge 226 s

* *

ものさしと巻尺だけでライフルの銃弾の速度を測定するにはどうしたらいいか?
Challenge 227 s

* *

弾丸でドアに穴をあけることはできるのに, 指でできるドアを開ける行為が弾丸ではできない. なぜか?
Challenge 228 e

* *

壁をすべりおちるはしごの中点の描く曲線はなにか?
Challenge 229 s

* *

あるハイテク会社が電線も電源セル (電池) を使用しない部屋の灯りのスイッチを販売している(www.enocean.com参照). このスイッチを窓枠の中心に貼りつけることができる. どうやればできるか?
Challenge 230 s

* *

50年以上にわたり, あるスイスの時計メーカが, 電池も手巻きも不要で、エネルギーを自然からもらっている回転振り子の卓上時計を販売している. そのサンプルをFigure 86に示す. この時計がどうやって動いているかわかるか?
Challenge 231 s

* *

Figure 87に示すような船舶昇降機はものすごい機械である. 船が入ってくると昇降機の重さはどのくらい変わるか?
Challenge 232 s

* *

船の質量はどうやって測定するか?

* *

あらゆる質量はパリ近郊セーヴルにあるキログラム原器と, 直接または間接的に比較することで決定される. 数年来, キログラム原器が, おそらく気体放出により, 0.5 µg/a程度の割合で質量が変化しているのではないかと疑われている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 86 特別なエネルギー源が準備不要な市販の時計. エネルギーは自然からもらっている(© Jaeger-LeCoultre).

これは困った状況で, 世界的にキログラムの定義のより良い方法が模索されている. 改良される定義は簡単で, 精密で, セーヴルまで行く必要のないものでなければならない. しかし, 代替法はまだ決まっていない.

* *

うろつく人と自転車に乗る人では, どちらの機関の方が効率がいいか?

* *

質量も慣性モーメントは接触しても接触しなくても定義でき測定もできる. できるか?
Challenge 233 e

* *

Figure 88にセルト石, 別名ラトルバック, は上下振動をさせると, 平面上を回転し始める石である. そのサイズは数センチから数メートルまでさまざまである. 単純に, スプーンを完全な対称からずらして曲げると, この奇妙な器具を実現することができる. 回転はいつも同じ方向である. この石を誤った方向に回転させると, やがて停止し, 別方向に回転を始める! 角運動量保存に反するように見えるこの効果を説明できるか?
Ref. 101
Challenge 234 d

* *

ニュートンビーズというおもしろい効果は, 2013年, Steve Mouldにより発見された. 容器から流れ出るビーズがまず空中に上がる. www.youtube.com/embed/

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 87 ベルギーのストレピ＝ティウにある壮大な船舶昇降機. 昇降機の右と左をロープまたは水力システムでつないだら船を上げるためにどの位のエンジンパワーが必要か?
(© Jean-Marie Hoornaert)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 88 有名なセルト石 – 上と右 – スプーンを曲げることで作ったもの – 左下 (© Ed Keath).

_dQJBBklpQQに動画参照, また, 発見の話はstevemould.com参照. この効果をあなたのおばあさんに説明できるか?

Challenge 235 ny

## 保存についてのまとめ

> 神は, 思うほど裕福ではない. 誰かに与えるものは他から取り上げたものである.
>
> 古言

これまで, 日常生活の閉じた系でなりたっている4つの保存原理をみてきた:
– 全線型運動量の保存,
– 全角運動量の保存,
– 全エネルギーの保存,
– 全質量の保存.
これらの保存則で像の運動に対し適用されるのものはない.
これらの保存則は科学の大きな成果である. また, 自然は思いがけないことを起こすことを制限している. 保存が存在することにより, 線型運動量, 角運動量, 質量–エネルギーが無から作られることも, 消滅し無になることもない. 保存は生成を制限する. ほとんど神を冒涜しているかのような上述の古言はこの考え方を表現している.

Page ??

後に, これらの結果は3つの簡単な観測結果から導かれたことがわかるだろう. 閉じた系はそれがどこにあろうと, どの方向に向かおうと, 何から構成されていようと同じようにふるまう. 運動は普遍的である. もっと抽象的でもっと一般的な言い方として, 物理学者は好んで, すべての保存原理は自然の不変性, つまり, 対称性の結果である.

後述する相対性理論では, エネルギーと質量は一緒に扱ったときにのみ保存することを示す. 多くの冒険がこれからも待っている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 23 角運動量の測定例.

| 観測 | 角運動量 |
|---|---|
| 自然界で観測された最小値 ($\hbar/2$) – 基本粒子 (フェルミオン) のz-成分に適用 | $0.53 \cdot 10^{-34}$ Js |
| 回転するコマ | $5 \cdot 10^{-6}$ Js |
| 回転するCD (コンパクトディスク) | *c.* 0.029 Js |
| (体軸の周り)を歩く人 | *c.* 4 Js |
| 爪先立ち回転するダンサー | 5 Js |
| 30 m/sで走る典型的な車の車輪 | 10 Js |
| 12 m/s (6 ビュートフォート) の典型的な風力発電機 | $10^4$ Js |
| 地球の大気 | 1 to $2 \cdot 10^{26}$ Js |
| 地球の海洋 | $5 \cdot 10^{24}$ Js |
| 地軸の周りの地球 | $7.1 \cdot 10^{33}$ Js |
| 地球を回る月 | $2.9 \cdot 10^{34}$ Js |
| 太陽を回る地球 | $2.7 \cdot 10^{40}$ Js |
| 自転軸の周りで回転する太陽 | $1.1 \cdot 10^{42}$ Js |
| 太陽を回る木星 | $1.9 \cdot 10^{43}$ Js |
| 太陽を回る太陽系 | $3.2 \cdot 10^{43}$ Js |
| 銀河系 | $10^{68}$ Js |
| 宇宙の全質量 | 0 (測定誤差内で) |

TABLE 24 線型運動と回転運動の対応.

| 量 | 線型運動 | | 回転運動 | |
|---|---|---|---|---|
| 状態 | 時間 | $t$ | 時間 | $t$ |
| | 位置 | $\boldsymbol{x}$ | 角度 | $\boldsymbol{\varphi}$ |
| | 運動量 | $p = m\boldsymbol{v}$ | 角運動量 | $\boldsymbol{L} = \Theta\boldsymbol{\omega}$ |
| | エネルギー | $mv^2/2$ | エネルギー | $\Theta\omega^2/2$ |
| 運動 | 速度 | $\boldsymbol{v}$ | 角速度 | $\boldsymbol{\omega}$ |
| | 加速度 | $\boldsymbol{a}$ | 角加速度 | $\boldsymbol{\alpha}$ |
| 動きにくさ | 質量 | $m$ | 慣性モーメント | $\Theta$ |
| 運動の変化 | 力 | $m\boldsymbol{a}$ | トルク | $\Theta\boldsymbol{\alpha}$ |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 5

# 地球の回転から運動の相対性へ

> Eppur si muove!
>
> 匿名**

地球は回転しているのか? この疑問に対する明確な答えを探ることは古典物理の歴史の興味深い側面である. 紀元前 265年ころ, サモスではギリシアの哲学者アリスタルコスは地球は回転していると主張した. 彼は月の視差(現在は最大 0.95° と知られている)と太陽の視差(現在は 8.8′ と知られている)を測定していた.*** 視差というのは面白い現象である. 視差とは, 空の物体を見る時, 地球の表面の観測者から見たときと地球の中心にいる仮想的な観測者から見たときの方向の差を角度であらわしたものである.(Figure 89参照.) アリスタルコスは空を横切る太陽と月がふらつくことに気付いた. しかも, このふらつきは24時間の周期性を持っていたことから, 地球は回転していると結論付けた. アリスタルコスはこう結論付けたために死の恐怖を受けることになった.

Ref. 103

アリスタルコスの観測結果は, Figure 90に示す星の軌跡よりもっと強力な主張をしている. 理由を説明できるか? (地球上でもっとも人がたくさんいる場所からこの軌跡をみるとどう見えるか?)

Challenge 236 e

Challenge 237 s

納得できない人はこういうだろう. 地球が回転しているとしたら, 赤道の速度は 0.46 km/s というとんでもない速度になる. なぜそれを感じないかをガリレオはどう説明しただろうか?

また, 星を望遠鏡で見たときに検出できる光行差の測定でも地球の自転がわかる. 光行差は予想される光の方向の変化であるが, これについては後で述べる. 赤道上では, 地球の自転のため, 太陽の周りを回る運動による光行差 20.5′ に対し 0.32′ の角度のずれが加わり, 12時間ごとにずれの符号が変わる. 現代の天文学者はそのほかにもたくさんの自転の証拠を見つけたが, 普通の人は気づくことはない.

Vol. II, page 15

さらに, 測定によれば地球は球ではなく, 地球の自転により極の部分で扁平になっている. Figure 91はその状況を示したものである. しかし, 18世紀のモーペルテュイ (Maupertuis)**** の測定によると日常の観測で検出できるようなも

** ‘それでも地球は動いている’という言葉は 1640年代からガリレオによるものであると言われているが多分誤りであろう. しかし, 彼の裁判の際, 彼の命と引き換えに, 公には動いている地球という文言を撤回させられたのは本当であろう. この有名な話の詳細はpage ??の節を参照のこと.

*** 角度の概念の定義についてはpage 65を, 角度の測定単位の定義についてはAppendix Bを参照のこと.

**** ピエール・ルイ・モーペルテュイ (Pierre Louis Moreau de Maupertuis) (1698–1759), フランスの物理学者, 数学者. 最小作用の原理を研究した主要人物の一人で, この原理の名付け親. 彼はベルリン科学アカデミーの初代会長でもある. モーペルテュイは, 宇宙における最大適合性を反映しているのがこの原理であると考えていた. この考えは*Histoire du Docteur Akakia et du natif*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

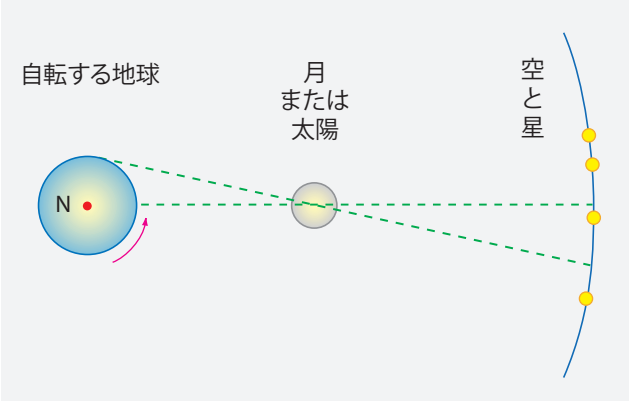



FIGURE 89 視差 – 実際のスケールとは異なっている.

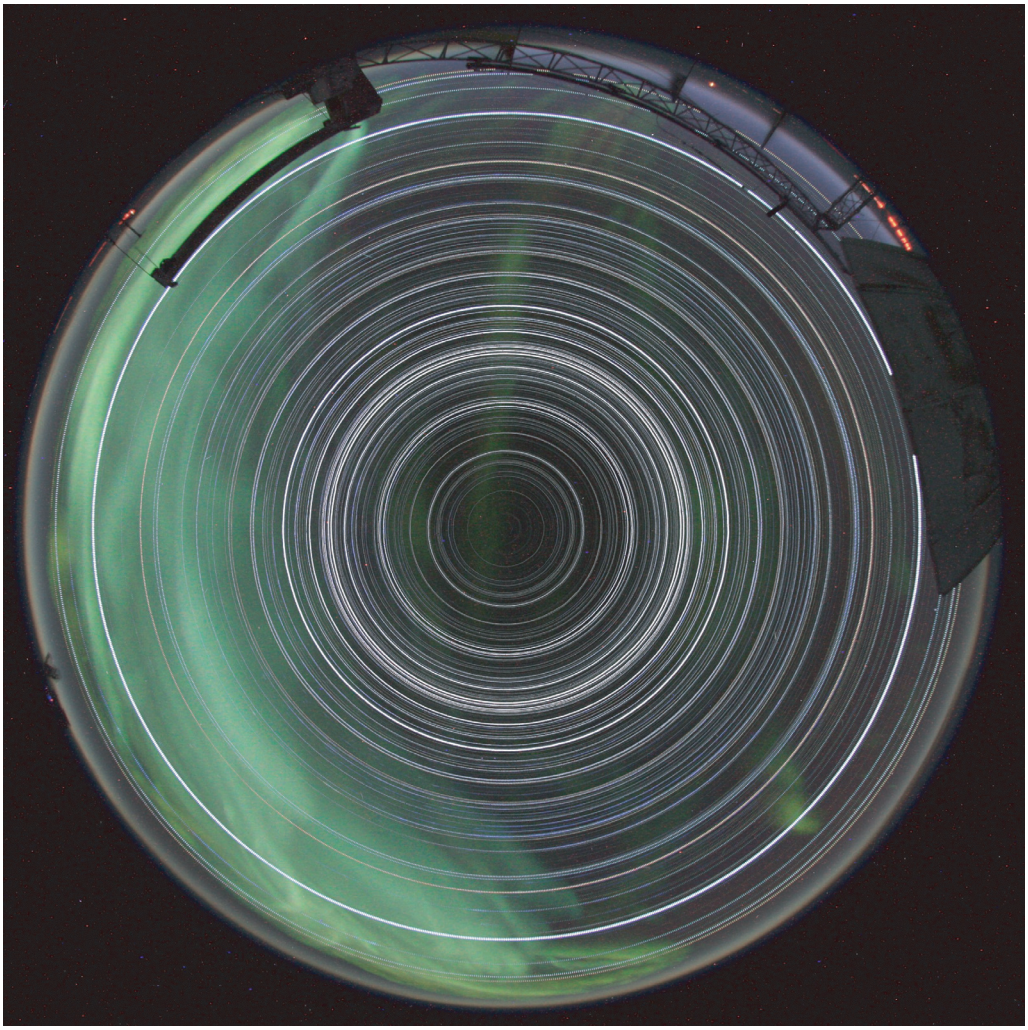


FIGURE 90 2012年5月1日に南極で観測された1晩の星の 動き. 緑の光は南極光(© Robert Schwartz).

*de Saint-Malo*, 1753.の中で, ヴォルテールによりさんざん馬鹿にされた. モーペルテュイは(www.voltaire-integral.com/Html/23/08DIAL.htm), 地球は扁平ではなく極方向にのびているというデカル

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

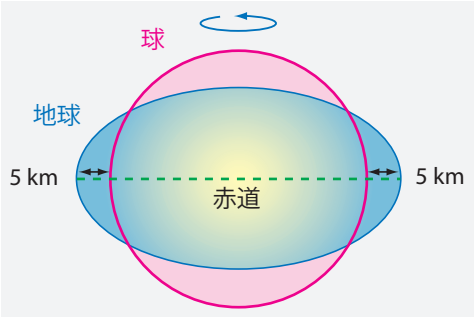



FIGURE 91 地球の自転のために生じる地球の球からのずれ (誇張して図示).

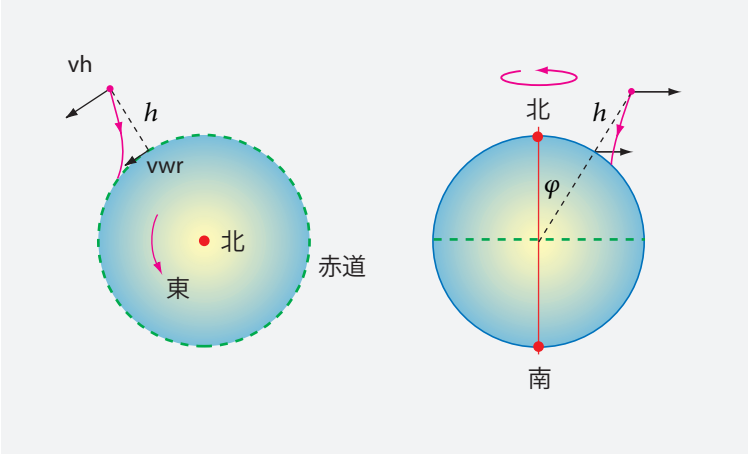



FIGURE 92 地球の自転により, 自由落下は東の方向と赤道方向に偏向する.

のではない.

そして, 1790年から1792年にかけて, ボローニャにおいて, ジョヴァンニ・バッティスタ・グリエルミニ (Giovanni Battista Guglielmini) (1763–1817) は, とうとう, 地球自転についてガリレオとニュートンが予言した通りであることを測定により示すことに成功した. 地球上では, 物体は鉛直に落下せず, やや東方にずれる. このずれは, Figure 92に示すように, 落下をさせた初期高度では, 物体の水平方向の速度が地表面より大きいためである. このグリエルミニの結果は, 地球の自転を天文学とは別の見地から初めて実証した例である. 1802年, この実験はヨハン・フリードリッヒ・ベンツェンベルク (Johann Friedrich Benzenberg)(1777–1846)により追試された. 金属玉をハンブルクのミヒャエルの塔 (高さ 76 m )から 落とし, 東に9.6 mmずれることを見出した. ベンツェンベルクによるこの値は, 地球は24時間で1回転しているという仮定と大体合致するか? また,赤道方向へのずれはずっと小さく, グリエルミニ, ベンツェンベルクなど現在までだれによっても測定されていない. しかし, 地球の自転が自由落下におよぼす効果のリストに挙げられるものである.

Challenge 238 d

鉛直落下からの 2方向へのずれるという現象は, 落下する物体が自転する地球の中心のまわりで楕円を描くという結果を用いると, 簡単に理解できる (以下, 参照). 楕円の形によると, 投げ上げた石は地上で立っている観測者のとっての平面内にはない. つまり, このような観測者にとって, この石の正確な径路を紙に描こうとしてもできない.

Page 175

トの理論とニュートンの理論の違いを明確にするため, 地球の測定をおこなった.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

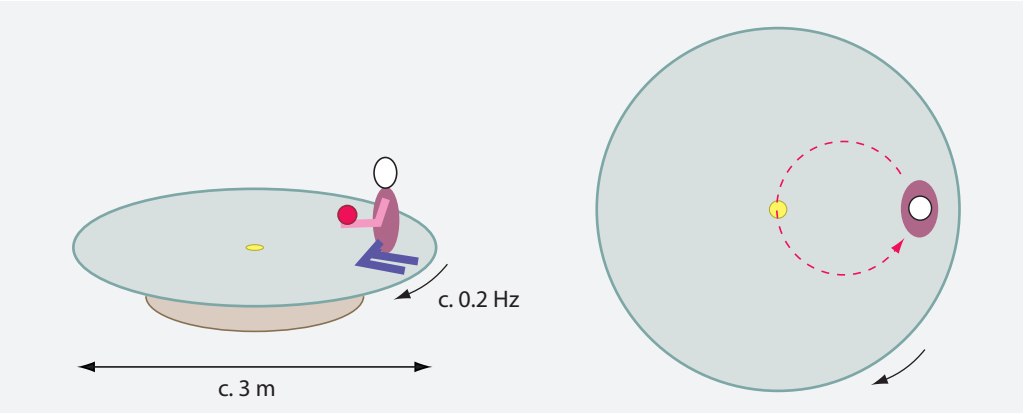



FIGURE 93 メリーゴーランドでは驚くべき現象としてコリオリ効果を観測できる．ボールをある適切な速度で適切な方向に転がすと，ボールは強く曲げられ自分に戻ってくる．

1798年，ピエール＝シモン・ラプラス (Pierre Simon Laplace)* は，回転する地球上で物体はどう動くかを説明し，物体は見かけの力を感じることを示した．1835年，ガスパール＝ギュスターヴ・コリオリ (Gustave-Gaspard Coriolis)はこれを再定式化した．テーブルの上を転がるボールを考えよう．床の人にとってはボールは直線上を転がる．今，テーブルが回転していると考えると，床の人にとってはやはり直線運動をしている．しかし，回転しているテーブルの人から見ると，ボールは曲がった径路を描く．つまり，回転する背景中を運動する物体は，横方向の加速を受ける．この加速はラプラスにより発見され，現在，コリオリ加速度とかコリオリ効果とかよばれている．背景が回転していると，移動物体は直線からずれてゆく．コリオリ効果を理解する最良の方法は自分で体験してみることである．Figure 93に示すように，メリーゴーランド上で行える．また，このトピックについてのウェブの画像を見ることもできる．回転するメリーゴーランド上で，ボールを投げたり転がしたりして標的に当てるのは簡単ではない．

Ref. 104

Ref. 105

地球は回転する背景でもある．北半球では反時計方向の回転になる．そのため，移動物体は右方向にずれる (物体の速さは一定に保たれる)．地球上では，つまり，回転する背景のように，回転軸からの距離の変化によりコリオリの加速度 $\boldsymbol{a}$ が生じる．コリオリ効果の式 $\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ を導出できるか?

Challenge 239 s

地球上でのコリオリ加速度は一般に小さい値である．従って，大きなスケールの現象または高速の現象でしかはっきり観測できない．実際，コリオリ加速度は大スケールの多くの渦巻き現象，例えば，天気の高気圧や低気圧の方向，地球上の一般的な風のパターンや海流潮の偏向といった現象の掌性を決めている。これらの現象では北半球と南半球では逆の掌性になる．極めておもしろいのは，コリオリ加速を用いると，氷山が極地から流れ出る際，なぜ風の方向に従わないかということを説明できる．コリオリ加速は砲弾の飛翔 (これがもともとコリオリが興味を抱いた原因である)，衛星の打ち上げ，黒点の運動，ひいては分子中の電子の運動まで影響を与えている．これらのコリオリ加速は北半球

Ref. 106

Ref. 107

* ピエール＝シモン・ラプラス (Pierre Simon Laplace) (b. 1749 ボーモン＝アン＝オージュ, d. 1827 パリ), 著名な数学者. 彼の有名な著書*Traité de mécanique céleste*は1798年から1825年にかけて5巻に分けられて出版された．また，彼は太陽系は回転するガス雲から形成されたことを最初に提唱し，ブラックホールを思いつき調べた人の一人である．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

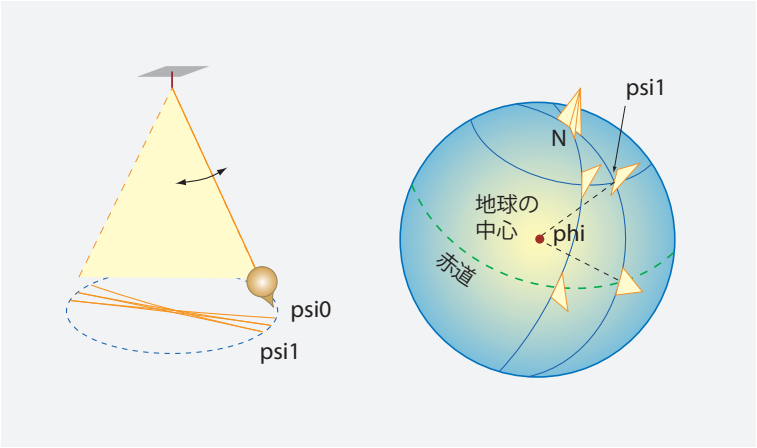



FIGURE 94 地球の自転を示す振り子の回転運動.

と南半球で向きが反対になるので, 地球の自転の証明になる. (第一次世界大戦のとき, 軍艦の大砲が南半球で標的を外すということが頻発したが, これは, 技手が北半球でのコリオリ効果の補正を適用してしまったためである.)

Ref. 108 1962年になって, アッシャー・シャピロ (Asher Shapiro)は, それまで何人かの研究者が試みてきた風呂桶から流れ出る水のつくる渦巻きの方向に与えるコリオリ力の効果は小さいものであることの証明に初めて成功した. 彼は, 普通の風呂桶ではなく注意深く設計された実験用の装置を使用した. これは, よく言われてきたことに反し, 実際の風呂桶ではこのような効果を見ることが出来ないからである. 彼は系から注意深くすべての外乱要素を取り除くのに成功した. 例えば, 効果に影響を及ぼす残留運動がなくなるよう, 貯水槽に水をため (そこへの出入りを控え) 24時間待った. また, 開口部が完全に回転対称になるよう注意深く設計した. 他にも, 南半球でも繰り返し実験をして, 回転方向が逆になることを見出し, 結論の検証を行った.つまり, 普通の浴槽で見られる掌性は地球の回転で引き起こされているのではなく, 水の流れ始め方の結果なのである. (赤道上の都市キトの詐欺師たちは騙されやすい旅行者に対し, 道路上に引かれた赤道を横切ると流しの渦が変わることを見せている.) ともかく, 地球の回転の話を続けよう.

Ref. 108

1851年, 医師から転向した物理学者 Jean Bernard Léon Foucault (b. 1819 パリ, d. 1868 パリ) はあらゆる疑念を払いのけ, 一夜にして世界の名声を受ける実験を行った. 彼は長さ67 mの振り子をパリのパンテオンにつるし, * 振れる向きが時間とともにゆっくりと回転してゆくのを示し公衆をあっと言わせた. 数分我慢すれば, 誰もが方向の変化を確認でき, この実験から地球の回転を示すことができた. 地球が自転していないと, 振り子は同じ方向に振動し続ける. 自転する地球上のパリでは, Figure 94に示すように, 振動は, 時計方向という意味で, 右へと変化してゆく. 赤道に振り子を設置すると振動方向の変化は起きず, 南半球では左方向に変化してゆく.** この振り子の現代版は, pendelcam.kip.

Challenge 24 e Ref. 109

* なぜ, こんな長い振り子が必要なのか? その理由が分かれば, 家でも, 少し工夫することで長さ70 cm のものでこの実験を再現できる. フーコーの効果を簡単な装置で見るには, 事務椅子に振り子を付けて, 椅子をゆっくり回せばよい. 偏向を強調した振り子のアニメーションをcommons.wikimedia.org/wiki/Foucault_pendulumで見ることができる.

** この発見は精度と才能が合体したことでうまくいったことを示している. この効果を発見した最初の人物は, ガリレオの教え子のヴィンチェンツォ・ヴィヴィアーニ (Vincenzo Viviani)で,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

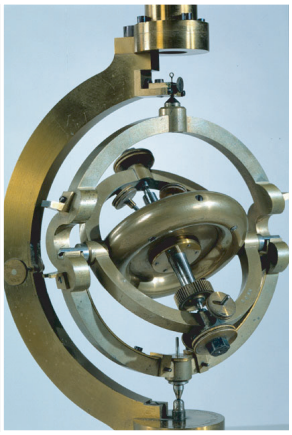
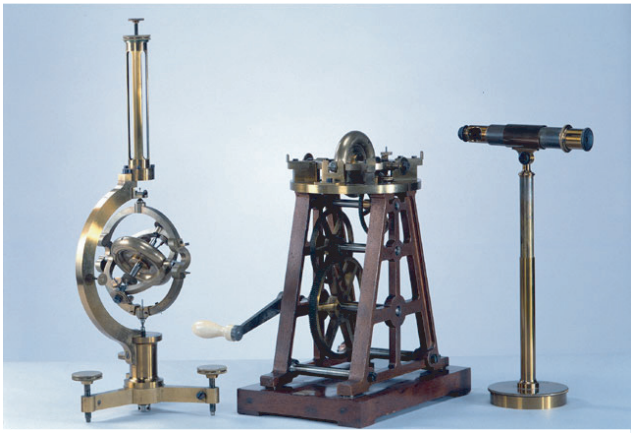
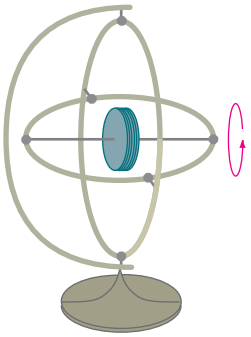
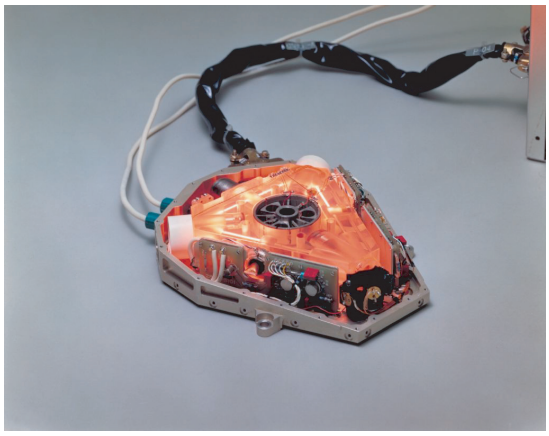





FIGURE 95 ジャイロスコープ: フーコーによる自由に動く回転ゴマを持つオリジナルなシステム, 速度を持ち込めるようにする機械装置, 運動を検出するための光学デバイス, 一般的な構造原理, 現代の(三角形の)リングレーザージャイロで回転する質量の角度変化ではなく回転するレーザー光の色変化を基本とする(© CNAM, JAXA).

uni-heidelberg.de/のウェブカムで見ることができる; 昼夜の振り子運動の高速フィルムはwww.kip.uni-heidelberg.de/oeffwiss/pendel/zeitraffer/でダウンロードできる.

振り子の振動方向が完全に一回転する時間 – the 歳差時間 – の計算をすることは可能である. 最初, 南北方向に振動を始めた振り子を調べると, 歳差時間 $T_{\text{Foucault}}$ は

Challenge 241 d

$$T_{\text{Foucault}} = \frac{23\,\text{h}\;56\,\text{min}}{\sin\varphi} \tag{34}$$

で与えられる. ここで $\varphi$ は振り子がある場所の緯度で, 例えば, 赤道では 0°, 北極では 90°となる. この公式はガリレイの運動力学の最も美しい成果の一つである.*

1661年のことだ! フーコーはAcademia dei Linceiの書物でヴィヴィアーニの仕事を読んでいた. しかし, それを地球の回転効果と結びつけたのはフーコーの才能であり, それまでにこれに気付いた人はいなかった.

* フーコーの振り子の周期の計算では回転中に歳差率は一定であることを仮定している. これは, 普通, 比較的よく成り立つが近似である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

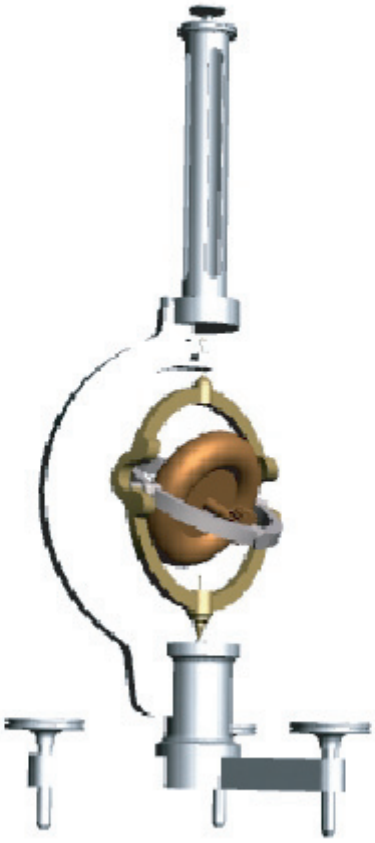


FIGURE 96 フーコーによるオリジナルのジャイロスコープの3次元モデル: カーソルをおいて動かすと回転させることができる(© Zach Joseph Espiritu).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

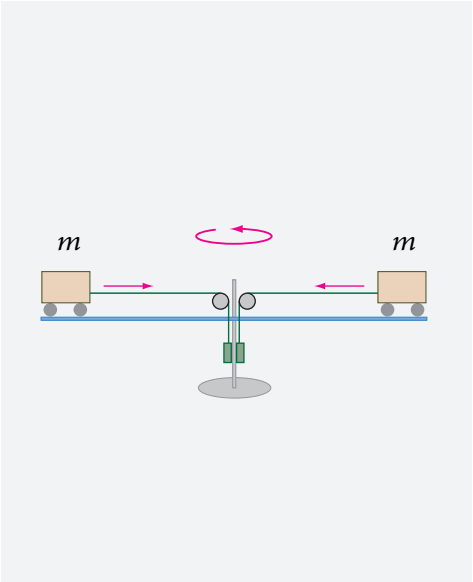



FIGURE 97 軸の回転から地球の自転を示す.

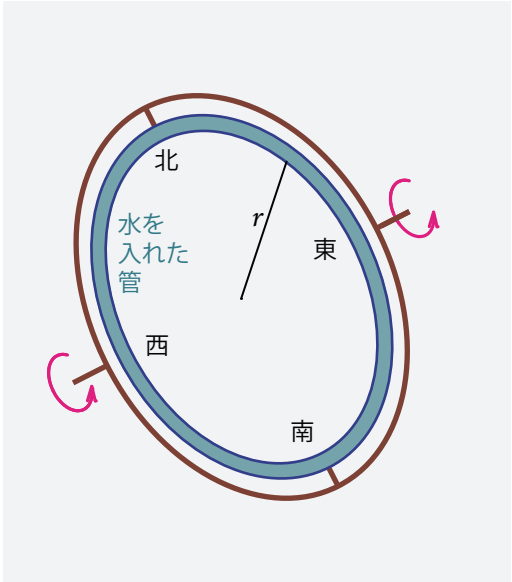



FIGURE 98 水で地球の自転を説明する.

フーコーはジャイロスコープの発明者でもあり, 名付け親でもある. 彼は, フーコーの振り子の 1年後の 1852年に, Figure 95に示すこのデバイスを作った. これを用いて, 彼は, 再度, 地球の自転の実証を行った. ジャイロスコープが回転すると, その軸は空間に固定される – ところが, 遠方の星や銀河から見た場合にのみそうなる. (これは絶対空間について語っているわけではない. なぜか?) Challenge 242 s 地球上の観測者にとって, その軸の方向は 24時間周期で規則的に変化する. 現在, ジャイロスコープは, 磁気コンパスより正確で信頼性が高いので, 北の方向を知るために, 船舶や航空機で普通使用されている. 最近の物は回転する質量ではなく, 円上を回るレーザー光を使用している.*

1909年, ロラーンド・フォン・エトヴェシュ (Roland von Eötvös)は, 地球の回転により物体の重量は動いている方向に依存するというあるシンプルな効果を測定した. その結果, 鉛直軸の周りを回転しているバランスは完全に水平に保たれず, Challenge 244 s バランスは少し振動を始める. この効果の原因を説明できるか?

1910年, ジョン・ハーゲン (John Hagen)は, 1851年にルイ・ポアンソ (Louis Poinsot)により提唱されていたもっと簡単な実験の結果を発表した. 垂直軸のまわりを回転する水平棒に2個の質量がおかれた装置, いわゆる*isotomeograph*である. 全質量は 260 kgであった. 2個の質量が, Figure 97に示すようにゆっくりと支持の方向に動き, もし, 摩擦が十分小さいとすると, 棒は回転を始める. もし地球が自転していなければ, このようなことは起きないだろう. この観測結果を説明できるか? Challenge 245 s このあまり知られていない効果は物理学者同志の賭けに勝つのにも役立つ.

1913年, アーサー・コンプトン (Arthur Compton)は, 水で満たされた閉じた管と小さな浮かんだ粒子 (または泡) を用いて, 地球の自転を示した. この装置をコンプトンチューブとかコンプトン輪という. コンプトンは, 水平に置かれた水を満たした管を 180°回転させると, 地球が自転していることを示せる.

Challenge 243 s * この場合, どうやって, 回転を検出しているかわかるか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

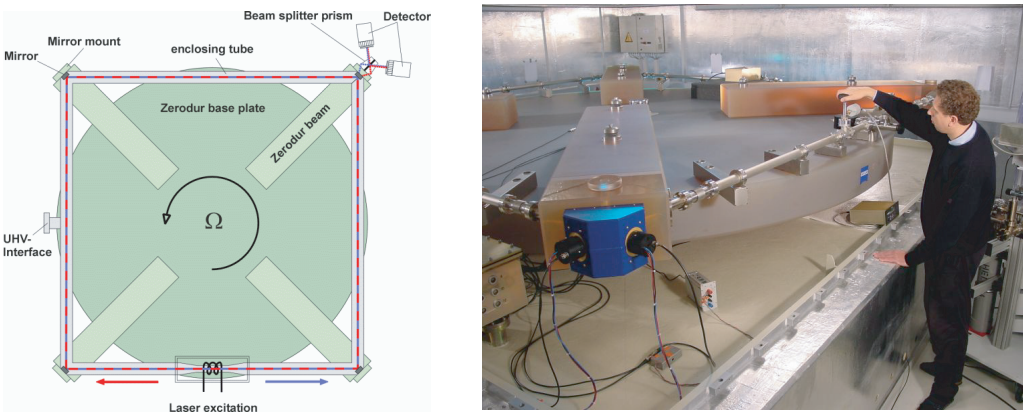



FIGURE 99 最近の高精度リングレーザー干渉計(© Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Carl Zeiss).

Figure 98に示すように, 実験が実施された地点の緯度を測定することが可能である. 何が起きているか説明できるか?

Challenge 246 d

1913年, 光を用いた地球の自転の検出法を行ったのがフランスの物理学者ジョルジュ・サニャック (Georges Sagnac)である:* 彼は干渉計を用い, 時計方向に回転する光と反時計方向に回転する光の2つの光線から明暗の光の縞を作った. この干渉縞は系全体を回転させるとシフトし, 回転が速くなればなるほどフトが大きくなる. ランプではなくレーザーを用いた最近の高精度な実験装置をFigure 99に示す. (干渉と干渉縞については第III巻ので説明する.) サニャックはまた干渉縞のシフト量と実験の詳細の関係を決定した. リング干渉計全体を角周波数 (ベクトル) **Ω**で回転させた時の, 縞の角位相シフト量 $\Delta\varphi$ は

Vol. III, page ??

Challenge 247 s

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi\,\boldsymbol{\Omega}\,\boldsymbol{a}}{c\,\lambda} \tag{35}$$

で与えられる. ここで $\boldsymbol{a}$ は2本の干渉光線により囲まれる面積 (ベクトル) で, $\lambda$ はその光の波長, $c$は光速である. この効果は発見者の名をとってサニャック効果とよばれている. これはその 20年前 オリバー・ロッジ (Oliver Lodge)により予言されていた.** 現在, サニャック干渉計は, Figure 95に示すような, レーザージャイロスコープの中核になっており, 運動変化や実際の位置を決定するために, どの旅客機, ミサイル, 潜水艦にも搭載されている.

Ref. 113

干渉縞のシフトの一部は地球の自転によるものである. 現在の高性能サニャック干渉計は, Figure 99にしめすような, 数平方メーターの面積を持つリングレーザを使用している. このようなリング干渉計を用いると, 100万分の1の自転回転率の変化を測定することができる. 実際, 1年の間で, 主に太陽や月の影響, 気象変動, 地球深層部からのマグマの流出で 1日の長さが不定期に数ミ

* ジョルジュ・サニャック (Georges Sagnac) (b. 1869 ベリグー, d. 1928 ムードンベルビュー) リールおよびパリの物理学者で, キュリー夫妻, ランジュバン, ペラン, ボレルの友人. サニャックは実験から, 光速は光源の速度には依存しないことを導き, 特殊相対論の予言の検証を行った.

** オリバー・ロッジ (Oliver Lodge) (1851–1940) は電磁波を研究した英国の物理学者で, 死者との交信も試みた. 変わっていたが影響力のある人物だったので, 物理学者からおもしろい話を聞く必要がある時は, 彼の考えがよく引用された. 例えば, 19世紀の終わり, 物理学は終わったと信じていた (まれな) 物理学者の一人であった.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

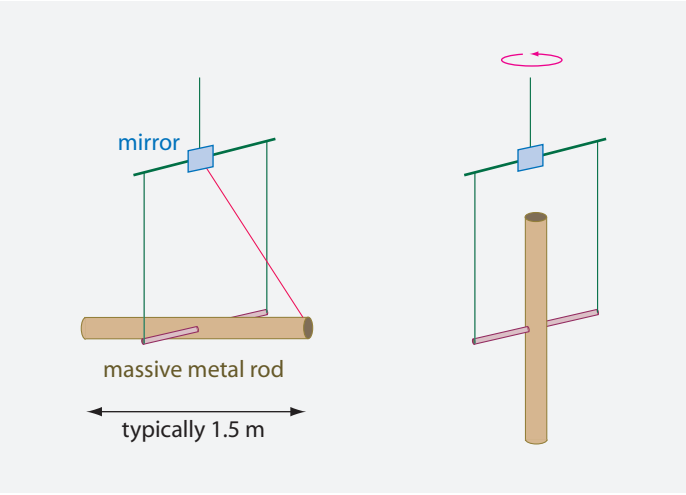



FIGURE 100 2秒で地球の自転を観測.

Ref. 114 リ秒程度変化している.* また, 地震, 気候におけるエルニーニョの影響, 巨大なダムの貯水も地球の自転に影響を与える. これなの効果はすべて高精度干渉計で調べることができる. この干渉計は, 他にも, 月の潮汐や地震による土壌の動きや特殊相対論のチェックの研究にも利用できる.

最後に, 1948年, ハンス・バッカ (Hans Bucka)は地球の自転を検出する非常
Ref. 115 に簡単な実験を考え出した. Figure 100に示すようなセットアップを用い, 数秒間観察すると, 一本の金属棒で地球の自転を検出することが可能である. この
Challenge 248 s 実験は授業で簡単に行うことができる. どのように動作するかわかるか?

まとめると, 観測によると, 地球表面は赤道のところで 464 m/sで回転しており, この値は空気中の通常条件の音速値約 340 m/sより大きい. 回転はまた, 赤道の所で 0.034 m/s$^2$の加速を意味している. 実際, 私たちは宇宙の中でクルクルと回っているのだ.

## 地球はどのように自転しているのか?

地球の自転周期, 一日の長さは地質年代時間スケールで考えると一定なのだろうか? これは難問である. この答を導く方法を見つけたら論文にしてください!
Ref. 116 (一年の長さが一定どうかという問題も同じである.) 現在, 二, 三の方法しかないが, この方法についてはすぐわかるだろう.

人の一生の時間スパンにおいてすら, 自転は一定ではない. $10^8$分の2, 3 では変化している. 特に, '永い'時間スケールになると, 月の摩擦や極氷冠の融解などにより, 1世紀あたり1から2 ms程度, 1日の長さは長くなっている. これは古代バビロニアやアラブの天文学者の歴史的観測を研究することで導かれたもの
Ref. 117 である. さらに, '十年レンジ'の変化では4から5 msの幅でふれているが, これは地球の核の液体部分の運動によるものである. (地球の核は固体である; このことは1936年にデンマークの 地震学者 インゲ・レーマン (Inge Lehmann) (1888–1993)により発見された. 2008年, 彼女の発見は2人の英国の地震学者により確

* 1916年にすでにハロルド・ジェフリーズ (Harold Jeffreys)が考えていたが, 木々の枝葉の成長や地球の慣性モーメントの変化は, 効果としてはあまりにも小さすぎて, 大きな効果に隠れてしまい, 観測にはかからない.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

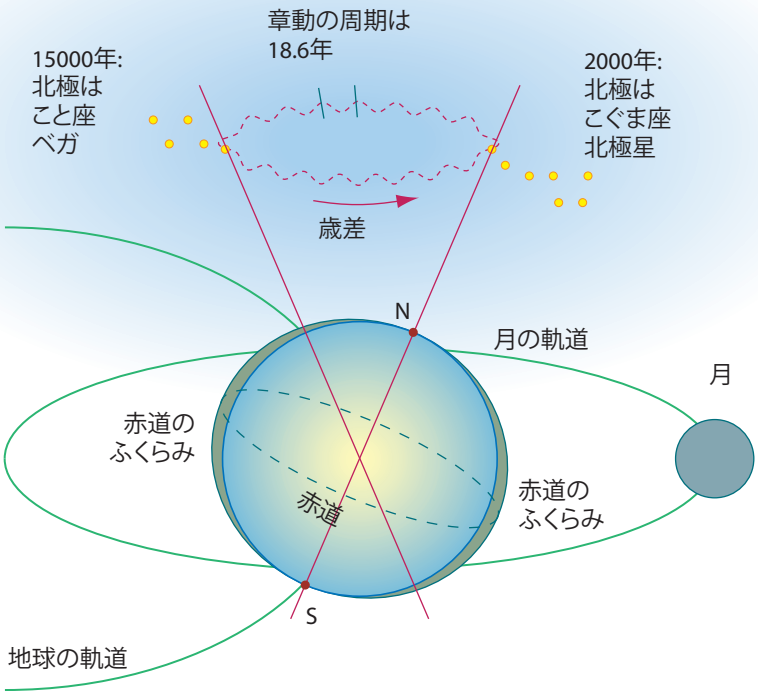



FIGURE 101 地球の軸の歳差運動 (precession) と章動運動 (nutation).

認された. 彼らは内核のせん断波を測定しレーマンの結論を検証した. 固体の核の周りには液体の核が存在している.)

季節ごと, また, 半年ごとでも, 主に大気の影響により一日の長さは変化する. 6か月のその大きさは0.4 ms, ほかに, 1年では0.5 ms, 24から26か月で0.08 msである. 1970年代, 約50日スケールの長さの風の振動が発見された時, それが一日の長さに0.25 ms程度の影響を与えることも発見された. しかし, しかし, これらの変化はかなり変動的である.

Ref. 118 海も一日の長さに影響を与える. これは潮汐や海流, 風力, 大気圧力によるものである. 一日の長さは, 他に, 氷床の変化, 水の蒸発や降雨などの影響もうける. 最後に, 忘れてならないのが, マントルや核などの地球内部の流れが自転に影響を与えることだ. 例えば, 地震, プレートの運動, 後氷期地殻隆起, 火山噴火すべてが回転に影響を与える.

ところで, いったい, なぜ地球は回転しているのだろうか? この回転の起源は太陽系誕生時の回転するガス雲による. この結びつきは太陽と二つを除くすべての惑星が, その軸の周りを同じ方向に自転し, 惑星は同じ方向に太陽の周りを回っている. しかし, これについての完全な話はこの本の範疇外である.

軸の周りの回転はは自転だけではなく他にもある. これはずっと昔から知られていた. 紀元前128年, ギリシアの天文学者ヒッパルコス (Hipparchos)は, 現在, (春分点)歳差運動とよばれているものを発見した. ヒッパルコスは自分の測定結果と169年前になされた別の測定を比較し, 時間が異なると地軸は別の星を指していることを発見した. 彼はこのことから空は動いていると結論

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 102 吊るされた回転するコマの歳差運動(mpg film © Lucas V. Barbosa)

Challenge 249 e

付けた. 現在では, 地球の軸が動いているといった方が良い. (なぜか?) 25 800 yearsの周期の間に, 軸は23.5°の角度の円錐を描く. Figure 101に示すこの運動は, 地球を平坦化している地球の赤道付近の膨らみ上に作用する月と太陽の潮汐力により作られている. 太陽と月は地軸を地球の軌道面に垂直にしようとするが, そのトルクが地軸の歳差運動を引き起こす.

歳差はあらゆる回転系につきもの運動である. 惑星, 回転するコマ, 原子の運動には登場してくる. (歳差は, page 221に示すような吊るされた輪に関係したびっくりするようなことの基にもなっている.) 回転コマでは, それがつるされているかどうかに関係なく, 歳差は非常に簡単に観測される. page 221にその例を示す. 原子核や惑星は, 吊るしているワイヤが無い, 平板でない回転体と考えればいいだけである. 地球でも, 歳差運動は, 大西洋の赤道地方の深海水の噴出を引き起こし藻類の生態系の絶えず変化させている.

さらに, 地軸も地球表面に対し固定されているわけではない. 1884年, フリードリッヒ・キュストナー (Friedrich Küstner)は, ベッセル (Bessel)がその40年前に示唆したように, 地軸は地殻に対して動いていることを発見した. このキュストナーの発見の結果 国際緯度観測事業 (International Latitude Service)が作られた. キュストナーの発見した極地運動は3つの成分から成っている. まだ理解できていない小さな線型ドリフト, 空気と水の季節変化に伴う年周期の楕円運動, そして, 海洋底の圧力変動による約1.2年周期の円運動である.* 実際, 北極は, Figure 103に示すように, 平均中心位置の周りを約15 m運動している. 大気圧の地域変化, 気候変化や潮汐による北極の位置の短周期変化も測定されて

Ref. 120

* 円運動, つまり振動は, スイスの偉大な数学者レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) (1707–1783)により予測されていた. オイラーとベッセルの予測とキュストナーのデータを利用し, 1891年, セス・チャンドラー (Seth Chandler) が円成分の発見者であると主張したという逸話がある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

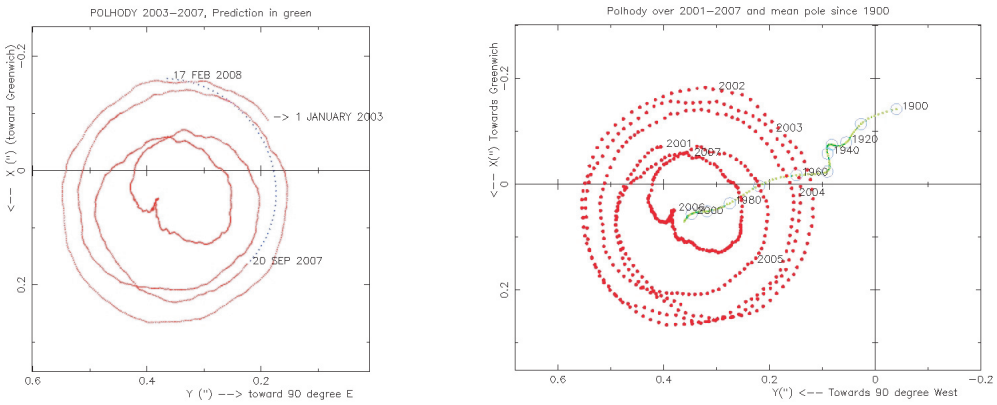



FIGURE 103 2003年から2007年までの北極の運動と2008年までのその予測値 (左) そして1900年以降の平均位置 1900 (右) – 0.1 arcsecond は地球上では 3.1 m に対応している. ただし, これにはミリ秒以下の潮汐による日周期および半日周期変動は含まれいない. (hpiers.obspm.fr/eop-pcより)

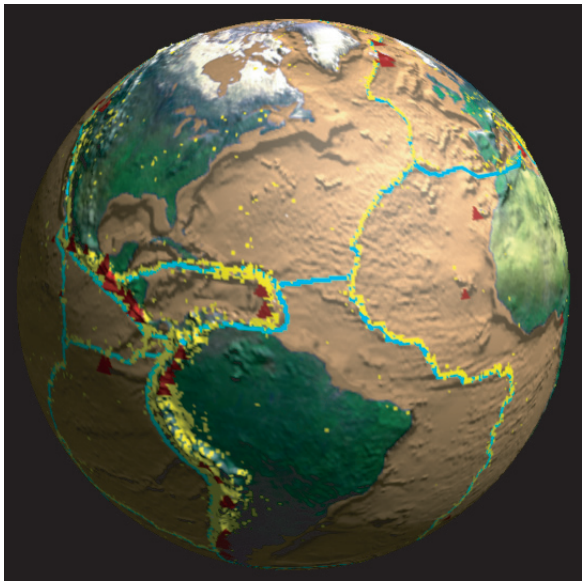


FIGURE 104 大陸プレートは地殻運動の対象物である (HoloGlobe project, NASA).

Ref. 121 いる. GPSシステムの精度の高さは地軸の正確な位置のおかげで可能になっている. そして, この知識を用いて, 人工衛星を火星や他の惑星に導くことができる.

地球の細かい運動は詳細に調べられている. Table 25に現在利用できる知識とその精度をまとめておく.

1912年, 気候学者で地球物理学者のアルフレート・ヴェーゲナー (Alfred Wegener) (1880–1930)が大規模な効果を発見した. 大西洋両側の大陸棚の形や地質層を調べ, 両大陸は, 2億年前, 一つの大陸だったものがが分かれ移動したその組片であると推測した.*

* ゴンドワナ大陸と呼ばれるこの古い大陸には, チャドからエクアドルのグアヤキルに向かい西流する大きな川があった. 大陸分裂後, この川は西に向かって流れていた. アンデス山脈が現れると, この川は堰き止められ, 数百万年後, 流れが反転した. 今日もこの川は東に向かって流れてい

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

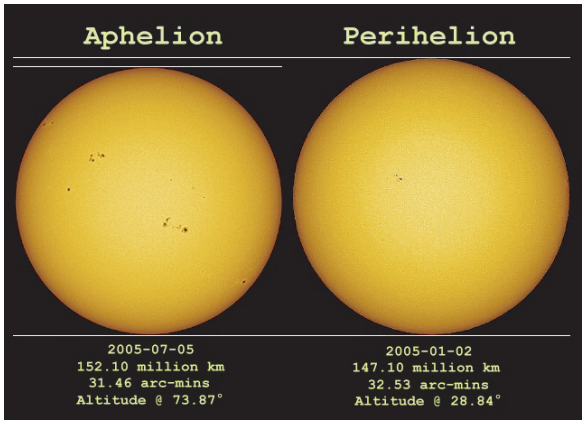



FIGURE 105 地球の楕円運動による太陽の角サイズの変化(© Anthony Ayiomamitis).

FIGURE 106 フリードリヒ・ヴィルヘルム・ベッセル (Friedrich Wilhelm Bessel) (1784–1846).

最初は世界中で物笑いされたが，ヴェーゲナーの発見は正しかった．今日の人工衛星からの測定によると，Figure 104のように，このモデルを実証している．例えば，アメリカ大陸は，毎年約10 mmずつヨーロッパ大陸から遠ざかっている．この速度は過去のある時期と比べると大きくなっているという推量もある．これは底質岩の磁化を見る方法でチェックできる．現在でも，これは盛んに研究されている．このモデルの現代版であるプレートテクトニクスによれば，(密度$2.7 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$の) 大陸は，水の上のコルクのように(密度$3.1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$の)地球の流体マントルの上に浮かび，マントル内の対流が大陸移動の駆動力となっている．

Page 117
Vol. III, page ??
Ref. 122

## 地球は動いているのか?

地球の中心は宇宙の中で静止しているのではない．紀元前 3世紀，サモスのアリスタルコスは地球は太陽の周りを回っていると主張した．Figure 105のような実験からその軌道は楕円であることが確認されている．しかし，地動説の基本的な問題は星が一年中同じ位置に見えることであった．もし，地球が太陽の周りを回っているのであれば，どうなるのだろう? 7世紀以降、太陽と地球の距離はわかっていたが，恒星の視差を，フリードリヒ・ヴィルヘルム・ベッセル (Friedrich Wilhelm Bessel)* が初めて観測したのは 1837 年になってから

る．これがアマゾン川である．
* フリードリヒ・ヴィルヘルム・ベッセル (Friedrich Wilhelm Bessel) (1784–1846), ドイツ, ウェス

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 25 地球の運動についての測定データ (hpiers.obspm.fr/eop-pcから).

| 観測量 | 表記 | 数値 |
|---|---|---|
| 地球の平均角速度 | $\Omega$ | 72.921 150(1) µrad/s |
| 地球の公称角速度 (1820年) | $\Omega_N$ | 72.921 151 467 064 µrad/s |
| 慣用平均太陽日 (1820年) | d | 86 400 s |
| 慣用恒星日 | $d_{si}$ | 86 164.090 530 832 88 s |
| 慣用恒星日に対する慣用太陽日の比 | $k = d/d_{si}$ | 1.002 737 909 350 795 |
| 慣用stellar dayの時間 | $d_{st}$ | 86 164.098 903 691 s |
| 慣用stellar dayに対する慣用太陽日の比 | $k' = d/d_{st}$ | 1.002 737 811 911 354 48 |
| 経度で表した一般歳差 | $p$ | 5.028 792(2) ″/a |
| 黄道の傾斜度 (2000年) | $\varepsilon_0$ | 23° 26′ 21.4119 ″ |
| 地球基準座標系でのキュストナー-チャンドラー周期 | $T_{KC}$ | 433.1(1.7) d |
| キュストナー-チャンドラーピークのQ値 | $Q_{KC}$ | 170 |
| 天球基準座標系での自由コア章動周期 | $T_F$ | 430.2(3) d |
| 自由コア章動のQ値 | $Q_F$ | $2 \cdot 10^4$ |
| 天文単位 | AU | 149 597 870.691(6) km |
| 恒星年 (2000年) | $a_{si}$ | 365.256 363 004 d<br>= 365 d 6 h 9 min 9.76 s |
| 回帰年 | $a_{tr}$ | 365.242 190 402 d<br>= 365 d 5 h 48 min 45.25 s |
| 平均の月の周期 | $T_M$ | 27.321 661 55(1) d |
| 地球の赤道半径 | $a$ | 6 378 136.6(1) m |
| 第1赤道慣性モーメント | $A$ | $8.0101(2) \cdot 10^{37}$ kg m$^2$ |
| 主慣性軸の緯度 $A$ | $\lambda_A$ | −14.9291(10)° |
| 第2赤道慣性モーメント | $B$ | $8.0103(2) \cdot 10^{37}$ kg m$^2$ |
| 軸慣性モーメント | $C$ | $8.0365(2) \cdot 10^{37}$ kg m$^2$ |
| マントルの赤道慣性モーメント | $A_m$ | $7.0165 \cdot 10^{37}$ kg m$^2$ |
| マントルの軸慣性モーメント | $C_m$ | $7.0400 \cdot 10^{37}$ kg m$^2$ |
| 地球の扁平度 | $f$ | 1/298.25642(1) |
| 天体としての地球の動的扁平度 | $h = (C - A)/C$ | 0.003 273 794 9(1) |
| 地球物理学的地球としての動的扁平度 | $e = (C - A)/A$ | 0.003 284 547 9(1) |
| 地球のコアの動的扁平度 | $e_f$ | 0.002 646(2) |
| 地球の重力ポテンシャルの第2項 | $J_2 = -(A + B - 2C)/(2MR^2)$ | $1.082\,635\,9(1) \cdot 10^{-3}$ |
| $J_2$ の経年変化率 | $dJ_2/dt$ | $-2.6(3) \cdot 10^{-11}$ /a |
| ラブ数 (潮汐による形の変形を表す) | $k_2$ | 0.3 |
| 経年 ラブ数 | $k_s$ | 0.9383 |
| 平均赤道重力 | $g_{eq}$ | 9.780 3278(10) m/s$^2$ |
| 地心重力定数 | $GM$ | $3.986\,004\,418(8) \cdot 10^{14}$ m$^3$/s$^2$ |
| 日心重力定数 | $GM_\odot$ | $1.327\,124\,420\,76(50) \cdot 10^{20}$ m$^3$/s$^2$ |
| 地球に対する月の質量比 | $\mu$ | 0.012 300 038 3(5) |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

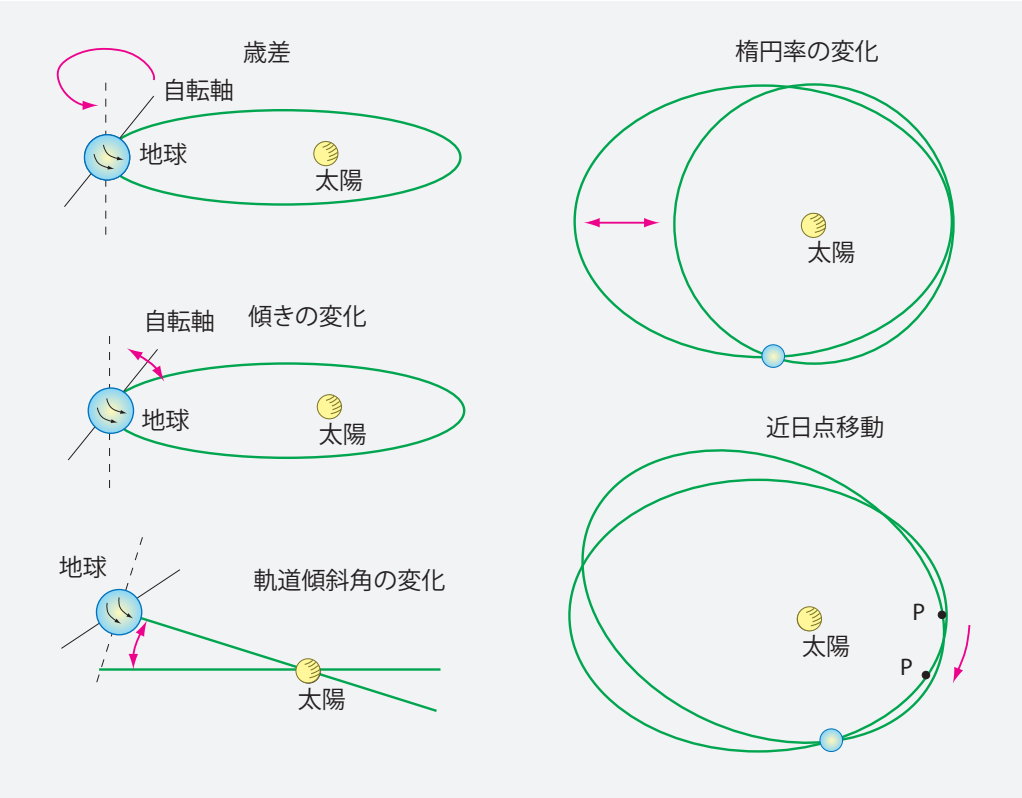



FIGURE 107 軌道面の外側の観測者から見た時の太陽の周囲を回る地球の運動.

である.これは極めて注意深い測定と複雑な計算を行った結果の賜物であった. これを実現するためにベッセル関数を発見した. 彼は, 白鳥座 61 番星 (61 Cygni)という星が, 月ごとに位置が明らかに変わっているのを見出した. これを一年にわたりみわたすと, この星は空で, 差し渡し0.588″で (これは現在の値), 小さな楕円を描いていた. その後, 可能性のあるあらゆる説明を注意深く排除し導いた結果が, この位置の変化は太陽の周りを回る地球の運動によるものであるというものだった. 楕円の大きさからその星までの距離が105 Pm, つまり, 11.1光年であると決定した.

Challenge 250 s

ベッセルはこのようにして星までの距離を初めて測定した. これを行うことで, 地球は空の星に対し固定されていないことも証明した. 地球が運動していること自体は驚くべきことではなかった. このことは, 1728年のジェームズ・ブラッドリー (James Bradley) * による光行差の発見により確認されていたからだ. これについては先述したが, 後でも述べる. 宇宙から見ると地球は太陽の周りを回転している.

Vol. II, page 15

望遠鏡の改良により, その他の運動も発見された. 1748年, ジェームズ・ブラッドリーは, 歳差に, 章動と呼ばれる規則的な小さな変化が存在することを発表した. この変動は18.6年周期で, 19.2″の角振幅をもっている. 章動は, 地球

トファリアの天文学者で, ビジネスで成功後, 星に一生を捧げ, 当時の主要な天文学者になる.

* ジェームズ・ブラッドリー (James Bradley) (1693–1762), 英国の天文学者. 彼は精密測定値を理解した最初の天文学者で, グリニッジの近代化を推し進めた. 彼は光行差を発見し, それにより, 地球は動いていることを示し, 光の速度測定を可能にした. また, 地球の章動も発見した.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

の周りを回る月の軌道面が地球の公転面と正確に一致していないことにより起きる現象である．この状況がなぜ章動を引き起こすか説明できるか?

Challenge 251 e

天文学者たちは，地軸が23.5°傾いていることを発見した．この傾きは地球自身の固有角運動量と軌道角運動量がなす角度のことで，黄道傾斜ともよばれるが，実際は，41 000年の周期で22.1°から24.5°の間で変動している．この運動は太陽の引力と地球が完全な球でないことにより生じている．第二次世界大戦中の1941年，セルビアの天文学者ミルティン・ミランコビッチ（Milutin Milankovitch）（1879–1958)は一人引きこもり，この結果を調べていた．その結果，この黄道傾斜の41 000年周期と歳差運動の平均22 000年周期* が一緒になり，過去200万年におきた20以上の氷河期を引き起こしたことに気づいた.これは太陽による極の日射が強くなったり弱くなったりすることで起きる．この時，溶け出す氷の量の変化が平均気温の変動につながっている．最近の氷河期は約20 000年前がピークで11 800年前頃に終了した．次の氷河期はずっと先である．氷河期と天文学に関係があることを見事にものがたっているのが，氷コアと海底堆積物に含まれる酸素同位体比の測定結果である．これにより，過去数百万年の平均温度を追跡することができる．Figure 108は，気温が，黄道傾斜と歳差による日射量の変化によく対応していることを示している．

Ref. 123

地球の軌道の離心率も時間的に変化し，完全な円からやや楕円に行ったり戻ったりする．しかし，これは太陽系の大きな惑星が地球の軌道に与える影響で，周期的ではなく，複雑なものである．典型的な時間スケールとしては100 000年から125 000年である．

さらに，地球の軌道の他の惑星に対する傾斜角も変化している．これは100 000年ごとに規則的に起きているようである．この周期の間に，傾斜角は+2.5°から−2.5°へ変化する

楕円の向きも時間的に変化する．このいわゆる近日点移動は主に他の惑星に影響で起きる．残りの小さな影響については一般相対論の章で述べる．水星の近日点移動はアインシュタインの理論を検証する最初のデータであった．

明らかに，一年の長さも時間的に変わる．測定のばらつきは $10^{11}$の1のオーダー，つまり，1年に約 1 ms程度である．しかし，この変化や原因については地球の自転のばらつきと比べるとそれほど詳細にはわかっていない．

次の疑問は太陽自身も運動しているかということである．実は，運動している．局所的には，ヘルクレス座の方向へ19.4 km/sで運動している．このことは1783年にウィリアム・ハーシェル（William Herschel)によって示された．しかし，巨視的にみると，太陽の運動はもっとおもしろい．銀河系の直径は少なくとも100 000光年あるのだが，私たちがいるのは中心から26 000光年の所である．(このことは1918年から知られていて，銀河系の中心はいて座の方向にある．私たちがいる近辺の銀河系の厚みは1300光年で，中心面から上へ68光年のところにいる．太陽は，太陽系を従えて，銀河系の中心の周りを約2億2500万年かけて一周しており，その速度は約220 km/sである．また，太陽は，Figure 109に示すように，これから約250光年は銀河系面から離れてゆき，その後，戻ってくるものと考えられている．この振動の周期は約6千200万年と見積もられており，これが地球の生き物の大量絶滅のメカニズムと考えられている．おそらく，その途中に，ガス雲とか宇宙線放射が待ち受けてるのかもしれない．これは現在で

Ref. 124

* 実際は, 歳差と近日点移動の影響で, 25 800年の歳差が, 23 700, 22 400, 19 000年という3つの日射量周期につながっている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

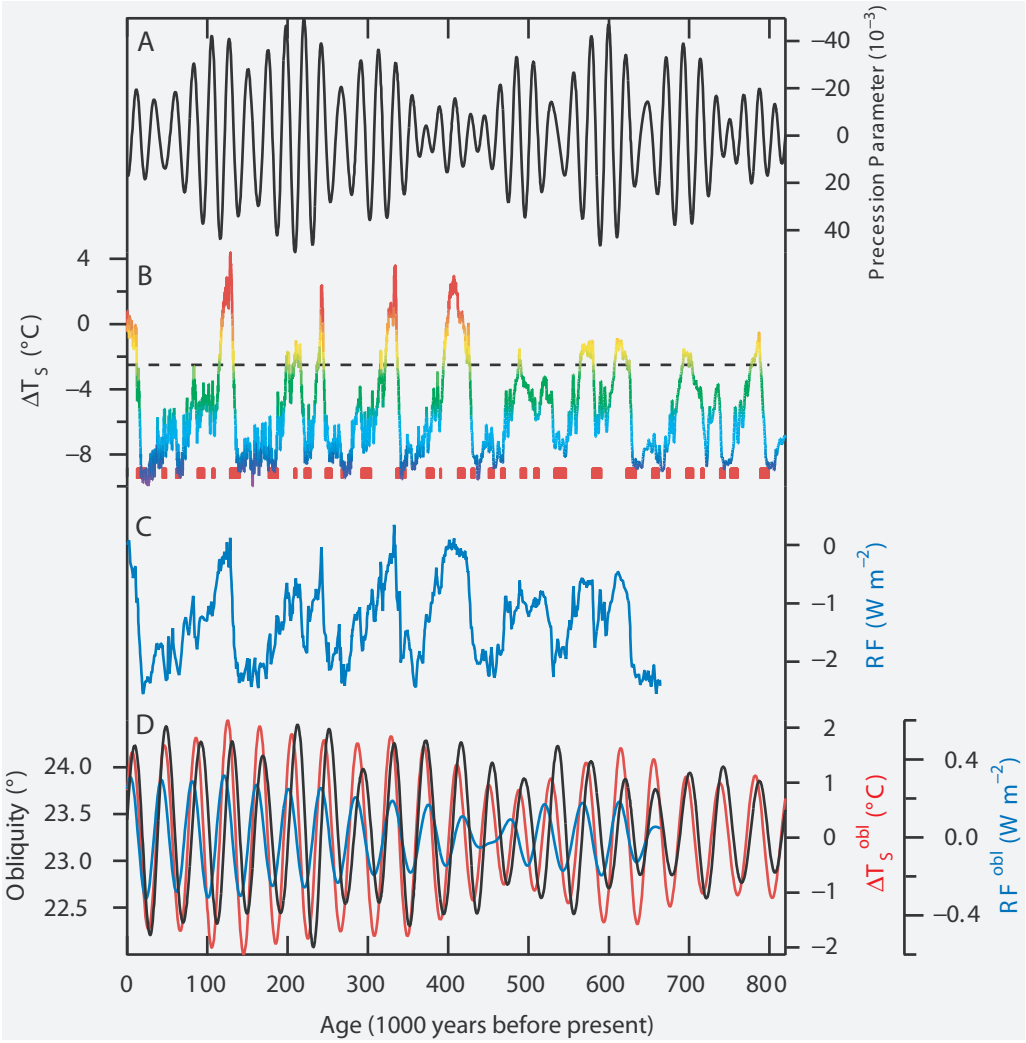



FIGURE 108 過去800 000年の間に，地球の歳差パラメータ (黒い線 A) と黄道傾斜 (黒い線 D) が地球の平均気温 (色の線 B) と日射量 (青の線 C) にどう影響を与えたかを示す最近の測定結果．日射データRF (青い線 D) のフーリエ解析から得られた黄道傾斜と温度 (赤い線 D) のフーリエ解析から得られた黄道傾斜は，天文学的データ (黒い線 D) から得られた黄道傾斜と一致している．歳差パラメータが減少しながら黄道傾斜が増加しているときにはいつも急激な温度低下事象が起きている．(温度曲線の下に赤でマーキング) (© Jean Jouzel/Science from Ref. 123).

も盛んに研究がされている．

銀河系の中心の周りを太陽が回っているということは，太陽系の惑星は太陽の周囲でらせんを形成していることを意味する．Figure 110 にそのらせんの経路を示す．

私たちは銀河系の中心の周りをまわっているのは，銀河形成が，太陽系の形成と同じように，いつも，渦巻きから形成されたからである．ところで，私たちの銀河自身が回転していることを観測からどうやればわかるか? Challenge 252 s

最後に，私たちの銀河自身が動いているかどうかを考える．宇宙の中で太陽の運動の値を背景輻射に対する運動として定義でき，その値が示せるので，銀河自身の運動も観測できる．この測定値は 370 km/s である．(地球の背景輻射に対する速度は，当然，季節により異なる.) この値は，銀河系中心の周りでの Ref. 125

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

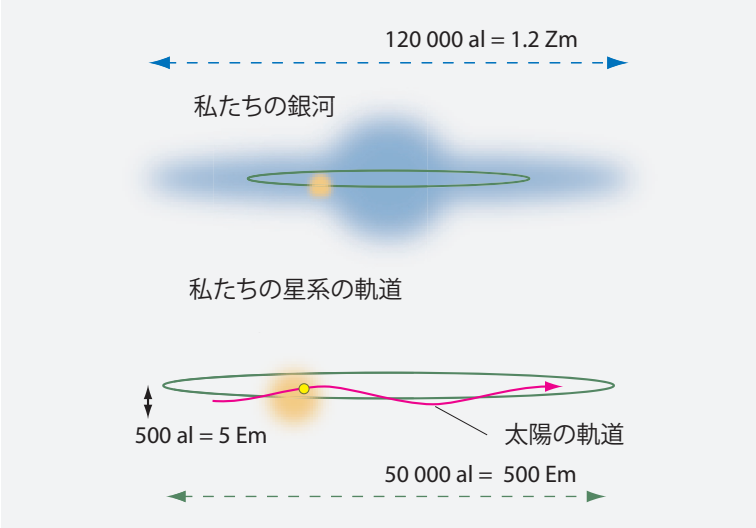



FIGURE 109 銀河系を周回する太陽の運動.

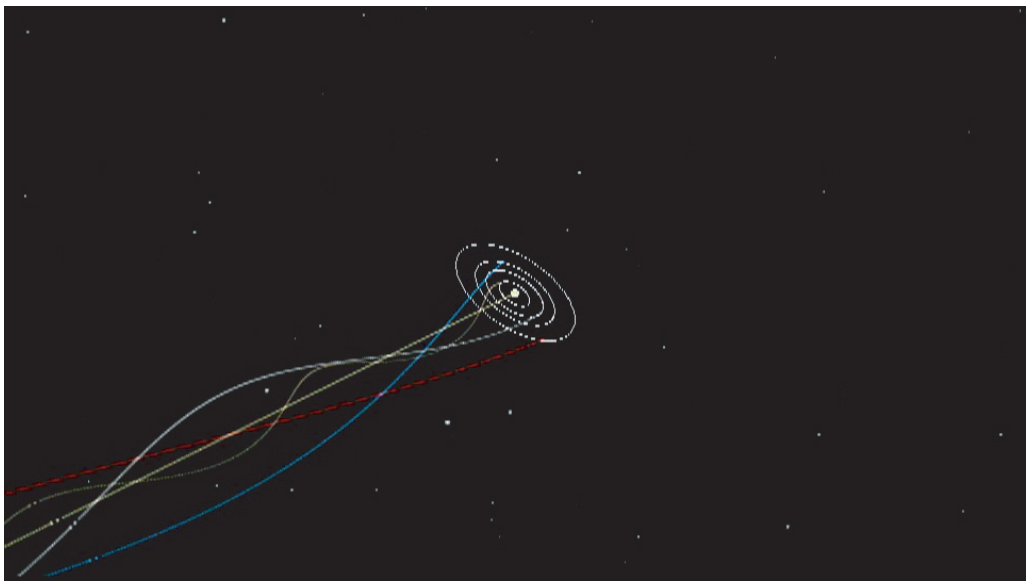


FIGURE 110 銀河系の中心の周りを運動する太陽の描く径路の周りの最初の4つの惑星のらせん運動. 茶: 水星, 白: 金星, 青: 地球, 赤: 火星 (QuickTime film © Rhys Taylor at www.rhysy.net).

太陽の運動と銀河系自身の運動が合成されたものである. この後者の運動だけが, 局所銀河群の中で他の近隣銀河の重力の影響を受けている.*

まとめとして, 地球は, 実際, 運動しており, どちらかといえばそれは複雑である. アンリ・ポアンカレ (Henri Poincaré)が言おうとしたように, 今, ある地点, 例えば, パリのパンテオンにいて, 明日の同じ時刻に同じ地点に戻ろうとすると, 実は, もう, 3千100万キロも離れてしまっているのだ. この事のため, たとえ, 時間旅行が可能であっても (もちろん, そんなことはできないのだが), 時間旅行を極めて困難なものにしている. つまり, 過去に戻るという

* これでほぼ最後である. 後に調べる, 宇宙の膨張は運動を産まない.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ことは，きっちり，同じ場所に戻らなければならないであろう．

## 速度は絶対的か? – 日常の相対性理論

私たちはなぜこのような地球の運動を感じないのだろう? 1632年，すでに，二種類の答えが示された．まず，ガリレオが述べたように，地球が加速度運動をしていても，その影響は非常に小さくて私たちの感覚では検知できないため感じない．実際，例えば，原子時計を用いたような高精度の実験を行えば，その加速度の影響は測定することができる．

Vol. II, page 144

ガリレオにより指摘された第二の点もこれまた重要である．私たちは高速で動いていてもそれを感知できないのだ．平行移動運動は，加速度運動とは違い，原理的に感知できないのである．ガリレオは二人の観測者の観測結果を比較することでこの問題を考えた．その一人は地上にいて，もう一人は，当時，加速しない最新の移動手段であった船に乗っている．ガリレオは，地上の人と，それに対し一定速度で動いている船上の人は何か違うことを経験するか（または‘感じる’か）どうかを考えた．アインシュタインは列車内の観測者を用いた．次に、もっとかっこよくロケット内の観測者になった．(次は何だろう?)

Challenge 253 e

ガリレオは，観測に影響を及ぼすのは絶対速度ではなく，物体間の相対速度だけであると説明した．感覚やあらゆる測定について，わかっているのは以下のことである:

▷ 他からの影響を受けない一定の運動は，それがどんなに高速であろうと，静止していようと，違いはない．これをガリレオの相対性原理という．

実際，普段の生活で，私たちが運動を感じるのは，移動手段が（加速により）揺れているとか，空気に逆らって運動しているといった場合である．従って，ガリレオは，二人の観測者が互いに，外乱を受けず直線運動している場合には，どちらが動いているのか、わからないと結論付けた．相対速度がいくらであろうと，どちらも運動していることを ’感じる’ ことはない.*

* 1632年, ガリレオは自分の著書 *Dialogo*, でこう書いている: ‘ある大きな船のデッキの下にあるメインキャビンに友人といっしょに閉じこもり, そこに, ハエ, チョウなどの小さな生き物も入れる. また, 魚を入れた大きな水槽も準備する. そして, ビンをつるし, 水をその下に置いた容器に一滴一滴たらし, びんを空にしてゆく. 船を静止させて, どのようにして, 小さな生き物がキャビンの全側面に向かって飛ぶかを注意深く観察する. 魚は方向とは無関係に泳ぎ, 水滴は真下の容器めがけて落ちてゆく. 友人に向かって物を投げるとき, 飛距離が同じになるようにある方向に向かって強く投げるようなことはしてはいけない. 両足でジャンプし, どの方向へも同じ距離をかせぐ. (船がじっとしている時にはすべてこうなるであろうが,) これらすべてを注意深く見極めて, 船の好きな速度で動かしてみる. ただし, その運動は一様で, 振動することもないとすると, いま述べたようなことにみじんの変化も見出すことはできず, そのいずれからも船が進んでいるのか静止しているのかを言うことはできないだろう. ジャンプをしても, 前と同じ距離を飛べ, 船が相当速く動いていて, ジャンプしている時間の間に足元の床はジャンプと反対方向に進んでいるのに, 船首より船尾の方にたくさん跳べるということはない. 何かを友人に投げる際, そのものを, 友人が船首方向または船尾方向にいるかにより強い力が必要になったりすることはない. 落ちる水滴についても, 水滴が空中にある間に船は幾分前に進むものの, 水滴は船尾のほうに向かって落下することなく, 以前と同じように容器の中に落ちる. 水中の魚も水槽の後方より前方に向かって泳ぐ方が苦労するということはない. チョウやハエも方向に無関係に飛び回る. 船の進み方と歩調を合わせるのに疲れたかのうように船尾に向かって飛ぶようなことも, 空中にいることで時間が経つとだんだん差が開くことはない. 香からの煙は小さな雲のように静かに立ち上り,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

静止も相対的である．もっと，明確に言うなら，静止というのは観測者に依存する概念である．ガリレイ物理のこの結果は非常に重要なことから，ポアンカレは ’相対性原理’ という表現を使い始め，アインシュタインは、有名な特殊相対論が発表された時，この言葉を繰り返し使った．しかし，この言葉はまぎらわしい．ガリレイ物理も相対論だ! 静止の相対性はすべての物理において共通して言えることで，運動の本質的側面と言える．

まとめると，外部からの影響を受けない一様な運動には観測可能なものはない．可能な場合は，運動が変化したときだけである．速度は感じることはできない．その結果，どの物理学者も，ウィトゲンシュタインの次の言葉についてある単純なことを想像するだろう:

> Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.*

この言葉は誤っている．ウィトゲンシュタインは，意に反して，なぜここで誤りをおかしたかわかるか?

Challenge 254 s

## 回転は相対的か?

すばやく回転すると，私たちの腕は持ち上がる．なぜ，こうなるのか? 私たちの体はどうやって自分が回転しているのかどうかを検出しているのだろう? これには二つの答えがある．一つはニュートンが広めたアプローチで，絶対空間があるというものだ．つまり，私たちがこの空間に対して回転しようとすると系が反応する．もう一つは，全く同じことを，腕が持ち上がるときはいつも星たちも回転していると考えることだ．つまり，私たちが回転を検出できるのは，私たちが空間の平均質量分布に抗して運動しているからである．

この疑問についてもっともよく引き合いに出される議論はニュートンによるものである．彼は腕の代わりに回転するバケツの中の水を調べた．回転していないバケツの中の水の表面は平坦だが，バケツを回転させるとくぼんだ形になる．ニュートンはなぜこうなるのかを考えた．哲学的問題でよくあるように，ニュートンは父親の早世に端を発する神秘主義に導かれてしまった．ニュートンは絶対空間を神秘的で宗教的な概念として考え，他の選択肢を思い描けなくなってしまった．ニュートンは回転を運動の絶対的な型と見ていた．現代の科学者はニュートンほどの問題を抱えている人も少なく常識があるので、現在のコンセンサスとしては，回転の効果は宇宙の質量分布によるものとして受け入れられている:

> 回転は相対的である．

一般相対論と多くの高精度実験により，この結論が確認されている．

---

ある方向にたなびくこともない． すべての影響に変化が生じないのは，船中の物や船中の空気が船の運動と共通でしていることから生じている．これがデッキの下で行うと私が主張した理由である．外気の中で行ったら，外気は船の進行に追従せず，上述した効果に感知できる差が多少見られるだろう.’ (匿名翻訳を和訳したもの)

* ‘太陽が明日昇るというのは仮定である．このことは，太陽が昇るかどうか私たちは知らないことを意味している.’ この有名な言葉はルートヴィヒ・ウィトゲンシュタインの*Tractatus*, 6.36311 にある．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 相対論のお楽しみとチャレンジ

列車で旅をしているときでも，ガリレオの日常の相対性原理についての主張をテストできる．目を閉じて，だれかに周辺を見回してもらってください．列車がどの方向にすすんでいるかあなたは言えますか?

Challenge 255 e

* *

正常なヘルスメータ を使って物の重さを決定する際，跳び乗るのと静止状態で測定するのでは同じ重量を示さない．なぜか?

Challenge 256 s

* *

赤道上で銃を垂直方向に打つと，弾はどちらの方向に落下するか?

Challenge 257 s

* *

なぜ，多くのロケット発射場はできるだけ赤道に近い所にあるのか?

Challenge 258 s

* *

赤道位置での地球の回転速度は464 m/s，つまり，音速の 1.4倍である約マッハ1.4である．この超音速運動は2つのおもしろい結果を生じる．

まず，回転速度が典型的な気象現象のサイズを決める．ロスビー半径とよばれるこのサイズは，音速 (またはその他の特徴的な速度)を局所回転速度の2倍で除して，地球の半径倍したものである．中緯度では，ロスビー半径は約 2000 kmになる．この値は地球の半径に比べかなりの割合になるため，特定の時間に，大きな気象系が数個ぐらいは存在する．地球がもっとゆっくり回転していたら，天気はもっと短寿命で，流れも局所的で，一般的な規則性はないであろう．地球がもっと速く回転していたら，天気は，木星のように，すさまじい物になっていたであろう．ロスビー半径が小さいと，木星の赤班のように，大きな構造の気象構造が，数世紀にもおよぶような長い間生き続ける．ある意味，地球の回転はおもしろい気候を生み出す速度をもっている．

地球の自転速度のもう一つの結果は大気の厚さに関係している．マッハ 1は，大体，空気分子の熱速度でもあるのだが，これだけの速度があれば，空気分子は大気の典型的な高さである約 6 km に到達できる．一方，地球の回転速度 $\Omega$ は球面からのずれ $h$ を決めている．前に述べたように，地球は扁平しているPage 128ことを思い出してください．大雑把にいえば，$gh = \Omega^2 R^2/2$, つまり，約12 km である．(実際の値は 21 km なので，50 % 以内で正しい.) つまり，地球の扁平さは大気の厚さと大体同じであることを回転速度は意味している．

* *

コリオリ効果は川とその河岸に影響を及ぼしている．この驚く関係は，1860年，カール・エルンスト・フォン・ベーア (Karl Ernst von Baer) により 示された．彼はロシアのの低地を北流する河川の多くの右岸が急峻で高く，左岸が低くて平坦であることを発見した．(なぜか説明できるか?) 彼は南半球の河川ではこの逆の効果があらわれていることも見出した．

Challenge 259 e

* *

コリオリ効果は命を救ったり，人の役に立っている．重要な応用例の一つがナ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

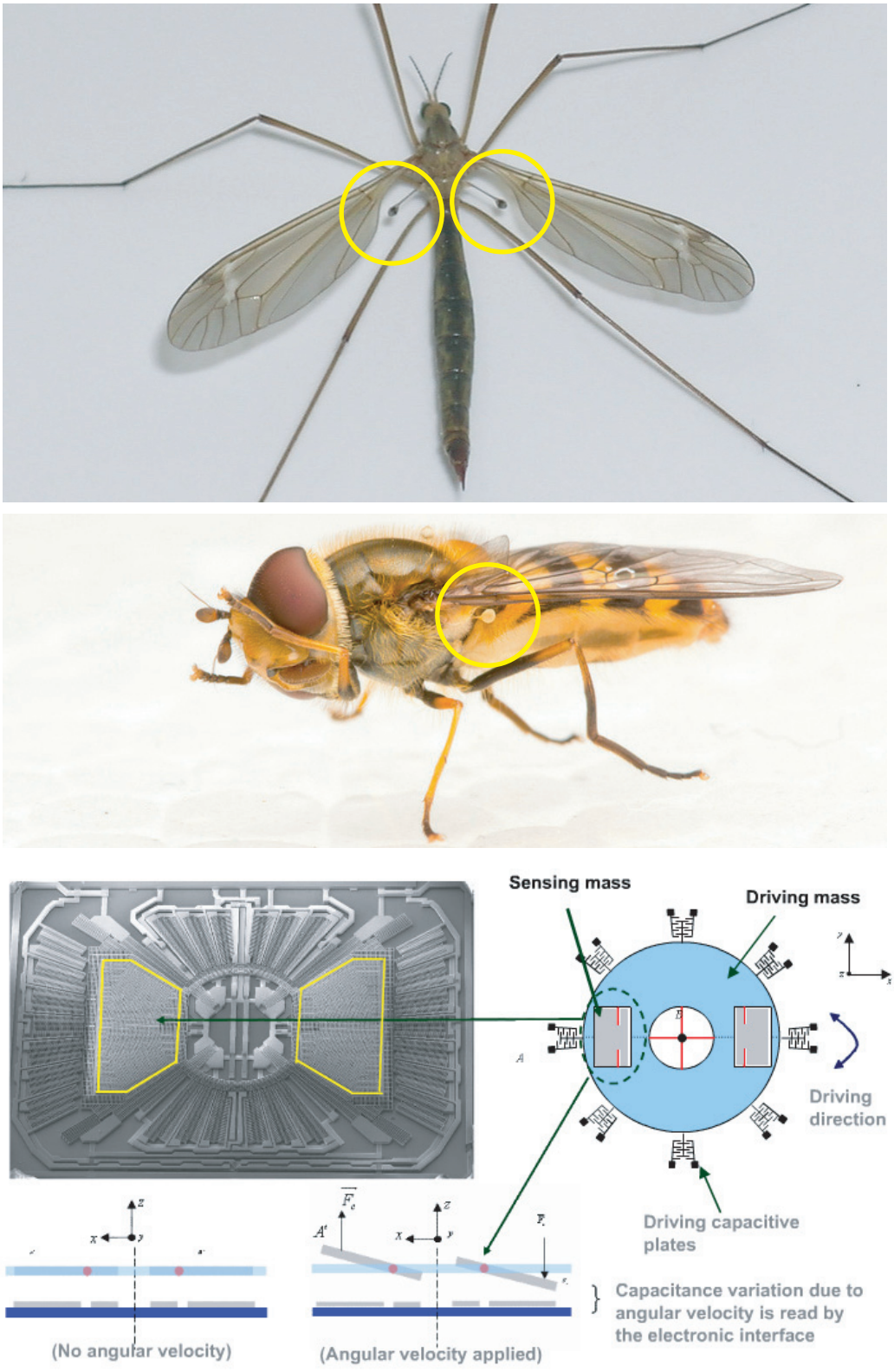



FIGURE 111 昆虫 – ここでは，ガガンボとハナアブ – と数ミリサイズの微小電気機械システム (MEMS) で利用されているコリオリ効果. いずれも，ナビゲーション信号をシステムに供給している(© Pinzo, Sean McCann, ST Microelectronics).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ビゲーションである．その典型を Figure 111 に示す．昆虫は重さのある固まりを振動させ，自分の向きを安定させ，進行方向を決定し，自分の進むべき道を見極めている．2枚羽の昆虫，つまり，双翅目の多くは振動する平均棍をナビゲーションに利用している．特に，ミツバチ，イエバエ，ハナアブや ガガンボなどがそうである．ガなどの他の昆虫ではナビゲーションのため振動する触角を利用している．自動車，人工衛星，モバイルフォン，リモコンヘリやコンピュータゲームなども，昆虫とまったく同じようにして，小さな質量を振動させ方向センサーやナビゲーションセンサーとして利用している．

これらのナビゲーション応用では，1個ないしは複数個の小さな質量を振動させている．これが取り付けられたシステムの向きが変わると，それによりコリオリ効果が発生する．この効果はそれに続いて起きる幾何学的変化を検出することで測定できる．この変化つまり信号強度の変化は角速度とその向きに依存する．このような方向センサは振動コリオリジャイロスコープとよばれている．これらの開発と製造はハイテク企業 – と生物的進化 – がかなりの部分を担っている．

* *

Challenge 260 e ある裕福で突拍子もない客が建築家に四面の壁すべてが南向きの家の設計建築を依頼した．この建築家はこの要求をどうやって実現したか?

* *

Ref. 126 健康な状態で太陽系内旅行をすることはできるのだろうか? 人間は宇宙旅行をよく夢見る．実験によれば，長期間の旅行の間に，宇宙線，骨の衰え，筋肉変性，精神上の問題が大きな危機に見舞われる．医療専門家の多くは数年以上の宇宙旅行実行可能性に対し疑問をもっている．他の危険性としては，太陽の近くでのことではあるが急激な日焼けや真空に晒されるリスクがある．保護なしで人が真空状態を体験すると，14秒で意識を失うが，無事に生存する．

* *

Challenge 261 s 回転している台の上の容器内の炎はどちらの方向にたなびくか?

* *

Challenge 262 s ガリレオの日常の相対性原理は，絶対速度を決めることはできないと主張している．同様に，絶対位置，絶対時間，絶対方向を決めることもできない．これは正しいか?

* *

Vol. III, page ?? 遠心加速度は存在するのか? 車でカーブを曲がる時に体験するものは'架空'の量で，そんなものは存在しないという大学の先生に会うと，ほとんどの学生はショックを受ける．単純に，それを否定した先生に'存在'を定義するよう頼んでみてください．(物理学者が普通用いるその定義についてはあとで述べる.) それから，その定義を適用するかどうかを考え，結論を出してください．

'遠心加速度'という言葉が好きとか，それとも，それを使わずに反対符号ののいわゆる求心加速度を用いるかはともかくとして，その計算方法は知っていなければならない．簡単なトリックをもちいればすぐわかる．半径 $r$ の円運動をしている物体の速度 $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$ の大きさ $v$ は $v = 2\pi r/T$ である．ベク

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

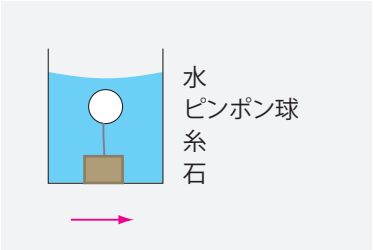



FIGURE 112 容器を矢印方向に加速するとボールはどのように動くか?

トル $\boldsymbol{v}$ の時間的な振る舞いは物体の位置の振舞いと全く同じで，常に回転している．従って，遠心加速度/求心加速度 $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ の大きさ $a$ はそれに対応した式になる．つまり，$a = 2\pi v/T$．$T$ を消去すると，回転物体の遠心加速度/求心加速度 $a$ が

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \,. \tag{36}$$

で表せることがわかる．これが，車がカーブを曲がる時，私たちが感じる加速度である．

* *

回転運動を注意深く調べると，ちょっとびっくりするようなことがある．角運動量は強度と方向を持つ量である．しかし，ベクトルではない．これを示してくれるのは鏡である．鏡に平行な面内で回転する物体の角運動量は普通の矢とは違った振舞いをする．それが鏡の方向を向いていても，その鏡像は反転しない! このことは自分で簡単にチェック できる．このことから，角運動量は擬ベクトルとよばれている．(回転は擬ベクトルか?) この事実は古典力学では重要な結果はもたらさないが，後に，核物理を調べる時のために，覚えておいてください．

Challenge 264 e
Challenge 265 e
Vol. V, page ??

* *

コーヒーまたは紅茶がいっぱい入ったたくさんのカップを，大事な液体をこぼすことなく，一度に運ぶ最良の方法はなにか?

Challenge 266 s

* *

ピンポン球が糸で石につながれていて，それ全体を容器の水の中に入れる．Figure 112にその図を示す．容器を，例えば，車の中で横方向に加速する．球はどちらの方向に動くか? どうなれば容器は停止しているといえるか?

Challenge 267 s

* *

月は一年間に3.8 cmづつ地球から遠ざかっている．これは摩擦力のためであるが，このの効果のメカニズムを説明できるか?

Challenge 268 s

* *

地震とはなんだろう? 地震はドアのきしみの大きなものである．大陸プレートがドアのヒンジの金属面に対応している．

地震はエネルギー源として記述できる．リヒタースケールはこのエネル

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

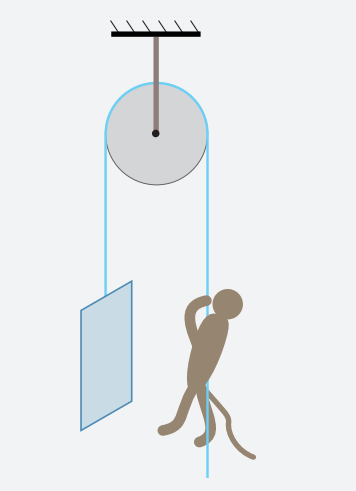


FIGURE 113 サルが登ると何がおきる?

ギーを直接表した指標である．地震のリヒターマグニチュード $M_s$ は単なる数字で，ジュールを単位としたエネルギー $E$ を用いると

$$M_s = \frac{\log(E/1\,\mathrm{J}) - 4.8}{1.5}\,. \tag{37}$$

で定義される．この式に登場する訳のわからない数字は，旧来から地震の強度を分類するために使われてきた定性的なメルカリ階級（現在は EMS98 とよばれている)にできるだけ近い値になるように選ばれている．しかし，これを完全に達成するのは不可能である．現在，もっとも高感度な装置を用いるとマグニチュード −3 は検出できる．これまで検出された最大値は，1960年，チリにおいてでリヒターマグニチュードで 10 であった．12 以上のマグニチュードはおそらく不可能であろう．なぜか示せるか?

Challenge 269 s

* *

太陽が天頂，つまり，真上にあるような地球上の点は，地図上で見たとき，1日の間に地球表面上でどんな動きをするか? また，毎日みてゆくとどうなるか?

* *

物体の慣性モーメントは物体の形状に依存する．普通，角運動量や角速度は慣性モーメントと同じ方向を向いていない．その例を示せるか?

Challenge 270 s

* *

静止放送させること衛星用の受信用アンテナは太陽光をアンテナの受信部に収束させることは可能か??

Challenge 271 s

* *

なぜ，飛行機進行方向と反対方向に，飛行機からロケットを発射できないか?

Challenge 272 s

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

サルがロープにぶら下がっている．Figure 113 のように，そのロープは滑車にかけられていて，その反対側にはサル同じ重さのおもりが付けられている．ロープと滑車の質量はゼロとして摩擦もないとする．サルがロープを登ると何が起きるか?

Challenge 273 s

＊＊

水上スキーヤーは，自分を引いているボートより速い速度で動けるか?

Challenge 274 s

＊＊

一様な球の慣性モーメントはいくらか?

Challenge 275 s

＊＊

剛体の完全な慣性モーメントは 3 本の主軸に対する値によって決まる．これらの値は球でも立方体でも等しくなる．このことは慣性モーメントの振舞いから球と立方体を区別できないことを意味しているのか?

Challenge 276 s

＊＊

手に持って適当に動かすと高速に加速されてゆく携帯ジャイロスコープ，‘ダイナビー’を知っているか? どういう原理で動いているか?

Challenge 277 d

＊＊

金属製のペーパークリップを使ってコマを作れる．複数のコマを回しそのひとつを逆さに回転させることもできる．どうすればいいかわかるか?

Challenge 278 s

＊＊

北半球で見る上弦の月は，南半球の下弦の月に似ているというのは本当か?

Challenge 279 s

＊＊

地球が丸いことをうまく確認するには，普通のやり方には反するかもしれないが，日の入りの時に太陽を背にしてみることだ． 東の空に地球の影が昇ってくるのが見えるだろう．(実際，もっと精密な観測を行うと，地球その物の影ではなくて電離層の影であるとわかる.) 地平線全体の巨大な円弧をもって昇ってくる広大な影には感嘆するだろう．

＊＊

赤道で写真をとると，Figure 114はどのようになるか?

Challenge 280 s

＊＊

精密な測定によると，すべての惑星は正確な平面上にはないことがわかっている.一番，ずれているのは水星である．また，太陽の周りできちんとした平面内をきちんとした楕円軌道で運動している惑星もない．ただ，ここで説明するには事効果はあまりにも小さく，複雑すぎる．

＊＊

地球は丸いので，地球上のある点から別の点へ円弧に沿って車でドライブして移動する行き方は多く存在する．この選択の自由度はバレーボールや女性を見

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 114 夜間の星の長時間露出. ハワイのジェミニ望遠鏡上方北向きと天の赤道を含むアルプスの上方 (静止衛星も写っている) (© Gemini Observatory/AURA, Michael Kunze).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

るとき面白い結果をもたらす．バレーボールの場合，空気口を見てみよう．この口をバレーボールを単純に回転させることで別の位置に持ってゆきたいとき，回転軸の選び方は多く存在する．これを確認できるか? 言い換えると，ある方向を見ていて，次に，別の方向を見たい時，目は多くの動かし方がある．人の目によって選ばれる動かし方の選択肢は18世紀医学者よりすでに研究され，リスティングの法則とよばれている.* この法則によると，自然が選択するすべての軸は一つの平面上にある．空間のその位置を想像できるか? 男性の多くはこの機構に厳密に従うのはじつにおもしろい．もし，従わないとしたら，海辺の女性たちをきょろきょろ見る時，目を動かす筋肉はこんがらがってしまうだろう．

Challenge 281 e

Challenge 282 s

## 再び，脚か車輪か?

車輪で駆動する普通の自動車では，私たちの惑星の重力加速度値，約 $1\,g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ とくらべてずっと大きな値で加速や減速をすることはできない．自動二輪やレーシングカーでは大きな加速が可能であるが，これは，軸への重量を分散させるサスペンションやスポイラーを使用することで，車自身の重量より強く下向きに押しているためである．最近のスポイラーは道路に車を押しつける効果が高く，もしかしたら，レーシングカーは落下することなくトンネルの天井を逆さに走行できるかもしれない．

特殊なタイヤを使用すると，このような下向き力を道路をしっかりとつかまえる力に変えることができる．最近のレーシングタイヤは，(速度を増加させたり，減速させたり，コーナーを曲がったりするのに必要な) 前後左右方向に対し，地面に対する約 1.1 から 1.3 倍の加速も可能である．技術者はかつて因子 1 が理論的極限と信じ，いまだにそう書いている教科書もあるが，タイヤと道路表面の間を結合を機械のギアのようにうまく利用するというタイヤ技術の進歩により技術者たちはこれより大きな値を実現した．タイヤの一部が融け，表面に貼りつくようになると，約 $4\,g$ という最大の加速が可能になる．これを起こさせるために特別に設計されたタイヤはドラッグスターに用いられたが，高性能のラジコンモデルカーでもこの値が達成された．

このような努力を脚と比較してみるとどうだろう? 走り高跳びの選手は最大加速度として約 2 から4 $g$，チータは $3\,g$ を超え，ブッシュベイビーは $13\,g$ にまで到達，バッタは約 $18\,g$，ノミでは約 $135\,g$ という測定報告がある．動物としての最大加速度はコメツキムシが知られており，小さな昆虫では，空気銃から発射された弾と同じくらいの$2000\,\mathrm{m/s^2} = 200\,g$ を超える加速度が可能である．加速度装置として考えたとき，脚は明らかに車輪より勝っていて，チータはどんなバイクや自動車でも簡単に打ち負かしていしまう．動物が危険から身を守るチャンスを増やすため，進化は車輪より脚を発達させた．つまり，脚のほうが車輪より性能的に勝っている．

Ref. 127

Challenge 283 s

車輪の代わりに脚を使う別の理由がある．(いくつか挙げられるか?) 例えば，車輪ではなく脚を使うと，水の上を歩ける．この能力を有しているのが，Figure 115に示すバシリスクで，** 中央アメリカに生息するトカゲの一種であ

* 自然と目が3次元の複雑さにどう対処しているかを詳しく調べたい人は schorlab.berkeley.edu/vilis/whatisLL.htm や www.physpharm.fmd.uwo.ca/undergrad/llconsequencesweb/ListingsLaw/perceptuall.htm を見てください．

** 中世のころ，‘バシリスク’はこの世が終わる直前に現れるとされる神話上の怪物を意味してい

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 115 水上を走るバシリスク (Basiliscus basiliscus). 全長約 25 cm, 脚を水の中に突っ込む様子を示す(© TERRA).

FIGURE 116 アメンボ, 全長約 10 mm (© Charles Lewallen).

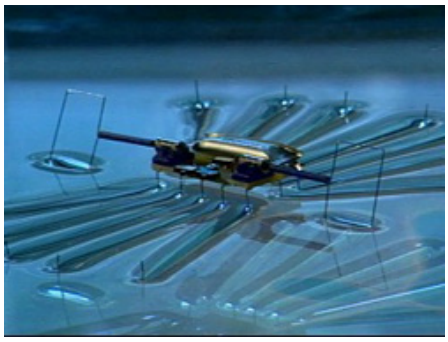


FIGURE 117 水上を歩くロボット, 全長約 20 mm (© AIP).

る. この爬虫類は長さは大きい物で 70 cm, 約 90 g の重量がある. ミニチュアのティラノザウルスレックスという感じだが, 後ろ足で水面を走り回ることができる. その運動は高速度カメラで詳細に調べられ, 動物の脚のアルミニウム模型で測定された. 実験によれば, 水を打つ脚の力のうち, 水上を歩くの使われるのはたった 25 % で, 残りの 75 % は足が水に入ると水と足の間にバシリスクが作る圧縮空気のポケットにより利用される. 実際, バシリスクは主に空気の上を歩いているのだ. (バシリスクが使っているこの二つの効果は高速カヌー動作でも見出されている.) 人も, 15 人の短距離走者の物理的パワーを同時に用い 100 km/h の速度で水を打てば水面を歩けることが計算で示されている. それをやってのけたという人がいればなかなかのものである.

Ref. 128

Ref. 129

水の上を歩く第 2 の方法がある. この方法だと, 水の表面の上に動かずにとどまることができる。これは, 大きい物で全長 15 mm の昆虫, Figure 116のような (ある種のクモも同様)が行っている方法である. すべての昆虫のように, アメンボも6本足である(クモは8本). アメンボは, 体に生えた数千本の小さな毛の助けを借り, 前足と後ろ足で水面上に浮き上がっている. 毛と水の表面張力により, アメンボは濡れないようになっている. 水にシャンプーを入れると, アメンボは沈み動けなくなってしまう. アメンボは大きな中央の足をオールのように使って水面上を進み, 1 m/s の速度位まで到達する. つまり, アメンボは実際は水上を漕いでいるのだ. 同じ機構を用いて, Figure 117のような水上移動できる小さなロボットをMetin Sittiと彼のグループが開発した.

Ref. 130

た. 今日では, アメリカ大陸の小さな爬虫類をさす.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

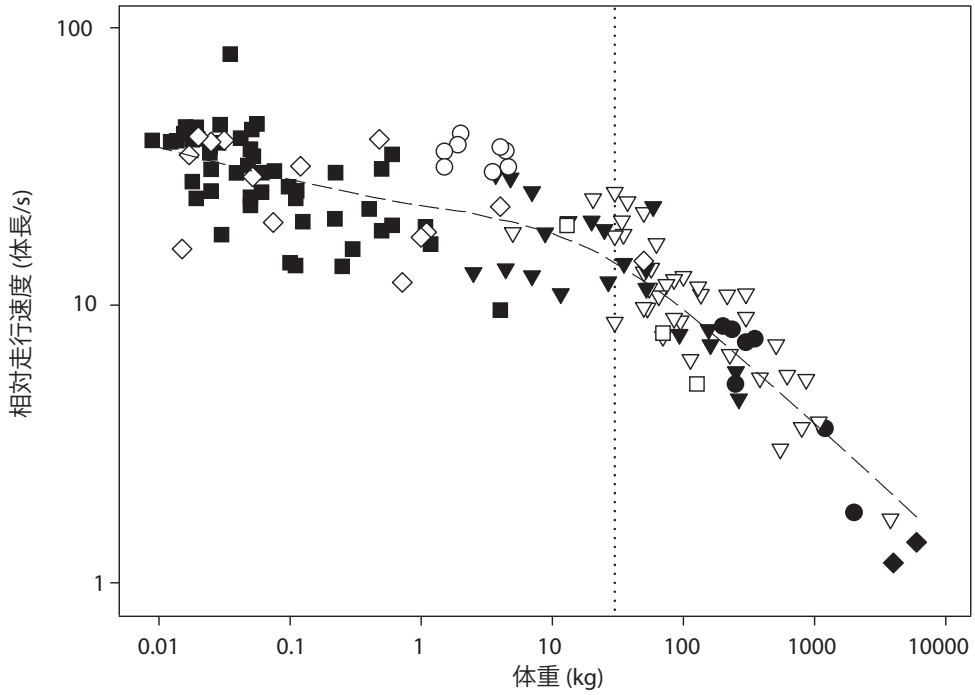



FIGURE 118 陸生の哺乳類 142 種の質量に対し，それらの相対走行速度がどう変化するかを示したグラフ．また，30 kgを超えたとき，走行能力がどう変わるかも示している．黒四角はげっ歯類，白四角は霊長類，黒ひし形は長鼻目，白ひし形は有袋類，黒三角は食肉類，白三角は偶蹄類，黒丸は奇蹄類，白丸はウサギ目である．(© José Iriarte-Díaz/JEB).

ロボットの設計はまだ揺籃期にある．コピーしようとする動物システムと同じくらい速く歩いたり，走ったりできるロボットはまだない．最も難しいとされる2足ロボットでは，速度の最高記録は 1 秒間に約 3.5 足長である．実際，ロボット工学の分野ではレースが行われていて，秒あたりの距離や秒あたりの歩幅において 4 足の動物や 2 足の人よりも速いロボットの一番乗りをめざし製作が試みられている．この開発を達成する困難さに直面した時，なんて歩行運動は複雑なのかということと，なんてうまく自然は生物系を最適化してきたかということが見えてくる..

脚は多くの興味深い問題を投げかける．技術者は階段の各段の奥行 $l$ と高さt $h$ の 2 倍を加えたものが一定値の時，つまり，$l + 2h = 0.63 \pm 0.02\,\mathrm{m}$ の時，階段歩行が快適にになることを知っている．これがいわゆる階段公式である．

Challenge 284 s なぜこの式が成り立つか?

大部分の動物の足の数は偶数である．例外を知っているか? なぜ，ないのか?

Challenge 285 s 実際，4 本より少ない足をもつ動物はいないという主張することはできる．なぜか?

一方，2 足の動物は足が横並びについているのに対し，2 輪系は前後についている．

Challenge 286 e なぜ，逆にならないのか?

脚は効率のいいアクチュエータである．Figure 118が示すように，小さな動物の多くは一秒間に約 25 体長走ることができる．それに比べ，このような速度に到達する車はない．人を含む約 30 kg より重い動物はもっと遅くなる．

Ref. 131

自分で数えてみるとわかるが，脚は単純な距離計になる．2006年，ある種のアリ，例えば，*Cataglyphis fortis*がこの方法を用いていることが発見された．少

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

なくとも 25 000 まで数えられることを，Matthias Wittlingerと彼のチームが示
Ref. 132 した．これらのアリは構造のない砂漠地形のところでも最短距離で帰巣する能力を持っている．

Ref. 133 なぜ100 mの短距離ランナーは普通の人より速く走れるか? 詳細な研究によれば，短距離走者の速度 $v$ は

$$v = f\, L_{\text{stride}} = f\, L_{\text{c}}\, \frac{F_{\text{c}}}{W}\,, \tag{38}$$

で与えられる．ここで $f$ は足の周波数，$L_{\text{stride}}$ はストライド長，$L_{\text{c}}$ は足が床面に接触している間に走者が進む距離を表す定数，$W$ は走者の体重，$F_{\text{c}}$ は接触時に床に対し走者が及ぼす平均の力である．周波数 $f$ はすべての走者であまり変わらない．競争相手より速く走る唯一の方法はストライド長 $L_{\text{stride}}$ を増やすことである．また，接触長 $L_{\text{c}}$ は走者間であまり違いはない．ストライド長を増やすには，走者が強いストロークで地面を打つ必要がある．これが短距離走者のトレーニングで達成しなければいけないことである．

## ガリレイ相対性のまとめ

地球は自転している．その加速度は非常に小さく，私たちはそれを感じることはない．その速度は大きいが，私たちはそれを感じない．感じる方法がないからだ．

外乱がない運動，すなわち，慣性運動は感じることも測定することもできない．従って，静止と運動を区別できない．その違いは観測者により異なる: 運動は相対的である．足の下の地面は宇宙の中で高速度で動いているのに，地面は非常に安定なもののように思えるはこのためである．

あとで，自然界の運動で相対的でない例について学ぶ．それは光の運動である．しかし，まずは，まったく接触することなく空間を伝えられる運動の例を調べてみよう．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Chapter 6

# 重力による運動

> “Caddi come corpo morto cade.”
> Dante, *Inferno*, c. V, v. 142.**

私たちの周囲で何かに触ることなく運動を起こさせるための手っ取り早い方法は高さを利用することである．滝，雪，雨，お気に入りのボールゲーム，落ちるリンゴ，これらはみんなこれに依っている．高さにはこのような性質があることは物理の基本的発見の一つだった．物体と地球の間には相互作用が存在する．重力は物体の重心と地球を結ぶ線に沿って加速が生じる．これが言えるためには，地球は，石や月と同じような物であり，有限で重心をもっているということを知っておく必要がある．現在，このことは常識になっているが，日常の個人的体験からこのことはわからない．***

2個の物体が離れているとき，重力はどう変わるか? 離れた物体についての専門家は天文学者である．天文学者は長年にわたり，月と惑星の動きについてたくさんの測定を行ってきた．その中で最も熱心だったのがティコ・ブラーエ (Tycho Brahe)であった.**** 彼は，国王の援助を受け，工業的規模で天文現象の研究を組織化した．彼の測定は，その助手であるシュヴァーベン人の若い天文学者ヨハネス・ケプラー (Johannes Kepler)***** の研究の基礎となった．彼は初めて惑星運動の正確な記述を行った．Figure 119に示すように，これは簡単な作業ではない．

Vol. III, page ??

** ‘私は死体が落ちているように感じる.’ ダンテ・アリギエーリ (Dante Alighieri) (1265, フィレンツェ–1321, ラヴェンナ), 強力なイタリアの詩人.

*** 聖書や原住民などの世界の創成と編成の神話では，地球は物体ではなく， 水に浮かんだり，囲まれたりした島で、境界もよくわからず、どう支持されているかもはっきりしない曖昧に定義されたものであった．あなたは友人に地球は丸くて平坦ではないことを確信させることができますか? Figure 120のように，月面上にできた地球の影が丸いということ以外の説明を思いつきますか?

Challenge 287 s

Ref. 134 有名なペテン師，ロバート・ピアリー (Robert Peary)は，1909年に北極点に到達したと主張した．(実際には，南極点と北極点に最初に到達したのはロアール・アムンセン (Roald Amundsen)であった．) とりわけ，ピアリーはそこで写真を撮ったと言っていたが，世界を駆け巡ったその写真が，実際，彼がそこにいなかったという証拠の一つになってしまった．どういう証拠かわかるか?

Challenge 288 s

Challenge 289 s ところで，地球は丸いとしたら，二つのビルの先端はその基底部より離れている．この効果は測定できるか?

**** ティコ・ブラーエ (Tycho Brahe) (b. 1546 スカニア, d. 1601 プラハ), 有名な天文学者で，天体観測用の城，ウラニボルクの創設者．彼はデンマークの国民総生産のほぼ 10 % を研究につぎ込み，その成果として，世界初の星表を作りと正確な惑星の位置測定を始めて行った．

***** ヨハネス・ケプラー (Johannes Kepler) (1571 ヴァイル・デア・シュタット–1630 レーゲンスブルク) プロテスタントの神学を研究し，数学，天文学，修辞学の教師になる．彼は母親の魔女裁判での弁護を成功させた．彼の天文学に関する最初の著書で名声を得，ティコ・ブラーエの助手になる．その後，恩師の死の時に帝国数学者となる．彼は天文上の観測結果に初めて数学を導入し，‘天体物理学’ の概念と分野を作った．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 119 'Planet(惑星)'は'放浪者' を意味する．この合成画像は惑星が太陽と反対側に行った時に起きる逆行運動する火星のようすを示している．– 左上にはプレアデス星団がある．– 写真は一週間おきに撮影され重ねたものである．この運動は万有引力で十分に説明できる例の一つである.(© Tunc Tezel)

1684年，惑星と石についてのあらゆる観測結果が，イギリスの物理学者ロバート・フック (Robert Hooke)* やその他の人により，驚くべきほど簡単な一つの結果に集約された．質量 $M$ のどんな物体も他の物体を加速させて自分の中心に向かって引き寄せる．その加速度の強さ $a$ は

$$a = G\frac{M}{r^2} \tag{39}$$

で与えられる．ここで $r$ 2つの物体の重心間距離である．これは，地球でも天空でも一般的になりたつことから，万有引力とよばれている．また，比例定数 $G$ は重力定数とよばれ，光速とか作用量子同様，自然界の基本定数の一つである．$G$ についてもう少し述べる．重力の効果は距離が大きくなると減ってゆく． 重力は考えている物体間の距離の逆二乗に依存する．物体が距離 $r$ と比べ小さく，物体が球状ならば，式 (39) はそのまま成り立つ．非球体の場合は，物体の部分に対し加速度を計算し加え合わせればよい．

Page 163

逆二乗則はニュートンの重力'法則'とよばれるが，これは英国の物理学者アイザック・ニュートン (Isaac Newton) が，すべての天体上と地球上の現象とこの規則がに一致することをフックよりもエレガントに証明したからである．結局のところ，ニュートンはうまく広報キャンペーンを展開し，その中で自分がこの考えの創始者であると勝手に主張したのだ．

Ref. 135

* ロバート・フック (Robert Hooke) (1635–1703), イギリスの重要な物理学者で王立協会の幹事．逆二乗則やフックの法則などその他の多くの発見以外に，彼は微小世界の美しい絵が描かれた*Micrographia* という本も執筆した．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 120 部分月食の際に地球の半径と月の半径を比較する方法 (© Anthony Ayiomamitis).

ニュートンは，この天体運動の記述法を用いると空に投げ上げ'母なる大地'に戻ってくる石の運動も正しく記述できることを簡単な証明で示した．これを行うために，ニュートンは月の加速度 $a_m$ と石の加速度 $g$ を比較した．この2つの加速度の比について，逆二乗則は値 $g/a_m = d_m^2/R^2$ を予測する．ここで $d_m$ は月の距離で，$R$ は地球の半径である．月までの距離は，地球上の2点で星の背景に対する月の位置を比較し，三角測量法をもちいると測定できる.* その結果は，月の軌道上の位置にもよるが，$d_m/R = 60 \pm 3$ で，万有引力から $g/a_m = 3.6 \cdot 10^3$ が予測される.一方，両方の加速度も直接実測できる．地表面でstones は重力により $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ の強さの加速度を受けることは，一定距離を落下する時間の測定から決定できる．月については，加速度 $a = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ は，円軌道（ここではほぼ正しい）とすると，$a_m = d_m(2\pi/T)^2$ となる．ここで，$T = 2.4\,\mathrm{Ms}$ は月が地球の周りを1周するのに要する時間である.** 地球の半径の測定*** によると $R = 6.4\,\mathrm{Mm}$ で，従って，地球と月の平均距離

* 初めて，'正確に'月までの距離を測定したのは，1752年，フランスの天文学者ラランド (Lalande) とラカーユ (La Caille) で，ベルリンとケープタウンから月の位置を同時に測定した．

** この遠心加速度の式は，円運動をする物体の速度 $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$ の大きさ $v$ が $v = 2\pi r/T$ となることを知っていれば簡単に導ける．ベクトル $\boldsymbol{v}$ の時間的な動きを描いたものであるホドグラフはは物体の位置と同じ動きをする．従って，加速度 $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ の大きさ $a$ もそれに対応した式 $a = 2\pi v/T$ で与えられる．
Challenge 290 s

*** この量自体を測定するのはなかなか大変である．地球の大きさを決定するための方法で一番びっくりするのは次のやりかただろう．家の庭でストップウォッチをもって日没を確認する．太陽の最後の光が消えたら，ストップウォッチを動かし階段を駆け上がる．そこでは，まだ太陽が見えている．太陽が見えなくなったらストップっウォッチを止め，時間 $t$ を記録する．太陽を観測した2つの視点の高さの差を測定する．地球の半径 $R$ は $R = kh/t^2$ で計算できる．ここで $k = 378 \cdot 10^6\,\mathrm{s^2}$.
Ref. 136
Challenge 291 s

地球の半径がわかってしまったら，月までの距離を測定する単純な方法がある．空に高くのぼった月の写真を撮影する．ここで，その高さを表す天頂角とよばれる頭上垂直な点からの角度 $\theta$ を導入します．何時間か後に，地平線のちょうど真上にある月の写真をとる．この写真の月は少し小さくなっている．これは錯覚ではなく，月が遠くにあるためである．その原因は自分で作図してみるとすぐにわかる．$q$ を2つの月の角直径の比を $q$ とすると，月と地球の距離 $d_m$ は関係式 $d_m^2 = R^2 + (2Rq\cos\theta/(1-q^2))^2$ で与えられる．その作図からこの式を導出してみてください．
Ref. 137
Challenge 292 s

月のサイズは，Figure 120に示すような，月食の間の地球の影のサイズと比較するという方法でも決定できる．月までの距離は，その角直径，約0.5°を用いて計算できる．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

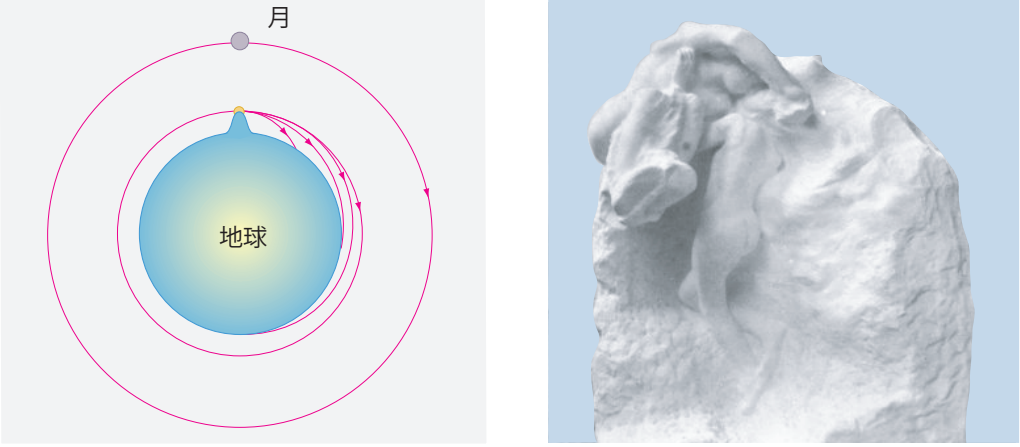



FIGURE 121 月の落下についての物理学者と芸術家の視点: クリスティアーン・ホイヘンス (Christiaan Huygens)による図(スケールは正しくない) と オーギュスト・ロダン (Auguste Rodin)による大理石の彫刻.

は $d_m = 0.38\,\mathrm{Gm}$ となる. 従って, $g/a_m = 3.6 \cdot 10^3$ となり, 上述の予測値と一致する. この有名な '月の計算' から, 重力の逆二乗則は月の運動も石の運動も記述することを示すことができた. 地球について, 積 $GM$ の値を自分で計算してみください.

Challenge 293 s

万有引力を用いると, 重力による運動を, それが地球上のことであっても天空中のことであっても同じように記述できる.これは物理学の統一に向けての重要な一つのステップであった. この発見以前では, 地球上ではすべての運動は最終的に停止し, 天空の運動は永遠であるという観測結果から, アリストテレスをはじめとする大多数はこの世の運動はあの世の運動とは異なった性質を持つと結論付けていた. このような分けて考えることを批判する哲学者もいた. その一人がパリ大学のフランス人哲学者, また教区牧師の ジャン・ビュリダン (Jean Buridan).* であった. 月の計算は, このように区別することが誤りであることを示す重要な結果である. そして, 式(39) を万有引力とよぶ理由でもある.

Ref. 138

万有引力は昔からよくある疑問にも答えることができる. 月はなぜ空から落ちてこないのか? 先の議論からすると, 落下は重力により引き起こされる運動である. だから, 実際のところ, 月は落下しているのだが, おかしなことに, 地球に向かって落ちてくるのではなく, 絶えず, 地球の周りを落下し続けているのである. Figure 121 はその考え方を示したものである. 月は地球をいつも見失っているのだ.**

地球の周りを落下している物体は月だけではない. Figure 123 は別の例を示している.

万有引力は, 地球や大部分の惑星がなぜ (ほぼ) 球であるかを説明してい

* ジャン・ビュリダン (Jean Buridan) (*c.* 1295 to *c.* 1366)は軸のまわりでの地球を議論した最初の近代哲学者のひとりでもある.

** もう一つの考え方はオランダの物理学者クリスティアーン・ホイヘンス (Christiaan Huygens) (1629–1695)の答えである: 月は遠心力のため空から落下することはない. page 149で説明したように, この説明は大学ではあまり好まれない.

Ref. 139

図の左図に関連する美しい問題がある. 山から発射された弾は地球のどこに衝突するか? また, 水平に発射された弾はどの点に衝突するか??

Challenge 294 d

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 122 長さ約1 m の高精度秒振子; 上の端のには圧力による変化を補償するための真空容器, 下端に向かい, 振り子の長さの温度変化を補償するための広い構造, 一番下には重力加速度の地域差を補償するネジが付けられていて, 最終的に1か月あたり約 1 s の精度を実現している(© Erwin Sattler OHG).

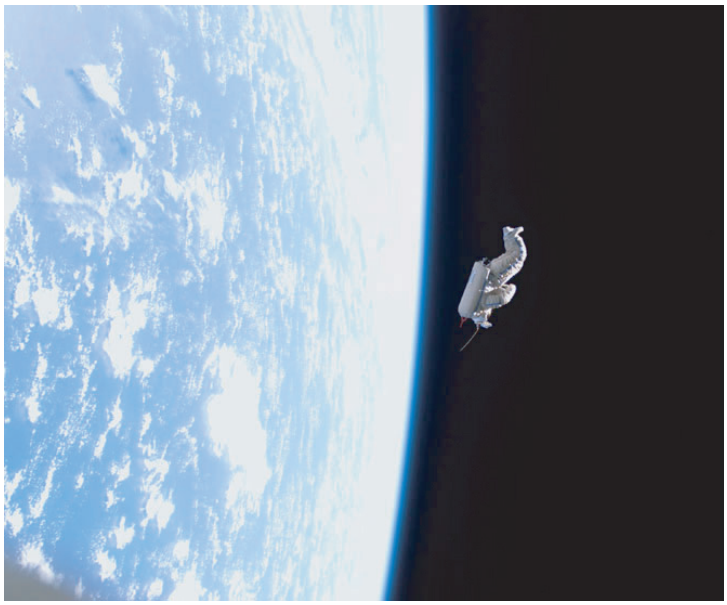


FIGURE 123 軌道上の人間は重力を感じていない. 青い大気は感じている.(NASA).

る. 重力は距離とともに減少してゆくので, 宇宙空間の液体はいつも球になろうとする. 巨視的なレベルで見ると, 地球は実は液体である. また, 地球は冷えつつあることがわかっている. これにより地殻や大陸が形成されている. 宇宙で, 月のような小さな球状固体物体と遭遇したとしたら, その物体は昔, 液体であったにちがいない

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 26 重力加速度の測定値.

| 場所 | 値 |
|---|---|
| 極 | 9.83 m/s$^2$ |
| トロンハイム | 9.8215243 m/s$^2$ |
| ハンブルク | 9.8139443 m/s$^2$ |
| ミュンヘン | 9.8072914 m/s$^2$ |
| ローマ | 9.8034755 m/s$^2$ |
| 赤道 | 9.78 m/s$^2$ |
| 月 | 1.6 m/s$^2$ |
| 太陽 | 273 m/s$^2$ |

## 重力の性質

前に述べたように，重力と作用している石の軌道は，実は，放物線ではなく，
Page 74 地球の周りをまわる楕円である．この理由は，惑星が楕円を描いて太陽の周り
Page ?? をまわっているのとまったく同じである．これを確認できるか?

式 (6) で登場した加速度値がなぜ $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ なのかは，万有引力からわかる．この値は，関係式

$$g = GM_{\mathrm{Earth}}/R^2_{\mathrm{Earth}}\,. \tag{40}$$

によるものである．この式は，地球を球とした時の万有引力の式 (39) から導ける．私たちが日常感じている重力 $g$ は地球のサイズと質量，万有引力定数 $G$ の結果なのである．当然，この $g$ という値は，Table 26に示すように，ほぼ球形である地球の表面ではほぼ一定である．式 (40) は，地球から離れてゆくと $g$ が小さくなってゆくことや地球の球形からのずれで $g$ が極地や高地で値が異なる理由も説明できる．(月面上では $g$ はどうなるか? 火星では? 木
Challenge 295 s 星では?)

ところで，ヨーヨー以外に，わかっている量だけ実質的に重力加速度を弱めるような機械を作り出すことができる．そして，その値を用いると簡単に重力
Challenge 296 s 加速度がわかる．想像できますか?

重力加速度の9.8 という数値はほぼ $\pi^2$ に近いことに注意してください．これは偶然ではない: メートルという単位が (ほぼ) そうなるように選ばれている
Challenge 297 s からだ．前後に揺れる振り子の周期 $T$ は *

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ \exists \tag{41}$$

で与えられる．ここで $l$ は振り子の長さ，$g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ は重力加速度である．

* 公式(41) に現れていないものに注目するのも重要である．つまり，振り子の周期は振動物体である質量に無関係である．さらに，振り子の周期は振幅にも無関係である．(これは振動の角度がおよそ 15° より小さい条件下で成り立つ.) ガリレオは，学生の頃，ピサの大聖堂に長いロープで吊るされたシャンデリアを見て，このことを発見した．彼は自分の心臓の鼓動を時計として使い，振れの振幅がどんどん小さくなっても，振れの時間が変化しないことを見つけた．

普通に歩くときには，脚も振り子に似た運動をする．なぜ，長身の人は歩く速度が速くなる傾向
Challenge 298 s があるのだろうか? この関係は異なった大きさの動物に対しても成り立つのか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 124 メートルを定義するための測定(© Ken Alder).

(糸の質量は無視でき，小さなサイズの質量の簡単な振り子とする.) 振り子の振動時間に影響を与えているのは糸の長さと$g$，つまり，振り子が設置されている惑星だけである.

もし，メートルという単位が $T/2 = 1\,\mathrm{s}$ になるように定義されていたら，普通の加速度 $g$ はきっかり$\pi^2\,\mathrm{m/s^2}$になっていたであろう. 実は，最初，メートルの定義として，これが提案された. 1673年，ホイヘンスによりこれが提案され，1790年，タレーラン (Talleyrand)により繰り返されたが，$g$ 値が地理的位置により異なること，また，温度により振り子の長さが変化すること，圧力による変化による誤差があまりにも大きいことから，実用的な精度を得られないという理由で，メートルを定義する会議で否決された. (実のところ，これらの効果はすべて，Figure 122 に示すように，振り子時計では補正されないといけない.)

Challenge 299 e

最終的には，メートルは，極を通る地球の円周，いわゆる，子午線の 1/40 000 000 として定義さることが提唱された. この提唱は振り子とほとんど同じであるが，もっと精密なものになっている. 子午線によるメートルの定義は，1791年3月26日，フランス国民会議により，‘すべての人間の足の下を通る子午線はすべて平等である’という声明とともに採択された. (といっても，赤道から極までのきょりはきっちり10 Mmではない；奇妙な話だが，初めてメートル尺の大きさを決定した二人の地理学者の一人は誠実さに欠けていた. Figure 124 に示す方法で彼が測定したデータはねつ造だった. パリの最初の正式のメートル尺は正しい物より短かった.)

Ref. 140

重力加速度 $g$ をの探求を推し進めると，次のような疑問に行き当たる. 地球はなぜこの質量で，この大きさなのだろうか? また，なぜ $G$ はこの値になのか? 最初の疑問は太陽系の歴史についての疑問であり，答えはまだでておらず研究中である. 第2の疑問はAppendix Bで取り組む.

重力が本当に万有で，すべての物体が本当に互いに引き合っているなら，引

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

力は日常生活のあらゆる物体間で働いているはずである．つまり，横の方にも重力は作用しなければならない．実は，まさにそうなのであるが，その効果は非常に小さいため，実際にそれが測定されたのは，万有引力による予言からずっと後のことである．この効果を測定することで重力定数 $G$ を決定することができる．どうやってするかを見てみよう．

重力定数 $G$ の測定は地球の質量を決定するためのただ一つの方法でもあるのだ．1798年，初めてそれを行ったのは英国の物理学者ヘンリー・キャベンディッシュ (Henry Cavendish) である．その測定に用いた機械と測定方法はジョン・ミッチェル (John Michell) のアイデアによるものであるのだが，当のジョン・ミッチェルはこの実験の最中に亡くなってしまっている．ミッチェルとキャベンディッシュ* はこの実験の目的と結果を‘地球の重さ量る’とよんでいた．

ミッチェルのアイデアは，両端に2個のおもりがついた棒を，両端に付けられた長い金属線で，水平につるしたものである．空気の流れがない状態で，その棒の両端に2個の大きな質量を近づけ，棒の回転量を測定する．Figure 125 はこの実験の繰り返し方を示したもので，もっと，お金をかけると，Figure 126 のようになる．

もう少し手の込んだミッチェル–キャベンディッシュの実験から見出された重力定数は

$$G = 6.7 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2} = 6.7 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/kg\,s^2}\,. \tag{42}$$

である．キャベンディッシュの実験は，重力は横方向にも作用することを確認した最初の実験でもある．この実験により，地球の半径 $R$ と関係式 $g = GM/R^2$ から地球の質量 $M$ を導出できる．最後に，光速が有限で不変であるなら，この実験は空間が曲がっていることの証明になる.これについてはあとで述べる．これだけのことが，すべて，こんな簡単な装置でわかるのだ!

Challenge 300 e

Vol. II, page 131

Ref. 141

キャベンディッシュは，地球の質量密度は水の 5.5倍であることも見出した．当時，これは驚くべきことだった．なぜなら，岩石は水の密度の2.8倍しかなかったからだ．

重力は弱い．例えば，二人の普通の人が 1 m だけ離れた時に感じる互いの方向への加速度は，普通のハエ が皮膚に飛んできたときに生じるものより小さい．従って，ふつう，私たちは他人の引力を感じることはない．他人に引かれていると気づくときは，それよりずっと強いものがあるときである．$G$ の測定から，重力は人が恋に落ちる原因にはなりえないことをあらわしており，従って，性的魅力も重力が原因ではなく，別のものが起因している．愛についての物理的基盤は，私たちの徒歩のもっと後で考えよう．電磁気学とよばれている分野である．

Challenge 301 s

Vol. III, page ??

## 重力ポテンシャル

重力にはある重要な性質がある: 重力のもたらすすべての効果は，(重力)ポテンシャル $\varphi$と呼ばれるべつの観測量で記述できる．この時，加速度はポテン

* ヘンリー・キャベンディッシュ (b. 1731 ニース, d. 1810 ロンドン) は偉大な天才物理学者. 裕福で, 自閉症, 女性嫌いで, 結婚もせず, 孤独な状態で多くの自然法則を見つけたが, それらを公表することはなかった. もし, 公表していたら, 彼の名前はもっと世に知られていたであろう. ジョン・ミッチェル (John Michell) (1724–1793) は教会牧師, 地質学者, アマチュア天文学者.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 125 地球の重さを量り，重力は横方向にも作用し，空間を曲げることを証明する実験. 左上と右上: 固定した質量としてペタンク (ブール)を付けた発泡スチロールと鉛から作られたねじれ天秤; 右中央: 固定した質量として石を付けた木と鉛から作られたねじれ天秤; 下: 石が鉛をどのように引き寄せているかを表す時間進行(© John Walker).

シャルの勾配

$$\boldsymbol{a} = -\nabla\varphi \qquad \text{or} \qquad \boldsymbol{a} = -\operatorname{grad}\varphi\,. \tag{43}$$

という簡単な関係であらわせる. 勾配とは専門的には最も急な方向の傾きを表す用語である. 勾配は傾斜のどの点でも定義でき，傾斜が急な時には大きな値になり，緩いときは小さな値になる. 勾配は，Figure 127 に示すように，最も傾斜の大きい方向を向いている. 勾配は $\nabla$ であらわし，'ナブラ' と読む. 数学的には，関係式 $\nabla\varphi = (\partial\varphi/\partial x\,\partial\varphi/\partial y\,\partial\varphi/\partial z) = \operatorname{grad}\varphi$ で定義される.* (43) のマイナス符号は，ポテンシャル値が高いとき大きな値になるように慣習的に使われている. 普通の生活レベルでは，地球の球形は無視して，重力ポテン

* 2次元以上の場合, 傾きを $\partial\varphi/\partial z$ と書く– $\partial$ はこの場合も 'd' と発音する– , しかし, $d\varphi/dz$ とは少し意味が違う. 詳細はこの徒歩歩きの範囲外なのでこれ以上は述べない.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

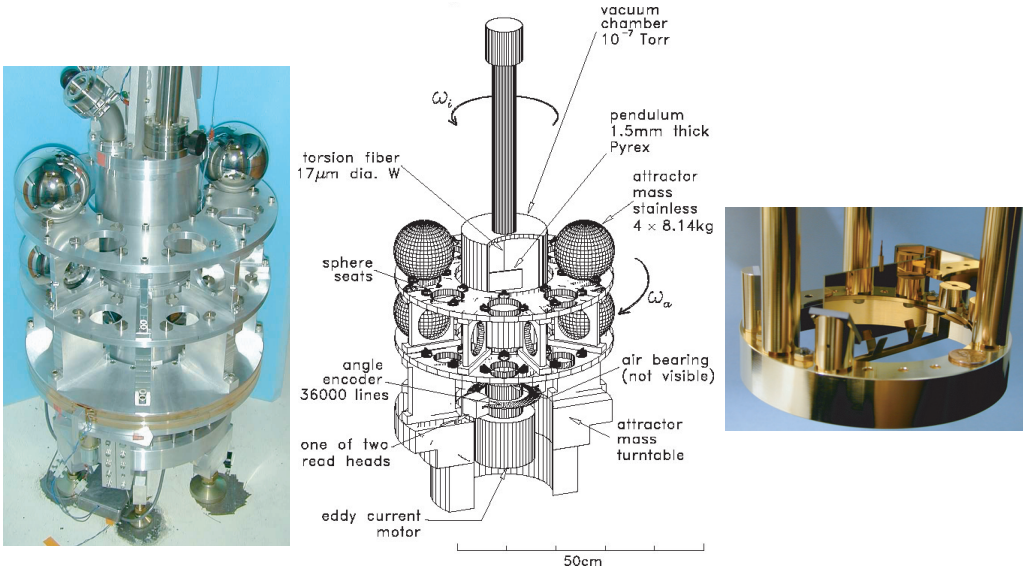



FIGURE 126 ワシントン大学で行われた重力定数測定のための現代の精密ねじれ天秤実験 (© Eöt-Wash Group).

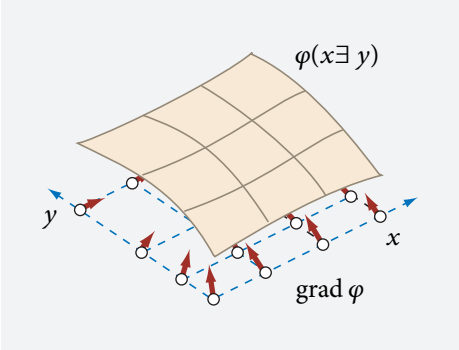



FIGURE 127 2次元空間で可視化したポテンシャルと勾配.

シャルは

$$\varphi = gh\,. \tag{44}$$

で表される．ポテンシャル $\varphi$ は面白い量で，空間の各点で一つの数を持ち，重力加速度のベクトル的性格も持ち合わせている．そして，自動的に，ニュージーランドの重力は反対方向のパリの重力にも影響している．さらに，ポテンシャルは

$$U = m\varphi \tag{45}$$

とすることで，いわゆる，ポテンシャルエネルギー $U$ となり，点1から点2へ落下する物体の運動エネルギー $T$ の変化を

$$T_1 - T_2 = U_2 - U_1 \qquad \text{or} \qquad \frac{1}{2}m_1 v_1^{\,2} - \frac{1}{2}m_2 v_2^{\,2} = m\varphi_2 - m\varphi_1\,. \tag{46}$$

で決めることができる．つまり，重力運動では，運動エネルギーとポテンシャ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ルエネルギーの和である全エネルギーは保存する．これは重力の特徴である．重力はエネルギーと運動量を保存する．

すべての加速度がポテンシャルから導けるわけではなく，特に，このような性質を持つ系を 保存系とよぶ．観測結果から摩擦による加速は保存せず，電磁気による加速は保存する．まとめると，重力はポテンシャルで記述できる．つまり，エネルギーと運動量を保存する．地球の球形を無視すると，高さ $h$ の所にある物体のポテンシャルエネルギーは，

Page 104

$$U = mgh \,. \tag{47}$$

で与えられる．エネルギーの大きさを感覚的につかむために，次の問に答えてみてください．質量 1 Mg の車が100 mの崖を落ちたとする．この車のエネルギーでどのぐらいの量の水を氷点から沸点まで加熱できるか?

Challenge 302 s

## 地球の形

Challenge 303 e

質量 $M$ の球状または点状物体のポテンシャル $\varphi$ は

$$\varphi = -G\frac{M}{r} \,. \tag{48}$$

で書ける．ポテンシャルは加算的なので，運動の記述が簡単になる．つまり，点粒子のポテンシャルがわかっていると，どんな形の物体の周りのポテンシャル，ひいては，周辺の運動を計算できる.* おもしろいことに，空間の次元数 $d$ を，球状質量のポテンシャル $\varphi$ にコード化されている．つまり，$\varphi$ の半径依存性は，実は，$1/r^{d-2}$ である．指数 $d-2$ は実験的に高精度でチェックされているが，3 以外の $d$ は見つかっていない．

Challenge 305 s

Ref. 142

ポテンシャルの考え方は地球の形を理解するのに役立つ.大きなスケールからの視点では地球はほぼ液体なので，地球の表面は重力と回転の加速度が合成された方向に対し，いつも，直角になる．つまり，地球は球ではないのだ．楕円体でもない．平衡条件により定義される数学的形状をジオイドとよぶ．Figure 128に示すジオイドの形は，一番近い楕円体の形状から最大50 mの違いがある．ジオイドを数学的にあらわせるか?? ジオイドは地球の実際の形の優

Ref. 143

Ref. 144

Challenge 306 ny

* また，一般の広がりを持つ物体に対しては，ポテンシャルの勾配の発散が質量または電荷密度の比例定数倍になる条件からポテンシャルを見つけることができる．つまり，

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho \tag{49}$$

となる．ここで $\rho = \rho(\boldsymbol{x} \exists t)$ は物体の質量体積密度で，‘デルタ’ と発音する演算子 $\Delta$ は $\Delta f = \nabla\nabla f = \partial^2 f/\partial x^2 + \partial^2 f/\partial y^2 + \partial^2 f/\partial z^2$ で定義される．式 (49) はポテンシャル $\varphi$ に対するポアソン方程式とよぶ．これは著名なフランス人数学者・物理学者であるシメオン・ドニ・ポアソン (Siméon-Denis Poisson) (1781–1840) にちなんで名付けられた．$\rho$がゼロでない位置をポテンシャルのソースという．関数の，いわゆるソース項 $\Delta\varphi$ は，ある点 $x$ の関数 $\varphi(x)$ が，その点の近傍において平均値からどのくらい異なっているかを表している．($\Delta\varphi \sim \bar{\varphi} - \varphi(x)$を示すことでこれを説明できるか?) つまり，あるポテンシャルの実際の値はその点の周りの平均値から質量密度を$4\pi G$したものを引いたものであることを，ポアソン方程式 (49) は意味している．特に，空っぽの空間では，ある点のポテンシャルはその点の周りのポテンシャルの平均値に等しい．

Challenge 304 e

重力場の概念として，$\boldsymbol{g} = -\nabla\varphi$と定義されることがよくあるが，私たちのハイキングではこれは使用しない．なぜなら，以降で説明する相対論で，重力は場ではないことがわかるからである．その時，重力ポテンシャルも実は近似でしかないことがその時わかるだろう．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

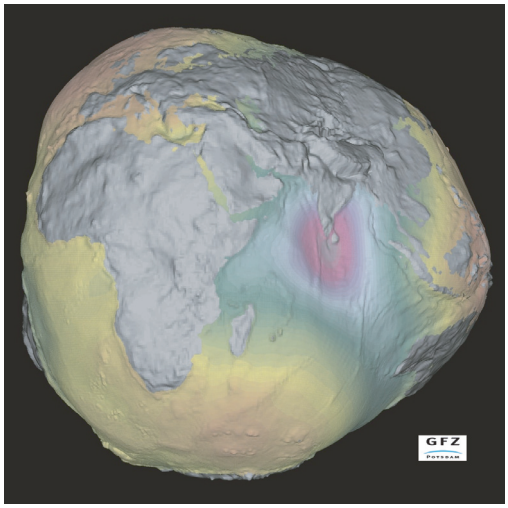



FIGURE 128 高さ方向のスケールを強調した地球の形 (© GeoForschungsZentrum Potsdam).

れた近似になっている．つまり，ジオイドからの海水位からのずれは20メートルより小さい．その差は人工衛星の電波探知で測定でき，地質学者や地理学者が非常に関心を寄せている．たとえば，南極は，北極よりも，赤道面に約30 m近いことがわかっている．このことは，北半球に大きな大陸地塊があるためであろう．

Page 128

上述したように，物質の慣性は，いわゆる‘遠心力’のため，赤道部で地球の半径が大きくなっている．言い換えると，地球は極の所で平らになっているのだ．地球の赤道半径 $a$ は6.38 Mmであるのに対し，地球の中心から極までの距離 $b$ は6.36 Mmである．扁平度 $(a-b)/a$ の正確な値は 1/298.3 = 0.0034である．その結果，エクアドルのチンボラソ山の山頂は海抜6267 mの高さしかないのに，地球の中心からの距離はネパールの海抜8850 mの高さの山，サガルマタ山* より，約20 kmも遠くにある．実は，地球の中止からもっとも遠くにある地表面の点はチンボラソ山である．

Appendix B

地球の形は，他にも，重要な影響を与えている．地球が（そのままの形を保ったまま）自転を止めてしまったっら，海水は赤道から極地方に流れ込み，全ヨーロッパは，約 4 km より高いいくつかのアルプスの山を除いて，水没する．北部ヨーロッパは 6 km から 10 km の深さの水におおわれるだろう．サガルマタ山頂の海抜は 11 km を超えるだろう．私たちももっと歩きたくなるかもしれない．しかし，地球の形の変化も考慮すると，その数は減少するだろう．さらに，形の変化は極端に強い地震や嵐を発生させるだろう．こんな事が起きない限り，哲学者がどうふるまおうと，明日が来れば陽が昇ることはまちがない．

Page 146

## 動力学 – 様々な次元で物はどう動くか?

ポテンシャルの概念は強力なツールである．物体がある直線または曲線上を運動できれば，運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの考え方で物体の動き方を完全に決定できる．つまり，一次元の運動はエネルギー保存則に直接的に従う．

* サガルマタ山はエベレスト山とよばれることもよくある．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

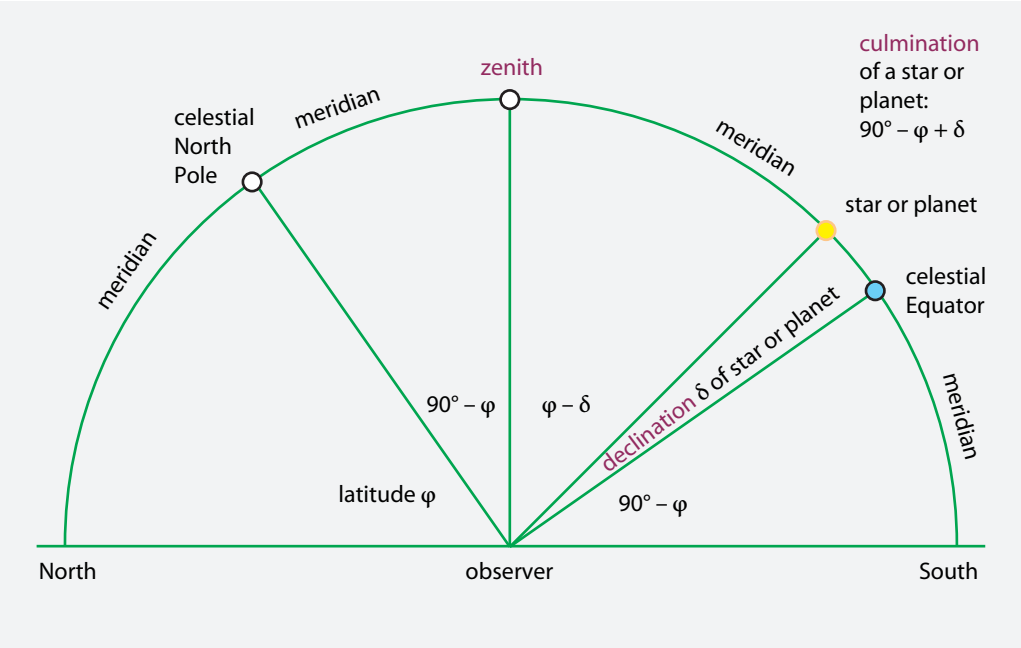



FIGURE 129 夜, 星を観測する際の重要な考え方. meridian(子午線), celestial North pole(天の北極), zenith(天頂), celestial Equator(天の赤道), latitude(緯度), declination of star or planet(星または惑星の傾き), observer(観測者)

物体が二次元内，つまり，平坦または曲がった表面上を動き，かつ，関係する力が慣性的（理論上はいつもそう扱うが，現実的にはそうではない）ならば，角運動保存が使える．このように，2次元での運動はすべてエネルギー保存と角運動量保存に従う．例えば，自由落下の性質はすべてエネルギー保存と角運動量保存に従う．(これを示せるか?) ここでも，ポテンシャルは本質的である．

Challenge 307 s

3次元の運動になると，運動を決定する規則はもっと一般的なものが必要になる．2次元空間より大きな空間が関与すると，物体がどう動くかを決定するには保存だけでは不十分になる．一般的な運動はある単純な原理に従うことがわかっている；運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの差の時間平均ができるだけ小さくならなければならない．これを最小作用の原理という．この計算方法は後で詳しく説明する.seepageoneactprde もう一度強調するが，変化の計算やある具体的な運動の記述において，ポテンシャルは欠かせない存在である．

簡単な重力運動では，運動は2次元，すなわち，平面運動になる．3次元問題はこのテキストの範囲外である；実際のところ，これらの問題は非常に難しいこともあり，現在でも研究がされている．この冒険で扱う3次元運動は本質的な洞察につながる場合のみに限定する．

## 天空の重力

万有引力による加速度の式 $a = GM/r^2$ を用いると，空を動くすべての惑星の運動も記述できる．私たちは，普通，太陽を中心にした位置関係を考え，惑星は‘太陽を周回している’としている．これはどのようにチェックすればいいのか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

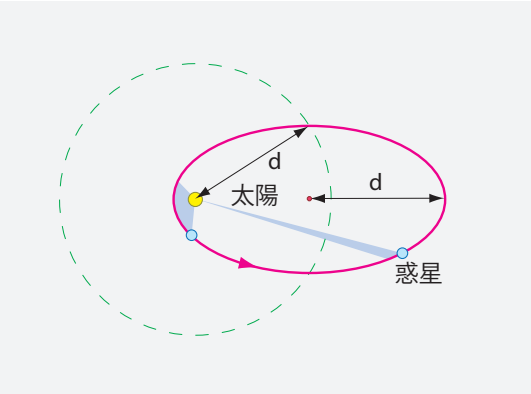



FIGURE 130 太陽を周回する惑星の運動. 長半径 $d$ は太陽からの距離の空間平均でもある.

まず，夜空をながめると，惑星は空の細い帯，黄道帯 *(zodiac)*の内部にいつも留まっていることがわかる．黄道帯の中心線が太陽の径路になっていて，これを黄道 *(ecliptic)*という．ところで，日食 (eclipse) が起きるためにはこの黄道 Page 202 上に月が位置しなければならない．このことから，惑星は (ほぼ) 一つの共通平面内を動いていることがわかる.*

惑星の詳細な運動を説明するのは容易なことではない．Figure 129 に示すように，惑星や恒星の観測には様々な角度を測る必要がある．惑星についていえば，これらの角度は毎晩変わってゆく．この角度の変化から惑星の運動を導き出すことができる．フック (Hooke)の数世代前，シュヴァーベンの天文学者ヨハネス・ケプラー (Johannes Kepler) は，ティコ・ブラーエ *(Tycho Brahe)* の観測結果を利用して，黄道帯の惑星の動きについて大変な苦労をして研究を行い，いくつかの ’法則’ を導き出した．その主要な3つの法則は以下のものである:

1. 惑星は楕円上を動き，太陽は楕円の一方の焦点にある (1609).
2. 惑星と太陽を結ぶ線が一定時間内に描く面積は等しい (1609).
3. すべての惑星は，軌道周期 $T$ と長半径 $d$ の間で同じ比率 $T^2/d^3$ を持つ (1619).

ケプラーの結果をFigure 130に図示する．この3つの ’法則’ の導出に要した完璧な仕事は大変なものであった.ケプラーの時代には計算機はなかった．彼が用いた計算技術が最近明らかになった.logarithms. 計算に対数表を使った経験のある人は，これらの3つの発見の陰にどれほどの作業量があったかの感覚はつかめるだろう．

さて，核心に入ってゆこう．ブラーエやケプラーによる大変な量の仕事は，フックやその他の人が言っていた次の式

$$a = GM/r^2 \ni \tag{50}$$

に集約できる．理由を考えてみよう．

* 黄道の高度は一年の間で変化し，これが季節の移り変わりの原因になっている．従って，季節は重力現象であるともいえる．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

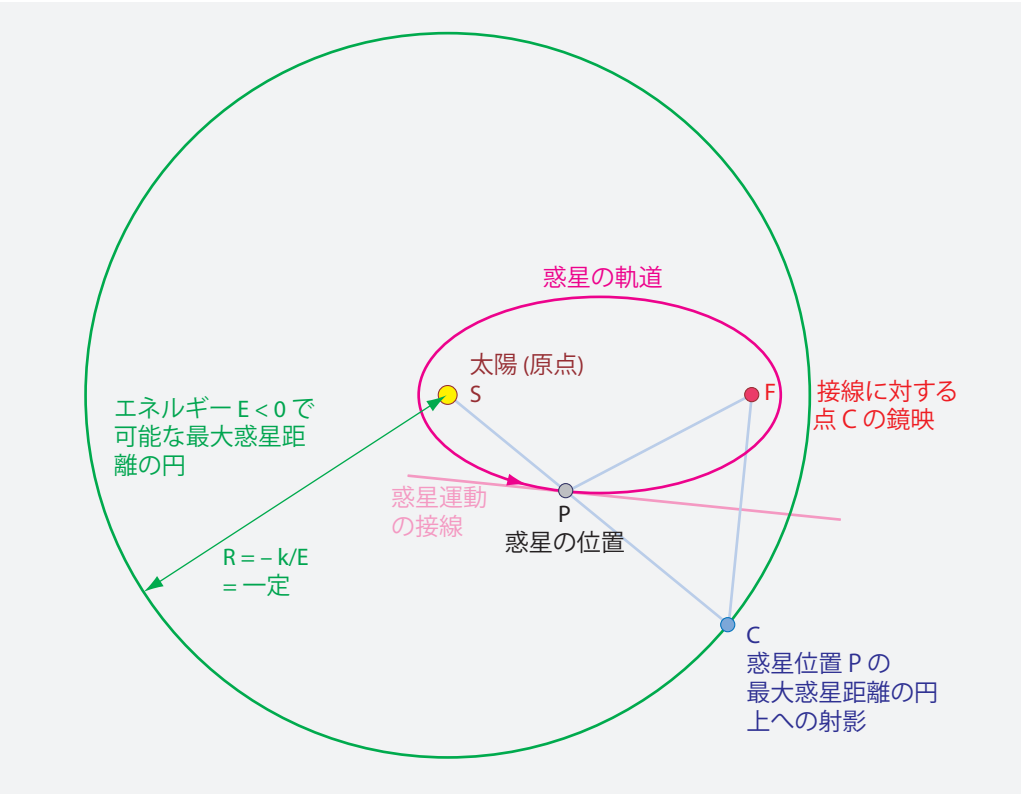



FIGURE 131 重力について逆二乗則が成り立つとき，惑星は太陽の周りを楕円軌道 (赤紫) で回ることの証明 (本文参照).

Ref. 145 なぜ，軌道は楕円になるのだろうか? 一番簡単な説明をFigure 131に示す. 重力による加速度は $a = GM/r^2$ のように変化してゆくことはわかっている. また，軌道運動する質量 $m$ の物体は一定のエネルギー $E < 0$ をもっている. この時，太陽の周りに半径 $R = -GMm/E$ の円を描くことができる. この値はエネルギー $E$ を持つ物体が太陽からもっとも離れることができる距離である. 惑星の位置 $P$ をいまこの円上に射影し，その点を $S$ とする. 次に，惑星運動の位置 $P$ の接線に対し $S$ を折り返した点を $F$ とする. この点 $F$ は時

Challenge 308 s 間的に一定であることは簡単に示せる. (説明できるか?) この作図から，距離の和 OP+PF は一定で，半径 $R = -GMm/E$ と同じ値になる. この距離の和が一定であることから，軌道は楕円であることがわかる. 楕円というのはまさにこの距離が一定になる曲線のことであるからだ. (楕円はこのように1本のロープを使って描けることを思い出してほしい.) 点 $F$ は，太陽と同じように楕円の焦点になっている. これがケプラーの第1'法則'である.

残りのケプラーの'法則'についても，フックの万有引力の式に従うことを示

Challenge 309 s せるか? この結果を主に発表したのはニュートンであった。彼のやり方をくりかえしてみてください。なかなか，難しいばかりでなく，物理的で，パズルような面白さがある.

ケプラーの第2 '法則' は掃引面積が等しいことに関するものであり，惑星が太陽に近づくと速く動くを意味する. 角運動量保存則をもっと簡単に表現したものである. ケプラーの第3'法則' とは何か?

Challenge 310 e

ニュートンはこれらの3つのパズルを，かなり込み入ったやり方ではあった

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

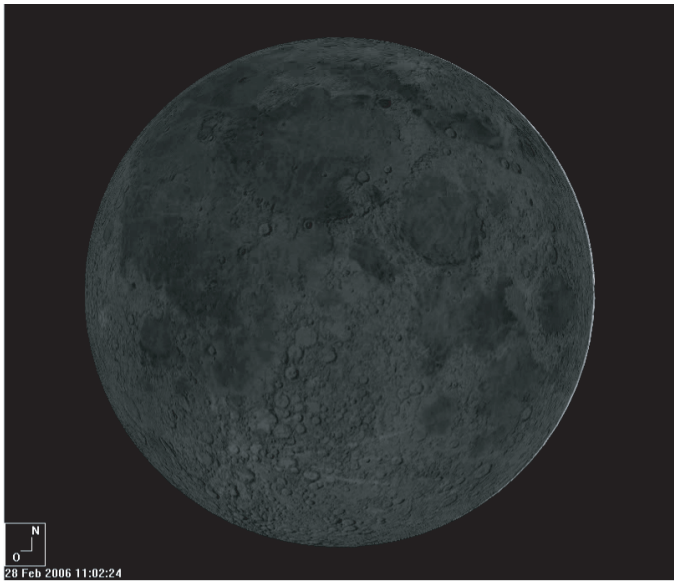



FIGURE 132 一か月の間の月の変化. 月の秤動がわかる(QuickTime film © Martin Elsässer)

が作図で解いた. 当時, ニュートンは発表したばかりの重力についての微分方程式を扱い書き下せたなかったのはよく知られている. 実際, ニュートンの表記法や計算方法は未熟であった. (あなたの方が各段上手だろう!) 英国の数学者 ゴッドフレイ・ハーディ (Godfrey Hardy) * は, 現在, 普通に使用されているニュートンのライバルライプニッツによる昔からの優れた方法ではなく, ニュートンの積分や微分の記法を使用することに固執したため英国の数学が100年間あともどりしてしまったと言っている.

Ref. 27

まとめると, ケプラー, フック, そしてニュートンが有名になったのは, 惑星運動の記述に秩序をもたらしたことである. そして, 重力によるあらゆる運動は距離の逆二乗という同じ記述に従うことを示した. このため, 距離の逆二乗関係 $a = GM/r^2$ は万有引力の法則とよばれている. 実用的な意味は大きくないが, この運動の記述の統一化は世の中に広く知られることになった. その大きな理由は占星術が昔からの偏見と空想に関連付けられていたからである.

実際, 距離の逆二乗則の関係は他の多くの現象を説明できる. 銀河系や銀河の運動や形状, 多くの気象現象の運動, 大気が地球にあって月にはない理由などの説明が可能になる. (説明できるか?) 万有引力は月についても多くを語る.

Challenge 311 s

## 月

月の一日はどのぐらいの長さか? 答えはほぼ 29地球日である. これは月面の観測者が太陽が空の同じ位置に再び観測できるまでの時間です.

月はいつも同じ面を地球に向けているとよく言われる. しかし, これは誤りである. 裸眼でも確認できるように, 満月の月面中央の特徴は一週間後の中央部とはちがう. このような変化をもたらす運動を秤動という; Figure 132の動

* ゴッドフレイ・ハロルド・ハーディ (Godfrey Harold Hardy) (1877–1947) は英国の著名な数論研究者で, 有名な *A Mathematician's Apology* の著者でもある. 彼はかの有名なインド人数学者シュリニヴァーサ・ラマヌジャン (Srinivasa Ramanujan) を見出し, 彼を英国に連れてきた.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

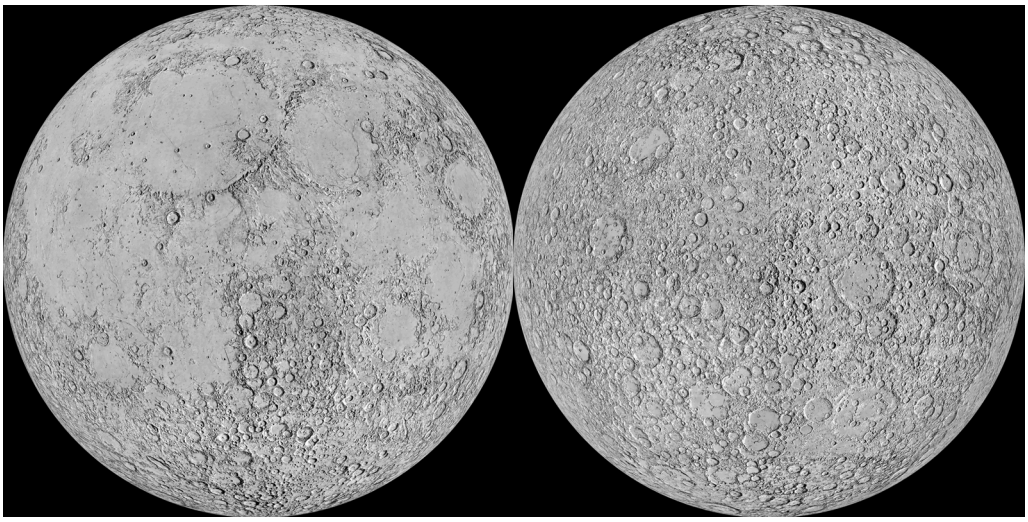


FIGURE 133 月の表側 (左)と裏側 (右) 高分解能地図 (写真ではない). 月の裏側の地図はどのくらい地球を隕石の衝突を防いだかがわかる. (courtesy USGS).

画にこれを示す. この運動は, 主に, 月が地球の周りを円軌道ではなく楕円軌道を描いていることと地球をまわる回転面とくらべ月の自転軸が少し傾いていることによる. その結果, 常に地球から隠れている月面は全体の約 45 % だけである.

月の裏側の写真を初めて撮影したのはソビエトの人工衛星で 1960 年代のことだった. 最近の衛星からはFigure 133 に示すような正確な地図が得らている. (ズームしてみるだけでもおもしろい.) 月の隠れた面は地球の引力に引き寄せられる多くの小惑星を遮っているため、地球から見える面よりずっとでこぼこが激しい. つまり, 月の重力は小惑星を地球からそらせてくれている. これにより動物生命の絶滅を免れた数はそう多くないが、無視はできない. つまり, 月の引力が人類絶滅を何度も救ってきた.*

Challenge 312 e

1970年代の月への旅行により, 月はもとは地球だったこともわかった. かつて, ある物体が接線方向に地球に衝突し, 相当量の物質破片を空に巻き上げた. これが, 一般的な月の構成成分のみならず, 月のサイズの大きさや鉄の含有の低さを説明する唯一のメカニズムである.

Ref. 146

月は地球から毎年 3.8 cm づつ遠ざかっている. この結果は, 潮汐が地球の自転をスローダウンさせているという昔からの結論を実証している. この測定をどうやって行うかわかるか? 月のため自転がおそくなると, 地球はこの効果により形も変わる. (地球の形は回転速度に依存していることを思い出してください) このような形の変化は地球の地殻変動活動に影響を与えており, そして, 大陸移動にも関係しているかもしれない.

Ref. 147

Challenge 313 s

月は動物世界にも影響を与えている. 有名な例がユスリカの一種*Clunio*である. この生き物は潮汐の効果が著しい海岸に生息している. Clunio は 6 から 12週間の間幼虫として過ごし, その後, 羽化して, 飛行する成虫として1, 2時間だけ生き, その間に生殖をする. 大潮の干潮時に羽化したときのみ, ユ

Ref. 148

* ウェブページwww.minorplanetcenter.net/iau/lists/Closest.htmlやInnerPlot.htmlには毎年もう少しで衝突しそうになった多数の物体が示されている. 月がなかったとしたら, もっと多くの悲劇を被っていただろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

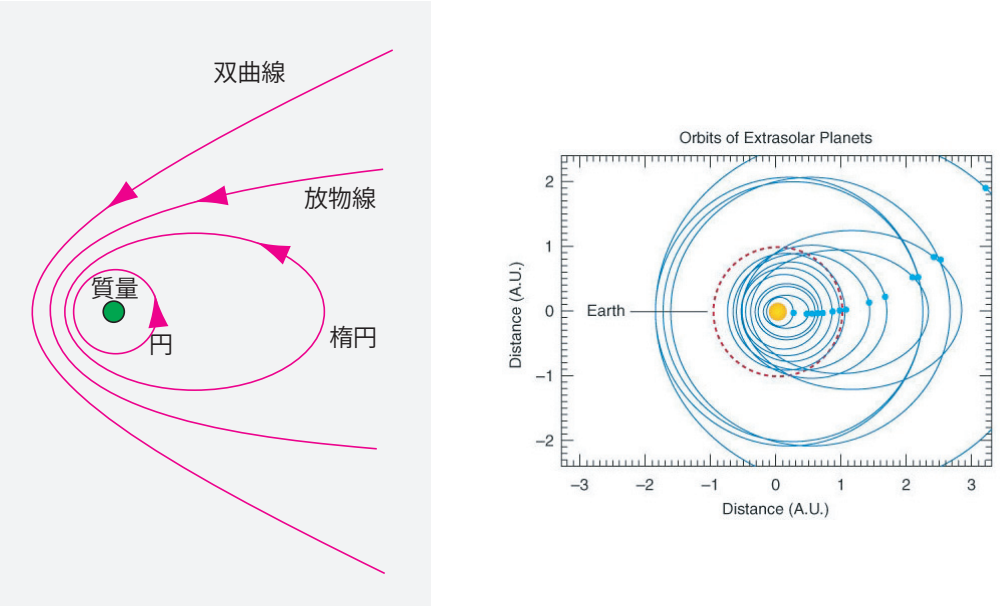



FIGURE 134 万有引力により，大きな単一質量の周りで取りうる小さな質量の軌道 (左) と 最近測定された軌道の例 (左). 軌道例の図はいくつかの太陽系外の惑星と地球の軌道を，それぞれの中心星に対して描いてあり，距離は天文単位で示してある (© Geoffrey Marcy).

スリカは生殖する．大潮は，満月と新月の時，太陽と月の効果が合わさっておきる特に強い潮汐で，14.8日ごとに起きる．1995年，ディートリッヒ・ノイマン (Dietrich Neumann) はこの幼虫は概日リズムと概月リズムの2つの体内時計を持っており，これらが協同して，昆虫が生殖できる数時間にピッタリあうように羽化の時期をコントロールしていることを示した．また，概月時計は夜の月の明るさに同期していることも示した．つまり，幼虫は夜になると月をモニターし，いつ羽化をするかを決めている．彼らは既知の最小の天文学者である．

昆虫が概月周期を持つことができるのであれば，女性もこのような周期をもっているとしても不思議ではない；ただ，この場合，周期長の起源については詳しくわかっておらず，研究課題になっている．

Ref. 149

月は地球の地軸の傾きを安定させる役目も果たしており，地球の公転面に対し大体一定になっている．月がないと，この軸は無秩序にその方向を変え，昼夜の規則的リズムがなくなり，極端な気候変動が起き，生命の進化も不可能であろう．月がなければ，地球はもっと速く自転し，ずっと，厳しい気候になっていただろう．月の地球に対するその他の影響である地軸の歳差運動は，氷河期の原因になっている．

Ref. 150
Ref. 151
Page 136

## 軌道 – 円錐曲線など

ある物体が，別の物体の重力の影響を受けて，軌道運動をしている場合の径路は楕円になり，その中心物体は楕円の焦点にある．円は楕円の特殊なケースなので，円軌道もありうる．Figure 134に示すように，2つ物体が偶然に出会うような場合では放物線や双曲線もありうる．円，楕円，放物線および双曲線は全体として円錐曲線として知られている．実際，これらの曲線は円錐をナイフで切断することでえられる断面である．これを確認できるか?

Challenge 314 e

軌道が楕円に近いと，彗星は戻ってくる軌道にある．英国の天文学者エド

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

モンド・ハレー (Edmund Halley) (1656–1742)はこの結論を初めて出して，ある彗星の再来を予言した．1756年，予言した日に彗星は現れ，その彗星には彼の名前が付けられた．ハレー彗星の周期は 74年と 80年の間である．この彗星が初めて記録されたのは 22世紀前のことで，これまでの 30回の通過のどの回にも目撃できており，もっとも最近は 1986年のことであった．

軌道が楕円になるか，放物線か双曲線は，中心の天体に対する物体の初期エネルギーと初期角運動量に依存する．これらの径路のどれになるかのエネルギーと角運動量の条件を決定できるか?

Challenge 315 s

実際のところ，自然界には放物線軌道は存在しない．(太陽の周りを回る際，このケースに近づく彗星もあるが，ほとんどすべての彗星は楕円軌道を描く)．双曲線軌道も存在する．人工衛星が惑星に向けて出発する際はこの軌道を描き，人工衛星の進行方向が太陽系を突っ切るように変更出来るようになっている．

なぜ、逆二乗則では円錐曲線になるのだろうか? まず，二体の場合の全角運動量 $L$ は一定である:

$$L = mr^2\dot{\varphi} \tag{51}$$

となり，運動は平面内で起きる．エネルギー $E$ も一定値

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 - G\frac{mM}{r}\,. \tag{52}$$

Challenge 316 e

になる．上の 2つの式から，

$$r = \frac{L^2}{Gm^2M}\,\frac{1}{1+\sqrt{1+\dfrac{2EL^2}{G^2m^3M^2}}\,\cos\varphi}\,. \tag{53}$$

となる．今，一般式

$$r = \frac{C}{1+e\cos\varphi} \quad \text{or} \quad r = \frac{C}{1-e\cos\varphi} \tag{54}$$

で定義される曲線はひとつの焦点が原点にあり，$0 < e < 1$ の場合は楕円に，$e = 1$ では放物線に，$e > 1$ では双曲線となる．離心率とよばれる量は曲線がどのくらい絞られているかを表している．ともかく，中心質量の周りを運動する物体の軌道は円錐の断面形状をしている．

どんな軌道でも，重いほうの質量も動いていているのだ．両物体は共通の重心のまわりを回転し，同じタイプの軌道 (楕円，放物線，または，双曲線)を描く．違うのは2つの曲線のサイズである．

Challenge 317 e

2個を超える物体が互いの重力下で運動しているなら，他の様々な運動が生じる可能性がある．分類と運動は相当複雑になる．このいわゆる多体問題は現在でも天文学者や数学者が研究として取り組んでいる．いくつかの観測結果を調べてみよう．

複数の惑星が恒星の周りをまわっていて，それらも互いに引き合っている．この時，惑星は完全な楕円で運動しない．もっとも大きなずれは，Figure 107

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 135 静止衛星. 左上を他の星を背景に動き，これにより天の赤道がわかる. (MP4 film © Michael Kunze)

Page 141 に示すような，近日点移動である．これは水星や地球を含むその他の惑星でも観測される．1846年，冥王星の運動が万有引力により予想される径路からずれているいるという観測結果から，別の惑星，海王星の存在が予言され，そのすぐあと，実際発見された.

Page 99 質量はいつも正で，従って，重力は常に引力であることを見てきた．つまり，反重力は存在しない．ところで，2個より多い物体をもちいて，重力で何かを浮上させることはできるのだろうか? 答えはイエス．2つの例をあげてみよう.* 最初は，テレビ電波やその他の信号地球との間でやりとりしている静止衛星である.

もう一つはラグランジュ枰動点である．発見者の名前が付けられたこの点は，地球と月，地球と太陽のような2体系に近い空間において，小さな物体が安定に平衡運動する点のことをいう．その概念図を Figure 136 に示す．回転を考慮して，その正確な位置を示せるか? 地球と月のライン（または太陽と惑星のライン）にはさらに 3 つのラグランジュポイントが存在する．その中で何個が安定か?

Challenge 318 s

Challenge 319 d

太陽–木星系のラグランジュ点の近くにはトロヤ群とよばれる数千の小惑星の集合体がある．1990 年には，太陽–火星系のトロヤ群が発見された．さらに，1997 年には，太陽をまわる軌道上に地球に伴う‘トロヤに似た’小惑星が発見された(まだ未確定で，もっと複雑な軌道を描いている)．地球のこの‘第2の仲間’は直径 5 km の大きさである．また，地球–月系のラグランジュ点には高密度の塵が発見されている.

Ref. 153

天文学者は，多くの物体，特に，小惑星は不規則な軌道を描くことを知っている．例えば，Figure 137に示す小惑星 2003 YN107 は数年間，地球の近くにとどまり，不規則な軌道上を運動した.

Ref. 152

Vol. III, page ?? * 浮上については電気力学の節で詳細に述べる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

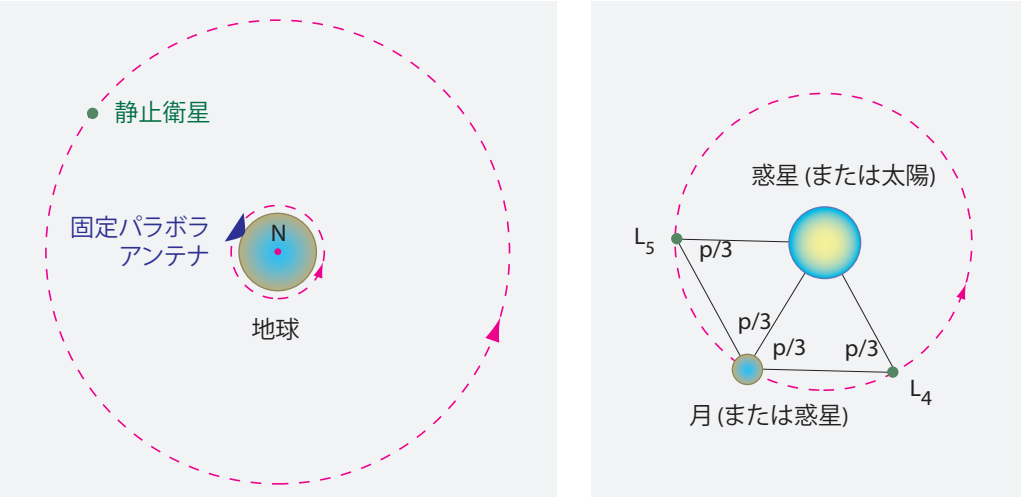



FIGURE 136 静止衛星 (左) と主な安定なラグランジュポイント (右).

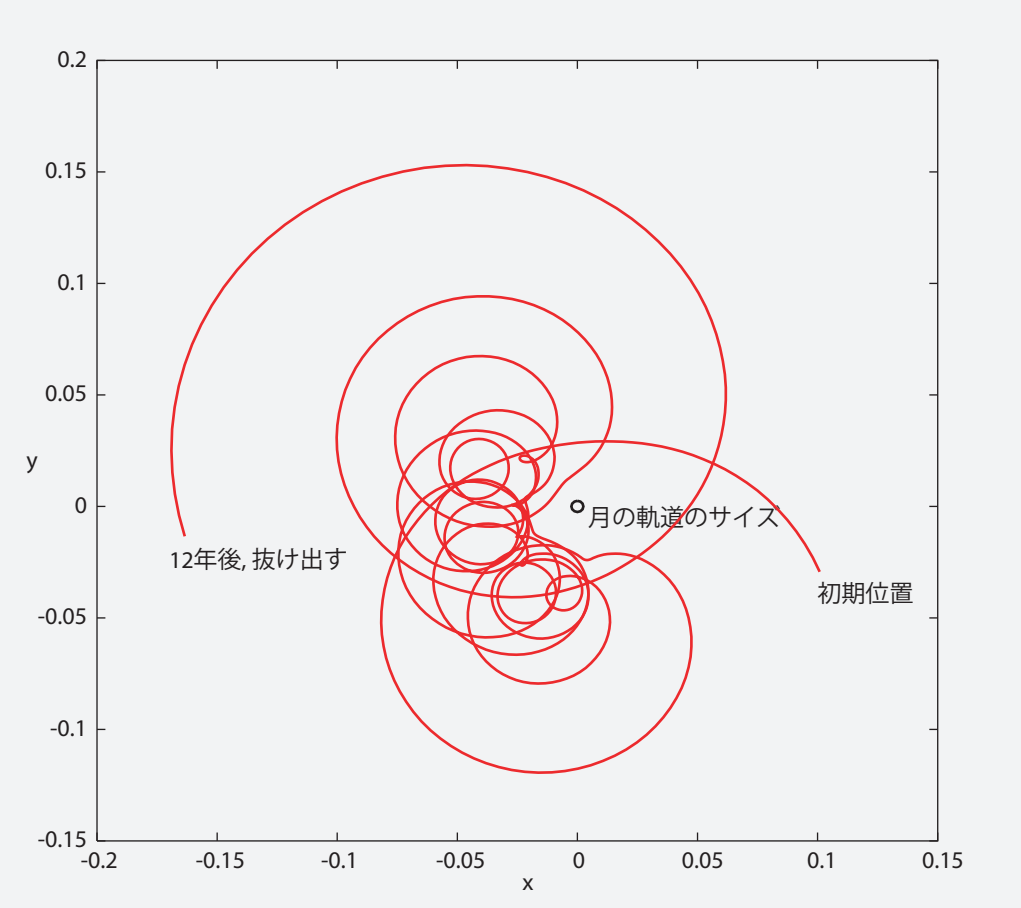



FIGURE 137 複数の質量の重力がある時の不規則軌道の例で, 一部は測定結果, 一部は計算結果を示す: 地心座標における一時的に地球の準衛星となった 2003 YN107の軌道. 直径 20(10) m のこの小惑星は 1995 年ころに地球につかまり軌道運動をはじめ, 2006 年まで留まっていた. 黒円は地球を回る月の軌道を表す.(© Seppo Mikkola).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 138 2005年9月20日のサン＝バレリ＝アン＝コーでの潮汐(© Gilles Régnier).

まとめると，たった一つの方程式 $\boldsymbol{a} = -GM\boldsymbol{r}/r^3$ で天界でおきる多くの現象をうまく記述できる．この式が天界で起きるどんな現象も記述できることを，ピエール＝シモン・ラプラス (Pierre Simon Laplace) が，彼の有名な著書 *Traité de mécanique céleste* (天体力学概論)の中で明らかにした．ナポレオンが，この本には創造主についての記述がないと言った時，ラプラスはこの本の結論の有名な一文を返答した: *Je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse.* '私にはその仮定は必要ない.' 特に，ラプラスは，太陽系の安定性，月の軌道の離心率，惑星の軌道の離心率を研究し，いつも，計算と測定結果が完全に一致した．

これらの結果は，相当に，万有引力の簡単な式がなせる業である．また，このことが'万有'という言葉をつかう理由でもある．しかし，この式はどのくらい正確なのだろうか? 天文学における重力運動の最高に精密な測定のおかげで，非常に厳密なテストも可能になっている．1849年，ユルバン・ルヴェリエ (Urbain Le Verrier) は，徹底した研究の結果，万有引力と観測の不一致の例はただ一つ，惑星水星についての観測結果であると結論付けた．(現在ではいくつかの例がある.) 太陽と水星軌道の最小距離，つまり，近日点は，時間とともに太陽の周りを回っている．その移動率が予想された値より少しだけ小さいのだ: 彼は，一世紀に 38″ ぐらいという微小な違いを見出した．(この値は 1882年にサイモン・ニューカム (Simon Newcomb) により一世紀あたり 43″ に修正された.) ルヴェリエは，この差は水星と太陽の間に存在するもう一つの惑星，バルカンのためだと考えた．以降，彼は何年もこの惑星を探したが不成功に終わった．この差の正しい説明はアルベルト・アインシュタインの登場を待たなければならなかった．

Ref. 154

Vol. II, page 153

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

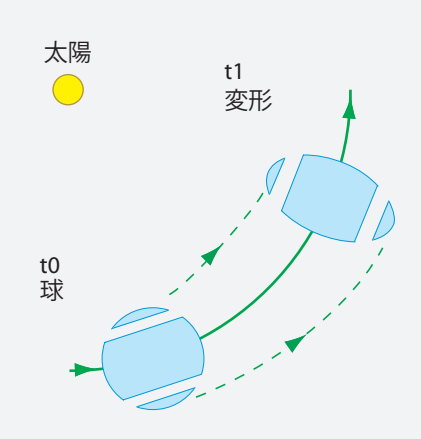



FIGURE 139 重力による潮汐変形

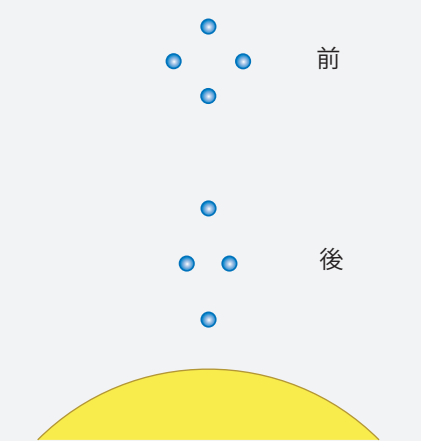



FIGURE 140 潮汐の原因

## 潮汐

Ref. 155 なぜ，物理学者は潮汐について，よく，語るのだろう? 潮汐は，一般相対論によると，時空が曲がっていることの証明だからである! 従って，このことについて少し詳しく学ぶのは有用である．Figure 138 を見ると，潮の満ち引きはすごいことがわかるだろう．海の潮汐は海の水が月と太陽に引かれることの結果であると重力では説明できる．潮汐は面白い現象である; 外海での潮汐の振幅がほんの 0.5 m ほどだったとしても，海岸近くのある場所では 20 m になることもある．なぜかわかるか? 人工衛星の測定によると，地面も，太陽と月により約 0.3 m だけ持ち上げられたり，押し下げられたりしている．大気ですら，潮汐に支配されており，それに対応する変化が天気の気圧測定から読み取れる．

Challenge 320 s

Ref. 55

Ref. 156

外部重力場の中を運動する広がりのある物体には潮汐が生じる．潮汐の原因を理解するために，地球のように軌道上を運動する物体と，Figure 139 に示すように，その成分がバネで結合されてる様子を想像してみよう．万有引力が示すところによると，軌道を動く物体は，中心物体から離れるほどゆっくりになる．その結果，軌道上の物体の外側の部分は中心部より遅くなろうとするだろう． しかし，物体の残りの部分からバネで引っ張られている． それに対し，内側の部分は速く動こうとするが，他の部分により引き止められている状態にある．遅くなった内側の部分は太陽に向かって落下する傾向になる．全体として，二つの部分は物体の中心から離れてゆく方向の力を受け，それを押しとどめるバネにより変形が停止する．つまり，広がりのある物体は場の不均一な方向へ変形する．

例えば，潮汐力の結果、月はいつも(大体)同じ面を地球の向けている．さらに．地球の方向に沿った月の半径は，それ垂直な方向の半径より約 5 m 大きい．内部のバネが弱すぎたら，物体はばらばらになる．このようにして，火星と木星の間の小惑星帯や土星の輪のようなフラグメントの輪が形成される．

話を地球に戻そう．物体が水で包まれているとしたら，それは働いている重力場方向に膨らみを生じるであろう．太陽や月からの潮汐の強度を測定し比較するには，潮汐効果を最小限までに小さくする．Figure 140 に示すように，4 体の配置を調べることで重力による変形を調べることができる．軌道運動と自由落下は等価なので，自由落下で調べることができる．さて，重力は断片の位

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

置により，ある断片は近づけようとするが，ある断片は遠ざけようとする．水には組込バネはないことを仮想してやると，変形の強さが，距離変わることで重力が変化することに関係していることをこの図はよくあらわしている．つまり，潮汐を引き起こす原因となる相対的な加速度は重力加速度の微分に比例する．

Page 300 Appendix B,の数値を用いると，地球上で測定した太陽と月による重力加速度は

$$a_{\text{Sun}} = \frac{GM_{\text{Sun}}}{d_{\text{Sun}}^2} = 5.9\,\text{mm/s}^2$$
$$a_{\text{Moon}} = \frac{GM_{\text{Moon}}}{d_{\text{Moon}}^2} = 0.033\,\text{mm/s}^2 \tag{55}$$

となり，月による引力は太陽と比べ約 178 倍弱い．

2 つの近接する質量が大質量の近くで落下している時，相対加速度は距離に比例し， $da = da/dr\, dr$ で表されます．ここで，比例因子 $da/dr = \nabla a$ は潮汐加速度(勾配) とよばれ，潮汐効果の大きさを表します．大きな質量 $M$ の近くでは，この値は

Challenge 321 e
$$\frac{da}{dr} = -\frac{2GM}{r^3} \tag{56}$$

で与えられ，太陽と月の値は，

$$\frac{da_{\text{Sun}}}{dr} = -\frac{2GM_{\text{Sun}}}{d_{\text{Sun}}^3} = -0.8 \cdot 10^{-13}\,/\text{s}^2$$
$$\frac{da_{\text{Moon}}}{dr} = -\frac{2GM_{\text{Moon}}}{d_{\text{Moon}}^3} = -1.7 \cdot 10^{-13}\,/\text{s}^2\,. \tag{57}$$

となる．つまり，月の引力は太陽と比べてずっと小さいのにもかかわらず，その潮汐の影響は，太陽の影響より2倍以上強く，これは実際に観測されている．太陽と月と地球が一直線になると，2 つの潮汐がそのまま加算されることになる． つまり，いわゆる大潮 は潮汐が特に強く，14.8 日ごとにty，満月と新月の時に起きる．

潮汐からある疑問がでてくる．月の潮汐は太陽の潮汐より大きいが，これは月は太陽より密度が大きいことを意味している． なぜか?

Challenge 322 s

Figure 141に示すように，摩擦も引き起こす．摩擦は地球の自転にブレーキをかけている．今日，その減速は (短期的には，天候のような他の要素の方が大きくなることもあるが) 正確な時計で測定されている．この結果は，4億年前のデボン紀には，一年が400日で，一日が 22 時間であったことを示す化石とよく一致している． 9億年前には，1 年が 481 日，1 日の長さは 18.2 時間であったと見積もられている．この原則の原因になっている摩擦力は，月の地球からの距離が1年に約3.8 cmずつ増えていることの原因にもなっている．理由を説明できるか?

Ref. 114
Vol. II, page 215
Challenge 323 s

先に述べたように，地面の潮汐力は地震の引き金にもなる．このように月は地球にとって危険な存在でもある．(残念ながら，そのメカニズムがわかったとしても地震予知はできない.) 潮汐効果のアッと驚く例が木星の衛星イオに

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

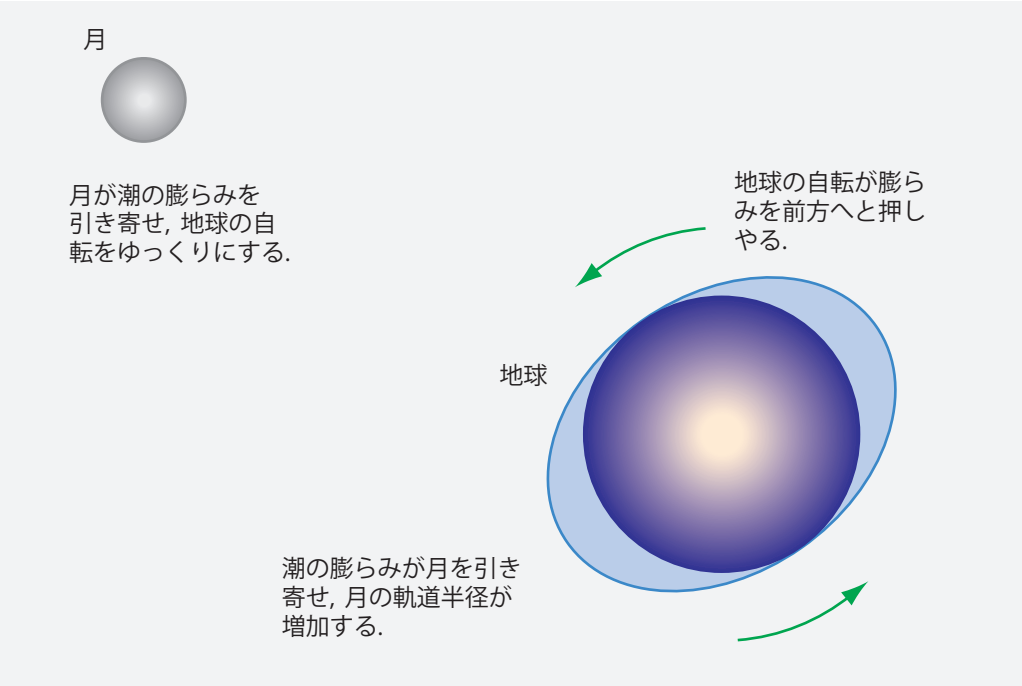



FIGURE 141 太陽, 月と潮汐の摩擦効果 (スケールは強調している).

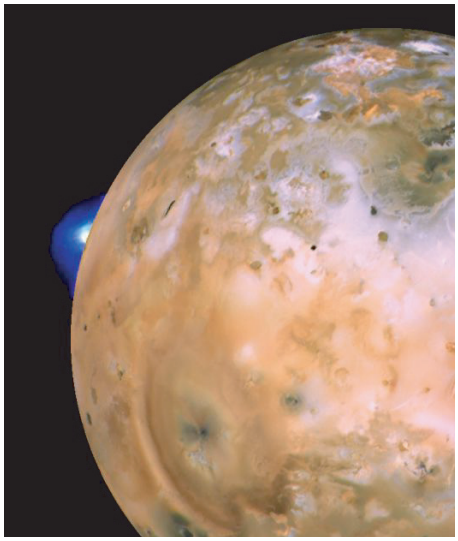


FIGURE 142 潮汐の驚くべき結果: イオの火山活動 (NASA).

見られる. Figure 142 のように, 非常に強い潮汐のため, 500 km の高さににも達する噴煙を伴う巨大な地震活動を引き起こしている. もし, 潮汐がもっと強ければ, 小惑星帯となってしまった火星と木星の間の天体や (多分) 輪になってしまった土星の月のように, 天体自身が破壊されてしまう

まとめると, 潮汐は近隣の複数の質点の相対加速度によるものである。これは一つの重要な結果である. 一般相対論の章では, 光速倍した時間が長さとしての役割を果たすことについて説明する. 従って, 時間は, Figure 143 のように, 別の次元になる. この類似性を用いると, 同じ方向に動く粒子は 時空

Vol. II, page 126

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

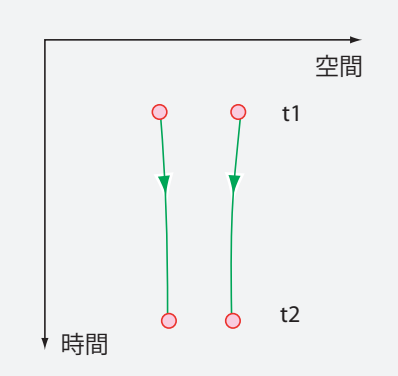



FIGURE 143 隣あって落下する粒子は時間が経つにつれて近づいてゆく.

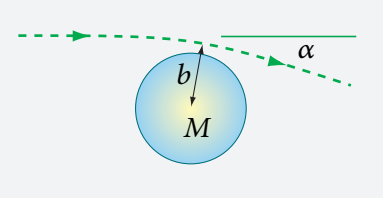



FIGURE 144 Masses bend light.

中では平行線になる. 隣あって落下する 2 個の粒子は平行線になる. 潮汐は, この粒子は互いに近づいてゆくことを示す. 言い換えると, 潮汐は平行線が互いに近づくことを意味する. ところが, 平行線が互いに近づけるのは, 時空が曲がっている時だけである. つまり, 潮汐は曲がった時空と空間を意味する. この単純な推論は18世紀でも行えたかもしれないが, 実際は, これが行われたのはさらに 200 年を要し, 天才アルベルト・アインシュタインが明らかにした.

Vol. II, page 176

## 光は落下できるか?

> Die Maxime, jederzeit selbst zu denken, ist die Aufklärung.
> イマヌエル・カント (Immanuel Kant)*

17 世紀の終わり, 光の速度は有限の値であることが発見された. これにまつわる話は後に詳しく述べる. それはさておき, 無限の速度を持つものは重力の影響を受けることはない. これは, 効果が現れる時間がないからである. 一方, 有限の速度を持つものは重力を感じ, 落下するに違いない.

Vol. II, page 13

光が地球表面に近づくとその速度は増加するのだろうか? 3 世紀くらい前の人は, このような効果を検出する手法を持ち合わせていなかったため, この疑問を調べはしなかった. そして, 1801 年, プロイセンの天文学者ヨハン・ゾルトナー (Johann Soldner) (1776–1833) はこの疑問を別なふうに初めてとらえた. 天文学者であった彼は、星とその観測角度を測定していたが, 巨大な質量の近くを通る光は重力により向きが変えられるのではないかということに気が付いた.

Ref. 157

ゾルトナーは, Figure 144 のように, 球形の質量 $M$ の (中心から測った)距離 $b$ のところを速度 $c$ で通過する双極線軌道上の物体を調べた. そして, そのときの偏向角が Soldner deduced the deflection angle

Challenge 324 ny

$$\alpha_{\text{univ. grav.}} = \frac{2}{b}\frac{GM}{c^2} \,. \tag{58}$$

* いつも自分で思考するよう律することが啓蒙である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

になることがわかった．これによると，運動がちょうど質量 $M$ をかする時その角度が一番大きくなることに気づくだろう．太陽の質量では，曲げられる角度は小さくて，せいぜい $0.88'' = 4.3\,\mu\text{rad}$ になる．ソルドナーの時代には，この角度は小さすぎて測定できなかった．そのうち，この問題は忘れられてしまった．もし，この疑問が追及され続けていたとしたら，一般相対論はアルベルト・アインシュタインの理論的研究としてではなく，実験科学として始まっていたかもしれない! なぜか? その時に計算された値は測定値と異なっているからだ．最初の測定が行われたのは 1919 年のことだった;* そこで，距離依存性は正しいが，最大 $1.75''$ の偏向があることがわかった．これは式 (58) のちょうど 2 倍に対応している．原因を探すのは容易ではない．実際，あとで説明するような空間の曲率によるものだからである．まとめると，光は落下するが，そこにはとてつもない秘密が隠されている．

Vol. II, page 150

## 慣性質量と重力質量

質量は どのように他のものと相互作用をしているかをあらわしている．この山歩きでは，これに関し 2 つの側面があることを見てきた．慣性質量は 物体の運動を続けさせたり，運動を変化させる抵抗となる性質である．重力質量は近くの物体を加速したり (能動的特性)，近くの物体に加速される (受動的特性) 原因になる性質である．たとえば，地球の質量の能動的特性は地球表面での物体の加速度を決定し，受動的性質としては，秤や天秤のように距離のみを用いて質量を測定できるようそれらを測定可能にする性質である．重力は重量，つまり，持ち上げにくさのことである.**

物体の重力質量と慣性質量は等しいのだろうか? 経験から，動かしにくいものは持ち上げにくいという荒っぽい答えはできる．もっとも簡単な実験は，異なった質量の2つの物体を用い，一緒に落下させてみることだ．すべての物体で加速度が同じであれば，慣性質量は (受動的な) 重力質量に等しい．なぜならば，関係式 $ma = \nabla(GMm/r)$ において，左辺の $m$ は慣性質量であり，右辺の $m$ は重力質量だからである．

17世紀，ガリレオは，実験で確認はされていないが、すべての物体もっているの重力加速度は同じであることが，これまでの議論でも示されていることを公言した．大きな質量が小さなものより速く落下するなら，以下のような矛盾が生じる．どんな物体でも大きな部分に小さな部分がくっついた物とみなすことができる．軽い物体が落下がおそいとするなら，この物体の軽い部分は大きな部分よりゆっくり落下し，物体全体は，大きな部分よりゆっくり落下することになる (または，壊れてしまう)．同時に，物体全体は部分より大きいので，部分より速く落下しないといけない．こんなことは明らかに起こりえない．つまり，すべての質量は同じ加速度で落下しないといけない．

ガリレオが最初の考察以降，多くの精密実験が行われた．そのすべてが，精度の範囲で，自由落下の加速度は質量にも構成成分にも依存しないというものであった．つまり，実験的には，重力質量と慣性質量は等しい．この不思議な等価性の原因はどこにあるのだろうか?

Ref. 158

重力質量と慣性質量が等価であるというのは不思議でもなんでもない．加速度の逆比のマイナス符号という質量の定義に立ち返ってみよう．加速度の物

Page 95

Challenge 325 s

* ところで, あなたなら明るい太陽の近くでの光の偏向をどうやって測定するだろう?
** 0.3 kg の 3 個の玉を, 85 kg の人がジャグリングしているときはかりの示す重量はいくらか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

理的な起源は定義式に現れていないことから、起源はその定義において役割をになっていないことを述べた．つまり，質量の値は定義において相互作用とは独立のものである．このことは，特に，電磁相互作用を基本にし測定された慣性質量と重力質量は定義により同じであること意味している．

別の概念としての‘受動的重力質量 (passive gravitational mass)’についての定義をまだ行っていない．(この概念は研究論文でみかけることがある.) 重力により加速されている質量は慣性質量である．悪いことに，慣性質量と区別して‘受動的重力質量’を定義する方法がない．いちど，トライしてみてください! 物体の重量を測定するなどの受動的重力質量の測定方法はすべて，加速の反応から慣性質量を決定する方法と区別することができない．実際，これらの方法はすべて同じ非重力的メカニズムを使用している．ヘルスメータはその典型的な例である．

Challenge 326 s

実際，‘受動的重力質量’が慣性質量と違っているとしたら，奇妙な結論になってしまう．一つの実験においてこの二つを区別するのが難しいというだけではない．異なっているとしている物体に対し，エネルギー保存に関し問題がでてくるだろう．

Challenge 327 e

‘能動的重力質量’も慣性質量と異なると仮定すると，この場合も問題に直面する．‘重力質量’と慣性質量を区別するとしたらどうやればできるのだろうか? その違いは相対速度，時間，位置，構成成分，質量それ自身とかに依存するのだろうか? いや，しない．これらの方法でできるとしたら，どれもエネルギー保存またはエネルギー保存のいずれかに矛盾してしまう．

Challenge 328 s

まとめると，どんな測定をおこなってもすべてのタイプの質量が同等という検証結果になるというのは不思議なことではない．ガリレオが指摘したように，他の選択肢はない．別の選択肢がないというのはすべての質量の定義が根本的に同等であるということによる．

▷ 質量比は加速度の比である．

Vol. II, page 147

この話題は，普通，一般相対論で繰り返されるが，結論は同じである．これは質量の定義が同じだからである．重力質量と慣性質量はやはり同じである．つまり，

▷ 質量はそれぞれの物体の一義的な性質である．

しかし，他にも，もっと奥の深い課題が残っている．質量の起源は何か? なぜ，質量は存在するのか? この単純だが奥の深い問題は古典物理では答えられない．答えに行き着くまでにはもう少し我慢してください．

## 質量についてのお楽しみとおもしろいチャレンジ

> “Fallen ist weder gefährlich noch eine Schande;
> Liegen bleiben ist beides.*”
> コンラート・アデナウアー (Konrad Adenauer)

* ‘落ちることは危険でもなければ恥ずかしいことでもない．そうなのは横たわり続けることである.’ コンラート・アデナウアー (Konrad Adenauer) (b. 1876 ケルン, d. 1967 レーンドルフ), 西ドイツの首相.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

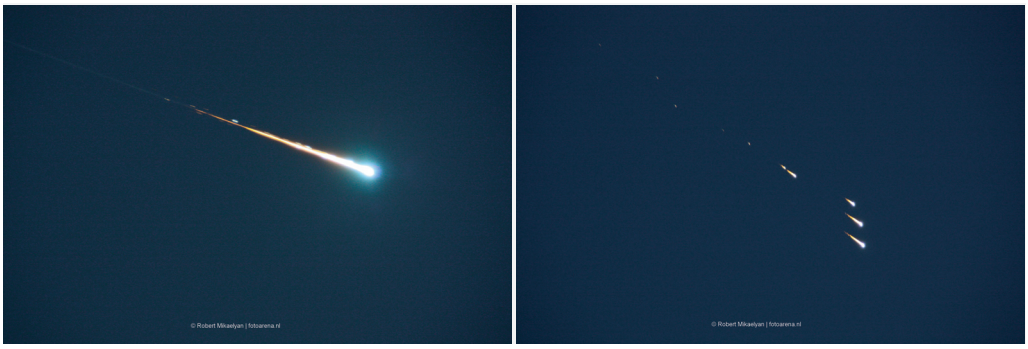


FIGURE 145 隕石落下の写真は珍しい; この2枚の写真は一つの隕石が分裂したことを示している(© Robert Mikaelyan).

月の重力は地球の 6 分の 1 である．このことから，なぜ(月面で記録されたTV画像でみるとわかるように,) 速く歩いたり走ったりするのが困難になるのか?

* *

加速度は重力定数によるものなのか? 実はそうではない．毎日，隕石や小惑星という形で $10^8$ kg の物質が地球に落ちてくると算出されている．(その例を Figure 145 に示す.) しかし，地球の質量が，(隕石や宇宙塵を集めたことにより) 増加したり，(気体を失うことにより) 減少したりするということは知られていない．この問題を解決する方法がわかったら，論文発表してください．

* *

地球に衝突した物体を，偶然，発見するのは全く容易ではない．天文学者は，恐竜絶滅につながった天体と同じくらいのものが，望遠鏡があまり設置されていない南方のようなかなり普通ではない方向から侵入してきた場合には，天文学者が天体衝突を予め予測できないまま衝突してしまうかもしれないとしきりに指摘している．

* *

パラシュートなしに，飛行機から，1000 メートル以上，無事に自由落下した人たちがいる．その中にはどんな害も生じていない人も少数いる．どうやればこんなことが可能なのだろう?

Challenge 329 s

* *

見かけ上まったく同じ 12 枚のコインがあるとする．ただ，その中の 1 枚はにせもので、他の 11 枚の本物のコインと質量が違う．単純な天秤の測定を 3 回するだけで，どれがにせもので，それが重いのか軽いのかを決めるにはどうしたらいいか?

Challenge 330 e

また，見かけ上同じ 9 個の球があり，一つを除いてすべて質量が同じで，その一個は他の物より重い．2 回の天秤測定でどれがその一個か決められるか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

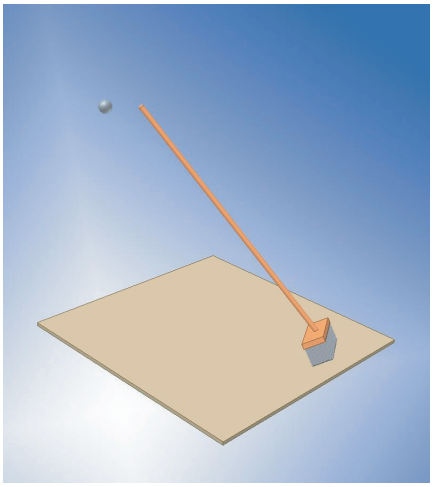


FIGURE 146 石より速く落下するほうき (© Luca Gastaldi).

* *

物理学者にとって，反重力は反発する重力で，そんなものは自然界に存在しない．ところが，'反重力'という言葉を多くの人が誤った使い方をしていることが，インターネットをちょっとみるだけですぐにわかる．重力に打ち勝つ効果ならどんなものでもそう呼んでいる．しかし，この定義はテーブルやいすも反重力装置になってしまう．この定義に従うなら，ほとんどの木，鉄，コンクリートの製造業者は反重力ビジネスをやっていることになる．インターネットのこの定義はまったく意味をなさない．

* *

Challenge 331 s 重力を 25 秒でオフにするもっとも安価な方法は何か?

* *

空気抵抗を無視したときには，地球上の物体はすべて $9.8\,\mathrm{m/s^2}$ という同じ加速度で落下するか? ノー! 家政婦さんならだれでも知っていることだ．自分でも確かめられる．Figure 146に示すように，35°程度傾いたほうきは，衝突音から確認できるように，石よりも速く床に衝突する．なぜかわかるか?

Challenge 332 s

* *

バンジージャンパーも同様に，$g$ よりも強く加速される．バンジージャンプのひもの質量 $m$ とジャンパーの質量 $M$ にとって，最大の加速度 $a$ は

$$a = g\left(1 + \frac{1}{8}\frac{m}{M}\left(4 + \frac{m}{M}\right)\right) . \tag{59}$$

Challenge 333 s となる．この関係式を Figure 147 から導けるか?

* *

Challenge 334 s 考えてみよう: 半径 1 m のコルク球の質量はどのくらいか?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

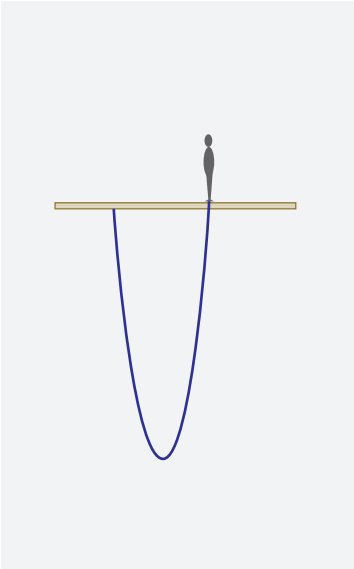


FIGURE 147 バンジージャンプ開始の状況.

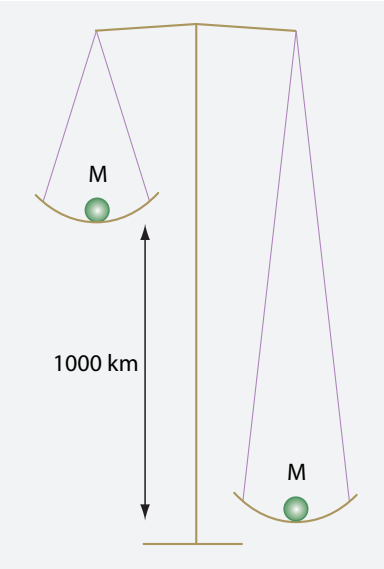



FIGURE 148 An honest balance?

考えてみよう: 直径 1 mm の鉄球1000個を集めたときの質量はどのくらいか?

Challenge 335 s

* *

旅行中, ヘルスメータを用いて観察をして, 地球は平坦でないことを示すにはどうしたらいいか?

Challenge 336 s

* *

地球も月も物体を引き寄せる. 地球と月から成る系の重心は地球の中心から 4800 km の距離にあり, かなり, 地球表面に近い. それでも, なぜ, 地球上の物体は地球の中心に向かって落下するのか?

Challenge 337 s

* *

どんな球体も同じ加速度で落下するのか? 実はそうではない. 物体の質量が地球の質量と同じくらいになると, 距離による減少は異なってくる. このことを説明できるか? Figure 148は同様の問題を提示している. 一定自由落下加速度についてのガリレオの説明のどこが誤っているのか?

Challenge 338 e

Page 184

* *

人間が重力加速を用いて達成できる最高の速度は何か? これを行う様々な方法が考えられる. そのいくつかを Figure 149 に示す. 自由落下の終端速度はもっと大きいだろうが, 信頼できる記録がない. これらの記録はゆくゆくは破られるだろうから, 最高速度について確定的なことはいえない. 重要なのは普通の高度での値だろう. 成層圏の高度まで行くと, 速度値は低地の 4 倍にもなるだろう.

Vol. II, page 126

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 149 空気抵抗の減少が終速度を増加させる: 左, 69.83 m/s の 2007 年スピードスキー世界記録保持者シモーネ・オリゴーネ (Simone Origone) 右, 61.73 m/s の 2007 年ダウンヒルバイク世界記録保持者エリック・バローネ (Éric Barone) (© Simone Origone, Éric Barone).

1キログラムの重さのものをテーブルに置くのはたやすい．20 キログラムになると大変になってくる．1000 キログラムになると不可能である．しかし，$6 \cdot 10^{24}$ kg なら簡単である．なぜか?

Challenge 339 s

* *

地球と月の間に生じる摩擦力は両天体の回転をスローダウンさせている．月は，数百万年前，回転を停止しているように見えるようになった，地球もその途上にある．地球が回転を停止すると，月は地球から離れてゆく運動を停止する．その時，月は地球からどの位離れているか? しかし，その後の未来を考えると，月は地球–月系と太陽の間の摩擦のため，月は地球にふたたび近づいてくる．ただし，この効果は太陽が永遠に燃焼を続けるとしての話であるが，こんなことは起こらないとされている．なぜか説明できるか?

Page 181

Challenge 340 ny

Challenge 341 s

* *

東に向かって走ると，体重が減る．これには2つの異なった理由がある: '遠心' 加速度が増加し，地球に引かれる力が小さくなるのとコリオリ力が同様の結果をもたらす．2つの効果の大きさを計算できるか?

Challenge 342 ny

* *

実験室で使用する超遠心機には2種類ある: 分離用超遠心機はウィルス,細胞小器官や生体分子を分離するのに使用するのに対し，分析用超遠心機は高分子の形状や質量を測定するのに使用する．市販のものでもっとも高速なものは 200 000 rpm, つまり 3.3 kHz に達し，これは遠心加速度にすると $10^6 \cdot gkj$Ń..

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

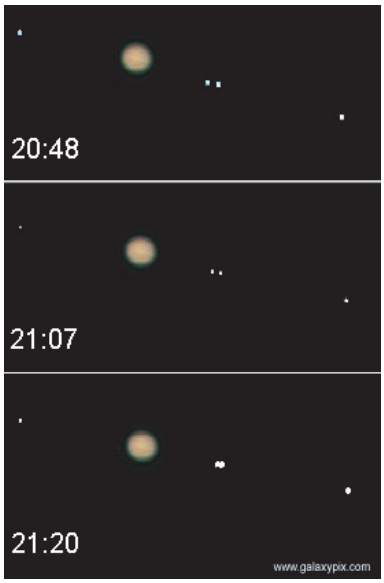



FIGURE 150 ガリレオが発見した4つの木星の衛星とその運動 (© Robin Scagell).

石が距離$l$だけ落下する時間と振り子が半径$l$の円の半周を振れるの必要な時間の関係はどうなっているか? (ガリレオの提示した問題である.) この方法で数値$\pi$の何ケタまで決定できるか?

Challenge 343 s

* *

運動量保存にもかかわらず, 宇宙探査機が惑星のまわりを通過する際, スリングショット効果で加速できるのか? 銀河系内に例外的に高速な恒星が数個観測されているが, これと同じ効果によるものと考えられている. 例えば, 恒星 HE0457-5439 は 720 km/s の速度で運動しており, これは銀河系内の大部分の星の速度である 100 から 200 km/s よりずっと大きい. 加速中心の役割を果たしているのはブラックホールではないかと考えられている.

Challenge 344 s

Ref. 159

* *

太陽の周りの惑星の軌道には多くのおもしろい性質がある. 軌道のホドグラフとは何か? 放物線軌道と双曲線軌道のホドグラフは何になるか?

Ref. 160

Challenge 345 s

* *

Figure 150に示す木星のガリレオ衛星は素人向けの小型の望遠鏡でも見ることができる. ガリレオは 1610 年にこれを発見し, メディチ家の星たちとよんだ. (現在, これらの衛星は木星に近い方からイオ, エウロパ, ガニメデ そして カリストと名付けられている.) これらは大体が神話にからとられたものである. この発見により, 地球の周りを回っていない物体が存在することが初めて示されたのだ。ガリレオはこれを用いて地球は宇宙の中心にあるのではないことを導いた. これらの衛星の運動は非常に高い精度で予測できたため, 最初の標準時計の候補にもなり, その位置から'標準時'がわかった. ついに, 1676 年, この高い精度のおかげでこの衛星から光の速度が初めて測定された. これについては特殊相対論の節で述べる.

Vol. II, page 14

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

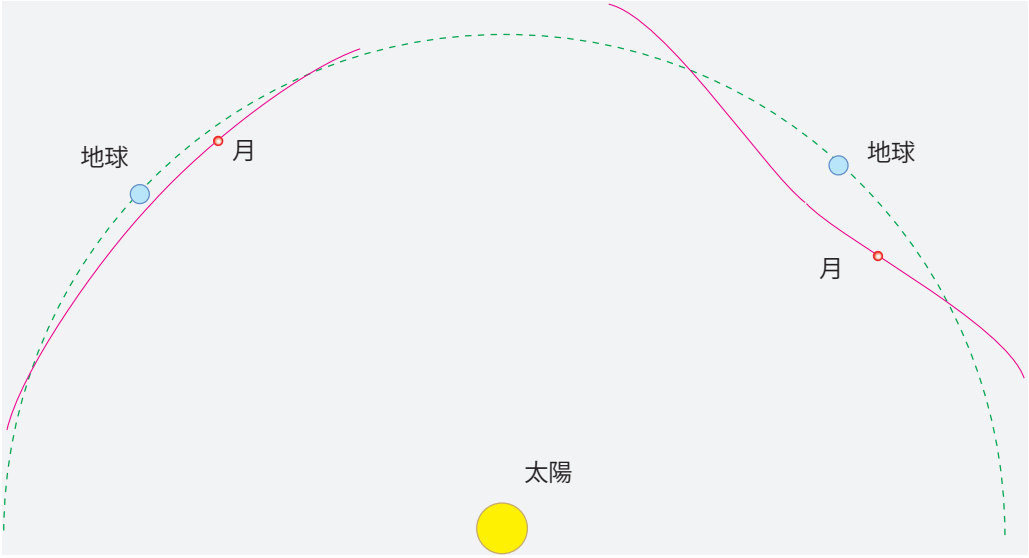



FIGURE 151 2つの地球の径路のうちどちらが正しいか?

* *

単純だが難しい問題です: もし，すべての物体が互いに引き合っているとしたら，なぜ，すべての星は互いの方向に落下しないのか，または，しなかったのか? 本当は，万有引力の逆二乗則には制限があるのだ．つまり，宇宙の物質についての合理的な説明ができないのだ．万有引力では，一様な質量分布は不安定になる．実際，非一様な構造が観測されている．万有引力では平均質量密度，夜の暗さ，遠方にある銀河の観測速度などを予測することができない．これを行うには一般相対論が必要である．

Challenge 346 s

Vol. II, page ??

* *

深さ 3000 km のところの重力による $g$ は $10.05\,\mathrm{m/s^2}$ で，地球表面より 2 % 以上大きい．また，チベット高原の $g$ は地下の物質の影響を受けている．

* *

月も太陽の周り回っている，このとき，その径路 は，Figure 151の右のように太陽に向かってへこんだ形になるのか，そうではなく左の図のようになるのか? (この件とは別に，図 の両方の径路にはごまかしがあり，実際は，月の径路は，太陽をまわる地球の軌道と 同じ平面内にはない.)

Challenge 347 s

* *

www.fourmilab.ch/gravitation/foobarウェブサイトに書かれているように，家庭でできる簡単な実験で，物体は互いに引き合ってること (そして，地球だけに引かれているのではないこと) を証明で きる.

* *

地球からの脱出速度，つまり，物体を投げたときに二度と戻ってこれない速度を計算してみるのはなかなかためになる．この値は約 11 km/s になる．(この

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 152 デルフィでの 2002 年 1 月から 12 月の間のアナレンマ(© Anthony Ayiomamitis).

速度を昔は第*2*宇宙速度とよばれていた．ちなみに第*1*宇宙速度は軌道運動が可能な最低の速度に付けられた名称で，7.9 km/s である.) 脱出速度の正確な値は打ち上げ場所の緯度，打ち上げ角に依存する．(Why?)

Challenge 348 e

太陽系からの脱出速度はどのくらいだろう? (昔はこれを第*3*宇宙速度とよんでいた.) ところで，銀河系からの脱出速度は 500 km/s 以上である．もし，ある惑星や天体系が非常に重くて，そこからの脱出速度が光速より大きいとしたら，どうなるのだろう?

Challenge 349 s

* *

Challenge 350 s 私たちがジャンプすることで脱出できる最大の小惑星はどのくらいか?

* *

不規則な形状の物体では，物体の重心はは質量中心と同じではない．これを確認できるか? (ヒント：出来る限り単純な例を見つけ出しそれを使って考えろ.)

Challenge 351 s

* *

重力で反発を生み出すことは可能か? 大きなCの形をした質量の内側に小さなテスト物体を入れたらどうなるか．それは重心に向かって押されるか?

Challenge 352 ny

* *

Ref. 163 地球の形は球ではない．結果として，鉛直線は，普通，地球の中心をささない．その偏差は角度にしてどのくらいか?

Challenge 353 ny

* *

毎朝午前6時に空を見るとすると，太陽の位置は一年間の間に変化する．Fig-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ure 152 に，同じフィルム上に太陽の写真を撮影した結果を示す．アナレンマとよばれるこの曲線は，地球の軸の傾きと太陽を周る地球の楕円軌道という2つの効果が結びついたものである．アナレンマの上端と（隠れた）下端は至点に対応している．毎日，地方正午に写真を撮影したらどんなアナレンマになるだろう？ なぜ，真直ぐ南をさす直線にならないのだろう？

Challenge 354 s

* *

太陽が正午に（時間帯の真ん中）入っている星座をその日の‘(黄道十二)宮’とよばれている．占星術では12の宮がある．すなわち，おひつじ座，おうし座，ふたご座，かに座，しし座，おとめ座，てんびん座，さそり座，いて座，やぎ座，みずがめ座，そしてうお座であり，それぞれが（かなり正確に）1年，つまり，黄道の12分の1を受け持っている．ところが，暦を調べてみると，現在では，真昼の太陽が，その日の黄道十二宮の中にあるわけではない．この関係はそれが定められた時から約一月ずれてしまっている．これは地球の軸の歳差運動によるものである．星図をチェックすると，12の星座は同じ流さではなく，しかも，黄道上にある星座は12ではなく14である．さそり座といて座の間にへびつかい座が，みずがめ座とうお座の間にくじら座がある．実は，黄道12宮について，天文学的に正しい記述はないのだ．はっきり言ってしまうと，占星術は，その言葉と裏腹に星に関連しているものではない．

Page 141

Ref. 164

* *

長い間，海王星と冥王星の軌道に他の物体からの外乱が見られないことから，この太陽系にはこれらの天体の外側に惑星はないと考えられてきた．現在，この見方は変わってしまった．知られている惑星は太陽系には8個しかない．冥王星は惑星ではなく，いわゆるカイパーベルトにある小天体群の第1番天体である．カイパーベルト天体は定期的に発見されており，現在では1000を超えている．

Ref. 165

2003年，2個の主要カイパーベルト天体が発見された．一つはセドナといい冥王星とほぼ同じ大きさで，もう一つはエリスで冥王星よりやや大きく衛星を持っている．両方とも強い楕円軌道を描いている（Figure 153参照）．冥王星もエリスも，小惑星ケレスのように，その軌道上には塵が存在していないことから，これらの3つの天体は準惑星として今は分類されている．

Ref. 166

カイパーベルトの外側で，太陽系を取り巻いているのがオールト雲である．平たい形のカーパーベルトと対照的に，オールト雲は球形をしており，その半径は，Figure 153 と Figure 154 に示すように，50 000 AU にまで達する．オールト雲は主に水分，そして少量のメタンやアンモニアが凍って出来た多数の物体から構成されている．オールト雲からの太陽系に入ってきた物体が彗星で，遠い昔，このような物体が地球に水をもたらした．

* *

天文学では，現在でも，新しい運動の例が定期的に見つかっている．時には，それがデマのこともある．一例が 地球へのミニ彗星の落下という怪説である．それは数十キログラムの氷で，突然，地球に衝突するというものである．そんなことが起きたことは知られていない．

Ref. 167

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

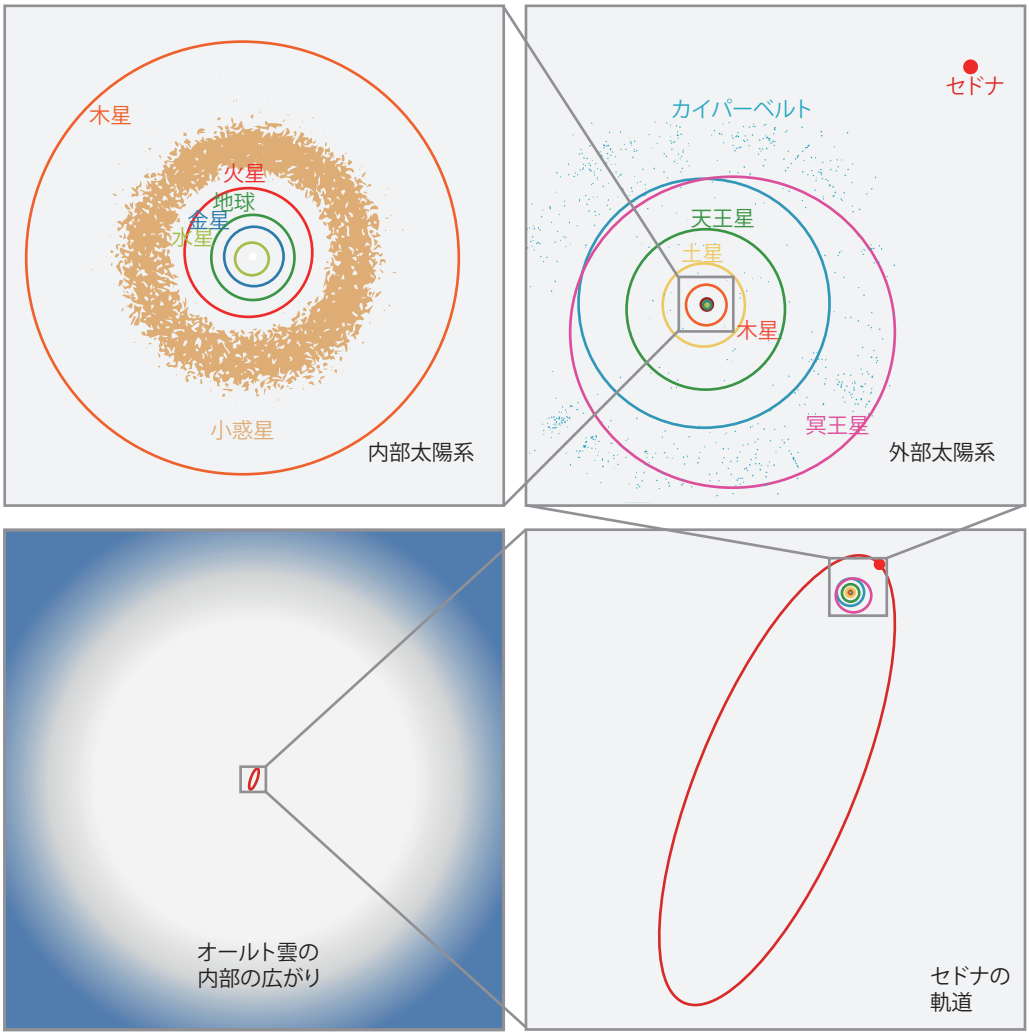



FIGURE 153 センダの軌道と太陽系の他の惑星の軌道との比較 (NASA).

万有引力から導けるのは楕円，放物線，双曲線軌道だけである．従って，小さな物体が大きな物体に捕捉されることはありえない．少なくとも，私たちはそう学んできた．しかし，天文学のどの書物にも太陽系内での捕捉の話が書かれている．例えば，土星のいくつかの外側の衛星は捕捉されたものである．このようなことはどうやって起きるのか? Challenge 355 s

* *

石が壁に触れることのないよう落下できるようなトンネルを作るにはどんな形にすればいいか? (密度は一定と仮定する.) 地球が回転していないとしたら，トンネルは中心を通る直線になり，石は上下に落下上昇を繰り返し，振動運動をするだろう．地球が回転していると，問題はずっと複雑になる．赤道上でトンネルが始まる場合にはどうなるか? Challenge 356 s

* *

国際宇宙ステーションは高度約 380 km の所を 90 分周期で地球の周りを回

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

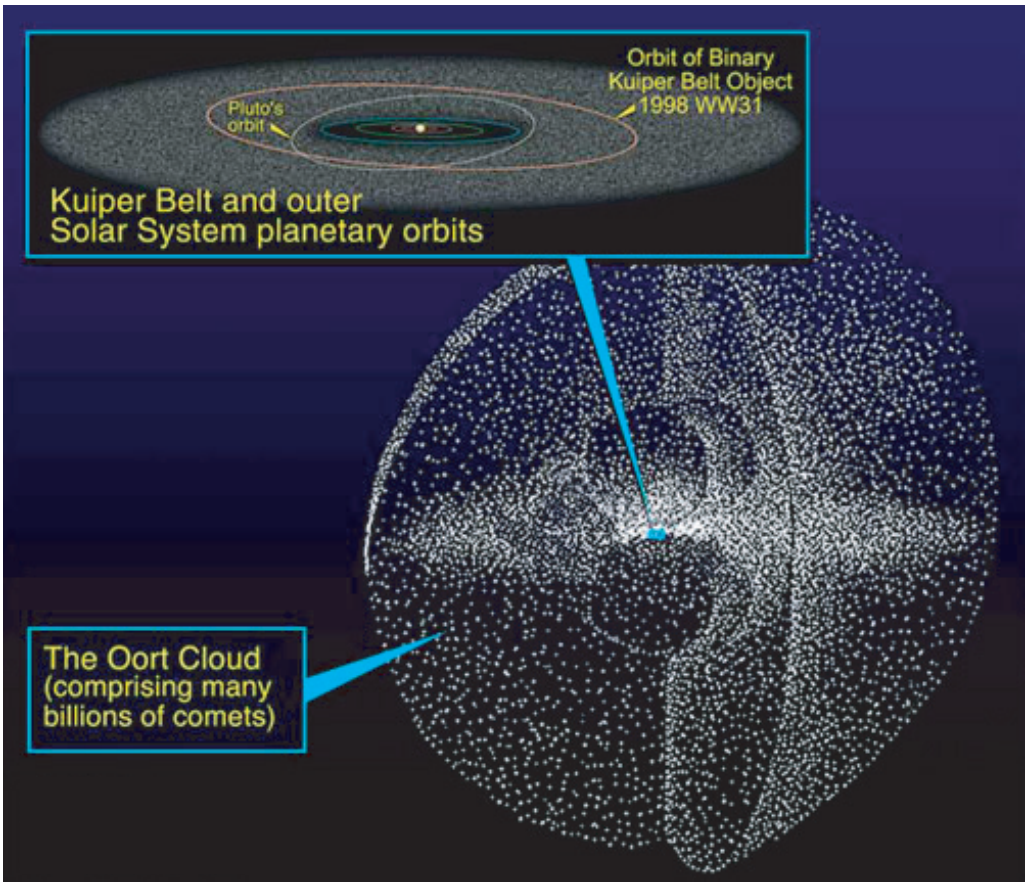



FIGURE 154 主に微惑星からなるカイパーベルトと太陽系を周る彗星を含むオールト雲の軌道 (NASA, JPL, Donald Yeoman).

転している．このことはウェブサイトwww.heavens-above.comから読み取れる．ところで，地平線のちょうど真上にあるときステーションは夜空で3番目に明るく，月と金星に負けるだけである．いちど眺めてみよう．

Challenge 357 e

* *

太陽系の重心，つまり，共通中心はいつも太陽内部にあるというのは本当だろうか? 惑星が周回している恒星または太陽が非常に小さくても，光や電波のドップラー効果を利用すれば，その運動を高精度に測定することができる．

Challenge 358 s

Vol. II, page 27

例えば，木星は太陽内で13 m/sの速度変化をもたらす．地球であれば 1 m/s である．太陽系外で見つかった最初の惑星は，パルサー PSR1257+12 とペガサス 51 の普通のG型恒星の周りを周っていることが，この方法で 1992 と 1995 に発見された．結局，これやその他の方法で 2000 個以上のいわゆる太陽系外惑星が発見されている．その中には地球と同じくらいの質量の物も含まれている．

* *

地球上のすべての地点で，一年間の日照時間が同じわけではない．その現象を見極めるのはむつかしい．みつけられるか?

Challenge 359 d

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 155 2007年，アテネで観測された月と金星の相(© Anthony Ayiomamitis).

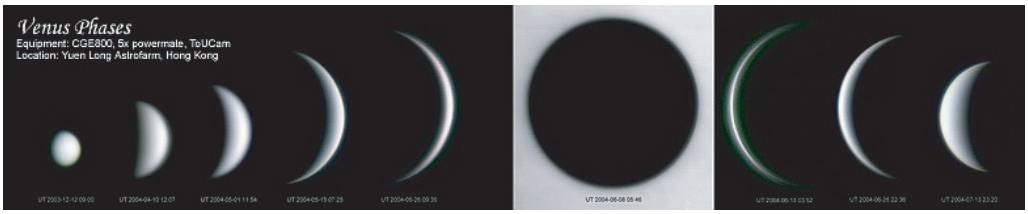



FIGURE 156 万有引力は明けの明星や夕の明星である金星の観測結果も説明できる．特に，万有引力は楕円軌道を意味し，その相や角サイズの変化を説明できる．ここで示す写真は2004年と2005年に撮影されたものである．このような結果は双眼鏡や小さな望遠鏡で簡単に確認できる.(© Wah!; film available at apod.nasa.gov/apod/ap060110.html).

* *

Challenge 360 s 月相は，例えば，潮汐効果を通して，人体が感知できるような効果を持っているか?

* *

Challenge 361 s 太陽中心説とすべての惑星は地球を中心として回転しているという古い考え方の間には大きな差がある．太陽中心説では，水星や金星のような惑星は，ある時は太陽と地球の間にあり，ある時は太陽の背面に位置する．それに対し，地球中心説ではこれらの惑星は太陽との間にある．このような重要な違いがあるにもかかわらず，なぜ，地球中心説はすぐに誤っていると思われなかったのだろう．また，Figure 155 や Figure 156 の相の観測結果から地球中心説が誤っていることを示せたのだろうか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

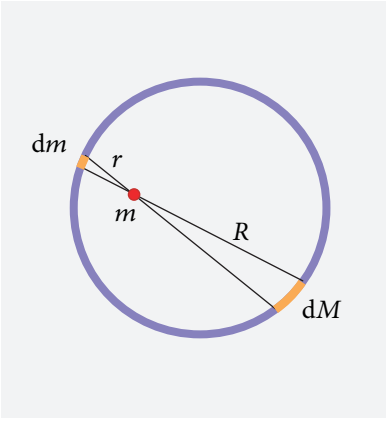



FIGURE 157 球殻の質量の内部では重力がゼロになる.

* *

Ref. 168 $ma = \nabla U$ の運動記述を変形すると，一見非常に変な式

$$\nabla v = \mathrm{d}v/\mathrm{d}s \tag{60}$$

となる．ここで，$s$ は運動の径路長である．これはニュートン運動方程式の光線形式と呼ばれている．この応用例を示せるか?

Challenge 362 s

* *

海王星から見た太陽大きさは，最接近した時の地球から見る木星の大きさと同じである．これは本当か?

Challenge 363 s

* *

Ref. 169 球殻の内部の粒子の重力加速度はゼロである．この場合，重力がゼロになるのは，粒子の形状や位置，また，殻の厚みとは関係ない.Figure 157 を用いてこれを説明できるか? これが成り立つのは重力が $1/r^2$ 依存性を持つときだけである．この結果は非球殻な対しては成り立たないことを示せるか? もし，他の物質が球殻外に存在する時には，球殻内部のゼロ重力は成り立たない．外側の物質の効果を除くにはどういう方法があるだろうか?

Challenge 364 s

Challenge 365 s

* *

重力とは何か? この疑問には長い歴史がある．1690 年には ニコラ・ファシオ・ド・デュイリエ (Nicolas Fatio de Duillier) が、1747 年にはジョルジュ＝ルイ・ルサージュ (Georges-Louis Le Sage) が $1/r^2$ 依存性の説明を試みた．ルサージュは宇宙は ‘corpuscules ultra-mondains’ と呼ばれる小さな粒子で満たされていて，それらがランダムに飛び回り，あらゆる物体に衝突していると説明した．この粒子はあらゆる方向から連続的に，また，ランダムにぶつかるので，個別の粒子は衝突したことを感じない．しかし，二つの物体が互いに近づくと，物体はお互いに相手側への粒子束の一部を遮蔽する．その結果，Figure 158 に示すように引力が生じる．このような引力は $1/r^2$ 依存性を示すことを説明できるか?

Ref. 170

Challenge 366 e

しかし，ルサージュの提唱したモデルには多くの問題があった．まず，こ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

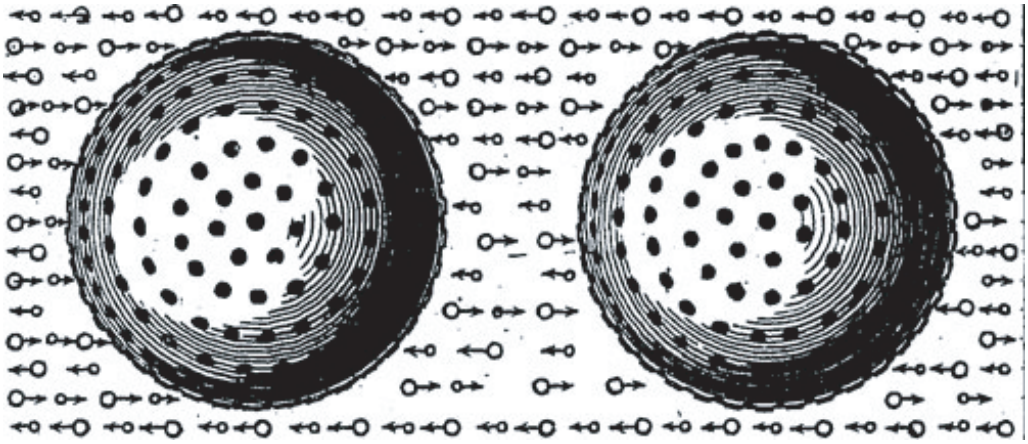


FIGURE 158 ルサージュ (Le Sage) が自身のモデルを描いた図. 引き合う物体間では'ultramondane corpuscules'の密度が小さく, 外側では密度が大きい(© Wikimedia)

の説明がうまく成り立つには，衝突は非弾性でなければならない．(なぜか?)
Challenge 367 e しかし，そうなると，Jean-Marc Lévy-Leblondが説明するように，すべての物
Ref. 2 体は時間とともに熱せられるであろうと温まってゆくであろう．第二に，自由空間で運動する物体は背面より前面でより多くより高速に粒子と衝突するだろう．その結果，物体は減速してゆく．最後に，重力は大きさ依存するだろうが，その依存の仕方が奇妙である．特に，一直線上に並んだ3個の物体では，このような影はないので，影ができてはいけない．しかし，単純なモデルではこのような影ができてしまう．

このような批判にもかかわらず，重力が粒子により生じるという考え方は，それ以来，定期的にあらわれてきた．最近では，仮想粒子を重力子 (グラビトンと呼んでいる．一方，このような粒子は観測されていない．重力子の起源についてはこの登山の最後の部分で説明する．

* *

Challenge 368 ny 複数の物体に近づいてゆくと重力はどの物体に対して減少するか?

* *

大砲で衛星を軌道に投入できるか? その答えはどの方向に発射するかに関係
Challenge 369 s するか?

* *

二人の年老いたコンピュータユーザが経験を共有している．'Pentium III と Pentium IVI を窓から投げたんだ.' 'それで?' 'Pentium III のほうが速かった.'

* *

Challenge 370 s 月から地球をみると，どのくらいの頻度で地球は昇り，沈むか? 地球は相を生じるか?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 371 ny 月の重量はどのくらいか? 月の重量とアルプスを比較するにはどうしたらいいか?

* *

地球の形は少しだけ平たいおかげで,ミシシッピ川の水源は河口より約 20 km だけ地球の中心に近い.つまり,水は実質的に高い方に流れている.こんなことがどうして可能なのか?
Challenge 372 s

* *

星が高密度の物質から成っていると,その近くを軌道運動する惑星の速度は光を超えてしまうだろう.自然はこのような奇妙な可能性をどうやって排除しているか?
Challenge 373 s

* *

将来,太陽系には何が起きるのだろうか? これに答えるのはとても難しい.この話題の第一人者,フランスの惑星科学者ジャック・ラスカル (Jacques Laskar)はコンピュータを用いた計算で数億年の進化をシミュレートした. それにより,太陽系の進化において,惑星の軌道は安定だが,小さいながら,あきらかなカオスがみられることがわかった.様々な惑星が微妙に影響を及ぼすのだが,あまり,よく理解できていない.過去の状況としては,例えば,太陽系からの小惑星の放出による木星のエネルギーが変化,海王星のエネルギー獲得などの研究がされている.この分野では多くの課題が残っている.
Ref. 171
Page 270

* *

太陽系の未解決問題の一つが,1766年にヨハン・ダニエル・ティティウス (Johann Daniel Titius) (1729–1796) が発見し,ヨハン・エレルト・ボーデ (Johann Elert Bode) (1747–1826) が世に広めた惑星の距離についての式である.ティティウスは太陽からの惑星の距離 $d$ がが

$$d = a + 2^n b \quad \text{with} \quad a = 0.4\,\text{AU} \quad \exists \quad b = 0.3\,\text{AU} \tag{61}$$

の式で近似できることを発見した.ここで,距離は天文単位で測ったもので,$n$ は惑星の番号である.その近似の度合と観測結果の比較をTable 27に示す.

おもしろいことに,小惑星帯以外に,最後の 3 つの惑星はボーデとティティウスの死後に発見されていることである.つまり,この法則は小惑星帯や天王星の距離もうまく予想できていたことになる.これらの成功の一方,最後の2つの惑星ではうまくいっておらず,ティティウスの法則を説明するような惑星形成モデルをまだ誰も見いだせていない.木星や天王星の大きな衛星は規則的な間隔をもっているが,ティティウス–ボーデの法則に従ってはいない.

この法則を証明するか反証するかは古典力学に残された一つの問題である.この法則はスケール不変性の結果であるという研究者もいれば,偶然かデマ情報であるとする研究者もいる.最終的な解釈は,実質的にすべての太陽系外惑星がティティウス–ボーデ法則に従わないということにより判断されるのかもしれない.この問題は未解決である.
Ref. 172
Ref. 173

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 27 自然の説明できない性質: 太陽からの惑星の距離とティティウス–ボーデの法則による結果.

| 惑星 | $n$ | 予測値 | 観測値 |
|---|---|---|---|
| | | AU単位での距離 | |
| 水星 | $-\infty$ | 0.4 | 0.4 |
| 金星 | 0 | 0.7 | 0.7 |
| 地球 | 1 | 1.0 | 1.0 |
| 火星 | 2 | 1.6 | 1.5 |
| 小惑星帯 | 3 | 2.8 | 2.2 to 3.2 |
| 木星 | 4 | 5.2 | 5.2 |
| 土星 | 5 | 10.0 | 9.5 |
| 天王星 | 6 | 19.6 | 19.2 |
| 海王星 | 7 | 38.8 | 30.1 |
| 冥王星 | 8 | 77.2 | 39.5 |

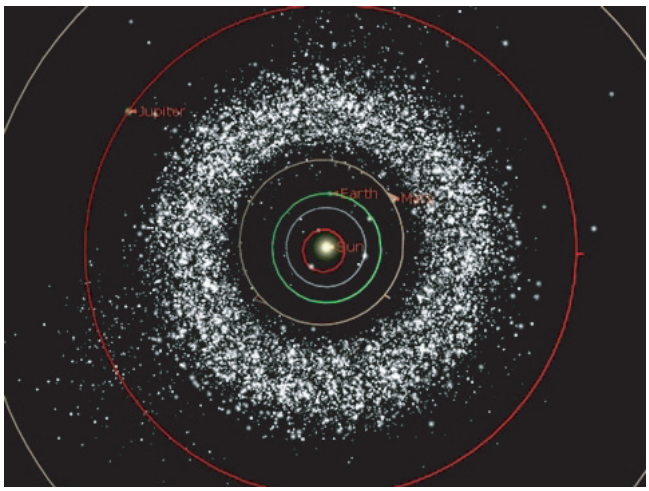



FIGURE 159 小惑星の運動と惑星の運動の比較 (Shockwave動画© Hans-Christian Greier)

約3000年前，バビロニア人は 7 つの天体の軌道周期を測定していた. Table 28に長い方からその値を示しておく.

バビロニア人は週という考えを取り入れ，1 日を 24 時間に分割した. 彼らは，Table 28の順番で，週 168 時間のそれぞれを一つの天体に捧げた. また，その日全体を，その日の最初の1時間に対応する天体に捧げた. そして，週の最初の日を土星に捧げた. 週の他の日の順番は，現在，Table 28に従っている. この話はカッシウス・ディオ (Cassius Dio) (*c.* 160 to *c.* 230)により語られたものである. 古代の終わりごろ，ローマ皇帝により，順番が採択された. 英語やドイツ語では，天体のラテン語名が対応する神に置き換えられた. 曜日の順序，つまり，Saturday, Sunday, Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday そして Friday は天文学上の測定と占星学の迷信の両方の結果である.

Challenge 374 e
Ref. 174

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 28 バビロニアで知られていた軌道周期.

| 天体 | 周期 |
|---|---|
| 土星 | 29 a |
| 木星 | 12 a |
| 火星 | 687 d |
| 太陽 | 365 d |
| 金星 | 224 d |
| 水星 | 88 d |
| 月 | 29 d |

In 1722, 偉大な数学者レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) は誤った計算を行い，地球の一方の極から他方の極へトンネル，より正しくは，深い穴を掘り,そこに石を落とすと，地球の中心に到達すると，すぐ，反転し戻ってくると結論付けた．ヴォルテール (Voltaire) は長年にわたりこの結論を馬鹿にしていた．オイラーの誤りを修正し，実際の運動は一方の極から他方の極との間の振動であることを示せるか，そして，一様密度を仮定した時，極から極への落下に要する時間を計算できるか? Challenge 375 s

極から極ではない表面から表面の長さ$l$の任意のトンネルの振動時間はどのくらいになるか? Challenge 376 s

これまでのチャレンジでは地球の自転効果を入れていなかった．回転を含めると，この話題はさらに おもしろくなる．石を落下させた時，壁に触れないようにするには，どんな形状のトンネルになるか? Ref. 175 Challenge 377 s

* *

Figure 160にロシアの宇宙ステーション ミールからみた日食の写真と，地球上の影の中心から撮った写真を示す．一つの現象を地球規模で見るとのと地球上の現地で見るのとでは大きな差がある．影の速度はどのくらいか? Challenge 378 s

* *

2005年，人工衛星の測定から，アマゾン川の増水期には渇水期とと比べ、地面を最大 75 mm 押し下げていることがわかった. Ref. 176

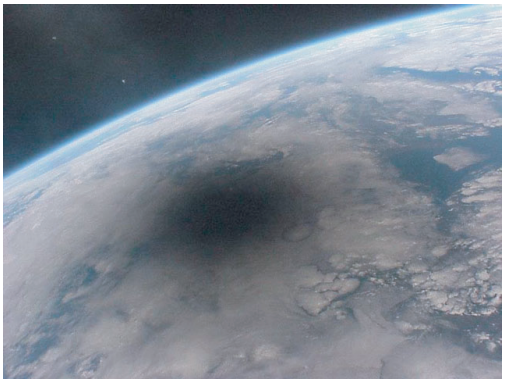
* *

切れることのないワイヤが存在するとする．Figure 161 に示すように，赤道上にワイヤを付けたとき，空に向かって上向きに立たせるにはどの位の長さが必要か? Challenge 379 s

* *

潮の干満は大体 1 日に 2 回あるのが普通である．しかし，ベトナムの海岸地方のように 1 日に *1* 回だけしかないというところもある．www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/marees_m2k1_fr.html を見てください．なぜか? Challenge 380 ny

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



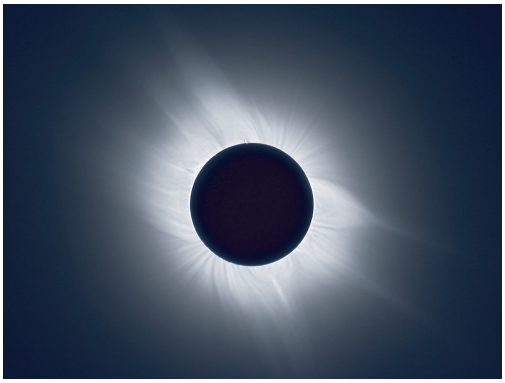


FIGURE 160 27名のミールの乗組員の一人Jean-Pierre Haigneréにより撮影された 1999 年 8 月 11 日の日食の写真と 2006 年 3 月 29 日の日食の日食の写真 (© CNES および Laurent Laveder/PixHeaven.net).

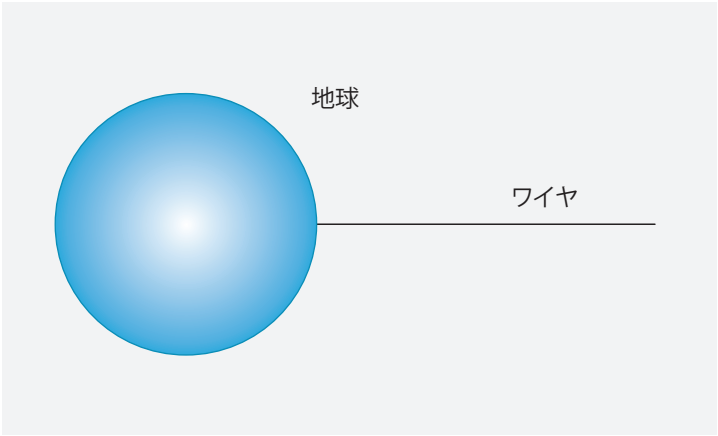



FIGURE 161 地球の赤道に付けられたワイヤ

* *

中心力の考え方を使うと，土星の輪は大きな質量の固まりにはなることができず，断片に分かれてしまうことを示せる，なぜそうなるか説明できるか?

Challenge 381 s

* *

ドリトル先生の患者待合室の壁に一枚の絵がかけられている．彼は 2 本の釘で絵を吊るしたのだが，釘の 1 本が抜けると絵が落ちるように，絵を吊るしているひもを釘に巻きつけた．さて，ドリトル先生はどうやっているのか?

Challenge 382 e

* *

なぜ，火星は大気を失ったか? 理由はだれもわからない．最近，これが起きるためには太陽風は小さすぎることがわかった．これは太陽系の大きな謎の一つである．

* *

重力により観測される運動は，つぎのようなやり方で簡単に示すことができる．落下物体の変化を表す量として $\int mv^2/2 - mgh\,dt$ を用いると，重力による加速度が一定の場合，どんな落下の例でもこの変化量が極小にする．これ

Page 230

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 383 e を，示せるか?

* *

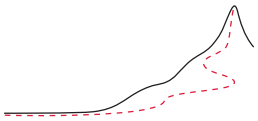
重力による運動はおもしろい: ジェットコースターを考えてみてください．どのようにそれが作られているかを知りたいなら，ウェブサイト www.vekoma.comを訪れてみてください.

> 私が一番好きな科学理論は，土星の輪がロストバゲッジで作られているというものである.
>
> マーク・ラッセル (Mark Russel)

## 重力についてのまとめ

球体の質量は，距離 $r$ の所にある物体を $a = Gm/r^2$ の加速度でお互いの方向に引き寄せる．この万有引力の式は，スノーボーダー，スキーヤー，パラグライダー，スポーツ，カウチポテト，振り子，石，大砲，ロケット，潮汐，日食・月食，惑星の形，惑星運動等々をあらわすことができる.これは統一的記述の最初の例で，この場合，物がどうやって落下するかについて説明している..

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



Chapter 7

# 古典力学, 力, そして運動の予測可能性

ある物体の持つ性質のなかで質量が不変となるような運動 を扱うのが力学 *(mechanics)*の分野である. この分野を調べる専門家も同じ名称(メカニック)と呼ばれている. 力学は物理の運動的な部分として考えることができる.** 運動でも, 力学でも, 長さ, 時間, 質量が測定され, そして, それらが興味の対象になってくる..

もう少しはっきり言えば, これまで私たちが学んできたのは古典力学とよばれているもので, 量子力学とは別のものである. 大きな違いは, 古典力学ではどんな小さな値も存在すると仮定しているのに対し, 量子力学ではそうではない. 古典力学はガリレイ物理学とかニュートン物理学と呼ばれることもある.***

古典力学では, 運動を予測できる. つまり, 運動にはサプライズはないと言える. これはすべての場合において正しいのだろうか? 摩擦があっても予測することは可能なのだろうか? 自由意志についてはどうなのだろうか? 自然には本当にサプライズはないのだろうか? これらのことは議論に値する問題で, 私たちの冒険でもこれからずっと付きまとうことになる.

この世には重力以外のものも存在することを私たちは知っている. ちょっとした観測からこのことはわかる. たとえば, 床と摩擦である. この両者は重力によるものではない. 床は落下することはないし, 従って, 重力で記述できない. さらに, 摩擦は空では観測されず, 運動は純粋に重力によるものである.**** また, 地上で, 摩擦は重力とは相関がない. 自分でチェックしてみてください. 摩擦の原因となる別の相互作用があるにちがいない. これについては3巻でのべるが, 今, 少しだけ議論しておくのもいいだろう.

Challenge 384 e

** これは, 'machine science (機械科学)' を意味する言葉 'mechanics' の語源とは異なっている. これは 'machine' を意味するギリシャ語 μηκανή から派生したもので, 英語の 'machine' 自身の語源にすらなっている. 'mechanics' という用語はしばしば固体物体の運動の研究のみに使われ, 例えば, 流体力学などは除かれる. この利用は20世紀の物理では人気がなくなった.

*** 古典力学の基礎になっているのは, 運動を空間と時間のみを用いて記述する運動学 *(kinematics)* と呼ばれるものだ. 例えば, 自由落下の式は $z(t) = z_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$ で表される. 他方, 古典力学の中核になっているのが, 運動を物体間の相互作用の結果として記述するもので, 動力学 *(dynamics)* と呼ばれている. 動力学の例は万有引力の公式である. 動力学と運動学は相対論, 熱力学, 電気力学でも区別される.

**** このことは完全に正しくはない: 1980 年代, 重力摩擦の例が初めて見つかった. 重力波の放出である. これについては, 一般相対論の章で詳細に議論する. しかし, この発見が大筋を変えてしまうことはない.

Vol. II, page 162

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 162 放物線形を描く加速された水ビームが日常生活における運動が予測できることを示す(© Oase GmbH).

## 使うべきは力?, それともパワー?

> 物理的な力を直接使用するのはお粗末な解決法だ. 普通、小さな子供か大国くらいしか用いない.
>
> デヴィッド・フリードマン (David Friedman)

だれもがこの疑問に対し明確な立場をとらなければいけない. 物理の学生も例外ではない. 日常生活においては, 筋力, 重力, 精神力, 性的能力, 悪魔力, 超自然力, 社会的権力, 政治力, 経済力など, 実に多くのタイプの力を目にし使用する.物理学者はものごとを単純に見る. 物理学者は, 物体間で観測される異なった型の力を相互作用とよんでいる. これらの相互作用を詳細に調べてゆくと, 日常生活で見られるものの起源は電気か重力のいずれかであることがわかってくる.

物理学者にとって, 変化とはすべて運動によるものである. この時, 力という用語は普通使用されるより限定的に定義されている. (物理的)力は, 運動量の時間変化として定義される. すなわち,

$$F = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \,. \tag{62}$$

であらわされる. いくつかの測定例を Figure 29 に示す.

Ref. 85 速く走っている馬のひずめが地面に接触している時間は20 %にすぎない.
Challenge 385 s 接触している間に, 脚にかかる負荷はどのくらいであるか?

力は運動量の変化である. 運動量は保存するので, 力は運動量流を表現したものといってもよい. これから詳しく述べるが, 力により物体を加速されているとすると, 運動量はそこに流れ込んでいる. 実際, 運動量とは目に見えな

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 29 自然界の力の値 .

| 観測現象 | 力 |
|---|---|
| 磁気共鳴力顕微鏡で測定される力 | 820 zN |
| DNA分子を両端から引っ張ってばらばらに切断するのに必要な力 | 600 pN |
| 人が噛むことで生み出す最大の力 | 2.1 kN |
| 大槌が生み出す典型的なピーク力 | 2 kN |
| 四頭筋が生み出す力 | up to 3 kN |
| 良好な接着剤の 1 $cm^2$ の保持力 | 最大 10 kN |
| ロッククライミングに使用する良好なロープを切るのに必要な力力 | 30 kN |
| 自然界で測定されうる最大の力 | $3.0 \cdot 10^{43}$ N |

Ref. 85 い何か実体のないものと考えることができる. そうすると, 力とは, このものが単位時間当たりどのくらいの量, 流入したり流出しているかを表したものである.

▷ 力は運動量流である.

ガリレイ流の線型運動量の定義 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ を用いると, (一定質量の場合) の力の定義は

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \,, \tag{63}$$

のように書き換えられる. ここで $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(t\exists\boldsymbol{x})$ は質量 $m$ の物体に作用する力で, $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t\exists\boldsymbol{x}) = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t^2$ はその物体の加速度, つまり, 速度の変化である.* この式は, 厳密に言えば, 力とは質量の速度を変化させるものであることをあらわしている. この量が '力' と呼ばれるのは, すべてではないが多くの場合, 筋力と関係しているからである. 例えば, より多くの力を使えば, 石を遠くまで投げることができる. 同様に, より多くの運動量が石につぎ込まれれば, 石は遠くまで飛ぶ. 別の例としては, 重量の概念は重力による運動量の流れを表している.

▷ 重力は, 常に, 運動量を質量物体に送り続けている.

砂時計の砂が落ちている. その砂時計ははかりの上にのっている. 砂の落下が停止すると, はかりの示す重さは大きくなるか, 小さくなるか, 変化しないか?
Challenge 386 s

力は物体の変形の助けを借りて測定される. 通常, 力の数値はバネの伸び

* この式を最初に書いたのは, スイスの数学者であり物理学者であるレオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) (1707–1783) で, 1747 年のことであった. これはニュートンが逝去してから 20 年も後のことだが, この式は普通, 誤って, ニュートンによるものであるとされてしまっている. 外形が, 点の粒子であろうと広がりのある物体であろうと, また, 剛体であろうと, 変形する物体であろうと, 流体であろうとそんなものには関係なく, どんな運動に対しても有用なこの定義を初めて理解したのは, (ニュートンではなくて), 常に偉大な数学者の一人に挙げられるオイラーであった. よく言われるのに反し, 驚くのは, 式 (63) は相対論においても正しい.
Vol. II, page 25

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

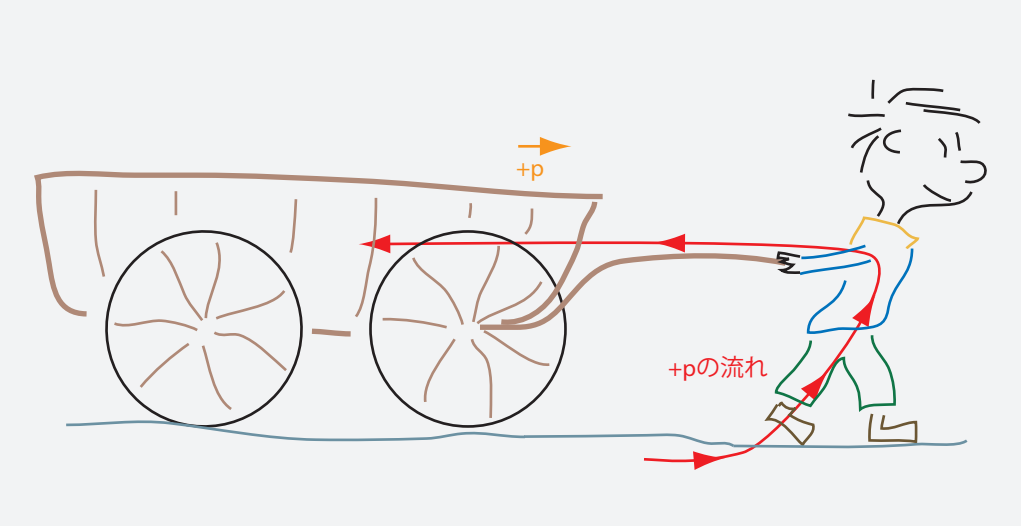



FIGURE 163 引っ張っている子供が運動量を車に運動量を流入させる. 実際は, 動摩擦により地面にも, 一部, 運動量は返される (記載されていない).

を測ることで測定できる. 1 nN オーダーの小さな力は反射レーザー光を用いた小さなレバーの偏向を測定することで検出できる.

しかし, 力の考え方を用いる時, 忘れてはいけないのは, 物理的な力というのは普段私たちが使っている力とか努力とは別のものである. 努力は, おそらく, (物理でいうところの) 仕事率に近い物である. 仕事率は英語で Power といい, $P$ で表される. (一定の力に対しては)

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v} \tag{64}$$

で定義される. ここで, (物理的な) 仕事 $W$ は $W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s}$ で定義される. 物理的な仕事とはエネルギーの一形態である. 自分でチェックしてみください. エネルギー保存をチェックしようとすると, エネルギーの形態としての仕事を考慮することになる. 重いリュックサックを背負った人はほとんど仕事をしていない. この時, 人はなぜ疲れるのか ?

Challenge 387 s

この仕事の定義を用いると, 以下の謎を解くことができる. エスカレータ上で静止せずに歩くと, エスカレータの電気の消費量はどうなるか ? 科学者の給料の仕事率の効果はどのくらいか ?

Challenge 388 s

Challenge 389 d

試験を受けた学生が, 投げ上げられた石に働く力は軌道の最高点で最小になると解答している場合, 大体において, 力は速度に比例するというアリストテレス流の誤った見方をしている. 彼らは運動状態について異なった概念を使っているとよく言われる. この時, 評論家は, 高らかに, なんて馬鹿なことをと付け加える. しかし, これは知的情報を誤解している例である. 自転車に乗ったり, 石を投げたり, 物体を引っ張る学生は努力を多くすれば速度が増すことを知っている. 学生は正しい. 学生は力について誤った考え方を持っていると判断する理論家は誤っている. 学生は, 力について物理的考え方ではなく, 日常のの考え方, つまり, 努力という考え方をしているだけなのである. 実際, 投げ上げられた石に対し重力が行う努力は, 軌道の最高点で最小にな

Ref. 177

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

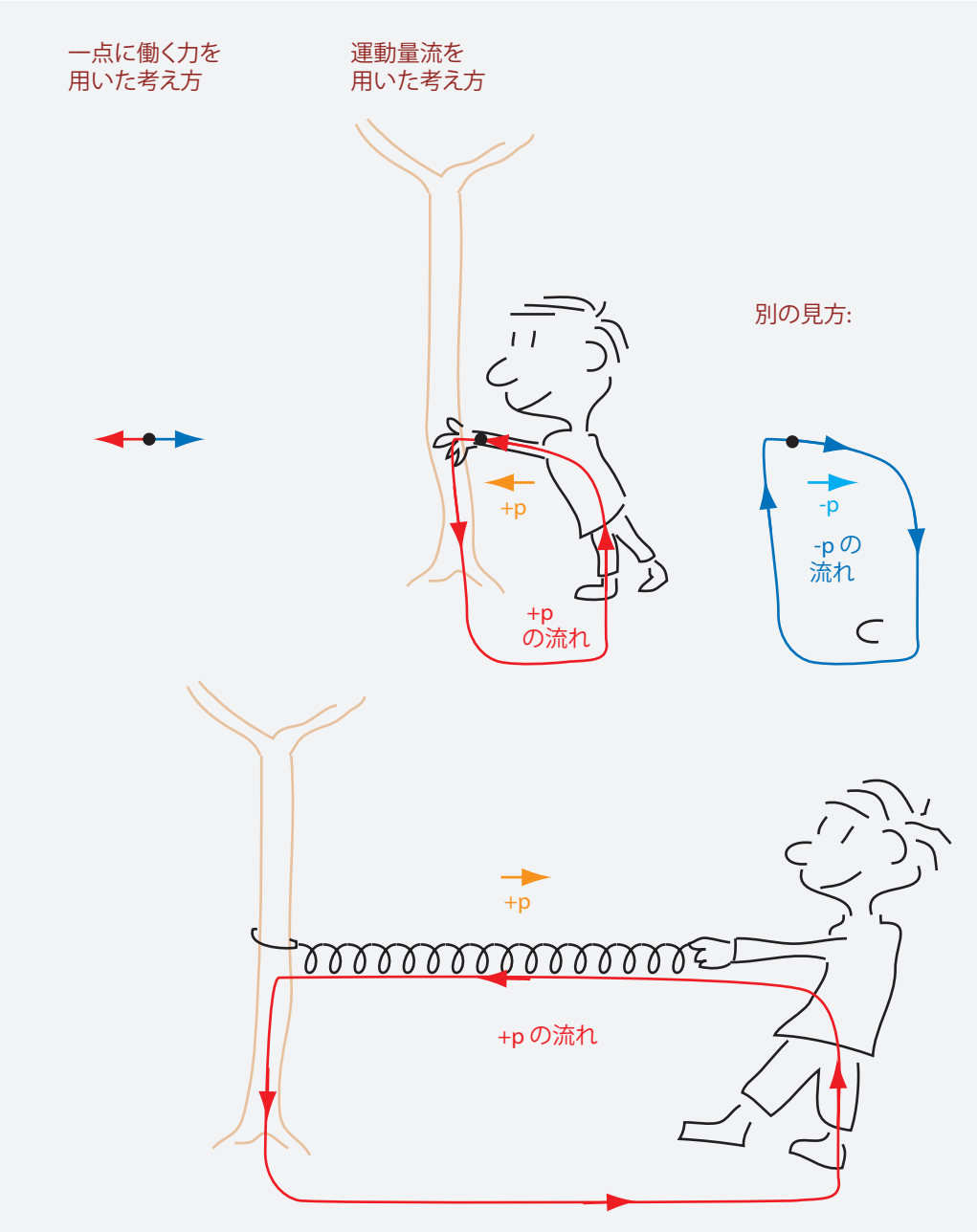



FIGURE 164 合力がゼロ, つまり, 閉じた運動量流の2つの例. 運動量流と運動量点が同じ方向にあるときは圧縮が起こり, 運動量流と運動量点が逆方向に向くときは伸長が起きる.

る. 物理的な力と日常の努力の違いを理解することが, 力学を理解するための大きなハードルである.*

運動量流, 式 (62), は力の定義と考えられえないことが時々ある. これは主に日常的に体験することに基づく. つまり, 張力が加わった糸や高い圧力

* この飛び石がなかなか高くて, 多くの物理学者も実のところ理解できていない. そのあらわれが, 多くの論文に, 物理力は質量を用いて定義されるとコメントされていると同時に, 質量は力を用いて定義されているとコメントされていることである. (この主張の後半は基本的な誤りである).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

の加わった水のように，加速や運動量の変化が伴わないような力がありそうだ．Figure 164に示すように，木を押すと，力が加わっているが運動はしていない．もし，力が運動量流だとしたら，運動量はどこへいったしまったのだろう? 運動量は腕や木の小さな変形に流れ込んでいる．実際，押して変形が始まると，それに伴い2つの物体の分子や原子，電子の運動量の変化が観測されるるだろう．そして，変形が完了すると，両方の向きに，等しい運動量が常に流れ続ける．

Ref. 85 力というのは合算された運動量流であるため，力の概念は実は運動量の記述には必要ない．しかし，概念は実用的なことがある．運動量の合算が小さく無視できるような状況で役に立つような日常生活の場合である．例えば，単位面積当たりの力は圧力と定義しておくと有用だが，これは実際は単位面積当たりの運動量流である．微視的レベルにおいては，運動の記述は運動量だけで十分である．

この節のタイトルで，力と仕事量について疑問を投げかけている．これに明確に答えるには，もう少し説明が必要である．力と仕事量の定義から，力と仕事量は，‘質量’，‘運動量’，‘エネルギ’ とは明らかに違うものである．しかし，力は何から生じているのだろうか? つまり，自然界のどんな効果が，物体を加速し，物体に運動量を注ぎ込む能力を持っているのだろうか ? Table 30に概要を示す．

## 力, 表面と保存

力は運動量の変化であることを述べた．また，運動量は保存する．この二つのことをどうまとめるか ? 答えは両方とも保存量であるという類似性である．空間内のある体積の閉境界面を考える．保存とはこの表面内部に閉じ込められた保存量は，この表面を横切って流れ込むか, 流れ出ることによってのみ変化することができる.*

エネルギー，線形運動量，電荷，角運動量のような自然界での保存量は，表面を通って流入，流出することでのみ変化することができる．特に，物体の運動量が変化する時には，表面の所でこれが起きている．運動量は運動量流のために変化する．いいかえると，力の概念とは運動量流が横切る表面をいつも意味している．

▷ 力は表面を横切る運動流である.

Ref. 294 このことは物理的力を理解するのに本質的な役割を果たす．どんな力でも，それを定義するための表面が必要になる．

---

* 数学的には, 量 $q$ の保存は, 体積密度 $\rho = q/V$, 流れ $I = q/t$, 流速 $\boldsymbol{j} = \rho\boldsymbol{v}$ を用いると, $j = q/At$ となる. 保存則は

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}\mathrm{d}V = -\int_{A=\partial V} \boldsymbol{j}\mathrm{d}\boldsymbol{A} = -I \tag{65}$$

即ち,

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\boldsymbol{j} = 0\,. \tag{66}$$

を意味する. これが量 $q$ の連続方程式である. これは, 閉じた空間 $V$ 内の保存量は, その表面 $A$ を流れることによってのみ変化すると言っているだけである. この式は, 複雑な数学式が単純な物理的内容を分かりにくくしている例である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

力についての考え方を詳しく知るために，ロープで車を引っ張る時や腕で
Challenge 390 e 木を押す時，また，車が加速する時の表面とは何かを考えてみてください．また，力の定義を仕事率と比較してみるのも役立つ．力も仕事率も表面を横切る流れである．結論として，

▷ 原動機は運動量のポンプである．

## 摩擦と運動

ふと何かを見てしまう運動から，風景の中を飛ぶ蝶の運動まで，どんな運動も Table 30 の左の2つの項目のいずれかに当てはまる．物理的にはこれらの2つの列は次のように分類される．一つは物体の加速度が速度とは別の方向に向いているもので，もう一つは，停止させる媒体の座標系からみえるように，運動物体とちょうど逆方向にだけ加速が生じるものである。このような抵抗力を摩擦，または，引きずり，または，減衰とよぶ．第二の類はすべて摩擦である．チェックしてみてください．
Challenge 391 e

サイクリングの問題です: 横風はブレーキになるか ？ – そして そのわけは ？
Challenge 392 s

摩擦が強くて，物体が環境の中で運動を始められないこともある．この型の摩擦を静止摩擦または付着摩擦といい，どこでも見られるが，重要な摩擦で，これがないと自転車のタイヤを回すことはできないし，列車や自動車も無意味な物になってしまう．静止摩擦がないと，モーターにより駆動される車輪はかみ合いを失ってしまう．また，一本のねじでの締め付けはできなくなり，ヘアクリップも用をなさない．森の中を歩いたり走ろうとしても，地面がつるつるの氷よりもっと滑ってしまい，歩行や走行ができなくなってしまう．私たちの運動だけではなく，生物の随意運動もすべて摩擦が基本になっている．あらゆる自動機械についても同じである．静止摩擦がないと，船のスクリューや飛行機やヘリコプターの羽も役目を果たさず，飛行機の翼があっても空中に
Challenge 393 s 留まっていることはできない．(なぜか?)

つまり，私たちやエンジンが環境の中で動きたいと思うと，静止摩擦はどうしても必要なのである．

## 摩擦, スポーツ, 機械と予測可能性

ある環境の中を物体がすでに動いている場合にも，それを邪魔しようとする別の摩擦が存在する．これを動摩擦とよび，相対運動するすべての物体の間で作用する.* 動摩擦がないと，落下物体はいつも同じ高さまでリバウンドし，
Ref. 178 このリバウンドは終わることがないだろう．また，パラシュートもブレーキもうまく作用しないだろう．最悪は，後に見るように，私たちは記憶を持てなくだろう．

Table 30 の二列目に摩擦を含んだ運動例を示す．これらの例では，巨視的エネルギーは保存しない．つまり，散逸的な系である．第一列目は巨視的エネルギーが一定の系で，このような系は保存系である．

* 一つ例外が考えられる. 最近の研究によると, シリコン上のタングステン物体のようなある結晶系を理想的な状況下に置くと, すべり摩擦が極端に小さくなる可能性があり, ある運動方向に対
Ref. 179 してはゼロになるかもしれない. このいわゆる超潤滑は研究が現在進められている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 30 物体の運動を変化させる過程の例と機械

| 加速をもたらす状況 | 減速をもたらす状況 | 原動機やアクチュエーター |
|---|---|---|
| 圧電気 | | |
| 電圧を加えた水晶 | 熱ルミネッセンス | 三軸ピエゾ素子を用いた歩行 |
| 衝突 | | |
| 惑星と遭遇した人工衛星 | 車の衝突 | ロケットエンジン |
| 山脈形成 | 隕石衝突 | 幼虫の遊泳 |
| 磁気効果 | | |
| 磁石の近くの磁針 | 電磁ブレーキ | 電磁銃 |
| 磁気歪み | 変換損失 | リニアモーター |
| 磁石の近くの電線の電流 | 電気加熱 | ガルバノメーター |
| 電気効果 | | |
| 髪の毛の近くのこすった櫛 | 物体間の摩擦 | 静電モーター |
| 爆弾 | 火 | 筋肉, 精子鞭毛 |
| ブラウン管 | 電子顕微鏡 | ブラウンモーター |
| 光 | | |
| 光による物体浮遊 | 原子を停止させる光線浴 | (真の) ライトミル |
| 人工衛星のソーラーセイル | 恒星内部の光圧力 | 太陽電池 |
| 弾性 | | |
| 弓と矢 | ズボンのサスペンダー | 超音波モーター |
| 曲がった枝のはね返り | 枕, エアーバッグ | バイモルフ |
| 浸透 | | |
| 木の内部での水の吸い上げ | 食物中の塩分の保持 | 浸透振り子 |
| 電気浸透 | | 調整可能なX線遮蔽 |
| 熱と圧力 | | |
| 冷凍したシャンペンボトル | サーフボードの水抵抗 | 水力機関 |
| やかん | クイックサンド | 蒸気機関 |
| 気圧計 | パラシュート | エアーガン, 帆走 |
| 地震 | 滑動抵抗 | 地震計 |
| 通過列車の引力 | ショック吸収材 | 水タービン |
| 核 | | |
| 放射能 | 太陽内部への沈み込み | 超新星爆発 |
| 生物 | | |
| 竹の成長 | 血管径のの減少 | 分子モーター |
| 重力 | | |
| 落下 | 重力波の放出 | 滑車 |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

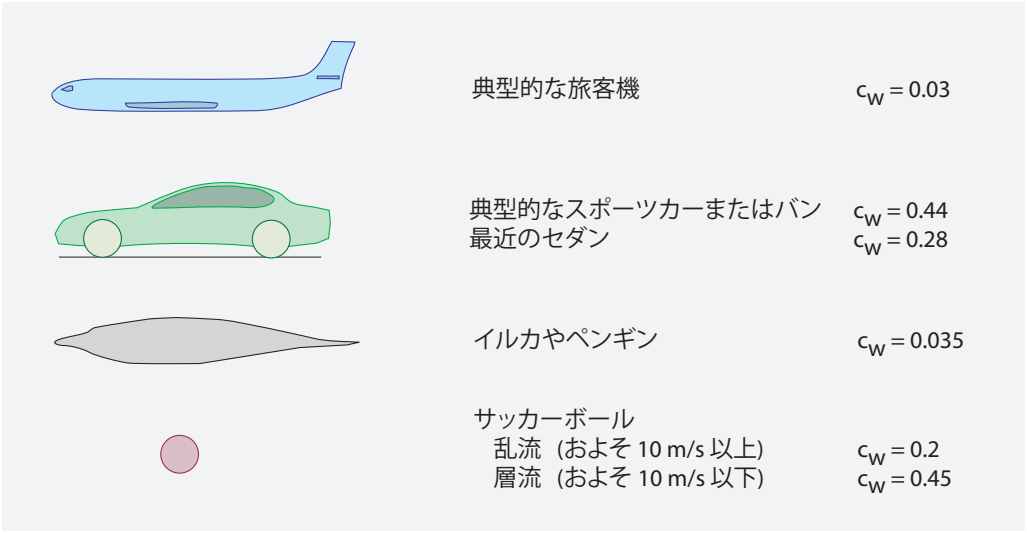



FIGURE 165 形と空気/水の抵抗.

第一列と第二列はもっと抽象的で数学的な観点でも区別できる．左はポテンシャルから導ける加速度で，右はそれからは導けない減速である．重力のように，ポテンシャルを使用すればどんな運動も簡単に記述できる．必要なのは空間のあらゆる場所でのたった一つのポテンシャル値だけで軌跡が計算できる．加速度や力の三つの数値は必要ない．さらに，物体の任意の点の速度の大きさはエネルギー保存則から直接計算できる．

第二列目の過程はポテンシャルで計算することはできない．この系では運動を記述する際は力を使うのが最良である．たとえば，物体の風の抵抗による摩擦や引きずりの力 $F$ は，大体，

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2 \tag{67}$$

であらわせる．ここで $A$ は物体の断面積，$v$ は風に対する相対速度，$\rho$ は空気の密度である．引きずり係数 $c_w$ は運動物体の形に依存する単なる数である．いくつかの例をFigure 165に示す．この式は，空気ばかりでなすべての流体において，音速以下で引きずりが乱流であれば成り立つ．普通の空気や水はこれにあてはまる．(非常に低速になり，流体が乱流ではない層流にになると，引きずりは粘性的になり，速度との関係はほぼ線型な関係になる.) 引きずり，または空力抵抗はポテンシャルから導けないことをチェックできるか？ *

Page ??
Challenge 394 e

引きずり係数 $c_w$ は測定量である．特定の物体形状や流体性質の物に対しコンピュータでひきずり係数を計算するのは最も難しい科学的作業の一つであり，この問題についての解は得られていない．空力自動車については 0.25 と 0.3 の値が得られている．スポーツカーについてはバンの値を用い，0.44 かそれ以上，レーシングカーについては 1 とできるが，これは車を地上に張

* 摩擦についてのこの説明は，自然界のような三次元の世界においてのみ成り立つが，一次元の場合にはポテンシャルはいつも見つかるとは限らない.

Challenge 395 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

り付けておく力の大きさに依存している. 知られている最小の値はイルカとペンギンに対するものである.*

Ref. 181 風の抵抗は人類, 特に, スポーツ選手にとっても重要である. 100 m の短距離走者は, 引きずり打ち勝つために自分の仕事率の 3 % から 6 % of their を使っている. このため、風速 $w$ を考えたときの走る時間 $t_w$ がどう変わるかを式

$$\frac{t_0}{t_w} = 1.03 - 0.03\left(1 - \frac{wt_w}{100\,\mathrm{m}}\right)^2 , \tag{68}$$

で表せる. ここではより控えめな見積り 3 % が使われている. 向かい風 −2 m/s の場合の時間増加は 0.13 s となり, 世界記録をより良い結果にできる可能性がある. (この公式から走っている人の $c_w$ の値を計算できるか ?)

Challenge 396 ny

同じように, パラシュートは風抵抗があることで役に立つ. パラシュートがある時とない時で, 落下物体の速度が時間とともにどう変化するかを, 形状と引きずり係数が一定であると仮定し, 決定できるか?

Challenge 397 s

それに対し, 静摩擦は異なった性質を持っている. 静摩擦は二つの物体を押している力に比例する. なぜか? この状況についてより詳しく調べられ,

Ref. 182 付着摩擦は実際の接着面の面積に比例することがわかっている. 二つの固体を接触させるのは, スイスを上下逆さにしオーストリアの上に重ねるようなものである. 接触面は巨視的に算出したものよりずっと小さい. 重要なのは実際の接触面積は鉛直力に比例するということである. 接触面でなにが起きているかについてはまだ研究段階で, 研究者は原子間力顕微鏡, 水平力顕微鏡や triboscopes などの装置を用いてこの問題を調べている. これらの努力の結果, コンピュータハードディスクと読み出しヘッドの間の摩擦が寿命を決定する主要因であることがわかり, 長寿命のハードディスクにつながった.

どんな種類の摩擦であっても運動物体の温度上昇を伴う. 原子の発見以降その理由が明らかになった. 摩擦は 2, 3, とか 4 体といった少数粒子系では観測されない. 摩擦は, 通常数百万以上の多体粒子を持つ系でのみみられる. このような系を散逸系と呼んでいる. 温度変化も摩擦も多数の微視的粒子が互いに運動することによって生じる. この運動はガリレイの記述には含まれていない. これが含められると, ガリレイの記述は, 摩擦とかエネルギー消失はきえてしまい, ポテンシャルが全体として使えるようになるだろう. 微視的強度での正の加速も現れ, 運動も保存する.

つまり, 全ての運動は微視的レベルでは保存している. 微視的スケールでは, 力の概念なしにすべての運動を記述することが可能になり, 現実的なものになる.**

---

* 自然界において, ひきずり計数に最小値が存在するのかどうかについてはわかっていない.

空力形状は流体でも興味のもたれている話題である. この話題は表面張力と密接に結びついている. たとえば, 表面張力のため, 水にぬれたブラシはぬれた髪の毛とくっついてしまう. 表面張力は雨粒の形状も決めてしまう. 実験により, 径が 2 mm より小さい雨滴は球状になり, 大きいと下側に向かって平らになるレンズ形になることが示されている. よく見る涙の形は自然界でお目にかかることはない. これにほぼ似たものなら, 滴が何かから離れる時に見られるが, 滴が落ちる時には, 絶対に, こうはならない.

Vol. V, page ?? Ref. 180

** 自然界の記述から初めて力を除いた科学者は, 電磁波の発見で有名なハインリッヒ・ルドルフ・ヘルツ (Heinrich Rudolf Hertz) (b. 1857 ハンブルク, d. 1894 ボン) で, 力学についての彼のテキスト, *Die Prinzipien der Mechanik*, Barth, 1894, republished by Wissenschaftliche Buchgesellschaft,1963.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

この話の教訓は二つある. 一つは, 摩擦を用い, その詳細に入りたくない時は, 力と仕事率を使う.* 第二は, 摩擦は予測可能性について障害にはならない. 運動は予測可能性を維持している.

> Et qu'avons-nous besoin de ce moteur, quand l'étude réfléchie de la nature nous prouve que le mouvement perpétuel est la première de ses lois ?**
>
> Donatien de Sade *Justine, ou les malheurs de la vertu.*

## 完全状態 – 初期条件

> Quid sit futurum cras, fuge quaerere ...***
>
> Horace, *Odi*, lib. I, ode 9, v. 13.

運動の予測可能性についての説明を続けよう. 物体の位置が時間にどう依存するかを示すことで物体の運動を表現できる. つまり,

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0(t-t_0) + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{a}_0(t-t_0)^2 + \tfrac{1}{6}\boldsymbol{j}_0(t-t_0)^3 + \dots \,. \tag{69}$$

初期位置 $\boldsymbol{x}_0$, 初期速度 $\boldsymbol{v}_0$ のように, 添え字 0 を付けた量を 初期条件 とよぶ. 初期条件は運動を記述する時には必要なものである. 異なった物理系は異なった初期条件を持つ. 従って, 初期条件はある系の特性を表している. 初期条件は, 系の現在の状態が以前の状態とどう違っているかも示している. つまり, 初期条件は系の変化の様子もあらわしている. すなわち, 系の過去をまとめたものである.

Page 25 初期条件はある系の状態を記述するための性質である. 従って, 状態の記述を完全なものにしようとすると, 初期条件を正確に表しておく必要がある. これを初期状態ということもある. 重力やその他の微視的相互作用では, 初期加速度 $\boldsymbol{a}_0$, 初期ジャーク $\boldsymbol{j}_0$ やさらに高次の初期量は必要ない. 自然界では加速度やジャークは物体の性質やその環境に依存するだけであって, その過去には依存しない. 例えば, 万有引力の式 $a = GM/r^2$ は大きな物体の近くの小さな物体の加速度を与えるが, 過去には無関係で, その環境のみに依存している. 後述するように, 他の基本相互作用でも同様のことが起きている.

Page 83 従って, 運動する質点の完全状態はそれぞれの時間の位置と運動量で記述できる. このようにして, 固有の性質としての質量と運動状態としての運動

---

に記載されている. 彼の考えは当時強く批判され, 一世代経って, 量子力学がうまくその概念からぬけだせて, やっと, 受けいれられるようになった. (もし, 彼が早逝しなかったら, ヘルツは量子力学や一般相対論の発展に貢献したと多くの人が考えた.) ヘルツは自分の著書で, 直線径路の原理も定式化した. つまり, 粒子は測地線に沿って動く. 一般相対論に屋台骨の一つはまさにこの記述である. これについては後に見る.

* しかし, その代償は大きい. 暴力の研究が示すように, 人間関係において, 評価を見極めなければならない.

** '自然を理路整然と調べることで永久運動が第一番目の法則とわかったとしたら, このようなモーターは何のために必要なのか'

*** '明日はどんな未来になるのだろうか, 問うことなかれ ...' ホラティウス (Horace) とはクィントゥス・ホラティウス・フラックス (Quintus Horatius Flaccus)のこと. (65–8 BCE), the 偉大な詩人.

Ref. 83

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

量, エネルギー, 位置および時間により点の完全な記述が出来るようになった. 広がりを持つ剛体物に対しては, 方向, 角速度, 角運動量も必要になる. しかし, それ以外の観測量は不要である.

広がりを持つ弾性物体や流体の場合の必要な状態観測量をあげられるか ?

Challenge 398 s これまでで言い忘れている固有性質の例をあげられるか ?

系のすべての可能な状態の集合には位相空間という特別な名前が付けられている. これからこの考え方は繰り返し登場する. どんな空間でも同じだが,

Challenge 400 s これにも次元数がある. $N$ 個の粒子からなる系の次元数を言えるか?

前に登場したチャレンジに再登場してもらい, 再度考えてみよう. 宇宙に

Challenge 401 s は初期条件があるか ? 復, 位相空間はあるか ?

これまで, 点物体, 広がるのある物体, 変形できる物体の性質と状態の記述の仕方を学んできたが, これですべての運動を予測できるのか ? いや, まだである. 自然界には物体の運動が質量以外の特性に依存するケースがある.

Challenge 402 s 運動が色に依存することもある (例を見つけられるか?), また, 温度やこれから出会うその他の性質に依存することもある. 従って, 各固有性質に対し観測可能状態を見出さないといけない. 追加しないといけない各固有性質にはそれを調べる物理分野がある.. 速度は力学の土台となり, 温度は熱力学の土台になり, 電荷は電気力学の土台である. したがって, 私たちはまだ運動の完全な記述にたどり着いたとは言えない.

> 楽観主義者は未来は不確定であると考える人である.
>
> 不詳

## 驚きは存在するか? 未来は決められているか?

> Die Ereignisse der Zukunft *können* wir nicht aus den gegenwärtigen erschließen. Der Glaube an den Kausalnexus ist ein Aberglaube.*
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 5.1361

> 自由とは必要性を正しく評価することである.
>
> フリードリッヒ・エンゲルス (Friedrich Engels) (1820–1895)

木に登って飛び降りたら, その軌跡の途中でジャンプを停止することはできない. ジャンプを始めたら, そのあとは後は決まっていて, どうしようもない. 受動運動はすべてこのようなものである. しかし, 腕を動かし始め, うっかり何かに当たりそうになった時には, その運動を停止したり変えたりすることができる. つまり, 随意運動は, 避けようがないとか, すべてが予め決まっているというわけではない. これらの二つのケースは一般的なものなのだろうか?

Challenge 403 e

正確に記述できる物体の落下から始めよう. いま, 粒子に重力ポテンシャル $\varphi$ が作用し, それを考慮すると

$$\boldsymbol{a}(x) = -\nabla\varphi = -GM\boldsymbol{r}/r^3 \,, \tag{70}$$

* '私たちは現在のことから未来の事象を推測できない. 因果的な結びつきを信じるのは迷信である.' しかし, わたしたちの冒険から日常生活の観測ではこの言葉が誤りであることを確認できるだろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

という式が使え, ある時刻におけるその状態は,

$$\boldsymbol{x}(t_0) \quad \text{and} \quad \boldsymbol{v}(t_0)\,, \tag{71}$$

という初期条件が与えられると決定され, その後, 粒子がどのように運動してゆくかが決まる. 実際, これらの二種類の情報で完全な軌跡は $\boldsymbol{x}(t)$ で決定される.

ポテンシャルをもち, 事象の道筋を予測する方程式を発展方程式という. 例えば, 式 (70) は物体の落下をあらわす発展方程式である. (発展をあらわす英語として 'evolution' が使われるが物理と生物学では意味が異なる.) 発展方程式は自然で観測されるすべての型の変化を含んでいるわけではなく, 特定の物だけをあらわしている. 想像できるすべての事象列が観測されるわけではなく, 観測できるのはその少数である.とくに, 式 (70) には, ある瞬間から次の瞬間へ, 落下物体に働く重力ポテンシャルをもとで落下物体がその運動をどう変えるかということが含まれている.

発展方程式は重力による運動だけではなく, 自然界のすべての力による運動も含めることができる. 発展方程式と初期条件が決まると, 系の運動全体が一義的に定まってしまう. 運動のこの性質をしばしば決定論という. たとえば, 天文学者は将来の惑星の位置を数千年にわたり高精度に予測できる.

誤解を避けるために同様のいくつかの概念から決定論を注意深く区別してみよう. 運動は決定論になりうると同時に現実的には予測不可能でもある.
Vol. V, page ?? 運動の予測ができない理由は四つある:

1. 粒子の数が実際扱えないほど多い. これには摩擦に伴う状況も含まれる.
2. 初期条件についての情報が不十分である.
3. 発展方程式が数学的に複雑である.
4. 時空の形が奇妙である.

たとえば, 天気の場合を考えると, 最初の三条件が同時に満足されている. 一から二週間以上の長期間にわたって天気を予測することは難しい. (1942年, ヒトラーは次の12か月の正確な天気予報を要求しドイツ中の笑いものなった.) 予測の困難さにもかかわらず天気の変化は決定論である. 別の例として, ブラックホール近傍では四つの条件すべてがいっしょに当てはまってしまう. ブラックホールについては一般相対論の節で議論する. 予測不可能にもかかわらず, ブラックホール近傍の運動は決定論である.

運動は決定論的でもあり, 時間的にはランダムでもある. すなわち, 同じ実験を行っても違った結果が得られることがある. ルーレットの玉の運動
Page 118 は決定論的だが, ランダムでもある.* 後述するように, 量子系はこの範疇
Vol. IV, page ?? に属している. また, また一滴のインクが水の中で広がってゆくような不可逆運動もすべてこれに属する. また, サイコロを振ることも決定論的であって, ランダムである. 実際上, コンピュータを使ってサイコロを振った時の
Ref. 185 結果の予測の仕方の研究が急速に行われている. この研究では, どう振れば好みの結果をだす可能性が増すを示すことができる. これらの例では, すべ

* 数学者は, 数の集合がランダムと呼べるかどうかを決定するためのテスト方法をたくさん開発した. ルーレットはすべてこのテストに合格した. ただし, これはいかさまをしないカジノに限っての話である. 典型的なテストとしては, 一つの数, 対の数, 三対の数などが等しい分布をすることをチェックする. 他には $\chi^2$ テスト, モンテカルロテストやゴリラテストがある.
Ref. 184

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

て, ランダムさとか再現性のなさというのは見かけ上のものに過ぎない. こういったものは, 微視的な領域での状態や初期条件まで含めてしまえば消えてしまう. つまり, 決定論というのは(巨視的な)不可逆性と矛盾しているわけではない. 微視的スケールでは決定論はいつも可逆である.

決定論と区別しておかなければならないもう一つの概念は非因果性である. 因果性というのは, 原因は結果より先にあるものでなければならない. これはガリレイ物理では当然のこととしているが, その重要性は特殊相対論であきらかになる. つまり, 因果律は, ある効果が広がる速度の限界は光の速度であることを意味するからである. 実際, 非因果的な, すなわち, 光より速い (物質やエネルギーの) 決定論的運動はあり得ないだろう. これを確認できるか? この話題は特殊相対論の節でもっと深く掘り下げることにする.

Challenge 404 s

運動が '決定論的' であると言うことは, 将来も過去も定められていることを意味する. 将来のことを予言できることが, 自然の記述の正当性のテストになるとよく言われる. しかし, 将来に影響を及ぼす素晴らしい能力を有するいうだけで, それが良いテストになるというかというとそうでもない. つまり, それ以前に, どんな理論も過去の観測結果を正しく記述できないといけない. 私たちは, 物理の本質である自然の記述において, 私が選んできた過去を変える自由度を持っていない. その意味で '初期条件' という言葉は不適切な言葉である. なぜなら, 初期条件は系の過去を要約しているものだからである.* 決定論の記述の中心要素は, すべての運動は発展方程式と特定の状態に帰着される. この状態は初期状態, 中間状態, 終状態のいずれかになる. 決定論的運動は過去と未来を一義的に指定する.

決定論についての考え方を明確にするには, この世界を記述するのになぜ '時間' という概念が導入されたかを思い出しておくのがいいだろう. 時間を導入した理由は, まず, 観測結果の順序付けを定義でき, 次に, 自由勝手に変化できないようにするためである. これが映画と違う所である. 映画ならあるドアを歩いて通り抜けたら, 別の大陸や別の世紀への出口になっていたということが可能である. 自然界では, 人がトースターに変わったり, 犬がはぶらしに変化するという変成は観測されない. '時間' を導入することで, 私たちが観測する変化の列に制限を加えることができる. もし, 自然に再現性がないとしたら, 時間は使わなくてもいいだろう. つまり, 決定論は観測結果をするいろいろある変化の列を一つ可能性に限るように表現する.

Challenge 405 s

決定論は時間の概念を使用することに関係しているため, 特殊相対論, 一般相対論, 理論高エネルギー物理のように時間の概念が変わると新たな問題が生じてくる. これからおもしろいことがたくさんでてくるだろう.

まとめると, 時間は過去と未来を結び付けており, 日常生活の時間, 古典物理の時間, 量子力学の時間のように, 自然の記述にはどれも時間は, 本質的で, 必然的に, 決定論的になり, それ以外の可能性は除かれてしまう. つまり, 時間を使うと決定論になり, 決定論は時間を使うことになる. 形而上学的結論を引き出すと, 量子論を議論する現在では非常にポピュラーになっているように, この結びつきを忘れるわけにはいかない. 時計を使っていながら決定論を否定する人は二重人格を育成してしまう!** 未来はきめられてい

Vol. V, page ??

* '初期条件'という言葉はビッグバンのあたりまでさかのぼると問題がはっきりしてくる. ビッグバンのころには, 宇宙には過去がないにもかかわらず, 初期条件があるとよく言われる. この矛盾はこの冒険の最後の巻で議論する.

** しかし, なかなかおもしろい.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

る.

## 自由意志

> あなたは自分を驚かせる能力を持っている.
> Richard Bandler and John Grinder

運動は決定されているという考えは, 決定論は自由がないことと関連付けて教わるので恐怖を覚えることがある. 一方, 私たちは自由に活動できることを経験し, これを自由意志とよんでいる. 自由意志は創造性や幸福感のためには必要なものであることも知っている. そのため, 決定論は幸せと相反するもののように思えてくる.

ところで, 自由意志とは正確には何なんだろう ? 正確な定義のため多くの人がペンを執った. 自由意志を初期条件の任意性と定義できるかもしれない. しかし, 初期条件は, それ自身, 発展方程式の帰結にちがいないので, 実際は, その選択には自由意志はないことになる. 一方, 自由意志を予測不可能という観点, または計算できないと言ったような意味あいから定義できるかもしれない. しかし, これらの定義も同じような問題に直面する. つまり, 定義がなんであろうと, 自由に活動できたということを実験的に証明する方法が無いのだ. 可能性のある定義が役に立たないのである. つまり, 自由意志を定義することはできないため, 観測することができない. (心理学者もこの結論を支持する付加データを持っているが, これは別の話題である.)

自由意志による過程というのは, 徐々に変わってゆく過程ではなく, 突然起きる過程であろう. 徐々に変わってゆく過程は時間により記述される決定論的なものである. この意味で, 自由意志の問題は自然界における突然の変化の存在に関わる問題である. これはこの遊歩でこれから繰り返し現れる話題である. 自然は私たちを驚かせることがあるのだろうか? 日常生活では, 自然はそんなことはしない. 突然の変化は観測されない. もちろん, 非常に微小な領域や非常に広大な領域といった非日常領域でもこの疑問は投げかけられなければならない. そこで, 私たちの意見は二転三転することになるが, この結論はそのまま残るだろう.

日常生活には驚きがないことはこの自然界に深く根ざしている. 私たちが発見することは後になって生きてくる. だからこそ, 進歩はおもしろい. 自然が絶えず驚かすのであれば, おもしろみは無意味なものであろう.

多くの観測結果は驚きの存在と相矛盾する. 私たちがハイキングを始めた最初は, 時間を運動の連続性で定義し, その後, 時間はエネルギー保存の結果であるという表現をした. 保存は驚きの反対である. ところで, チャレンジ問題がまだ残っている. たとえ, 驚きがまれに起きても, 時間は定義できないであろうことを示せるか ?

Challenge 406 s

つまり, これまでのところ, 驚きが自然界に存在する証拠はない. 自然は決定論的であるので時間は存在する. 自由意志は物理が要求する精度で定義できないだろう. 突然の変化がないとすると, 必然的に結論はひとつになる. 自由意志は, 他の物とは無関係に, 恐れとは無関係に, 行為の結果を受容する感覚である. * 自由意志という名前は満足感にてらしてみると奇妙な名前

* 自由意志が感覚であることは注意ぶかく内省してみることでも確認できる. 実際, 自由意志の考えはある行為が開始された後に, 生じてくるだろう. 静かな環境で座り, 時間を決めずに, 手を閉

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

である. これは見かけ上のパラドクスに答えを与える. 自由意志は感覚なので, たとえ, 物体が選択の余地なく動いたとしても, 人間の経験として存在する. ここには矛盾はない.

Ref. 186

たとえ, 人の行為があらかじめ決定されているものであったとしても, その行為は正真正銘本物である. だから, 決定論を恐れる理由は何もない. それは, だれもが自分自身に問うべき問題である. 決定論であったとして, あなたの人生, 行動, 選択, 責任や出あう喜びに, 何の違いが生じるだろうか?* 決定されたことが自由とかけ離れているとおもったら, あなたは生活を変えるべきだ! 決定論の恐怖感は, 普通, 世界を成りゆきまかせにさせることを拒むところから生じている. 逆説的だが, そういう人はまさしく, まさしく, 責任から逃れようとする自由意志の存在を強く主張する人である.

Ref. 187

Challenge 408 e

## 予測可能性のまとめ

特定の状況を予測する状況のは難しいが, それでも, 私たちがこれまで出合ってきた運動はすべて決定論的で予測可能である. 微視的な物質の詳細を考えれば, 原理的には, 摩擦ですら予測可能である.

つまり, 古典力学の主張では, 将来は決まっている. 実際, 自然界のすべての運動は, 量子論の分野でも一般相対論の分野でも, 予測可能である..

運動は予測可能である. これは驚くべきことではない. 運動がもし予測できないのであれば, 第一, '運動' の概念自体を導入することができない. 予言可能だから私たちは運動について語ることができるのだ.

## 運動の周期性から大域的な記述へ

> Πλεῖν ἀνάγκε, ζῆν οὐκ ἀνάγκη.**
>
> Pompeius

出来る限りの高精度で運動について語ることを, 物理学者は目指している. 予言可能性は, 実は, 精度の一側面である. 運動をできるだけ大域的に記述できれば, 高い精度での高度な予測が可能になる.

全地球上, たとえば、オーストラリアでも, 石が'落下'することが観測される. 古代におけるこの発見が重力の発見につながった. それを見出すために必要だったのは大域的に成り立つ重力の記述方法を探すことであった. $a = GM/r^2$ という結果を導出するために認識する必要があったのは, 重力が高さによってどう変化するかという観測結果だけだった.

つまり, 大域的に考えることで, 運動の記述をもっと正確なものに, そして, もっと役立つものにすることができる. 運動をできるだけ大域的に記述

じようといった簡単な動作を行おうとしてみる. 決断のその瞬間の時, あなたの中で起きていることを, 詳細に注意ぶかく観察してみると, 決定にいたるメカニズムまたは拡散やはっきりとしない霧のようなものがあることに気付くだろう. 自由意志はそこには何もないことがわかるだろう. このような実験は自己の不思議さを深く体験するすばらしい方法である. この種の体験は, たれもが他の自然と関わっていることを示しており, 人のスピリチャリティの原点のひとうかもしれない.

Challenge 407 e

Challenge 409 s

* 自然の'法則'が決定論的としたら, 道徳や倫理 '則' と相反するものなのか? 人々はその行為に責任をもてるのだろうか?

** Navigare necesse, vivere non necesse. '航海は必要である. 生きることは必要ない.' グナエウス・ポンペイウス・マグヌス (Gnaeus Pompeius Magnus) (106–48 BCE) プルタルコス (Plutarchus)による引用 (*c.* 45 to *c.* 125).

Ref. 188

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 166 黒い石が点 A から下の点 B へ最も速くすべる落ちるための形状は何か?

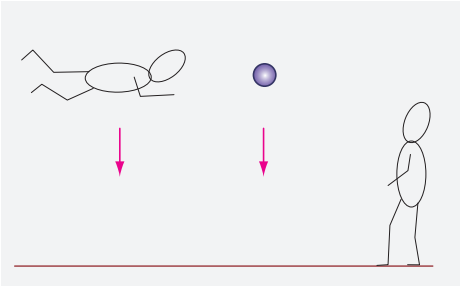


FIGURE 167 すべての観測者に共通するように運動を記述することはできるか?

するにはどうしたらいいのか? この疑問に対し六つのアプローチが存在することがわかっている. そのアプローチのそれぞれがモーションマウンテンの頂への道しるべになる. まずは, 概観し, 次に, 各アプローチの詳細を見ていこう.

1. 運動への第1のアプローチは作用原理, つまり, 変分原理はである. これは, これまで学んできたことの限界を打ち破ろうとして登場してきた. 現在の加速度から発展方程式を用いて粒子の運動を予測する時には, 最も局所的な運動記述を用いている. 私たちは, ある時刻ある場所での粒子の加速度を使って, その直後そしてその場所のごく近傍の粒子の位置と運動を決定しているいる. すなわち, 発展方程式は頭の中で半径ゼロの '地平線' を描いている.

Page 215

発展方程式と対照的なのが変分原理である. 有名な例を Figure 166 に示す. 設定する問題は, ある高い点から, そこから離れた低い点に向かってもっとも速く滑り降りることのできる運動の径路をさがすことである. 見つけ出された径路を, 古代ギリシアの'最短時間' をあらわす言葉から, 最速降下線 *(brachistochrone)* と呼んでいる. この問題は, 全ての位置と場所に対する全体の運動の性質について問うている. このような問題で必要なのは大域的なアプローチで, これにより, 簡単で, 正確で, 魅力的な運動の記述の仕方が可能になる. 宇宙怠惰原理ともいえるこの原理は最小作用の原理として知られている.

Challenge 410 d

2. 運動への2番目の大域的アプローチである相対性. これは同じ系を様々な観測者が記述し, それらを比較しようとした時に生じてくる問題である. 例えば, Figure 167 に示すように, 崖から落下する人, ジェットコースターに乗っている人, 地上の観測者による観測は普通違っている. 対称変換とよばれるこれらの観測者の間の関係により, だれにとっても正しい大域的記述を作ることができる. 後に, このアプローチを用い, アインシュタインの特殊相対論と一般相対論にたどり着くことを示す.

3. (点ではない)広がりを持つ剛体の力学は多くの物体, 植物, 動物を理解するのに必要である. 例えば, Figure 168 の実験結果は直観に反するものになるが, このこはこの話題のもつ意味の大切さを示している. 軸の一端をつるし輪を水平に保って高速回転させると, 輪はロープの周りをゆっくりと回転する.

Challenge 411 e

機械を設計するには, 剛体の組が互いにどう相互作用するかを理解する

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

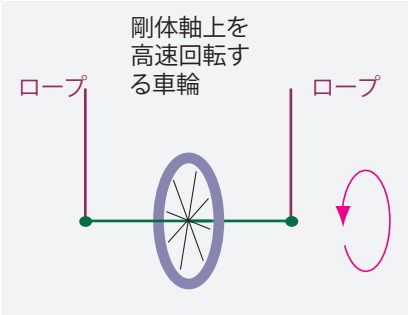



FIGURE 168 片方のロープが切れると何が起きるか?

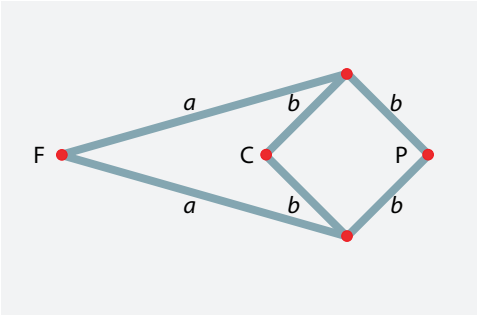



FIGURE 169 有名な機構，ポースリエ・リプキンのリンク機構は(灰色)の棒と(赤い)ジョイントから構成され，コンパスを用いて直線を描くことができる: 点 F を固定し，ジョイント P に鉛筆を入れ，コンパスを用いて C を円に沿って動かす.

ことが大切である. 例えば，Figure 169 に示すポースリエ・リプキンのリンク機構を例にとる. ジョイント F は壁に固定されている. 二本の可動棒が，可動なひし形の二つの対向する頂点につながっている. ひし形の他の二点 C と P でひし形を作る棒は結合されている. この機構にはいくつかの驚くべき性質がある. まず，この装置は本質的に半径 $R$ の円を定義でき，この円の中心からジョイント C と P までの距離と $r_C = R^2/r_P$ の関係がある. これは円の所での反転とよばれている. この特殊な円を見つけられるか? 次に，ジョイント P に鉛筆を置き，ジョイント C に円を描かせると，鉛筆 P は直線を描く. そんな円を見つけられるか? この機構を使うとコンパスで直線を描くことができる.

Ref. 189 Challenge 412 s Challenge 413 s

また，歯車を搭載しそれにより輪が矢印に接続された有名な木製の荷車challengeがある. この荷車の特長は車がどんな道を辿っていようとも矢印はいつも南を指している (Figure 171参照). この問題の解は，後に見るように，一般相対論を理解する助けになるだろう. このような車を用い，表面や空間の曲率を測定することができる.

Ref. 190 Challenge 414 d Vol. II, page 191

自然界でも機械部品がつかわれている. 2011年，ゾウムシ，*Trigonopterus oblongus*，の関節の中にネジとナットが見つかった. 2013年には，初めて，生物の歯車が見つかった. *Issus coleoptratus*種の若いウンカで，歯車により二本の後ろ足が同時に跳ねることができる. Figure 170にその詳細を示す. www.youtube.com/watch?v=Q8fyUOxD2EAでこの発見の動画を見ることができる.

Ref. 191 Ref. 192

別の面白い剛体運動の例としては，一般的な腕の運動のように，少数の基本運動から成る人の動きである. これらの例はすべておもしろい工学の分野からの例である. 残念ながら，私たちのハイキングではこの話題について調べる時間はあまりない.

Ref. 193

4. 次の大域的アプローチは広がりのある非剛体物体の記述である. 例えば，流体力学を用いて，固体 (たとえば，スプーン，船，ヨットや翼) のまわりの流体 (たとえば，ミルク，水や空気) の流れを調べる. 従って，流体力学は昆虫や鳥，飛行機がどうやって飛行するのか,* なぜヨットは風

* 昆虫の飛行メカニズムは現在でも盛んに研究されている. これまで, 流体力学の研究といえば,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

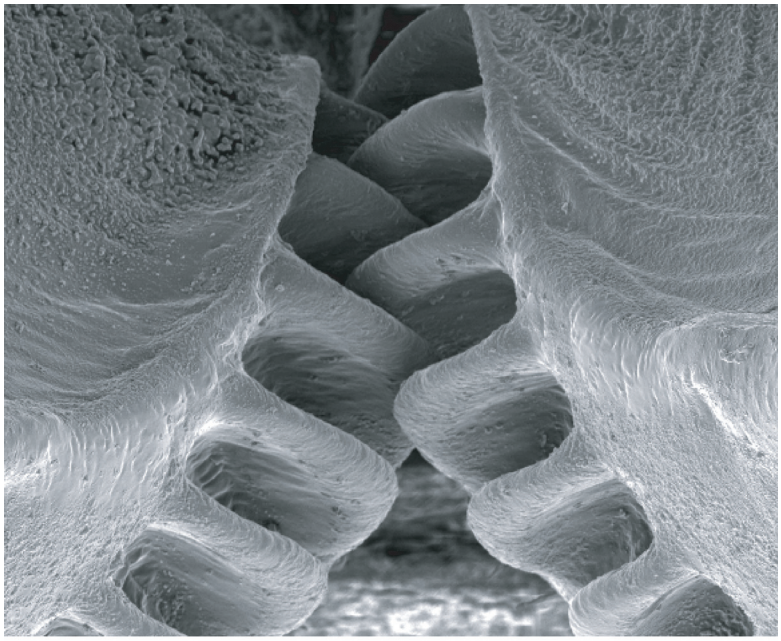



FIGURE 170 若いウンカの中にある歯車 (© Malcolm Burrows).

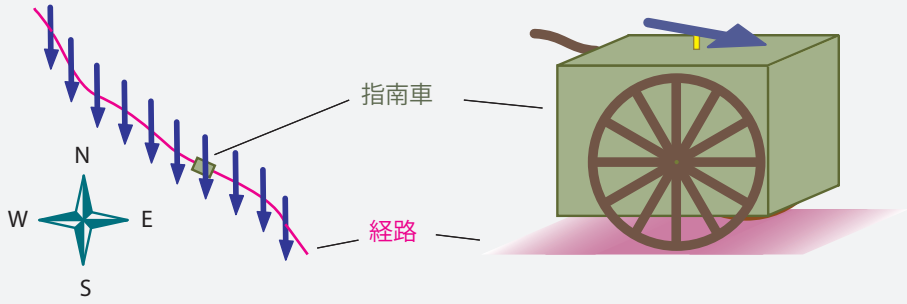



FIGURE 171 指南車: どんな道を辿っても矢印はいつも南を指す.

Ref. 194
Challenge 415 s

に逆らって進めるのか, かたゆで卵を水の薄い層の上で回転させると何が起きるか, また, どうすれば一番速くワインボトルを空にできるかを調べる.

流体ばかりでなく, 変形可能な固体の振舞いを研究することもできる. この研究分野は連続体力学とよばれている. この分野では広がりのある

船や飛行機のような大きなシステムに集中していた. 実際, ラジコンの飛行機とヘリコプターのような制御可能な人工の小さな飛行物体でも, 進化の結果としてあらわれた多くの飛行生物と比べると格段に大きくて重い. 小さなものの飛行の制御のには, 大きなものの制御より知識と工夫がもっと必要である ことがわかってきた. このトピックについては 第 V 巻の page ?? のこのトピックのところでもっと多く書かれている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

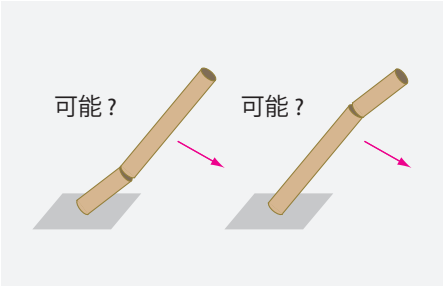



FIGURE 172 落下するレンガの煙突はどの部分がどのようにして壊れるか?

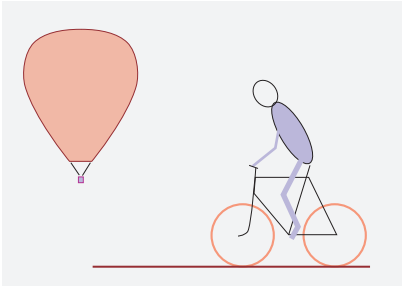


FIGURE 173 なぜ暖かい空気の風船は膨張するのか? 物差しだけを使って自転車を運転する人の体重を測定するにはどうしたらいいか?

FIGURE 174 マーガレット, Leucanthemum vulgare, は普通, 約21枚 (左と中央) または約34枚 (右) の花弁をもっているのか? (© Anonymous, Giorgio Di Iorio およびThomas Lüthi)

物体の変形や振動を扱う. たとえば, なぜ鐘は独特の形をしているのか, Challenge 416 s Figure 172 に示す落下する煙突のような大きな物体やダイヤモンドのような小さな物体に応力が加わるとどのようにして壊れるのか, ネコは落下する時クルリと回転し真直ぐになるかなどを調べる. 私たちの旅の途中では, このような分野の事例に繰り返し遭遇するだろう. そして, このことは一般相対論や素粒子の世界にも関係してくるだろう.

5. 統計力学は膨大な数の粒子の運動の研究分野である. 統計力学は運動を調べるにあたってのもう一つの大域的アプローチになる. 温度, エントロピーや圧力 (Figure 173参照) のような気体の性質をあらわすのに必要な概念はこの分野の重要なツールである. これらの概念は, なぜ自然界のある過程は逆方向に起きないを理解する助けになる. これらの概念はまたブラックホール理解に向けての第一ステップにもなるだろう.

6. 運動の最後の大域的アプローチは自己組織化で, 今のべた視点がすべて同時に含まれている. このようなアプローチは日常の経験そして生命自身を理解するのに必要である. Figure 174に示すように, なぜ花は特定の数の花弁をもつのか? 胚は子宮の中でどのように分化するのか? 何が心臓を鼓動させているか? 山の稜線や雲のパターンはどのようにして作られているのか? 星や銀河はどのように進化するのか? How are sea waves formed by the wind?

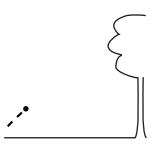
これらはすべて自己組織化プロセスの例である. 生命科学者はこのプロセスを単に成長とよんでいる. よび方は別にして, これらの過程ではパターンや形状や繰り返しが自発的にあらわれるという特長をもつ. このよ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

うな過程は, 生物学, 化学, 地質学, 工学などの多くの分野を横断する共通の研究テーマである.

私たちはこれからこの 6 種類の運動への大域的アプローチを調べることにする. まずは, 変分原理を用いた運動の大域的記述から始める. 運動を記述し理解し予測するこの美しい方法は何世紀にもわたり多くの人が努力を結果で, 粒子の動力学のハイライトである. また, 変分原理はいま述べた他の大域的アプローチやこれから私たちが調べることになる運動の記述の基本になるものである.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



Chapter 8

# 作用で変化を測る

運動は数値で表せる．単一粒子の運動を例にすると，表現 $(x(t)\exists y(t)\exists z(t))$ は，粒子が動くにつれ，時間とともに粒子の位置がどう変化しているかを示している．粒子の運動の記述は，その速度 $(v_x(t)\exists v_y(t)\exists v_z(t))$ が時間とともにどう変化するかを指定できれば完全に決定できる．この2つの表現方法で1個の質点の運動径路と振る舞いを完全に記述できると気が付いたことが現代物理の発展のマイルストーンになった．

現代物理に至るための次のマイルストーンは，ある単純だが難解な疑問に答えることで達成された．ギリシア人がかつて言ったように，運動が一種の変化だとしたら，

Page 19

▷ どうすればその変化量を表せるのだろう?

物理学者は変化をあらわす方法をはっきりさせるのにほとんど2世紀もかかってしまった．この変化はたった 1 つの数で表すことができる．長い間の研究の間に，変化を表すこの量は(物理)作用という奇妙な名前でよばれるようになった．** $S$ であらわす '作用 (action)' と変化を関連付けて記憶するには，変化にとんだ多くのアクションシーンのあるハリウッド映画を考えておけばいい．

重要なのは，物理作用を変化を表すものとして導入することで，運動の大域的な記述がはじめて有用なものになる．私たちは作用を直接的に定義するだけの知識を十分に持っている．

ある系の時間ごとのスナップショットをとることを考えてみよう．その間で起こった変化を量を定義するにはどうしたらいいだろう? いつ，変化が大

** ここで使われている '作用' という言葉は，'どんな作用も同じ強さの逆向きの反作用を伴う' という言い方で使われる '作用' とは別のものである．反作用の '作用' の意味は，ある種の力に対し，ニュートンが初めて使ったのだが，何をかいわんや，この言葉は再利用されたのだ．ニュートン後，'作用' という言葉は，最初は曖昧な意味合いで用いられたが，最終的にはここで使われている現代的な意味が与えられた．このテキストでは，現代的な意味のみで用いる．

他にも再利用された言葉がある．'最小作用の原理' である．古い書物では，この章で使用する意味とは別の意味で用いられていた．現在、アングロサクソン世界でハミルトンの原理という名前で呼ばれているものである．ところが，この原理は主にアングロサクソンとは別の人々，とりわけ，ライプニッツ (Leibniz) に依るところが大きい．古い名前とその意味はその意味は使われていないので，ここでは用いない．

言葉の使い方が変化してゆくその陰で，いわゆる，極値とか変分原理を用いて運動を記述するためのさまざまな試みが2世紀という長期間にわたりなされた．これは，ライプニッツにより着手された仕事を，改良し完全なものにする物語である．試行されたこれらの原理は，現在では，歴史的な興味しか持たれていない．いずれもが，ここで述べる最小作用原理の特殊なケースでしかないからである．

Ref. 195

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 175 ジョゼフ・ラグランジュ (Giuseppe Lagrangia/Joseph Lagrange) (1736–1813).

FIGURE 176 物理作用は変化を表す. 大きな作用値をもつプロセスの例. (© Christophe Blanc).

きくて，いつ，変化が少ないのだろう? まず，運動する部分が多い系は，変化も大きくなる．ある系が独立した部分系から構成されるとすると，その系の全体の作用は各部分の作用の和になるはずである.

次に，Figure 176に示す爆発のような高いエネルギーを持つ系は，低エネルギーの系，つまり、低速度の系より，変化は大きいはずである．系がある時間の間にどの位変化するかを表す量として，すでに，エネルギーを導入している. Page 104

第 3 に，かならずというわけではないが，変化は時間とともに積みあげらてゆく．そうではないケースとして，振り子のような系がある．このよう

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

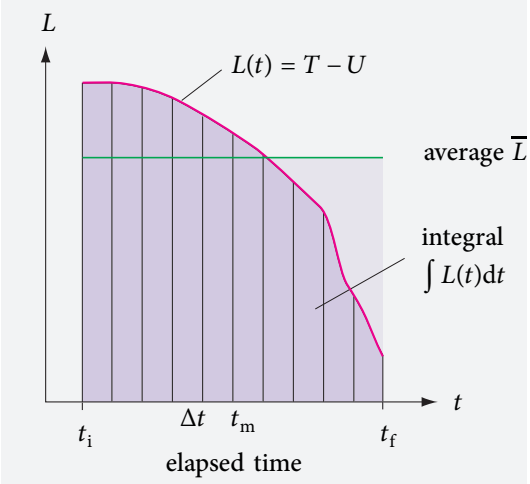



FIGURE 177 小さな変化や作用を時間的に集積 (加算または積分)することで全変化または全作用を定義.

な系ではもとの状態に戻ることができ，前の変化が次の変化で補償され変化はある時間の間に，増えたり，減ったりする．

最後に，ある部分系から別の部分系に運動が蓄移されたり，変換されたり，移動したりする系の場合，特に，運動エネルギーがポテンシャルエネルギーに変換されたり，ポテンシャルエネルギーとして蓄積される場合には変化が時間とともに小さくなってゆく．

上述した性質をすべてまとめると,次のことを意味する．

▷ 自然界の変化の量は運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの差の平均を経過時間倍したもので表せる．

この量は適切な性質をすべて有している．すなわち，すべての部分系が独立であれば，この量はすべての部分系の量の総和になっている．また，一般には時間とともに増加する．系の運動がポテンシャルエネルギーに変わる場合にはこの量は減少する．

Challenge 417 e

ある(物理)系のシステムの変化を表す(物理的)作用 $S$ は

$$S = \overline{L}\,\Delta t = \overline{T-U}\,(t_f - t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (T-U)\,\mathrm{d}t = \int_{t_i}^{t_f} L\,\mathrm{d}t\,, \tag{72}$$

で定義される．ここで，$T$ は私たちがよく知っている運動エネルギーで，$U$ はポテンシャルエネルギーである．$L$ はこれらの差で，バーは時間平均を表す．量 $L$ は系の ラグランジアン)* とよばれ，物が変化する時はいつも，

Page 165

* ジュゼッペ＝ロドヴィーコ・ラグランジア (Giuseppe Lodovico Lagrangia) (b. 1736 トリノTorino, d. 1813 パリ) から命名された. 彼はジョゼフ＝ルイ・ラグランジュ (Joseph Louis Lagrange) の名前の方がより知られている. 当時, もっとも重要な数学者であった. 彼の経歴はトリノで始まり, その後, ベルリンで20年間, 最後の26年間はパリで研究を続けた. とりわけ, 数論と解析力学の研究に従事し, 現在, 古典力学や古典重力の計算で使用される大部分のツールを開発した. 彼はそれらを太陽系の多くの運動に適用し成功をおさめた.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 31 観測されたり推測される変化や過程の作用の値.

| システムと過程 | おおよその作用値 |
|---|---|
| 測定可能な最小の作用 | $1.1 \cdot 10^{-34}$ Js |
| 光 | |
| 写真フィルムの最小黒化量 | $< 10^{-33}$ Js |
| 写真のフラッシュ | *c.* $10^{-17}$ Js |
| 電気 | |
| 原子または分子から放出される電子 | *c.* $10^{-33}$ Js |
| 稲妻内の電流 | *c.* $10^{4}$ Js |
| 機械・材料 | |
| 隣接する2個の鉄原子の引き離し | *c.* $10^{-33}$ Js |
| 鉄棒の破壊 | *c.* $10^{1}$ Js |
| 風によりしなった木 | *c.* 500 Js |
| '実際' の魔法で白ウサギを消す | *c.* 100 PJs |
| 白ウサギを隠す | *c.* 0.1 Js |
| 自動車の衝突 | *c.* 2 kJs |
| 走っている車を, まばたきをする間に停止させる | *c.* 20 kJs |
| 自分自身を1分間の間, 1 m の高さに浮かせる | *c.* 40 kJs |
| 巨大地震 | *c.* 1 PJs |
| 走っている車を, まばたきをする間に消す | *c.* 1 ZJs |
| 日の出 | *c.* 0.1 ZJs |
| 化学 | |
| 室温での液体中での原子衝突 | *c.* $10^{-33}$ Js |
| 一分子の匂いをかぐ | *c.* $10^{-31}$ Js |
| 普通の車のエンジン点火時におけるシリンダー内での燃料燃焼 | *c.* $10^{4}$ Js |
| 保持されたコップと落下するコップ | *c.* 0.8 Js |
| 生命 | |
| 鼓膜に当たる空気分子 | *c.* $10^{-32}$ Js |
| 胚珠受精 | *c.* $10^{-20}$ Js |
| 細胞分裂 | *c.* $10^{-15}$ Js |
| ショウジョウバエの羽ばたき | *c.* $10^{-10}$ Js |
| 朝の開花 | *c.* 1 nJs |
| 赤面 | *c.* 10 mJs |
| 一分間での脳の最大変化 | *c.* 5 Js |
| 一体長歩行する人 | *c.* $10^{2}$ Js |
| 誕生 | *c.* 2 kJs |
| 一生の間の人の変化 | *c.* 1 EJs |
| 原子核, 星など | |
| 恒星内部の単一の核融合反応 | *c.* $10^{-15}$ Js |
| ガンマ線バースト爆発 | *c.* $10^{46}$ Js |
| 誕生から1病後の宇宙 | 定義不能 |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

その値が時間とともに加算され続ける．記号は'和 (sum)'の'S'を引き延ばしたもので，'インテグラル'と発音する．もっと，直感的な言い方をすれば，無限小時間 $dt$ ステップで変化してゆく量の値を加算してゆく演算，いわゆる積分をあらわす．始時間と終時間は，それぞれ，積分記号のそれぞれ，下部と上部に記す．Figure 177 に積分の考え方を図示する．積分は曲線 $L(t)$ の下の影の部分のサイズをあらわしている．

Challenge 418 e 数学的には，ラグランジアン，つまり，曲線 $L(t)$ の積分は，

$$\int_{t_i}^{t_f} L(t)\,\mathrm{d}t = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{m=i}^{f} L(t_m)\Delta t = \overline{L} \cdot (t_f - t_i)\,. \tag{73}$$

で定義される．積分は，関数を長方形の短冊の面積和で近似し，時間幅を小さくしたときの極限である．記号 $\sum$ は和を，無限小 $\Delta t$ は $dt$ と書かれており，この記法が積分を表していることがわかる．積分は複数分割の和なのである．この記法は，まさにこのことがわかるよう，ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) が作り出したものである．物理的な言い方をすれば，ラグランジアンの積分は，時間とともに積み重なってゆく$L$の全体としての効果を表している．実際のところ，作用は効果とよべるもので，効果は，系のなかで積み重なってきたものの全体としての変化である．つまり，

▷ ラグランジアンの積分，つまり，作用は系の中で起きる全体としての変化をあらわす．

物理的な作用は全体的な変化である．作用，すなわち，変化はラグランジアンの時間積分である．作用の単位，すなわち，変化の単位はエネルギーの単位，ジュールを時間倍したものである．

▷ 変化は Js であらわされる．

大きな値は大きな変化を表す．Table 31は自然界で観測された作用の値の例を示す．作用の定義をもう少し詳しく理解するために，ポテンシャルエネルギーがゼロで粒子が自由に運動している簡単な問題から始めよう．運動エネルギーが大きくなればなるほど，ある時間内に起きる変化は大きくなる．また，2つの異なった瞬間に粒子を観測するとすると，距離が離れていればいるほど，変化は大きくなる．自由粒子の変化は時間とともに蓄積してゆく．まさに，予想通りである．

次に，ポテンシャル内を運動している単一粒子について考えてみよう．たとえば，落下粒子は運動エネルギーを得る代わりに，ポテンシャルエネルギーを失う．運動エネルギーがポテンシャルエネルギーに蓄積されればされるほど，変化は小さくなる．このため，$L$の定義の中にマイナス符号が含まれている．まず，空に投げ上げられ，それから落下する粒子を調べると，$L(t)$ の曲線は，最初，時間軸の下にあり，次に，上にゆきます．積分の定義によると，時間軸の下の影の面は負として加えてゆく．つまり，変化は負になることもあり，そのあとの変化と相殺することもある．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

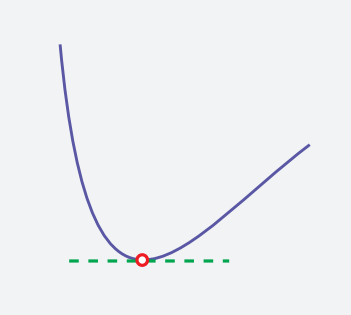


FIGURE 178 曲線の極小部では傾きがゼロになる.

複数の独立な成分から成る系の変化を見積もるには, 単に, すべての運動エネルギーを 加えあわせ, すべてのポテンシャルエネルギーを引けばよい. このテクニックを用いる と, 気体, 液体や固体物質の作用の値を定義できる. つまり, 作用は加算量であ る. たとえ, 各成分間での相互作用があったとしても, 正しい結果が得られる.

まとめると, 一つの数値で表した物理作用は, 時間的2点間において観測される系の変化 をあらわす. 作用, すなわち, 変化はJsの単位をもつ. 物理作用は物理過程による変化 を定量化したものである. そして, これは, すべての観測結果, すなわち, 爆竹の破裂, 愛情表現, コンピュータディスプレーの色の変 化等, すべての過程, すべての系に対して成り立つ. 後に, 相対論や量子論でも変化は 一つの数値で表せることを説明する. 輸送, 変換や成長といっ た自然界のどんな系で進行するどんな変化も一つの数値 であらわせる.

Page 19

## 最小作用の原理

> 楽観主義者は考えられる世界の中でこの世界が最良のものと考え, 悲観主義者は最良の世界がどういうものかを知っている.
> ロバート・オッペンハイマー (Robert Oppenheimer)

変化を精密に表す方法がわかった. この方法は, 単純で, 大域的で, 強力な運動記述法である. ある時間の間におきる自然界の変化は, いつも, 変化の値が最小になる.

▷ 自然界では, 作用は極値を持つ.

これが, 有名な最小作用の原理の本質である. この原理は運動のどんな例においてもなりたつ.* すべての可能な運動の中で, 自然が選ぶのは, いつも, 変化が最小のものである. いくつかの例を調べてみよう.

* 実際には, ある巨視的状況においては作用が鞍点になるような場合があるため, 作用が'安定'になるように持って回った形式の原理になっている. 従ってよく耳にする作用が極大にもなりうるようなことはない. さらに, (無限小)規模の運動に対しては, 作用はいつも最小になる. 以下に述べる変分がゼロになるという数学的な条件にこれらの細かいことがすべて含まれている.

Ref. 196

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ポテンシャルが含まれないないような簡単な自由粒子の場合，最小作用の原理によると，粒子は一定の速度で直線内を動く．それ以外の径路は，すべて，この場合の作用値より大きくなる．これを確認できるか?

Challenge 419 e

重力が存在する時には，投げ上げられた石は放物線，もっと正確には，楕円を描く．これは，他のどんな経路，例えば，石が空で輪を描くような径路では，作用がもっと大きな値になってしまうからである．このことについても自分で証明できるか．

Challenge 420 e

あらゆる観測結果によると，次のような基本的で単純な言い方ができる．物は，作用ができるだけ最少になるような運動を行う．このことは全径路であっても，径路の一部であっても適用される．バートランド・ラッセル (Bertrand Russell) はこれを‘cosmic lazinessの法則’とよんでいる．

最小の変化の概念は，普通，別の形で表現される．径路を変化させると作用も変化する．実際に実現される径路は作用が最小になる径路である．学校で習ったように，ある量が極小になるところでは傾きがゼロになるので，微分がゼロになる．この関係をFigure 178に示す．この場合は，量が変わるのではなく，径路が変わる．このため，微分や傾きという言い方をせず，変分という．普通，作用の変分は $\delta S$ とあらわす．従って，最小作用の原理は次のようになる．

▷ 特定の端点間の実際の軌跡は以下の条件を満たす．$\delta S = 0$. (74)

数学者はこれを変分原理とよんでいる．この場合，端点が指定されている必要がある．つまり，運動は同じ始状態と終状態で比較されないといけない．

最小作用の原理をさらに議論するする前に，この原理は発展方程式と等価であることをチェックしておく.* これを行うために，標準的な方法，いわゆ

* 興味がある人のために，ラグランジアンと発展方程式の等価性について付け加えておく．まず，非保存系や散逸系に対しては，ラグランジアンは存在しない．摩擦を含む運動ではポテンシャルが存在しないことを述べた．従って，これらの場合では作用も存在しないことになる．この制限を解消するひとつのアプローチは一般化された最小作用原理を使うことである．ポテンシャルが存在しない時，異なった軌跡 $x_i$ 間の仕事の変分 $\delta W$ を

Page 212

$$\delta W = \sum_i m_i \ddot{x}_i \delta x_i \,. \tag{75}$$

で表す．この時，運動は次のように記述される:

$$\triangleright \text{実際の軌跡は } \int_{t_i}^{t_f} (\delta T + \delta W)\mathrm{d}t = 0 \quad \text{をみたす．ここで，} \quad \delta x(t_i) = \delta x(t_f) = 0 \,. \tag{76}$$

この変分量に名前は付けられていないが，変化を一般化した概念をあらわしている．これから，発展方程式が導けることを確認してください．このように，正規のラグランジアンを用いた記述は保存系に対してのみ存在するが，散逸系に対してもこの原理は一般化でき有用である．

Challenge 421 e

別のアプローチを好む物理学者も多い．数学者が一般化とよぶものは，物理学者にとっては特殊な場合である．この原理 (76) の背景には，詳細な微視的状態を完全に含めると，すべての摩擦は最小作用の原理の結果であるという事実がある．微視的領域には摩擦はないからである．つまり，摩擦は近似された巨視的概念である．

しかし，数学的な視点も役に立つ．たとえば，ラグランジアンを使おうとすると，興味深い制限にたどりつく．これは世界を純粋に古典的なものと見たときに (実際の世界は純粋に古典的なものではないが) 問題になるもので，すでに100年前に見つけられていた．当時，コンピュータはなかったので，計算技術を新しく探求することが重要になった．以下に，そのことをまとめる．

ラグランジアンにおいて使用する座標は必ずしもデカルト座標である必要はない．運動に束縛がある場合には，一般座標が特に重要である．これにあてはまるのが振り子であったり，スケー

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

る，変分計算を用いる．$\delta S = 0$ という条件は，作用，すなわち，Figure 177の曲線の下の面積が最小であることを意味する．これより，ラグランジアンが $L(x_n \exists v_n) = T(v_n) - U(x_n)$ ならば，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial v_n}\right) = -\frac{\partial U}{\partial x_n} \tag{77}$$

Challenge 422 e Challenge 423 e の時，面積が最小になる．ここで n はすべての粒子のすべての座標について数える.* 単一粒子に対しては，これらのラグランジュの運動方程式は，

$$m\boldsymbol{a} = -\nabla U\,. \tag{79}$$

のようになり，これは発展方程式そのものである．加速度に質量を乗じたものが，ポテンシャルエネルギー $U$ のグラジエントになっている．このように最小作用の原理は運動方程式を意味している．(逆も正しいことを示せるか?) Challenge 424 s

つまり，すべての系は，変化または作用ができるだけ小さくなるように発展してゆく．自然は経済的にできている．このように，自然は，アクションをできるだけ大きく見せるハリウッドのワクワクドキドキとは正反対にある．自然は，動作をできるだけ控えめにする賢明な年老いた人により近い．

---

ターである．振り子の場合，おもりはいつも支点から等距離にあり，スケートでは，目標点に向けて真直ぐ動いてゆくだろう．一般座標は位置と運動量が混じることもある．これらは，一般にいくつかのタイプに分けることができる． Ref. 197

時間に依存せず一定の形でデカルト座標に関連付けられる一般座標をホロノミック–スクレロノミックとよぶ．このような座標で記述できる物理系としては振り子とかポテンシャル中の粒子がある．時間依存性があるような場合は，ホロノミック–レオノミックとよぶ．レオノミック系の例としては，長さが時間によって変化するような振り子が考えられる．レオノミックとスクレロノッミクという二つの用語はルードヴィッヒ・ボルツマン (Ludwig Boltzmann)により用いられた．これらの2つのケースは，幾何的に記述できる系だけについて用いられるもので，いずれもホロノミック系に分類されている．この用語はハインリッヒ・ヘルツ (Heinrich Hertz) によるものである． Page ?? Vol. III, page ??

もっと一般的な状況を非ホロノミックとよぶ．ラグランジアンが有効なのはホロノーム系だけである．残念ながら，'非ホロノミック'という言葉は本来の意味と変わってしまい，現在では，ある種のレオノーム系の意味で使われている．現代の使い方では，速度を含む系はどんなものでも非ホロノミックとよんでいる．従って，アイススケータや転がる円板も非ホロノーム系とよばれることがある．話の前後関係から，非ホロノミックが何を意味しているかに注意を払う必要がある．

ラグランジアンや作用の使用においては制限が存在するものの，微視的レベルでは，いつも系が保存系で，ホロノミックで，スクレロノミックなので，この制限に煩わされることはない．基本レベルでは，発展方程式とラグランジアンは，実際，等価である．

* 一般ホロノミック座標 $q_n$ を用いると，一般的な形のラグランジアン $L(q_n \exists \dot{q}_n \exists t)$ は，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_n}\,. \tag{78}$$

の形のラグランジュ方程式になる．この方程式を導出するには，関係式 $\delta\dot{q} = \mathrm{d}/\mathrm{d}t(\delta q)$ も必要である．この関係は前の脚注で重要性を説明したホロノミック座標に対してのみ成り立つ．

運動系のラグランジアンは一義的でないことも注意しておかないといけないが，ひとつの運動系をあらわすラグランジアンにはさまざまな表現があるが，それらがどう関係しているかを調べるのはこの登山の範囲外である． Ref. 198

ところで，位置に対して文字 $q$ を，運動量に対し文字 $p$ を物理学で使い始めたのは数学者のカール・ヤコビ (Carl Jacobi) (b. 1804 ポツダム, d. 1851 ベルリン)である．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

最小作用の原理は，実際にたどる軌跡は，全軌跡上でのラグランジアンの平均が最小になるようなものになる（Figure 177参照）．自然はドリトル先生である．このことを示せるか？ この観点から，ラグランジュ方程式（77）を直接導くことができる．

Challenge 425 e

最小作用の原理は，実際に起きる軌跡を，想像できる他の軌跡すべてと区別している．この見方から，ライプニッツ（Leibniz)は，実際の世界は‘可能な世界の中で最良のものである’という有名な解釈をおこなった.* これを形而上の空論と捨て去ることもできるかもしれないが，このことは魅力的なことである．はじめて，実際の観測結果が他の想像できる可能性と区別されたことで，ライプニッツは最小作用の原理に興奮した．はじめて，なぜ物事が今の形をとるのかを調べることが物理研究の一部になったのだ．世界は今ある世界と違うものになりえるのだろうか？ 最小作用の原理でえられるヒントは否定的である．ライプニッツも，この結論から，神々でも自分の動作を選択出来ないことを導いた．(あなたはどう考えるか?) 最後の答えは私たちの冒険の一番最後でわかるだろう．

Challenge 426 s

## ラグランジアンと運動

> 動きと作用を取り違えてはいけない．
> アーネスト・ヘミングウェイ (Ernest Hemingway)

Ref. 199

系は変化を最小にするように発展してゆく．変化，すなわち，作用はラグランジアンの時間積分である．運動の記述方法として見ると，ラグランジアンの方が発展方程式より勝っている点がいくつかある．まず，普通，ラグランジアンの方が，発展方程式を書くより簡単である．たとえば，多くの粒子が関与している系でも，たったひとつのラグランジアンさえあればそれですんでしまう．計算の際，わかりやすいので，誤り，特に符号の誤りが少なくなる．たとえば，バネにつながれた鎖状の質量の発展方程式を書いてみて，次に，ラグランジアンから式の導出をしてみてください． (この系は，鎖状の原子などの多くの側面をでの振る舞いをあらわすので，研究に使われることがよくある.) 別の例にも出くわすことがある．デビッド。ヒルベルト (David Hilbert)はラグランジアンを用いて一般相対論の運動方程式を導出するのに数週間しかかからなかったが，アルベルト・アインシュタインはそれを直接導出するのに10年も取り組んでいたのだ．

Challenge 427 e

おまけに，ラグランジアンの記述では，研究対象を記述するのにどんな座標の組でも使える．デカルト座標でなければいけないということはなく，円筒座標，球座標，双曲線座標など好きなものが使える．デカルト座標では記述が複雑になってしまう多くの力学系であっても，これらの一般座標を用いると，運動をすぐに計算できる．たとえば，ロボットアームの運動をプログラミングするのに，結合部の角度を用いて記述した方が，アーム先端のデカルト座標よりはっきりした記述になる．角度は非デカルト座標である．ロボットの腕をある点から別の点へもっとも経済的に動かす方法を見つける問題は角度で表した方がずっと簡単に解ける．

* この考え方を，影響力のある哲学者ヴォルテール (Voltaire) (b. 1694 パリ, d. 1778 パリ)は，現在でも入手できる有名な著書*Candide*, written in 1759,の中で明快に愚弄した．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 32 ラグランジアン Lagrangians.

| 系 | ラグランジアン | 量 |
|---|---|---|
| 自由な非相対論的質点 | $L = \frac{1}{2}mv^2$ | 質量 $m$, 速度 $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ |
| ポテンシャル中の粒子 | $L = \frac{1}{2}mv^2 - m\varphi(x)$ | 重力ポテンシャル $\varphi$ |
| バネにつながれた質量 | $L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2$ | 延び $x$, バネ定数 $k$ |
| 摩擦のないテーブル上のバネにつながれた質量 | $L = \frac{1}{2}mv^2 - k(x^2 + y^2)$ | バネ定数 $k$, 座標 $x$∃ $y$ |
| 鎖状の質量とバネ(1次元原子格子の単純モデル) | $L = \frac{1}{2}m\sum v_i^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 \sum_{i\exists j}(x_i - x_j)^2$ 座標 $x_i$, 格子周波数 $\omega$ | |
| 自由な相対論的質点 | $L = -c^2 m\sqrt{1 - v^2/c^2}$ | 質量 $m$, 速度 $v$, 光速 $c$ |

さらに，重要なのは，ラグランジアンからは，系の重要な性質である系の対称性や保存量がすぐに導けることである．わたしたちのハイキングでは，この重要な考え方を，いつも，簡単に確認し，使ってゆく．

Page 252

最後に，ラグランジアンを用いた定式化を一般化することで，すべてのタイプの相互作用を理解できるようになるる．運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの考え方は一般的なので，最小作用の原理は力学だけでなく，電磁気学，光学にも使える．また，相対論や量子力学では，最小作用の原理は中心的な役割を果たし，これらの分野と古典力学との関連付けが容易に行える．

最小作用の原理がよく知られるようになり，さまざまな問題に適用されることがどんどん増えてきた．現在では素粒子の衝突の研究から人工知能で動くロボットのプログラミングまであらゆるところでラグランジアンは使われている．(Table 32にいくつかの例を示す.) ただし，ラグランジアンによる定式化は非常に簡単で有用であるが，忘れていけないのは発展方程式と等価であるということだ．ラグランジアンは発展方程式と比べより一般的ということもなければ，より具体的でもない．従って，特に，ラグランジアンならどんなタイプの運動でも説明できるというのではない．見方を変えただけのことなのだ．つまり，運動についての新しい物理 '法則' を探すということは新しいラグランジアンを探すということにほかならない．自然を記述しようとするときはいつも変化を記述しなければならないということを意味している．自然における変化は，いつも作用とラグランジアンで記述されるのだ．

Ref. 195

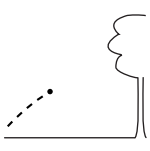
Challenge 428 s

最小示唆用の原理とは，運動の始まりと終わりの点，そして，その間の時間が固定されると作用は最小値をとることを意味する．ところが，その逆の原理についてはよく知られていない．つまり，作用値，即ち，変化値が固定されている時，実際の運動に要する時間は最大になる．これを示せるか?

Ref. 200

Challenge 429 ny

たとえ，最小作用の原理がなぜ運動になるのかの説明にはまだなっていないにしても，それを説明するのにふさわしいものであることはわかる．もう少しまってください．なぜ，自然は最小作用の原理に従うのか，そして，どういう仕組みでそうなるのかについては量子論を探検する時に明らかになる．



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 179 この世界の運動は有界である. (© マイク・ハンキー (Mike Hankey))

## なぜ運動にはしばしば境界があるのか?

この地球や宇宙の中にいる私たち周囲を見ると, 物質は均等に分布しておらず, 他の物質の近くに集まっている傾向がみられる. 互いに塊となり集合体となっている. Figure 179にその典型例を示す. 集合体の主要な例をFigure 180とTable 33に列挙しておく. すべての集合体は質量と広がりを持っている. Figure 180の質量–サイズの図の2つの軸は対数である. ここに表示されている3本の線に注意してください. $m \sim l$ の線はプランク質量* から上向きに伸び, ブラックホールを経由して, 宇宙自身に至っている. $m \sim 1/l$ の線はプランク質量から下向きに伸び, 考えられる最も軽い集合体に至っている. 普通の物質の線 $m \sim l^3$ であらわされ, 原子から上向きに伸び, 日常の物質や地球を経て, 太陽に至っている. 第1の線はブラックホール限界で, 一般相対論で説明される. 残りの2本の線は集合体限界と普通の物質線で量子

Ref. 201

* プランク質量は $m_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G} = 21.767(16)\,\mu\text{g}$ で表される.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

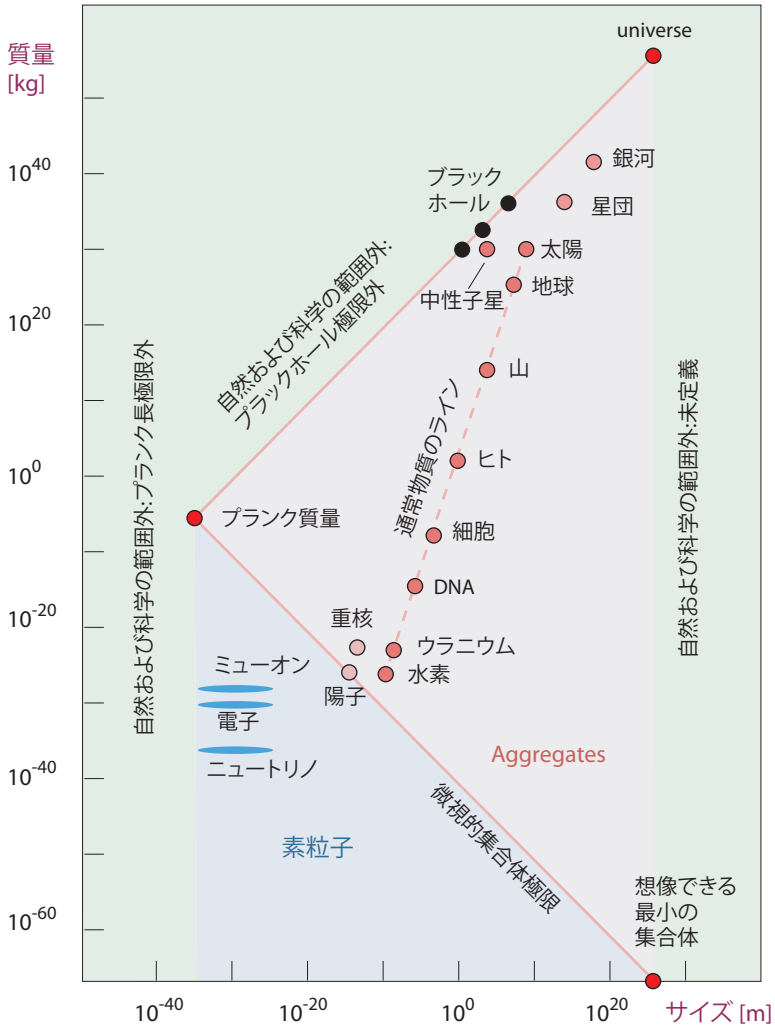



FIGURE 180 自然界で見つかった素粒子と集合体.

論で説明される.*

普通の物質線の外側の集合体は, 成分をつなぎとめている相互作用が強くなればなるほど, 集合体が小さくなることを示している. では, なぜ, 物質は塊になるのだろうか?

まず, 物体間に引力相互作用があるので集合体は形成される. 第2は摩擦のためである. 2つの成分が近づくと, これにより熱としてエネルギーが放出され一つになる. 第3に, 成分間の反発効果のため, 集合体は完全に崩壊せず, 有限のサイズが保たれている. これらの3因子があいまって, 宇宙には, 無限につづく自由運動よりも有界な運動がずっとあたりまえになっている.

集合体をつくる引力作用としては, 重力, 電荷による引力, 強い核力の3種類しかない. 同様に, 見つかっている斥力も, 回転, 圧力, パウリの 排他原理 (これについては後述する)の3種類しかない. 引力と斥力に

Vol. IV, page ??

* Figure 180は物理を超越する領域があることを示唆している. この領域では質量とサイズが定義できないことから, 適用できないことを後に示す.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

は9種類の組み合わせがあるが，そのすべてが自然界にあるわけではない．Figure 180とTable 33から，どの組み合わせが存在しないか見つけられるか，またなぜそうなっているのか?

Challenge 430 s

引力，摩擦，そして斥力を合わせると，物体が会合し一緒にとどまった時の変化と作用が最小になることを意味する．最小作用の原理は集合体の安定性を意味する．ところで，形成の過程はなぜ多くの集合体は回転するのかも説明できる．理由を説明できるか?

Challenge 431 s

しかし，一体全体なぜ摩擦力が存在するのだろうか．なぜ，引力相互作用と斥力相互作用が存在するのだろうか．そして，上述内容から明らかなように，なぜ，遠い過去には物質が塊でみつからなかったのだろう．これらの疑問に答えるには，まず，運動のもう一つの大域的性質である対称性について調べる必要がある．

TABLE 33 自然界で見られる主要集合体の例．

| 集合体 | サイズ (直径) | 観測数 | 構成物 |
|---|---|---|---|
| **重力で結びつけられた集合体** | | | |
| 宇宙を通過する物質 | *c.* 100 Ym | 1 | 超銀河クラスター, 水素 および ヘリウム原子 |
| クエーサー | $10^{12}$ から $10^{14}$ m | $20 \cdot 10^6$ | バリオンとレプトン |
| 超銀河クラスター | *c.* 3 Ym | $10^7$ | 銀河団とクラスター |
| 銀河クラスター | *c.* 60 Zm | $25 \cdot 10^9$ | 10 から 50 銀河 |
| 銀河団またはクラスター | *c.* 240 Zm | | 50 から 2000を超える銀河 |
| 私たちの銀河団 | 50 Zm | 1 | *c.* 40 銀河 |
| 一般銀河 | 0.5 から 2 Zm | $3.5 \cdot 10^{12}$ | $10^{10}$ から $3 \cdot 10^{11}$ の恒星, ダストおよびガス雲, おそらく太陽系 |
| 私たちの銀河 | 1.0(0.1) Zm | 1 | $10^{11}$ の恒星, ダストおよびガス雲, 太陽系 |
| 星間雲 | 最大15 Em | $\gg 10^5$ | 水素, 氷とダスト |
| 惑星系[a] | 不明 | > 400 | 恒星, 惑星 |
| 私たちの太陽系 | 30 Pm | 1 | 太陽, 惑星 (冥王星の軌道径: 11.8 Tm), 衛星, 微惑星, 彗星, 小惑星, ダスト, ガス |
| オールト雲 | 6 から 30 Pm | 1 | 彗星, ダスト |
| カイパーベルト | 60 Tm | 1 | 微惑星, 彗星, ダスト |
| 恒星[b] | 10 km から 100 Gm | $10^{22\pm1}$ | イオン化されたガス: 陽子, 中性子, 電子, ニュートリノ, 光子 |
| 私たちの恒星, 太陽 | 1.39 Gm | | |
| 惑星[a] (木星, 地球) | 143 Mm, 12.8 Mm | 8+ > 400 | 固体, 液体, 気体; 特に, 重い原子 |
| 微惑星 (ヴァルナなど) | 50 から 1 000 km | > 100 (est. $10^9$) | 固体 |
| 衛星 | 10 から 1 000 km | > 50 | 固体 |
| 中性子星 | 10 km | > 1000 | 主に中性子 |
| **電磁気的に結び付けられた集合体**[c] | | | |
| 準惑星, 小惑星[d] | 1 m から 2400 km | > $10^6$ | ($10^9$ 推測) 固体, 普通は一枚岩 |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

| 集合体 | サイズ (直径) | 観測数 | 構成物 |
|---|---|---|---|
| 彗星 | 10 cm から 50 km | $> 10^9$ | ($10^{12}$ 可能性) 氷とダスト |
| 山, 固体, 液体, 気体, チーズ | 1 nm から > 100 km | n.a. | 分子, 原子 |
| 動物, 植物, ケフィール | 5 µm から 1 km | $10^{26\pm2}$ | 器官, 細胞 |
| 脳, 人間 | 0.2 m | $10^{10}$ | 神経などの細胞 |
| 細胞: | | $10^{31\pm1}$ | 細胞小器官, 細胞膜, 分子 |
| 最小 (*Nanoarchaeum equitans*) | *c.* 400 nm | | 分子 |
| アメーバ | *c.* 600 µm | | 分子 |
| 最大 (クジラの神経, 単細胞植物) | *c.* 30 m | | 分子 |
| 分子: | | $10^{78\pm2}$ | 原子 |
| $H_2$ | *c.* 50 pm | $10^{72\pm2}$ | atoms |
| DNA (人間) | 2 m (細胞全体) | $10^{21}$ | 原子 |
| 原子, イオン | 30 pm から 300 pm | $10^{80\pm2}$ | 電子と原子核 |
| **Aggregates bound by the weak interaction**[c] | | | |
| None | | | |
| **強い相互作用で結びついた集合体**[c] | | | |
| 原子核 | 0.9 から > 7 fm | $10^{79\pm2}$ | 核子 |
| 核子 (陽子, 中性子) | 0.9 fm | $10^{80\pm2}$ | クォーク |
| 中間子 | *c.* 1 fm | n.a. | クォーク |
| 中性子星: 記載済み | | | |

*a.* 1994年になって初めて, 太陽以外の恒星の周りをまわる物体の存在が確認された. 以降, 1000を超える数のii太陽系外惑星が発見され, その大部分が, 中性子星を含む, F型, G型およびK型恒星の周りで見つかっている. 例えば, パルサー PSR 1257+12 の周りをまわる物体や恒星β Pictorisの周りのリング物質がある. これらの物体は暗黒星, 褐色矮星, または, 木星のような巨大ガス惑星と考えられている. 観測システムの制限により, これまで見つかったシステムでは私たちの太陽系のようなものを形成しているものはではなさそうである. 実際, これまで, 地球のような惑星が数個見つかっているだけである.
Ref. 202

*b.* 太陽は最も明るい星の7

*c.* For more details on 微視的な集合体の詳細については, の表を参照してください.
Vol. V, page ??

*d.* 太陽系には 100 kgを超える太陽系小 物体 (小惑星, 流星体, 微惑 星など)が最大$10^{20}$個程度あると考えられている. ちなみに, 水星と太陽の間に仮想されている小惑星ヴァルカノイドは今のところ見つかってい ない.

## ラグランジアンについてのお楽しみとチャレンジ

数学して最小作用の原理を記述したのはライプニッだった. 彼は1707年のその正当性を理解していた. その後, 1746年に, モーペルテュイにより再発見され, この名が付けられた. 彼はこう記している:
Page 126

> Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la quantité d'action nécessaire pour ce changement est la plus petite qu'il

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

soit possible.*

1751年に，この原理は正しくはモーペルテュイではなくライプニッツによるものであることを初めて公に発言をしたサミュエル・ケーニッヒ (Samuel König)は，この発言のためプロシャの科学アカデミーから反発された．これは，当時，このアカデミーの会長をしていたモーペルテュイの策謀であった．この策謀は‘作用 (action)’という異様な言葉の使用も確実なものにした．この屈辱的な逸話にもかかわらず，ライプニッツの原理は理解され，その後，オイラー，ラグランジュ，そして，ハミルトンにより使用され，広められた．

* *

自然はできるだけのらりくらりするという最小作用の原理の考え方は*lex parismoniae* (節約の法則) ともよばれる．この一般的な考え方はすでにプトレマイオス (Ptolemy)，その後，フェルマー (Fermat)，マルブランシュ (Malebranche) や スフラーフェサンデ ('s Gravesande) により記されている．しかし，すべての運動の記述に対し成り立ち，数学的記述が有効であることを理解した最初の人はライプニッツ であった．

* *

1799年，ラグランジュ は *Mécanique analytique*, を出版し，それにより，力学の歴史の絶頂点の一つを作り出し，変分原理の使用が確立された．彼は図を書かずに力学の系統的説明を可能にしたこを誇りに思っていた．この本は読みこなすのが難しく，商業的には失敗であった．そして，この方法が一般的に使用されになるのは次の世代になってからであった．

* *

作用は運動を記述する基本量であることがわかると，エネルギーは単位時間あたりの作用，運動量は単位長あたりの作用として定義できるようになった．つまり，系のエネルギーは時間上で作用がどの位変化するか，運動量は距離上で作用がどの位変化するかを表している．それでは，角運動量や回転エネルギーはどうなるのだろうか?

Challenge 432 s

* *

ガリレイ物理では，ラグランジアンは運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとの差である．後に，この特徴の理解に磨きがかかるように，この定義を一般化する．つまり，ラグランジアンは自由粒子の項と相互作用の項の差で表されるようになる．つまり，どんな粒子も，粒子が自由なら行いたいことと他の粒子から求められて行うことの連続的な折衷である.この点において，粒子はヒトとよく似た振る舞いをしているのかもしれない．

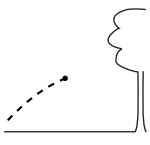
* *

‘自然界において，念動や祈りの大部分の脳の中の変化は外界の変化と比べると非常に小さいので，その効果を求めるのは不可能である.’ この説明は正しいか?

Challenge 433 s

* ‘自然界で変化が生じる時, この変化に必要な作用値が最小のものだけが可能である.’

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



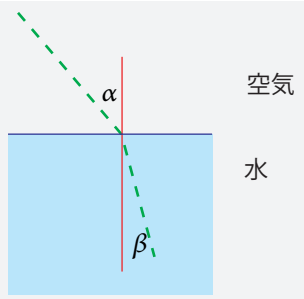



FIGURE 181 光の屈折は伝播時間の最適化の結果から生じる.

* *

作用はどうやって測定するのか? 作用を測定する最良の装置および最良の方
Challenge 434 ny 法は何か?

* *

Challenge 435 s $T+U$はなぜ一定で, $T-U$はなぜ最小になるのかを説明せよ.

* *

自然界では, (閉じた系では) 運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和 $T+U$ は運動の間変化せず, 作用は最小になる. この2つことから, 系
Challenge 436 s はポテンシャルエネルギーが最小の状態になりやすいことを導けるか?

* *

生物の体の構造, 特に, サイズと体内構造のつり合いを理解するのにも最小
Ref. 204 化の 原理が使える. 例えば,動物の鼓動と呼吸の周波数 は, 体重 $m$ と $m^{-1/4}$ の関係にあり, 散逸パワーは $m^{3/4}$ の関係にある. この指数値は生物の三つの性質に関連している. まず, 器官を流れるエネルギーや物 質は分枝網状血管を経由しているが, 大きなものの数は少なく小さなものになるほどどんどん増えてゆく. 第二に, どの血管も最小サイズは同じである. 第三に, 網状組織は循環のために必要なエネルギーが最小 になるように最適化されている. これらの関係を総合的に考えると, 多くのスケール 則を説明できる. たとえば, 動物の寿命のスケール則が $m^{-1/4}$ になる理由, 多くの動物で生涯の鼓動数がほぼ同じになることの理由を説明できる可能性があ
Page 116 る.

別の最小原理を用い, 循環系の流れはもっとも直接な経路で目的地に到達できるように網状組織が作られているため 4分の1乗の関係があるという相反
Ref. 205 する説明がされている.

* *

光の運動の最小化原理はもっと美しい. 光は伝播時間が最小になるような経路をたどる. この考え方で, 光が空気中から水に入る時に方向がどのように変化するかを説明できることは, 昔から, よくしられている. この現象を Figure 181 に示す. 水中では光は速度が低下する. 空気と水の間の速度の比を水の屈折比という. 普通 $n$ で表す屈折比は物質に依存する. 水の屈

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

折比は約 1.3 である. この速度比と最小時間の原理から 屈折の'法則'が導かれ, 2 つの角度のサイン間という簡単な関係になる. これを導けるか?

Challenge 437 s

* *

木の成長, 動物体内の網状組織, 光の運動などの上述したあらゆる最小化の原理は最小作用の原理の特殊なケースであることを説明できるか? 実際, 自然界の既知の最小化の原理はすべてそうである. そして, そのそれぞれが, 最小作用の原理同様, 最小変化の原理なのである.

Challenge 438 s

* *

ガリレイ物理では, 作用値は観測者の速度に依存するが, 観測者の位置や方向には依存しない. しかし, 適切に定義されていれば, 作用は観測者に依存するはずはない. あらゆる観測者はおなじ変化値を観測するはずである. 作用が観測者の速度に依存しないという要請は特殊相対論になってはじめて満足される. 相対論的作用はどのように定義されるか?

Challenge 439 s

* *

ビッグバン以降, 宇宙に蓄えられた変化量はどのくらいか? 宇宙でこれから起きる変化を表すことは宇宙が物理系であることを仮定している. これはあてはまるか?

Challenge 440 s

* *

自然界で作用が最小化されるある運動, 歩行は私たちにとっても大事なものである. 広範な研究努力により, ヒトの脚の動作やコントロールのエネルギー節約機能をコピーしたロボットの設計がすすめられている. 例えば, Tao Geng によるウェブサイト cswww.essex.ac.uk/tgeng/research.html を参照してください.

Ref. 206

* *

Challenge 441 d 次の積分を証明できますか?

$$\int_0^{\varphi} \sec t \, \mathrm{d}t = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \tag{80}$$

* *

What is the shape of the ideal halfpipe for skateboarding? What does 'ideal' imply? Which requirement leads to a *cycloid*? Which requirement speaks against a *cycloid*?

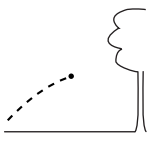
Challenge 442 s

* *

Page 116 先に述べたように, 動物の死は物理的プロセスで, 動物が約 1 GJ/kg を消費または代謝した時に起きる. 動物の全作用は $M^{5/4}$ に対応することを示せ.

Challenge 443 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



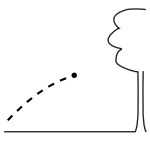
## 作用についてのまとめ

系は変化を最小にするように動いてゆく．変化，すなわち，作用とは，運動エネルギー　からポテンシャルエネルギーを引いたものの時間平均である．’運動は変化を最小にす　る’という言葉は運動の予測可能性と運動の連続性を表現している．この言葉はまた，す　べての運動は可能な限り単純であることも意味している．

系は変化を最小にするように動いてゆく．このことは，系は2つの状態間を最も時間がか　かるように運動することと同じ意味である．いずれの言い方も自然はなまけものである　ことを言っている．

系は変化を最小にするように動いてゆく．次の章では，このことは，あらゆる運動で，観測者不変，保存，鏡像対称性，反転性，相対性が成り立つことを示す．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



Chapter 9

# 運動と対称性

"Am Anfang war die Symmetrie."**
ヴェルナー・ハイセンベルク (Werner Heisenberg)

Ref. 207

大域的に運動を記述する第二の方法は，すべての観測者が同意するように運動を記述することである．観測する観測者が切り替わっても，観測結果がまったく同じである場合，その観測結果は不変，または，絶対，または，対称であるという．観測する観測者が切り替わった時，観測結果が変わる場合，観測結果は相対的であるという．相対性を調べることは不変性および対称性を調べることを意味する．

Page 220

対称性とは変化の後でも変わらない性質のことである．観測者や視点が変わることがような変化の例である．他には，観測されている系自体が操作される変化もある．たとえば，Figure 182 に示す忘れな草も，72度回転させると同じように見える．同様に，多くの果実の花も同様の対称性を持っている．また，このことは視点の変化に対し花は形という不変な性質を持っているともいえる．このような視点がたくさん可能な場合，高い対称性について，そうでない場合は低い対称性について話している．たとえば，四葉のクローバーは、普通の三つ葉のクローバーより高い対称性を持っている．物理では視点のことを基準座標系とよんでいる．

花，日常生活，建築物や芸術で見られる対称性とは，普通，ミラー対称，回転対称やそれの組み合わせを意味する．これらは幾何学的対称性である．すべての対称性に見られるように，幾何学的対称性も特定の操作下で不変性がある．幾何学的対称性の完全なリストは昔からよく知られている．Table 34にその基本型の一覧を示す．Figure 183 と Figure 184 に重要な例を示す．幾何学的対称性としては，他に，色の交換に対する色対称性，対称物質が方向以外にスピンを持つとき，回転をさせたときの振舞いに関連するスピン群などがある．また，基本表を拡張したものとして，フラクタルで洗わるようなスケール対称性や曲がった背景上での変化と組み合わせがある．

Ref. 208

対称性が高いということは，考えうる多くの変化に対し観測結果が不変に保たれることを意味する．一見すれば，自然界には対称な物体や現象はそれほど多くはなく，結局のところ，私たちの周りの幾何学対称性というのは，規則というより例外と思えるかもしれない．しかし，それは誤りで

Challenge 444 e

** '最初, 対称性があった.' この考え方に賛成ですか? この冒険の最後, この言葉のために多くの研究者が惑わされるかもしれない. ハイゼンベルクが言いたかったのは, 最初, 単純さがあったということだろう. しかし, 対称性と単純さの間には概念上の違い, 数学的な違いが多くある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

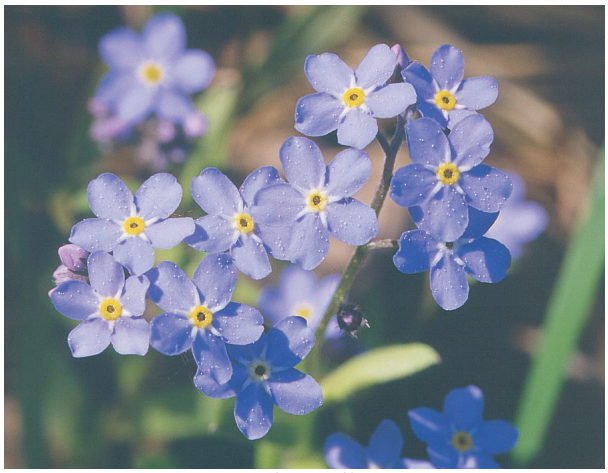


FIGURE 182 忘れな草 はMyosotis (ムラサキ科)ともよばれる. (© Markku Savela).

TABLE 34 単純な幾何学的対称性の分類と数.

| 次元n | 繰り返しの型 | 移動 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0<br>点群 | 1<br>線群 | 2<br>面群 | 3<br>空間群 |
| 1 | 1 列 | 2 | 2 | n.a. | n.a. |
| 2 | 5 網目 | 10 結晶群 | 7 帯 | 17 壁紙 | n.a. |
| 3 | 14 格子 | 32 結晶群 | 75 棒 | 80 層 | 230 結晶構造 |

ある. それどころか, 私たちが対称性に ついて話せることからして自然は全体として対称的と帰結でき る. さらに, 自然の対称性は忘れな草や Table 34 の例よりずっと対称的である. 対称性の高度な結果が, とりもなおさず, $E_0 = c^2 m$ という有名な式となる.

Challenge 445 s

## この世界について考えたり、話したりできるのはなぜか?

> 隠されている調和は見かけ以上に強い.
> エフェソスのヘラクレイトス, 約 500 BCE年

Ref. 209

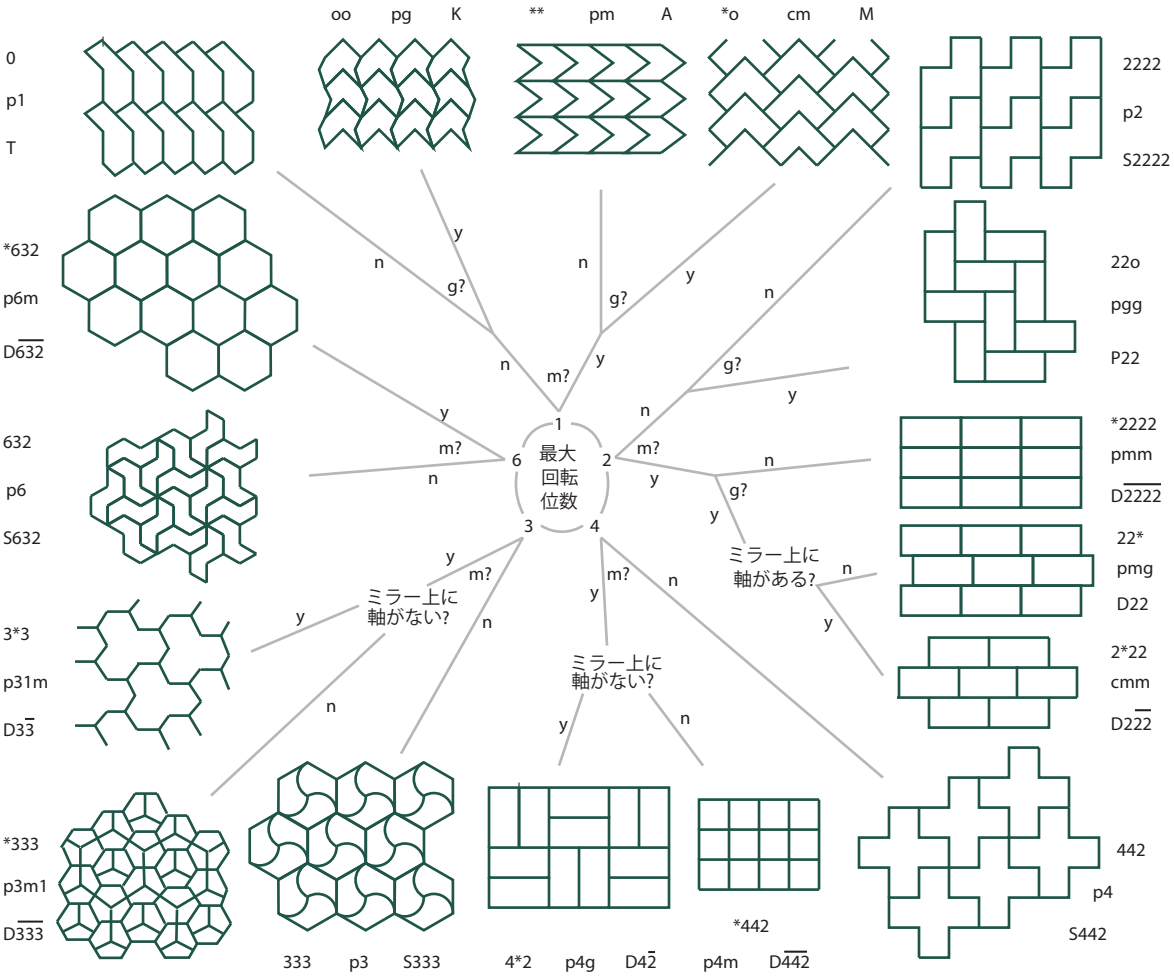
この世界について話し合うとき, 境遇が違っていても, なぜ意志疎通ができるのだ ろう. 2つ理由がある. まず, 大部分のものは視点が違っても, 同じように見え る. 次に, 私たちは大部分これまでに同じ経験をしている.

'同じ' とは, 私たちと他の人たちが見るものが似ていることを意味する。言い換えると, 観測結果の多くは視点に依存しない. たとえば, はなびらの数はすべての観測者にとっておなじである. 従って, この量は最大の対称性を持っていると言えるかもしれない. 以下で見るように, 質量もこのような例である. 最も高い対称性ををもつ観測値を物理学ではスカラーとよぶ. 他の特長は観測者によって変わる. たとえば, 見かけのサイズは観測距離によって変わる. しかし, 実際のサイズは観測者に依存しない. 一般的な

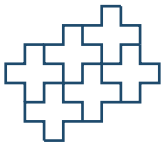
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

17種の壁紙のパターンと種類を簡単に特定する方法.

回転対称性の最大の位数は 1,2,3,4,6のどれか?
鏡映対称性はあるか(m)? 直既約映進対称性はあるか (g)?
ミラー上に回転軸があるか? ミラー上に回転軸がないか?




どのパターンも3種類の表記法で示せる:



442 Conway-Thurston 表記法.
p4 国際結晶学連合表記法.
S442 Montesinos表記法. 彼の著書
"Classical Tesselations and Three Manifolds"で使用.

FIGURE 183 壁紙群とよばれる壁紙の模様の可能な対称性の全リスト, 通常名称, 区別法. (© Dror Bar-Natan).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

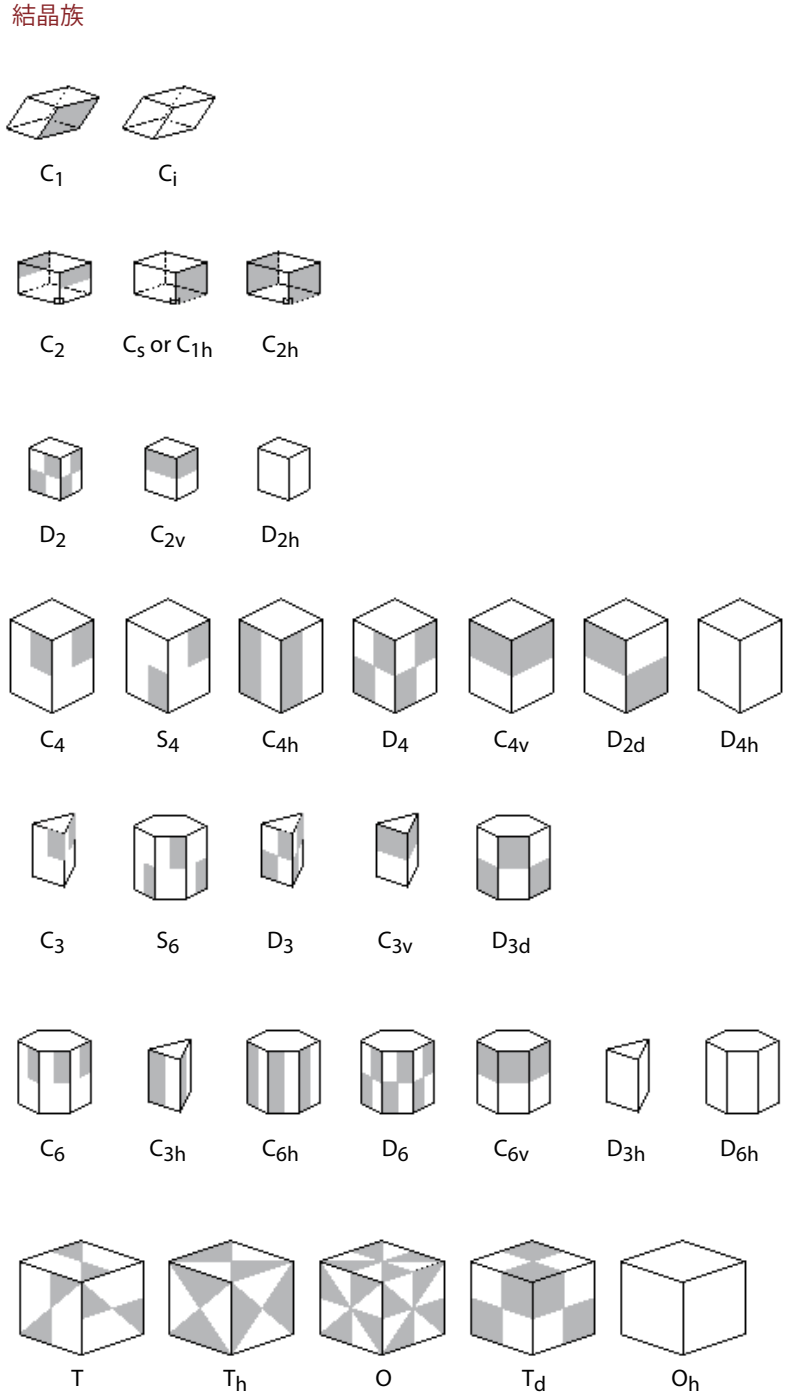



FIGURE 184 結晶中の単位セルの可能な対称性, つまり, 結晶学的点群, または結晶群, または結晶族の全リスト (© Jonathan Goss, Neil Ashcroft, David Mermin).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

言葉で言えば，視点に依存しないものはどんなタイプのものでも対称であり，同じものを異なった視点で見ている二人の観測者は互いに自然は対称になることがわかっている．この節ではこういった対称性について詳しく調べ始め，以降もそれを続ける．

私たちを取り巻く世界には他にも一般的性質があることに気付く．つまり，同じ現象を異なった観測者が見ると同じように見えるが，さらに，異なった現象であっても同じ観測者が見ると同じようにみえることもある．たとえば，指を火傷したのが台所だとしても，戸外でも火傷である．他の場所や他の時間でも火傷は火傷である．自然には再現性がある．自然にはサプライズはない．実際，私たちの記憶や思考は、自然の持つこの基本性質があるので可能なのである．(これを確認できるか?) 後に見るように，再現性は自然の記述に強い制限を加えることになる．

Challenge 446 s

視点の独立性と再現性がないと，他人への語りかけや独り言はできなくなるだろう．さらに重要なのは，視点の独立性と再現性は他人との会話の可能性を決定づけていること以上のことを行っている．私たちが互いに話せる内容の多く (すべてではない) を決めてしまっている．言い換えると，自然について友人と互いに話し合えるという単純な事実から，いやおうなしに，私たちの自然の記述は論理的なものになっていることがわかる．

## 視点

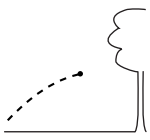
> “Toleranz ... ist der Verdacht der andere könnte Recht haben.*”
> クルト・トゥホルスキー (Kurt Tucholsky) (b. 1890 ベルリン, d. 1935 ヨーテボリ), ドイツの作家

> “Toleranz – eine Stärke, die man vor allem dem politischen Gegner wünscht.**”
> ヴォルウラム・ヴァイトナー (Wolfram Weidner) (b. 1925) ドイツのジャーナリスト

幼児期，人が他人と接し始めると，共有できる経験と，’夢’のような共有できない経験をすぐに見つけられるようになる．この区別を学習することは人生における冒険の一つである．ここでは，まず，物理的観測というタイプの経験についてこの節で説明する．ところが，この物理的観察の中でさらに区別が必要になるのだ．日常生活において，わたしたちは，重さ，体積，長さや時間間隔は観測者の視点には関係しないと仮定してしまっている．そして，これらの観測量について誰とでも話ができるし，正しく測定されてさえいれば，これらの値についての不一致はない．しかし，観測者に依存する量もあるのだ．ある人が一本の木から道にとびおり，落下中に友人に話しかけていると想像してください．彼は森の地面が高速で接近してくるといい，一方，下からそれを見ている人は地面はじっとしていると言い張る．このくいちがいは明らかに視点の違いによるものである．物体の速度 (この例では，森の地面であったり，友人自身である) は重さやサイズと比べると対称性は乏しく，すべての観測者がその値について，また，方向についてすらも同意することはない．

* ‘我慢 ... とは他人の方がただしいのではないかと疑念を持つことである.’
** ‘我慢 – とは政敵に対し願望するもの.’

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



観測結果が視点に依存する場合でも，少し努力をすれば理解できるようになる．それぞれの観測者が相手の視点の観測を想像し，その想像により相手が話している内容が一致しているかをチェックすることができる.* 想像内容と相手の言っていることが同じであれば，その観測結果には矛盾がなく，お互いの主張は単なる視点の違いに過ぎない．想像内容と相手の言っていることが違っているなら，その差は本質的なもので，同意することも話し合うこともできなくなる．このアプローチ用いて，人の感覚，判断，好みが本質的な差から生じてきているものなのかどうかについての議論も可能であろう．

Challenge 447 s

視点には依存しない不変量と視点に依存する相対量の違いは本質的なものである．質量や形状のような不変量は固有な性質を表しているのに対し，観測者に依存するような相対量は系の状態を形成している．従って，物理系の状態の完全な記述のためには以下の問いに答える必要がある:

— どのような視点が可能か?
— ある視点から別の視点への変換とはどうやってあらわすか?
— 対称性を許す観測量はなにか?
— これらの結果は運動に関し何を教えてくれるか?

これまで運動について調べてきたが，最初に学んだのは位置，方向，時間，運動において生じる視点のちがいについてである．観測者は互いに静止することもできるし，回転することも，一定速度で動くことも，加速することもできる．これ二より生じる‘しっかりとした’視点のちがいは，私たちが最初に学ぶものである．この場合，異なった観測者によってなされた観測が矛盾を生じることはないという要請を相対性原理とよんでいる．このタイプの不変性に対応する対称性を外部対称性とよぶ．これをTable ??に示す.

Page 145
Page ??

第2の基本的視点の変化は‘抽象的’な変化に関係している．用いている数学的記述によっても視点は異なる可能性がある．この違いをゲージ変化とよぶ．これについては電気力学の節でのべる．ここでも，すべての主張は数学的記述が異なっても矛盾がないこと要求される．この無矛盾の要請のことをゲージ不変性の原理．これに対応する対称性を内部対称性という.

Vol. III, page ??

第3の基本的視点の変化は，部品の交換により生じる系の振舞いの変化であるが，日常生活ではあまり重要でないだろう．これに関連する不変性を置換対称性とよんでいる．これは不連続な対称性で，量子論について学ぶとき基本原理として出会うことになるであろう.

Vol. IV, page ??

いま述べた3つの無矛盾性についての要求を‘原理’とよぶ．これらの基本的な基準は非常に強い物で，これから述べるように，物理の’法則’，すなわち，運動の記述を完全に決定する．また，後に，物体の状態の完全な記述を追求してゆくとその固有の性質の完全な記述にも近づいてゆく．しかし，序章なので，この話題の核心を紹介する程度にとどめる.

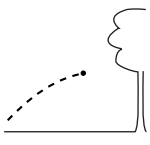
## 対称性と群

私たちは完全な運動の記述を探し続けているが，そのためには自然の対称性

* 人間は約四歳くらいになると，他人が自分と違う状況下にあるかどう かを想像で切る能力を身に着けるようになる．従って，四歳以前では，人間は特殊相対論を理解できない．出来るのは四歳以降である.

Ref. 210

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



についての全集合を理解し記述する必要がある．ところで，対称性とはなんだろう?

ある系に対し異なった観測をおこなっても，同等に見える時，その系は対称的であるとか，対称性を持っているとかいう．また，このような系は，ある視点から別の視点に移した時に不変性を有しているともいう．視点を変えることは系の対称操作または変換を行うことと同じである．つまり，対称性とは系を不変に保つ変換の集合のことである．対称性には複数の集合になっているものもあり，2つの対称操作を連続して行うと，別の対称操作になっている．すなわち，ある対称性は複数の要素つまり変換の集合 $G = \{a \exists b \exists c \exists ...\}$ で，2つの操作 $\circ$ は連接とか積とよばれる．英語では ‘after’ とか ‘times’ と読む．この時，すべての元 $a$, $b$, $c$ に対し次の性質が成り立つ:

$$\begin{array}{llll} & \text{結合則，つまり，} & (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c) & \\ \text{中立元 } e & \text{が存在する，つまり，} & e \circ a = a \circ e = a & \\ \text{逆元 } a^{-1} & \text{が存在する，つまり，} & a^{-1} \circ a = a \circ a^{-1} = e & . \end{array} \tag{81}$$

これらの3つの基本仮定，すなわち，公理を満たす任意の集合を(数学の)群とよぶ．歴史的には，群の概念は完全に抽象的手法で定義された最初の数学構造である.* 日常生活において群の例を挙げることはできるか? 物理や数学では，後述するように，対称性はいたる所で見かけるので，群は頻繁に現れる..** Figure 185のパターンの対称性を保つ操作を揚げることができるか ?

Challenge 448 s
Challenge 450 s
Ref 511

## 表現

Figure 185 に示すような対称的に構成された系を見ると，その各部分，たとえば，各赤斑は同じ模様の集合に属していることがわかる．これを多重項とよぶ．全体として考えれば，多重項は (少なくとも) 系全体の多重性を担っている．Figure 185 の色の班についていえば，4 種の色が全体の多重項を作り上げているのに対し，他のもの，例えば，中央の星型については，2 種類，または，たった1種類だけの形から構成されている．実際，対称系の各部分はどのタイプの多重項に属するかで分類される．

ここで二つ考えておかなければならないことがある．自然に存在するすべての対称性を見つけることは必要なのだが，それ以外に，私たちの冒険の途中で目にする自然界のあらゆる部分で多重項を見極める必要がある．自然界の最小部品，素粒子に対しは，とりわけ，これを行う必要がある．

---

* The term ‘群’ という言葉はエヴァリスト・ガロア (Evariste Galois) (b. 1811 ブール＝ラ＝レーヌ, d. 1832 パリ) によるもので, 群の構造はソーオーギュスタン＝ルイ・コーシー (Augustin-Louis Cauchy) (b. 1789 パリ, d. 1857 ソー), 公理的定義はアーサー・ケイリー (Arthur Cayley) (b. 1821 リッチモンド, d. 1895 ケンブリッジ)による.

** 原理的に, 数学の群は対称群である必要はないが, 全ての群は数学的空間上で定義される変換群と見ることができることが証明されているので, 数学においては, ‘対称群’ と ‘群’ という言葉はほとんど同じ意味でつかことができる.

群の連接操作が可換なとき, つまり, 元 $a$ と $b$ のすべての対に対し $a \circ b = b \circ a$ が成り立つとき, その群はアーベリアンであるという. 回転はアーベル群か?

Challenge 449 e

群 $G$ の部分集合 $G_1 \subset G$ 自身も群である. このような群を部分群とよび, しばしば, 簡単に, $G$ は $G_1$ より大きいとか, $G$ は $G_1$ より対称性が高い群であると言うこともある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

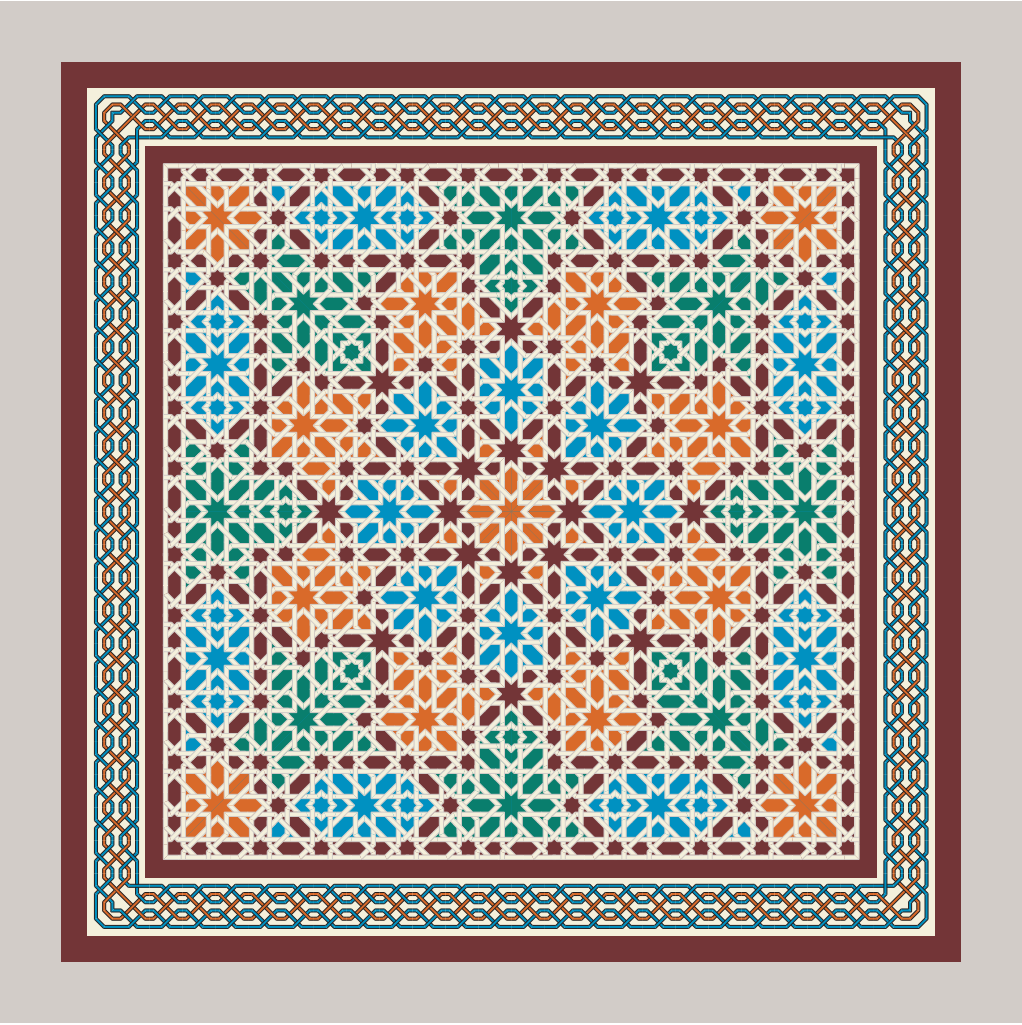


FIGURE 185 セルビアの知事宮殿のスペイン-アラブ風装飾品 (© Christoph Schiller).

多重項とはすべての対称変換下で互いに変換しあう部分集合をいう. 数学者は抽象的な多重項を表現とよぶことがある. 或る元がどの多重項, または, どの表現に属しているかを示すことで, どういう風に, その元が全体の系の一部になっているかをあらわせる. このような分類がどのようにされているかを見てみよう.

数学の言葉では, 対称変換はしばしば行列で表される. たとえば, 平面内における対角線に対する反転は行列

$$D(\text{refl}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} , \tag{82}$$

で表され, 行列 $D(\text{refl})$ を各点 $(x \exists y)$ に乗じるとその点は $(y \exists x)$ に変換される. このように, 数学者にとって, 対称群 $G$ の表現とは, 群の元 $a$ に行列 $D(a)$ を割り当て, 2つの元 $a$ と $b$ の連接表現がそれ

Challenge 451 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ぞれの元の表現 $D$ の積になるようにすることである:

$$D(a \circ b) = D(a)D(b) \,. \tag{83}$$

たとえば, 式 (82) の行列を, 他の対称操作の行列と一緒に用いても, もとのこの性質は保たれている.*

どの対称群においても, 可能な表現をすべて構築, 分類するのは重要な仕事である. この仕事はひとつの対称系を作りあげることができるすべての多重項を分類することに対応する. したがって, Figure 185 に示されるすべての多重項と部分の分類がわかれば, 物体や運動の例を構成する可能性のある全ての部分をどう分類したらいいかもわかる!

すべての行列 $D(a)$ がユニタリーなら, 表現 $D$ もユニタリーであるという.** 物理で登場する表現は, 一部の例外を除いて, ほとんどユニタリーである. ユニタリー性はもっとも制限が厳しく, 対応する変換は一対一で乗法的な逆元をもつ. これはある観測者は他の見方ができないことを意味し, 従って, 第一の観測者が別の第二の観測者に対し話ができる時には, 必ず, 第二の観測者は第一の観測者に話ができる. ユニタリーは自然の系における表現の持つの自然の性質である.

多重項, つまり, 表現の決定的で重要な性質は構造に関連している. 多重項が部分多重項から作られていると見なせる場合, 可約であるといい, 見なせない場合は既約であるという. 表現についても同様の言い方がされる. 既約表現の場合はそれ以上分解することはできない. たとえば, 普通, $D_4$ とよばれている (ほとんど完全な) 対称群Figure 185 は 8 個の元をもっている. 一般の忠実なユニタリー既約行列 representation

Challenge 452 e

$$\begin{pmatrix} \cos n\pi/2 & -\sin n\pi/2 \\ \sin n\pi/2 & \cos n\pi/2 \end{pmatrix} \quad n = 0..3 \exists \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \exists \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \exists \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \exists \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{85}$$

* 表現に対する自明だが重要な付帯条件がある: 行列 $D(a)$ は可逆, 正則でなければならず, $G$ の恒等操作は単位行列に写像されなければならない. 一言でいえば, 表現は, $G$ から正則または可逆行列へ準同型である. 行列式 $\det D$ がゼロでなければ, 行列 $D$ は可逆である.

一般に, ある群 $G$ から別の群 $G'$ の写像 $f$ が,

$$f(a \circ_G b) = f(a) \circ_{G'} f(b) \,, \tag{84}$$

を満足するなら, 写像 $f$ は準同型であるという. 一対一 (単射)かつ(全射)の準同型写像を同型写像という. 表現も単射なら, その表現は忠実, 真 または 固有であるという.

群同様, 環や場, 結合多元環のようなもっと複雑な数学構造もそうれに応じたクラスの行列が使用されことがある. 複素数の場の表現は後に登場する.

Vol. IV, page ??

** 行列 $A$ の転置 $A^T$ は要素ごとに $(A^T)_{ik} = A_{ki}$ で定義される. 行列 $A$ の複素共役 $A^*$ は $(A^*)_{ik} = (A_{ik})^*$ で定義される. 行列 $A$ の随伴 $A^\dagger$ は $A^\dagger = (A^T)^*$ で定義される. ある行列が $A^T = A$ なら, その行列は対称であるといい, $A^T = A^{-1}$である行列を直交行列といい, $A^\dagger = A$ である行列をエルミート行列, または, 自己随伴行列 (物理の応用では二つは同義語である)といい (エルミート行列は実数の固有値を持つ), $A^\dagger = A^{-1}$ ならユニタリー行列という. ユニタリー行列はノルム1の固有値を持つ. ユニタリー行列倍することは1対1対応になる. 物理系の時間進展はある時間から他の時間への写像なので, 物理系の発展はいつもユニタリー行列で記述される.

反対称行列または歪対称行列は $A^T = -A$ で, 反エルミート行列は $A^\dagger = -A$ そして反ユニタリー行列は $A^\dagger = -A^{-1}$ で定義される. これに対応する写像はすべて一対一写像である.

$\det A = 0$なら, 行列は特異的で, これに対応するベクトル変換は一対一でない.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

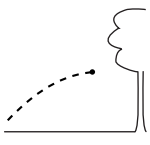


TABLE 35 装飾品や花や自然全体の対称性の間の対応付け.

| 系 | スペイン-アラブ風模様 | 花 | 運動 |
|---|---|---|---|
| 構造と元 | リボンと班模様の組 | 花弁と茎の組 | 運動経路と観測可能量 |
| **系の対称性** | 模様の対称性 | 花の対称性 | ラグランジアンの対称性 |
| 対称群の数学的記述 | $D_4$ | $C_5$ | ガリレイ相対性における位置, 方向, 瞬間と速度変化 |
| 不変量 | 多重項の元の数 | 花弁数 | 座標数, スカラー, ベクトル, テンソルの大きさ |
| **元の表現** | 元の多重項のタイプ | 元の多重項のタイプ | スカラーやベクトルを含むテンソル |
| 大部分の対称性表現 | 一重項 | 回転対称を持つ部分 | スカラー |
| 最も単純な忠実表現 | 四重項 | 五重項 | ベクトル |
| 最も対称性の低い表現 | 四重項 | 五重項 | 制限なし (無限階のテンソル) |

である. この表現は八重項である. 群 $D_4$ の可能な既約表現には, 一重項, 二重項および四重項も含まれている. それらをすべて見つけられるか? これらの表現を用いると図に現れている色の班のみならず白黒のリボンのすべてを分類することができる. もっとも対称的な元は一重項で, 対称性の最も低いのは四重項の要素である.

Challenge 453 e

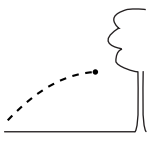
これらの概念を用いることで, もっと良い精度で運動系や移動系について議論をできるようになった.

## 対称性, 運動とガリレイ物理

日常, 経験的に, 私たちは互いに運動のことについて語り合えることを知っている. だから, それを記述する不変量を見つけられるにちがいない. その記述とは変化を表す作用であるとすでにわかっている. たとえば, マッチに火をつけることは一つの変化ある. マッチに火をつける場所がどこであろうと, どちら向きマッチを擦ろうと, 今日擦ろうと, 明日擦ろうと, その変化の大きさは同じである. 実際, (ガリレイ的)作用は, 各静止観測者にとっては同じ数値になり, 観測者の方向やいつ観測をおこなったかには関係しない.

Figure 185 に示したアラブ風模様の対称性から, 建築構造のブロックにあたる多重項, すなわち表現のリストを引き出すことが可能である. 同様のアプローチは運動系についても行えるはずである. その方法をあらわしたのがTable 35である. アラブ風模様の場合には, さまざまな視点で模様を見ることで, リボンを一重項, 二重項などに分類していった. 運動系では, リボンにあたる構造ブロックは(物理的)観測可能量になる. 自然を様々な視点から見てゆくと対称的であることがわかち, それをもとにあらゆる観測量を

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



分類することができる. この分類には, あらゆる視点の変換のリストをとりあげ, それらの表現についてのリストを導き出すことがひつようになる.

日常的な世界では, 観測位置, 観測方向, 観測時間が変わっても, その世界が変わるわけではない. これを, 空間の平行移動についての不変性, 空間の回転についての不変性, 時間の平行移動についての不変性ということもできる. これらの変換はアラブ風模様の変換とは次の2つの点で異なっている. 一つは連続であること, もう一つは非有界であることだ. 結果的に, これらの表現は一般的に連続的に変化し境界がない. つまり, 表現は量すなわち強度である. いいかえると, 観測量は数で構成されている. このことから, 運動の記述はどんなものでも数でなければいけない理由がわかる.*

観測者は向きを変えることができるので, 表現は方向を持つ数学量になるだろう.

## 熱と可逆性についての楽しみとチャレンジ

夏になると, 空気の温度は時計で簡単に測定できる. 多くのコオロギのなく割合は温度に依存するからである. たとえば, 米国によくいるある種のコオ
Ref. 306 ロギでは, 8秒間の鳴き声の回数に4を加えると, 摂氏での空気の温度になる.

* *

空気を圧縮すると温度が上昇する. これは, Figure ??に示すような, 発火ポンプやいろんな空気入れで直接わかる. (その動作例は, ウェブページ www.de-monstrare.nlを参照してください.)透明な材質の空気ポンプの底にマッチの頭を置いておくと, その上の空気が圧縮されると簡単に発火する. 圧縮された空気の温度は, マッチが瞬時に発火するほど温度が高いということである.

* *

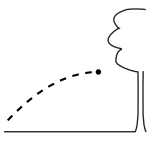
逆向きに走るという面白いスポーツがある. 2006年の世界の記録が www.recordholders.org/en/list/backwards-running.htmlに掲載されている. これらの記
Challenge 455 e 録が前向きに走ったあなたの記録とくらべとんでもなく速いことに驚かされるでしょう.

* *

熱が, 本当に, 乱された原子であるとしたら, 大きな問題が生じる. 二個の原子が小さな距離で正面衝突すると, 原子は両方とも速度を失う. その運動エネルギーはどこに行くのだろう? 明らかに, それはポテンシャルエネルギーに変換される. しかしこのことは, 原子が変形したり, 原子が内部構造を持っていたり, 原理的に壊れる可能性があることを意味している. つまり, 熱が乱された原子の運動であるなら, 原子を見ることはできない! 19世紀, 熱は原子の運動ではなく, ある種の流体であることをしめすめに, この議論が推し進められた. しかし, 熱というのは, 実際, 運動エネルギーであることがわかっているので, 原子 (atom) は見ることができない'という

* ベクトルや高次のテンソルとちがい, +1 や −1だけといった不連続な値だけの集合を量としてとれるのはスカラーだけである. つまり, スカラーだけが, 不連続な観測可能量になることができる.
Challenge 454 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



意味を持つ言葉であるにもかかわらず，見ることがでできる．これを示すのに高価な実験は不要である．私たちの探検の中でこのことについての発見があるだろう．

Vol. IV, page ??

＊＊

卵を料理するのにどのくらいの時間がかかるだろうか? この問題は詳細に調べられてきたのだが，もちろん，この時間は，どんな卵料理がほしいのか，卵がどの位の大きさなのか，冷蔵庫から取り出されたばかりのものなのかに依存する．ともかく，こんなものにも調理時間を計算するための公式が存在するのだ! 卵白は 62° で固まり始め，黄身は 65°で固まり始める．いちばんおいしい固ゆで卵は 69° で，半固ゆで卵は 65° で，半熟卵は 63° で作ることができる．100° で(長時間)卵を料理すると白身はゴムのような粘度に，黄身は緑色の表面になり，味も悪くなる．これは高温のため匂いのする $H_2S$ が形成されるからであり，これは鉄と結びつき，緑の FeS が作られる．温度が制御できると，時間はあまり関係ない．卵を 65° で 10 分間料理するのと，10 時間料理するので，結果は同じである．

Ref. 307

＊＊

卵の白身だけを固めて，黄身は液体のままにしておく卵調理は簡単である．その反対は可能か? 研究者は黄身が中央にあるようにするにはどう調理したらいいかを示した．その方法を想像できるか?

Challenge 456 s
Challenge 457 e

＊＊

1912年，エミール・ボレル (Emile Borel) は，シリウス上の 1 グラムの物質が 1 センチ動いたら，地球上の重力場に与える影響はほんの少しだけだろうといった．しかし、この小さな変化は気体中の分子の1秒後の径路を計算できなくしてしまうのに十分な量である．

＊＊

温度が上昇すると気体ばかりでなくその他の物質も膨張する．その結果，鉄塔の電線は冬より夏の方が低く垂れ下がっているというのは本当か?

Challenge 458 s

＊＊

次の問題は，フェルミが出した有名な問題である．人は死後4時間後温度が下がることを考えると，一日あたりの食事で最低どのくらいのカロリーが必要か?

Ref. 309
Challenge 459 ny

＊＊

熱運動によるエネルギーは無視できない．音速で運動する 1 gの弾丸の運動エネルギーはたった 0.04 kJ= 0.01 kcalである．そのうち，熱エネルギーはどのくらいか?

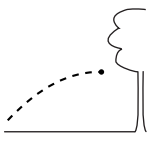
Challenge 460 e

＊＊

典型的な大きさの1500 $m^3$の熱気球はどのように動いているのか?

Challenge 461 s

＊＊



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

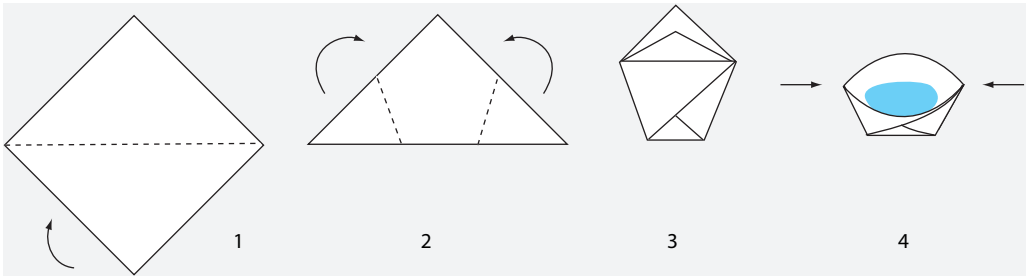



FIGURE 186 この紙コップの水を沸騰させられるか?

このテキストがつまらないと思うなら，こうしたらどうだろう．この紙を使い，Figure 186のように紙コップを作り，直火でこのコップの中の水を沸騰させる．ただ，成功させるには少し注意が必要である．いったいそれは何かわかるか? Challenge 462 s

* *

0°Cの水1 kgと100°Cの水1 kgを混ぜて，50°Cの水2 kgにする．0°Cの氷1 kgと100°Cの水1 kgを混ぜるとどうなるか? Challenge 463 s

* *

人が生存できる空気の温度の最高記録は，127°Cである．このテストは，1775年，英国王立協会会長のCharles Blagdenが，何人かの友人と一緒に，その温度の部屋に45分間在室したというものだ．おもしろいのは，彼とその友人が退室した時，一緒に持って入った生ステーキが焼けていた('ウェルダン')．ステーキみたい人も焼きあがらないためにはどういう条件が必要か? Ref. 310 Challenge 464 s

* *

ボルツマン定数 $k$ は本当に自然界最小のエントロピー値か? この時，クリプトン粒子のエントロピーが粒子あたり $0.3k$ の低さになるにはどうなればいいか? その答えは，自由粒子は束縛粒子よりエントロピーが大きいというだところにありそうだ．極限のエントロピー $k$ は，各粒子のばらばらのエントロピーではなく，結晶全体において成り立つ．

* *

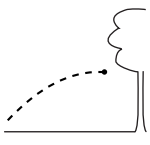
有力な天文学者アンデルス・セルシウス (Anders Celsius) (b. 1701 ウプサラ，d. 1744 ウプサラ) は，もともと，水の氷点を100度に，沸点を0度にしていた．直後，スケールを逆にし，現在の形になった．しかし，話はこればかりではない．ケルビンと摂氏の公式定義を用いると，標準圧力101 325 Paでは，水は99.974°Cで沸騰する．なぜ100°Cでないか説明できるか? Ref. 311 Challenge 465 s

* *

水 $1 \pm 10^{-30}$ kg を正確に容器に満たすことができるか? Challenge 466 s

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



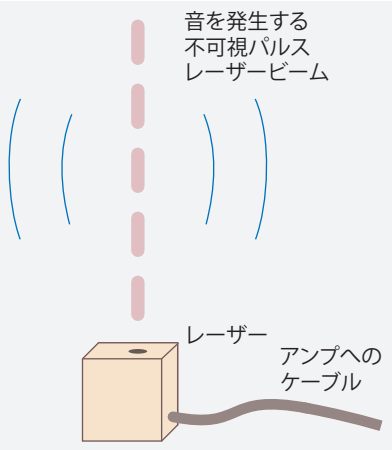



FIGURE 187 目に見えないスピーカー.

バターであろうとヒトの脂肪であろうと，脂肪分1グラムには 38 kJ の化学エネルギー (または，栄養学でおなじみの昔の単位でいえば，9 kcal) が含まれている．これは石油と同じ値である．なぜ，人やバターは石油ほど危険ではないのか?

Challenge 467 s

* *

1992年，オランダの物理学者 Martin van der Mark はレーザーで空気を加熱することで動作するスピーカーを発明した．彼はうまく波長を選び適切な強度変調を行うことで，空気中のレーザービームが音を発することを示した．この装置の基本となる現象を光音響効果とよび，多くの物質で見られる．空気に対する最も適切な波長は，赤外線領域の水蒸気吸収線のどれかである．つまり，適切に変調された赤外レーザービームを空気中で輝かせると音を発する．このような光は天井に隠した小さなマッチ箱サイズの半導体レーザーから放出し、下向きに照らす．音はビームに垂直なすべての方向に向かって生じる．赤外線は，通常，目に見えないので，Martin van der Mark は目に見えないスピーカーを作ったことになる! 不幸にして，現在のもの効率はまだ低いので，スピーカーのパワーとしてはまだ実用的ではない．レーザー技術の進歩が変化をもたらし，空っぽの部屋の真ん中から放出された音を耳にする時がそのうちくるだろう．

* *

有名なテスト問題: 気圧計とロープとメジャーを用いてビルの高さを測るにはどうしたらいいか ? 6 種類の異なった方法を見つけ出せ.

Challenge 468 s

* *

100万回，コイン投げをおこない，ちょうど 500 000 回表が出て，同じ回数裏が出る近似確率はどのくらいか? スターリングの公式 $n! \approx \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$ を用いてこれを計算してもよい.*

Challenge 469 ny

* スターリングの公式も多く改良が加えられている．最も簡単なのが，ゴスパーの公式 $n! \approx \sqrt{(2n+1/3)\pi}(n/e)^n$ である．他には，$\sqrt{2\pi n}(n/e)^n e^{1/(12n+1)} < n! < \sqrt{2\pi n}(n/e)^n e^{1/(12n)}$.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Challenge 470 s 宇宙のエントロピーについて語るのは意味があるか?

* *

Challenge 471 ny ヘリウム風船は, それを満たしたボンベを持ち上げることができるか?

* *

浸透, 拡散, 蒸発, 崩壊といった過程はすべてゆっくりした過程である. これらには特徴的な時間がある. ある時間スケールの (巨視的) 過程は非可逆的であることがわかってきている. これは驚くべきことではない. 何もしないことは何かをすることよりいつも時間がかかるを, 私たちは直感的に理解している. このことも 熱力学第2法則.

* *

情報蓄積においてはエントロピー増加が無視できることがわかっている. しかし, 情報の消去にはエントロピーが必要である. その主な理由は, 脳ばかりでなく, コンピュータにおいても, 消去の機構としてはまったくエネルギーが必要ないとしても, エネルギー源や冷却系が必要なことによるものである.

Ref. 312

* *

When mixing あったかいラム酒と冷えた水を混ぜたとき, 混合によるエントロピー増加と温度差によるエントロピー増加を比べるとどうなるか?

Challenge 472 ny

* *

よくおとぎ話登場するような小人, たとえば大きさ10 mmの人はなぜいないのか? 実際, そのくらいの大きさの温血動物はまったくいない. なぜいないのか?

Challenge 473 s

* *

物体に光を照射し, それを繰りかえしオン・オフすると音を発生する. これを光音響効果いい, 物質の熱膨張によるものである. 光の周波数を変え, その雑音を測定すると, その物質特有の光音響スペクトルが得られる. この方法をもちいると, 空気中にある$10^9$分の1の濃度の気体を検出することができる. 工場から発生する気体を調べるのに, いくつかある方法の中で特にこの方法が使われる. 工場は少量のメタン, アルコール, アセトアルデヒドなどを放出している. 光音響効果を用いると, これらのガスが検出でき, 放出の背景にあるプロセスを理解する手助けになる.

* *

ある都市の空気から数分ですべての酸素が逃げ出し, すべての住人が脂肪する確率はだいたいどのくらいか?

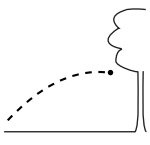
Challenge 474 ny

* *

1リットルの水を海に流し込み, すべての海の全体的にかきまぜ, その混合液を1リットル取ると, その中にもとの原子は何個含まれているか?

Challenge 475 ny

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



* *

Challenge 476 s 密閉性のある部屋ではどのくらの時間呼吸ができるか?

* *

小さな動物では熱損失の問題が大きくなる. 大きさが小さくなると, 体積に対する表面積の比率が大きくなるためである. その結果, 小さな動物は暑い気候の所で見られ, 大きな動物は寒い気候の所で見られる. このことは, クマ, 鳥, ウサギ, 昆虫など多くの動物種に対して成り立っている. 同じ理由から, 小さな生き物は, 体重換算で一日当たり多くの食べ物が必要で, 大きな動物は少ない食べ物ですむ.

* *

Challenge 477 s 砂糖の上に灰をおいて, 全体を燃やすと何が起きるか? (警告: これは危険であり, 子供向きではない.)

* *

エントロピーの計算には驚かされることがよくある. For a system of 1個の粒子で2つの状態を持つ $N$ 個の粒子では $W_{\text{all}} = 2^N$ の状態がある. 各粒子が一方の状態にある確率は半分でもう一方の状態にある確率も半分なので, もっとも起きやすい配列は $W_{\text{max}} = N!/((N/2)!)^2$ となる. いま, 巨視的な粒子系においては通常 $N = 10^{24}$ 個の粒子がある. これから $W_{\text{all}} \gg W_{\text{max}}$ となる. 実際, 前者は後者より $10^{12}$ 倍大きい. 一方, $\ln W_{\text{all}}$ と $\ln W_{\text{max}}$ Challenge 478 ny では最初の 20 桁は同じになる! たとえ, 各状態がそれぞれちょうど半分になる配列が, 比率が変わる一般の場合よりもまれであったとしても, エン Challenge 479 ny トロピーはおなじになる. なぜか?

* *

熱が原子の運動によるものなら, 熱さと寒さに対するビルトインセンサーは Challenge 480 ny 単に運動の検出器である. どのように動作すると考えられるか?

ところで, 匂いと味も空気や液体の中を飛び回る分子の存在を伝えるものだとすると, これらの感覚も運動の検出器と見ることができる. 同意しますか? Challenge 481 e

* *

月には非常に薄いが大気があり, ナトリウム (Na) とカリウム (K) で構成されている. この大気は月面から7か所の半径のところで検出された. 月の大気は太陽からの紫外線輻射により, 月の表面で作られている. 月の大気 Challenge 482 s の濃度を算出できるか?

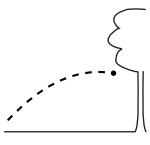
* *

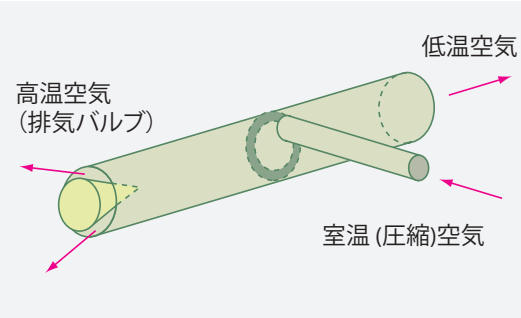
Table ??に物理作用量の一行を追加すること追加することのに意味はあるか? それとも一列か? なぜか? Challenge 483 ny

* *

拡散は長さの尺度になる. 例えば, 昆虫は皮膚を通して酸素を取り入れている. その結果, 昆虫の体の内部というのは表面から1センチ以上の所に

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net





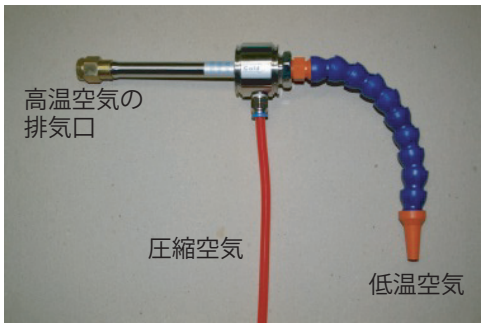




FIGURE 188 ランクヒルシュ渦管の概略図と製品の写真. 長さ約 40 cm で冷却製造工程に使用される (© Coolquip).

形成できない. 拡散過程により決められている自然界の長さの尺度の例を他に あげられるか? Challenge 484 s

* *

多くの昆虫が, 夕方, 背の高い雲のようになるのは暖かい空気が上昇するからである. 多くの昆虫は, 動物の血をさがして, 暖かく湿気のある空気に引き寄せられる.

* *

水銀温度計は 750°C に到達することも可能である. 水銀 は 357°C で沸騰するのになぜこれが可能なの か? Challenge 485 s

* *

無重力状態で燃えているろうそくはどのようになるのか? Challenge 486 s

* *

長い煙突を作ると, 太陽により熱せられた空気はその中を上昇してゆくが, それ でタービンを駆動するような発電所を建設することが可能である. また, 垂直の長い 管を作り, そこをアンモニアのような気体を上昇させると, 冷たい高層大気で液化さ れ, 液体の状態で第二の管を雨のように落下する. それでタービンを駆動すると発電 所になる. ほぼ完全に汚染を伴わないこの図式はなぜ使用されないの か? Challenge 487 s

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

これまで発明された驚くべき装置の一つに，ランクヒルシュ渦管がある．真ん中あたりから室温の圧縮空気をこの管に吹き込むと両端に空気の流れが生じる．片方は温度が極めて低く，簡単に −50°C まで冷やすことができ，もう一方は極めて熱く，200°Cまで温度を上げることができる．内部には駆動部分も加熱装置も入っていない．どのようにして，このような効果が得られるのか?

Challenge 488 s

* *

熱音響エンジン，熱音響ポンプや熱音響冷蔵庫は不思議で魅力的な熱の応用である．例えば，熱を冷たい所から熱い所へ移動させるのに閉じた金属容器内の大きな音を利用することができる．このような装置は運動部分がほとんどないので，将来の実用応用を期待し研究がされている．

Ref. 313

* *

閉じた少数粒子系は熱力学第二法則に矛盾するか?

Challenge 489 s

* *

重力を考慮するとエントロピーはどうなるか? 私たちの議論からは注意深く重力を除いている．実際のところ，重力は多くの新しい問題を持ち込んでくる – このことについて少し考えてみてください．例えば，Jacob Bekenstein は，物質がブラックホールになると最大のエントロピーに到達することを発見した．このことを確認できるか ?

Challenge 490 s

* *

ボルツマン定数 $k = 1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ と組み合わせ$h/ce$ – ここで $h$ はプランク定数，$c$ は光速，$e$ 電子の電荷 – の数値 (単位ではない)はべきと3桁までの数字が一致している．どうすればこれは単なる偶然の一致であると片づけてしまえるか ?

Challenge 491 s

* *

混合はいつも簡単にできるわけではない．Figure 189の実験を水とグリセリンで行うと結果は全く違ったものになる．考えられるか?

Challenge 492 s

* *

服に付いたチューンガムを取るにはどうするか ?

Challenge 493 s

* *

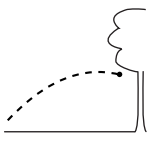
空気は分子で構成されているということを使って，マックスウェルは，一秒間にそれぞれの粒子は 8 077 200 000 回の衝突をしていることを計算した．彼はどのように計算したか?

Challenge 494 ny

* *

原子の存在を証明する議論はあまり知られていない．実際，日常生活の二つのことから原子の存在を証明できる。その二つとは再生と記憶である．なぜか?

Challenge 495 ny



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

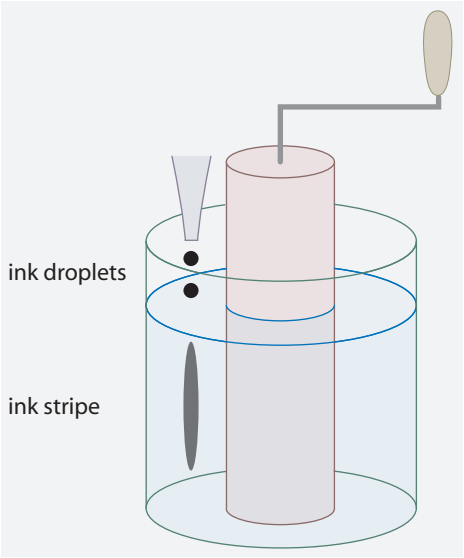



FIGURE 189 内側の円筒を一方向に数回回転し，それから，同じ量だけ反対方向に回転させ戻すと，インクの縞模様はどうなるか?

* *

Challenge 496 s レーザーとスピン系を手掛かりに，負の温度について議論するのはおもしろい．これはあまり理にかなっていないのはなぜ か?

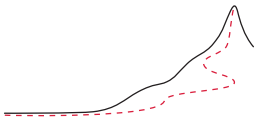
## 熱と時間不変性についてのまとめ

重力相互作用や電気相互作用による微視的運動，つまりは，日常の微視的運動はすべて可逆的であり，このような運動は時間的に逆方向の運動もおこりうる．つまりは，重力や電磁気力による運動は運動の反転に対し対称である，つまり，よく言われるように，‘時間反転’ に対し対称である．

ところが，日常運動は不可逆である．これは日常生活では完全に閉じた系というのがないためである．閉鎖性がないとゆらぎにつながり，ゆらぎは摩擦につながってゆく．つまり，不可逆性とは，巨視系においては可逆運動を起こす確率が極端に低い結果なのである．巨視的な系での不可逆性は微視的な系での可逆性と矛盾するものではない．

このように，日常生活においては，閉じた系のエントロピーはいつも増加する．このことが有名な問題につながってゆく: 生物の進化はエントロピーの増加とどう折り合いをつけているのか? これをみていこう．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



Chapter 10

# 自己組織化とカオス – 複雑さの単純性

> 非線形物理について語ることは, 動物学を
> ゾウ抜きの動物の研究とよぶようなものだ.
> スタニスワフ・ウラム (Stanislaw Ulam)

Ref. 314

Page 220 大域的な運動のリストにおいて自己組織化の研究は一番の見せ場である.自己組織化は秩序が現れたもののことである. 物理学において, 秩序という言葉は, 例えば, 雪片の複雑な対称性のような形状, シマウマの縞や砂の波紋のようなパターン, 歌うときの音の生成のような循環を含んでいる. 周りを見回すと, 私たちが美と呼んでいるものはどんなものも形状, パターン, 循環が組み合わさったものである. (どう思いますか?) 従って, 自己組織化は美の起源についての研究といえる. Table 36 に, 秩序の出現がどの位の周期で私たちの環境を形作っているかを示す.

Ref. 315

Challenge 497 s

TABLE 36 自然界で見られるリズム, パターン, 形状.

| 現象 | 駆動'力' | 復元'力' | 典型的なスケール |
|---|---|---|---|
| 指紋 | 化学反応 | 拡散 | 0.1 mm |
| 時計の刻み | 落下する錘 | 摩擦 | 1 s |
| スティックスリップ不安定性によるチョークの擦れる音 | 運動 | 摩擦 | 600 Hz |
| バイオリン内で発生する音の響き | 弓の運動 | 摩擦 | 600 Hz |
| フルート内で発生する音の響き | 空気の流れ | 乱流 | 400 Hz |
| 線路に対し垂直な列車振動 | 運動 | 摩擦 | 0.3 Hz |
| 滝と噴水の流れに構造 | 水の流れ | 乱流 | 10 cm |
| スコッチテープを剥がすときのぎくしゃく感 | 引っ張る速度 | 貼りつき摩擦 | 0.1 Hz |
| スパゲッティやポリマー繊維製造時の径の振動 | 押し出し速度 | 摩擦 | 10 cm |
| ゆがんだ金属や箔のパターン | 変形 | 剛性 | 厚さに依存する |
| 吹き続ける風による旗のはためき | 空気の流れ | 固さ | 20 cm |
| 蛇口からの滴り | 水の流れ | 表面張力 | 1 Hz |
| ビールコップの不規則性からの泡の流れ | 溶け込んでいるガス圧 | 表面張力 | 0.1 Hz, 1 mm |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 36 (続き) 自然界で見られるリズム, パターン, 形状.

| 現象 | 駆動'力' | 復元'力' | 典型的なスケール |
|---|---|---|---|
| レイリー–ベナール不安定性 | 温度勾配 | 拡散 | 0.1 Hz, 1 mm |
| クエット–テイラー流 | 速度勾配 | 摩擦 | 0.1 Hz, 1 mm |
| ベナール–マランゴニ流, 海波の生成 | 表面張力 | 粘度 | 0.1 Hz, 1 mm |
| カルマン渦, Emmonスポット spots, オズボーンレイノルズ流 | 運動量 | 粘度 | mm から km |
| 車の排気管の規則的なドン音 | 流れ | 圧力共鳴 | 0.3 Hz |
| 規則的な雲の配列 | 流れ | 拡散 | 0.5 km |
| エルニーニョ | 流れ | 拡散 | 5 から 7年 |
| ガラス面のワインの涙 | 表面張力 | 二元混合 | 0.1 Hz, 1 mm |
| 磁場中の強磁性流体表面 | 磁気エネルギー | 重力 | 3 mm |
| 液晶のパターン | 電気エネルギー | 応力 | 1 mm, 3 s |
| 古くなった蛍光灯のちらつき | 電子の流れ | 拡散 | 1 Hz |
| 溶接の表面不安定性 | 電子の流れ | 拡散 | 1 cm |
| トカマクプラズマの不安定性 | 電子の流れ | 不安定性 | 10 s |
| 雪片の生成やその他の樹状突起の成長過程 | 濃度勾配 | 表面拡散 | 10 µm |
| 固化界面のパターン, 例えば $CBr_4$ | エントロピー流 | 1 mm | |
| 金属腐食の周期層 | 密度勾配 | 拡散 | 10 µm |
| 冷間加工による金属硬化 | ひずみ | 転位運動 | 5 µm |
| 陽子照射した金属中の迷路構造 | 粒子流 | 転位運動 | 5 µm |
| レーザー照射した Cd-Se 合金中のパターン | レーザー照射 | 拡散 | 50 µm |
| 疲労した Cu 単結晶内の転位パターンと密度振動 | ひずみ | 転位運動 | 10 µm 100 s |
| レーザー光放出, その周期とカオス状況 | ポンピングエネルギー | 光のロス | 10 ps to 1 ms |
| ある種の電解質表面のレーザー光の回転パターン | 光エネルギー | 拡散 | 1 mm |
| ベロウソフ・ジャボチンスキー反応パターンとそのその周期 | 密度勾配 | 拡散 | 1 mm, 10 s |
| 燃えるロウソクのちらつき | 熱と密度の勾配 | 熱と成分の拡散 | 0.1 s |
| 炭水化物燃焼の際の高温炎と低温炎の規則的な並び | 熱と密度傾斜 | 熱と成分の拡散 | 1 cm |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

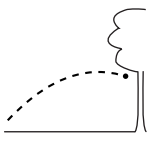


TABLE 36 (続き) 自然界で見られるリズム, パターン, 形状.

| 現象 | 駆動'力' | 復元'力' | 典型的なスケール |
|---|---|---|---|
| マイクからスピーカーへのハウリング | 増幅 | 電気損失 | 1 kHz |
| ラジオ, TV, コンピュータ, 携帯電話などの電気振動 | 電源 | 抵抗損失 | 1 kHz から 30 GHz |
| 間欠泉の周期的な吹き出し | 地熱 | 蒸発 | 10 min |
| 断層での周期地震 | 地殻運動 | 破断 | 1 Ms |
| 玄武岩の六角形状 | 熱 | 熱拡散 | 1 m |
| 乾燥土上の六角形パターン | 規則的な温度変化 | 水の拡散 | 0.5 m |
| セファイド型星などの周期的光度変化 | 原子核融合 | エネルギー放出 | 3 Ms |
| 太陽表面の対流セル | 原子核融合 | エネルギー放出 | 1000 km |
| 地球等の天体の磁場の形成と振動 | 対流と摩擦による電荷分離 | 抵抗損失 | 100 ka |
| しわ | ひずみ | かたさ | 1 mm |
| 動物の毛皮のパターン | 化学成分濃度 | 拡散 | 1 cm |
| 手足や指の成長 | 化学成分濃度 | 拡散 | 1 cm |
| 左側の心臓のような胚形成における対称性の破れ | おそらく, 分子のキラリティと化学成分の濃度 | 拡散 | 1 m |
| 成長時の細胞分化と器官形成 | 化学成分濃度 | 拡散 | 10 µm to 30 m |
| 捕食者と被食者の振動 | 再生 | 飢え | 3 から 17 a |
| 思考 | ニューロン発火 | 熱の散逸 | 1 ms, 100 µm |

## 秩序の出現

自然界で, 秩序の出現は普通に観測される. 特に, 流体では秩序だった多くの現象が現れ, そして, 消えてゆく. 例えば, 燃えてるロウソクの規則的なちらつき, 風による旗のはためき, ビールやシャンパングラスの小さな不規則性からあらわれる規則的なあわの流れ, 水道の蛇口からの規則的または不規則な滴りなどがある. Figure ?? にその他の例, そして, この章にその図を示す. 他にも, 空に現れる雲や規則だったくもの配置などもある. 飛行機での旅行中退屈したら, 窓から見える雲の形やパターン形成の背後にあるメカニズムに思いをはせてみるのも面白い. 典型的には, 雲は 1 から 5 g/m$^3$ の質量をもっているので, 大きな雲になると数千トンの水を含んでいることになる.

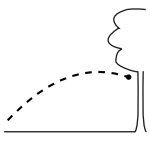
Page ??

Challenge 498 e

他の自己組織化のケースとしては力学的なものがある. これには, 大陸が移動する際の山脈の形成, 地震の発生, ヒトの目尻の笑しわの形成などがある.

すべての成長過程は自己組織化現象である. 秩序の出現は, 女性の体の中の胎児のなかでの細胞分化, トラや熱帯魚やチョウの縞模様の形成, 花弁の

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



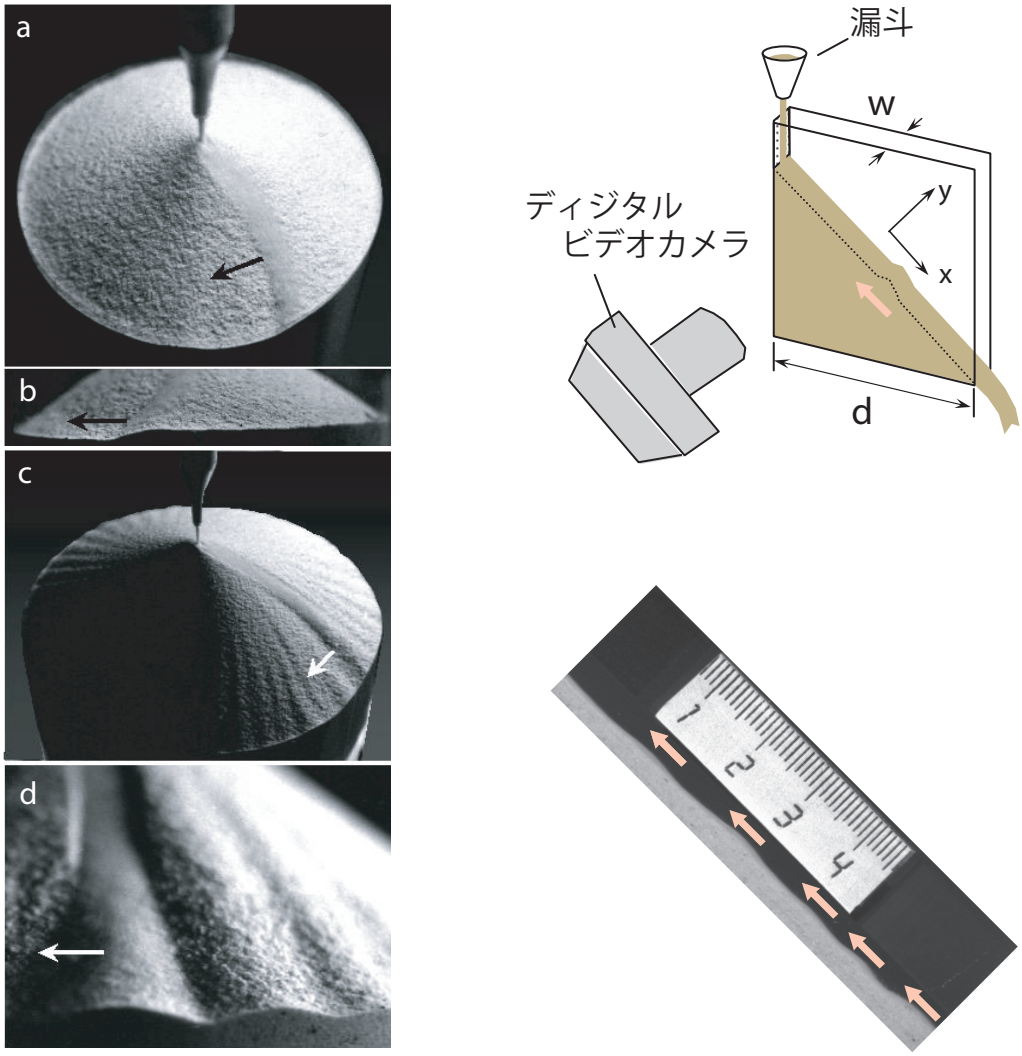



FIGURE 190 砂の自己組織化の例:自発的に出現した時間周期 (a と b), 自発的に出現した周期パターン (b と c), 自発的に出現した空間的時間的パターン, つまり, 孤立波 (右) (© Ernesto Altshuler et al.).

Page 45 対象配置, 生物リズムの形成などにみられる.

歯がどうやって成長するかを考えてみたことがあるか? 実際的に無機物質が上側と下側にきちんと収まるように形作られる. この過程がどのように制御されているかはまだ研究段階である. また, 誕生前後での, 脳内の神経ネットワークの形成は別の自己組織化である. また, 電気信号の変化などが思考の基本とみたとき, その際の物理過程も自己組織化で説明できるはずである.

Vol. III, page ??

生物進化も成長の特別例である. 動物の形状の進化を考えてみよう. ヘビの舌がフォーク状になっているのは, えさとなる生物や同じ種の別のヘビが残した化学物質をたどるためにはその形が有効だからである. (ヘビは舌の助けをかりて匂いを嗅ぐ.) トビトカゲのような飛行する爬虫類の舌には何個の秘密が必要なのだろう?

Ref. 316

Challenge 499 e

ヒトの手の指の数が一定なのも自己組織化の結果である. 花弁の数が一定

Ref. 317

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 37 海や陸地の水平な砂や砂のような表面のパターンとくりかえし.

| パターン/繰り返し | 周期 | 振幅 | 原因 |
|---|---|---|---|
| **Under water** | | | |
| 波紋 | 5 cm | 5 mm | 水の波 |
| 大きな波紋 | 1 m | 0.1 m | 潮汐 |
| 砂波 | 100 to 800 m | 5 m | 潮汐 |
| 砂州 | 2 to 10 km | 2 to 20 m | 潮汐 |
| **In air** | | | |
| 波紋 | 0.1 m | 0.05 m | 風 |
| 鳴砂 | 65 から 110 Hz | 最大 105 dB | 砂丘の風, 砂崩れが起こす砂丘の振動 |
| 道路の波打ち | 0.3 から 0.9 m | 0.05 m | 車輪 |
| スキーのモーグル | 5 から 6 m | 最大1 m | スキーヤー |
| **Elsewhere** | | | |
| 火星面 | 数 km | 数10 m | 風 |

FIGURE 191 道路の波打ち (courtesy David Mays).

Vol. III, page ??

なのも自己組織化によるものかもしれない.

秩序があらわれたりあらわれなかったりするための条件の研究をすすめると, その記述に必要なの共通概念は, 物理系とは無関係な数個だけであることがわかる. このことは数個の単純な例をみるだけでよくわかる.

## 砂における自己組織化

自己組織化は単純な砂の研究で豊富にその姿を現す. 海底の砂床のような波紋がなぜ砂丘でも見られるのだろうか? 急峻な砂山はどのように崩れるのだろうか? 砂時計, ミキサー, 振動容器の中で砂はどんな振舞いをするのだ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 192 振とうブロンズ球によりつくられたオシロン; 水平方向サイズは約2 cm (© Paul Umbanhowar)

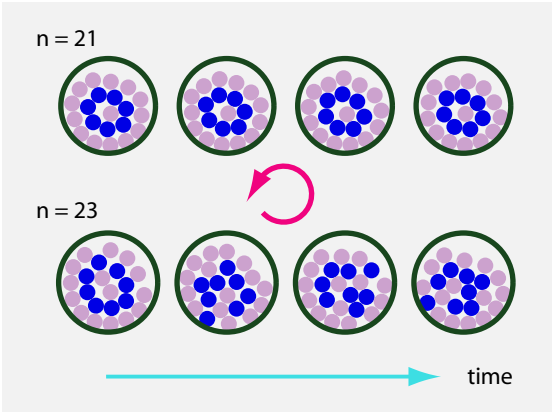



FIGURE 193 魔法数: 皿の中で 21 個の球をくるくる回すと, 23 のような非魔法数の数の球とは異なった振る舞いをする (写真から描いたもの © Karsten Kötter).

ろうか? 結果は驚くべきものである.

砂についての自己組織化についてTable 37 に示す. たとえば, 2006年になって, Ernesto Altshuler とその同僚からなるキューバの研究チーム
Ref. 318 は砂流の上に孤立波を発見した (Figure 190参照). 彼らは, 2002 年に, 同じ図で示すように, 砂杭上に川の回転効果をすでに発見していた. さらに面白いのは, これらの効果はキューバとそれ以外のごくまれな砂だけに見られる. 理由はよくわからない.

Ref. 319 同様に, 1996年, Paul Umbanhowar と彼の仲間は, (直径, 約0.165 mmの) 小さなブロンズ球を複数いれた平らな容器をある周波数で上下に振ると, このブロンズの '砂' の表面に安定な山が作られることを発見した. これをFigure 192 に示す. このオシロンと呼ばれる山はひょっこり現れたり, なくなったりする. オシロンは移動したり互いに相互作用したりする.

ブロンズの砂のオシロンは自然界での一般的作用の単純な例である:

Ref. 320 ▷ 非線形な総合作用をもつ不連続な系は局所的な励起を引き起こす.

このおもしろいトピックは研究が始まったばかりである. いつか, 有機体の成長の理解に関係しそうな結果がえられるかもしれない.

砂は他にもパターン形成過程が多くある.

- 砂と砂糖を混ぜたものを注いで山を作ると, 規則正しい層構造を形成し, その断面はシマウマの縞のようになる.
- 二種類の混合物を筒に入れ, 水平面内で回転させると, その混合物は時間とともに分離する.
- 1 cm の壁で仕切られた二つの区画を持つ入れ物がある. その両方の半分を砂で満たし, 入れ物全体を機械で高速に振る. 時間が経つと, 全て

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 194 自己組織化: 成長する雪片. (QuickTime film © Kenneth Libbrecht)

の砂は自発的に入れ物の半分に集まる.

– 砂の中で人々は, 砂丘の上を風が吹くと '歌う' 様々な砂丘について調べてきた. Ref. 321

– Figure 191に示すような, 車により引き起こされるタールマカダム舗装をしていない道路の波打ち, 洗濯板のような道路も自己組織化の例である. この波打ちのパターンは時間とともに, 交通の向きと反対に動いてゆくことがある. なぜか説明できるか? 上述した動いてゆくスキーのモーグルもこれと同じである. Ref. 322 Challenge 500 s Page ??

実際, 人の行く末は塵にもどるという美しく魅惑的なことを証明している砂や塵のこれらの振舞いは, まったくいやなものではない.

## 球の自己組織化

見事なほど単純で美しい自己組織化の例は, 1999年, Karsten Kötter らにより発見された効果である. 彼らは, 皿の中でぐるぐると回された一組の球の振舞いが, 使用した球の数により変わるということを見つけた. 普通, 全ての球は絶えず混ぜられるのだが, 21などのある '魔法' の数になると安定した環状のパターンが現れ, 外側の球は外側に, 内側の球は内側に留まる. この環は, Figure 193 に示すように, 球に色付けしておくとよくわかる. Ref. 323

## 秩序が現れる条件

自己組織化システムのたくさんの研究により, 自然の理解が多くの点で変わってきた. 第一に, パターンや形状は周期性と類似していることが示された. いずれも運動によるものである. 運動がなければ, 履歴もなく, 秩序もパターンも形状もリズムもない. どんなパターンにも履歴がある. どんなパターンも運動の結果である. その例として, Figure 194 に雪片がどのように成長するかを示す. Ref. 324

第二に, パターン, 形状, リズムは多数の小さな構成物の組織的運動によるものである. 自己の組織化を行う系はいつも複合系で, 協調構造を持っている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

第三に，これらの系は，巨視的な形状変数に対し非線形な発展方程式に従う．線型な系は自己組織化を行わない．

第四に，秩序が現れるか,消えるかは駆動力または駆動過程の強さ，いわゆる，秩序変数に依存する．

最後に，二つの一般的な運動タイプ，すなわち，'駆動' を促すエネルギー追加過程と '散逸' してゆくブレーキ機構が互いに競合するとき，あらゆる秩序や構造が現れる．従って，どの自己組織化でも熱力学が役割を担っている．自己組織化を行う系はいつも散逸系で，平衡からはいつも遠く離れている．駆動と散逸が強さ的に同じオーダーで，系の中心的な振る舞いが駆動作用の線型関数でないとき，秩序は現れてくる.*

## 秩序の様子をあらわす数学

パターン，形状，そして，繰り返しやリズムは，どんなものでも，パターンや形状やリズムの振幅をあらわす観測量 $A$ で記述できる．たとえば，振幅 $A$ は砂のパターンの長さであったり，生物系の化学濃度であったり，出現した音の音圧であったりする..

振幅 $A$ がゼロでない時に秩序は現れてくる．秩序の出現を理解するには，振幅 $A$ の時間的発展を理解することが必要である．秩序の研究から，この振幅が，系の物理メカニズムとは独立に，いつも，発展方程式に従うことを示すことがわかってきた．この驚くべき結論が自己組織化の全分野を統一することになる．

秩序が最初に出現するときの自己組織化を行う系は，パターンの一般的な振幅 $A$ をあらわす方程式は

$$\frac{\partial A(t\exists x)}{\partial t} = \lambda A - \mu|A|^2 A + \kappa \Delta A + \text{higher} \quad \text{orders} . \tag{86}$$

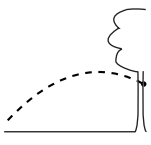
であらわせる．ここで，観測量 $A$ は － 位相効果を記述するために実数であっても，複素数であってもかまわない － ，振動振幅やパターン振幅のような秩序が出現する時に現れる観測可能量である．最初の項 $\lambda A$ は駆動の項で，$\lambda$ は駆動の強さを表すパラメータである．次の項は $A$ についての典型的な非線形項で，$\mu$ その強度をあらわしている．三番目の項，$\kappa \Delta A = \kappa(\partial^2 A/\partial x^2 + \partial^2 A/\partial y^2 + \partial^2 A/\partial z^2)$ は典型的な拡散，つまり散逸をあらわす項である．

私たちは二つの主要な状況を区別して考えることができる．散逸項が重要でない場合 $(\kappa = 0)$，駆動パラメータ $\lambda$ がゼロより大きくなると，ゼロでない振幅の安定なリミットサイクルに収束する時間的振動になることがわかる．散逸項が重要な場合には，式 (86) は，駆動パラメータ $\lambda$ が正になると，空間振動の振幅の現れ方を記述しており，この時，$A = 0$

Challenge 501 ny

* 人の生命の '不思議' をあらわすのに '火', '河' とか '木' という言葉がよく使われる．これらはすべて自己組織化系の例である: これらはすべて多くの自由度を有し，駆動力と制動力が拮抗し，初期条件に非常に依存し，カオスや不規則な動きを示すことがあり，一方，繰り返しや規則的な振る舞いを大体は行う．人や人の生活は全ての点においてこれらのものに似ており，比喩表現として使用できる基本的な素地を備えている．一歩踏み込めば，純粋な美は純粋な自己組織化そのものであると考えることができるかもしれない．美の欠如は，外部からの制動力と駆動力が平衡状態を乱した結果であることがよくある．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



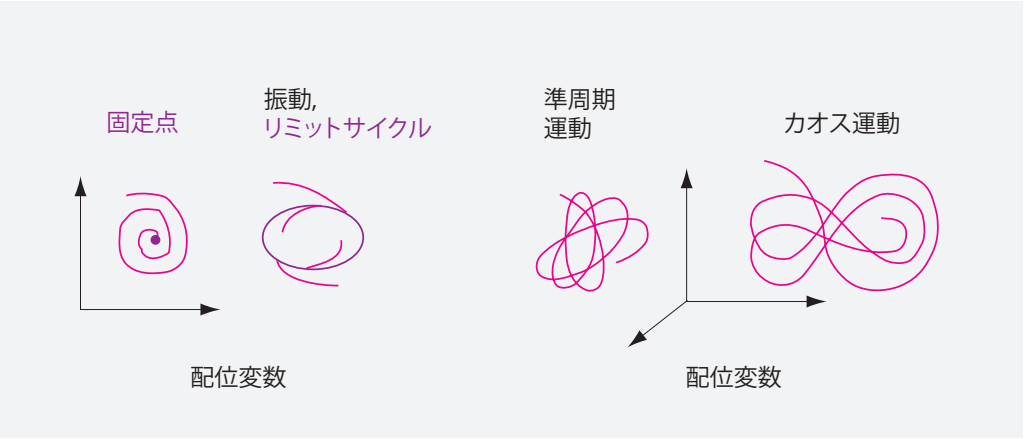



FIGURE 195 配位空間での運動の例.

Challenge 502 ny

の解として, 空間的に不安定になる.

いずれの場合でも, 秩序の開始は分岐とよばれている, なぜなら、駆動パラメータ $\lambda$ がこの臨界値になると, 振幅ゼロの状態, すなわち, 一様 (または, 無秩序)な状態は不安定になり, 秩序のある状態は安定になる. 非線形系では, 秩序は安定である. これが, この分野の主要な概念上の結論である. 式 (86) と多数のその変形を用いると, 螺旋, 波, 六角パターンや位相欠陥からある種の乱流まで多くの現象を記述できる. 研究段階にあるどの物理系でも, 主要な仕事は観測可能量 $A$ とパラメータ $\lambda$, $\mu$, $\kappa$ を根底にある物理過程から引き出すことである.

Ref. 325

まとめると, 秩序の出現は一般になりたつ方程式で記述できる. 自己組織化とは, 基本的に, 簡単なプロセスである. つまり, 美しい物は単純である.

自己組織化は, ほとんど毎週のように新しい結果をもたらす広範な分野である. 新しい研究課題を見つけようとすると, 目を大きく見開いていればいい. 大部分の現象は高度な数学なくしては説明できない. さあ, 見つけ出してみよう!

Challenge 503 e

## カオス

自己組織化を示す系は別のタイプの運動も示すことがある. 自己組織化する系の駆動パラメータがどんどん大きな値になってゆくと, 秩序が不規則になり, 最後には, 普通, カオスになる.

物理学者にとって, $c\aleph_a{}^oT_{\searrow}c$ な運動はもっとも不規則なタイプの運動である.* カオスは自己組織化とは別の物として定義でき, 初期条件としては小さな変化であった系の運動が大きな変化の運動に (時間とともに指数関数的に)発展してゆく. これをFigure 196 に図示する. もっと正確には,

* カオスについては, Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens & Dietmar Saupe, による美しい本 *Chaos and Fractals*, Springer Verlag, 1992. を見てください. ハッとする絵, 必要な数学的背景, この話題を自ら調べることができるコンピュータプログラムがいくつか掲載されている. 'カオス' は古い言葉で, ギリシア神話によると, 最初の神, ガイア, つまり, 地球は, もともと存在していたカオスから生じた. そして, 彼女が他の神や動物や最初のヒトを生み出した.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

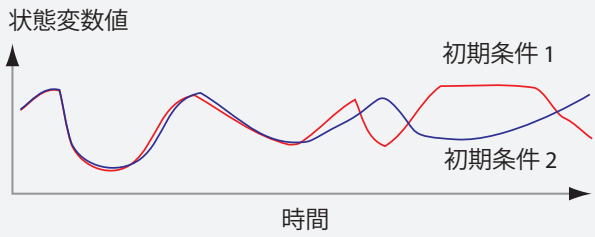



FIGURE 196 初期条件に敏感なカオス.

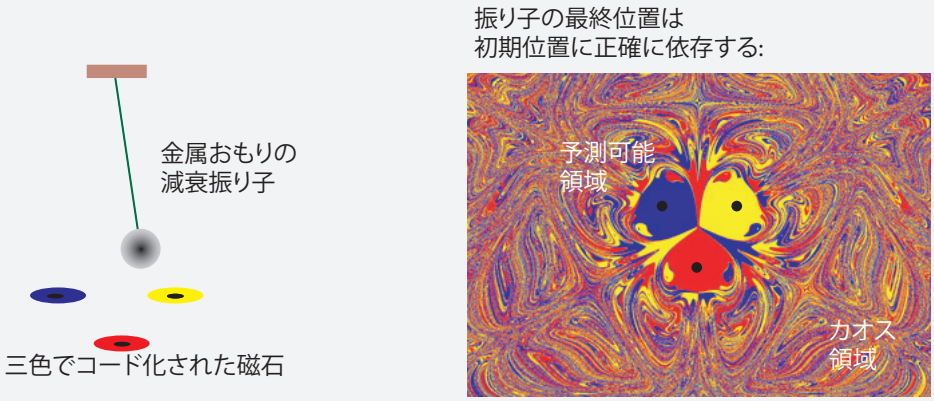



FIGURE 197 単純なカオス系: 三個の磁石の上の金属振り子 (fractal © Paul Nylander).

▷ (物理的な) カオスとは完全に正当な進展の存在する中にあらわれる正のリアプノフ指数であらわされる不規則運動である.

単純なカオス系の例は三個の磁石の上にある減衰振り子である. Figure 197 は, 大きな初期振幅に対し, (三個の磁石位置のまわりの)予測できていた領域がだんだんカオス的状況, つまり, 有効な予測ができない領域に変化してゆく様子を示している. 天気も, 蛇口からの水滴やサイコロの落下などのようなカオス系である. たとえば, 心臓の鼓動が作られる力学の研究によると, 心臓は振動体ではなくて, 不規則な周期をもつカオス系である. これにより, 心臓は, 体が活動を増加させたり減らしたるする必要が生じたとき, 鼓動を変化できるようにたえず備えている. Ref. 326

機械にもカオス運動がある. レール上を走行する列車の運動, ギアのメカニズム, 消防士のホースにもカオスが現れる. ジッポの喫煙ライターの運動を詳しく調べてもカオスの例が多分生じるだろう. Challenge 504 ny カオスについての数学的記述は, 教科書によりまちまちで簡単なものもあれば, 入り組んだものもあるが, ともかく, 重要な研究テーマとして取り組まれている.

ちなみに, いわゆる, バタフライ効果は存在しないことを簡単に示せるか? Challenge 505 s この '効果' についてしばしば新聞に掲載されている. その主張は, 最初の条件として小さな変化だったものが, 非線形効果により大きな効果になるというもので, 蝶の羽ばたきが竜巻を引き起こすなどまことしや

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

かに言われている. 非線形性は, 実際, 外乱の成長を助長するが, バタフライ ‘効果’ は今まで観測されたことはない. 従って, そんなものは存在しない. この ‘効果’ は, 本を売り上げを向上させ, 儲けるためだけに存在している.

無秩序から秩序へ, 準周期性, そしてカオスへのステップは自己組織化の例である. これらの運動は, Figure 195に示すように, これらの運動は多くの流体系で観測されている. これを研究することで, いつか, 乱流の不思議さをもっと深く理解できるようになるだろう. この話題は魅力的だが, 運動の不思議を解読することにはつながらないので, 私たちはこれ以上踏み込むことはしない.

Ref. 327

## 出現

> “論理学者は、一滴の水から大西洋やナイアガラを予測できるかもしれない.”
> アーサー・コナン・ドイル (Arthur Conan Doyle), 緋色の研究

自己組織化はもっと一般的な理由から興味がもたれている. しばしば言われるのが, 観測から, 自然界のパターンや法則を定式化できるからといって, これらの法則からあらゆる観測を予測する能力があるとは言えるわけではない. この見方からすると, いわゆる, ‘出現’ する性質, つまり, 複雑な系でみられるいくつかの性質というのは, それを構成する部分や相互作用から導きだすことのできない何か新しい物である. (この見方についての観念的な背景は明らかで, 決定論に対抗しようとする最近の動きである.) 自己組織化の研究ははっきりとこの論争に解決策を見出してきている. 水分子の性質はナイアガラの滝を予測しているのだ.* 同様に, シグナル分子の拡散が, 完全なヒトの中のたった一個の細胞の成長を決定づけている. 特に, 協働現象により, 腕や足が形成される場所が決められている, また, ヒトの体が(ほぼ)左右対称になるように決められているし, 網膜内の細胞と脳が配線される時, 結合がこんがらがらないようなったり, シマウマとヒョウの毛皮に縞模様を説明できるというふうに例をあげると暇がない. 同様に, 心臓の鼓動などの周期運動を起こすメカニズムが解読される. 協働流体現象のいくつかも分子レベルまで下ってシミュレーションされている.

Ref. 329

自己組織化は, 任意の種類の複雑な系の振舞いを原理的に予測できる一般原理をもたらす. 現在, これがこの世でもっとも複雑な系であるヒトの脳に適用されつつある. 体の運動の調和をとるために脳がどのように学習し, 目の像から情報をどのように抽出するかの詳細は懸命に調べられている. この領域で現在進行している仕事は魅力的である. (自己組織化で無視されているのが笑いであり, ユーモアである.) もし科学者になりたいと思っているなら, この道をかんがえてみたらどうだろう.

Ref. 330

Challenge 506 e

自己組織化の研究は, J. Offrey de la Mettrie が, 1748年に, 有名な本 *L'homme machine* で述べたこと, つまり, 人は複雑な機械であることを検証する結論を出した. 昔, 複雑な系の理解が欠如して

* ナイアガラの滝のミニ版ともいえる水道の蛇口からの滴りは,非周期的ともいえるカオス的な水滴の落下のような広範な協働現象である. 水の流れ出る割合が適正であればこれが起きることを自分自身で確かめられるであろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

いたのは，運動についての教育内容が，このハイキングと同じように，単純な系の運動に限定されていたためである．自己組織化の考え方により，私たちは，有機体が機能し成長する間に起きることを理解し記述できるようになった．

自己組織化というテーマが魅力的な洞察あたえ，これからも長年研究されるとしても，私たちは話をここで閉じ，私たちの冒険である運動の基本についての話を続ける．

> Ich sage euch: man muss noch Chaos in sich haben, um einen tanzenden Stern gebären zu können. Ich sage euch: ihr habt noch Chaos in euch.*
>
> Friedrich Nietzsche, *Also sprach Zarathustra*.

## 自己組織化の楽しみとチャレンジ

つららは，Figure 198 に示すように，表面は波打っており，その頂点と頂点は約 1 cm の間隔を持っている．この距離は水の流れと表面の冷え具合のの相互関係で決まる．どのように決まるのか? (実は，鍾乳石ではこのような現象は見られない.)

Ref. 331
Challenge 507 ny

* *

水道の蛇口から細い水が流れ出る時，その流れに指を差し入れると，Figure 199 のように，波打った形になる．なぜか ?

Challenge 508 ny

* *

砂の研究では*granular temperature*の考え方を使うと便利なことがよくある．この量はある砂の領域がどのくらい速く動くかを表している．この分野の研究はまだ盛んにおこなわれている．

* *

四角い口から水が出ると，Figure 200 のように，その流れは三つ編み形状になる．この現象は慣性と表面張力の間の相互関係と競合関係の結果である: 慣性は流れを拡げようとし，一方で，表面張力が狭めようとする．ある狭まったところから次の狭まったところまでの距離がどの位になるかが研究の対象になっている．

Ref. 332

自由大気，つまり，板のない所でこの実験を行うと，普通，さらに別の現象が観測される．狭まった状態の所で水の流れの非対称性により生じる対掌性の三つ編みが存在するのが観測される．この現象をトイレで見ることがあるかもしれない! 科学的好奇心には際限がない: あなたのは右巻きですか，それとも左巻き，それとも両方? 毎日ですか?

Challenge 509 e

* *

ワインをグラスの中で回し動きがおさまると，ガラスの内壁をワインが少しだけ円弧を描いて流れ落ちる．なぜそんな形になるか一言で説明できるか?

Challenge 510 ny

* '私はあなたに言う：踊る星を生み出すには自分の中に混沌を持っていなければならない. 私はあなたに言う:あなたはまだ自分の中に混沌を持っている.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

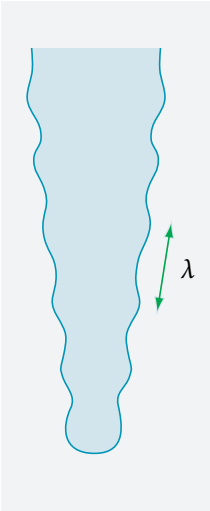



FIGURE 198 つらら表面のしわ.

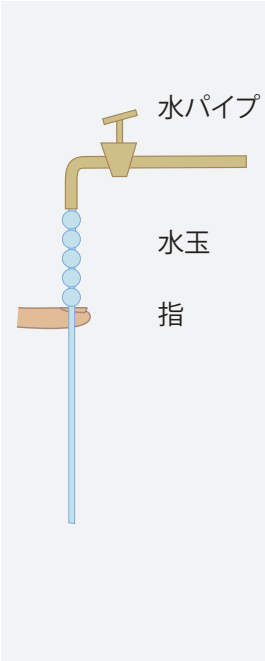



FIGURE 199 水玉噴水.

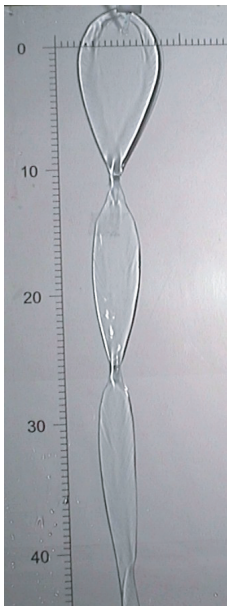



FIGURE 200 網状水路 (© Vakhtang Putkaradze).

* *

Challenge 511 ny 通りに沿って駐車した車の平均間隔は　時間的にどう変わるか?　車が出入りする割合は一定と仮定してかんがえてよい.

* *

秩序出現の有名な例としてベロウソフ・ジャボチンスキー反応 (*Belousov-*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 201 ベロウソフ・ジャボチンスキー反応: 液体が, 時間周期的にそして空間周期的に, 色を変える (© Yamaguchi University).

*Zhabotinski reaction)* がある. この化学混合物は空間的にも時間的パターンを自発的に作り出す. Figure 201 に示すように, 薄層はゆっくりと回転する渦巻きパターンを形成し, 大きな回転体積が2色で色を変えながら前後に振動する. 美しい動画を www.uni-r.de/Fakultaeten/nat_Fak_IV/Organische_Chemie/Didaktik/Keusch/D-oscill-d.htm で見ることができる. この反応の説明により, 1997年, イリヤ・プリゴジン (Ilya Prigogine) はノーベル化学賞を受賞した.

* *

Gerhard Müllerは固体の中で自己組織化を観測する単純で美しい方法を見つけ出した. 彼はまた, 北アイルランドのジャイアンツ・コーズウェーのような玄武岩の六角柱の形成といった有名な地質学プロセスのモデルも作った. 同じようなものが地球の他の場所でも多くみられる. 米粉とかコーンスターチを約半分の量の水と混ぜ, その混合物をフライパンに入れ, 加熱して乾燥させると, 六角柱が形成される. これと玄武岩の構造とは類似性がある. スターチの乾燥と溶岩の冷却とは同じ方程式で表せる拡散プロセスで, 境界条件も同じで, 両方の物質とも冷やすと体積が少し減少するからである.

Ref. 333
Challenge 512 e

* *

パイプ中を流れる水は層流 (なめらか) または乱流 (不規則または乱されている)のどちらかであろう. その移行点はパイプの直径 $d$ と水の速度 $v$ に依存する. 移行は, $\mathrm{Re} = vd/\eta$ で定義されるレイノルズ数が約2000を超えるあたりでおきる. (レイノルズ数は二つの文字で略記するという昔ながらの方法の数少ない物理観測量の一つである.) ここで, $\eta$ は水の動粘性係数で約 $1\,\mathrm{mm}^2/\mathrm{s}$ である. それに対し, 粘性係数は $\mu = \eta\rho$ で定義され, ここで $\rho$ は流体の密度である. レイノルズ数が大きいことは慣性効果と散逸効果の間の比が大きいことを意味し, 乱流をあらわす. 低レイノルズ数はよくある層流である.

Ref. 334

最近の注意ぶかい実験から, 適切に取り扱えば, 最大 $\mathrm{Re} = 100\,000$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

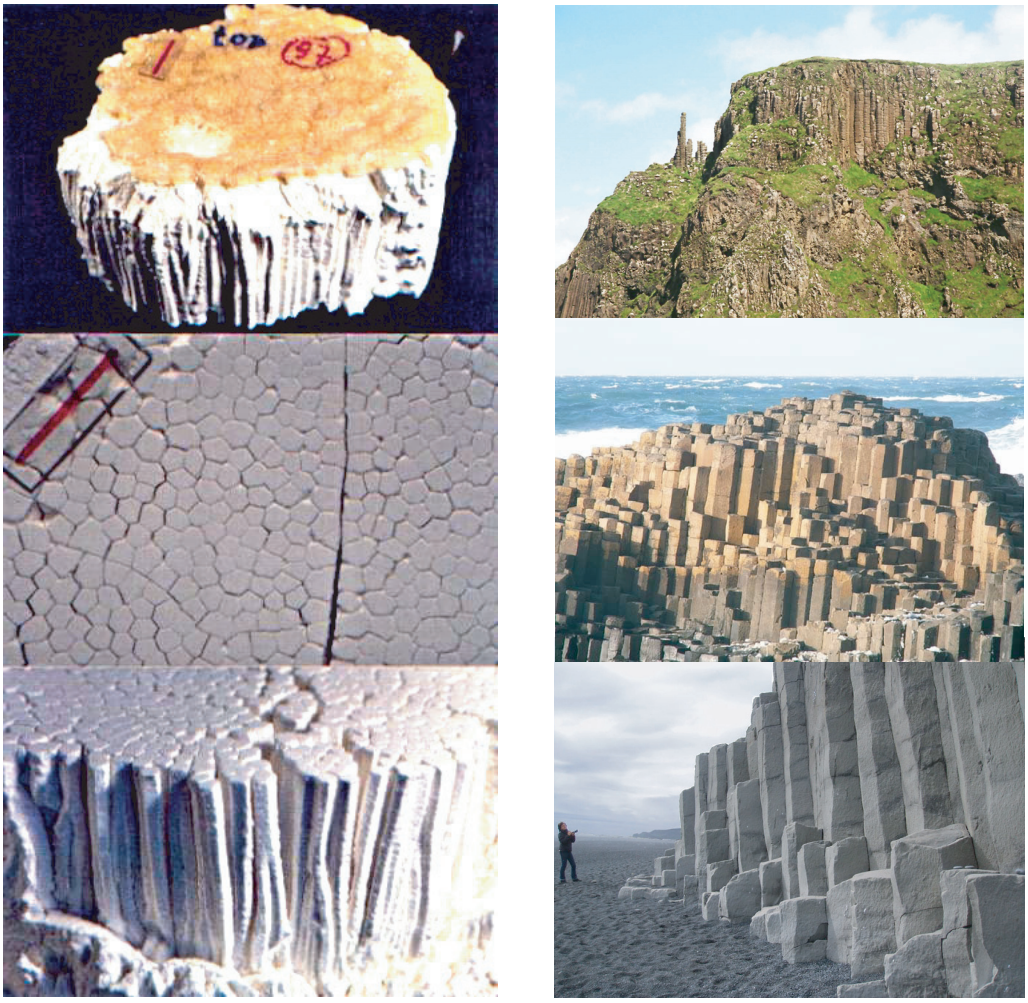


FIGURE 202 有名な一致: 左側, 台所のフライパン上に成長したスターチの六角柱 (赤い線は長さ 1 cm), 左側は, 北アイルランドの溶岩から成長した玄武岩の六角柱 (右上, 約 300 m から, 右中, 約 40 m から) と アイスランドの玄武岩六角柱 (約 30 m から, 右下) (© Gerhard Müller, Raphael Kessler - www.raphaelk.co.uk, Bob Pohlad, および Cédric Hüsler).

まで層流を作り出すことができる.流体の運動方程式, ナビエ・ストークスの方程式の線形解析でも,すべてのレイノルズ数で層流が安定であることが予測されている. この謎 2003年と 2004年に解明されたばかりである. まず, 複雑な数学解析から, 層流はいつも安定ではなく, 長いパイプでの乱流への遷移は進行波で起きることが示された . そして, 2004年, 注意ぶかい実験から, 大きなレイノルズ数で水をパイプ中に流すと, これらの進行波が起きることが示された.

Ref. 335

* *

流体中のさらに美しい自己組織化の写真は serve.me.nus.edu.sg/limtt ウェブサイトで見ることができる.

* *

カオスは単純な (そして複雑な) 電気回路でも観測できる. もし, あな

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

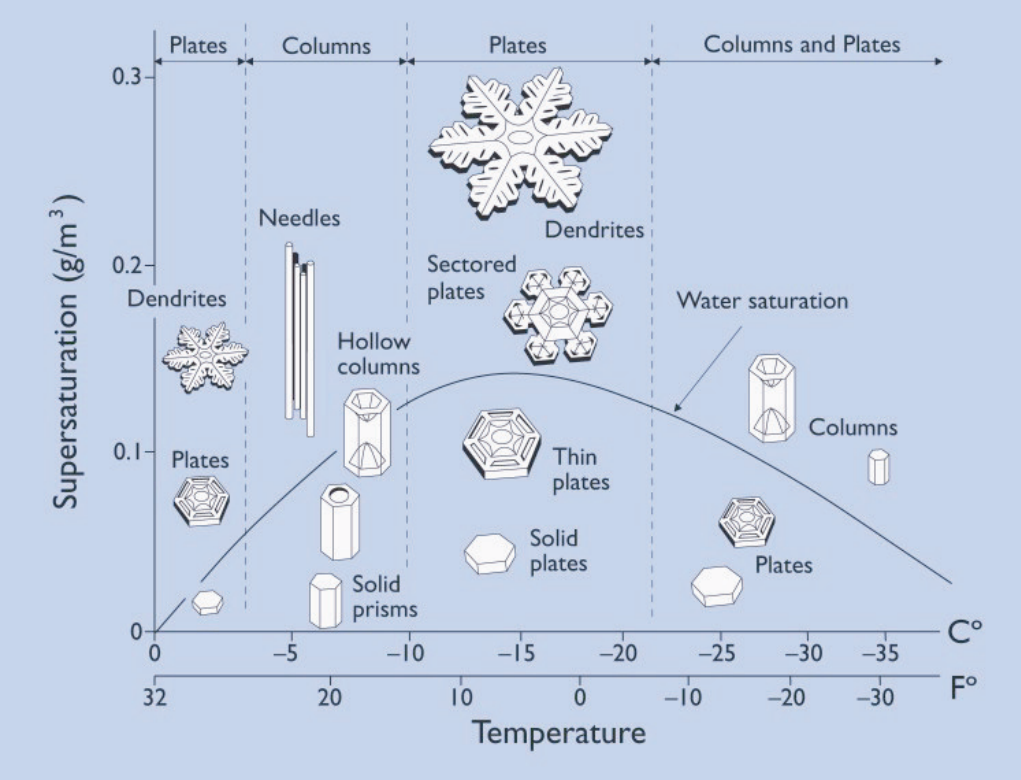



FIGURE 203 雪の結晶の温度と飽和率に対する依存性 (© Kenneth Libbrecht).

たが設計した電気回路が変な動作をするようなときはこの可能性こをチェックしてみてください!

* *

ダンスも自己組織化の一つの例である. このタイプの自己組織化は脳の中で起きている. すべての複雑な動きと同様に, ダンスを学ぶこともチャレンジングな行為になる. 物理をどう学ぶかについて語っている最近の本はダンスのスキルや立ち居振る舞いの優美さを高める助けになる.

* *

博士過程の研究で楽しんでみたいと思いませんか? 科学おもちゃの店に行き, 複雑な動きをするおもちゃをさがしてみなさい. カオス的な動きと出会うチャンスは高い. その動きを調べ論文を書きなさい. 例えば, 極端な所では, ぶら下がったロープの上端を極端に振った時の運動を調べてみなさい. この簡単な系は複雑な振舞いの運動という意味では興味深い.

* *

自己組織化は液体コーンスターチ–水の混合物でも観測できる. www.youtube.com/watch?v=f2XQ97XHjVwの動画を楽しみ, www.youtube.com/watch?v=nq3ZjY0Uf-gにあるこの液体で満たされたプールを歩く人の奇妙な振る舞いも見てください.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

自己組織化の例として雪片と雪の結晶についてすでに述べた. Figure 203 に一般的な関係性を示す. このおもしろいトピックについてもっと知りたいなら, Kenneth Libbrecht によるすばらしいウェブサイト snowcrystals.com を見てください. 雪の結晶についての完全な分類も展開されています.

Ref. 337

* *

メカニズムがこれまでよくわかっていない自己組織化の有名な例がしゃっくりである. 迷走神経が関与していることが知られている. 自己組織化の他の例と同じように, しゃっくりをとめようとするとかなりのエネルギーが必要である. 最近の実験的研究によると, 迷走神経を強く刺激する オルガスムスがしゃっくりをとめる優れた方法であることが示され, この研究者の一人が 2006 年の医学イグノーベル賞を受賞した.

* *

自己組織化の別の重要な例が天気である. 地球上の気候とヒトの生活の質のわかっている関連性を, イデオロギー抜きに, 知りたければ, Reichholfの本をよむといい. 大陸間の気候がどう関連し合い, 気候がここ一千年の間にどのように, また, なぜ変動してきたかが書かれている.

Ref. 338

* *

自己組織化や生物学的進化は熱力学的第二法則と矛盾するのか? もちろんそうではない.

自己組織化する系は, 定義から, 開いた系で, 平衡状態から大きくかけ離れている. このような系に対しては, 一般に, エントロピーを定義することはできず, 熱力学第二法則を適用することはできないできない. しかし, 平衡に近い系に対してはエントロピーを定義できる. このような系では, 熱力学第二法則を修正する必要がある. この時, 自己組織化は矛盾しないが, 実際に, 修正された第二法則から得られることを調べて確認することができる.

とくに, 地球は平衡状態にある閉じた熱力学系ではないので, 進化は熱力学に矛盾しない. これと正反対のことを言う人はペテン師である.

Ref. 339

* *

2015年, 自然界には最大のリアプノフ指数が存在し, いつも,

Ref. 340

$$\lambda \leqslant e\pi \frac{kT}{\hbar} \tag{87}$$

であること三人の物理学者が予測した. ここで $T$ は温度, $k$ はボルツマン定数, そして $\hbar$ は作用量子である. 従って, 無秩序の成長には限りがある.

* *

自己組織化を示す系は発展方程式で調べることのできる最も複雑な系なのだ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

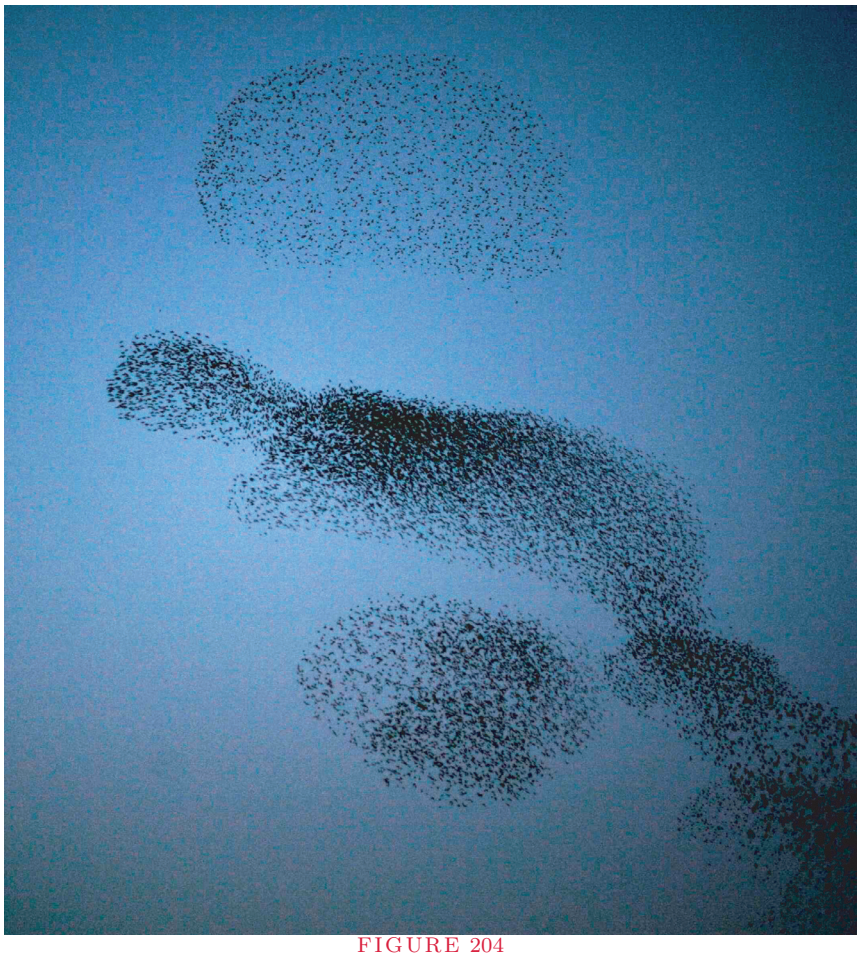


FIGURE 204 ローマを訪れた人が毎秋目にする典型的なムクドリの群れ (© Andrea Cavagna, Physics Today).

ろうか? 答えはノー. 最も複雑な系は多くの相互作用する自己組織化している系の集まった系である. その典型的なものが群れである. Figure 204 に示すような鳥の群れ, 魚や昆虫の群れ, スタジアムやハイウェイの車の中の人の群れなどが広く研究されているところである. その美しさは魅力的である.

Ref. 341

多くの関連し合う自己組織系の他の例としては脳がある. 多くの相互関連性をもつニューロンが私たちの思考をどうやって形成してゆくかは長年にわたって研究者が取り組んでいる. 後の巻でこのことについては説明する.

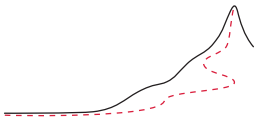
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 自己組織化とカオスのまとめ

パターンや形，　くりかえしとして現れる秩序はエントロピーが減少しているのではなく，　開いた系での駆動のもとになっているものと散逸効果の競争によるものである．　このような秩序の出現は自動的におきることもよくあり，(かなり)簡単な方程式で予測できる．　また，　生物系の成長や生物学的進化は秩序の一例である．

初期条件に対する発展の敏感なカオスは強く駆動される開いた系でよく発生する．　カオスは日常生活の偶然性を基本にしており，　これも簡単な方程式で表せることがよくある．　自然界で生じる複雑性は見かけ上のことである．　運動は単純である．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



Chapter 11

# 物理の限界から運動の限界へ

> 私が知っているのは私は何も知らないということだけである.
> ソクラテス (Socrates), プラトンによる引用

私たちのまわりをとりまいている運動の概念についてこれまで調べてきた. これまで説明された物体や流体の運動を ガリレイ物理とよんでいる. 私たちは日常生活における運動は(予測可能)であることに気付いた. 自然はサプライズや奇跡を生じることはない. 特に, この予測可能性について6つの重要な特長に気が付いた:

1. 日常の運動は連続である. 運動により空間と時間を定義できる定義できる.
2. 日常の運動は, 質量や運動量, エネルギー, 角運動量を保存する. 無から何かが現れることはない.
3. 日常の運動は相対的である. 運動は観測者に依存する.
4. 日常の運動は時間反転可能である. 日常の運動は逆向きにも起こる可能性がある.
5. 日常の運動は鏡面反転に対し対称てある. 日常の運動は鏡面対象のように起きる可能性がある.

最後の性質は最も重要でさらにこれまでの5つのことを含んでいる:

6. **日常の運動は怠惰である.**: 運動は変化, つまり, 物理的作用が小さくなるようにおきる.

自然についてのこのようなガリレイの記述は工業技術の発展を可能にした. 繊維機械や蒸気機関, 内燃モーター, 台所用品, 時計, 子供のおもちゃ, フィットネス機械, 医用装置やこれらの機械とともにもたらされた生活の質の進歩はガリレイ物理の結果によるものである. しかし, これらの成功の一方で, 上述したソクラテスの言葉は依然としてガリレイ物理にあてはまる. つまり, 私たちは依然としてほとんど何も知らないのである. その理由を考えてみよう.

## 古典動力学の研究テーマ

力学や熱力学が誕生してもう数百年が経過しているにもかかわらず, その細かいところでの研究は続いている. たとえば, 既に述べたように, 太陽系が安定なのかどうかについてもまだはっきりしない. 惑星のものすごく先

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

のことについては未知なのである! 一般に, 重力で相互作用しあっている
Ref. 342 少数多体系の性質も数理物理学の研究テーマになっている. 互いに重力で引き合っている物体の系がどのくらいの期間そのままでいられるかという簡単な疑問に取り組むのでもとても骨が折れる. いわゆる, この多体問題の歴史は長い間取り組まれている. 興味深い形で進展はしているが, 最終的な答えは手にしていない.

自己組織化, 非線形発展方程式やカオス運動の方程式の分野でも多くの課題がのこっている. これらの分野における有名な例が, 乱流である. 乱流の精密な記述について熱心に研究されているがまだ解決にいたっていない. この解に対し, 大きな賞が提示されている.

その他, 多くの課題が, 数学者, 物理学者, 化学者, 生物学者, 医学者やその他の自然科学者の研究意欲を高めている. これらの研究課題は別にして, 古典物理学にはまだ未解決の基本問題が残っている.

## 接触とは何か?

> “デモクリトスは, 運動はたった一種類しかなく, それは衝突に続いて起きるといった.”
>
> Simplicius, *Commentary on the Physics of Aristotle*, 42, 10

Ref. 343

古典物理の未解決問題の中で, 接触と衝突の詳細がもっとも差し迫ったも
Page 95 のである. 実際, 質量を衝突時の速度の変化で定義した. しかし, なぜ, 物体はその瞬間に運動を変えるのだろうか? チューインガムで作った二つのボールとステンレスのボールを衝突させた時の違いは何なのだろうか? 接触の瞬間に何が起きるのだろうか?

接触は物質の性質に関係しており, その性質は複雑な形で運動に影響を与える. その複雑さは, 物質の性質の科学が物理の他の分野とは独立に長い時間をかけ進歩させてきたものである. たとえば, (すべての科学の中でもっとも古いと言われている) 冶金学, 化学 や 料理のテクニックは, 20世紀になってようやく運動の性質と関連付けられたが, それまでに, 数千年という長い時間, そのもの独自に追及されてきたのだ. 物質の性質は接触の本質を決定するもので, 質量や接触や運動の考え方を理解するには物体や物質についての知識が必要になる. わたしたちの冒険の量子論を扱う部分でこれらの関係がはっきりするだろう.

## 精度 (Precision) と 正確度 (accuracy)

Ref. 344 精度には, それ自身, 興味をひかれる. 円の周長と直径の比, π の値
Challenge 513 e をあなたは何桁まで暗記していますか? あなたが計算できる π の最大桁数はいくつですか?

長方形の二辺の比がある数値, 例えば, 0.131520091514001315211420010914...
Challenge 514 s のになるよう長方形を描いたり, 切断したりできますか? この数値はある本全体を暗号化したものである. (もっとも簡単な方法は, スペースを 00 に, 文字 ‘a’ を 01 に, ‘b’ を 02 に, ‘c’ を 03 等にコード化することであろう. その本自身にその数字を印刷したらどうだろう?)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 38 最先端の測定における測定誤差の例 (カッコ内の数は最後の数値の1標準偏差). 一部はphysics.nist.gov/constantsから引用した.

| 現象 | 測定 | 精度 / 正確度 |
|---|---|---|
| これまで達成された最も高い精度: 電気磁気モーメントとボーア磁子の比 $\mu_e/\mu_B$ | −1.001 159 652 180 76(24) | $2.6 \cdot 10^{-13}$ |
| 高精度: リュードベリ定数 | 10 973 731.568 539(55) $m^{-1}$ | $5.0 \cdot 10^{-12}$ |
| 高精度: 天文単位 | 149 597 870.691(30) km | $2.0 \cdot 10^{-10}$ |
| 加工精度: 自動車のエンジンの部品の許容誤差 | 1 µm of 20 cm | $5 \cdot 10^{-6}$ |
| 低精度: 重力定数 $G$ | 6.674 28(67) $\cdot 10^{-11}$ $Nm^2/kg^2$ | $1.0 \cdot 10^{-4}$ |
| 日常の精度: 眠りを支配しているヒトの24時間時計 | 15 h to 75 h | 2 |

測定装置の資金予算がほとんど無尽蔵であるとしても, Table 38 のように, なぜこれほど多くの測定結果の精度に限界があるのだろう? これらはすべて精度についての問題である.

私たちがモーションマウンテンに登りはじめたとき, 高く登るほど, 自然を記述する精度が増すことになると説明した. この言い方をもっと精密にするため, 二つの用語の違いをはっきりさせておく:精度 *(precision)*は再現性の程度をあらわし, 正確度 *(accuracy)*は実際の状態の一致の程度ををあらわす. 両方とも測定,* 表現や物理に関係する考え方である.

誤った精度や誤った正確度の使い方も多くある. ある車種モデルの効力係数 $c_w$ が 0.375 であると主張する車のメーカーのことをどう考えるべきでしょう? 車の燃料消費量の世界記録が 2315.473 km/l であるという正式発表はどうでしょう? 住民の 70.3 % がある意見を共有しているという言い方はどうでしょう? 測定誤差の調査からわかる一つのことは, ある結果に対して信頼できる以上の桁数を示してはいけないということである.

Challenge 515 s

Page 300

つまり, 精度にも正確度にも限界がある. 現在のところ, これまで測定された物理量の信頼できる桁数の世界記録は 13 桁である. なぜ, こんなに少ないのか? 何桁までの測定が原理的に可能なのか, なにがそれを決めているのか, どうすればそれを達成できるのかといった疑問に対し, ガリレイ物理は全く答えられない. 私たちの冒険でもこれに対する答えはまだわからない. これらは量子論の範疇にはいる.

私たちの登山でも, 誤った精度を避けながら, 到達できる最大精度と最大正確度を目指している. 従って, 概念も精密で,記述も正確でなければならない. 不正確であるということは理解が欠如していることの証明である. そっけない言い方をすると, 私たちの登山では, '不正確'は 誤りを意味する. 自然の記述の精度と正確度を高めることは, これまで私たちがおかしてきた過ちを捨て去ることを意味する. この問いかけはいくつかの課題を提示する.

* 測定に対しては, 精度も正確度も, page 306で説明されるように, 標準偏差で記述される.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 一冊の本にすべての自然を記述できるか?

> Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.*
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 6.1251

自然のことすべてを記述した完全な物理学の本というのは作れるのだろうか? できるとしたら, その記述にはその本自身について, つまり, 読者や執筆者のような製造に関することや, なにより, その内容についても記述されなければならない. そんな本は作れるのだろうか ? 情報についての考え方からすると, その本は宇宙の中のすべての情報が含まれてなければならないと言えるだろう. そんなことは可能なのだろうか ? どうすればいいかチェックしてみよう.

十分な記述をするため無限の長さの本が必要だとしたら, そんな出版物を作り出すのは明らかにできない. この場合, 自然についての近似的な記述が可能なだけで, 完全な物理の本は作れない.

自然が記述のために有限の量の情報しか要求しない場合には次の二つのケースがある. 一つは宇宙の情報が非常に大きい場合は一つの本にまとめることはできず, やはり, 完全な物理の本は作れない. もう一つは, 宇宙の情報量は有限で, いくつかの短い文章でまとめてしまえる場合である. この場合は, 完全な物理本にすでに記載されてしまった情報に残りの宇宙が追加するものはないだろう.

この疑問に対する答えは, 脳に自然の完全記述を詰め込むことができるかどうかという別の疑問の答えにもなるだろう. 言い換えると, 実際は, 私たちは自然を理解できるかという問いをおこなっているのだ. 私たちは運動を理解するという目的を達成できるのだろうか? 私たちは普通このことを確信している. しかし, 今言ったことは, この宇宙は, 私たちが脳に収められ可能性のあるもの, またはすでに収まっている物以上の情報は持っていないと私たちは信じていることになる. どう思うか ? 後に, この問いについて, この冒険で答えを得ることになるだろう. その時まで, 決断しておいてください.

Vol. III, page ??

Challenge 516 e

## 運動記述についての問題

> Je dis seulement qu'il n'y a point d'espace, où il n'y a point de matière; et que l'espace lui-même n'est point une réalité absolue. **
>
> Leibniz

私たちは自然を単純なやり方で記述した. *Objects*とは時空に中に局所的に永遠に存在する質量をもつものである. 状態は物体の変化してゆく特性をあらわすもので, 空間の中での位置, 時間の中での瞬間, エネルギーや運動量, 回転に相当するもので記述できる. 時間は時計で測定できる事象間

* '従って, 論理に驚きは決して存在しえない.'

** '私が言えるのは, 物質がない所には空間はないということだけである. そして, 空間そのものは絶対的な実在ではない.' ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz)はこのことを, 1716年に, ニュートンの助手であり代弁者のクラークにあてた有名な五番目の手紙の 61 節の中で, すでに述べている. ニュートン, 従って, クラークもこれに反する見方をしていたが, 通常は, ライプニッツが正しかった.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

の関係である. 時計は, 外乱のない運動をしながらその位置が観測できるできる装置である. 空間と位置は物差しで測定できる物体間の関係である. 物差しとは, マーキングにより分割がされている装置で, そのマークは不変で観測できる形に固定されている. 運動は時間 (かける質量) に対する位置の変化である. そして, 運動は決定されており, 驚かないだろうが, (死に至っても) 保存され, 重力やその他の相互作用により引き起こされる.

この記述は実質的に有効に働いているが, 循環定義を含んでいる. それを突き止められるか? Challenge 517 s 運動についての二つの中心的概念のそれぞれがもう一方の助けを借りて定義されている. 物理学者は, この状況に気付かず知りたいとも思わずに, 200年もの間, 古典力学の分野で使ってきた. 科学を信用しないことを指向する哲学者においてすら, それを指摘しなかった. 厳密な科学が循環定義を基礎にすることが可能なのだろうか? Challenge 518 s 答えは明らかにイエスであり, 物理学者はこれまでそれをうまくやってきた. この状況は原理的に避けられないのだろうか?

ガリレイ物理のこの循環定義をしないことが私たちの登山のこれからの目標である. この冒険の最後になってやっとその答えにたどりつくだろう. この解に到達するには, 運動の記述における精度のレベルを本質的に高める必要がある.

精度が上がってくると, 想像する余地が制限されるようになる. 可能と思われる多くの型の運動が実はそうではないことがわかってくるだろう. 運動には制限があるのだ. 自然は速度, サイズ, 加速度, 質量, 力, 仕事率など多くの量に限界を課している. この冒険を読み続けようとするなら, 精度についての思い込みを変える準備をしておいてください. 損はない. 自然の細かい精度の働きを調べてゆくと, どんな考え方より魅力的であるかがわかるだろう.

## なぜ, 測定は可能なのか?

これまでの重力についての記述では, 学校で学ぶのは, または, 学ばないといけないのは, 加速度は $a = GM/r^2$ を通して質量と距離に関係づけられているということである. それがすべて. しかし, この単純さにだまされてはいけない. この記述が正しいかどうかを調べるには長さと時間を測定しなければならない. どんな時計や物差しを使っても, 重力相互作用だけで長さや時間を測定することはできない! このような装置を想像するとがっかりするのは必至である. Challenge 519 s ストップウォッチをスタートしたりストップするには重力以外の何かが絶対に必要である. また, たとえば, テーブルの長さを測定しようとすると, 物差しを手に持ったり他の機械をそばに置く必要がある. ものさしとテーブルをきちんとそろえるの必要な相互作用は重力相互作用ではないのだ.

同じような制限が質量測定にもあてはまる. 重力だけで質量を測定しようとしてみてください. Challenge 520 s どんなスケールや天秤でも, それ以外の相互作用, たとえば, 力学, または, 電磁気学, 光学的相互作用をもちいてその機能を実現している. 同じことが, 速度や角度の測定についてもいえることを確認できますか? Challenge 521 s まとめると, 私たちが使っている方法はなんであれ,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

▷ 速度，長さ，時間や質量を測定するには，重力以外の相互作用が必要である．

私たちが測定できるのは重力以外のものがあるからである．そして，実際に，電荷とか色を理解することが必要である．

つまり，ガリレイ物理では私たちの測定能力を説明できない．実際，測定標準の存在すら説明できない．物体はなぜ固定した長さを持っているのか？なぜ時計は規則的に動くのか？ガリレイ物理はこれらの観測結果を説明できない．このことを突き止めるには相対論と量子物理が必要である．

## 運動には制限はないのか?

ガリレイ物理では，線型運動は永遠に続くであろうことを示唆している．実際，ガリレイ物理では，宇宙は時間的，空間的に無限であることを暗に仮定している．どんな種類の有限性もガリレイの運動記述とは矛盾してしまう．一方，観測から，宇宙は無限でないことが知られている．もし無限なら，夜は暗くならないだろう． Challenge 522 e

ガリレイ物理では速度はどんな値でも取れることが示唆されている．しかし，自然界において，無限大の速度が存在してしまうと，時間列が定義できなくなってしまうだろう．時計はもはや不可能であろう．いいかえると，制限のない速度を許す自然の記述は正確ではない．正確さと測定が制限を要求しているのである．

ガリレイ物理は運動の制限を無視していることから，ガリレイ物理は不正確であり，従って，誤っている．

もっとも高い精度を達成し，運動の正しい記述を見出すには，すべての運動の制限を見つけ出す必要がある．これまでに，私たちはその一つを見出している．自然界には最小エントロピーがある．これから，別のすごい制限の話に移る．エネルギー，物体，信号の速度の制限である．速度制限を見出し，理解するには，次の巻で，エネルギー，物体，信号の現在知られているもっとも速い速度について調べる．つまり，光の速度である．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Appendix A

# 表記と慣習

この本では国際 SI 単位系を使用している. これについては, Appendix B で定義する. 実験結果は通常 2 ケタの精度で引用している. われわれの目的としてはこの程度で十分である. 重要な量については参考として高精度な数値も Appendix B に記載している.合成物理系のその他の高精度な数値については第 V 巻で記載する.

Page 300

Vol. V, page ??

しかし, この巻で登場する情報についてはその他の表記法が使われることもあるので触れておくことも意味があるだろう.

## ラテンアルファベット

Ref. 345

> 苦心せず書かれたものを読んでも, 一般に, 喜びはない.
> サミュエル・ジョンソン (Samuel Johnson)

本はは記号の集まりである. 書くことは, 紀元前 3400 年から 3300 年ころ, メソポタミアのシュメール人により発明されたと考えられている (別の可能性も議論されている). それから約1000年後, 概念ではなく音を表現する記号が使われ始めた. このようにして, 最初のアルファベットが作り出された. これが起きたのが紀元前 2000 と紀元前 1600 年の間の出来事で (おそらくエジプトで) , セム語のアルファベットにつながってゆく. アルファベットの使用は非常に多くの利点があったため, 形は変わっていたが, すべての近隣文化にあっというまに広がった. その結果, セム語のアルファベットは世界で使われているアルファベットの先祖になった.

この本の原本はラテンアルファベットで書かれている. 一見すると,国際音声記号(IPA)や他のアルファベットの発音とちがい, 印刷ではその発音を説明できないようにみえる. しかし, 各文字に対し, 唇や口や舌をどう動かすかを, 必要な所では物理概念を使って文章で書くこと原理的に可能である. 辞書でよく見る発音の記述はこの方法を間接的に使用したものである. それらは発音された言葉や自然の中の音の記憶をもとにしたものである.

歴史的には, ラテンアルファベットは, ギリシアのアルファベットから派生したエトルリア語からきたものである. 主要な二つの形式がある.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

古代ラテンアルファベット,
紀元前6世紀以前から使用:

A B C D E F Z H I K L M N O P Q R S T V X

The 古典ラテンアルファベット,
紀元前2世紀から11世紀まで使用:

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z

アルファベットの文字 G は, 紀元前3世紀, はじめて有料の学校を経営した Spurius Carvilius Ruga により追加された. 彼は文字 C に横線を追加し, 文字 Z の代わりに使った. 新しい文字が加わり文字 Z はラテン語では使わなくなった. 紀元前2世紀, ギリシア征服後, ローマ人はギリシアの言葉を使えるようにするために, それまでのアルファベットの終わりに, ギリシアのアルファベットから文字 Y と Z (そして, 事実上, Z も再導入) 含めた. この古典ラテンアルファベットはその後の千年の間 変わることはなかった.*

この古典ラテンアルファベットはローマ人の征服とともにヨーロッパ, アフリカ, アジアに広がり, その単純さのため, 多くの言語の筆記ツールとして使用され始めた. 現在の 'ラテン' アルファベットのほとんどはその他にもいくつかの文字が追加されている. たとえば, W という文字は 11 世紀にフランスで導入され, その後, ほとんどの, ヨーロッパ言語で使用されている.** 文字 U は15世紀中ごろ, 文字 J はその世紀の終わりに, それまでは V と I で表されていた音を区別するために, それぞれ, イタリアとスペンで導入された. この区別方法が有効であったため, 16世紀には, ほとんどのヨーロッパ言語で共通のものになってしまった. æ や œ は中世が起源である. ドイツ語のアルファベットの 'ss' または 'sz' を縮めて ßと表記するエスツェット, 北欧のアルファベットのÞ または þと表記する*thorn*やÐ または ðと表記する*eth*はフサルク*** や他の記号からとられたものである.

Ref. 346

小文字は古典ラテン語では使われず, 中世のシャルルマーニュ帝以降使用され始めた. ê, ç や ä のようなアクサン記号が最初に使われたの中世で, 小文字が使われたのも, 書き言葉を短くし高価な紙を節約するために導入された.

* ラテン語の話者, 作家について知りたいときは www.alcuinus.net を参照.

** トルコでは, 2008年になっても、もし正式書類で w, q または x の文字を使用すると, これらの文字はクルド語の中にだけ存在しトルコ語にはないということで, 裁判官の前に召喚される. これらの言葉を使用することは 'トルコ的ではない' 態度であり, 法律で処罰できる. この状態に, 物理学の教師はどう対応しているのかは一般的に知られていない.

*** フサルク (*Futhark* または *Futhorc*) とも呼ばれるルーン表記は中世, ゲルマン, アングロサクソン, 北欧諸国で使用されたアルファベットの形体で, エトルリアアルファベットからも派生していると考えられている. フサルクという名前は最初の6文字が f, u, th, a (or o), r, k (or c) であることからそうよばれている. 3番目の文字が上述したようにthornで, 古い英語では, 'Ye Olde Shoppe.'のように'Y'と書かれることもよくある. ルーンアルファベットから, 古い英語では, 'w' の音をあらわすために, *wyn* の文字も使われ, eth についてもすでに述べた. (古い英語で使われたフサルクではない他の文字には, g の古い異形である*yogh*, *ash* とよばれる合字 æ または Æ, *ethel*と呼ばれる œ または Œ がある .)

Ref. 348

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

> Outside a dog, a book is a man's best friend. Inside a dog, it's too dark to read. (犬がいなかったら, 本は最良の友人だろうが, 犬の中では暗くて本が読めない.)
>
> グルーチョ・マルクス (Groucho Marx)

TABLE 39 古代アルファベットと古典アルファベット, ギリシアアルファベットと数字の対応.

| 古代 | 古典 | 名称 | 対応 | | 古代 | 古典 | 名称 | 対応 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | A α | alpha | a | 1 | N | N ν | nu | n | 50 |
| B | B β | beta | b | 2 | Ξ | Ξ ξ | xi | x | 60 |
| Γ | Γ γ | gamma | g, n[1] | 3 | O | O o | omicron | o | 70 |
| Δ | Δ δ | delta | d | 4 | Π | Π π | pi | p | 80 |
| E | E ε | epsilon | e | 5 | Ϙ ϙ, ϟ | | qoppa[3] | q | 90 |
| F ϝ, ς | | digamma, stigma[2] | w | 6 | P | P ρ | rho | r, rh | 100 |
| | | | | | Σ | Σ σ, ς | sigma[4] | s | 200 |
| Z | Z ζ | zeta | z | 7 | T | T τ | tau | t | 300 |
| H | H η | eta | e | 8 | | Υ υ | upsilon | y, u[5] | 400 |
| Θ | Θ θ | theta | th | 9 | | Φ φ | phi | ph, f | 500 |
| I | I ι | iota | i, j | 10 | | X χ | chi | ch | 600 |
| K | K κ | kappa | k | 20 | | Ψ ψ | psi | ps | 700 |
| Λ | Λ λ | lambda | l | 30 | | Ω ω | omega | o | 800 |
| M | M μ | mu | m | 40 | Λ ϡ | | sampi[6] | s | 900 |

地方で使われる古い文字 yot, sha や san はこの表には含めていない. 文字 san は sampi の原型.
1. 軟口蓋音, つまり kappa, gamma, xi および chi の前のみ.
2. 'Digamma' とは Fの形のものに使われた名称. 主に文字として(時には, 小文字しても)用いられた, 一方, 'stigma' の形と名前は数としてのみ使われた. 両方ともその名前は形に由来している. 実際, stigma は, digmmmaの中世アンシャル書体である. 昔の書体で, 'stigma'という名前は下にタウをくっつけたシグマのような形をしていることに由来している. その起源となる文字も, 発音から名付けられ'waw' といわれていた.
3. zを逆にし回転させたように見える qoppa はいまなお現代ギリシアでも使われることがある. ユニコード書体ではこの版を 'koppa' とよんでいる.
4. sigma の第二の変形は言葉の最後で使われる.
5. Uspilon は二重母音の2番目の 'u' にのみ対応する.
6. 昔, 文字 sampi は pi と qoppa の間に置かれた.

## ギリシアアルファベット

ギリシアアルファベットは現代文化, 現代文明にとって重要である. このアルファベットはエトルリアアルファベットの起源であり, このアルファベットからラテンアルファベットが派生した. ギリシアアルファベット自身, 紀元前10世紀頃のフェニキアアルファベットや同種の北方セム語のアルファベットから派生したものである. 最初, ギリシアアルファベットはセムアルファベットでは欠けていた (しばしば, いまでもかけている) 母音の文字を含んでいた.

Ref. 349

フェニキアアルファベットや, そこから派生したギリシアアルファベットのようなアルファベットでは各文字に正式名称が付いている. これがエストニアアルファベットやローマアルファベットと違う所である. ギリシアア

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ルファベットの二つの文字の名称がアルファベットという言葉の語源であることは言うまでもない.

紀元前10世紀, イオニアや古代 (東部)ギリシアアルファベットは大文字からだけで構成されていた. 紀元前6世紀になって, いくつかの文字はなくなり, その一方で, 新しい文字や小文字が追加され, 古典ギリシアアルファベットになった. その後, アクセント記号, 下付きやブリージングが導入された. Table 39に, 文字が数字として使われた時の表す数値を示す. この特殊な用法に対し, 使われなくなってしまった古代文字は古典期までは残り, 小文字という形式を獲得した.

表のラテン語アルファベットの対応は, ギリシア語の書き言葉用の標準的古典アルファベットに対するものである. ギリシアアルファベットの発音が正しいかどうかについては専門家のグループで熱心に議論されてきており, 伝統的なエラスミアン発音は言語学研究者の結果や現代ギリシア語と一致していない. 古典ギリシア語では, ヒツジの鳴き声は βη–βη だった. (エラスミアンの発音は誤って η の短さが強調されており, 現代ギリシア語の発音では, 現在 'v' と発音される βが, また, 現在, 'i:' として長い 'i' で発音される η が異なっている.) また, ギリシア語の発音は場所や時代により変化しているのは当然である. 古典期に話されていた主要な方言であるアッティカのギリシア語については, 問題は解決している. 言語学の研究から chi, phi や theta は通常の英語の発音より有気音が少なく, 'cat', 'perfect' や 'tin' の最初の音により近い音になる. さらに, zeta は 'buzzed' の中の 'zd' に近い発音がされていたと考えられている. 母音に関して言うと, 慣習とはことなり, epsilon は口を閉じ短く, eta は口をあけ長く, omicron は口を閉じ短く, omega は口を大きくし長く, upsilonは, 本当は, ドイツ語の 'ü' のような音になる.

ギリシア語の母音には有気音や無気音, 下付き, 鋭アクセント, 重アクセント, 曲アクセントや分離アクセントがある. 普通, ρでも使われるブリージング – は文字が吸引して発音されるかどうかをあらわす. エラスミアン発音では強調されて発音されるアクセントは, 実際は, ピッチを表している. 古典ギリシア語では, 一語あたり最大三個までこれらの符号が付けられたが, 現代ギリシア語ではせいぜい一個である.

ギリシア語のアルファベット* の子孫にあたるのがキリルアルファベットで, ロシアやブルガリアのような多くのスラブ言語でその変形が使用されている. キリルからラテンへの標準的な転写法はないため, ロシア語では同じ名前が, 別の国や同じ国でも別の状況によりスペルがことなるということがよくある.

* ギリシア語のアルファベットは, 14世紀にウルフィラ (Wulfila)がラテン語とフサルクの書式の符号を一部流用し定めたゴート語アルファベットの起源でもある.

ゴシックアルファベットといわゆるゴシック体文字を混同してはいけない. 後者は, 11世紀以降, 全ヨーロッパで使用されたラテンアルファベットの書体である. ラテン諸国では, ゴシック体は16世紀にアンティカ体に置き換わった. 他の国ではゴシック体文字はもっと長い間使われ続けた. ドイツでは, 世間の要求に応じ社会主義政府が突然撤廃した1941年までタイプと手書きで使われた. しかし, ヨーロッパでは現在でも時々使われつづけている. 物理学や数学の本ではベクトル量をあらわすのにゴシック体が使われている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 40 ヘブライ語のabjadの始め.

| 文字 | 名前 | 対応 | |
|---|---|---|---|
| א | aleph | a | 1 |
| ב | beth | b | 2 |
| ג | gimel | g | 3 |
| ד | daleth | d | 4 |
| etc. | | | |

## ヘブライ語アルファベットと他の書式

フェニキアアルファベットはヘブライ子音アルファベット, つまり, *abjad*の起源でもある. 始めのいくつかの文字を Table 40 に示す. 最初のアレフだけが, 普通, 数学で使われるが, それ以外は提案されるだけである.

Ref. 350

Vol. III, page ??

世界中で, 約100の書きシステムが使用されている. 専門家はそれを五つのグループに分類している. ラテン語やギリシア語のような音素アルファベットでは各子音と母音に符号が存在している. *Abjads*, つまり, ヘブライ語やアラブ語のような子音アルファベットでは各子音に符号が付随し(時々, アレフのように, ある母音が含まれる), (ほとんどの)母音は書かない. ほとんどの abjads は右から左に書く. バリ語, ビルマ語, デーバナーガリー語, タガログ語, タイ語, チベット語, ラーオ語のようなアブギダ *(Abugidas)*は, 音素音節文字ともよばれ, 発音区別記号により別の発音に変化する固有の母音を子音が持っている. ひらがなやエチオピア語のような音節文字は言語の各音節ごとに記号がきまっている. 最後に, 中国語, マヤ語, エジプト語やヒエログリフのようなコンプレクスクリプトは音と意味の両方をもつ記号をしようしている. 書きシステムでは右から左, 下から上へという書き方も可能であり, この本とは逆にページを数えることもできる.

たとえ, 地球上に約 7000 もの言語が存在するが, 今日使用されている書きシステムは 100 種程度にすぎない.* しかし, この本で使用している物理や数学の公式については, 文章で用いている書きシステムとは無関係に, ラテン文字とギリシア文字を基本にし, 左から右, 上から下という世界中で用いられている標準的なものである.

## 数とインド数字

この本では数字とそれを著す方法として, インドを起源とする数を使って書いている. インドの数字は中世のアラビアの数学者により地中階にもたらされた. この本で使用されている数系はアルファベットと比べるとずっと最近の物である. このインドの数はフィボナッチ (Fibonacci) とよばれた**ピサのレオナルドにより, 1202年に出版された著書 *Liber Abaci* つ

Ref. 352

* この話題についてよくできたウェブサイトが www.omniglot.com である. 現在と過去の書きシステムはUnicode標準でエンコードされ, 現在52種類の書きシステムが含まれている. www.unicode.org参照.

** ピサのレオナルディ (Leonardo di Pisa), 別名フィボナッチ (Fibonacci) (b. *c.* 1175 ピサ, d. 1250 ピサ), 当時のもっとも重要な数学者.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

まり ‘Book of Calculation’ を通しヨーロッパでよく使われるようになった. この本は数学の変革をもたらした. ペン (鉛筆はまだ発明されていなかった) と紙さえあればだれでも可能な限り大きな数の計算を行い書き下すことができるようになった. フィボナッチの本はこう書きだしている:

> Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur.*

インドの数の記法, つまり, インド数字系は二つの革新を引き起こした. 大きな革新は位取り記数法で, 小さい方の革新はゼロという数字である.** フィボナッチが書いているように, 位取り記法は, 以前のローマ数字の記法と比べるt格段に優れているので置き換わってしまった. たとえば, 1996 をローマ数字で書くと IVMM または MCMIVC または MCMXCVI となり, ギリシア数字記法では, Table 39に示すような数字が用いられ, 1996 は ,αϡϙς′のように記される. これらの記法人比べ, インドの数字ずっと優れているtechnology.

インドの数システムは非常に実用的で, 紙の上での計算でことたり, そろばんの必要性を完全に排除し, 無用のものにしてしまった. たとえば, アジア, アメリカやアフリカの諸国では, 数を書くための位取り記法を使用しない人により依然としてそろばんが使用されている. 暗算のためには有効である.

インドの数字記法は指を用いた数字の表現もなくしてしまった. このような 10 000 近くまで数えられる古代の方法は, ラテン語で指をあらわす ‘digit’ という言葉にかろうじて残っている程度である.

位取り数字記法の威力はしばしば忘れられる. しかし, 位取り数字記法のおかげで暗算や驚異的な計算能力が可能になる.***

* ‘インド人の使う9個の数字は 9 8 7 6 5 4 3 2 1である. この9個の数に, アラビア語でzephirumとよばれる記号 0 を用いると, これから述べるようにどんな数でもあらわせる.’

** 従って, 0 から 9 の数字をアラビア数字とよぶのは正しくない. アラビア語のテキストで用いられる数字もラテン語のテキストで用いられる数字もこのようにインドの数字が起源になっている. このことを自分でたしかめてください. 0, 2, 3 と 7 は, アラビア数字の記法とにているが, 90度時計方向に回転している90°.

*** 現在, 100 ケタの(整)数の13 乗根を 8 ケタ求めるのに必要な最小時間は 4 秒以下で, 200 ケタの数字で16ケタ求めるのに 70.2 秒しかかからない. いずれの記録も Alexis Lemaire によるものである. 驚異的な計算についての逸話や方法については, を参照のこと. Ref. 353

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## この本で使用される記号

> To avoide the tediouse repetition of these woordes: is equalle to: I will sette as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus: = , bicause noe .2. thynges, can be moare equalle
>
> ロバート・レコード (Robert Recorde)*

文字や数字の他に，物理の本には他の記号が書かれている．大部分の記号は百年以上も前に作られ，単純明快なことから今でも使われている．この冒険では，物理量を略記したものとしての記号はすべてラテン語またはギリシア語のアルファベットを用いており，いつも，文脈の中で定義している．単位，定数や粒子をあらわす記号はAppendix B と第5巻のAppendix ??に定義しておく．このテキストで使用されている記号は物理の教育で実際に使われているものと共通である．

Page 300 Ref. 350

物理公式の記号の国際標準– ISO EN 80000, 正式には ISO 31 – も存在するが，残念ながら高価で，利用しにくく，どうしようもない．そこにリスト化されている記号はともかく共通使用のものるものだが，拘束されるものではなく，標準ですらない! ISO 80000 はうまくゆかなかったお役所仕事の典型例である．

このテキストで使用されている数学演算や関係をあらわすための数学記号を，歴史的起源とともに次の表でリスト化しておく．その歴史の詳細は広く研究者により調べられている．

Ref. 354

TABLE 41 数学表記や記号の歴史.

| 記号 | 意味 | 起源 |
|---|---|---|
| +∃– | 加, 減 | ヨハネス・ウイットマン (Johannes Widmann) 1489; プラス記号はラテン語の 'et' からとられた. |
| $\sqrt{\phantom{x}}$ | 平方根 | 1525年, クリストフ・ルドルフ (Christoff Rudolff)により用いられた; 点を発展させた記号. |
| = | 等しい | ロバート・レコード (Robert Recorde) 1557 |
| { }, [ ], ( ) | まとめの記号 | 十六世紀に使用が始まる |
| >∃< | より大, より小 | トーマス・ハリオット (Thomas Harriot) 1631 |
| × | かける, 乗 | 英国 *c.* 1600, ウィリアム・オートレッド (William Oughtred)が普及 1631 |
| $a^n$ | $a$ の $n$ 乗, $a \cdot \ldots \cdot a$ ($n$回) | ルネ・デカルト (René Descartes) 1637 |

* ロバート・レコード (Robert Recorde) (b. *c.* 1510 テンビー, d. 1558 ロンドン), 数学者で医師; 債務のため獄死. この言葉は彼の書いた*The Whetstone of Witte*, 1557.からの引用. この言葉の表すイメージを en.wikipedia.org/wiki/Equals_sign で見ることができる. 通常, この言葉はイコールの記号の最初の導入について述べていると考えられ, レコードが説得力のある例でバックアップされる前にイタリアの数学者がイコール記号を使ったといっている.

Ref. 354

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 41 (続き) 数学表記や記号の歴史.

| 記号 | 意味 | 起源 |
|---|---|---|
| $x \exists y \exists z$ | 座標, 未知数 | ルネ・デカルト (René Descartes) 1637 |
| $ax+by+c=0$ | 定数と方程式 | ルネ・デカルト (René Descartes) 1637 |
| $\infty$ | 無限 | ジョン・ウォリス (John Wallis) 1655 |
| $\mathrm{d}/\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}x$, $\int y\,\mathrm{d}x$ | 導関数, 微分, 積分 | Gottfried Wilhelm Leibniz 1675 |
| : | で割る | ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) 1684 |
| · | を乗じる, 倍 | ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) *c.* 1690 |
| $a_1 \exists a_n$ | 添字 | ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) *c.* 1690 |
| ~ | ニアリーイコール | ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツ (Gottfried Wilhelm Leibniz) *c.* 1690 |
| $\pi$ | パイ, $4 \arctan 1$ | ウィリアム・ジョーンズ (William Jones) 1706 |
| $\varphi x$ | $x$ の関数 | ヨハン・ベルヌーイ (Johann Bernoulli) 1718 |
| $fx \exists f(x)$ | $x$ の関数 | レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) 1734 |
| e | $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n$ | レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) 1736 |
| $f'(x)$ | 関数の $x$ による微分 | ジュゼッペ・ラグランジア (Giuseppe Lagrangia) 1770 |
| $\Delta x \exists \sum$ | 差分, 和 | レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) 1755 |
| $\prod$ | 積 | カール・フリードリッヒ・ガウス (Carl Friedrich Gauss) 1812 |
| i | 虚数単位, $+\sqrt{-1}$ | レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler 1777 |
| $\neq$ | 等しくない | レオンハルト・オイラー (Leonhard Euler) 18世紀 |
| $\partial/\partial x$ | 偏微分, 'd/d$x$' と同じように読む | 'd' の草書体 または 1786年, アドリアン＝マリ・ルジャンドル (Adrien-Marie Legendre) によりキリルアルファベットの文字 'dey' を使用し, 1841年に, カール・グスタフ・ヤコビ (Carl Gustav Jacobi) により広められる |
| $n!$ | 階乗, $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot$ | クリスティアン・クランプ (Christian Kramp) 1808 |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 41 (続き) 数学表記や記号の歴史.

| 記号 | 意味 | 起源 |
|---|---|---|
| $\Delta$ | ラプラス演算子 | ロバート・マーフィー (Robert Murphy) 1833 |
| $\|x\|$ | 絶対値 | カール・ワイエルシュトラス (Karl Weierstrass) 1841 |
| $\nabla$ | 'ナブラ' (または 'デル')と読む | 1853年, ウィリアム・ハミルトン (William Hamilton)と, 1867年, Peter Taitにより導入され, エジプトの古楽器の形にちなんで名付けられた |
| $\subset, \supset$ | 集合包含 | 1890年にエルンスト・シュレーダー (Ernst Schröder) |
| $\cup, \cap$ | 和集合と積集合 | ジュゼッペ・ペアノ (Giuseppe Peano) 1888 |
| $\in$ | の要素 | ジュゼッペ・ペアノ (Giuseppe Peano) 1888 |
| $\otimes$ | ダイアディック積 または テンソル積 または 外積 | 不明 |
| $\langle\psi\|, \|\psi\rangle$ | ブラとケット状態ベクトル | ポール・ディラック (Paul Dirac) 1930 |
| $\varnothing$ | 空集合 | 20世紀初頭のニコラス・ブルバキ (Nicolas Bourbaki) のグループのメンバーアンドレ・ヴェイユ (André Weil) |
| $[x]$ | 量 $x$ の測定単位 | 20世紀 |

ここで使用されている他の記号の起源はもっと複雑である. & 記号は Ref. 355 'and' を意味するラテン語の *et* を短縮したもので, その変形として, たとえばイタリック体の *&* のようなものもしばしば見受けられる.

現代のラテンアルファベットの文章で使用される , . ; : ! ? ' ' » « – ( ) ... のような句読点にもそれぞれの歴史がある. その多くは古代ギリシア語からきているが, クエスチョンマークはシャルルマーニュの宮廷が起源で, エクスクラメーションマークがはじめて Ref. 356 登場するのは16世紀である.* @ つまりアットマークはおそらく ラテン語の *et* から & sign が生じたように, 'at' を意味するラ Ref. 357 テン語 *ad* の中世省略形から始まっていると考えられる. 最近, スマイリー :-) とその変形がポピュラーになっている. このスマイリーは詩人 Alcanter de Brahm (b. 1868 ミュールハウゼ, d. 1942 パリ)により, 1899年に導入されたが普及しなかった '皮肉マーク' 新バージョンである.

セクション記号 § は, 古文書学者Paul Lehmannが示すように, Ref. 358 13世紀の北イタリアが起源になっている. '小ヘッド' または 'チャプターを意味する *capitulum* の大文字 C を装飾化したものである.

* 括弧については J. Lennard, *But I Digress*, Oxford University Press, 1991. の美しい本をみてください.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

この記号は，最初，法律文書に登場し，現在でも使用されているのにくわえ，その後，他分野にも広がった．

パラグラフ記号 ¶ は，古代ギリシアから中世時代までの原稿のなかで使われていた文章パラグラフの出だしをあらわすギリシア文字 Γ に似せ，簡素化したものが古い形で，中世になり，その前に*caput*をあらわす文字 c が追加され 新しい形になったと考えられる．

なにより重要なものの一つが言葉を分離している空白で，これは人々がラテンアルファベット使い始めたころ，ケルトやゲルマンの影響を受けたものである．そして，ことばによって異なるが9世紀と13世紀の間にあたりまえのものとなっていった．

## 暦

時間をおってゆく方法は文明により多くの様々な方法がある．もっともよくあるのはこのテキストでも使用している暦であるが，それを作り出そうとした様々な政治力間の妥協の結果でもあることから不合理なものでもある．

古代において，民族や都市のような地域に関係なく好んで用いられたが太陰暦で，これは，月の時間変化を地方独自で追うことができたからである．これにより暦の単位として月が用いられた．集権国家では，年を基本とした太陽暦を行使した．太陽暦カレンダーのためには天文学者が必要なため，中央権力はそのための投資が必要になる．様々な理由から，農民，政治家，税徴収者，天文学者や一部の宗教グループはできるだけ正確な太陽年に従う暦を必要とした．そのためには，日と年の間の妥協が必要となり，それがうるう日の起源になっている．月と年の間で必要な妥協は一月の長さのばらつきという結果につながるのだが，このばらつきは暦により違っている．普通に使用されている年と月の関係は，2000年以上も前に，シーザーにより定められたもので，ユリウス暦とよばれている．

このシステムは，それからほんの数年でつぶされてしまった．8月 (August) がアウグストゥス (Augustus) の名のもとに31日にのばされてしまった．もともと，この月は 30 日しかなかったが，アウグストゥスは，7月 (July) の名前のもとになったシーザーと同じくらい重要であることを示すため，年の後半の月の長さを変更し，2月も一日短縮してしまった..

Ref. 360 週を発明したのはバビロニア人である．バビロニア人の週の中の一日は ‘悪魔の日’ または ‘不幸の日’ で，その日は何もしないのが良いとされた．現在の一週間には休息日がはいっているがこれはこの迷信のなごりである．(平日の曜日の規則を決定するため占星学上の迷信や天文
Page 200 学がどう組み込まれたかについては重力の節で説明している．) 約三千年の歴史があるにもかかわらず，曜日がユリウス暦に導入されたのは300年ごろ，つまり，西ローマ帝国の終わり近くになってからである．ユリウス暦が最後に変更されたのは 1582 年と1917 年の間 (国によって違う)で，今日でも使われているうるう日を決定するための新しいやり方が，より精密な太陽年の測定により定められた時である．日時のリセットと週のリズムの固定化とともに，この標準化された暦を、グレゴリオ暦，とか，単に，新暦とよんでいる．この暦は現在の大多数の人により利

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

用されている.

複雑ではあるが, 新暦では, ある日の曜日を頭の中で想像することができる. 次の6つのステップを踏めばよい:

1. その年の最後の二けたの数字を4で割り端数は切り捨てる;
2. その年の最後の二けたの数字を加える;
3. うるう年の一月と二月は 1 を引く;
4. 2000年代と1600年代は6を, 1700年代と2100年代は4を, 2 for 1800年代と2200年代は2を, 1900年代と1500年代は 0 を加える;
5. その月の日を加える;
6. 月のキーナンバーを加える. つまり, JFM AMJ JAS ONDに対して 144 025 036 146 .

7で割った時の余りが曜日をしめす. 1-2-3-4-5-6-0 が 日-月-火-水-木-金-土 に対応する.*

年をどこから数え始めるかは選択の問題である. 最も古いやり方は政治権力構造とは無関係で, 古代ギリシアでは, 最初のオリンピックから数えた. たとえば,彼らは第23オリンピア紀の最初の年に生まれたという具合である. その後, 政治権力が重要な出来事から年を数えはじめるようにしてしまった.** オリンピックの数え方を再導入することを考えてみたらどうだろう?

## 人名

韓国***, 日本 や 中国 のような極東の国では, 家族をあらわす姓が, いわゆる, ファーストネームとしての名よりも先にくる.

---

* 現行年の中間結果をもとにすると, もっと簡単に割り出せる. 特に 4.4, 6.6, 8.8, 10.10, 12.12, 9.5, 5.9, 7.11, 11.7 と 2月の最終日は同じ曜日, その年の中間結果プラス4になる.

** 現在の数え方は中世時代に定義されたもので, ローマ成立の年を753年BCE, または紀元前753年と定義する数え方で, この場合, 逆に数えてBCE年は負の数として取り扱われている. しかし, 1 BCEのあとは直接1年から数える. ただし, 0年は存在しない.

この本では, 他にローマ皇帝が定めた基準を以下のように略記して使用している:
- c. *circa* の略で 'ほぼ' を意味する;
- i.e. *id est* の略で, 'すなわち' を意味する;
- e.g. *exempli gratia* の略で, 'たとえば' を意味する;
- ibid. *ibidem*の略で, '同じ所で' を意味する;
- inf. *infra* の略で, '以下を(見よ) ' を意味する;
- op. cit. *opus citatum* の略で, '前掲書中に' を意味する;
- et al. *et alii* の略で, 'など'を意味する.

ところで, *idem* は '同じ' そして *passim* は 'あちこちに' とか '全体に' を意味する. frequency (周波数), acceleration (加速度), velocity (速度), mass (質量), force (力), momentum (運動量), inertia (慣性), gravitation (重力) や temperature (温度) など物理学でよく使用される英語の言葉はラテン語が起源である. 実際のところ, 科学用語が2000年以上にわたりラテン語であるというのは議論があるところである. ローマ時代にはラテン語文法のラテン語語彙であったが, 近代においてフランス語文法のラテン語語彙に, すぐにドイツ語文法のラテン語語彙切り替わり, その後, 英/米語文法のラテン語語彙に切り替わった.

また測定単位の多くも, 次の付録で述べるようにローマ時代にさかのぼる. 'gyroscope (ジャイロスコープ)', 'entropy (エントロピー)' や 'proton (陽子)'のように, ギリシア時代の専門用語にあこがれ, ローマ時代に新しく作られた言葉もある.

*** Corea のスペルが旧日本軍により無理やり'Korea' に変えられという話がある. これは日本軍司令官がアルファベット順にならべたとき Corea が Japan より先にくるのを嫌がったためである. まじめなはなしである.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

たとえば, 日本人初のノーベル物理学賞受賞者は湯川秀樹である. インドでは, しばしば, 姓がないことがあり, この場合, 父親のファーストネームが使用されることがある. ロシアでは, 会話で姓が使われることはほとんどなく, 代わりに, 父親のファーストネームが使用される. たとえば, Lev Landau は Lev Davidovich (‘David の息子’)というふうに言われる. さらに, ロシア語の翻字は標準化されていないため, 国や因習ごとに変化してしまう. たとえば, 同じ人であっても Dostojewski, Dostoevskij, Dostoïevski や Dostoyevsky とスペルが様々である. オランダでは正式のクリスチャンネームが使われることはなく, 呼び名としての半正式のファーストネームがどの人にもつけられている. たとえば, Gerard ’t Hooft’ の正式のクリスチャンネームは Gerardus である. ドイツでは, 特別な発音がされる姓がある。たとえば、Voigt は ‘Fohgt’ と発音される. イタリアでは, 中世やルネサンス時代の間は, Michelangelo や Galileo のようにファーストネームだけでよばれこともあれば, ファーストネームと姓ではない個人的なサーネームをくっつけて Niccolò Tartaglia や Leonardo Fibonacciのようによばれることもあった. 古代ローマの人の名前は, 普通, サーネームでよばれている. 姓はミドルネームであった. たとえば, Cicero の姓は Tullius であった. 従って, キケロにより導入された法律は ‘lex Tullia’ として知られている. 古代ギリシアでは, 姓はなかった. 名前は一つしかなかった. 英語では, Democritusのように, ギリシアの名前のラテン語版をつかっている.

## 略記とエポニムそれとも概念?

次のような文章は現代物理学の悩みの種である:

> ボームの定式化におけるEPR パラドクスは, シュレディンガー方程式のWKB近似を用い, GRWのやり方で解決できるであろう.

この語彙を使うのは門外漢の人にとって言葉をわからなくさせるのに最良の方法である. (実際, この文章は, ‘GRW のやり方’ が誤りで, ともかくナンセンスなのである.) まず, この文章は, 残念なことに略記を使っている. この文章の始めのあたりでは概念を説明するのに人名を使っている. つまり, エポニムを使っている. もともと, エポニムは画期的な業績を賛美するためのものだった. 今日, まったく新しい法則や変数を定式化がなかなかできないと, どんどん少数の人にしかわからなくなってしまったエポニムだけが広がり, その名声をどんどん低下させてしまう効果しかなくなってしまう.

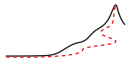
エポニムは科学者に想像力が欠如していることを示しているにすぎない. 私たちの山歩きでは極力そのようなことは避け, できるだけ数学的方程式や数学的考えには呼びならわされている名前を使ってゆく. 人名はこの名前に付加された ものとしてしか使用しない. たとえば, ‘ニュートンの運動方程式’ のことを ‘ ニュートンの方程式’ とよぶことはしない; ‘アインシュタインの方程式’ ではなく ‘アインシュタインの場の方程式’

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

を使い，‘ハイゼンベルクの方程式’ ではなく ‘ハイゼンベルクの運動方程式’ を使用する．

しかし，どうしようもない例外があり，それらは、現代物理学で使われている用語では現実的に他の呼び方がない．ボルツマン定数，プランクスケール，コンプトン波長，カシミール効果や リー群がその例である．その代り，この本では索引でその定義がわかるようにしている．さらに，この本ではそのおもしろさがわかるようにもしている．

Ref. 362



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Appendix B

# 単位、測定と定数

測定とは標準との比較である. その標準は単位をもとにしている. 世界中で多くの異なった単位系が使用されてきた. これらの標準の多くはそれが委ねられた組織に力を与える. この力が誤使用されることもある. 今日では、コンピュータ産業がその例であり, 遠い昔にもこのような誤使用はあった. いずれにしても, その解決法は同じで, どこにも依存しないグローバルスタンダードをまとめあげることである. 測定単位について言えば, これが起きたのは十八世紀である. 権威を持つ研究所の誤使用を回避し, 標準の違いや変更や 再現性の問題を除き, まじめな話, 税の徴収を簡素化するため, 科学者や政治家や経済学者が集まってある単位の使用の合意に達した. これが*Système International d'Unités*, 縮めて, *SI*単位とよばているもので, 国際条約により 'メートル条約' として定義された. この単位は, 国際組織 '国際度量衡総会（CGPM）', その下部組織である '国際度量衡委員会（CIPM）' と '国際度量衡局（BIPM）' (BIPM) により維持されている. これらはフランス革命直前のころに作られた.

?

## SI単位

すべてのSI単位は7つの基本単位からなっている. それらの公式定義（正式のものはフランス語）を、その制定年とともに以下に示す:

- '秒はセシウム 133 原子の基底状態の二つの超微細準位間の遷移に対応する輻射 の9 192 631 770 周期分の時間.' (1967)*
- 'メートルは1秒の 1/299 792 458 の時間間隔に光が真空中を進む径路の長さ.' (1983)*
- 'キログラムは質量の単位で, 国際キログラム原器の質量に等しい.' (1901)*
- 'アンペアは無限長の円断面積が無視できる2本の真直ぐな平行導体を, 真空中で1メートルの間隔で置いたとき, 導体間に、1メートル当たり $2 \cdot 10^{-7}$ ニュートンの力を生じるような定常電流.' (1948)*
- 'ケルビンは熱力学温度の定義で, 水の三重点の熱力学的温度の 1/273.16' (1967)*
- 'モルは 0.012 キログラムの炭素 12 内に存在する原子数と同じ要素物質を含む系の物質の量.' (1971)*
- 'カンデラは、周波数 $540 \cdot 10^{12}$ ヘルツの単色輻射が放出された時, ある方向でのステラジアンあたり (1/683) ワットの輻射強度を

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

持つ光源が, その方向へ発する明るさの強度' (1979)*

時間の単位も長さの単位もある標準運動の性質, つまり, 光の性質として定義されている. つまり, 国際度量衡総会も, 運動の観測は空間と時間の構築と定義にとって必須条件であることを明確にしている. 運動はすべての観測とあらゆる測定の基本である. ところで, この定義の中で光を使用することは, 1827年 にすでに、ジャック・バビネ (Jacques Babinet) により提案されていた.**

これらの基本単位の積や商をとることで, 他のすべての単位が定義されている. 従って, すべてのSI単位は次の性質をもっている.

- SI単位は最高水準の精度を持つシステムを形成している. すべての単位は普通用いられる測定の精度より高い精度で定義されている. さらに, 定義の精度は絶えず進歩している. :秒の定義の現在の相対精度は約 $10^{-14}$, メートルに対しては約 $10^{-10}$, キログラムに対しては約 $10^{-9}$, アンペアに対しては $10^{-7}$, モルに対しては $10^{-6}$ 未満, ケルビンに対しては$10^{-6}$ そしてカンデラに対しては $10^{-3}$である.
- SI単位は絶対システムを形成している. すべての単位は、適切に設備が整えられていればどんな研究所でも高精度に再現できるように定義されている. これにより, 標準を設定する組織が誤った使用をできるだけしないようになっている. (キログラムだけが, この要求の最後の例外で, 人工物の助けを借りている. この人工物を定義から除くための研究がされ, 世界的に競い合っているが, もう数年はかかるだろう。現在、2 つのアプローチがある. 一つは粒子の計数で, $\hbar$ を決めることで, もう一つは$\hbar$を決めることである. 前者は, 純粋のケイ素から作られた結晶内で行うことがで, 後者は $\hbar$ が現れるドブロイ波長やジョセフソン効果の公式を利用する.)
- SI単位は実用的なシステムである。基本単位は日常的な大きさのものである. よく使われる単位は標準の名称と略称がある. 完全なリストには, 先ほど述べた7つの基本単位, 補助単位, 組立単位, 併用単位が含まれている.

The 補助SI単位には2つある. (平面)角に対しては, 半径に対する弧長の比として定義されたラジアン (rad) がある. 立体角の単位としては, 半径のは二乗に対する立体角で覆われ る面積の比で定義されるステラジアン (sr) がある.

特定の名前が付けられた組立単位には次のようなものがある. 名前を英語でつづる時は, 大文字やアクサンは付けないで記する:

* それぞれ s, m, kg, A, K, mol および cd のシンボルであらわされる. 国際キログラム原器は白金-イリジウム製の円筒で, フランスのセーヴルにある BIPM に保管されている. セシウム原子の準位については原子物理学の本を参照のこと. 摂氏温度$\theta$は$\theta/°C = T/K - 273.15$ で定義される.; ただし, この式はケルビンの定義で現れる数字とは少し値がちがう. また、SIでは「モルを使用する時、要素物質としては原子, 分子, イオン, 電子, その他の粒子, または, これらの粒子の特定グループが考えられる」と書かれている. モルの定義において, 炭素 12 原子は束縛されておらず, 静止していて, 基底状態にあるものとしている. カンデラの定義では, 光の周波数として, もっとも目に対する感度が高い緑色, 555.5 nm が使用されている.

** ジャック・バビネ (Jacques Babinet) (b. 1794 リュジニャン, d. 1874 パリ), フランスの物理学者で、光学についての著名な作品を出版した.

Page 95 ?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

| 名前 | 省略形 |
|---|---|
| ヘルツ | Hz = 1/s |
| パスカル | Pa = N/m$^2$ = kg/m s$^2$ |
| ワット | W = kg m$^2$/s$^3$ |
| ボルト | V = kg m$^2$/As$^3$ |
| オーム | Ω = V/A = kg m$^2$/A$^2$s$^3$ |
| ウェーバー | Wb = Vs = kg m$^2$/As$^2$ |
| ヘンリー | H = Vs/A = kg m$^2$/A$^2$s$^2$ |
| ルーメン | lm = cd sr |
| ベクレル | Bq = 1/s |
| シーベルト | Sv = J/kg = m$^2$/s$^2$ |

| 名前 | 省略形 |
|---|---|
| ニュートン | N = kg m/s$^2$ |
| ジュール | J = Nm = kg m$^2$/s$^2$ |
| クーロン | C = As |
| ファラッド | F = As/V = A$^2$s$^4$/kg m$^2$ |
| シーメンス | S = 1/Ω |
| テスラ | T = Wb/m$^2$ = kg/As$^2$ = kg/Cs |
| 度 (摂氏) | °C (ケルビンの定義参照) |
| ルックス | lx = lm/m$^2$ = cd sr/m$^2$ |
| グレイ | Gy = J/kg = m$^2$/s$^2$ |
| カタル | kat = mol/s |

すべての単位の中で, キログラムだけは 1, 0, −1 のべきしか存在しない. その理由を説明できるか? Challenge 523 s

併用される非 SI 単位には分, 時, 日 (時間に対し), 度 1° = π/180 rad, *minute* 1′ = π/10 800 rad, *second* 1″ = π/648 000 rad (角度に対し), リットル, および トンがある. 他のすべての単位は無効である.

すべてのSI単位は, 10のべきを表す名前と略記を導入することで利用しやすくなっている. これを接頭辞 (プレフィックス) と呼ぶ:*

| べき | 名称 | | べき | 名称 | | べき | 名称 | | べき | 名称 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $10^{1}$ | deca | da | $10^{-1}$ | deci | d | $10^{18}$ | Exa | E | $10^{-18}$ | atto | a |
| $10^{2}$ | hecto | h | $10^{-2}$ | centi | c | $10^{21}$ | Zetta | Z | $10^{-21}$ | zepto | z |
| $10^{3}$ | kilo | k | $10^{-3}$ | milli | m | $10^{24}$ | Yotta | Y | $10^{-24}$ | yocto | y |
| $10^{6}$ | Mega | M | $10^{-6}$ | micro | μ | unofficial: | | | Ref. 365 | | |
| $10^{9}$ | Giga | G | $10^{-9}$ | nano | n | $10^{27}$ | Xenta | X | $10^{-27}$ | xenno | x |
| $10^{12}$ | Tera | T | $10^{-12}$ | pico | p | $10^{30}$ | Wekta | W | $10^{-30}$ | weko | w |
| $10^{15}$ | Peta | P | $10^{-15}$ | femto | f | $10^{33}$ | Vendekta | V | $10^{-33}$ | vendeko | v |
| | | | | | | $10^{36}$ | Udekta | U | $10^{-36}$ | udeko | u |

▪ SI 単位は完全なシステムを形成している. 系統的に, 物理的な観測可能物のすべての組をカバーする. さらに, すべての他の科学の測定単位も規定している.

* これらの名前のいくつかは作り出されたものである (yoctoはラテン語の*octo*‘8’と音が似ている. zeptoはラテン語の*septem*と音が似ている. yottaとzettaは, それぞれ, これらの音に似せてつくってある. exaとpetaはギリシア語の‘6倍’と‘5倍’を意味するἑξάκιςとπεντάκιςに音が似せてある. 非公式のものにはギリシア語の9, 10, 11, 12に音が似ているように作られているものもある); デンマーク語/ノルウェー語が語源のものもある. (attoは*atten*‘18, femtoは*femten*‘15’からとられている.); ラテン語が語源のものもある. (*mille*から‘thousand’, *centum* から ‘hundred’, *decem* から‘ten’, *nanus* から ‘dwarf’); イタリア語によるもの (*piccolo* ‘小さい’)もあれば, ギリシア語による (micro は μικρός ‘小さい’から, deca/deka は δέκα ‘10’, hecto はἑκατόν ‘100’ から, kilo はχίλιοι ‘1000’ から, mega は μέγας ‘大きな’ から, giga はγίγας ‘巨大な’ から, tera はτέρας ‘怪物の’ から来ている.).

翻訳してみてください: I was caught in such a traffic jam that I needed a microcentury for a picoparsec and that my car’s fuel consumption was two tenths of a square millimetre. Challenge 524 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

- SI 単位は万国共通なシステムを形成している. 貿易, 産業, 商業, 家庭, 教育, 研究で使用できる. もし, 存在するとしたら, 地球外文明にも使えるかもしれない.
- SI 単位は首尾一貫したシステムを形成している. 2つSI単位の積または商もSI単位系 になる. 原理的にどの単位にも 'SI' という同じ略称を使える.

SI 単位は, これらの条件をすべて満たす唯一の可能な組であるばかりではなく, 唯一存在するこ れを満たすシステムでもある.* 近い将来, BIPM は, SI 単位を定義するのに, Figure 1 のような物理定数の立方体を使用することを計画している. この計画では, すでに固定されている $c$ と $K_{cd}$ に加え, $\hbar$, $e$, $k$, $N_A$ の値も固定しようとしている. 提唱されている値は, $h = 6.626\,069\,57 \cdot 10^{-34}$ Js, $e = 1.602\,176\,565 \cdot 10^{-19}$ C, $k = 1.380\,648\,8 \cdot 10^{-23}$ J/K, $N_A = 6.022\,141\,29 \cdot 10^{23}$ 1/mol である. この第2の定義については, $G$の既知の測定値の精度のが低いことを考慮し, 保留されている. この将来, 新しい SI の詳細は www.bipm.org/en/measurement-units/new-si/ と www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure-draft-2016.pdf に示されている.

## 測定の意味

どんな測定も, 標準と比較する. 従って, どんな測定でも, 比較を行うための標準となる ものが必要で, (速度についても) 標準となる輻射 (光) が必要になる. つまり, 測定の考え方には, 物質と輻射が介在し, そして, それらが互いに明確に分離できることを仮定している.

Challenge 525 e

どんな測定も比較作業である. 従って, 測定においては, 空間と時間が存在し, それらが互いに別のものであることを仮定している.

どんな測定も測定結果がともなう. このことは, どんな測定でも結果を保存することを意味する. 測定により, 測定前後の状態が変わってしまう可能性がある. 言い換えると, どんな測定も不可逆過程である.

どんな測定もあるひとつの過程である., つまり, どんな測定でもある程度の時間がかかり, ある程度の空間が必要である.

測定についてのこれらの性質はすべて単純だが重要である. そうじゃないという人がいたら, 気を付けたほうがいい.

## 単位についての楽しみとおもしろいチャレンジ

SI 単位を使わないと, コストが高くつくことがある. 1999年、NASA は火星上で衛星を一基失った. これは、何人かのソフトウェアプログラ

* 国際単位とは別に, 地域限定の単位もある. 現在でも使用されている地域限定の単位は, 主に, ローマ起源のもので, マイル (mile) は、歩幅を 2 倍した 1480 mm の 1000 歩分として使用されていた *milia passum*を起源としている. 1海里は, かつては, 地球表面の弧の1分として定義されたいたが、いまは 1852 m と定義されている. インチは*uncia*/*onzia*からきている (1フィートの12分の1). ポンド (重さを測るという意味の*pondere*からきている) は天秤を表す*libra*を変化させて, 短縮形のlbの起源になっている. 10の代わりにダースで勘定する習慣は、ローマ起源である. これらの単位や, 他の速度の単位としてのfurlong/fortnightのように 'f' で始まる冗談のような単位は, 現在, 公式にはSIユニットを何倍かしたものとして定義されている.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

マーがコードの一部に, SI 単位ではない特定の地域専用の単位を使用したためだった. メートルではなくインチを使用してしまったため, マーズ・クライメイト・オービターは軌道を回ることができず惑星表面に激突した. 損失は一億ユーロであった.*

* *

1秒は, 今はもう 1 日の 1/86 400 ではない. それは 1900 年の話である. 現在, 地球は自転するのに約 86 400.002 s かかっている. そのため, 国際地球回転・基準系事業（*IERS*）は 12 時きっかりに太陽が空の最高点に来るよう, 定期的にうるう秒を追加しなければならない.** このように定義された時間を協定世界時（*UTC*）という. 地球の回転速度も天候により日々不規則に変化する. 平均の回転時間も極氷の変化により, 冬から夏へと変化する. さらに, 潮汐による摩擦のため, その平均も時間とともに小さくなっている. うるう秒の追加する割合は, かつて 500 日に一度であったが, 最近は増加し, しかも、不定期になっている.

* *

これまで作られた時計でもっとも精密なものはマイクロウェーブを使ったもので, 500 s の時間に対し, $10^{-16}$ の安定性を持っている. 長時間に対する最高記録は, 1997 年に作られた約 $10^{-15}$ であった[Ref. 366]が, 技術的には約 $10^{-17}$ が可能であろうと考えられている[Ref. 367]. 時計の精度を制限しているものは, 短時間の測定では雑音で, 長時間の測定では系統的なドリフト効果である. もっとも高い精度が得られる時間長は時計によりことなり, 光学時計の 1 ms とメーザーの 5000 s の間にある. この時間長がよくわからないただ一つの時計がパルサーで, その時間は 20 年以上で, その発見から執筆時間が経過している.

* *

測定された物理定数の中で最も精度が悪いものは重力定数 $G$ と強結合定数 $\alpha_s$ である. それより少しましなのが宇宙の年齢と宇宙の密度である（Table 46 参照）[Page 313].

* *

固体の質量測定の精度は水の吸着という簡単な現象で制限される. 重さ 1 kg の金属上の水の単分子膜, つまり, 分子 1 個分の厚さの層の膜の質量を計算できるか[Challenge 526 s]?

* *

前の千年紀においては, 熱エネルギーは, cal と書かれる単位カロリーを用いて測定された. 1 cal とは水 1 g を熱して 1 K だけ温度を上げるのに必要な熱量である. 混乱のもとは, 1 kcal のこ

* この話により, 世界中で SI 単位系を使用しない国が三カ国あり, それがリベリア, ミャンマー, アメリカ合衆国であるという古いでまかせが生き返った.

** うるう秒の追加の詳細情報は hpiers.obspm.fr に掲載されている. また同様に, 軍のサイト maia.usno.navy.mil も有用な情報与えてくれる. BIPM のサイト www.bipm.fr も参照のこと.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

とをしばしば 1 Cal と書かれたことであった. (大カロリーとか小カロリーとよんでいた人もいる.) 1 kcal の値は 4.1868 kJ である.

* *

SI 単位は人にとって都合がいい. 鼓動, ヒトのサイズ, ヒトの重量, 人の体温, ヒトの成分が 1 より数ケタも違わない数値で表せるからである. したがって, SI 単位は, 25 世紀前に, プロタゴラスが言った ‘人は万物の尺度である.’ ということを (ほぼ) 言い当てている.

* *

人にとって特に不適切な単位系もある. 悪名高いのが 靴のサイズ S である. それは

$$\begin{aligned} S_{\text{France}} &= 1.5\,\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\,\text{cm}) \\ S_{\text{central Europe}} &= 1.5748\,\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\,\text{cm}) \\ S_{\text{Anglo-saxon men}} &= 1.181\,\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\,\text{cm}) - 22 \end{aligned} \tag{88}$$

で計算される純粋な数で, $l$ は足長で, その補正長が靴のメーカによってまちまちである. さらに, アングロサクソンの公式は女性や子供には合っていない. 第一の因子は, マーケティング上の理由から, 製造メーカとサイズそのものに依存している. ミリメータで表された足長を用いた靴の ISO 標準を要求するのが普通であろう.

* *

SI 接頭辞の表は現在72のオーダーの強度までカバーしている. いくつまで接頭辞を追加する必要があるのだろうか. いくら追加しても無限の可能性の一部分でしかないことには変わりない. 国際度量衡総会 (CGPM) は無限の数のSI接頭辞を定義することを永遠に続けなければならないのだろうか?それはなぜか?

* *

フランスの哲学者ヴォルテールは, ニュートンとの面会後, リンゴが木から落ちるのを見たニュートンが, 物体の落下と月の運動の関連性を発見したという有名な話を公表した. それから, 一世紀以上経過したフランス革命の直前に, 科学者会議は, 力の単位として, 標準リンゴに作用する重力により発生する力を使用することを採択し, このイギリスの科学者にちなんだ名前を標準リンゴにつけた. 広範な研究から標準のリンゴの質量は 101.9716 g であることがわかり, その重さを1ニュートンと名付けた. それ以降, パリ近郊のセーヴルの博物館の訪問者は, 標準メートル, 標準キログラム、そして標準リンゴを愛でることができるようになった.*

* これは冗談である. 標準リンゴなんてどこにも存在しない. ところが, 英国や米国のリンゴの木の所有者の何人かは, 自分の木がニュートンが天啓を得たリンゴの木の子孫を植え替えたもので

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

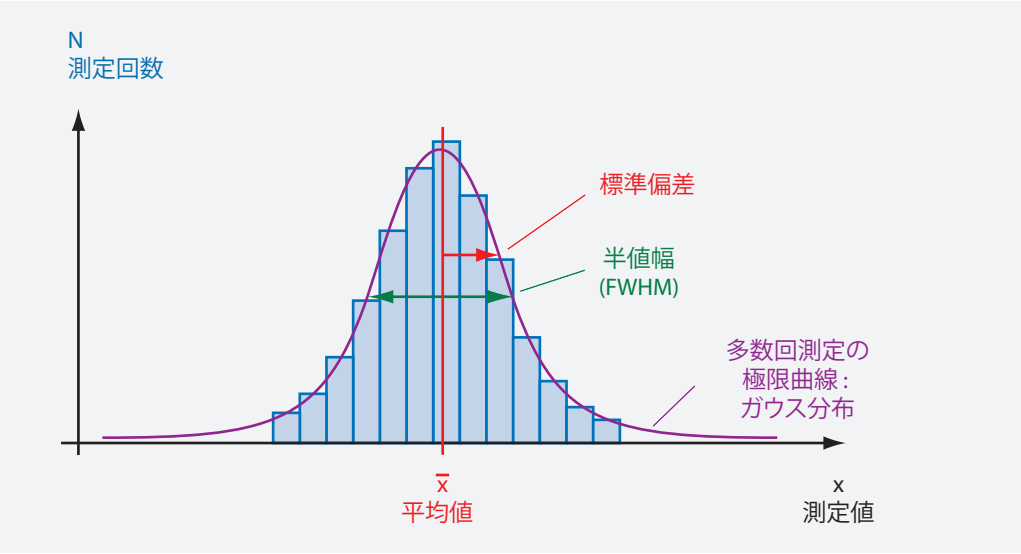



FIGURE 205 実験精度と測定結果の分布. 分布の幅が狭いほど, 精度が高い. 分布の中心と実際の値が一致すると確度が高い.

## 測定の精度と確度

測定は物理学の基礎である. あらゆる測定には誤差が伴う. 誤差は精度や確からしさの欠如によるものである. 精度とは測定を繰り返したときその結果がどのくらい再現するかで, 確度とは測定結果の真値との違いの程度をあらわす.

精度が落ちる原因は偶然による誤差, つまり, ランダム誤差で標準偏差でうまく表すことができる. 標準偏差 $\sigma$ は,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \,, \tag{89}$$

で定義される. ここで $\bar{x}$ は複数の測定結果の値 $x_i$ の平均である. (この公式で, $n$ ではなく $n-1$ が使われている理由を説明できるか ?)

Challenge 527 s

大部分の実験では, 測定数が増えてくると, 測定値は正規分布, いわゆる, ガウス分布になる傾向がある. Figure 205 に示すこの分布は

$$N(x) \approx e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \,. \tag{90}$$

の式であらわせる. 標準偏差の二乗 $\sigma^2$ は分散ともいう. ガウス分布する測定値では $2.35\sigma$ が半値幅になる.

Challenge 528 e

精度の不足は系統的誤差によるものだが, これらは算出することができる. この算出結果をランダム誤差に加えると全体誤差となる. これを全体の不確かさとよんだりする. 相対誤差は誤差と測定値との比である.

? 

? あることを主張している. これは本当の話である. これらが, 同じ木から派生したものであるかを調べるため DNA テストが行われた. その結果, やっぱり, MITの木は英国の木と同じではなかった.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

たとえば, 専門的な測定で 0.312(6) m のような結果が得られたとする. 括弧内の数字は最後の桁の標準偏差 $\sigma$ である. 上で述べたように, 測定結果のガウス分布を仮定している. 従って, 0.312(6) m の値の実際の値は次のように考えることができる.

Challenge 529 e

- $1\sigma$ 内に入る確率は 68.3 % である. この例では $0.312 \pm 0.006$ m に対応する;
- $2\sigma$ 内に入る確率は 95.4 % である. この例では $0.312 \pm 0.012$ m に対応する;
- $3\sigma$ 内に入る確率は 99.73 % である. この例では $0.312 \pm 0.018$ m に対応する;
- $4\sigma$ 内に入る確率は 99.9937 % である. この例では $0.312 \pm 0.024$ m に対応する;
- $5\sigma$ 内に入る確率は 99.999 943 % である. この例では $0.312 \pm 0.030$ m に対応する;
- $6\sigma$内に入る確率は 99.999 999 80 % である。この例では $0.312 \pm 0.036$ m に対応する;
- $7\sigma$内に入る確率は 99.999 999 999 74 % である. この例では $0.312 \pm 0.041$ m に対応する.

Challenge 530 s (一番最後の数字は意味があるか?)

標準偏差は 1 桁である. 2 つ数字を使用すればその分野の専門家, それ以上使うと愚か者. 標準偏差が示されていない場合は (1)を仮定している. 結果的に, 専門家の間では, 1 km と 1000 m は同じ長さではない!

2つの測定値 $A$ と $B$ を加えたり, 引いたりすると誤差はどうなるか. もし, すべての測定値が独立, または, 相関がない時には, 和の標準偏差も, 差の標準偏差も $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$ であらわせる. 2つの測定値 $C$ と $D$ の積に対しても, 比に対しても, 結果は $\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$ となる. ここで $\rho$ の項は相対標準偏差である.

Challenge 531 s ある物体が, 3.0 s に 1.0 m だけ動いたとしたとき, 速度の測定値はいくらか?

## 精度の極限

確度や精度の極限はどのくらいだろうか? 原理的に, 長さ$x$を61桁以上の精度で測る方法はない. なぜなら, 自然界で, 測定できる最大の長さと最小の長さの比は $\Delta x/x > l_{\text{Pl}}/d_{\text{horizon}} = 10^{-61}$ である. (この比は力に対しても, 体積に対しても成り立つか ?) 私たちのこの本の最終巻で, 時計と物差しの研究から, この理論的極限を裏付ける.

Challenge 532 e

Vol. VI, page ??

しかし, もっと厳しい見方をすると, 簡単に現実的な極限を導ける. 地球の直径を高い精度で測定しようとしても, これまで測定された最小の長さ, つまり, 約 $10^{-19}$ m より短い長さを測定できる機械はない. つまり, 精度は約 2 6桁になる. 1000 m のサイズの機械というもっと現実的な機械を使うと 22 桁になる. 以前に

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

予測したように, 時間測定は実際は 17 桁の精度に達していると すると, これは実際の極限に近い. なぜなら, サイズは別にしても, 別の現実的な制約があるからだ. それはコストだ. 実際, 測定精度を向上させようとすると装置コストの桁が上がることがよくある.

## 物理定数

物理学の観測は, 一般に, さらに基本的なものから導きだされて いる. つまり, 多くの測定はさらに基本的な測定結果を用いていることになる. 最も基 本的な測定は物理定数の測定である.

次の表は重要な物理定数や粒子の性質をSI単位または一般によく使わ れる単位で示したものだ. これらは他の標準的な出版物でもよく見かけることになるも のだ. ここで示す値は現在までに測定された最良の, 世界的に平均的なも のである. 実験誤差にはランダム誤差と系統的な誤差の両方が含まれており, その値は 最後の桁に標準偏差として表示している. 次の表のそれぞれの数字の背景には傾聴すべ き長い物語があるが, ここでは, それに触れるだけの余裕はない.

物質の定量的性質は量子論と物理定数を用いると, 原理的に計算可能である. たとえば, 色, 密度や弾性的性質は素粒子物理の標準模型の方程式と次の基本定数を用いると計算できる.

Vol. V, page ??

TABLE 43 基本物理定数.

| 量 | 記号 | SI単位での値 | 不確定さ.[a] |
|---|---|---|---|
| **SI測定単位で定義された定数** | | | |
| 真空中の光の速度[c] | $c$ | 299 792 458 m/s | 0 |
| 真空透磁率[c] | $\mu_0$ | $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m | 0 |
| | | = 1.256 637 061 435 ... μH/m | 0 |
| 真空誘電率[c] | $\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$ | 8.854 187 817 620 ... pF/m | 0 |
| オリジナルなプランク定数 | $h$ | $6.626\,069\,57(52) \cdot 10^{-34}$ Js | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |
| 換算プランク定数, 作用量子 | $\hbar$ | $1.054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34}$ Js | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |
| 陽電子電荷 | $e$ | 0.160 217 656 5(35) aC | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| ボルツマン定数 | $k$ | $1.380\,6488(13) \cdot 10^{-23}$ J/K | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| 重力定数 | $G$ | $6.673\,84(80) \cdot 10^{-11}$ Nm$^2$/kg$^2$ | $1.2 \cdot 10^{-4}$ |
| 重力結合定数 | $\kappa = 8\pi G/c^4$ | $2.076\,50(25) \cdot 10^{-43}$ s$^2$/kg m | $1.2 \cdot 10^{-4}$ |
| **基本定数 (出典不詳)** | | | |
| 時空の次元数 | | 3 + 1 | 0[b] |
| 微細構造定数[d] または | $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ | 1/137.035 999 074(44) | $3.2 \cdot 10^{-10}$ |
| 電磁結合定数 | $= g_{\text{em}}(m_e^2 c^2)$ | = 0.007 297 352 5698(24) | $3.2 \cdot 10^{-10}$ |
| フェルミ結合定数[d] または | $G_F/(\hbar c)^3$ | $1.166\,364(5) \cdot 10^{-5}$ GeV$^{-2}$ | $4.3 \cdot 10^{-6}$ |
| 弱結合定数 | $\alpha_w(M_Z) = g_w^2/4\pi$ | 1/30.1(3) | $1 \cdot 10^{-2}$ |
| 弱混合角 | $\sin^2\theta_W(\overline{MS})$ | 0.231 24(24) | $1.0 \cdot 10^{-3}$ |
| | $\sin^2\theta_W$ (on shell) $= 1 - (m_W/m_Z)^2$ | 0.2224(19) | $8.7 \cdot 10^{-3}$ |
| 強結合定数[d] | $\alpha_s(M_Z) = g_s^2/4\pi$ | 0.118(3) | $25 \cdot 10^{-3}$ |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 43 (続き) 物理基本定数.

| 量 | 記号 | SI単位での値 | 不確定さ.[a] |
|---|---|---|---|
| CKMクォーク混合行列 | $\lvert V\rvert$ | $\begin{pmatrix} 0.97428(15) & 0.2253(7) & 0.00347(16) \\ 0.2252(7) & 0.97345(16) & 0.0410(11) \\ 0.00862(26) & 0.0403(11) & 0.999152(45) \end{pmatrix}$ | |
| Jarlskog不変量 | $J$ | $2.96(20) \cdot 10^{-5}$ | |
| PMNSニュートリノ混合行列 | $P$ | $\begin{pmatrix} 0.82 & 0.55 & -0.15 + 0.038i \\ -0.36 + 0.020i & 0.70 + 0.013i & 0.61 \\ 0.44 + 0.026i & -0.45 + 0.017i & 0.77 \end{pmatrix}$ | |
| **素粒子質量(出典不詳)** | | | |
| 電子質量 | $m_e$ | $9.109\,382\,91(40) \cdot 10^{-31}$ kg | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |
| | | $5.485\,799\,0946(22) \cdot 10^{-4}$ u | $4.0 \cdot 10^{-10}$ |
| | | 0.510 998 928(11) MeV | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| ミューオン質量 | $m_\mu$ | $1.883\,531\,475(96) \cdot 10^{-28}$ kg | $5.1 \cdot 10^{-8}$ |
| | | 0.113 428 9267(29) u | $2.5 \cdot 10^{-8}$ |
| | | 105.658 3715(35) MeV | $3.4 \cdot 10^{-8}$ |
| タウ質量 | $m_\tau$ | 1.776 82(16) GeV/$c^2$ | |
| 電子ニュートリノ質量 | $m_{\nu_e}$ | < 2 eV/$c^2$ | |
| ミューニュートリノ質量 | $m_{\nu_e}$ | < 2 eV/$c^2$ | |
| タウニュートリノ質量 | $m_{\nu_e}$ | < 2 eV/$c^2$ | |
| アップクォーク質量 | $u$ | 1.8 to 3.0 MeV/$c^2$ | |
| ダウンクォーク質量 | $d$ | 4.5 to 5.5 MeV/$c^2$ | |
| ストレンジクォーク質量 | $s$ | 95(5) MeV/$c^2$ | |
| チャームクォーク質量 | $c$ | 1.275(25) GeV/$c^2$ | |
| ボトムクォーク質量 | $b$ | 4.18(17) GeV/$c^2$ | |
| トップクォーク質量 | $t$ | 173.5(1.4) GeV/$c^2$ | |
| 光子質量 | $\gamma$ | $< 2 \cdot 10^{-54}$ kg | |
| Wボソン質量 | $W^\pm$ | 80.385(15) GeV/$c^2$ | |
| Z boson mass | $Z^0$ | 91.1876(21) GeV/$c^2$ | |
| ヒッグス質量 | H | 126(1) GeV/$c^2$ | |
| グルーオン質量 | $g_{1\ldots8}$ | *c.* 0 MeV/$c^2$ | |
| **複合粒子質量** | | | |
| 陽子質量 | $m_p$ | $1.672\,621\,777(74) \cdot 10^{-27}$ kg | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |
| | | 1.007 276 466 812(90) u | $8.9 \cdot 10^{-11}$ |
| | | 938.272 046(21) MeV | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 中性子質量 | $m_n$ | $1.674\,927\,351(74) \cdot 10^{-27}$ kg | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |
| | | 1.008 664 916 00(43) u | $4.2 \cdot 10^{-10}$ |
| | | 939.565 379(21) MeV | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 原子質量単位 | $m_u = m_{^{12}C}/12 = 1$ u | $1.660\,538\,921(73)$ yg | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |

*a.* 不確かさ: 測定誤差の標準偏差.
*b.* $10^{-19}$ mから$10^{26}$ mで測定されたもののみ.
*c.* 定数の定義.
*d.* すべての結合定数は, リノーマリゼーションの節で述べるように, 4元運動量移行に依存する. 微細構造定数は4元運動量移行の最小 $Q^2 = m_e^2c^2$ の場合の電磁結合

Page ??

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

定数 $g_{\mathrm{em}}$ に対し昔から使用されてきた名称. 高運動量移行の場合は, より大きな値 $g_{\mathrm{em}}$˘$Q^2 = M_{\mathrm{W}}^2 c^2$¯ $\approx 1/128$ になる. それに対し, 高結合定数は運動量移行が大きい方が小さな値になる. つまり, $\alpha_{\mathrm{s}}(34\,\mathrm{GeV}) = 0.14(2)$.

これらの定数はなぜその値になるのか? 作用量子 $\hbar$ のように, 次元を持つどんな定数にも, その数値にはその歴史的意味がある. 作用量子はSI単位のジュールと秒だから, $1.054 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ である. ある次元の定数の値が, なぜ, その値より大きくも小さくもないか考える時には, その定数と, $c$ や $G$, $\hbar$, $\alpha$ で定義されるそれに対応する自然単位との間の比を与える無次元数の起源を理解する必要がある. 自然単位のもっと詳しい説明とその値は後で述べる. 原子やヒト, 木, 星の大きさ, 分子や原子過程の継続時間, 原子核や山の質量を理解することは, これらの値と対応する自然単位の比を理解することである. 自然を理解する鍵はすべての比とすべての無次元定数を理解することである. 微細構造定 $\alpha$ 自身を含めたすべての比の理解する旅は, 私たちの冒険の最後の巻にはいってやっと終わる.

Vol. IV, page ??

基本定数から, 以下の有用な高精度観測が生み出される.

TABLE 44 導出された物理定数.

| 量 | 記号 | SI単位での値 | 不確かさ |
|---|---|---|---|
| 真空中の電磁波特性インピーダンス | $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ | 376.730 313 461 77... Ω | 0 |
| アボガドロ数 | $N_{\mathrm{A}}$ | $6.022\,141\,29(27) \cdot 10^{23}$ | $4.4 \cdot 10^{-8}$ |
| ロシュミット数 | $N_{\mathrm{L}}$ | $2.686\,7805(24) \cdot 10^{23}$ | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| at 273.15 K and 101 325 Pa | | | |
| ファラデー定数 | $F = N_{\mathrm{A}} e$ | 96 485.3365(21) C/mol | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 万有気体定数 | $R = N_{\mathrm{A}} k$ | 8.314 4621(75) J/mol K | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| 理想気体のモル定数 | $V = RT/p$ | 22.413 968(20) l/mol | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| 273.15 Kおよび 101 325 Paにおいて | | | |
| リュードベリ定数 [a] | $R_\infty = m_{\mathrm{e}} c \alpha^2/2h$ | $10\,973\,731.568\,539(55)\,\mathrm{m}^{-1}$ | $5 \cdot 10^{-12}$ |
| 伝導度量子 | $G_0 = 2e^2/h$ | 77.480 917 346(25) μS | $3.2 \cdot 10^{-10}$ |
| 磁束量子 | $\varphi_0 = h/2e$ | 2.067 833 758(46) pWb | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| ジョセフソン定数 | $2e/h$ | 483.597 870(11) THz/V | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| フォン・クリッツィング定数 | $h/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$ | 25 812.807 4434(84) Ω | $3.2 \cdot 10^{-10}$ |
| ボーア磁子 | $\mu_{\mathrm{B}} = e\hbar/2m_{\mathrm{e}}$ | 9.274 009 68(20) yJ/T | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 古典電子半径 | $r_{\mathrm{e}} = e^2/4\pi\varepsilon_0 c^2 m_{\mathrm{e}}$ | 2.817 940 3267(27) fm | $9.7 \cdot 10^{-10}$ |
| コンプトン波長 | $\lambda_{\mathrm{C}} = h/m_{\mathrm{e}} c$ | 2.426 310 2389(16) pm | $6.5 \cdot 10^{-10}$ |
| 電子 | $\lambda\!\!\!^{-}_{\mathrm{c}} = \hbar/m_{\mathrm{e}} c = r_{\mathrm{e}}/\alpha$ | 0.386 159 268 00(25) pm | $6.5 \cdot 10^{-10}$ |
| ボーア半径 [a] | $a_\infty = r_{\mathrm{e}}/\alpha^2$ | 52.917 721 092(17) pm | $3.2 \cdot 10^{-10}$ |
| 回転量子 | $h/2m_{\mathrm{e}}$ | $3.636\,947\,5520(24) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2/s}$ | $6.5 \cdot 10^{-10}$ |
| 陽電子の比電荷 | $e/m_{\mathrm{e}}$ | $1.758\,820\,088(39) \cdot 10^{11}\,\mathrm{C/kg}$ | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| サイクロトロン周波数 | $f_{\mathrm{c}}/B = e/2\pi m_{\mathrm{e}}$ | 27.992 491 10(62) GHz/T | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 電子 | | | |
| 電子の磁気モーメント | $\mu_{\mathrm{e}}$ | $-9.284\,764\,30(21) \cdot 10^{-24}\,\mathrm{J/T}$ | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| | $\mu_{\mathrm{e}}/\mu_{\mathrm{B}}$ | −1.001 159 652 180 76(27) | $2.6 \cdot 10^{-13}$ |
| | $\mu_{\mathrm{e}}/\mu_{\mathrm{N}}$ | $-1.838\,281\,970\,90(75) \cdot 10^{3}$ | $4.1 \cdot 10^{-10}$ |
| 電子の g因子 | $g_{\mathrm{e}}$ | −2.002 319 304 361 53(53) | $2.6 \cdot 10^{-13}$ |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 44 (続き) 導出された物理定数.

| 量 | 記号 | SI単位での値 | 不確かさ |
|---|---|---|---|
| ミューオン–電子質量比 | $m_\mu/m_e$ | 206.768 2843(52) | $2.5 \cdot 10^{-8}$ |
| ミューオン磁気モーメント | $\mu_\mu$ | $-4.490\,448\,07(15) \cdot 10^{-26}$ J/T | $3.4 \cdot 10^{-8}$ |
| ミューオン g因子 | $g_\mu$ | −2.002 331 8418(13) | $6.3 \cdot 10^{-10}$ |
| 陽子–電子質量比 | $m_p/m_e$ | 1 836.152 672 45(75) | $4.1 \cdot 10^{-10}$ |
| 陽子の比電荷 | $e/m_p$ | $9.578\,833\,58(21) \cdot 10^{7}$ C/kg | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 陽子のコンプトン波長 | $\lambda_{C\exists p} = h/m_p c$ | 1.321 409 856 23(94) fm | $7.1 \cdot 10^{-10}$ |
| 核磁子 | $\mu_N = e\hbar/2m_p$ | $5.050\,783\,53(11) \cdot 10^{-27}$ J/T | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| 陽子の磁気モーメント | $\mu_p$ | $1.410\,606\,743(33) \cdot 10^{-26}$ J/T | $2.4 \cdot 10^{-8}$ |
| | $\mu_p/\mu_B$ | $1.521\,032\,210(12) \cdot 10^{-3}$ | $8.1 \cdot 10^{-9}$ |
| | $\mu_p/\mu_N$ | 2.792 847 356(23) | $8.2 \cdot 10^{-9}$ |
| 陽子磁気回転比 | $\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$ | $2.675\,222\,005(63) \cdot 10^{8}$ Hz/T | $2.4 \cdot 10^{-8}$ |
| 陽子の g因子 | $g_p$ | 5.585 694 713(46) | $8.2 \cdot 10^{-9}$ |
| 中性子–電子質量比 | $m_n/m_e$ | 1 838.683 6605(11) | $5.8 \cdot 10^{-10}$ |
| 中性子–陽子質量比 | $m_n/m_p$ | 1.001 378 419 17(45) | $4.5 \cdot 10^{-10}$ |
| 中性子のコンプトン波長 | $\lambda_{C\exists n} = h/m_n c$ | 1.319 590 9068(11) fm | $8.2 \cdot 10^{-10}$ |
| 中性子の磁気モーメント | $\mu_n$ | $-0.966\,236\,47(23) \cdot 10^{-26}$ J/T | $2.4 \cdot 10^{-7}$ |
| | $\mu_n/\mu_B$ | $-1.041\,875\,63(25) \cdot 10^{-3}$ | $2.4 \cdot 10^{-7}$ |
| | $\mu_n/\mu_N$ | −1.913 042 72(45) | $2.4 \cdot 10^{-7}$ |
| シュテファン–ボルツマン定数 | $\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$ | 56.703 73(21) nW/m$^2$K$^4$ | $3.6 \cdot 10^{-6}$ |
| ウィーンの変位定数 | $b = \lambda_{max} T$ | 2.897 7721(26) mmK | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| | | 58.789 254(53) GHz/K | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| 電子ボルト | eV | $1.602\,176\,565(35) \cdot 10^{-19}$ J | $2.2 \cdot 10^{-8}$ |
| ビットからエントロピーへの変換定数. | $k \ln 2$ | $10^{23}$ bit = 0.956 994 5(9) J/K | $9.1 \cdot 10^{-7}$ |
| TNT のエネルギー容量 | | 3.7 to 4.0 MJ/kg | $4 \cdot 10^{-2}$ |

*a.* 無限大質量の原子核に対して.

私たちの環境に関する有用な性質を以下の表に示す.

TABLE 45 天文学についての定数.

| 量 | 記号 | 値 |
|---|---|---|
| 太陽年 1900[a] | $a$ | 31 556 925.974 7 s |
| 太陽年 1994 | $a$ | 31 556 925.2 s |
| 平均恒星日 | $d$ | $23^h 56' 4.090\,53''$ |
| 地球–太陽間平均距離[b] | | 149 597 870.691(30) km |
| 天文単位[b] | AU | 149 597 870 691 m |
| 光年, ユリウス年を基準[b] | al | 9.460 730 472 5808 Pm |
| パーセク | pc | 30.856 775 806 Pm = 3.261 634 al |
| 地球の質量 | $M_♁$ | $5.973(1) \cdot 10^{24}$ kg |
| 地心重力定数 | $GM$ | $3.986\,004\,418(8) \cdot 10^{14}$ m$^3$/s$^2$ |
| 地球の gravitational length | $l_♁ = 2GM/c^2$ | 8.870 056 078(16) mm |
| 地球の赤道半径[c] | $R_{♁eq}$ | 6378.1366(1) km |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 45 (続き) 天文学の表.

| 量 | 記号 | 値 |
|---|---|---|
| 地球の半径[c] | $R_{♁\,\mathrm{p}}$ | 6356.752(1) km |
| 赤道–極の距離[c] | | 10 001.966 km (average) |
| 地球の扁平率[c] | $e_{♁}$ | 1/298.25642(1) |
| 地球の平均密度 | $\rho_{♁}$ | 5.5 Mg/m$^3$ |
| 地球の年齢 | $T_{♁}$ | 4.50(4) Ga = 142(2) Ps |
| 地球の標準重力 | $g$ | 9.806 65 m/s$^2$ |
| 地球の標準大気圧 | $p_0$ | 101 325 Pa |
| 月の半径 | $R_{☾\,\mathrm{v}}$ | 地球の方向に 1738 km |
| 月の半径 | $R_{☾\,\mathrm{h}}$ | 他の2方向に 1737.4 km |
| 月の質量 | $M_{☾}$ | $7.35 \cdot 10^{22}$ kg |
| 月の平均距離[d] | $d_{☾}$ | 384 401 km |
| 近地点での 月の距離[d] | | 典型的には 363 Mm, 過去の最低値 359 861 km |
| 遠地点での月の距離 [d] | | 典型的には 404 Mm, 過去の最大値 406 720 km |
| 月の角サイズ[e] | | 平均 0.5181° = 31.08′, 最小 0.49°, 最大 0.55° |
| 月の平均密度 | $\rho_{☾}$ | 3.3 Mg/m$^3$ |
| 月の表面重力 | $g_{☾}$ | 1.62 m/s$^2$ |
| 月の大気圧 | $p_{☾}$ | from $10^{-10}$ Pa (夜間) から $10^{-7}$ Pa (昼間) |
| 木星の質量 | $M_{♃}$ | $1.90 \cdot 10^{27}$ kg |
| 木星の半径, 赤道 | $R_{♃}$ | 71.398 Mm |
| 木星の半径, 極 | $R_{♃}$ | 67.1(1) Mm |
| 木星の太陽からの平均距離 | $D_{♃}$ | 778 412 020 km |
| 木星の表面重力 | $g_{♃}$ | 24.9 m/s$^2$ |
| 木星の大気圧 | $p_{♃}$ | from 20 kPa to 200 kPa |
| 太陽の質量 | $M_{\odot}$ | $1.988\,43(3) \cdot 10^{30}$ kg |
| 太陽の gravitational length | $2GM_{\odot}/c^2$ | 2.953 250 08(5) km |
| 太陽中心の重力定数 | $GM_{\odot}$ | $132.712\,440\,018(8) \cdot 10^{18}$ m$^3$/s$^2$ |
| 太陽の光度 | $L_{\odot}$ | 384.6 YW |
| 太陽の赤道半径 | $R_{\odot}$ | 695.98(7) Mm |
| 太陽の角サイズ | | 0.53° 平均; 7月4日最小 (遠日点) 1888″, 1月4日最大 (近日点) 1952″ |
| 太陽の平均密度 | $\rho_{\odot}$ | 1.4 Mg/m$^3$ |
| 太陽の平均距離 | AU | 149 597 870.691(30) km |
| 太陽の年齢 | $T_{\odot}$ | 4.6 Ga |
| 太陽の速度 | $v_{\odot\mathrm{g}}$ | 220(20) km/s |
| 銀河系中心の周りの回転 | | |
| 太陽の速度 | $v_{\odot\mathrm{b}}$ | 370.6(5) km/s |
| 宇宙背景に対する | | |
| 太陽の表面重力 | $g_{\odot}$ | 274 m/s$^2$ |
| 太陽の光球下部圧力 | $p_{\odot}$ | 15 kPa |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 45 (続き) 天文学の表.

| 量 | 記号 | 値 |
|---|---|---|
| 銀河系中心までの距離 | | 8.0(5) kpc = 26.1(1.6) kal |
| 銀河系の年齢 | | 13.6 Ga |
| 銀河系のサイズ | | *c.* $10^{21}$ m or 100 kal |
| 銀河系の質量 | | $10^{12}$ solar masses, *c.* $2 \cdot 10^{42}$ kg |
| 既知のもっとも遠方の銀河団 | SXDF-XCLJ 0218-0510 | $9.6 \cdot 10^{9}$ al |

*a.* 春分点から春分点までで定義された定数. かつては, 秒を定義するのに使用された. (π秒は約10億秒である. ) 1990年の値は0.7s短く, これは 0.2 ms/a 程度ゆっくりなったことになる. (なぜか?) 1年の長さの時間的変化の実験的公式がある.

Challenge 537 s Ref. 372

*b.* 地球と太陽の平均距離の精度は30 mしかないとは驚くべきだが, これは, 20年以上にわたりヴァイキング軌道船と火星着陸機から送られてきた信号を平均して得られたものである. 国際天文学連合 (IAU)は, 地球–太陽平均距離と天文単位 *(AU)* を区別している. 後者は固定したきちんとした長さとして定義されている. また, 光年は, IAUにより, きちんとした数字として定義されている. 詳細はwww.iau.org/public/measuringを参照のこと.

*c.* 地球の形を最も精密に記述しているのは世界測地系 (WGS) である. 最新のものは1984年 に作られた. ウェブサイトwww.wgs84.comにその背景と詳細が全体的に紹介してある. 国際地理学連合 (IGU) は2000年にそれを修正した. ここで紹介している半径や扁平度は 'mean tide system' に対するものである. これらは 'zero tide system' やその他のシステムと約0.7 m違っている. この違いは科学そのものである.

*d.* 中心から中心までで測定. ここで紹介した月までの精密な距離はwww.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.htmlを見てください. 惑星については, www.fourmilab.ch/solar/solar.htmlや同じサイトの別のページを見てください.

*e.* 角度は以下のように定義されている: 1 degree = 1° = π/180 rad, 1 (first) minute = 1′ = 1°/60, 1 second (minute) = 1″ = 1′/60. The ancient units 'third minute' and 'fourth minute', each 1/60th of the preceding, are not in use any more. ('Minute' originally means 'very small', as it still does in modern English.)

大規模スケールの自然の性質を次の表に示す. (宇宙の任意の性質が列挙されているかどうかを決められるだろうか?)

Challenge 534 s

TABLE 46 宇宙についての定数.

| 量 | 記号 | 値 |
|---|---|---|
| 宇宙定数 | $\Lambda$ | *c.* $1 \cdot 10^{-52}\,\mathrm{m}^{-2}$ |
| 宇宙の年齢[a] | $t_0$ | $4.333(53) \cdot 10^{17}$ s = $13.8(0.1) \cdot 10^{9}$ a |
| (一般相対論を用い, 膨張を考え, 時空から決定されたもの) | | |
| 宇宙の年齢[a] | $t_0$ | over $3.5(4) \cdot 10^{17}$ s = $11.5(1.5) \cdot 10^{9}$ a |
| (量子論を用い, 銀河や恒星を考え, 物質から決定されたもの) | | |
| ハッブルパラメータ[a] | $H_0$ | $2.3(2) \cdot 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1} = 0.73(4) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{a}^{-1}$ |
| | $= h_0 \cdot 100\,\mathrm{km/s\,Mpc} = h_0 \cdot 1.0227 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{a}^{-1}$ | |
| 換算ハッブルパラメータ[a] | $h_0$ | 0.71(4) |
| 減速パラメータ[a] | $q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$ | −0.66(10) |
| 宇宙の地平線までの距離[a] | $d_0 = 3ct_0$ | $40.0(6) \cdot 10^{26}$ m = 13.0(2) Gpc |
| 宇宙のトポロジー | | $10^{26}$ mまでは明らか |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 46 (続き) 宇宙についての定数.

| 量 | 記号 | 値 |
|---|---|---|
| 空間の次元数 | | $10^{26}$ mの距離までについては3 |
| 臨界密度 | $\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$ | $h_0^2 \cdot 1.878\,82(24) \cdot 10^{-26}\,kg/m^3$ |
| (宇宙について) | | $= 0.95(12) \cdot 10^{-26}\,kg/m^3$ |
| (全) 密度パラメータ[a] | $\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$ | 1.02(2) |
| バリオン密度パラメータ[a] | $\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$ | 0.044(4) |
| Cold dark matter density parameter[a] | $\Omega_{CDM0} = \rho_{CDM0}/\rho_c$ | 0.23(4) |
| ニュートリノ密度パラメータ[a] | $\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$ | 0.001 to 0.05 |
| ダークエネルギー密度パラメータ[a] | $\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$ | 0.73(4) |
| ダークエネルギー状態パラメータ | $w = p_X/\rho_X$ | −1.0(2) |
| Baryon mass | $m_b$ | $1.67 \cdot 10^{-27}\,kg$ |
| バリオン数密度 | | $0.25(1)\,/m^3$ |
| 光物質密度 | | $3.8(2) \cdot 10^{-28}\,kg/m^3$ |
| 宇宙の恒星 | $n_s$ | $10^{22\pm1}$ |
| 宇宙のバリオン | $n_b$ | $10^{81\pm1}$ |
| マイクロ波背景温度[b] | $T_0$ | 2.725(1) K |
| 宇宙の光子 | $n_\gamma$ | $10^{89}$ |
| 光子エネルギー密度 | $\rho_\gamma = \pi^2 k^4/15T_0^4$ | $4.6 \cdot 10^{-31}\,kg/m^3$ |
| 光子数密度 | | $410.89\,/cm^3$ or $400\,/cm^3(T_0/2.7\,K)^3$ |
| 密度のゆらぎの振幅 | $\sqrt{S}$ | $5.6(1.5) \cdot 10^{-6}$ |
| 重力波振幅 | $\sqrt{T}$ | $< 0.71\sqrt{S}$ |
| 8 Mpc での質量ゆらぎ | $\sigma_8$ | 0.84(4) |
| スカラー指標 | $n$ | 0.93(3) |
| スカラー指標のランニング | $dn/d\ln k$ | −0.03(2) |
| プランク長 | $l_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^3}$ | $1.62 \cdot 10^{-35}\,m$ |
| プランク時間 | $t_{Pl} = \sqrt{\hbar G/c^5}$ | $5.39 \cdot 10^{-44}\,s$ |
| プランク質量 | $m_{Pl} = \sqrt{\hbar c/G}$ | 21.8 µg |
| 現在までの時間点数[a] | $t_0/t_{Pl}$ | $8.7(2.8) \cdot 10^{60}$ |
| 時空点数 | $N_0 = (R_0/l_{Pl})^3 \cdot (t_0/t_{Pl})$ | $10^{244\pm1}$ |
| (地平線内部)[a] | | |
| 地平線内部の質量 | $M$ | $10^{54\pm1}\,kg$ |

*a.* 指標 0 は現在の値を示す.
*b.* 輻射は宇宙が380 000歳で, 温度が約3000 Kの頃のもの. 銀河生成に至ったゆらぎ$\Delta T_0$は, 現在, 約$16 \pm 4\,\mu K = 6(2) \cdot 10^{-6}\,T_0$である.

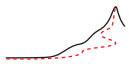
Vol. II, page 215

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

## 役に立つ数字

| | |
|---|---|
| e | $2.71828\,18284\,59045\,23536\,02874\,71352\,66249\,77572\,47093\,69995_9$ |
| π | $3.14159\,26535\,89793\,23846\,26433\,83279\,50288\,41971\,69399\,37510_5$ |
| $\pi^2$ | $9.86960\,44010\,89358\,61883\,44909\,99876\,15113\,53136\,99407\,24079_0$ |
| γ | $0.57721\,56649\,01532\,86060\,65120\,90082\,40243\,10421\,59335\,93992_3$ |
| ln 2 | $0.69314\,71805\,59945\,30941\,72321\,21458\,17656\,80755\,00134\,36025_5$ |
| ln 10 | $2.30258\,50929\,94045\,68401\,79914\,54684\,36420\,76011\,01488\,62877_2$ |
| $\sqrt{10}$ | $3.16227\,76601\,68379\,33199\,88935\,44432\,71853\,37195\,55139\,32521_6$ |

Ref. 344



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Appendix C

# 運動についての情報源

> 人の望みのはかなさをなにより如実に思い知らされるところは図書館である.
> サミュエル・ジョンソン (Samuel Johnson)

> 消費者社会には二種類の奴隷が必然的に存在することになる. すなわち, 執着の囚人と羨望の囚人である.
> イヴァン・イリイチ (Ivan Illich)**

このテキストでは, 関連分野の良書を参考文献として紹介している. 参考文献としてはこの冒険に登場する内容をさらに深めるための雑誌やウェブサイトも挙げている. すべての引用は氏名索引を見て探し出すことも可能である. もっと情報が入用の場合は, 図書館やウェブサイトが役に立つ.

図書館に行けば, Reviews of Modern Physics, Reports on Progress in Physics, Contemporary Physics や Advances in Physics. のような雑誌で最近の研究のレビュー記事を読むことができる. また, American Journal of Physics, the European Journal of Physics や Physik in unserer Zeit.を見れば教育上のすぐれた入門内容を見つけ出せるだろう.

研究のトレンドについての概要は Physics World, Physics Today, Europhysics Journal, Physik Journal や Nederlands tijdschrift voor natuurkunde. などの雑誌によく掲載されている. 科学全般をカバーしている良好な情報源としては, Nature, New Scientist, Naturwissenschaften, La Recherche や Science News. の雑誌があげられる.

運動の基本に関わる研究論文は, 主に, Physics Letters B, Nuclear Physics B, Physical Review D, Physical Review Letters, Classical and Quantum Gravity, General Relativity and Gravitation, International Journal of Modern Physics や Modern Physics Letters. に掲載されている. 最近の結果や推論は Nuclear Physics B Supplements.などの会議予稿集でみることができる. 研究記事はFortschritte der Physik, European Physical Journal, La Rivista del Nuovo Cimento, Europhysics Letters, Communications in Mathematical Physics, Journal of

** イヴァン・イリイチ (Ivan Illich) (b. 1926 ウィーン , d. 2002 ブレーメン), 神学者, 社会・政治評論家.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Mathematical Physics, Foundations of Physics, International Journal of Theoretical Physics や Journal of Physics G.などでも見ることができる.

良質のインターネット物理ジャーナルとなるとあまり多くない. たとえば, www.livingreviews.org の Living Reviews in Relativity とか, www.njp.org ウェブサイトの New Journal of Physics などがある. 残念なことに, 多くのインターネットの物理雑誌は誤った内容の研究を公開している. それらは目につきやすく, 論文を公開するにあたり, お金を要求される.

運動や現代物理についての進行中の研究に触れるもっとも簡単な方法は, 何といっても, 国際的なコンピュータネットワークのインターネットを使うことである. それを始めるには, そのことを知っている友人に聞いてみるのがよい.*

二十世紀の最後の十年, インターネットはライブラリー, ビジネルツール, 議論の場, メディア収集, ガーベージ収集, なかんずく, 中毒的情報提供者の間に浸透した. インターネットはあまり使いすぎない方がいい. 商売や宣伝や, 残念なことに, あらゆる種類の犯罪だけでなく, 子供や若者や大人向けの中毒的マテリアルがウェブの一部として統合されている. パソコン, モデムや無料のブラウザーソフトウェアを用いると, 数百万ページのドキュメントから情報をさがすこともできるが, やりすぎるとプロとしてのキャリアもダメにしてしっまうこともある. 様々な種類のドキュメントが世界中の様々なコンピュータに置かれているが, ユーザはこのことを知らなくてもよい.**

大部分の理論物理の論文は, レフリーにチェックされ正式に出版される前に, arxiv.org でプレプリントして無料で入手できる. ある論文を引用しているプレプリントをさがすこともできる.

---

* インターネットを用いたり, eメールのみを用いてFTP経由でファイルをダウンロードすることもできる. しかし, これらのツールはあまりにも頻繁に変更されるので安定的なガイドとしてここではあげない. 友人に聞いてください.

** 数十年前は, the provocative book by Ivan Illich, のこれを先取りした本 *Deschooling Society*, Harper & Row, 1971, が教育システムとしての四つの要素をリストアップしている:

1. 学習のためのリソース, たとえば, 機器, ゲームなどに, 適切な価格で, だれもが, 生涯のとんな時にでもアクセスできること;
2. 学びたいすべての人にとって, 議論, 協働や競争に対し同じ学習条件に均等にアクセスできること;
3. 学習者の世話をしたり注意を与えるための教師などの熟練者にアクセスできること;
4. その分野の熟達者が学生の手本になれるよう, 両者の間でやり取りができること. たとえば, プロの音楽家の演奏を聴いたり, 専門的な著作をよめる機会がないといけない. このことは熟練者にも, 自分のスキルを共有させたり, 宣伝させたり, 使用する機会を与えることになる.

Illich は, そのシステムが非正規の場合 – かれはこのようなシステムを 'learning web' とか'opportunity web' とよんでいる –, 通常の学校のような正式の公的財政を基盤とした機関より, しっかりとした人間を育成することにおいて優れているという考え方を展開している. これらの考え方は, 彼の著作 *Deschooling Our Lives*, Penguin, 1976, および *Tools for Conviviality*, Penguin, 1973. においてさらに深められている.

今日においては, どんなネットワークコンピュータも*email* (電子メール), FTP (別のコンピュータとファイルをやり取りする), 素粒子物理のような特定のディスカッショングループへのアクセスやワールドワイドウェブへのアクセスを提供している. はからずも, インターネットのこのような機能はIllichにより議論されている 'opportunity web' の根幹になってきている. しかし, どんな学校でも, これはインターネットが実際のところ学習ウェブを提供しているか, 中毒の入り口になっているかという規律に強く依存している.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

このテキストが出版された後に，登場したR運動の記述についての研究論文も，図書館からのみアクセスできるサイト，www.webofknowledge.com で見つけることができる．そこから，ある特定の論文を引用しているすべての出版物をサーチすることができる．

サーチエンジンを用いると作家，組織，本，出版物，会社や簡単なキーワードに対するウェブをサーチできるが，価値ある情報を得られるか，興味本位なエピソードにとどまるかはまったく探す人に依存する．運動についての興味深いサーバーをのリストを以下に示す．

TABLE 47 世界中の興味深いウェブサイト．

| トピック | ウェブサイトアドレス |
|---|---|
| **一般知識** | |
| 科学技術の革新 | www.innovations-report.de |
| 書物 | www.ulib.org |
| | books.google.com |
| Theodore Gray によるおもしろい科学教育 | www.popsci.com/category/popsci-authors/theodore-gray |
| Entertaining and professional science education by Robert Krampfによる専門科学教育と楽しみ | thehappyscientist.com |
| *Science Frontiers* | www.science-frontiers.com |
| *Science Daily* News | www.sciencedaily.com |
| *Science News* | www.sciencenews.org |
| *Encyclopedia of Science* | www.daviddarling.info |
| おもしろい科学研究 | www.max-wissen.de |
| 良質の科学ビデオ | www.vega.org.uk |
| ASAP 科学ビデオ | plus.google.com/101786231119207015313/posts |
| **物理** | |
| 廃物利用のおもちゃで学ぶ物理 | www.arvindguptatoys.com |
| 公式 SI 単位ウェブサイト | www.bipm.fr |
| 単位変換 | www.chemie.fu-berlin.de/chemistry/general/units.html |
| 素粒子データ | pdg.web.cern.ch |
| 工学データと公式 | www.efunda.com |
| 相対論についての情報 | math.ucr.edu/home/baez/relativity.html |
| 研究プレプリント | arxiv.org |
| | www.slac.stanford.edu/spires |
| 物理雑誌の論文アブストラクト | www.osti.gov |
| 今週の物理 | www.aip.org/physnews/update |
| 今日の物理 | phys.org |
| Yacov Kantorによる物理問題Kantor, Yacov | www.tau.ac.il/~kantor/QUIZ/ |
| Henry Greensideによる物理問題 | www.phy.duke.edu/~hsg/physics-challenges/challenges.html |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

| トピック | ウェブサイトアドレス |
|---|---|
| 物理の‘今週の疑問’ | www.physics.umd.edu/lecdem/outreach/QOTW/active |
| 物理の‘ミニ問題’ | www.nyteknik.se/miniproblemet |
| Physikhexe | physik-verstehen-mit-herz-und-hand.de/html/de-6.html |
| 魔法の科学のトリック | www.sciencetrix.com |
| 物理スタックエクスチェンジ | physics.stackexchange.com |
| ‘専門家に聞こう’ | www.sciam.com/askexpert_directory.cfm |
| ノーベル賞受賞者 | www.nobel.se/physics/laureates |
| ノーベル賞受賞者の話のビデオ | www.mediatheque.lindau-nobel.org |
| 物理学者の画像 | www.if.ufrj.br/famous/physlist.html |
| 物理学組織 | www.cern.ch |
| | www.hep.net |
| | www.nikhef.nl |
| | www.het.brown.edu/physics/review/index.html |
| ウェブ上の物理教科書 | www.physics.irfu.se/CED/Book |
| | www.biophysics.org/education/resources.htm |
| | www.lightandmatter.com |
| | www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html |
| | www.feynmanlectures.info |
| | hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html |
| | www.motionmountain.net |
| 古典力学と素粒子論についての3組の美しいノート | feynman.phy.ulaval.ca/marleau/notesdecours.htm |
| David Raymondによる優れた*Radical Freshman Physics* | www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html |
| MIT 物理コース原稿 | ocw.mit.edu/courses/physics/ |
| 英語とドイツ語の物理講義原稿 | www.akleon.de |
| ‘世界の講義室’ | wlh.webhost.utexas.edu |
| 今日の写真画像 | www.atoptics.co.uk/opod.htm |
| 相対論復習 | www.livingreviews.org |
| Wissenschaft in die Schulen | www.wissenschaft-schulen.de |
| Walter Lewinの 物理講義ビデオ | ocw.mit.edu/courses/physics/8-01-physics-i-classical-mechanics-fall-1999/ |
| Matt Carlson の物理ビデオ | www.youtube.com/sciencetheater |
| Nottingham 大学の物理ビデオ | www.sixtysymbols.com |
| 物理講義ビデオ | www.coursera.org/courses?search=physics |
| | www.edx.org/course-list/allschools/physics/allcourses |
| **数学** | |
| ‘数学フォーラム’のインターネットソース集 | mathforum.org/library |
| 数学者の経歴 | www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/BiogIndex.html |

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

| トピック | ウェブサイトアドレス |
|---|---|
| パデューの今週の数学問題 | www.math.purdue.edu/academics/pow |
| Macalester 大学の今週の数学問題 | mathforum.org/wagon |
| 数学公式 | dlmf.nist.gov |
| Weissteinの数学の世界 | mathworld.wolfram.com |
| 関数 | functions.wolfram.com |
| 積分記号 | www.integrals.com |
| 代数曲面 | www.mathematik.uni-kl.de/~hunt/drawings.html |
| 数学講義ビデオ, ドイツ語 | www.j3l7h.de/videos.html |
| Gazeta Matematica, ルーマニア語 | www.gazetamatematica.net |

## 天文学

| | |
|---|---|
| ESA | sci.esa.int |
| NASA | www.nasa.gov |
| ハッブル宇宙望遠鏡 | hubble.nasa.gov |
| スローンディジタル宇宙観望 | skyserver.sdss.org |
| 'cosmic mirror' | www.astro.uni-bonn.de/~dfischer/mirror |
| 太陽系シミュレーター | space.jpl.nasa.gov |
| 見ることができる人工衛星 | liftoff.msfc.nasa.gov/RealTime/JPass/20 |
| 今日の天文学画像 | antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/astropix.html |
| 宇宙から見た地球 | www.visibleearth.nasa.gov |
| スターゲイザーからスターシップへ | www.phy6.org/stargaze/Sintro.htm |
| 現在の太陽データ | www.n3kl.org/sun |

## 特定のトピックス

| | |
|---|---|
| 化学の教科書, オンライン | chemed.chem.wisc.edu/chempaths/GenChem-Textbook |
| 鉱物 | webmineral.com |
| | www.mindat.org |
| 地質図 | onegeology.org |
| 目の錯覚 | www.sandlotscience.com |
| 岩石地質学 | sandatlas.org |
| Petitの科学漫画 | www.jp-petit.org |
| 物理おもちゃ | www.e20.physik.tu-muenchen.de/~cucke/toylinke.htm |
| 物理ユーモア | www.dctech.com/physics/humor/biglist.php |
| マジックについて | www.faqs.org/faqs/magic-faq/part2 |
| 紙飛行機を作る | www.pchelp.net/paper_ac.htm |
| | www.ivic.qc.ca/~aleexpert/aluniversite/klinevogelmann.html |
| 小さな飛行ヘリコプター | pixelito.reference.be |
| 科学の好奇心 | www.wundersamessammelsurium.info |
| 一万年時計 | www.longnow.org |
| Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte | www.gdnae.de |

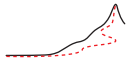
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

| トピック | ウェブサイトアドレス |
|---|---|
| 疑似科学 | suhep.phy.syr.edu/courses/modules/PSEUDO/pseudo_main.html |
| 変人 | www.crank.net |
| 各元素のビデオ付き周期律表 | www.periodicvideos.com |
| 数学語録 | math.furman.edu/mwoodard/~mquot.html |
| '世界疑問センター' | www.edge.org/questioncenter.html |
| 盗作 | www.plagiarized.com |
| でっちあげ | www.museumofhoaxes.com |
| 地球百科 | www.eoearth.org |

大学に行かずに物理を勉強したいですか? ドイツでは, University of Kaiserslautern において, email と インターネットを通してそれが可能である.* 近い将来, 英国での世界的なプロジェクトにより, 英語による同様のことが行われことになるだろう. まずは, このテキストで最近の知識をアップデートしてください!

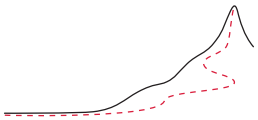
> Das Internet ist die offenste Form der geschlossenen Anstalt.**
>
> Matthias Deutschmann

> Si tacuisses, philosophus mansisses.***
>
> After Boethius.



* See the www.fernstudium-physik.de website.
** 'インターネットは閉ざされた研究所のもっとも開かれた形式である.'
*** '寡黙を続けると, 哲学者のままでとどまるであろう.' ボエティウス (Boethius) (*c.* 480–*c.* 525) が *De consolatione philosophiae*, 2.7, 67 ff で語った話から.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



# チャレンジのヒントと解答

> 答えがわかるまで計算はするな.
> ジョン・ホイーラー (John Wheeler) のモットー

ジョン・ホイーラー (John Wheeler) は推定し, 試して, 考えるよう他の人に求めている. でも, その考えを人にいわなくてもいいのだ. 正しい考えは物理的直観を強化し, 考えが誤っていてもそれは驚きという喜びにつながる. 問題を解くために考えるということがともかく大事な第一ステップである.

教師の判断基準としては別のものがある. 良い問題は困難さのレベルに応じて解決する事ができ, 言葉でもイメージでも公式でも解け, 知識を活性化し, 実世界に適用でき, 未解決なものである.

Challenge 1, page 10: 難しい要求や厳密さをもとめることに躊躇してはならない. このテキストの次の版ではそれから得るものがあるだろう.

Challenge 2, page 15: 実際の運動と運動の錯覚を区別する方法は多くある: 例えば, それにより別の何かを動かせるなら, それは実際の運動である. さらに, 絵の運動錯覚には重要な欠点ある. 頭と紙をそれぞれ固定してしまうと, 何も動かない. つまり, 錯覚は既存の運動を増幅するだけで, 無から運動を創りだせない.

Challenge 3, page 16: 詳細で精密な実験がなかったとしたら, いずれも, 自分の視点を証明する例を探し出すことができる. 生成はコップの水にかびやバクテリアが生じるということで支持できるだろう. 生成は, 運動の消失のような跡形もなくなくなる逆の現象によっても支持されるだろう. しかし, 出現と消失を仮定しているケースを詳細に調べゆくと, 保存が指示され, 生成は誤りであることがわかる.

Challenge 4, page 18: この水の量はバケツの形に依存する. 重心が最低位置にあるかづかということで, システムがどうなるか (傾くか真直ぐか) が決まる.

Challenge 5, page 19: 物事を単純化するために, バケツは円筒形であるとする. ヒントが必要なら家で実験してみるちいい. リールについては, 誤解を招きやすいので気をつけてほしい. リールを前進させる縁の部分は糸が巻かれている部分より径が大きい. 巻かれている糸はFigure 206に示すリールのように巻かれている糸は床には触れていない.

Challenge 6, page 18: 政党, 派閥, 支援団体やセラピストはこういう動きをする典型例である.

Challenge 7, page 22: この問題は, 重力波のような真空空間での運動に対しては完全に決着がついたわけではない. 従って, 真空空間の運動は例外かもしれない. どんな場合も, 真空空間は小さな有限サイズの粒子から出来ているのではなく, このことが重力波の伝播とは矛盾してしまうだろう.

Challenge 8, page 25: 穴は物理系ではない. なぜなら, 一般に, 穴は追跡できないからである.

Challenge 9, page 25: 循環定義のように思えるのは以下の考え方による. 物体は背景に対し動くものとして定義され, 背景は, 物体が変化するときに変化せずそのままとどまるものと定義できるからである. 私たちの冒険では, これから幾度となくこの問題に立

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

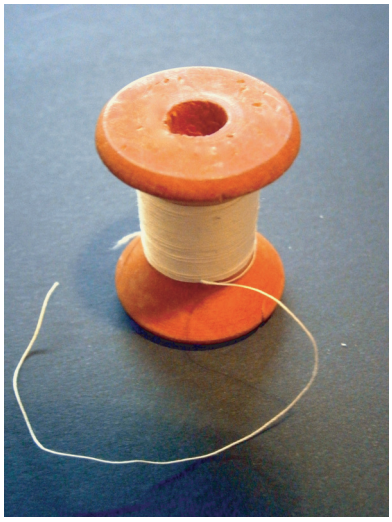


FIGURE 206 リールの問題の図.

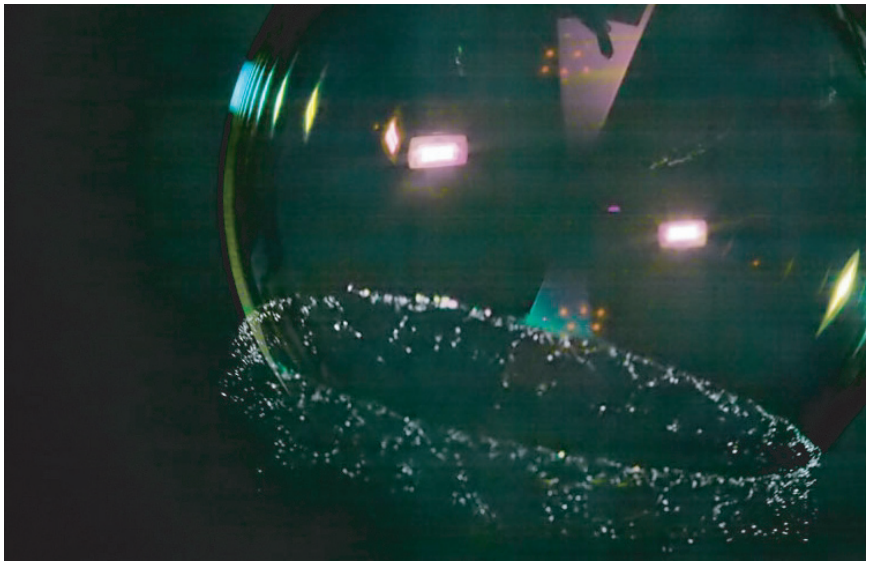


FIGURE 207 壊れる瞬間の石けんの泡 (© Peter Wienerroither).

Page 284 ち返ることになる. ある程度の忍耐が必要になるだろう.

Challenge 10, page 26: 宇宙には状態はない. 測定することもできず, 原理的に規則的でもない. この問題については第 IV 巻, 量子論の所で議論する.

Vol. IV, page ??

Challenge 11, page 27: 自然界の物理系の固有の性質の最終的なリストを, 第 V 巻の素粒子物理の節で示す. もちろん, 宇宙には恒久的な固有の性質はない. そのどれもが宇宙全体として測定することができないし, 原理的に規則性もない.

Vol. V, page ??

Challenge 12, page 29: ヒント: このような点は存在する.

Challenge 13, page 29: 途中経過を示したFigure 207を見てください. 泡はある一点から破裂し, それから, 穴の縁が急速に拡大し, 正反対の点で消える. 図が示すように, これが起きている間, 常に泡は球形を保っている. この過程の動画はwww.youtube.com/watch?v=dIZwQ24_OU0で見ることができる (または'bursting soap bubble'で検索してください). いいかえると, 最終的に飛び出した水滴は, 泡を穿刺した点と反対の点から現れているのであって, 泡の中心から出ているのではない.

Challenge 14, page 29: 物体は物をすり抜けることができないので, 幽霊は移動する像で

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Vol. IV, page ?? あって, 移動する物体ではない.

Challenge 15, page 29: 何かが運動をやめるとしたら, 運動は消えてしまい無くなるだろう. 精密な証明を行うには, 原子は運動をしていないことを示す必要があるだろう. これまで, こんなことが観測されたことはない: 運動は保存される. (自然界で, 消え去り無になるものはない.)

Challenge 16, page 29: 実際のところ, このことは空間が無限であることを意味しているように思える. しかし, 何かが '無限に' 運動していることを観測することはできない. 誰もそれほど長く生きられないからである. つまり, 空間が無限であることを証明する方法がないのである. もし, 空間が無限かどうかは他のどんな方法でも証明できない.

Challenge ??, page ??: 必要なロープの長さは $nh$ である. ここで $n$ は滑車/プーリーの数である. 農夫は, 実際, 感知できる.

Challenge 17, page 30: どうやって測定するのか?

Challenge 18, page 30: 測定結果が何桁まで信頼できるかは単に定量精度の問題である. 具体的には, 付録に記載している '標準偏差' を調べることである.

Challenge 19, page 30: できない; 観測や測定を行うにはメモリーは不可欠である. それが人であろうと測定機器であろうと同じである. 量子論により明確になるであろう.

Challenge 20, page 30: ゼロの速度が測定されたことはない. 測定誤差がいつも存在するため, 何かがゼロであるということはできない. 絶対にである!

Challenge 21, page 30: 一粒の小麦の重さを 40 mg とすると, $(2^{64} - 1) = 18\,446\,744\,073\,700\,551\,615$ 粒の小麦は 7380億トンになる. 2006年の世界の収穫量は6億600万トンなので, この値は世界の小麦の収穫の1200年分にあたる.

粒数の計算は, いわゆる等比数列の和をあたえる公式 $1 + m + m^2 + m^3 + ...m^n = (m^{n+1} - 1)/(m - 1)$ を使えば簡単に計算できる. (この名称は歴史的なもので name is historical and is used as a contrast to the 等差数列 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ...n = n(n + 1)/2$ と対比される.) この二つの式を証明できるか?

チェスの伝説の人物としてまず挙げられれているのは イブン・ハッリカーン (Ibn Khallikan) (b. 1211 アルビール , d. 1282 ダマスカス)である. 同様の伝説的人物 Shiram 王や Balhait 王は二世紀と四世紀の間の歴史的人物である. この伝説は二つ違う話を結びつけたもののようだ. 実際, 粒の計算は, 947年の Al-Masudi (b. *c.* 896 バクダッド, d. 956 カイロ)の有名なテキスト *Meadows of Gold and Mines of Precious Stones*に見られる.

Challenge 22, page 30: 上手に実験をすると, 炎は前方に倒れる. しかし, このような実験は簡単でなく, 時々, 炎は後ろに倒れる. やってみてください. 両方の実験結果を説明できるか?

Challenge 23, page 30: 加速度計はもっとも単純な運動検出器である. 容器が加速されると信号が発生する圧電デバイスで, 1 ユーロ程度の値段である. 将来現れるであろう加速度計として干渉加速度計がある. これは干渉格子の運動を利用したもので, シリコン内に集積化されると考えられる. 他に, ジャイロスコープや回転運動をするレーザービームを用いたより精密な加速度計もある.

速度計や位置検出器も運動を検出できる. それには車輪または容器から外を見るという光学的方法が必要である. 車のタコグラフは速度計の例であり, コンピュータのマウスは位置検出器の例である.

スキーヤーやスケーターの速度を測定する安い機械があればいいんだが, そんな機械はまだない.

Challenge 24, page 30: テーブルの中央は端より地球の中心に近くなるので, ボールはテーブルの中心に向かって転がり (または滑り)おちる. この時, ボールは通り抜け, テーブルの中心まわりで振動する. その周期は, チャレンジ 375 に示すように, 84 min になる. (これはこれまで観測されたことがない. なぜか?)

Challenge 25, page 30: 加速がゼロにならない限り可能である. 加速は感知できる. 加速度計は加速を測定し位置を教えてくれる機械である. 飛行機が大西洋上にあるときで

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

も, 加速度計を使用している. 加速度計の容器が加速されないと, 動いているのか静止しているのかはわからない. どの方向に動いているのかもわからない. (夜行列車の中で目を閉じればこのことを確認できるだろう.)

Challenge 26, page 30: ブロックは, 円柱の径とは無関係に, 円柱の2倍の速度で動く.

Challenge 27, page 30: この方法はこれ以外の恐怖感についても効果があることが知られている.

Challenge 28, page 31: この3カップルが渡り終えるのに 11 回必要になる. 2カップルでは 5 回, 4カップル以上では解はない. $n$ カップルで, ボートに $n-1$ の席があるとしたら, 答えはどうなるか?

Challenge 29, page 31: ヒント: このような形状は無限個ある. これらの曲線はルーロー曲線とよばれることもある. 別のヒント: 英国の 20 p と 50 p 硬貨もこのような形をしている. つまり, 答えはイエスで円柱以外にも可能である: 例えば, ねじった角棒もそうである.

Challenge 30, page 32: わからなければ, よく知っている骨董家具の保有者に聞いてみるといい.

Challenge 31, page 32: この美しいパズルは arxiv.org/abs/1203.3602 で見ることができる.

Challenge 32, page 32: 保存性, 相対性および最小化については一般的に成り立つ. まれな例として, 原子核物理では, 鏡面対称性のように, 運動不変性 (可逆性) が破れている場合がある. 最小長や最小時間になると連続性が成り立たないことが知られているが, 実験的にこの領域はまだ調べられてはいないので, 実質的には依然として成り立っているとしていい.

Challenge 33, page 33: 日常生活においては成り立っている. 量子効果を考慮するとどうなるか?

Challenge 34, page 35: 過去数百万年の間に水晶内の隣合う2個の原子の平均間隔の変化を考えよ. もっとゆっくりしているものを知っているか?

Challenge 35, page 36: 方法はたった一つで, 光速に対する速度を測定することである. 実際のところ, どの物理の教科書も学校も大学も空間と時間の定義から出発する. 優れた相対論の教科書でも, 現在, 標準となっているk-計算 (ここではこの方法で述べている) を導入したりして, なかなかこの傾向から抜けられないでいる. 速度から出発するのは論理的に明快な方法である.

Challenge 36, page 36: 真空中にいると自分の動きを感じ取るを方法はない. 原理的にできないのだ. このことを相対性原理とよくよぶ.
Page 145

実際, (真空ではない)空間では運動を測定する手段がひとつある. 宇宙背景輻射に対する速度を測定する方法である. だから, この問題ではその意味をよく考えなければならない.

Challenge 37, page 36: 翼の重さ $W$ と面積 $A$ の比である翼荷重 $W/A$ はあきらかにその重量の1/3乗に比例する. ($l$ を飛翔物の寸法とすると, $W \sim l^3$, $A \sim l^2$ である.) この関係にはだまされないようにしないといけない.

翼の重さ $W$ と面積 $A$ の比である翼荷重 $W/A$ は流体中の合力のようなもので, 巡航速度 $v$ の平方根に比例し $W/A = v^2 0.38\,\mathrm{kg/m^3}$ となる. この説明できていない因子には空気の密度が含まれており, 計算することが難しい係数である. この関係がグラフの上の横軸と下の横軸のスケールをあらわす.

結果的に, 巡航速度のスケールは重量の1/6乗 $v \sim W^{1/6}$ になる. つまり, エアバス A380 は, ショウジョウバエの 7千500億倍重いが, たった百倍しか速く飛べない.

Challenge 38, page 40: これは空間に点が存在するかという質問と同義である. このことについては私たちの冒険の一番最後で詳しく述べる.
Vol. VI, page ??

Challenge 39, page 41: すべての電力源は電力網に電力が供給されたのと同じ位相で使われなければならない. インターネット上のコンピュータのクロックは同期化されないといけない.

Challenge 40, page 41: ずれ量は時間に比例して増加するのではなく, 二乗で増加する.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 208 森の中の太陽光線 (© Fritz Bieri および Heinz Rieder).

Challenge 41, page 42: ガリレオはある尺度 (および別の方法) を用いて時間を測定した. 彼のストップウォッチは, 親指で閉塞させた水管で, その先端がバケツに向けられている. ストップウォッチのスタートは指をゆるめ, ストップする時はまた指で押さえる. バケツの水の体積から時間間隔がわかる. これは彼の有名な著書 Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali*, に書かれている. この本は, 単に 'Discorsi' ともよばれ, 1638年, オランダのライデンの Louis Elsevier により出版された.

Challenge 42, page 44: 自然の時計は自然の運動で測定される. 自然の運動とは光の運動である. 自然の時間は, 従って, 光の運動で定義される.

Challenge 43, page 47: 近隣の点と差がなくなってしまう極では現地時間を定義する方法がない. (興味のある人は www.arctic.noaa.gov/gallery_np.htmlをチェックしてみてください.)

Challenge 45, page 48: 森は光と光線で満ちている. Figure 208の太陽光線からわかるように光線は直進する .

Challenge 46, page 49: 一対の筋肉より目を長球から球へ扁球へと変形させることでレンズを第三軸方向に移動させる.

Challenge 47, page 49: 4次元で考えようとすることでこの問題を解くことができる. (四次元立方体のよく見慣れた三次元写像を用いて訓練してください.) 二つの結び目の交わりの順番をどうやって交換するかを考えてくさい. 注: 4番目の空間次元ではなく時間を使うと, この領域では, 普通, 正しくない!

Challenge 48, page 51: 光を用いて距離を測定する.

Challenge 51, page 54: 単位トーラスを扱うと比較的容易である. 単位区間 $[0 \exists 1]$ を考え, その端点を同等のものとする. その区間のある実数 $b$ とその実数から有理数だけことなるすべての数をあわせたものが要素となる集合 $B$ を定義する. 単位円はすべての集合 $B$ の和と考えることができる. (実際, どの集合 $B$ も有理数 $\mathbb{Q}$ のシフトされたコピーである.) いま各集合 $B$ から一つの要素をとること一つの集合 $A$ を作る. そして, 集合 $A$ と有理数 $q$ だけシフトさせたコピー $A_q$ からなる集合族を作る. すべてのこれらの集合の和は単位トーラスである. この集合族は可算で無限である. そして, それを2つの可算無限集合族に分割する. 2つのそれぞれの族は番号を振り直し, それぞれが一つの単位トーラスになるようにシフトした要素であるようにすることができる.

Ref. 43 数学者は, $\mathbb{R}^n$ の可算無限加法的測度はない, または, $A$ のような集合は非可測であるという. この結果として, 長さの乗算が可能になる. あとで, パン または 金 がこのようにして乗算できるかどうかを調べる.

Challenge 52, page 55: ヒント: 三角形からはじめよ.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

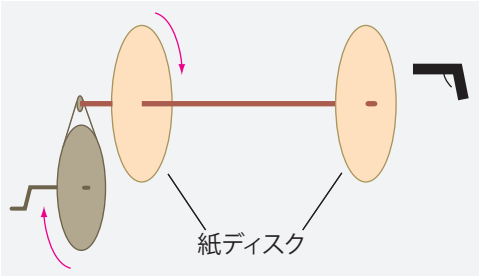



FIGURE 209 弾丸の速度を測定する単純な方法.

Challenge 53, page 55: 一つの例として, x 軸と, 各超越数の所では1非超越数の所では0をとる関数とx軸の間の領域がある.

Challenge ??, page ??: 本文の関数の定義を用いる. 正四面体の二面角は π の無理数倍になるので, 四面体はゼロでない Dehn 不変量を持つ. 立方体の2面角は π/2 なので, 立方体の Dehn 不変量はゼロである. 従って, 立方体は正四面体と分解合同ではない.

Challenge 54, page 56: 空っぽの空間が連続であることを証明できると思っているなら, それは誤りである. 自論のチェックをしてみてください. その反対が証明できると思っているなら, 多分, 正しいだろうが, それは, このテキストの最終部分での説明を知っているということであろう. もし, そうでないなら, 自論のチェックをしてみてください.

Challenge 55, page 57: 鉛直線が真直ぐであることをチェックするのには光を使用するだろう, そのためには二つの定義が同じでなければならない. こうなるのは重力場の線が光の運動のとり得る径路となるならそういえる. しかし, いつもそうなるとは言えない。その例外について説明できるか?

直線性を調べる別の方法は静かな水面に沿わせる方法である.

第3の方法は, 精密さにおいては劣るが, 脳の直線性センサーを使用することである. 人の脳は目で見る物体が直線であるかどうかを決める埋め込まれた機能を持っている. 直線であると発火する特殊な細胞がある. 視覚認知についての本にはもっと多くのことが書かれている.

Challenge 56, page 58: 距離の公式を空洞地球理論についても同じように用いると, この理論は成り立つ. とくに, 空洞球の中心に近づくにつれ, 物体は小さくなることを仮定しなければならない. すべての事象についてのうまい説明がwww.geocities.com/inversedearthに書かれている. インターネット上にはcelestrocentric system, inner world theory や concave Earth theoryという名前でも, いくつかの資料が掲載されている. 単純さとかよく考えられているとかいうことを除いてしまうと, どれが好ましいとかを決める方法はない.

Challenge 58, page 59: Figure 209にヒントを示す. 光速の測定法とほとんど同じ. 第巻のpage 17参照.

Challenge 59, page 59: 高速バイクの方が速い. バイクのドライバーは矢をつかまえることができる. 2001年, ドイツのTV番組'Wetten dass'で示されたスタント.

Challenge 60, page 59: 蓋が穴に落下しないようにするための'唯一'の形状である. 実際, 円形から少しずれても許される.

Challenge 62, page 59: 老人の歩行速度は健康状態に依存する. 1.4 m/s より速い速度歩ける人は健康である. 研究によると, 死神は0.82 m/sの速度で歩くのが好きで, 最大速度は1.36 m/s であると結論付けている. Ref. 373

Challenge 63, page 59: 72 段.

Challenge 66, page 60: Figure 210を見よ.

Challenge 67, page 60: Within 1 パーセント内にするには, 高さの5分の1を空にし, 5分の4を満たせばよい; 厳密な値は $\sqrt[3]{2} = 1.25992...$ となる.

Challenge 68, page 60: 鉛筆を削る時, 鉛を失うことが全くないとすると, 一本の鉛筆で

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

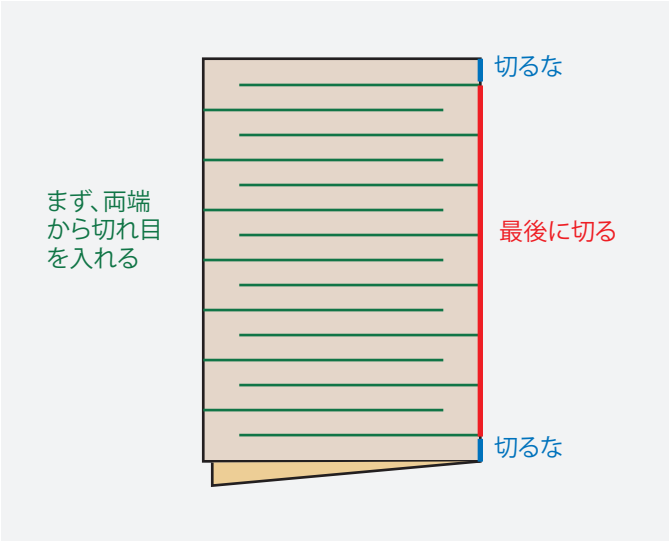



FIGURE 210 くぐりぬけることができる穴をどうやってはがきに作るか.

20 から 80 km の線を描くことができる. 新しく発明されたプラスチックのフレキシブルな鉛筆についての値はまだわからない.

Challenge 71, page 61: 明らかにこの家のある地点は北極なので, クマの色は白である. 南極の近くには (クマはいないが) 無限に多くの地点が存在する. 見つけることができるか?

Challenge 72, page 61: ゴムバンドの最初の長さを $L$, バンドに対するカタツムリの速度を $v$, 床に対する馬の速度を $V$ とする. 床に対するカタツムリの速度は

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v + V\frac{s}{L+Vt} \,. \tag{91}$$

で与えられる. これはカタツムリの位置 $s(t)$ を未知とするいわゆる微分方程式である. その解が

$$s(t) = \frac{v}{V}(L+Vt)\ln(1+Vt/L) \,. \tag{92}$$

になることを, 単に代入してみることで確認でき, 時刻

$$t_{\text{reaching}} = \frac{L}{V}(e^{V/v}-1) \tag{93}$$

にカタツムリは馬に追いつく. $L$, $V$ と $v$ がどんな値でもこの値は有限値になる. しかし, 実際の速度を使うと, この時間は非常に大きな値になることがわかる.

Challenge 73, page 61: 色は境界ではなく物体にのみ適用される性質である. この場合, 点と背景だけが色を持っている. この問いは, 物理においても無意味な質問をするのは簡単であることを示している.

Challenge 74, page 61: これは自分で簡単にできる. このトピックについてのウェブサイトも簡単に見つけることができる.

Challenge 76, page 61: 2本の針の時計では 22 回, 3本の針の時計では 2 回である.

Challenge 77, page 61: 44 回.

Challenge 78, page 62: 2本の針では 143 回である.

Challenge 79, page 62: 地球は1分間に15分回転する.

Challenge 80, page 62: 驚くかもしれないが, この質問に対する信頼性のあるデータはない. これまで測定された投射物の最高速度はクリケットボールの 45 m/s と考えられて

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

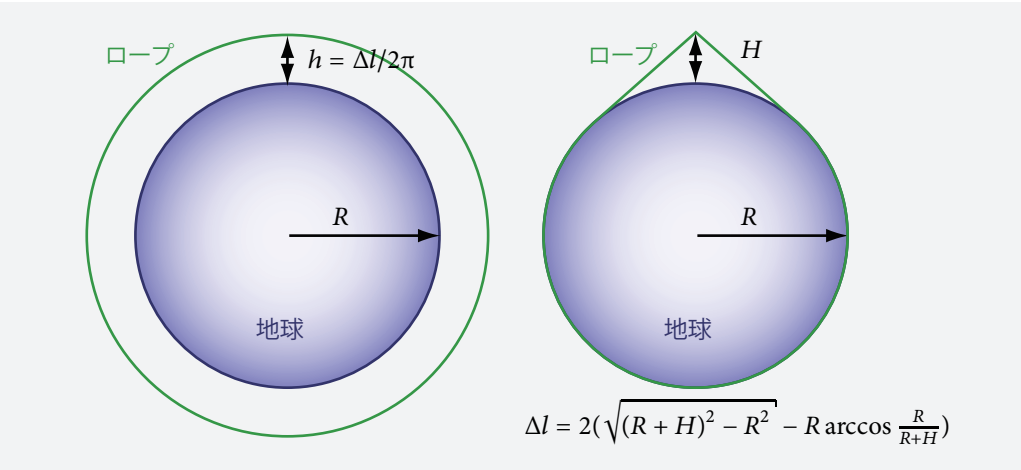



FIGURE 211 地球の周りのロープを長くする二つの方法.

いる. ところで, ラケットの助けを借りて達成した速度についてのデータはもっと多くある. 高速のバドミントンのスマッシュの *c.* 70 m/s がラケットの最高記録であると考えられる. 同様の速度がゴルフボールでも得られている.

Challenge 81, page 62: Figure 211の左側に示すように, 1 m 長くし広げると多くのネコをもぐりこませられるようにできる. しかし, 右側の図のようにすると余分なロープをもっとうまい具合に使えるとDimitri Yatsenko は指摘している. 1 mm長くするだけで局所的には高さを1.25 m にすることができ, 子供が歩いて抜けられるようになる. 実際, このやり方で1メートル長くするとピーク高さは 121 mにもなる!

Challenge 82, page 62: 1.8 km/h つまり 0.5 m/s.

Challenge 84, page 62: この質問は, 私たちの立ち位置を自分の家系とか宇宙の歴史のような外側の世界に対するものとして見ると, 意味のあるものになる. この使い分けは, 自分の位置は自分で決められるが, 自分のいる時間は決められないという考え方を反映している. 決定論についての節ではこの区別がどの程度あやまっているのかを示す. Page 215

Challenge 85, page 62: 存在する. しかし, このことは, 初等的な学校で学ぶこととはちがい, 空間と時間が連続でないことをあらわしているため, それほど自明とは思えない. 答えはこのテキストの最後の部分でわかるだろう.

Challenge 86, page 62: 曲線に対しては, その各点において曲線を近似する円の曲率半径を用いる. 面に対しては各点において2方向を定義しておいて, これらの方向での2つの円を用いる.

Challenge 87, page 62: 50 ms で約 1 cm 動く.

Challenge 88, page 62: 参考文献にもよるが, 肺の表面は 100 から 200 $m^2$ の面積があり, 腸の表面は 200 から 400 $m^2$ ある.

Challenge 89, page 63: 古典物理には極限は存在しないが, 量子効果を考え始めるととたんに, 自然界には極限が存在するようになる.

Challenge 90, page 63: 最終形は穴がまったくない完全な立方体である.

Challenge 91, page 64: 必要な隙間 $d$ は, Figure 212から,

$$d = \sqrt{(L-b)^2 - w^2 + 2w\sqrt{R^2 - (L-b)^2}} - L + b\,, \tag{94}$$

となる. R. Hoyle, *Requirements for a perfect s-shaped parallel parking maneuvre in a simple mathematical model*, 2003. を参照してください. 平行駐車の数学は美しくおもしろい. 例えば, ウェブページhttp://rigtriv.wordpress.com/2007/10/01/parallel-parking/ ま

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

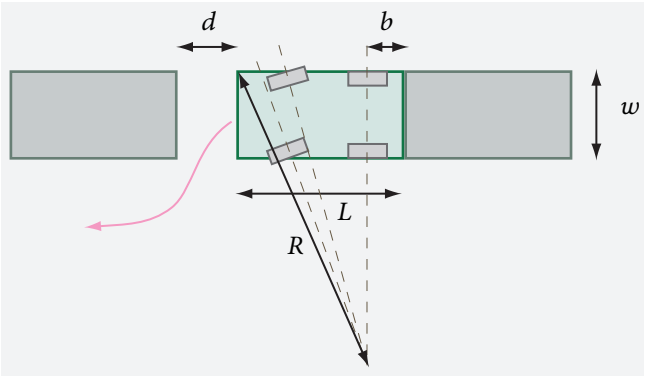



FIGURE 212 駐車空間から発進させる – 外輪半径.

たはexplanation in EDWARD NELSON, *Tensor Analysis*, Princeton University Press, 1967, pp. 33–36.の説明を見てください. Nelsonは車の4次元配位を変えるベクトル場をどう定義するか, そして, 前後の車と任意に短い距離をもつ駐車空間から車を発進させることができることを示す代数の使い方について説明している.

Challenge 92, page 64: 最小の隙間は存在しない. どんな値でもよい! このことを示せるか?

Challenge 93, page 64: 次の解は Daniel Hawkins により提唱されたものである.

Figure 213に示すように, 車 B の後方に駐車している車 A にあなたは座っているとする. バックをするのに必要な駐車空間について二つの方法が考えられる. 一つは車を回転させ車 B から離れる際の回転中心を車 B の右へ動かしてそこをを中心に回転し車 B から離れる方法と車 B の後方に遠ざかり回転中心を動かす方法である. 第一の方法は車 A が幾分傾斜することになるため, ある値よりも小さい距離 $d$ ではうまくゆかない. 本質的にこの値はバックが不要になる時の値である. 私たちは $d$ を無限小にできる第2の方法で考えてゆく.

距離 $L \exists w \exists b \exists R$ に対し, バックを使用せずに駐車スペースから抜け出すために必要な最小距離より $d$ が小さい場合, Figure 213に示すように, 車 A の隅が, 車 B の端から長さ $T$ だけ離れた場所で, 車 B と接触してしまう. 駐車スペースからうまく抜け出すためには, この距離 $T$ だけ車 A は後方に下がらなければならない.

駐車スペースからうまく抜け出すためには, Figure 213の左上に 示すように, 2種類の操作が必要になる. つまり, 最初に行う**曲げる操 作**と**真直 ぐに戻す操作**である. この回転操作と戻す操作により, 車の向き を変えずにに, 下方への垂直移動と左方向への水平移動ができる. 重要なのは最後の部 分で, 車 A の隅が車 B に触れるまで車を回転させると, 車 A は傾いた状態になり, 真直ぐしようとすると, 同じ弧を描きもとの位置にもどってしまうか, 他の方向にハン ドルを切ると, 最初の方法で述べたように, 車をさらに回転させることになりかねない.

目標はできるだけ回転させ, 同時に, 車 A が車 B に接触するまでに完全に真直ぐにすることである. どのくらい回転させるかを分析する前に, 車の回転についてまず調べておく.

アッカーマン ステアリン グは車をスムーズに回転させるための原理で, 四輪全てが同じ点の周りで回転する必要がある. これは 1817 年に, ルドルフ・アッカーマン (Rudolph Ackermann) が特許を取得した. アッカーマンステアリン グでこの問題に関連する性質として次のようなものがある:

- 後輪は一列に整列しているが, 前輪は (操作でき), 同心回転できるように傾き量が少しだけちがう.
- 左回転と右回転の中心は車の対抗方向にある
- 左回転と右回転の量を等しくするために, 回転中心は車の最接端から等距離にある. Figure 213を見るともっとわかりやすだろう.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

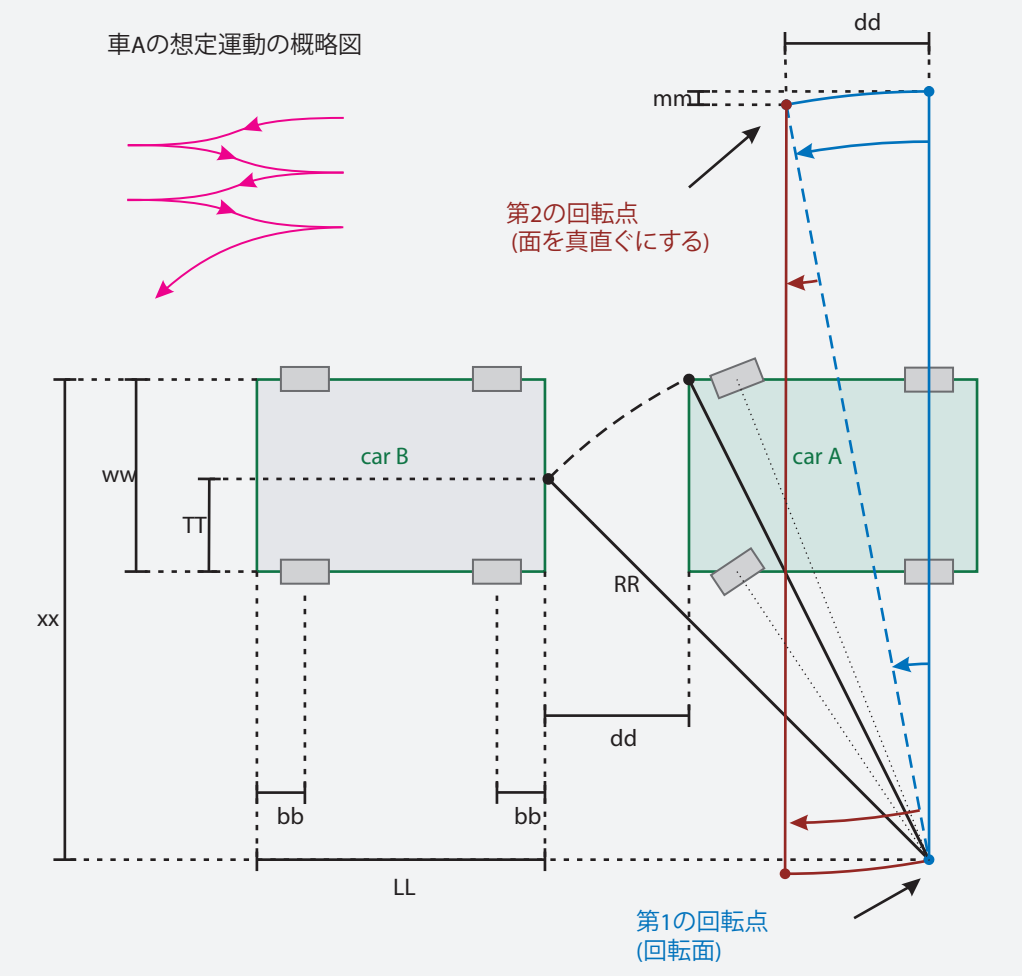



FIGURE 213 車の駐車の問題を解く(© Daniel Hawkins).

- 全ての回転中心は同じ線上ににあり, この線は, また, 二つの後輪も通っている.
- 後輪が'真直ぐ'な時 (真直ぐとは初期位置での方向と同じ方向を向いていることを意味する), 後輪は縦方向に回転中心と一列に並んでいる.
- 車がある中心, 例えば, 最大左回転中心の周りで回転すると, 右回転をしたとき想定される最大右回転中心も車と同じ軸上で回転する. 同様に, 車が右中心の周りで回転すると, 左側の中心も回転する.

アッカーマンステアリングの性質がわかったると, 方向を維持したままできるだけ後方に下がろうとすると, Figure 213に示すように, 第2の中心が水平距離で $d$ だけ回転するように, 第1の中心の周りで左に回転しなければならないことがわかる. ここまでくると, ブレーキをかけて, 第2の中心の周りで右に回転するよう反対の方向にハンドルを回す. 左方向に $d$ ずれたので, 車 A が車 B のぎりぎりのところにくる瞬間にまっすぐになる. この結果, $m$ だけ下方向に移動し, 左方向に $d$ だけ移動し, 車の方向は維持される. 同じことを逆に行うと, さらに $m$ だけ下方向に移動し, 右方向 $d$ だけ移動し, 最終的に車 A は最初の位置から下方向に $2m$ だけ移動し,その方向は維持される. この操作は何回でもできるため, 車 A と車 B の間隔が無限小 $d$ であっても, 駐車スペースから抜け出すことができる. この曲げる真直ぐにすると言う操作を何回繰り替えさなければならないかを決めるには, ( $T$ は車 A が駐車スペースから抜け出すのに下方に移動しなければならない距離なので) $T$ を, 一回分の操作での下への移動量 $2m$ で割れ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

ばよい. 式で書くと,

$$n = \frac{T}{2m} \,. \tag{95}$$

となる. 車の寸法で $n$ を表わそうとすると, $T$ と $2m$ に対して解かなければならない. 式の導出を簡単にするために, Figure 213で示すように長さ $x$ を新しく定義する.

$$x = \sqrt{R^2 - (L-b)^2}$$

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - x + w \\ &= \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2x - w - \sqrt{(2x-w)^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{(2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w)^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4(R^2 - (L-b)^2) - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4R^2 - 4(L-b)^2 - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2} \end{aligned}$$

これから

$$n = \frac{T}{2m} = \frac{\sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w}{4\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - 2w - 2\sqrt{4R^2 - 4(L-b)^2 - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2}} \,.$$

と表すことができる. $n$ の値を整数値に切りあげると, 駐車スペースから出るのに何回車を前後させればいいかを決められる.

Challenge 94, page 64: 何もない. 証明も反証もない.

Challenge 95, page 64: 第 II 巻のpage 18を見よ. 究極のシャッターについては, 第 VI 巻のpage **??**の議論を見よ.

Challenge 96, page 64: 解を得るための一つのヒントを Figure 214 に示す.

Challenge 97, page 64: なぜなら, それらは現在または過去において液体であった.

Challenge 98, page 65: 形をFigure 215に示す; 11葉を持つ.

Challenge 99, page 65: 円錐の軸と円錐のへりのなす角 (または, *half* the 円錐の頂角の半分) である円錐角 $\varphi$ は立体角 $\Omega$ との関係は $\Omega = 2\pi(1 - \cos\varphi)$ であらわせる. 球冠の表面積を用いてこの結果を確認せよ.

Challenge 101, page 65: Figure 216を見よ.

Challenge 104, page 66: ヒント: 全ての物体を含む図を作図せよ.

Challenge 105, page 67: この曲線はあきらかに懸垂線 *(catenary)*とよばれるものである. この言葉は鎖を表すラテン語 'catena' からきている. 懸垂線の式は $y = a\cosh(x/a)$ である. 鎖を短い線分に分割して考えると, 接合しなくても木のブロックでアーチを作ることができる. セントルイスのアーチは懸垂線の形をしている. 吊り橋も橋桁を付ける前は懸垂線の形をしている. 橋が完成すると懸垂線と放物線の間の形をしている.

Challenge 106, page 67: 半径の逆数, つまり, 曲率は $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (1/2)(a + b + c + d)^2$ の式に従う. この公式はルネ・デカルトにより発見された. 残りの空間に円をつめてゆ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

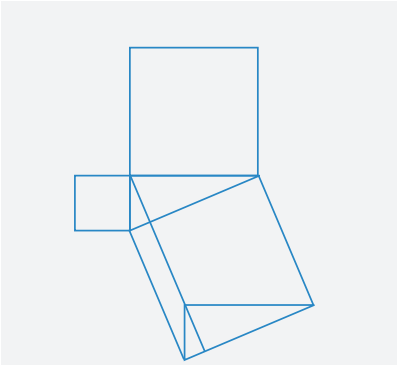


FIGURE 214 ピタゴラスの定理を証明する一つの方法を表す図.

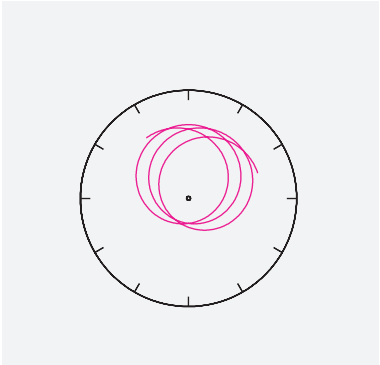


FIGURE 215 The trajectory of the middle point between the two ends of the hands of a clock.

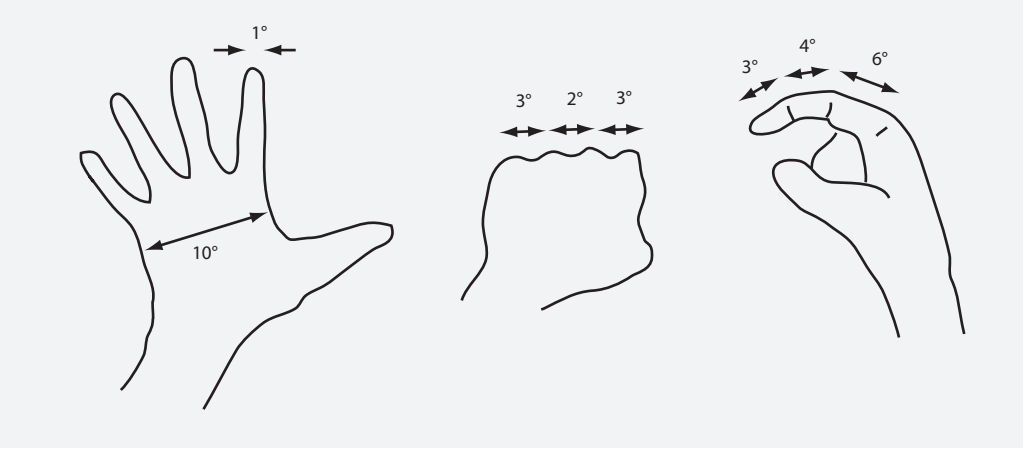



FIGURE 216 天球の角度を腕を伸ばした手で定義する.

くと, いわゆる, 円充填というレクリエーション数学の一分野にたどりつく. 円の中心座標と曲率の間の不思議な関係のような多くの奇妙な性質を持っている.

Challenge 107, page 68: 一つのやり方として, ピタゴラスの定理の三次元類推を使いなさい. 答えは 9 です.

Challenge 108, page 68: 二つの解がある. (なぜか?) $l^2 = (b+x)^2 + (b+b^2/x)^2$ には二つの正の解が存在する. ここで, 高さは $h = b + x$ で与えられる. 二つの解は 4.84 m と 1.26 m である. この解としては閉形の公式となる. 見つけられるか?

Challenge 109, page 68: 青のはしごが壁に触れる高さ $B$ をまず計算するのが良い. $B^4 - 2hB^3 - (r^2 - b^2)B^2 + 2h(r^2 - b^2)B - h^2(r^2 - b^2) = 0$ の解としてもとまる. 整数値解は Martin Gardner, *Mathematical Circus*, Spectrum, 1996. に記載されている.

Challenge 110, page 68: 対数目盛を描け. つまり, 自然対数に対応した距離で数値を配すればよい. このような器具を計算尺といい, Figure 217にこれを示す. 計算尺は電卓の祖先ともいえ, 先史時代から1970年ころまで世界中で使われていた. ウェブページ www.oughtred.org も参照してください.

Challenge 111, page 68: あと2日あればよい. これを示すために太陽と地球のモデルを自分で組み立てよ. 実際, 2という数値に小さな補正がいるが, これは太陽日が24時間より短いことと同じ理由である.

Challenge 112, page 68: 太陽は観測者の, ちょうど背面にある. 日没時, 光線は背面から

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

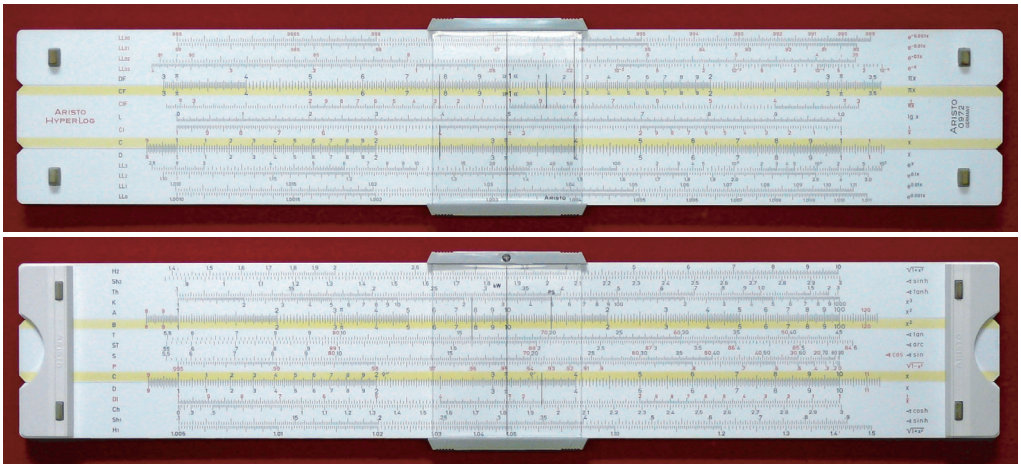



FIGURE 217 1970年ころの高級な計算尺. (© Jörn Lütjens).

来ており, 太陽とは逆方向の空の深いところまで届いている.

Challenge 114, page 68: 体積は $V = \int A\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} 4(1 - x^2)\mathrm{d}x = 16/3$ となる.

Challenge 115, page 69: イエス. 紙の模型を作ってみよ.

Challenge 116, page 69: 量子効果を考えると問題が浮き彫りされる. 物質はスピン 1/2 の粒子から出来ているので, 2次元宇宙には物質は存在しないだろう. スピン 1/2 粒子は2次元では存在しない. ほかの理由を見つけられるか?

Challenge 117, page 70: 2次元の時間というものがあるとしたら, 事象の順番とか観測というものは許されない. '前' とか 'あと' は不可能になる. 毎日の生活や測定できるすべて領域において, 時間は明らかに一次元である.

Challenge 118, page 70: ヒントが見つけられる実験はこれまでの所ない. それでも, これは存在し得るのか? この本の最終巻で述べるように, 多分, ノーであろう.

Challenge 119, page 70: ベストな解は23個のラインを追加することである. これを導けるか? 探求の喜びを味わってもらうためここでは答えは示さない. blog.vixra.org/2010/12/26/a-christmas-puzzle に解が示されている.

Challenge 120, page 70: この, いわゆる, ロープ長の問題を解いたら, もう有名な数学者である. この長さはおおよそ6桁の精度で知られているだけであるだけである. 厳密な解は知られておらず, 自明でない結び目以外で, 理想的な結び目の精密な形は知られていない. 自明でない理想的な閉じた結び目でも問題は解かれていない. 閉じた結び目とは二つの端がつながれたものである.

Challenge 121, page 73: $x = gt^2/2$ から次の規則が導かれる. 秒数を二乗し5倍するとメートルで深さがわかる.

Challenge 122, page 73: 経験に過ぎない.

Challenge 123, page 73: 協会員たちは大砲の出口に細いワイヤで大砲の玉を吊るした. 発射した時, もうひとつの玉をワイヤを通して放ち, 両方の玉が同時にスタートするようにした. 遠くから観測者が両方の玉が同時に着地したかどうかを確認した. この実験は, 角度や空気抵抗が結果をあいまいにするのでそれほど簡単ではない.

Challenge 124, page 74: 放物線はいれゆる焦点をもっている.光はすべてこの点から放出され, 同じ方向に反射され出てゆく. つまり, 光線は平行にでてゆくことになる. ラテン語で暖炉を意味する '焦点 (focus)' という言葉は, 放物鏡を照らした時のもっとも温まる点のことをいう. どこが放物線 $y = x^2$ の焦点になるか? (楕円では, 少し定義は違うが, 2個の焦点がある. 見つけられるか?)

Challenge 125, page 75: 走り幅跳びの記録は砂の縞を取り除いたり, 写真による測距を行うことで確実によくなるだろう. これにより選手は自分のトップスピードにもっと

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

近い速度で走ることができるだろう. 記録は, 少しステップを傾斜させたり, バネのない踏切板により, 離陸角度をふやすことで向上できるだろう.

Challenge 126, page 75: Roald Bradstockによるものと考えられる. 彼はゴルフの玉を 155 m 以上投げた. 携帯電話, やり, 人や洗濯機を投げた記録はこれには及ばない.

Challenge 127, page 75: 雨の中を歩いたり走り, あなたのその速度 $v$ と雨が落下している角度 $\alpha$ を測定してください. この時, 雨の速度は $v_{\text{rain}} = v/\tan\alpha$ である.

Challenge 128, page 75: フィギュアスケートの四回転ジャンプは最先端の技術である. ダンスではこのような技の記録は存在しない.

Challenge 129, page 76: 空気抵抗を無視し, 45° の角度で近似すると, $v = \sqrt{dg}$, つまり, 約 3.8 m/s になる. この速度は血圧を用いて圧力をかけつづけることで作り出せるもので, この圧力は消化管の端の力学系で一気に解放される. 参照文献にもっと詳しいことが書かれている.

Challenge 130, page 76: 水平な地面において, 速度を $v$ および水平面からの角度を $\alpha$ とした時の距離 $d$ は $d = v^2 \sin 2\alpha/g$ となる. ただし, 空気抵抗と投げる人の身長は無視する.

Challenge 131, page 76: この答がはっきりしていないことには驚かされる. 2012年, 人の最高記録は 11 個の玉である. ロボットについて言えば, 現在の最高記録玉数は, Sarcoman robotによる, 3 個である. インターネット上にはこの話題の材料や動画で満ちている. 人やロボットは最大玉数の記録樹立をめざし挑戦を続けている.

Challenge 132, page 76: 雨粒が氷球になり落下速度が速くなると, そう言える.

Challenge 133, page 76: 危険である! 落下してきた弾丸が頭を直撃すると病院に運ばれ死に至ることもある. ( S. Mirsky, *It is high, it is far*, Scientific American p. 86, February 2004, または C. Tuijn, *Vallende kogels*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **71**, pp. 224–225, 2005. 参照) そうなると, 空に向けて発砲するのも犯罪である.

Challenge 134, page 76: これは実話である. この答はこの人が走ってジャンプできたかどうかがわかってはじめて答えが導ける. R. Cross, *Forensic physics 101: falls from a height*, American Journal of Physics **76**, pp. 833–837, 2008, によると, 走ることはできなかったことから, 答えは殺人ということになった.

Challenge 135, page 76: 質量 $m$ の動物がジャンプするのに必要なエネルギー $E$ は $E = mgh$ で与えられ, 筋肉が生み出せる仕事は, おおまかに言って, その質量に比例する. つまり, $W \sim m$. 従って, 高さ $h$ は動物の質量とは独立である. いいかえると, 動物の比力学エネルギー は約 $1.5 \pm 0.7$ J/kg となる.

Challenge 136, page 77: 石は放物線を描くことは ない. 高さによる $g$ の変化を考慮すると, 厳密な径路は楕円になる. 地球の大きさに匹敵するような投射や軌道を描く物体に対してはもっとはっきりとこの形が現れてくる. つまり, 地球が平らであると仮定すると石は放物線になるのである. 曲率を考慮すると楕円になる.

Challenge 137, page 77: The set of all rotations around a point in a plane is indeed a vector space. What about the set of all rotations around *all* points in a plane? And what about the three-dimensional cases?

Challenge 140, page 78: 二つのベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ のスカラー積は

$$\boldsymbol{ab} = ab\cos\sphericalangle(\boldsymbol{a}\exists\boldsymbol{b}) \,. \tag{96}$$

で与えられる. ベクトル積とはどうちがうか?

Challenge 143, page 81: 一番小さな実際の物理系の加速のひとつの候補は重力波検出器により測定される加速である. その値は $10^{-13}\,\text{m/s}^2$ より小さい. しかし, この小さな値の記録は大陸が切り裂かれたあとの大陸移動の加速度に破られてしまうだろう. 実際, 大陸移動の加速度は, たった300万年の間で, 7 mm/a から 40 mm/a である. この値は $10^{-23}\,\text{m/s}^2$ に対応する. 加速度の理論的最小極限は存在するのだろうか?

Challenge 144, page 82: (空気が存在しない場合の) 自由落下または地球を周回する宇宙ステーションの内部では, 加速されているにもかかわらず, 何も感じない. しかし, この

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

問題はそれほど単純ではない. しかし, 非加速座標系が存在しないなら, 一定かつ一様な加速を感じることはない. この加速と '無感' を区別できず等価であるということはアルベルトアインシュタインが一般相対論を作り出した時の基本的なステップであった. もし, 私たちの感覚が極めて敏感だとすると, 何かを感じ取るであろう. つまり, 自由落下や宇宙ステーションの内部で, 加速は一定でも一様でもないことがわかる. このように, 自然界で見つかる加速度はいつも感じ取れると言えるだろう.

Challenge 145, page 82: 先生から学生に: 速度の微分は何か? 加速度である! 加速度の微分は何か? わかりません. ジャークだ! 位置の4階微分, 5階微分, 6階微分のことをそれぞれ *snap*, *crackle*, *pop*とよぶことがある.

Challenge 147, page 84: どんな光源も有限の大きさを持つと主張できる.

Challenge 149, page 85: 裸眼で小さな黒点として知覚できるものは, 普通, 直径約 50 µm のものである.

Challenge 150, page 85: 第 III 巻 page ?? 参照.

Challenge 151, page 85: 私たちが観測結果から点を抽出できるという結果に至ったステップを注意深く検証する必要がある. そうならないことをこの冒険の最後の部分で示すことになる.

Challenge 152, page 86: 本文で書かれている腕の運動と同じように手を回転させることができる. 第 IV 巻の page ?? を参照.

Challenge 153, page 86: ケーブルの数に制限はない. 96 個の結合を一つに縛ったまま回転させた時の図が第 VI 巻のpage ??に示してある.

Challenge 154, page 86: もし輪が車軸を持っていたなら, 血液や神経分布は成り立たない. 回転部分が車軸を持たない場合においてのみ, 示されたように結合部分で絡まらないようにすることが可能になる. つまり, 車軸が存在すると, 輪は空中に浮遊するかその他の方法で空中に保持しない限り, このようなことは実現できない. たった一枚の皮を用いて車軸を作ることはできない. そして, もし, 軸がない車輪がもしできたとしたら (そんなものは不可能なのだが), 輪は結合部上で回転させられるかもしれない. このような軸無し結合でプロペラを作ることができるのだろうか?

ところで, それでも, 輪が '死んだ' 物体であるなら, 軸上に輪を持つような動物を考えることができかもしれない. 連続フロー反応器のような血液供給技術が使われたとしても, 動物は体の他の部分に対し同調して, このような孤立輪を成長させることはできないし, 不具合が生じた輪を修理することもできない. 孤立した輪を動物は成長させることはできない. そもそも, 孤立した輪というのは死んでいるのである.

Challenge 155, page 88: 頭蓋骨の中の脳, 骨の中の血液生成や目の成長はその例である.

Challenge 156, page 88: 2007年時点で, 人を乗せることができるもっとも大きな車輪は直径が約 150 m である. 最大の風力発電機の直径は約 125 m である. セメント用キルンは最長の輪で, 軸方向に 300 m を超える長さを持っている.

Challenge 157, page 88: 空気抵抗により, サッカーボールで達成できる最大距離約 $v^2/g$ = 91.7 m – 約 $\pi/4 = 45°$ の角度で実現できる– から約 50 m まで低下してしまう.

Challenge 161, page 93: リストに太陽, 空や景色を追加することもできる.

Challenge 162, page 94: 第3の可能性はない. 幽霊, 幻覚, エルビスサイティング, 地球外生物などこれらはすべて物体か像である. 影も像の特別な場合にすぎない.

Challenge 163, page 94: この問題は, 17 世紀, 熱く議論されていた. ガリレオですらこれは像であると主張したいた. しかし, それらは物体で, 1994年, 木星と彗星 Shoemaker-Levy 9 の鮮烈な衝突が示したように, 他の物体と衝突することがある. 他方, 人工衛星は彗星に衝突させられたり, 撃ち込まれたりしてきた.

Challenge 164, page 94: この最小速度は, 大雑把にいって, 手を使わずに乗ることができる速度である. もし, これをしようと思うと, ハンドルを軽く押せばいい. 本文のようなことが体験できる. ただし, 強く押し過ぎるとひどく転倒するので気を付けてください.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

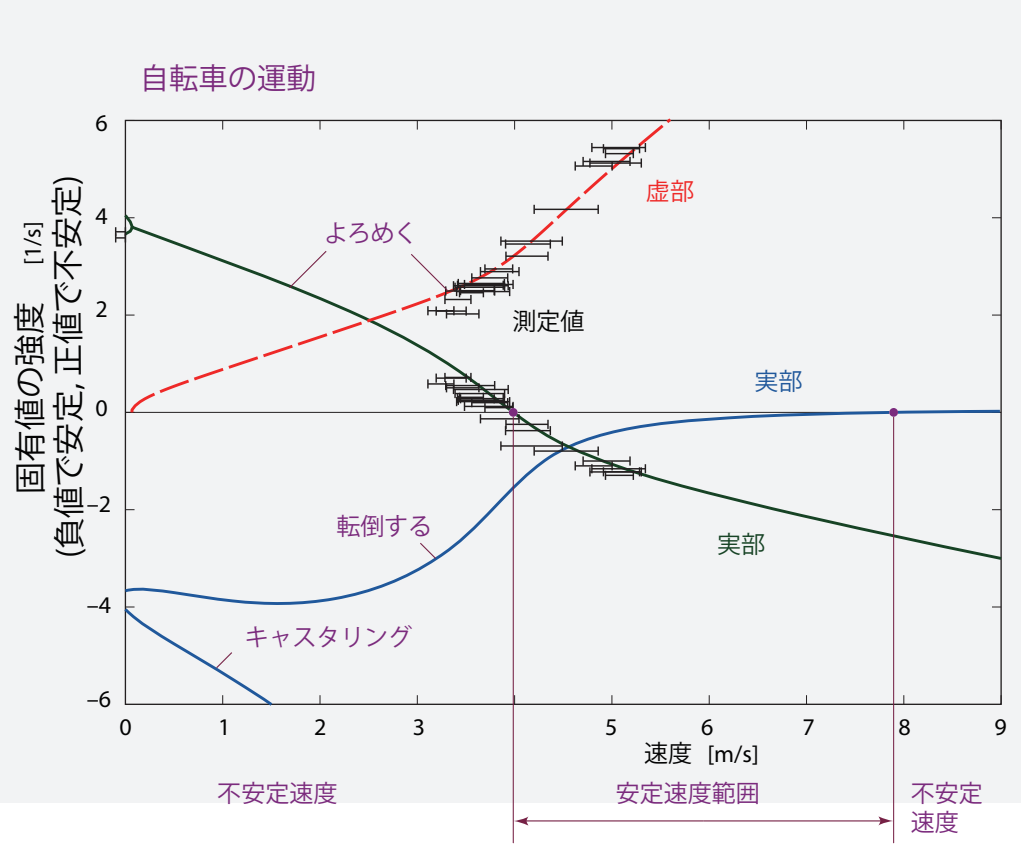



FIGURE 218 自転車の速度に対する自転車の動きの測定値 (黒い棒) と計算値 (色付きの線) – もっと正確には, 動的固有値 – (© Arend Schwab).

The 自転車は日常生活におけるもっとも複雑な機械系のひとつで, いまだに研究がされている. そして, 世界のエキスパートはオランダ人である. 自転車の動きのまとめをFigure 218に示す. 主な結論としては, 中間的な速度では直立している姿勢が一番安定である. 低速や高速になると, 乗っている人がハンドルを動かして自転車の直立姿勢を確保してやる必要が出てくる.

詳細は, J. P. Meijaard, J. M. Papadopoulos, A. Ruina & A. L. Schwab, *Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review*, Proceedings of the Royal Society A **463**, pp. 1955–1982, 2007, や J. D. G. Kooijman, A. L. Schwab & J. P. Meijaard, *Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle*, Multibody System Dynamics **19**, pp. 115–132, 2008. を参照してください. また, ウェブサイト audiophile.tam.cornell.edu/~als93/Bicycle/index.htm も見てください.

Challenge 165, page 96: 発汗によるずいぶん蒸発や, 細かい所では, 二酸化炭素に束縛され呼気による炭素排出により, 全体の体重はゆっくりと減少する.

Challenge 166, page 98: 運動しているボールが回転していなければ, 衝突後, 2個のボールは直角をなして離れてゆく.

Challenge 167, page 98: ブロックは重いので, ハンマーからもらう速度は小さく, 人体で簡単に止まってしまう. この効果はコンクリートブロックの代わりに, 金床を使っても同じである. その変形として, 釘ではなく, 頭と肩を一つの椅子に脚をもう一方のいすにのせ, 空気中に横たわっても同じである.

Challenge 168, page 99: 成り立つ. 質量の定義は磁気に対しても成り立つ. なぜなら, 詳細な条件としては中心相互作用ではなく, 磁気により作られる加速を含むもっと一般的な条件を実現するためである, 質量を保存するものとしての質量の定義からその条

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

件を導けるか?

Page 166 Challenge 169, page 99: 地球の慣性効果を使わず, 重力効果から簡単に質量を導ける.

Challenge 173, page 100: 一見して, 相対論によるとタキオンは虚数質量をもつ. しかし虚数因子は質量–エネルギーと質量–運動量の関係から導出でき, その結果, タキオンの実質量値を定義できる. その結果, タキオンは高速になればなるほど, エネルギーはどんどん小さくなってゆく. 実際, タキオンの運動量もエネルギーも任意の大きさの負の数をとることができる.

Challenge 174, page 102: 一番左の図は小さな効果しかもたず, 第二の状況は車を前にも後ろにも転がせる, 右の二つの図は, ボトルオープナーを使わずにワインボトルを開ける方法を示している.

Challenge 175, page 102: 足は完全に垂直になることはなく, すぐに, 滑ってしまうだろう. ネコや人が床面上にくると, 立ち上がるのはほとんどできないであろう.

Challenge 176, page 102: 運動量 (または重心)の保存則は周囲が反対方向に加速されることを意味するだろう. エネルギー保存は莫大なエネルギーが二つの位置の間でやり取りする必要があり, その中間のすべての物が融けてしまうだろう. テレポーテーションはエネルギーと運動量保存に矛盾する.

Challenge 177, page 103: 潮汐のうち, 太陽, 太陽風, 太陽と地球の磁場相互作用による部分は, 太陽と地球の間の摩擦メカニズムの例である.

Challenge 178, page 104: 因子 1/2 をつけることで, (物理) 運動エネルギーは系でなされる (物理的) 仕事と等しくな

Challenge 180, page 105: 運動量保存のスマートなアプリケーションである.

Challenge 181, page 105: どちらも同じである. ブレーキが掛けられていると, 破損は大きくなるが, それは両方の車に対し同じである.

Challenge 182, page 106: 暖房システム, 乗り物のエンジン, 工場のエンジン, 鉄鋼プラント, 送電網の損失を補う発電機など. ところで, スウェーデンやスイスのような世界で裕福な国の住人一人あたりのエネルギー消費はアメリカの半分である. アメリカの平均生活水準の低さがエネルギーの無駄を生む一つの要因になっている.

Challenge 187, page 111: レンガを空に投げ, 様々な軸のまわりにレンガを回転させる業を比較せよ.

Challenge 188, page 111: 物体の質量要素に対し慣性モーメントの定義とピタゴラスの定理を用いよ.

Challenge 189, page 111: 物体の異なる二点にロープを取付、吊るしてみよ. ロープの線を延長し交差する点が重心である.

Challenge 190, page 111: 表19と20を参照.

Challenge 191, page 111: 球も方向を持つ. なぜなら, その表面にいつでも小さなスポットを付けられるからである. 微視的な物体に対してはこのようなことはできない. この状況は量子論の所で学ぶ.

Challenge 194, page 112: サルはバナナを取ることができる. サルが自らの軸の周りを回転するばいいのだ. 周るたびに板はバナナの方に向かって回転してゆく. もちろん, 軸と垂直方向に息を吐くとかおしっこをするとかといった別の方法も可能である.

Challenge 195, page 113: 自らの力で直線運動あせることは運動量保存に矛盾するが, 自らの力で方向を変える (もう一度停止する必要はあるが)ことはどんな保存則にも矛盾しない. この違いの奥にある深い意味は私たちの冒険の一番最後の部分で学ぶ.

Challenge 197, page 113: 車輪の動径方向に動く点は軸の下とリムの上で円を描く. それらはpage 113のFigure 76でシャープな点になっている.

Challenge 198, page 114: 接触点の周りでの角運動量保存を用いよ. 車輪の質量がすべてリムに集中しているとすると, 最後の回転速度は最初の回転速度の半分になり, 摩擦係数とは無関係である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 200, page 115: おそらく, 著者は '残りの宇宙' を意味したのだろう. 実際の所, 閉鎖系の一部が動いても, 閉鎖系の重心が変わることはない. ところで, 宇宙は閉じているのだろうか? つまり, 一つの系なのだろうか? この問題は冒険の最後で解かれる.

Challenge 203, page 116: このやり方で, Jules Verne, 作で1872年に出版された有名な冒険小説 *Around the World in Eighty Days* (*Le tour du monde en quatre-vingts jours*からの翻訳) の中でフィリアス・フォグは賭けに勝つことになる.

Challenge 204, page 116: 人体は低パワーまたは中パワー出力で効率がよい. この話は参照文献に詳しく書かれているようにまだ研究段階である. 坂を登るヒトにとってのその境界は約 16° と推定されているが下り坂になると話が違ってくる.

Challenge 205, page 116: Hint: 距離当たりのエネルギーが力である.

Challenge 206, page 117: 運動量の保存が角運動量を守っている. やってみてください.

Challenge 207, page 117: まず, マクドゥーガルの実験には欠陥がある. 6つのケースについて彼は知らべたが, 死の正確な時間については彼は知らない. 質量の減少についての主張は彼のデータからは導けない. 人とほぼ同じ質量のヒツジの実験からは, 質量変化はみられなかったが, 心臓が停止した時に, 数十グラムの明確な重量パルスが見られた. この瞬間的な重さの減少は空気または水分の吐出, 筋肉の弛緩, 循環系の停止による可能性があるが, この疑問についての決着はついていない.

Challenge 209, page 117: 四角い山を想定し, 周囲の地殻からの高さを $h$, 深さを $d$ とすると

$$\frac{h}{d} = \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_c} \tag{97}$$

の関係が得られる. ここで $\rho_c$ は近くの密度で $\rho_m$ はマントルの密度である. わかっている密度の値からその比は 6.7 となり, 山の下の深さは 6.7 km となる

Challenge 211, page 117: 液体で満たされた缶の方である. インターネットにその動画があげられている. なぜ, こうなるのか?

Challenge 214, page 118: 球の振舞いは, 球の列を弾性波が伝播してゆくと考えると説明できる. 端の反射するところで, 一方の端でぶつかった球の数と同じ数の球が飛び上がるということを説明できるのは弾性波の伝播だけである. 長時間, 同位相ですべての球が振動する. これを確認できるか?

Challenge 215, page 119: 短い円筒が長い円筒に衝突する時は, 二つの圧縮波が衝突点から2個の円筒の中を走りはじめる. 各収縮波が端に到達すると, 膨張波として反射される. 寸法をうまく考えると, 短い円筒から戻ってくる膨張波は (依然として収縮相にある) 長い円筒に連続して入ってゆく. 接触時間が長いと, 短い円筒からの波は長い円筒にエネルギーの多くを捨てることができる. つまり, 長いシリンダーは離れる時に長さの振動をしており, 従って, 全てのエネルギーが並進運動エネルギーではない. この振動は釘を打ち付けたり, 石壁に穴を開けるために使われている. ハンマードリルの製品では長さの比として 1:10 が普通使用される.

Challenge 216, page 119: ボールが完全に反射すると, 壁への運動量移行は倍になる.

Challenge 217, page 119: コルクが普通の位置にあるなら, コルクのプラスチックカバーを外し, ビンの布を巻くか (安全のために) 靴の間にビンをはさみ, page 102の Figure 69 のように繰り返し, ビンを床に 打ち付けるか, 傾けてたたいてください. 少しづつ, コルクが抜けてきます.

コルクがビンの中に落ちてしまったなら, ビンの中に布を半分突っ込み, コルクが布上に落ちるまで振ってください. 最初はゆっくりとコルクの周りに来るまで最初はゆっくりと、次に強く布を引いてください.

Challenge 218, page 120: 実際は, はしごの下端は床に触っている. なぜか?

Challenge 219, page 120: 原子間力顕微鏡.

Challenge 221, page 120: 走っている人: $E \approx 0.5 \cdot 80\,\mathrm{kg} \cdot (5\,\mathrm{m/s})^2 = 1\,\mathrm{kJ}$; ライフルの弾丸: $E \approx 0.5 \cdot 0.04\,\mathrm{kg} \cdot (500\,\mathrm{m/s})^2 = 5\,\mathrm{kJ}$.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 222, page 120: サイズでほぼ2倍.

Challenge 223, page 121: 最高点での加速度は $g \sin\alpha$. ここで $\alpha$ は最高点での振り子の角度. 最低点での加速度は $v^2/l$. ここで $l$ は振り子の長さ. エネルギー保存則より $v^2 = 2gl(1 - \cos\alpha)$ となる. 従って, この問題では $\sin\alpha = 2(1 - \cos\alpha)$ が必要. これより $\cos\alpha = 3/5$ となる.

Challenge 224, page 121: 質量が変化する式 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = \pi\rho_{\text{vapour}} r^2 |v|$ を考えるひつようがある. これは霧と水滴の速度が $m\,\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = mg - v\,\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$ の式であらわされることによる. これらの二つの式から

$$\frac{\mathrm{d}v^2}{\mathrm{d}r} = \frac{2g}{C} - 6\frac{v^2}{r} \tag{98}$$

が得られる. ここで $C = \rho_{\text{vapour}}/4\rho_{\text{water}}$ である. さて, この式は

$$r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\frac{v^2}{r} = \frac{2g}{C} - 7\frac{v^2}{r}\,. \tag{99}$$

と書けることをしめすのがコツである. 時間が十分たつと, すべての物理的に感知できる量は $v^2/r = 2g/7C$ に近づき, これより, 大きな時間に対しては

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{v^2}{r} = \frac{g}{7} \quad \text{and} \quad r = \frac{gC}{14}t^2\,. \tag{100}$$

となる. この有名な問題については, 例えば, B. F. Edwards, J. W. Wilder & E. E. Scime, *Dynamics of falling raindrops*, European Journal of Physics **22**, pp. 113–118, 2001, や A. D. Sokal, *The falling raindrop, revisited*, preprint at arxiv.org/abs/0908.0090 を参照してください.

Challenge 225, page 121: 慣性モーメントが違うので, 速さには違いが出る. どちらか ?

Challenge 226, page 121: 空気力学的なひきずりが重要な役割を果たすので答えは簡単ではない. この話題についての研究はほとんどない. ところで, 競争なわとびはなかなか難問である. 例えば, 一回のジャンプの間にロープ5回回せる人は数人しかいない. どうすれば, もっとうまくできるか?

Challenge 227, page 121: 銃弾の重さを測り, 天井からつるされたおもりに向かって発射する. おもりの質量と曲げられる角度から銃弾の運動量を決定できるか.

Challenge 229, page 121: 壁を滑り落ちるはしごの真中が描く曲線は円である.

Challenge 230, page 121: そのスイッチは, スイッチが押された時に受けとる仕事量を利用し, 灯りを点灯させるために高周波リモートコントロールを行う小さなトランスミッタにそれを供給する.

Challenge 231, page 121: バイメタルの巧妙な配置を利用する. 温度が昼から夜, または, 夜から昼へ変わるたびごとにそれを動かし, 時計のバネをまくまく. 時計自身は低エネルギー消費型の機械仕掛けの時計である.

Challenge 232, page 121: 船が入ってもエレベータの重量は変化しない. 二つのエレベータが機械的に, または, 油圧的に結合された双子エレベータではエンジンはまったくいらない. 船が入るたびに水を少しだけ上のエレベータに満たすだけで十分である. このような動力のない船のリフトは過去に存在した.

Challenge 234, page 122: これは簡単ではない. 摩擦とトルクを結合させたものが役目を果たす. 例えば, 記事 J. Sauer, E. Schörner & C. Lennerz, *Real-time rigid body simulation of some classical mechanical toys*, 10th European Simulation and Symposium and Exhibition (ESS '98) 1998, pp. 93–98, や www.lennerz.de/paper_ess98.pdf を参照のこと.

Page 153 Challenge 237, page 126: 例えば, Figure 114 を参照してください. 極は天頂にない.

Challenge 288, page 158: Robert Peary が 1909 年 4 月 6 日, 北極にいたと主張したその日, 太陽は地平線上に低く, 物の高さの 10倍くらいのくらいの長い尾を引いているとを主張したことを忘れていた. ところが, 彼の写真の影はずっと短い. (実際, その写真

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

はすべての影ができるだけ隠れるように撮られている.) だんだんと, アメリカ議会が公式に彼が1911年に北極に到達した最初の人間であることを宣言させられるという確信を持ち始めていた. (ライバルのいかさま師たちは, Peary以前に北極に到達したことを主張していたが, その写真も同じ過ちを犯していた.) Peary も最後の数日進まないといけない距離をごまかしおり, 最後の数日はパートナーのMatthew Hensonに引っ張られていたことを言いそびれていた. もう歩けなかったのだ. 実際は, Peary より Matthew Henson のほうが称賛されるべきなのだ, ところが, Peary は彼らが到達した位置をごまかしていたことを知らなかった.

Challenge 238, page 128: ラプラスとガウスは落下物体の東方屈の偏差は

$$d = 2/3\Omega\cos\varphi\sqrt{2h^3/g}\ . \tag{101}$$

で表されることを示した. ここで, $\Omega = 72.92\,\mu\text{rad/s}$ は地球の角速度, $\varphi$ は緯度, $g$ は重力加速度, $h$ は落下高度である.

Challenge 239, page 129: コリオリ効果は同じ強度をもつ二つの効果の和と考えることができる. 第一の効果は, 回転する背景に対しては速度が時間とともに変化することである. (非回転) 慣性観測者が一定速度として観測しているものであっても, 回転観測者からは時間とともに速度が変化しているものとして観測される. 回転観測者によって観測される加速度は負で, 角速度と速度に比例する.

第二の効果は空間内での速度の変化である. 回転する座標系では, 位置が異なると速度が異なる. この効果も負で, 角速度と速度に比例する.

全体として, コリオリ加速度 (つまり, コリオリ効果) は $\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}$ となる.

Challenge 240, page 130: 長さ $L$ の短い振り子が二次元内で (振幅 $\rho$ および方向 $\varphi$ で)振れている時, ラグランジアン $\mathcal{L}$ には二つの項が追加される:

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2}m\dot{\rho}^2\left(1+\frac{\rho^2}{L^2}\right) + \frac{l_z^2}{2m\rho^2} - \frac{1}{2}m\omega_0^2\rho^2(1+\frac{\rho^2}{4\,L^2}) \tag{102}$$

ここで, 通常の基本周波数は $\omega_0^2 = g/L$, 角運動量は $l_z = m\rho^2\dot{\varphi}$ である. $L\to\infty$ の時, この二つの追加項は無視できる. この場合, 系が半軸 $a$ と $b$ の楕円で振動しているなら, 楕円は空間的に固定され周波数は $\omega_0$ となる. 有限振り子長 $L$ に対しては, 周波数は

$$\omega = \omega_0\left(1-\frac{a^2+b^2}{16\,L^2}\right)\ . \tag{103}$$

となり, 楕円は周波数

$$\Omega = \omega\frac{3}{8}\frac{ab}{L^2}\ . \tag{104}$$

で回転する. これらの公式は, C. G. Gray, G. Karl & V. A. Novikov, *Progress in classical and quantum variational principles*, arxiv.org/abs/physics/0312071 に示されるように, 最小作用の原理を用いて導ける. 言い換えると, 楕円運動する短い振り子はコリオリ効果を伴わない歳差を生じる. この歳差周波数は $1/L^2$ で小さくなってゆくので, 長い振り子ではこの効果は小さくなりコリオリ効果のみが残る. 短い振り子のコリオリ効果を観測するには, 楕円運動を押さえるような機構を設け, 楕円軌道を描かないよう振動を開始させないといけない.

Challenge 241, page 131: 直線からずれてゆく原因となるのがコリオリ加速度である. コリオリ加速度は速度が回転軸からの距離に依存して変化するために生じる. パリに設置された南北方向に振動する振幅 $A$ の振り子を考えてみよう. 振動の南端では軸から $A\sin\varphi$ だけ遠ざかる. ここで $\varphi$ は緯度である. この振動端にある時, 振り子の中心支点は $v = 2\pi A\sin\varphi/23\,\text{h}56\,\text{min}$ の相対水平速度で振り子の頭を追い越す. その歳差周波数は $T_F = v/2\pi A$ であらわされる. ここで $2\pi A$ は (地球に対し) 振り子が描く径路の周長 $2\pi A$ である. これより $T_F = 23\,\text{h}56\,\text{min}/\sin\varphi$ となる. この式で現れる値は, なぜ 24 h ではなく, 23 h56 min なのか?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

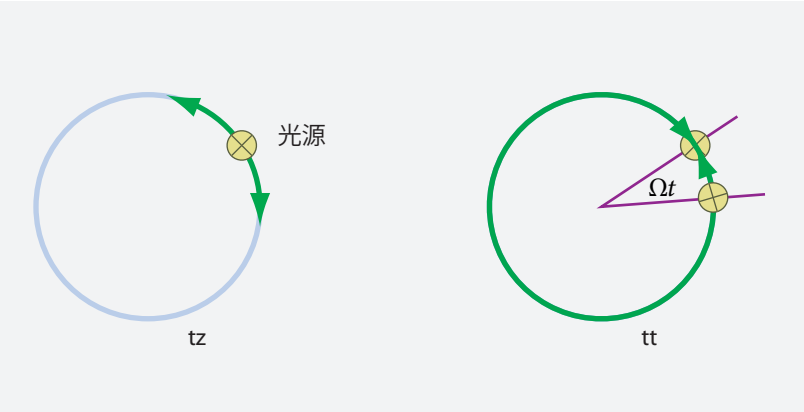



FIGURE 219 サニャック効果の式の導出.

Challenge 242, page 133: 軸は, (全く観測できない)絶対空間ではなく遠方の星に対し固定されている.

Challenge 243, page 133: 回転が光の周波数つまり色に小さな変化を生じさせる.

Challenge 244, page 133: 東に行ったり, 西に動いたりするとコリオリ加速度により重量が変化する. 回転速度がバランスの振動周波数に合わせられているとすると, この効果は共鳴により増加する. この仕掛けは Eötvös によっても用いられた.

Challenge 245, page 133: あらゆる運動物体が横方向に偏向されるように, コリオリ加速度は棒を回転させ, この場合, 二つの偏向は加算される. この偏向方向は実験が北半球で行われるか, 南半球で行われるかに依存する.

Challenge 246, page 134: 東西軸の周りを π だけ回転すると, コリオリ力により液体が管を周るような移動速度が生じる. その値は, 摩擦を無視すると,

$$v = 2\omega r \sin\theta \exists \tag{105}$$

となる. ここで, $\omega$ は地球の角速度で, $\theta$ は緯度, $r$ はトーラスの (大きい方の) 半径である. For a tube with直径 1 m の管を用いて, 中央ヨーロッパで測定すると, これから約 $6.3 \cdot 10^{-5}$ m/s の速度になることがわかる.

管の径がある点で狭められていると, そこで速度が増加し, 測定がやりやすくなる. 面積をそこで100倍縮めると, 速度は同じ分だけ増える. 実験を行うときは, 径を横切る温度傾斜など水を移動させるような他の効果を除くように注意しないと行けない.

Challenge 247, page 134: 円形ガラスファイバーの内部のような円形の光路を考え, Figure 219に示すように, そこを反対向きに2本の光線を走らせる. ファイバーの径路を Ω の回転周波数で回転させると, 一回転後の径路長の差 $\Delta L$ は path length is

$$\Delta L = 2R\Omega t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c} \,. \tag{106}$$

で表せる. この時, 屈折率が 1 とすると, 位相差は

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi^2 R^2}{c\lambda}\Omega \tag{107}$$

となる. これが This is the required formula for the main case of the サニャック効果の主要な状況を表現するのに必要な式である.

サニャック効果は, 普通, 一般相対論の助けを借りないと理解できなと言われているが, そうではない. 今行ったように, っこの効果は光速 $c$ の不変性から導ける. これより, この効果は特殊相対論の結果である.

Challenge 248, page 135: 金属棒は軸の片側で少し長くなる. 線をろうそくの火で焼き続けると, 慣性モーメントが $10^4$ 程度減少し, (理想的には) 地球の自転率の $10^4$ 倍で回

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

転を始める. この回転率は鏡上に光線を光らせ, その反射が壁上でどう動くかを回転することで用意に見ることができる量である.

Challenge 250, page 141: ベッセルによるもともとの結果は 0.3136″, つまり 軌道半径の657.7 千倍, 10.3 光年, つまり 97.5 Pm である.

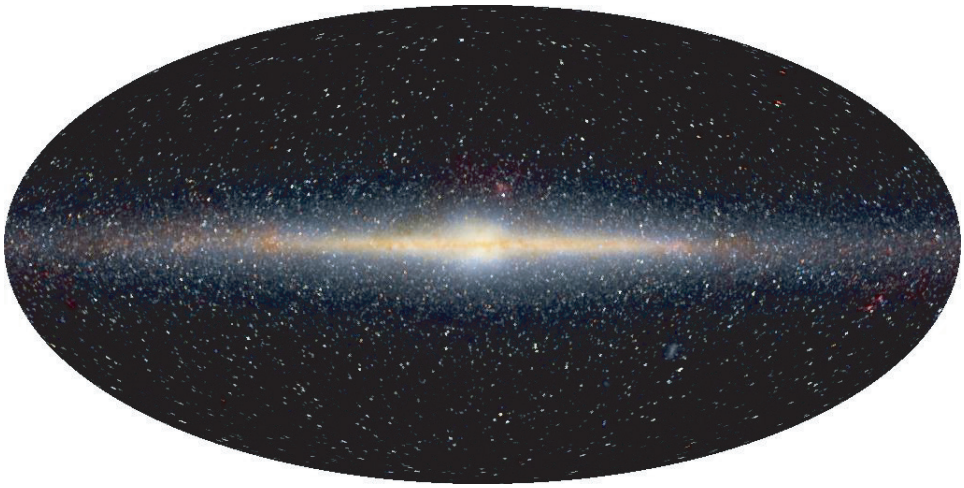


FIGURE 220 夜空, そして, 特に, 私たちの銀河はなぜ近赤外に見えるのか (NASA 実際の色画像ではない).

Challenge 252, page 143: 天の銀河は縞状になっていつ. つまり, 銀河は平坦な構造をしている. Figure 220に示すように, 赤外線においてもこのことは明らかである. 平らな形状 (および回転対称性) より, 銀河系は回転していることが導ける. 従って, 宇宙には他の物質も存在しているに違いない. Challenge 254, page 146: See page 169.

Challenge 256, page 147: 体重計は鼓動に対し反応する. 体重は心臓が鼓動をしているとき以外は, 時間的にほぼ一定である. 短時間ではあるが, 鼓動のたびに体重は幾分低下する. 心臓が血液を上に押し上げる時, 血液が大動脈弓を打つためにこのことが起きる. 左心室が最大収縮する時の血液の速度は約 0.3 m/s である. 大動脈弓までの距離は数センチである. 収縮とその反転間の時間は約 15 ms である. また, 死んだ人の測定体重も, 気流が測定を乱すため一定ではない.

Challenge 257, page 147: 軌跡の後半部に対しpage 128の Figure 92 を用い, 前半について注意深く考察せよ. 物体は出発点よりもほんの少しだけ西に落下する.

Challenge 258, page 147: ヒント: 赤道でロケットを出発させることで, 多くのエネルギー, つまり燃料や重量を倹約できる.

Challenge 261, page 149: 炎は内側に向かってたなびく.

Challenge 262, page 149: 正しい. 絶対位置や絶対方向は存在しない. 同様に, 優先的な位置も優先的な方向も存在しない. 時間に対しては, まずは, 例外的にビッグバンがそれにあたるかもしれない. しかし, 量子効果を含めて考えると, 時間スケールでも優先的なものはないことが確認される.

Challenge 263, page 149: 試験用には, 中心力は存在しないというのがいい. しかし, 静止系では力のバランスが成り立っているので, この議論はいくぶん目くらましのようなところがある.

Challenge 266, page 150: 板の上にティーの入ったカップを置いて, 板に4本の長いロープを付け, あなたがそれを保持する.

Challenge 267, page 150: 玉は加速された方向に動く. 結果的に, 床が上方に加速されるので, 静止したコップ中の玉は上方に引っ張られる. 一般相対論のところでこの問題に立ち返る.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 268, page 150: 地球上の潮汐の摩擦が主原因である.

Challenge 269, page 151: リヒターマグニチュード 12 の地震は, マグニチュード 10 であった1960年のチリ地震のエネルギーの1000倍になる. 後者では, 長さ 1000 km にわたり 40 km の地殻全体に亀裂が生じ, その両側が互いに 10 m ずれた. 隕石の衝突だけでも 12 より大きな値のものになる可能性がある.

Challenge 271, page 151: 一年に２回おきる. 損害を最小限にするために, 皿は暗い色にするべきである.

Challenge 272, page 151: 後方から発射されるロケットは, 後から攻撃をしかける飛行機に対する完全な防御になるだろう. しかし, 発射された時, 実際は, ロケットは空気に対しては後向きに飛んでいることになり, 従って, 方向転換し発射した飛行機にとって危険なものになる. この効果を考えなかった技術者は最初の試験でもう少しで飛行機のパイロットを殺すとこであった.

Challenge 273, page 152: サルが登る, 下る, 落下しようとも, おもりの高さはサルの高さと同じになる. 滑車の所で摩擦があったらどうなるか?

Challenge 274, page 152: 可能である. もし, スキーヤーがボートの運動方向に対し十分大きな角度で動けば, 可能である.

Challenge 277, page 152: C. Ucke & H.-J. Schlichting, *Faszinierendes Dynabee*, Physik in unserer Zeit 33, pp. 230–231, 2002. の記事を参照してください.

Challenge 278, page 152: C. Ucke & H.-J. Schlichting, *Die kreisende Büroklammer*, Physik in unserer Zeit 36, pp. 33–35, 2005. の記事を参照してください.

Challenge 270, page 151: 結婚指輪を主軸ではない軸に対し回転させると, 角運動量と角速度は平行でなくなる.

Challenge 275, page 152: 慣性モーメントは $\Theta = \frac{2}{5}mr^2$.

Challenge 276, page 152: 立方体に対してはどの慣性モーメントも等しくなり, その値は $\Theta = \frac{1}{6}ml^2$ である. 球と立方体を回転させようとする労力はそれぞれ違う.

Challenge 279, page 152: 月は違う. 赤道上の観測者にとってはどうなるか想像できるか?

Challenge 280, page 152: 天頂では直線になり, 両側ではどんどん小さくなる. ウェブサイト antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap021115.html を見てください.

Challenge 282, page 154: 平面は記載のウェブサイトに書かれています. 立っている人に対しては, 平面は二つの目を含む垂直面.

Challenge 283, page 154: すでに述べたように, 脚は輪と比べ, 成長, 維持, 修理しやすいばかりではなく, 動かすのに平坦面である必要がない.

Challenge 284, page 156: 技術者が世界的に利用している階段公式は実験的に求められた経験則である. その起源と説明は歴史の中に埋もれてしまったようである.

Challenge 285, page 156: 古典的自然観すなわち日常の自然観では左右対称で, 足の数は偶数となる. 二次元平面の歩行では最低四本足が必要になる. ヒトデ, カタツムリ, ナメクジ, 二枚貝, ウナギやヘビは, この主張がなりたたない重要な例外に入る.

Challenge 287, page 158: 昼間の長さは緯度により異なる. 影の長さや夜間の星の昇り方にも差があることは, 友人に電話をすれば簡単に確かめられることである. 船も, マストから水平線に現れる. 月食の際の地球の丸い影やどこでも物体は下に落ちるという観測結果もあわせると, これらの主張はアリストテレスのテキスト *On the Heavens* にすでに書かれている. 地球は丸いということはここ 2500年間みんなが知ってたということがわかる. 多くの人がかつて平坦な地球を信じていたという神話は, コペルニクスにより論争用の修辞として持ち込まれた. したがって, この話はその後何世紀にもわたり, どんどん誇張され続けた. これは、ちょうど, 噂を流布させる本とか印刷という新
Vol. III, page ?? しいツールが発明されたことによる. 2500 年にわたり, 大多数の人は地球は球であると知っていたというのが真実である.

Challenge 308, page 172: ベクトル $\boldsymbol{OF}$ は, $\boldsymbol{OS} = -(GmM/E)\boldsymbol{OP}/OP$ を用い, 図の構造を公

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

式にすることで計算できる. これより,

$$\boldsymbol{OF} = \frac{\boldsymbol{K}}{mE} \tag{108}$$

が得られる. ここで,

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{L} - GMm^2\boldsymbol{x}/x \tag{109}$$

はいわゆる ルンゲ・レンツベクトルである. (軌道物体の位置は $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{OP}$ を, 運動量は $\boldsymbol{p}$ を, 角運動量は $\boldsymbol{L}$ とした. ルンゲ・レンツベクトル $\boldsymbol{K}$ は物体の軌道上で一定なので, 軌道上のどの位置でも同じ値になる. ( $\boldsymbol{xK} = xK\cos\theta$ から証明せよ.) 従って, ルンゲ・レンツベクトルは万有引力では保存量になる. 結果的に, ベクトル $\boldsymbol{OF}$ も一定である. ルンゲ・レンツベクトルは $1/r$ ポテンシャルの問題で現れるので, 水素原子のエネルギー準位を計算する際には量子力学でも現れる. (実際, 'ルンゲ・レンツベクトル'という誤った名前の原因はヴォルフガング・パウリにあり, このベクトルは, 1710年, ヤコブ・ヘルマン (Jakob Hermann)により発見された.)

Challenge 309, page 172: 軌道については page 175 を見よ.

Challenge 311, page 173: 月の重力加速度は $1.6\,\mathrm{m/s^2}$ であるが, このぐらい小さいと普通の温度の気体分子はその引力から逃げることができる.

Challenge 290, page 160: 時間を追って, 速度の矢印の先端を図示すると, 運動の中心の周りの円となる.

Challenge 291, page 160: 状況の図を描け.

Challenge 292, page 160: これも, 状況の図を描け.

Challenge 293, page 161: 地球に対する積 $GM$ の値は $4.0 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^3/s^2}$ である.

Challenge 294, page 161: 一般に傾斜させればどの点にも到達できる. しかし, 真横に打ち出した場合には, 円周の最初の半分にしか到達できない.

Challenge 295, page 163: 月の重力加速度は $1.6\,\mathrm{m/s^2}$ で, 地球の6分の1である. その他の惑星の表面の重力加速度は多くのインターネットサイトに記載されている.

Challenge 296, page 163: アトウッドの器械がその答えである. 2個のほぼ等しい重さ $m_1$ と $m_2$ のおもりが, 質量が無視できるよく油がさされた輪にかけられた糸につながれている. 重い方は非常にゆっくり落下する. この '不自由' 落下の加速度 $a$ は $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$ になることを示せるか? 言い換えると, 質量差が小さいほど, 落下は遅くなる.

Challenge 297, page 163: この式がどこから来ているかを理解しろ. 力学の重要な考え方をたくさん理解ことができるようにる. 考え方として, 小さな振幅では長さ $l$ の振り子の加速度は重力から生じる. 角度 $\alpha$ の振り子の力の関係を図で描いてみると,

$$\begin{aligned} ma &= -mg\sin\alpha \\ ml\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} &= -mg\sin\alpha \\ l\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} &= -g\sin\alpha\,. \end{aligned} \tag{110}$$

という関係になる. 小振幅 (15°より小さい) であれば, これを

$$l\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -g\alpha\,. \tag{111}$$

のように近似できる. これは調和振動の式である (つまり, サイン運動). その結果, この運動は,

$$\alpha(t) = A\sin(\omega t + \varphi)\,. \tag{112}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

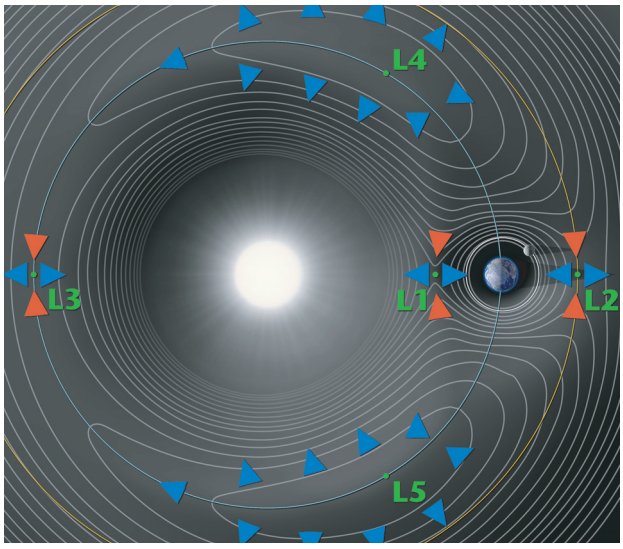



FIGURE 221 ラグランジュ点とそれを作り出す有効ポテンシャル (NASA).

となる. 振幅 $A$ と位相 $\varphi$ は初期条件によって決まるが, 振動周波数は振り子の長さと重力加速度によって与えられる (確かめてください!):

$$\omega = \sqrt{\frac{l}{g}} \,. \tag{113}$$

(任意の振幅に対しては, この公式はもっと複雑なものになる. 詳細はインターネットとか特別な力学の本を見てください.)

Challenge 298, page 163: 歩く速さは $l/T$ に比例し, 従って, $l^{1/2}$ に比例する. この関係は動物についても成り立つ. 実際, 測定によると, すべての動物において, 最大歩行速度 (走る速度ではない) は

$$v_{\text{maxwalking}} = (2.2 \pm 0.2)\,\text{m}^{1/2}/\text{s}\ \sqrt{l}\,. \tag{114}$$

であらわされる.

Challenge ??, page ??: はっきりとした公式はない. みつけられますか?

Challenge 301, page 165: 体重 75 kg の人の重力の加速度は $a = Gm/r^2 \approx 5\,\text{nm/s}^2$ になる. 重さ $m_{\text{fly}} = 0.1\,\text{g}$ のハエが速度 $v_{\text{fly}} = 1\,\text{cm/s}$ で人にとまり, 肌を (エネルギーの損失無く) $d = 0.3\,\text{mm}$ だけ変形させたとすると, 人は $a = (v^2/d)(m_{\text{fly}}/m) = 0.4\,\mu\text{m/s}^2$ だけ加速される. 非弾性衝突のエネルギー損失はこの場合, 因子 10 より小さい.

Challenge 302, page 168: 計算によると, 驚くほどの高エネルギー値が熱運動には保存されている.

Challenge 289, page 158: その通りで, この効果は高層ビルで測定されている. 値を見積もれるか?

Challenge 305, page 168: これを理解するもっとも簡単な方法は球から出てゆく流束として重力を見ることである. これから, 力は $1/r^{d-1}$ 依存性を, ポテンシャルは $1/r^{d-2}$ 依存性を持つ.

Challenge 307, page 170: 自由落下の描く径路は平面内の楕円なのでこのことは自明である.

Challenge 313, page 174: ルノホートやアポロが残してきたレーザー反射鏡キャッツアイが置かれた月にフラッシュ光を送る. フラッシュ光が行って戻ってくるまでの時間の測定精度は月の距離の変化を測定するのに十分である. 詳細は, 8を参照のこと.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 315, page 176: 無限遠の空間で運動量がゼロの物体は放物線を描く. それより小さな運動量をもつ物体は楕円軌道になり, 大きな運動量をもつ物体は双曲線になる.

Challenge 318, page 177: ラグランジュ点 L4 と L5 は軌道上にあり, 軌道物体の前後 60° のところにある. これらの点は, 中央物体と軌道物体の質量比が十分大きいと (24.9を超えると) 安定になる.

Challenge 319, page 177: ラグランジュ点 L3 は軌道上にあるが, 中央物体のちょうど反対側にある. ラグランジュ点 L1 は中央物体と惑星を結ぶ線上にあり, 一方, L2 は軌道外側の同じ線上にある. $R$ を軌道半径とすると, 軌道物体と, L1 または L2 点との間の距離は $\sqrt[3]{m/3M}\,R$ になり, 太陽-地球系では月までの距離の約 4 倍になる. L1, L2, L3は鞍点だが, その周りには有効な安定軌道が存在してる. ビッグバンのさざ波を測定した有名な WMAP を初めとする多くの人工衛星はこの性質を利用している. この WMAP は、太陽と月と地球を遮蔽しやすく, 人工衛星の温度が一定に保ちやすい '静かな' 点 L2 置かれている.

Challenge 320, page 180: これは, ギターの弦の小さな振動が空気や音響ボックスの大きな振動に変化するのと同じ共鳴効果である.

Challenge 322, page 181: 潮汐の強さの式 $2GM/d^3$ は, $(8/3)\pi G\rho(R/d)^3$ と書き換えることができる. 実際の食からわかるように, $R/d$ は月でも太陽でもほぼ同じである. これより, 密度$\rho$ は月のほうが大きいと考えられる. 実際, 月と太陽の潮汐の強さ (高さ) の比はほぼ 7 : 3 である. これは二つの物体の質量密度の比でもある.

Challenge 323, page 181: 地球と月の全角運動量は一定でなければならない.

Challenge 325, page 184: 日食を待とう.

Challenge 326, page 185: 残念ながら, 神話とでもいうべき '受動的重力質量' が多くの書物で出回っている. 注意ぶかく読んでみると, 固有質量と同じように測定されている.

いずれの質量も同じ装置, 同じセットアップで測定されている. これらの実験はすべて固有重力質量の影響と受動重力質量を混同し両方が必要なものとしている. たとえば, 固有質量測定においては, てんびんにしてもヘルスメーターの目盛にしても振動が無くなるのを待つ必要がある. 一般的には, 固有質量と宇宙のそれ以外の質量による受動重力質量を区別するのは不可能と思われる. つまりは, 二つの概念は実は同じものである.

Challenge 328, page 185: この問題が生じるのは, 重力質量がポテンシャルエネルギーを, 固有質量が運動エネルギーを決定するというところから生じている.

Challenge 329, page 186: 雪の積もった山の傾斜面, 高い木などの柔らかい構造の上に落下したのだ. 最高記録は 7 km からの高さからの自由落下で生存したケースである. 最近では, 2007 年のニュースで, www.bbc.co.uk/jersey/content/articles/2006/12/20/michael_holmes_fall_feature.shtmlに記載されている.

Challenge 331, page 187: 数千ユーロ払うと, Figure 222に示すような, 放物軌道によるゼロ重力を体験できる. (インターネットにはコンピュータ画像による放物線飛行の多くの '写真' を見ることができる. これはどうですか?)

ゼロ重力はどんな感じがするのだろうか? 水中に浮いているのと同様な感覚だが, 水の抵抗がない. 水に飛び込むときの空中にいる時間の感覚でもある. しかし, 宇宙飛行士にとっては, さらに別の感覚がある. 頭を素早く回すと, 耳の方向センサーが重力によりリセットされない. 従って, 一日か二日は, ほとんどの宇宙飛行士がめまいや吐き気の症状に襲われる. これがいわゆる宇宙酔いである. その時期が過ぎると, 体は適応し, その状況を完全に享受できるようになる.

Challenge 332, page 187: ほうきの中心は通常の加速度で落下するが, 端はもっと速く落ちる.

Challenge 333, page 187: ジャンパーとゴムロープのの質量に対しエネルギー保存則を使うだけでよい. 詳細は, 実験と理論との比較も含めて, N. Dubelaar & R. Brantjes, *De valversnelling bij bungee-jumping*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **69**, pp. 316–318, October 2003.を参照のこと.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 222 放物線飛行をする有名な‘嘔吐彗星’, a KC-135 (NASA).

Challenge 334, page 187: 約 1 Èó.

Challenge 335, page 188: 約 5 g.

Challenge 336, page 188: あなたの体重はほぼ一定になるので, 地球は丸いと考えられる. 地球が平坦なら, その端からどの位離れているかに応じて, 体重は場所により変化する.

Challenge 337, page 188: 質量中心と重心が同じであるとは誰も言っていない! 月の引力は地球の表面では無視できる.

Challenge 339, page 189: これは地球の質量である. テーブルを逆さにしておけばいい.

Challenge 341, page 189: 月は今より約 1.25 倍遠くになる. 太陽は, この時, 地球–月の系の回転速度を低下させる, この場合, 太陽の変形からくる潮汐摩擦が小さくなることによるものである. 結果的に, 月と地球の距離はだんだん小さくなる. しかし, この時までに, 太陽は赤色巨星なっているだろうから, 地球も月も太陽に飲み込まれているだろう.

Challenge 343, page 190: ガリレオが結論付けたように, ゆれ (周期の半分) の割合は $\sqrt{2}/\pi$ になる. ( チャレンジ 297 を参照のこと). このやりかたで, π の小数点以下2桁目以上, 3桁目まで決定できるかもしれない.

Challenge 344, page 190: どんなテニスラケットもテニスボールに対し同じ効果を及ぼすから, 運動量保存を破ることにはならない.

Challenge 345, page 190: 実際, 速度空間では, 楕円, 放物線そして双曲線もすべて円で記述される. どのケースでも, ホドグラフは円である.

Ref. 160

Challenge 346, page 191: この問いは古くからある (ニュートンの時代からすでに問いが発せられていた) が奥が深い. 一つの理由は星は銀河系の周りを回っているので離れたまま保たれている. もう一つは, 銀河はビッグバンの時に手に入れた運動量により離れされている. ビッグバンが無かったら, すべての星は崩壊して一つになっていたであろう. この意味において, ビッグバンは重力の引力と変化しない夜空から結論付けられだろう. 夜空の暗さでからもビッグバンが説明できることを後に見よう.

Challenge 347, page 191: 太陽に向かってくぼんだ軌道の軌道断面がないことに気付けば, どちらかは明らかである. これを示せるか?

Challenge 349, page 192: 地球から飛び出し, 他の惑星の助けなしに太陽系から離れる脱出速度は 42 km/s である. しかし, 他の惑星の助けを借りてもいいのなら, この値の半分より小さくなる (なぜ?).

ある物体からの脱出速度が光速だとしたら, その物体は, 光でも脱出できないかもしれないブラックホールであろう. ブラックホールについては相対論の巻で詳細に議論する.

Vol. II, page 247

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 223 アテネのアクロポリスのパルテノン神殿で撮影された2002年1月から12月までの地方正午のアナレンマと高精度日時計(© Anthony Ayiomamitis, Stefan Pietrzik).

Challenge 350, page 192: 地球上での最大ジャンプ高を $h$ =0.5 m と仮定し, 小惑星の密度を $\rho$ =3 Mg/m$^3$ とすると, 最大半径は $R^2 = 3gh/4\pi G\rho$, または $R \approx 2.4$ km となる.

Challenge 351, page 192: 二つの物体から成るハンドル.

Challenge ??, page ??: 普通は $ma = gMm/R^2$ の式であらわされ, 左辺の $m$ は慣性質量で, 右辺の $m$ は重力質量であると説明されるが, ここでの説明はこの説明と何がちがっているか?

Challenge 372, page 199: ここで問題になるのは, 局所的な垂直方向である. それに対して考えると, 河はいつも低い方向に流れる.

Challenge 354, page 193: 地方正午のアナレンマの形をFigure 223に示す. アナレンマの垂直方向の広がりは赤道傾斜角, つまり, 地軸の傾きによるものである (23.45°の2倍になる). 横方向の広がりは赤道傾斜角と地球の公転軌道の楕円率が合わさった効果によるものである. 二つの効果が公転軌道上の地球の速度を変化させ, 一年の間の地方正午の位置に影響を及ぼしている. 中央の交差点に対する非対称性とアナレンマの形は高精度日時計のポールの影にも反映される.

Challenge 355, page 194: 流体が潮汐力により分裂されるなら, 流体の捕獲は起こり得る.

Challenge 356, page 194: このトンネルは赤道面内にあり, 赤道の一点からその正反対の点に至る長く伸びた楕円になるだろう. 周回時間は地球が自転していない場合と同じになるだろう. A. J. Simonson, *Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine 77, pp. 171–188, June 2004.参照.

Challenge 358, page 195: 太陽系の重心は, 太陽の中心から距離からの2倍になるだろう. つまり, 太陽の外にある.

Challenge 359, page 195: まず, 北半球では, 夏は冬に比べて地球は太陽の周りを速く動く. 次に, 空の太陽の軌道が浅いと, 太陽が地平線下にある時そこからの光のため日が長くなる.

Challenge 360, page 196: 月の見え方を除くと, 人間の目でその効果を検出することはできない. 潮汐効果を含む重力効果, 電気効果, 磁気効果, 宇宙線からの変化は他の効果にかき消されてしまう. 実際, 人間の目に与える影響としては, 月よりもすぐわきを通るトラックの重力, 工場からの電磁波, 天気や太陽活動の変化の方が大きい. 月経周期が月の相に固定されていることが目に見える効果である.

Challenge 361, page 196: 距離を測定するのが難しかった. 太陽の前面の惑星は容易に観測できるが, 惑星が太陽の影にあるかどうかをチェックするのは難しい. 金星の満ち欠けは天動説でも予測できるが, 予測される満ち欠けは観測されるものと合わない. 地動説から導かれる満ち欠けだけが観測されるものと合致する.

Challenge 362, page 197: 記載の参考文献を参照のこと.

Challenge 363, page 197: その通り.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 364, page 197: 対向する殻要素 (黄色で描画) からの2つの引力が相殺する.

Challenge 365, page 197: 実際的な方法はない. 殻上の質量が (金属中を電荷が動くのと同じように) 表面に沿って動くとし, 十分な質量があるとすると, 可能かもしれない.

Challenge 369, page 198: 可能であろうし, by ジュール・ベルヌなどの人により何回も考えられた. 必要な速度は地球の自転に対しどの方向に打ち出すかによって変わる.

Challenge 370, page 198: 起きない. 月はいつも同じ面を地球に向けている. 地球は, 月の軌道の楕円率の影響から少し位置を変える. 月から見ると, 地球は明らかに同じ相を示す.

Challenge 373, page 199: 相対論の章で示すように, そのような物体は存在しない.

Challenge 375, page 201: 復元力は地球の中心からの距離に比例して大きくなるので, 振動は純粋に正弦的なもの, つまり, 調和振動になる. 一様な地球について考えると, 周期 $T$ は $T = 2\pi\sqrt{R^3/GM} = 84\,\mathrm{min}$ になる.

Challenge 376, page 201: このようなトンネルでは, 全て, 周期が同じで, 従って, 特に, 極から極のトンネルでなりたつ 84 min 周期となる. 例としては, R. H. Romer, *The answer is forty-two – many mechanics problems, only one answer*, Physics Teacher **41**, pp. 286–290, May 2003. を見てください.

Challenge 377, page 201: 地球が自転していないとすると, 落下する石の軌跡は, 地球の中心を中心とする楕円を描くというのがもっとも一般的である. 自転する地球では, 楕円は歳差する. Simoson はantwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap021214.html で見れるスピログラフ星雲内でのスピログラフが渦を巻いているような効果により起きるのではないと考えている. その特殊な場合が赤道上で垂直方向に落下させる場合で, フーコーの振り子の軌跡と同じような軌跡になり, 落下する星の赤道上のまわりの16か所で石が浮上しあらわれる.
Ref. 175

Challenge 378, page 201: 簡単には答えられない. 速度は緯度などのパラメータに依存する. インターネットには宇宙から見た日食のビデオも公開されており, 地球の表面で影がどう動いているかがわかる.

Challenge 379, page 201: 遠心力は重力と等しくならなければいけない. 一定線形密度を $d$, 未知の長さを $l$ とすると, $GMd\int_R^{R+l} \mathrm{d}r/r^2 = \omega^2 d\int_R^{R+l} r\,\mathrm{d}r$ となる. これより $GMdl/(R^2 + Rl) = (2Rl + l^2)\omega^2 d/2$, 従って $l = 0.14\,\mathrm{Gm}$ となる.

Challenge 381, page 202: 内側の輪のほうが外側の輪より速く回転しなければならない. 輪が剛体なら裂かれてしまうだろう. このため, 輪はロッシュ限界とよばれるある限界値の内側にのみ存在する. ロッシュ限界とは重力 $F_g$ と潮汐力 $F_t$ 衛星表面上でキャンセルする半径のことである. 質量 $m$ と半径 $r$ の衛星が中心質量 $M$ の周りを距離 $d$ で軌道を描いている場合, その表面の小さな質量 $\mu$ に働く力を考える. この影響は $Gm\mu/r^2 = 2GM\mu r/d^3$ となる. もう少し計算を行うと, ロッシュ限界の近似値が

$$d_{\mathrm{Roche}} = R\left(2\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3} . \tag{115}$$

で表せる. 中心質量 $M$ からの距離がこれより小さいと, 流体衛星は存在できない. ここで示した計算は単なる近似で, 実際のロッシュ限界値はこの値の約2倍になる.

Challenge 385, page 205: 負荷はただ立っている場合の 5 倍になる. このため, 競走馬はよく足を骨折する.

Challenge 386, page 206: 学校では, 重量は同じと答えるよう教えられる. 確かに, 良い近似である. しかし, 実際は、秤によると, 一定の量で流れている砂時計の重さは静止している砂の状態と比べると少し重い. 運動量流を見てみると, その結果を簡単に説明できる. 重要なのは上の入れ物の砂の運動量で, その他の効果はすべて, 重要でない. 流れている間に運動量は減少してゆく. このことは, 秤からの運動量流が必要で, 有効重量が増加する. 実験による確認とその説明はオンラインの F. Tuinstra & B. F. Tuinstra, *The weight of an hourglass*, Europhysics News **41**, pp. 25–28, March 2010, で見ることもできる.
Ref. 85

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

完全な鏡からなる箱の内部で上下に跳ね返される光子を想像すると，砂時計の問題から、秤は光のない場合に比べて重くなることを意味する．その重量増加は $Eg/c^2$ である．ここで $E$ は光子のエネルギーで，$g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ そして $c$ は光の速度である．この話は E. Huggins, *Weighing photons using bathroom scales: a thought experiment*, The Physics Teacher 48, pp. 287–288, May 2010, によるものである．

Challenge 387, page 207: 実際に 物体を地面から連続的に持ち上げたりおろしたりして保持し続けることになる．このためにはエネルギーや仕事が必要になる．

Challenge 388, page 207: 人がエスカレータの上を歩いて登ると，上昇しているエスカレータの電気消費が増加する．どのくらい増加するか?

Challenge 389, page 207: 知識は仕事率である．時は金なり．仕事率は単位時間当たりの仕事で定義される．前の式を代入し，変形すると

$$\text{money} = \frac{\text{work}}{\text{knowledge}}\,, \tag{116}$$

となる．この式は知っていることが少ないと，より金がもうかることを示している．道理で科学者の給料はすくないわけだ．

Challenge 392, page 210: 横風はベクトルの足し算により空気中では実効速度 $v$ を増加させ，空気抵抗は (ほぼ) $v^2$ に比例するのでその通りである．

Challenge 393, page 210: 静的摩擦がないと，流体は物体に貼りついていることはできないだろう．つまり，いわゆる境界層は存在しないだろう．そうなると翼は効果を発揮できないだろう．

Challenge 395, page 212: 本当か?

Challenge 397, page 213: $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = g - v^2(1/2c_w A\rho/m)$ から一辺のすべての項を変数 $v$ で表し，もう一方の辺のすべての項を $t$ で表し，両辺を積分することで $v(t)$ に対して解くことができる．ここで $c = 1/2c_w A\rho$ とした．$v(t) = \sqrt{gm/c}\tanh\sqrt{cg/m}\,t$ となる．

Challenge 398, page 215: 変形可能な広がりを持つ物体の固有の性質は，位置と時間の関数としての質量密度で与えられ，状態は運動エネルギー密度，線型および角運動量，応力およびひずみ分布により与えられる．

Challenge 399, page 215: 電荷．

Challenge 400, page 215: 位相空間は $3N$ 個の位置座標と $3N$ 個の運動量座標を持っている．

Challenge 401, page 215: 石を投げたとき，その初期条件は投げる人の効果や投げる人の過去，そこにたどり着いた方法などを集約したものであることを思いだす．つまり，初期条件とはその系の過去，その系のたどってきた歴史の中でその環境が受けた現象をすべて集約したものである．宇宙には初期条件も位相空間もない．もし，これらが存在するという証拠を見つけたら何かを見落としている．もっと，微に入り，あなたが宇宙に対して適用した考え方をチェックしてみてください．また，‘宇宙’といった時にあなたが意味しているものを注意深く定義してみてください．

Vol. III, page ?? Challenge 402, page 215: ライトミルはその一例である．

Challenge 404, page 217: エネルギーや物質の運動が光より速い系があると，その系では原因と結果が逆になる観測者が存在することを意味する．時空図 (と特殊相対論の節のちょっとした練習) からこのことを示せる．

Challenge 405, page 217: 再現性がないとなると，観測結果の検証が難しくなる．また，時計の読みも一つの観測である．私たちの冒険の最後の部分で，再現性と時間の間の結びつきが重要になる．

Challenge 406, page 218: びっくりするようなことがごくまれであったとしても，その一つ一つの驚きからその前後で時間を定義することはできない．

Challenge 409, page 219: もちろんである．道徳上の決まりは他人が考えていることや他人が個人的な動作で行うことをまとめたものである．

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

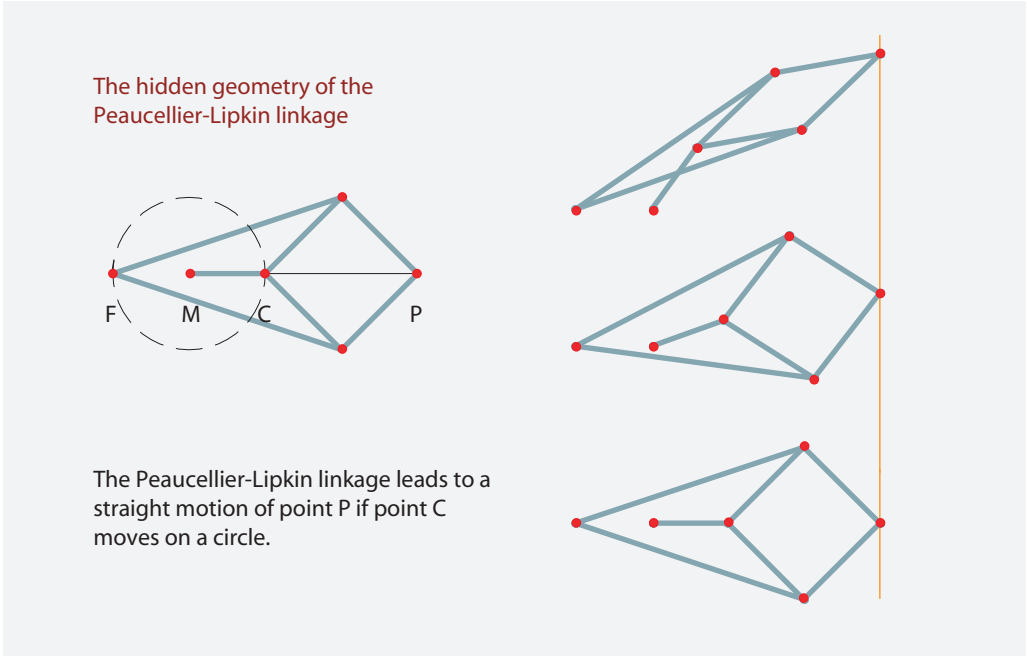



FIGURE 224 コンパスで直線を描く方法 (Zach Joseph Espirituにより描かれた).

Challenge 410, page 220: 二つの点の間の最速で滑り落ちる径路である降下線である最速降下線は, 平面上を転がる車輪上の点が描くサイクロイドである.

証明の方法は多くあるが, もっとも単純なのは, ヨハン・ベルヌーイ (Johann Bernoulli) によるもので, en.wikipedia.org/wiki/Brachistochrone_problemに掲載されている.

Challenge 412, page 221: F, C と P が整列する, この円の半径は $R = \sqrt{FCFP}$ となり, F はその中心である. つまり, ポースリエ・リプキンのリンク機構 は円の反転になっている.

Challenge 413, page 221: F, C と P が整列すると, それによる円は距離 FC の半分の半径をもつ. つまり, 中心は F と C の真ん中にある. Figure 224 にこの状況を示す.

Challenge 414, page 221: Figure 225 に最も信頼できる指南車の仕組みを示す.

Challenge 415, page 222: 回転させた卵の縁に沿って水が引き上げられる. ビンを最も速く空にする方 法は, 空ける時に水を回転させる.

Challenge 416, page 223: 煙突が倒れるときは V の形で倒れるのが正しく, 逆 V の形ではない. この答えを導こうとするときに頼れるのが, 落下するほうきについてのチャレンジ問題 332 である. 二つの例をFigure 226に示す. 煙突は, (下の部分でしっかりと固定されていないと) 全体の半分から三分の二の高さの所で折れ, どこで折れるかは壊れるときの角度に関係する. この問題の完全な解は, すぐれた論文 G. Vareschi & K. Kamiya, *Toy models for the falling chimney*, American Journal of Physics 71, pp. 1025–1031, 2003. を見てください.

Challenge 424, page 232: 一次元の場合, $F = ma$ という式は $-\mathrm{d}V/\mathrm{d}x = m\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$ と書きかえることができる. これは $\mathrm{d}(-V)/\mathrm{d}x - \mathrm{d}/\mathrm{d}t[\mathrm{d}/\mathrm{d}\dot{x}(\frac{1}{2}m\dot{x}^2)] = 0$ と書ける. さらに $\partial/\partial x(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x)) - \mathrm{d}/[\partial/\partial\dot{x}(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x))] = 0$ と変形できる. これは, この場合のラグランジュ方程式そのものである.

Challenge 426, page 233: がっかりしなくてもいいです. これまで, 現在私たちが知っている以外の宇宙 (ここでは必ずしも'世界'と同じではない) を想像できた人はいない. これまで行われたこのような挑戦はいつも論理的矛盾を含んでいた.

Challenge 428, page 234: この二つは等価である. 運動方程式は最小作用の原理から得ら

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

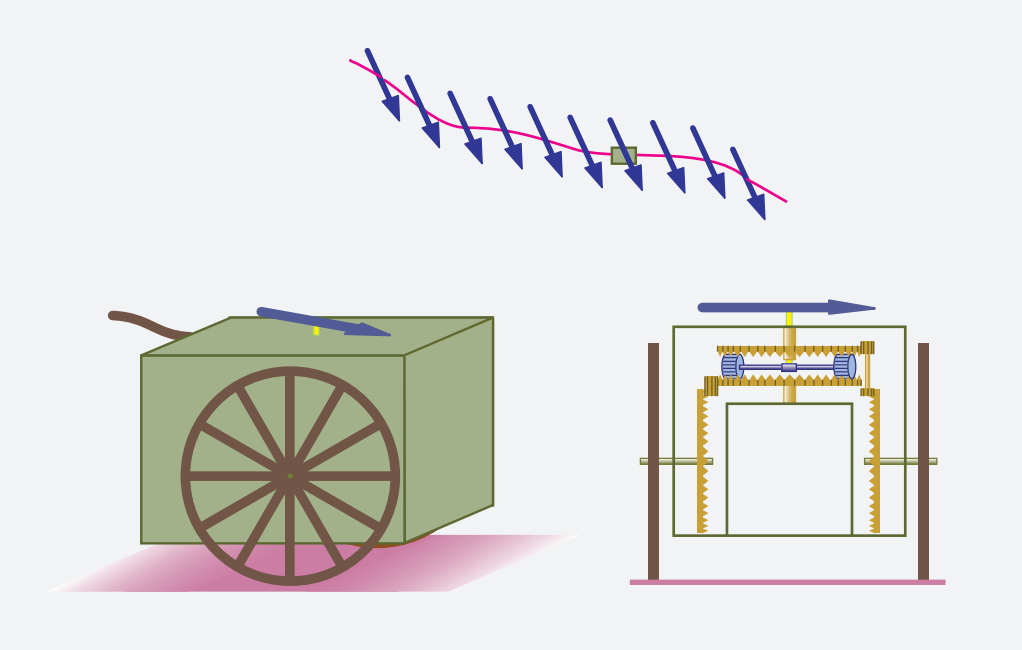


FIGURE 225 指南車の内部構造.

FIGURE 226 崩れ落ちる煙突は剛性に限りがあり, V 字になって落下する (© John Glaser, Frank Siebner).

れ, 同時に, 最小作用の原理は運動方程式から得られる.

Challenge 430, page 237: 重力に拮抗するものとして, 三種類の系が存在する. 銀河の回転, 惑星内部の圧力とパウリの排他原理による星内部のパウリ圧力である. 強い相互作用に対するものとしては, 原子核や中性子星内部の排他原理による作用がある. つまり, 中性子星内では回転と圧力がパウリ圧力を補完していると考えられる. 電磁相互作用に関しては, 電子間で作用するパウリの排他原理だけでまとめられている日常の物質以外には構成要素はない.

Vol. IV, page ??

Challenge 431, page 237: 集合体が物質が中心に集まろうとすることで形成されることがある. この収束に, 外乱によるほんの小さな非対称性が存在すると, その結果, 最終的な集合体は回転する.

Challenge 432, page 239: 角運動量は角度についての変化であり, 回転エネルギーは, 全てのエネルギー同様, 時間についての変化である.

Challenge 433, page 239: この場合はそうではない. スイッチでよくあるように, 小さな

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

変化が大きな効果をしょうじることもある. 脳内の小さな変化は外界とのやり取りを引き起こしているにちがいないし, これはおおよそ $1/r^2$ 依存性でおきているだろう. その効果は小さく, 実現していない頭のなかだけのもっとも敏感なスイッチをもちいてもその影響を実現できない.

Challenge 435, page 240: 質問自体が誤りである. $T - U$が最小になるのではなく, その平均が最小になるだけである.

Challenge 436, page 240: できない. ポテンシャルが散逸的な場合にのみ, 系は最小ポテンシャルになる. 保存系はポテンシャル最小値の周りで振動すると導けることもある.

Challenge 437, page 241: その関係は

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \,. \tag{117}$$

となる. 空気中での速度 (または真空, ほとんど同じ)と物質中での速度の比が 屈折比 $n$ である:

$$n = \frac{c_1}{c_0} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} \tag{118}$$

Challenge 438, page 241: 木の成長の原理は, 運動エネルギーは無視できるので, 単にポテンシャルエネルギーの最小になることである. 動物の体の内部にある管類は移動エネルギーが最小になるように成長し, やはり, 最小の原理である. 光の屈折は時間が最小になる径路である. つまり, 光をポテンシャルエネルギーのないところを運動する物体と考えると, 変化を最小にしている.

Challenge 439, page 241: 相対論は作用の不変量が存在することを要求している. これについては後の巻で述べる.

Vol. VI, page ?? Challenge 440, page 241: 宇宙は物理系ではない. この問題はあとで詳しく述べる.

Challenge 441, page 241: $u = \tan t/2$ と置き換えるか,

$$\sec \varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} + \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}\right) \,. \tag{119}$$

という巧妙な方法を用いよ.

Challenge 442, page 241: サイクロイド内のスケートボーダーは, 振動振幅とは無関係に同じ振動時間を持つ. しかし, ハーフパイプでは, 端で飛ぶ出さないよう垂直端になっている. サイクロイドでは垂直端にはならない.

Challenge 445, page 244: その人が自分のことを理解していることを知っているからその人話をする. 従って, 彼女は私がやっていることと同じものを見ていると仮定している. つまり, 観察というのは, 視点が観測者に依存しないところがあることを意味している. 自然は対称である.

Challenge 446, page 247: 記憶がうまく働くのは状況を認識できているからである. これが可能なのは時間が経っても状況が同じだからである. この再現性がなかったら, 記憶は発展していかないであろう.

Challenge 447, page 248: 好みは本質的なものではなく, 視点の違い, 主に, 経験の違いからくるものである. 同じことが感覚や判断についても言える. このことはどの心理学者も支持するだろう.

Challenge 448, page 249: 正数の加法は群を作る. 画家が色を混ぜた時, それにより作り出された色は群を形成するか?

Challenge 450, page 249: 対称操作はたった一つしかない. 中心点の周りで約 π の回転だけである. このため, $D_4$ 群だけがFigure 185 の近似的な対称群と呼べる.

Challenge ??, page ??: スカラーはベクトルの強度である. したがって, $v = |\boldsymbol{v}|$ で定義され速さはスカラーであって, 速度 $\boldsymbol{v}$ ではない. 力, 加速度, 磁場, 電場などのどんなベクト

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

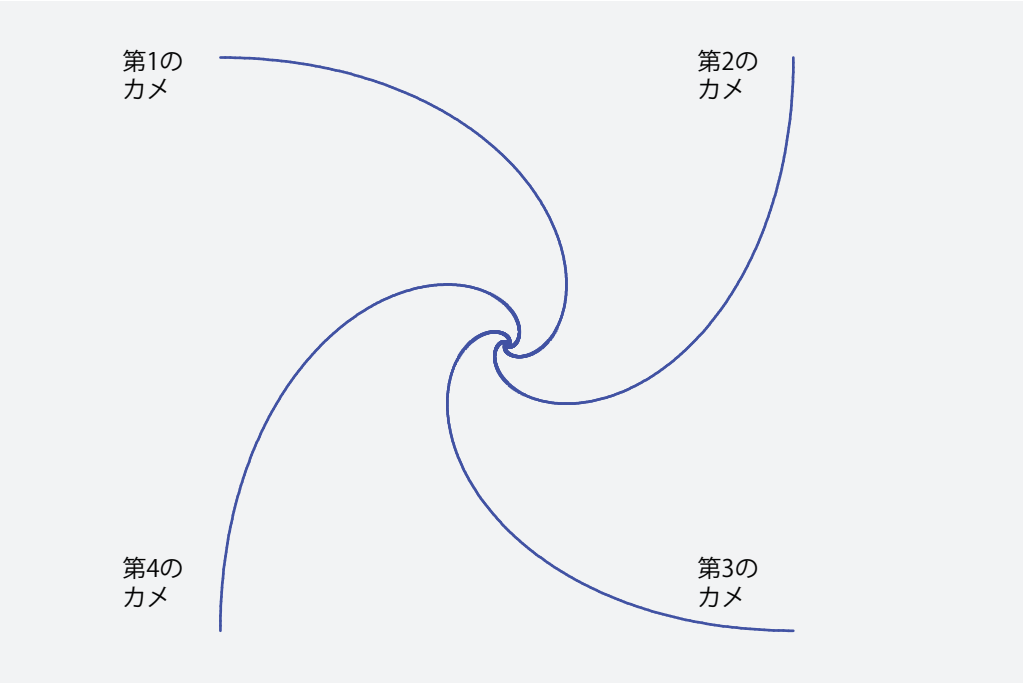



FIGURE 227 互いを追いかける四匹のカメの運動 (Zach Joseph Espiritu)参照.

ル (または擬ベクトル) であってもその強度はスカラーである. 一方, ベクトル自身はスカラーではない.

Challenge ??, page ??: 広がりのある物体の電荷分布は, 点電荷, 二重極電荷, 四重極電荷, 八重極電荷などの和と見ることができる. 四重極はテンソルで表せる.

比較: 広がりのある物体の運動の慣性は, 点質量, 二重極質量, 四重極質量, 八重極質量などの和と見ることができる. 四重極質量は慣性モーメントで記述できる.

Challenge ??, page ??: 回転不変な保存電荷は角運動量である.

Challenge ??, page ??: 対数らせんである. (これを示せるか?) Figure 227 に図示する. 動く距離は簡単な答えになる.

Challenge ??, page ??: 振動とは時間的な周期である. つまり, 不連続時間平行移動対称性である. 波は不連続空間平行移動対称性と不連続時間平行移動対称性の両方を持っている.

Challenge ??, page ??: 反転運動は閉じた系の持つ対称性の一つである. 日常生活の経験, 熱力学による記述や有名な物理学者 (少数派ではあるが) にもかかわらず, すべての閉じた理想系は反転可能である.

Challenge ??, page ??: その対称群はリー群で, U(1), '一次のユニタリー群' とよばれている.

Challenge ??, page ??: 驚くことに答えはノーである.

Challenge ??, page ??: '完全' 対称のようなものは存在しない.

Challenge ??, page ??: 電話の回転ダイヤルの 1 から 0 までの間の数は正十四角形の頂点上にあった. また, 奇数と偶数の番号は正七角形の角度をなしていた.

Challenge ??, page ??: $x(t)$ をラグランジアン $L = 0$に代入してみよ. 系のすべての運動エネルギーがポテンシャルエネルギーに, また, ポテンシャルエネルギーが運動エネルギーに変換できる最小値がわかる.

Challenge ??, page ??: ポテンシャルエネルギーは媒体の '曲り' によるもので, 単純な平行移動だけでは曲りは支生じることもないし, エネルギーも蓄えられない. 勾配だけが曲げの考え方を取り込める.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge **??**, page **??**: 位相は π だけ変わる.

Challenge **??**, page **??**: 角運動量を運ぶ波は横波で, 三次元方向に伝播しなければならない.

Challenge **??**, page **??**: 波は極めて小さな強度まで減衰させることができる. これができないものは, 観測上波ではない.

Challenge **??**, page **??**: 指で回折と干渉を観測する方法は 第 III 巻のpage **??**で語られる.

Challenge **??**, page **??**: 干渉はラジオ信号をわかりにくくする可能性がある. 回折のためラジオ信号は壁の陰で弱められる. これは, 携帯電話で使用されるような短波長で特に顕著になる. 回折のため潜水艦では通常のラジオ周波数でのラジオ波による通信は不可能である. グラスファイバー内の分散のため海底ケーブルでは 100 km ごとに中継器を設置する必要がある. 減衰のため遠方での話し声は聞くことができない. ラジオ波は偏極が薄れ, 一定の偏極をもつ普通の八木アンテナでは検出が難しくなる.

Challenge **??**, page **??**: スキーヤーは, 各バンプの下側の雪をすくい取り, 次のバンプの上側へ積んでゆく. このため, スキーのバンプは上に移動してゆく.

Challenge **??**, page **??**: スピーカーまでの距離が数メートル, オーケストラまでの距離が 20 m とすると, 家庭のリスナーの方が先に聞くことができる.

Challenge **??**, page **??**: 振幅が長さ $l$ と比べて小さい条件下では, 周期 $T$は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \,. \tag{120}$$

と書ける. この公式には質量 $m$ が全く含まれていない. 端の質量 $m$ とは関係なく振り子の周期はいつも同じになる. とくに, 長さが 1 m の時は周期が約 2 s になる. 周期の半分, つまり一回のゆれは約 1 s になる. (これがメートルの単位を選ぶもともとの理由である.)

極端に長い振り子でも, 答えは有限値になる. これはチャレンジ 24 の条件である.

Challenge **??**, page **??**: 一般に, 物体は (太陽の周りを回る惑星のように) 中心が固定点の楕円に沿って動く. 惑星と違うのは, 惑星の場合, 太陽が楕円の焦点にあり, 近日点と遠日点が存在するのに対し, このような物体は楕円の中心の周りを対称的に動く. 特殊な場合として, 物体が直線線分上を行ったり来たりする.

Challenge **??**, page **??**: これは弦の周波数の公式 $f = \sqrt{T/\mu}/(2l)$ から導かれる. ここで $T$ は張力, $\mu$ は質量線密度, $l$ は弦の長さである. これはすばらしい論文 G. Barnes, *Physics and size in biological systems*, The Physics Teacher **27**, pp. 234–253, 1989. の中で議論されている.

Challenge **??**, page **??**: 雷鳴や車の騒音は距離が離れるほど周波数的にどんどん低くなってくる.

Challenge **??**, page **??**: Neither; いずれの可能性も水の性質に反する. 表面波では水分子は円を描いて運動している.

Challenge **??**, page **??**: 水泳の選手は 100 m の距離を 48 s で泳ぐ, すなわち 2 m/s より少し速い速度である. (あしびれを付けて泳ぐ人は 3 m/s すら上回る.) With a body length of about 約 1.9 m の長さの物体の臨界速度は 1.7 m/s である. 短距離泳者はトレーニングに依存しているといえる. 長距離泳者にとっては, まだ, 臨界速度に到達していないのでテクニックが重要である. 公式からの予測では, 身長 2 m の泳者は体長 1.8 m の泳者より可能性として 45 s 有利である. さらに, 背の高い泳者は別の有利な点がある. プールのなかで泳ぐ距離が短くなる (なぜか?). このように長距離水泳で成功する泳者の身長はどんどん高くなってきている. これまで, 多くの他のスポーツ人比べ, いろんな体型やいろんな大きさのチャンピオンが現れるとされてきたスポーツにとって残念なことである.

Challenge **??**, page **??**: 雑音の反射, 残響効果をへらすためである. この穴により到着する波面を拡散させる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge **??**, page **??**: 川の波は楕円にはならない. 円形のまま保たれる.

Challenge **??**, page **??**: そのレンズは音に対し'透明な' 緩衝材である. ガラスレンズの中で光の速度はゆっくりになるのに対し, 緩衝材中では音速は空気より速くなる. 従って, 形状を変えないといけない. 緩衝材は大きな量凹レンズのような形でないといけない.

Challenge **??**, page **??**: 実験によると, 音は空気の流れに依存しない (どうしたらわかるか) が, 外部からの音が存在する時は, それには依存する. 音は, 殻の幾何的形状による共鳴による選択的増幅によるものである..

Challenge **??**, page **??**: 太陽は私たちが観測している所とは違う場所にいつもある. 太陽の角直径で測定すると, 何が違うか? この位置の違いにもかかわらず, 日の出のタイミングは, 太陽の位置ではなく地平線の位置で決まっている. (そうでないことを想像してみてください. 窓が閉じられているとき, 部屋は暗くならず, 8分後には...) つまり, 日の出に関して, 光の速度について測定できる現象はない.

Challenge **??**, page **??**: 現在テストされている系の概要は K. -U. Graw, *Energiereservoir Ozean*, Physik in unserer Zeit **33**, pp. 82–88, Februar 2002. を見るとわかる. また, *Oceans of electricity – new technologies convert the motion of waves into watts*, Science News **159**, pp. 234–236, April 2001. も参照してください.

Challenge **??**, page **??**: 日常生活においては, 各スポットは原子でほぼ表現でき, 原子はたどることができるので, この仮定は普通正しい. 乱流のようにすべての点が原子に割り当てることができない状態にある時や, 大部分が真空自身の運動であるような場合, この仮定は怪しくなってくる. つまり, 重力波, そして, 特に重力波の量子論に対しては, この仮定はなりたたない.

Challenge **??**, page **??**: たくさんある. 波の透過係数と反射係数が波長にほとんど依存しないのがその一例である.

Challenge **??**, page **??**: 径が 3 mm の滴は 7.1 $m^2$ with a 2 nm のフィルムで 7.1 $m^2$ の表面を覆えるだろう.

Challenge **??**, page **??**: 高い木が細すぎなければ, 風はその木を壊せるだろう. 小さくて細い木に風は損傷をあたえることはできない.

Challenge **??**, page **??**: the ある材質からなる柱の臨界高さは $h_{\text{crit}}^4 = \frac{\beta}{4\pi g} m \frac{E}{\rho^2}$ で与えられる. ここで, $\beta \approx 1.9$ は柱が自重により曲がる場合の計算から得られた定数である.

Challenge **??**, page **??**: 一つの可能性は粒子を雲として記述するすることである. 別の記述はこの本の最後の部分で述べられている.

Challenge **??**, page **??**: インターネットで入手できるすばらしい教科書 P. Goldrich, S. Mahajan & S. Phinney, *Order-of-Magnitude Physics: Understanding the World with Dimensional Analysis, Educated Guesswork, and White Lies*, で答えを確認してください.

Challenge **??**, page **??**: ガラスは破砕され, ガラスには弾性があり, ガラスは横波を生じ, ガラスは流れず (多くの本の主張と反し), 数世紀程度では, ガラスが空間にそのまま残り, ガラスは短距離では結晶化しており, ガラスは端で支えることができ, 垂れ下がるようなことはない.

Challenge **??**, page **??**: このような長い金属線を作ることはできない. カーボンナノチューブがこのような望みが再現させた. これをもとにした夢の金属はこれまで知られてきたどんな材料より強い強度を示すのではないこと考えられている. しかし, まだ, このような材料はしられていない. 製造時に生じる欠陥, 雷, 風, 流星, 宇宙ゴミなど様々な問題にこの系は直面している. このような線を長い間維持させようとする, これらの問題は, 全て, 線を壊す方向に作用する. しかし, 最大の困難はそれを作るための資金がないことである.

Challenge **??**, page **??**: 3 *times*3 × 3 立方体は直交する三軸をもつ剛体系で, 一個の四角はその軸上で6か所の端になるように回転できる. 他の四角はこれらの軸の周りで動く部分に貼りついている. ところが, 4 × 4 × 4 立方体ではそうはならない. 考えてみてください. 7 × 7 × 7 に進むと, すべて, 同じサイズ, 形になることはない. 製品とし

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

て購入できる‘キューブ’の断片数の最大数は$17 \times 17 \times 17$ である! www.shapeways.com/shops/oskarpuzzles を見てください. ウェブサイト www.oinkleburger.com/Cube/applet では, $100 \times 100 \times 100$ 以上までの仮想キューブで遊ぶことができる.

Challenge **??**, page **??**: 中程度の地震がおきるだろう.

Challenge **??**, page **??**: 鍾乳石には軸に沿って細いチャンネルがあり, そこを水が流れているが, 石筍は始めから終わりまで固まりである.

Challenge **??**, page **??**: 約1000分の1だけ変わる.

Challenge **??**, page **??**: 地球の鉄の核が, 地球に衝突した隕石から地球の中心に向かってゆく鉄が蓄積してできたものだだっとしても, この方法は, 現在ではうまくゆかないだろう. 若い時の地球は, いまより, もっと液体に近かった. 従って, 鉄が沈む可能性はほとんどないだろう. さらに, この方法で十分強い音波を送信できる測定プローブを組み立てる方法がわからないだろう. 温度抵抗も問題であるが, これは解決できるかもしれない.

Challenge **??**, page **??**: 量子論によると, 原子は無限に固いわけではない. 原子は変形可能な雲に似ている.

Vol. IV, page **??**

Challenge **??**, page **??**: 摩擦がないとしたら, 三つの方法は, 右端の物も含め, 同じ速さで流れる.

Challenge **??**, page **??**: 定数 $k$ はエネルギー保存と質量保存に従う:

$$k = \sqrt{\frac{2}{\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)}} \,. \tag{121}$$

$A$ は断面積を表し, 添え字 1 くびれから離れた任意の点をあらわし, 添え字 2 はくびれのところを表す.

Challenge **??**, page **??**: 圧力のため, 肺は破壊される. スノーケリングができるのは水表面近くだけで, 水中ではできない! 風呂桶で試すだけでも危険である!

Challenge **??**, page **??**: 知っている人もいるが, 摩擦が大きい場合, 管の一方から詰めはじめると流れが生じ始め, 続けているうちに, 毒性のあるガソリンを吸入したり, 飲み込んでしまうことがある.

Challenge **??**, page **??**: 計算によると, $N = J/j = (0.0001\,\mathrm{m^3/s})/(7\,\mu\mathrm{m}^2 0.0005\,\mathrm{m/s})$, つまり, 約 $6 \cdot 10^9$ となる. ほとんどの毛細血管はある一定値になると, 閉じてしまうので, 実際のところ, この数はもっと多い. 小さな血管が同時に開くと, 顔が赤面する.

Challenge **??**, page **??**: 石を投げるとレベルは低下する. 水や木片をなげてもレベルは変わらない.

Challenge **??**, page **??**: 船は上昇する. (なぜか?)

Challenge **??**, page **??**: ヘリウムの入った風船は, 空気の入った風船や人とは逆の動きをする. つまり, ヘリウムの入った風船は車を加速すると前の方に動き, 減速すると後ろに動く. 曲がる時も, 逆の動きになる. インターネット上には詳細を示す動画が掲載されている.

Challenge **??**, page **??**: ポンプは吸引で動かした. 大気圧だと, 10 m の高低差を作れるだけである.

Challenge **??**, page **??**: この議論は‘量が2倍’というのが‘分子数として2倍’を意味していることを思いつけば, 理解できる.

Challenge **??**, page **??**: アルコールは凍り, チョコレートがそれを包む

Challenge **??**, page **??**: このテキストで筆者は, トラップ射撃やスキート射撃のスポーツで用いられるクレーピジョンを投げる機械と同じような機械であればいいと示唆した. 結局, Lydéric Bocquet やChristophe Clanet はそのような機械をそれとは別のデザインで作った. その図はウェブサイトilm-perso.univ-lyon1.fr/~lbocquetにj掲載されている.

Challenge **??**, page **??**: 空気の三番目の成分である希ガスアルゴンは約 1% である. 空気成分のリストをTable 48に示すに示す.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLE 48 現在の乾燥空気の気体成分[a] (sources: NASA, IPCC).

| 気体 | 記号 | 体積百分率[b] |
|---|---|---|
| 窒素 | $N_2$ | 78.084 % |
| 酸素 (汚染に依存) | $O_2$ | 20.946 % |
| アルゴン | Ar | 0.934 % |
| 二酸化炭素 (大部分はヒトによる汚染) | $CO_2$ | 387 ppm |
| ネオン | Ne | 18.18 ppm |
| ヘリウム | He | 5.24 ppm |
| メタン (主にヒトによる汚染) | $CH_4$ | 1.79 ppm |
| クリプトン | Kr | 1.14 ppm |
| 水素 | $H_2$ | 0.55 ppm |
| 亜酸化窒素 (主にヒトによる汚染) | $N_2O$ | 0.3 ppm |
| 一酸化炭素 (一部ヒトによる汚染) | CO | 0.1 ppm |
| ゼノン | Xe | 0.087 ppm |
| オゾン (ヒトの汚染に強く影響される) | $O_3$ | 0 to 0.07 ppm |
| 二酸化窒素 (主にヒトによる汚染) | $NO_2$ | 0.02 ppm |
| ヨウ素 | $I_2$ | 0.01 ppm |
| アンモニア (主にヒトによる汚染) | $NH_3$ | traces |
| ラドン | Ra | traces |
| 含ハロゲン炭素化合物およびその他のその他のフッ素化合物 (すべてヒトによる汚染) | 20 types | 0.0012 ppm |
| 水銀, その他の金属, イオウ化合物, 他の有機化合物 (すべてヒトによる汚染) | 多数 | 濃度は変化する |

*a.* 湿り空気は, 天候により, 4 % までの水蒸気を含むことができる. 気体以外には, 空気は雨滴, 氷, 砂, 埃, 花粉, 胞子, 火山灰, 森林火災灰, 燃料灰, 煙粒子, 流星物質や宇宙線粒子を含む. 地球の過去の歴史においては, 気体成分は大きく変動した. 特に, 酸素が大気の成分になったのは地球のこれまでの歴史の後半である.
*b. ppm* は 'part per million' の省略である.

Challenge **??**, page **??**: 肺と胸部の間の胸腔は常に, 普通 5 mbar, 大気圧より低いが, 吸気時は 10 mbar にもなる. 例えば, 弾丸, 剣や事故でそこに穴が開くと肺がつぶれる. いわゆる, 気胸で, 死に至ることもある. 外科医 Ferdinand Sauerbruch により, 1904年この問題の対処法が発見されて以降, 人の開胸手術が可能になった. しかし, 現在では, 全てが閉じられるまで, 外科医は肺を大気圧より 高くするように保っている.

Challenge **??**, page **??**: 図の噴水を開始するには上の方の容器に水を入れればよい. 噴水は下の方に流れ落ちる水により作られる空気圧を利用している.

Challenge **??**, page **??**: 耐えられる. しかし, 2台の車に対しては耐えられないだろう.

Challenge **??**, page **??**: ラドンは空気より 8 倍重く, もっとも, 密度の大きな気体である. それに対し, Ni(CO) は 6 倍, $SiCl_4$ は 4 倍, 空気より重い. 水銀蒸気 (明らかにこれも気体である) は, 空気より 7 倍重い. 臭素ガスは 5.5 倍, 空気より重い.

Challenge **??**, page **??**: Figure 228のような風力車が示すようにできる. 低速風に対してもすでに成果がでている.

Challenge **??**, page **??**: いらない.

Challenge **??**, page **??**: ロープを液体水銀の中を通すことで, ロープをキャビンに持ち込んだ.

Challenge **??**, page **??**: これらの疑問についての正式の答えはない. 自分で仮定し, 注意ぶ

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURE 228 風力を用い向かい風に向かって走る方法 (© Tobias Klaus).

かく計算することで確認してください. インターネット上には多くの計算が掲載されている.

Challenge **??**, page **??**: 石けんが風船の下の方に流れ, そこの方が濃くなり, 上の方が薄くなり, 二分子層の厚さにまでなると, 破裂する.

Challenge **??**, page **??**: 温度のため含まれている液体が蒸発し, その蒸気が2つの気体でない物体の直接接触を邪魔する.

Challenge **??**, page **??**: これが起きるには, 微視的スケールで摩擦が存在しなければならず, エネルギーもなくならないといけない.

Challenge **??**, page **??**: 長いじょうごの方が短い物より先に空になる. (信じられないのなら自分でやってみてください.) じょうごの先端部分の水の量を無視すると, 流体運動に対しエネルギー保存則を用いることができる. これは有名なベルヌーイの方程式 $p/\rho + gh + v^2/2 = \text{const}$ になる. ここで $p$ は圧力, $\rho$ は水の密度, $g$ は $9.81\,\text{m/s}^2$ である. 従って, 速度 $v$ は, じょうごの細くて真直ぐな部分の長さ $h$ が長いほど, 速くなる. つまり, 長いじょうごの方がさきに空になる.

しかし, これは変である. この式は, 上部と下部で空気の圧力が等しい単純な自由落

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

下の式で, この差が計算からは落ちている. そのため, 速度の式は管のあるなしには依存しない. 管が速く空になる本当の理由は管が水に力を及ぼし, 管が無い時より多くの水を押し流すためである. 管がないと, 水流の径は落下しながら小さくなる. 管があると, 径は一定保たれる. この差のため, 長い管の方が速く空になる.

また, じょうろの内部の水圧値をみることもできる. 水圧は出口の管の入り口の所で, 水圧は最低になる. 内部の水圧は管が長いほど低くなり, 水が速く吸い出される.

Challenge **??**, **page ??**: 魚の目は, 流れによる圧力減少を区画の圧力上昇で補償されるような配置になっている. ところで, 魚の心臓も, 圧力により助けを受けられるよう配置されている.

Challenge **??**, **page ??**: このような芸当ができるのは, アルプスのモンテ・ビアンコのような低い山だからである. しかし, 現在の所, ヒマラヤのような高高度で安全に浮き上がることはできない.

Challenge **??**, **page ??**: コップにハンカチを押し込み, 開いた方から先に水のなかにコップを水にいれてゆく, 開いた口はそのまま水平に保つ. この方法は人が海中に潜る時にも使われる. びんの中の紙玉はこちらに向かって飛んでくるだろう. じょうろに息を吹き込むとピンポン玉はその場所に押し付けられ, 強く吹けば吹くほど, しっかり押し付けられる. じょうろを使ってロウソクを吹くと, 炎は吹いた方にたなびく.

Challenge **??**, **page ??**: 50 億年経つと, 現在のプロセスは終わりを迎え, 太陽は赤色巨星になるだろう. その後, 太陽は燃える.

Challenge **??**, **page ??**: ベルヌーイは温度は気体成分の平均運動エネルギーで説明できると述べた. この運動エネルギーから, 彼は成分の平均運動量を求めた. 平均運動量から圧力がわかる. 詳細をつめてゆくことで, 理想気体の関係式が得られる.

Challenge **??**, **page ??**: 風船の圧力はサイズの単調関数にならないため, この答は風船のサイズに依存する. 小さい方の風船が小さ過ぎなければ, 小さい方の風船が勝つ.

Challenge **??**, **page ??**: 四本のタイヤすべてと通りとの接触面積を測定し, 通常のタイヤ圧 200 kPa を乗ずればいい. 車の重量がわかる.

Challenge **??**, **page ??**: 平均二乗変位量が時間に比例するとしたら, 液体は小さな粒子から成っていると考えることができる. これはJean Perrin の実験で確認された. 次のステップは比例定数から粒子数を導出することである. $\langle d^2 \rangle = 4Dt$ で定義されるこの定数は拡散定数 (因子 4 は 2 次元のランダム運動にたいして成り立つ) と呼ばれている. 拡散定数は顕微鏡下の一個の粒子を観測することで決定できる.

半径 $a$ のブラウン粒子で調べる. 二次元では, 二乗変位量は

$$\langle d^2 = \rangle \frac{4kT}{\mu} t \,, \tag{122}$$

であらわされる. ここで $k$ はボルツマン定数で $T$ は温度である. この関係は, ランダム衝突の場合の流体抵抗 $-\mu v$ を持つ粒子運動を調べることで導ける. 半径 $a$ の球の線型抗力係数 $\mu$ は

$$\mu = 6\pi\eta a \ni \tag{123}$$

で与えられる. ここで, $\eta$ は動粘度である. つまり,

$$k = \frac{6\pi\eta a}{4T} \frac{\langle d^2 \rangle}{t} \,. \tag{124}$$

となる, 右辺の量はすべて測定可能なので, ボルツマン定数 $k$ を決定できる. 理想気体の関係式では 理想気体定数 $R$ はボルツマン定数と $R = N_A k$ の関係があるので, 1 モル中の分子の数を与えるアボガドロ定数 $N_A$ もこのようにして見つけ出すことができる.

Challenge **??**, **page ??**: あらゆる観測現象に対し反転運動が可能であるというのは自然の基本的性質の一つである. このことはすべての相互作用そしてすべての実験で確認されている. これとは独立に, 多くの原子の運動には普通利用できず, 反転はを実現するのは極めて難しいというのも事実である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

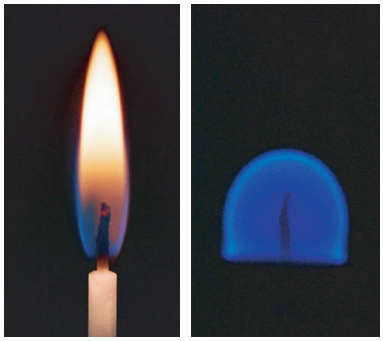


FIGURE 229 地球上と微小重力下でのロウソク(NASA).

Challenge **??**, **page ??**: これはだまされたすい問いである. 良い近似として, 密閉度の高い箱はその例である. しかし, 完全かと言われると, どんな系でもエネルギーを発し, 原子や粒子を失い, 空間を曲げている. 理想的な閉じた系は存在しない.

Vol. VI, page ??

Challenge **??**, **page ??**: 後に, 宇宙は物理系ではないことを確認する. 従って, エントロピーの概念は宇宙に適用されない. 従って, 宇宙は孤立していることも閉じていることもない.

Challenge 456, page 254: 卵の白身は黄身より低温で固まり始めるが, 完全な固さとなると逆になる. 白身は 80°C で完全に固まるが, 黄身が固まるのは 66 から 68°C である. 後者の温度で卵を料理すると, ちょっとした芸当が可能になる. 白身は極めて柔らかいが, 透明ではない. 調理時間は問題ではなく, 精密な温度だけが影響している.

Challenge 458, page 254: 真である. 効果は簡単にわかる.

Challenge 461, page 254: 暖められた空気は密度が下がるので, 上昇しようとする.

Challenge 462, page 255: 紙を濡らしておけ.

Challenge 463, page 255: 0°C の氷を 0°C の水に溶かすと334 kJ/kg を奪い去る. 水を 1°C または 1 K だけ冷やすと 4.186 kJ/kgK を生み出す. 氷を溶かすには, お湯を 20.2°C まで冷ます必要あり, その結果, 最終混合物の温度は 10.1°C になるだろう.

Challenge 464, page 255: 空気を乾燥させる必要がある.

Challenge 465, page 255: 一般に, 三重点を通る線を引くことはできない. 絶対零度と水の三重点は変化することはないので, 現実的に, 沸点は正確に100°C になることはないだろうと確信をもたれていた.

Challenge 466, page 255: 水分子はそれより重いので, できない. しかし, 水が汚れていると可能になる. 作用量子を考慮すると何が起きるか?

Challenge 467, page 256: エネルギー量的に危険ではない, 時間的には起こり得る.

Challenge 468, page 256: インターネットに答えはたくさんでている.

Challenge 470, page 257: 閉じた系のみ意味がある. 宇宙は閉じているか? 系なのか? これについては私たちの冒険の最後でのべる.

Challenge 473, page 257: このような小さな動物では, 体温が低下しすぎるかもしれない. 保温し続けるのに必要なエネルギーを得るのに十分な速さで食べることはできない.

Challenge 476, page 258: 答えは, もちろん, 体積に依存する. しかし, 移動住居を気密性の高い物に改造したため一晩で死んでしまった家族がいくつかある.

Challenge 477, page 258: 灰の中の金属塩は触媒として作用するので, 糖はただ融けるのではなく燃える. www.youtube.com/watch?v=BfBgAaeaVgk にある実験の動画を見よ.

Challenge 482, page 258: 地球の約 $10^{-9}$ である.

Challenge 484, page 259: 脳のしわの厚さ, 肺胞, 血管の密度や生物細胞のサイズ.

Challenge 485, page 259: 液体の上の水銀蒸気は飽和するようになる.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 486, page 259: NASA の専門プロジェクトがこの疑問について調べた. Figure 229 に比較例を示す. 詳細はこのウェブサイトを見てください.

Challenge 487, page 259: 嵐や資金上のリスクが大きすぎる.

Challenge 488, page 260: 管の内部の対流は軸近傍で温度が下がり, 軸から離れた領域では熱くなる. 管の中の膜をとおして (page 259のFigure 188参照), 軸領域の空気は一方の端へ送られ, 外側領域の空気はもう一方の端へ送られる. 外側の領域が加熱されるのは, 角運動量を消費して外側の空気を回転させるために内側の空気の回転が行う仕事のためである. 詳細な説明は, Mark P. Silverman, *And Yet it Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993, p. 221. のすばらしいテキストを参照してください.

Challenge 489, page 260: 矛盾しない.

Challenge 490, page 260: 考えられる最大の質量濃度の所では, エントロピーは当然考えられる最大のになる.

Challenge 491, page 260: 単位はあわない.

Challenge 492, page 260: 水の場合, 数回回転させるとインクは混じり, 反対方向に回すとさらによく混じる. グリセリンでは, 数回の回転でインクは混じりようにみえるが, 反対方向に回してもあまり混じらない.

Challenge 493, page 260: 生地に押し込む.

Challenge 496, page 261: 負の温度は数個の不連続状態からなる系だけで定義できる気休めの概念である. それは平衡状態を記述せず, 連続状態を持つ系には適用できないので, 現実の温度ではない.

Challenge 497, page 262: これは人体の形状, 人の運動をつかさどる脳のコントロール, 花の成長, 海の波, 雲の形成, 火山噴火に至る過程などにについてもあてはまる.

Page ?? Challenge 500, page 268: モーグルスキーの動きについての問いを見よ.

Challenge 505, page 271: まず, 蝶の数は竜巻の数にくらべると格段に多い. 第二に, 竜巻は, 見かけ上, 小さな初期外乱が原因しているのではない. 第三に, バタフライ'効果'の思い込みは, 自己組織化の本質, つまり, 摩擦と散逸という自然の側面を完全に無視している. バタフライ'効果'は, その存在を仮定しているだけであって, 空気中の散逸はまったく非現実的な性質の物であることを要求することになる. 実際の空気はそんなものではない. しかし, なにより重要なのはこの'効果'の実験基盤がなく, だれも観測していないことである. すなわち, そんなものは存在しない.

Challenge 514, page 282: できないだろう. 自然は, これからの私たちのハイキングからわかるように, 約 20 桁以上の精度を許してはいない. 普通の本ではこれは不十分である. したがって, このような数字が本の一部になるかどうかという疑問は消えてしまう.

Challenge 515, page 283: 3つの言い方はナンセンスである. 抗力係数は車の断面積が同じ精度でわかっていることを意味する. 実際のところ, 測定を行うにあたっても一定の値に保つことも極めて難しい. 他の測定が示すように, Ford Escort の 0.375 という値はごまかしであった. 燃費となると, 燃料体積と距離は同じ精度で測定できることを前提しているのでさらにおかしなことになる. 世論調査は多くて2000人に電話して行われる. 正しい代表サンプルを選ぶのは難しく, その精度は典型的な国でたかだか 3 % である.

Challenge 517, page 285: 時空は物質を用いて定義され, 物質は時空を用いて定義される.

Challenge 518, page 285: 本当のところ, 物理は数百年にわたる循環定義の上に成り立っている. したがって, 砂上に厳密科学が構築されていると言える. 一方, この循環性を除いてゆくことが重要な目標である.

Challenge 519, page 285: どんな測定も標準との比較になる. どんな比較でも光またはその他の電磁場が必要である. これは時間測定でもある.

Challenge 520, page 285: どんな質量の測定も標準との比較となる. どんな比較でも光またはその他の電磁場が必要である.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Challenge 521, page 285: 角度の測定は長さまたは時間測定と同じ性質を持つ.

Challenge 523, page 302: 質量はエネルギー量の尺度である. '質量の二乗' は意味をなさない.

Challenge 526, page 304: 約 10 µg.

Challenge ??, page ??: 最大の範囲を持つ量はおそらく質量で, $1\,\mathrm{eV}/c^2$ の接頭辞が便利だろう. 宇宙の全質量は約 $10^{90}$ 倍大きい.

Challenge 527, page 306: $n-1$ の公式が一番よく合う. なぜか?

Challenge 530, page 307: ない! 厳密すぎて意味をなさない. これらはガウス分布の性質を示すために使っているだけである. 実際の測定の分布は, ここに含まれている数字の精度まで来るとガウス分布とはいえない.

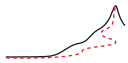
Challenge 531, page 307: 約 0.3 m/s. 0.33 m/sでもなければ, 0.333 m/s でもないし, これ以上の数字の並びでもない!

Challenge 533, page 313: 時間に対し4乗でおそくなっている. 今のおそくなりかたが, その前のおそくなりかに上乗せされていっているからだ!

Challenge 534, page 313: できない. 宇宙の部分的性質をリストアップしているに過ぎない. 最後の巻に示すように, 宇宙自身には性質はない.

Vol. VI, page ??

Challenge 535, page 369: 例えば, 物質内では速度は低下するが, 原子間では光は真空速度を維持している.



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

# BIBLIOGRAPHY

> Aiunt enim multum legendum esse, non multa.
> Plinius, *Epistulae*.*


1 For a history of science in antiquity, see Lucio Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, 1996, also available in several other languages. Cited on page 14.

2 If you want to catch up secondary school physics, the clearest and shortest introduction world-wide is a free school text, available in English and several other languages, written by a researcher who has dedicated all his life to the teaching of physics in secondary school, together with his university team: Friedrich Herrmann, *The Karlsruhe Physics Course*, free to download in English, Spanish, Russian, Italian and Chinese at www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html. It is one of the few secondary school texts that captivates and surprises even professional physicists. (The 2013 paper on this book by C. Strunk & K. Rincke, *Zum Gutachten der Deutschen Physikalischen Gesellschaft über den Karlsruher Physikkurs*, available on the internet, makes many interesting points and is enlightening for every physicist.) This can be said even more of the wonderfully daring companion text Friedrich Herrmann & Georg Job, *Historical Burdens on Physics*, whose content is also freely available on the Karlsruhe site, in English and in several other languages.

A beautiful book explaining physics and its many applications in nature and technology vividly and thoroughly is Paul G. Hewitt, John Suchocki & Leslie A. Hewitt, *Conceptual Physical Science*, Bejamin/Cummings, 1999.

A great introduction is Klaus Dransfeld, Paul Kienle & Georg Kalvius, *Physik 1: Mechanik und Wärme*, Oldenburg, 2005.

A book series famous for its passion for curiosity is Richard P. Feynman, Robert B. Leighton & Matthew Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison Wesley, 1977. The volumes can now be read online for free at www.feynmanlectures.info.

A lot can be learned about motion from quiz books. One of the best is the well-structured collection of beautiful problems that require no mathematics, written by Jean-Marc Lévy-Leblond, *La physique en questions – mécanique*, Vuibert, 1998.

Another excellent quiz collection is Yakov Perelman, *Oh, la physique*, Dunod, 2000, a translation from the Russian original.

A good problem book is W. G. Rees, *Physics by Example: 200 Problems and Solutions*, Cambridge University Press, 1994.

A good history of physical ideas is given in the excellent text by David Park, *The How and the Why*, Princeton University Press, 1988.

An excellent introduction into physics is Robert Pohl, *Pohl's Einführung in die Physik*, Klaus Lüders & Robert O. Pohl editors, Springer, 2004, in two volumes with


* 'Read much, but not anything.' Ep. 7, 9, 15. Gaius Plinius Secundus (b. 23/4 Novum Comum, d. 79 Vesuvius eruption), Roman writer, especially famous for his large, mainly scientific work *Historia naturalis*, which has been translated and read for almost 2000 years.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

CDs. It is a new edition of a book that is over 70 years old; but the didactic quality, in particular of the experimental side of physics, is unsurpassed.

Another excellent Russian physics problem book, the so-called *Saraeva*, seems to exist only as Spanish translation: B.B. Bújovtsev, V.D. Krívchenkov, G.Ya. Miákishev & I.M. Saráeva *Problemas seleccionados de física elemental*, Mir, 1979.

Another good physics problem book is Giovanni Tonzig, *Cento errori di fisica pronti per l'uso*, Sansoni, third edition, 2006. See also his www.giovannitonzig.it website. Cited on pages 14, 112, 198, and 373.

3 An overview of motion illusions can be found on the excellent website www.michaelbach.de/ot. The complex motion illusion figure is found on www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html; it is a slight variation of the original by Kitaoka Akiyoshi at www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/rotsnake.gif, published as A. Kitaoka & H. Ashida, *Phenomenal characteristics of the peripheral drift illusion*, Vision 15, pp. 261–262, 2003. A common scam is to claim that the illusion is due to or depends on stress. Cited on page 15.

4 These and other fantastic illusions are also found in Akiyoshi Kitaoka, *Trick Eyes*, Barnes & Noble, 2005. Cited on page 15.

5 A well-known principle in the social sciences states that, given a question, for every possible answer, however weird it may seem, there is somebody – and often a whole group – who holds it as his opinion. One just has to go through literature (or the internet) to confirm this.

About group behaviour in general, see R. Axelrod, *The Evolution of Cooperation*, Harper Collins, 1984. The propagation and acceptance of ideas, such as those of physics, are also an example of human cooperation, with all its potential dangers and weaknesses. Cited on page 15.

6 All the known texts by Parmenides and Heraclitus can be found in Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio-Gallimard, 1988. Views about the non-existence of motion have also been put forward by much more modern and much more contemptible authors, such as in 1710 by Berkeley. Cited on page 16.

Vol. III, page ??

7 An example of people worried by Zeno is given by William McLaughlin, *Resolving Zeno's paradoxes*, Scientific American pp. 66–71, November 1994. The actual argument was not about a hand slapping a face, but about an arrow hitting the target. See also Ref. 64. Cited on page 16.

8 The full text of *La Beauté* and the other poems from *Les fleurs du mal*, one of the finest books of poetry ever written, can be found at the hypermedia.univ-paris8.fr/bibliotheque/Baudelaire/Spleen.html website. Cited on page 17.

9 A famous collection of interesting examples of motion in everyday life is the excellent book by Jearl Walker, *The Flying Circus of Physics*, Wiley, 1975. Its website is at www.flyingcircusofphysics.com. Another beautiful book is Christian Ucke & H. Joachim Schlichting, *Spiel, Physik und Spaß – Physik zum Mitdenken und Mitmachen*, Wiley-VCH, 2011. For more interesting physical effects in everyday life, see Erwein Flachsel, *Hundertfünfzig Physikrätsel*, Ernst Klett Verlag, 1985. The book also covers several clock puzzles, in puzzle numbers 126 to 128. Cited on page 18.

10 A concise and informative introduction into the history of classical physics is given in the first chapter of the book by Floyd Karker Richtmyer, Earle Hesse Kennard & John N. Cooper, *Introduction to Modern Physics*, McGraw–Hill, 1969. Cited on page 18.

11 An introduction into perception research is E. Bruce Goldstein, *Perception*, Books/Cole, 5th edition, 1998. Cited on pages 20 and 24.

12 A good overview over the arguments used to prove the existence of god from motion is given by Michael Buckley, *Motion and Motion's God*, Princeton University

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Press, 1971. The intensity of the battles waged around these failed attempts is one of the tragicomic chapters of history. Cited on page 20.

13 Thomas Aquinas, *Summa Theologiae* or *Summa Theologica*, 1265–1273, online in Latin at www.newadvent.org/summa, in English on several other servers. Cited on page 20.

14 For an exploration of 'inner' motions, see the beautiful text by Richard Schwartz, *Internal Family Systems Therapy*, The Guilford Press, 1995. Cited on page 20.

15 For an authoritative description of proper motion development in babies and about how it leads to a healthy character see Emmi Pikler, *Laßt mir Zeit - Die selbstständige Bewegungsentwicklung des Kindes bis zum freien Gehen*, Pflaum Verlag, 2001, and her other books. See also the website www.pikler.org. Cited on page 20.

16 See e.g. the fascinating text by David G. Chandler, *The Campaigns of Napoleon – The Mind and Method of History's Greatest Soldier*, Macmillan, 1966. Cited on page 20.

17 Richard Marcus, *American Roulette*, St Martin's Press, 2003, a thriller and a true story. Cited on page 20.

18 A good and funny book on behaviour change is the well-known text Richard Bandler, *Using Your Brain for a Change*, Real People Press, 1985. See also Richard Bandler & John Grinder, *Frogs into princes – Neuro Linguistic Programming*, Eden Grove Editions, 1990. Cited on pages 20 and 30.

19 A beautiful book about the mechanisms of human growth from the original cell to full size is Lewis Wolpert, *The Triumph of the Embryo*, Oxford University Press, 1991. Cited on page 20.

20 On the topic of grace and poise, see e.g. the numerous books on the Alexander technique, such as M. Gelb, *Body Learning – An Introduction to the Alexander Technique*, Aurum Press, 1981, and Richard Brennan, *Introduction to the Alexander Technique*, Little Brown and Company, 1996. Among others, the idea of the Alexander technique is to return to the situation that the muscle groups for sustainment and those for motion are used only for their respective function, and not vice versa. Any unnecessary muscle tension, such as neck stiffness, is a waste of energy due to the use of sustainment muscles for movement and of motion muscles for sustainment. The technique teaches the way to return to the natural use of muscles.

Motion of animals was discussed extensively already in the seventeenth century by G. Borelli, *De motu animalium*, 1680. An example of a more modern approach is J. J. Collins & I. Stewart, *Hexapodal gaits and coupled nonlinear oscillator models*, Biological Cybernetics **68**, pp. 287–298, 1993. See also I. Stewart & M. Golubitsky, *Fearful Symmetry*, Blackwell, 1992. Cited on page 22.

21 The results on the development of children mentioned here and in the following have been drawn mainly from the studies initiated by Jean Piaget; for more details on child development, see later on. At www.piaget.org you can find the website maintained by the Jean Piaget Society. Cited on pages 23 and 41.

Vol. III, page ??

22 The reptilian brain (eat? flee? ignore?), also called the R-complex, includes the brain stem, the cerebellum, the basal ganglia and the thalamus; the old mammalian (emotions) brain, also called the limbic system, contains the amygdala, the hypothalamus and the hippocampus; the human (and primate) (rational) brain, called the neocortex, consists of the famous grey matter. For images of the brain, see the atlas by John Nolte, *The Human Brain: An Introduction to its Functional Anatomy*, Mosby, fourth edition, 1999. Cited on page 24.

23 The lower left corner film can be reproduced on a computer after typing the following lines in the Mathematica software package: Cited on page 24.

```
« Graphics‘Animation‘
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3;
```

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

```
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
  frame[[n,y,x]]=back[[y,x-n]] ],
      {x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf]], Mesh-> False,
  Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
  DisplayFunction-> Identity],    {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

But our motion detection system is much more powerful than the example shown in the lower left corners. The following, different film makes the point.

```
   « Graphics‘Animation‘
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3;
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
  frame[[n,y,x]]=back[[y,x]] ],
      {x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf]], Mesh-> False,
  Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
  DisplayFunction-> Identity],    {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

Similar experiments, e.g. using randomly changing random patterns, show that the eye perceives motion even in cases where all Fourier components of the image are practically zero; such image motion is called *drift-balanced* or *non-Fourier* motion. Several examples are presented in J. Zanker, *Modelling human motion perception I: Classical stimuli*, Naturwissenschaften **81**, pp. 156–163, 1994, and J. Zanker, *Modelling human motion perception II: Beyond Fourier motion stimuli*, Naturwissenschaften **81**, pp. 200–209, 1994. Modern research has helped to find the corresponding neuronal structures, as shown in S. A. Baccus, B. P. Olveczky, M. Manu & M. Meister, *A retinal circuit that computes object motion*, Journal of Neuroscience **28**, pp. 6807–6817, 2008.

24 All fragments from Heraclitus are from John Mansley Robinson, *An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5. Cited on page 25.

25 An overview over these pretty puzzles is found in E. D. Demaine, M. L. Demaine, Y. N. Minski, J. S. B. Mitchell, R. L. Rivest & M. Patrascu, *Picture-hanging puzzles*, preprint at arxiv.org/abs/1203.3602. Cited on page 32.

26 An introduction to Newton the alchemist are the books by Betty Jo Teeter Dobbs, *The Foundations of Newton's Alchemy*, Cambridge University Press, 1983, and *The Janus Face of Genius*, Cambridge University Press, 1992. Newton is found to be a sort of highly intellectual magician, desperately looking for examples of processes where gods interact with the material world. An intense but tragic tale. A good overview is provided by R. G. Keesing, *Essay Review: Newton's Alchemy*, Contemporary Physics **36**, pp. 117–119, 1995.

Newton's infantile theology, typical for god seekers who grew up without a father, can be found in the many books summarizing the letter exchanges between Clarke, his secretary, and Leibniz, Newton's rival for fame. Cited on page 33.

27 An introduction to the story of classical mechanics, which also destroys a few of the myths surrounding it – such as the idea that Newton could solve differential equations

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

or that he introduced the expression $F = ma$ – is given by Clifford A. Truesdell, *Essays in the History of Mechanics*, Springer, 1968. Cited on pages 33, 173, and 206.

28 The slowness of the effective speed of light inside the Sun is due to the frequent scattering of photons by solar matter. The best estimate of its value is by R. Mitalas & K. R. Sills, *On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal **401**, pp. 759–760, 1992. They give an average speed of 0.97 cm/s over the whole Sun and a value about 10 times smaller at its centre. Cited on page 35.

29 C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi & L. Vestergaard Hau, *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature **409**, pp. 490–493, 2001. There is also a comment on the paper by E. A. Cornell, *Stopping light in its track*, **409**, pp. 461–462, 2001. However, despite the claim, the light pulses of course have *not* been halted. Can you give at least two reasons without even reading the paper, and maybe a third after reading it? Challenge 535 s

The work was an improvement on the previous experiment where a group velocity of light of 17 m/s had been achieved, in an ultracold gas of sodium atoms, at nanokelvin temperatures. This was reported by L. Vestergaard Hau, S. E. Harris, Z. Dutton & C. H. Behroozi, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature **397**, pp. 594–598, 1999. Cited on page 35.

30 Rainer Flindt, *Biologie in Zahlen – Eine Datensammlung in Tabellen mit über 10.000 Einzelwerten*, Spektrum Akademischer Verlag, 2000. Cited on page 35.

31 Two jets with that speed have been observed by I. F. Mirabel & L. F. Rodríguez, *A superluminal source in the Galaxy*, Nature **371**, pp. 46–48, 1994, as well as the comments on p. 18. Cited on page 35.

32 A beautiful introduction to the slowest motions in nature, the changes in landscapes, is Detlev Busche, Jürgen Kempf & Ingrid Stengel, *Landschaftsformen der Erde – Bildatlas der Geomorphologie*, Primus Verlag, 2005. Cited on page 36.

33 To build your own sundial, see the pretty and short Arnold Zenkert, *Faszination Sonnenuhr*, VEB Verlag Technik, 1984. See also the excellent and complete introduction into this somewhat strange world at the www.sundials.co.uk website. Cited on page 41.

34 An introduction to the sense of time as a result of clocks in the brain is found in R. B. Ivry & R. Spencer, *The neural representation of time*, Current Opinion in Neurobiology **14**, pp. 225–232, 2004. The chemical clocks in our body are described in John D. Palmer, *The Living Clock*, Oxford University Press, 2002, or in A. Ahlgren & F. Halberg, *Cycles of Nature: An Introduction to Biological Rhythms*, National Science Teachers Association, 1990. See also the www.msi.umn.edu/~halberg/introd website. No citations.

35 This has been shown among others by the work of Anna Wierzbicka that is discussed in more detail in one of the subsequent volumes. The passionate best seller by the Chomskian author Steven Pinker, *The Language Instinct – How the Mind Creates Language*, Harper Perennial, 1994, also discusses issues related to this matter, refuting amongst others on page 63 the often repeated false statement that the *Hopi* language is an exception. Cited on page 42. Vol. III, page ??

36 For more information, see the excellent and freely downloadable books on biological clocks by Wolfgang Engelmann on the website www.uni-tuebingen.de/plantphys/bioclox. Cited on page 44.

37 B. Günther & E. Morgado, *Allometric scaling of biological rhythms in mammals*, Biological Research **38**, pp. 207–212, 2005. Cited on page 44.

38 Aristotle rejects the idea of the flow of time in chapter IV of his *Physics*. See the full text on the classics.mit.edu/Aristotle/physics.4.iv.html website. Cited on page 47.

39 Perhaps the most informative of the books about the 'arrow of time' is Hans Dieter Zeh, *The Physical Basis of the Direction of Time*, Springer Verlag, 4th edition, 2001.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

It is still the best book on the topic. Most other texts exist – have a look on the internet – but lack clarity of ideas.

A typical conference proceeding is J. J. Halliwell, J. Pérez-Mercader & Wojciech H. Zurek, *Physical Origins of Time Asymmetry*, Cambridge University Press, 1994. No citations.

40 On the issue of absolute and relative motion there are many books about few issues. Examples are Julian Barbour, *Absolute or Relative Motion? Vol. 1: A Study from the Machian Point of View of the Discovery and the Structure of Spacetime Theories*, Cambridge University Press, 1989, Julian Barbour, *Absolute or Relative Motion? Vol. 2: The Deep Structure of General Relativity*, Oxford University Press, 2005, or John Earman, *World Enough and Spacetime: Absolute vs Relational Theories of Spacetime*, MIT Press, 1989. A speculative solution on the alternative between absolute and relative motion is presented in volume VI. Cited on page 53.

Vol. VI, page ??

41 Coastlines and other fractals are beautifully presented in Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens & Dietmar Saupe, *Fractals for the Classroom*, Springer Verlag, 1992, pp. 232–245. It is also available in several other languages. Cited on page 54.

42 R. Dougherty & M. Foreman, *Banach–Tarski decompositions using sets with the property of Baire*, Journal of the American Mathematical Society 7, pp. 75–124, 1994. See also Alan L.T. Paterson, *Amenability*, American Mathematical Society, 1998, and Robert M. French, *The Banach–Tarski theorem*, The Mathematical Intelligencer **10**, pp. 21–28, 1998. Finally, there are the books by Bernard R. Gelbaum & John M. H. Olmsted, *counter-examples in Analysis*, Holden–Day, 1964, and their *Theorems and counter-examples in Mathematics*, Springer, 1993. Cited on page 56.

43 The beautiful but not easy text is Stan Wagon, *The Banach Tarski Paradox*, Cambridge University Press, 1993. Cited on pages 56 and 326.

44 About the shapes of salt water bacteria, see the corresponding section in the interesting book by Bernard Dixon, *Power Unseen – How Microbes Rule the World*, W.H. Freeman, 1994. The book has about 80 sections, in which as many microorganisms are vividly presented. Cited on page 57.

45 Olaf Medenbach & Harry Wilk, *Zauberwelt der Mineralien*, Sigloch Edition, 1977. It combines beautiful photographs with an introduction into the science of crystals, minerals and stones. About the largest crystals, see P. C. Rickwood, *The largest crystals*, **66**, pp. 885–908, 1981, also available on www.minsocam.org/MSA/collectors_corner/arc/large_crystals.htm. For an impressive example, the Naica cave in Mexico, see www.naica.com.mx/ingles/index.htm Cited on page 57.

46 See the websites www.weltbildfrage.de/3frame.htm and www.lhup.edu/~dsimanek/hollow/morrow.htm. Cited on page 57.

47 The smallest distances are probed in particle accelerators; the distance can be determined from the energy of the particle beam. In 1996, the value of $10^{-19}$ m (for the upper limit of the size of quarks) was taken from the experiments described in F. Abe & al., *Measurement of dijet angular distributions by the collider detector at Fermilab*, Physical Review Letters 77, pp. 5336–5341, 1996. No citations.

48 More on the Moon illusion can be found at the website science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2008/16jun_moonillusion/. All the works of Ptolemy are found online at www.ptolemaeus.badw.de. No citations.

49 These puzzles are taken from the puzzle collection at www.mathematische-basteleien.de. Cited on page 68.

50 Alexander K. Dewdney, *The Planiverse – Computer Contact with a Two-dimensional World*, Poseidon Books/Simon & Schuster, 1984. See also Edwin A. Abbott, *Flatland: A romance of many dimensions*, 1884. Several other fiction authors had explored

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

the option of a two-dimensional universe before, always answering, incorrectly, in the affirmative. Cited on page 69.

51 J. Bohr & K. Olsen, *The ancient art of laying rope*, preprint at arxiv.org/abs/1004.0814 Cited on page 69.

52 For an overview and references see www.pbrc.hawaii.edu/~petra/animal_olympians.html. Cited on page 70.

53 P. Pieranski, S. Przybyl & A. Stasiak, *Tight open knots*, European Physical Journal E **6**, pp. 123–128, 2001, preprint at arxiv.org/abs/physics/0103016. Cited on page 70.

54 On the world of fireworks, see the frequently asked questions list of the usenet group rec.pyrotechnics, or search the web. A simple introduction is the article by J. A. Conkling, *Pyrotechnics*, Scientific American pp. 66–73, July 1990. Cited on page 72.

55 There is a whole story behind the variations of $g$. It can be discovered in Chuji Tsuboi, *Gravity*, Allen & Unwin, 1979, or in Wolfgang Torge, *Gravimetry*, de Gruyter, 1989, or in Milan Burša & Karel Pěč, *The Gravity Field and the Dynamics of the Earth*, Springer, 1993. The variation of the height of the soil by up to 0.3 m due to the Moon is one of the interesting effects found by these investigations. Cited on pages 73 and 180.

56 Stillman Drake, *Galileo: A Very Short Introduction*, Oxford University Press, 2001. Cited on page 73.

57 Andrea Frova, *La fisica sotto il naso – 44 pezzi facili*, Biblioteca Universale Rizzoli, Milano, 2001. Cited on page 73.

58 On the other hands, other sciences enjoy studying usual paths in all detail. See, for example, Heini Hediger, editor, *Die Straßen der Tiere*, Vieweg & Sohn, 1967. Cited on page 74.

59 H. K. Eriksen, J. R. Kristiansen, Ø. Langangen & I. K. Wehus, *How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study*, American Journal of Physics 77, pp. 224–228, 2009. Cited on page 75.

60 This was discussed in the *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 2nd of August, 1997, at the time of the world athletics championship. The values are for the fastest part of the race of a 100 m sprinter; the exact values cited were called the running speed world records in 1997, and were given as 12.048 m/s = 43.372 km/h by Ben Johnson for men, and 10.99 m/s = 39.56 km/h for women. Cited on page 75.

61 Long jump data and literature can be found in three articles all entitled *Is a good long jumper a good high jumper?*, in the American Journal of Physics **69**, pp. 104–105, 2001. In particular, world class long jumpers run at $9.35 \pm 0.15$ m/s, with vertical take-off speeds of $3.35 \pm 0.15$ m/s, giving take-off angles of about (only) 20°. A new technique for achieving higher take-off angles would allow the world long jump record to increase dramatically. Cited on page 75.

62 The study of shooting faeces (i.e., shit) and its mechanisms is a part of modern biology. The reason that caterpillars do this was determined by M. Weiss, *Good housekeeping: why do shelter-dwelling caterpillars fling their frass?*, Ecology Letters **6**, pp. 361–370, 2003, who also gives the present record of 1.5 m for the 24 mg pellets of *Epargyreus clarus*. The picture of the flying frass is from S. Caveney, H. McLean & D. Surry, *Faecal firing in a skipper caterpillar is pressure-driven*, The Journal of Experimental Biology **201**, pp. 121–133, 1998. Cited on page 75.

63 H. C. Bennet-Clark, *Scale effects in jumping animals*, pp. 185–201, in T. J. Pedley, editor, *Scale Effects in Animal Locomotion*, Academic Press, 1977. Cited on page 76.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

64 The arguments of Zeno can be found in Aristotle, *Physics*, VI, 9. It can be found translated in almost any language. The classics.mit.edu/Aristotle/physics.6.vi.html website provides an online version in English. Cited on pages 80 and 366.

65 See, for exaple, K. V. Kumar & W. T. Norfleet, *Issues of human acceleration tolerance after long-duration space flights*, NASA Technical Memorandum 104753, pp. 1–55, 1992, available at ntrs.nasa.gov. Cited on page 81.

66 Etymology can be a fascinating topic, e.g. when research discovers the origin of the German word 'Weib' ('woman', related to English 'wife'). It was discovered, via a few texts in Tocharian – an extinct Indo-European language from a region inside modern China – to mean originally 'shame'. It was used for the female genital region in an expression meaning 'place of shame'. With time, this expression became to mean 'woman' in general, while being shortened to the second term only. This connection was discovered by the linguist Klaus T. Schmidt; it explains in particular why the word is not feminine but neutral, i.e., why it uses the article 'das' instead of 'die'. Julia Simon, private communication.

Etymology can also be simple and plain fun, for example when one discovers in the *Oxford English Dictionary* that 'testimony' and 'testicle' have the same origin; indeed in Latin the same word 'testis' was used for both concepts. Cited on page 96.

67 An overview of the latest developments is given by J. T. Armstrong, D. J. Hunter, K. J. Johnston & D. Mozurkewich, *Stellar optical interferometry in the 1990s*, Physics Today pp. 42–49, May 1995. More than 100 stellar diameters were known already in 1995. Several dedicated powerful instruments are being planned. Cited on page 83.

68 A good biology textbook on growth is Arthur F. Hopper & Nathan H. Hart, *Foundations of Animal Deveopment*, Oxford University Press, 2006. Cited on page 85.

69 This is discussed for example in C. L. Stong, *The amateur scientist – how to supply electric power to something which is turning*, Scientific American pp. 120–125, December 1975. It also discusses how to make a still picture of something rotating simply by using a few prisms, the so-called *Dove prisms*. Other examples of attaching something to a rotating body are given by E. Rieflin, *Some mechanisms related to Dirac's strings*, American Journal of Physics **47**, pp. 379–381, 1979. Cited on page 86.

70 James A. Young, *Tumbleweed*, Scientific American **264**, pp. 82–87, March 1991. The tumbleweed is in fact quite rare, except in Hollywood westerns, where all directors feel obliged to give it a special appearance. Cited on page 86.

71 The classic book on the topic is James Gray, *Animal Locomotion*, Weidenfeld & Nicolson, 1968. Cited on page 86.

72 About N. decemspinosa, see R. L. Caldwell, *A unique form of locomotion in a stomatopod – backward somersaulting*, Nature **282**, pp. 71–73, 1979, and R. Full, K. Earls, M. Wong & R. Caldwell, *Locomotion like a wheel?*, Nature **365**, p. 495, 1993. About rolling caterpillars, see J. Brackenbury, *Caterpillar kinematics*, Nature **330**, p. 453, 1997, and J. Brackenbury, *Fast locomotion in caterpillars*, Journal of Insect Physiology **45**, pp. 525–533, 1999. More images around legs can be found on rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs. Cited on page 86.

73 The locomotion of the spiders of the species *Cebrennus villosus* has been described by Ingo Rechenberg from Berlin. See the video at www.youtube.com/watch?v=Aayb_h31RyQ. Cited on page 86.

74 The first experiments to prove the rotation of the flagella were by M. Silverman & M. I. Simon, *Flagellar rotation and the mechanism of bacterial motility*, Nature **249**, pp. 73–74, 1974. For some pretty pictures of the molecules involved, see K. Namba, *A biological molecular machine: bacterial flagellar motor and filament*, Wear **168**, pp. 189–193, 1993, or the website www.nanonet.go.jp/english/mailmag/2004/011a.html. The present record speed of rotation, 1700 rotations per second, is reported by Y. Magariyama,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

S. Sugiyama, K. Muramoto, Y. Maekawa, I. Kawagishi, Y. Imae & S. Kudo, *Very fast flagellar rotation*, Nature **371**, p. 752, 1994.

More on bacteria can be learned from David Dusenbery, *Life at a Small Scale*, Scientific American Library, 1996. Cited on page 88.

75 S. Chen & al., *Structural diversity of bacterial flagellar motors*, EMBO Journal **30**, pp. 2972–2981, 2011, also online at emboj.embopress.org/content/30/14/2972. Cited on page 88.

76 M. P. Brenner, S. Hilgenfeldt & D. Lohse, *Single bubble sonoluminescence*, Reviews of Modern Physics **74**, pp. 425–484, 2002. Cited on page 91.

77 K. R. Weninger, B. P. Barber & S. J. Putterman, *Pulsed Mie scattering measurements of the collapse of a sonoluminescing bubble*, Physical Review Letters **78**, pp. 1799–1802, 1997. Cited on page 91.

78 On shadows, see the agreeable popular text by Roberto Casati, *Alla scoperta dell'ombra – Da Platone a Galileo la storia di un enigma che ha affascinato le grandi menti dell'umanità*, Oscar Mondadori, 2000, and his website located at www.shadowes.org. Cited on page 93.

79 There is also the beautiful book by Penelope Farrant, *Colour in Nature*, Blandford, 1997. Cited on page 93.

80 The 'laws' of cartoon physics can easily be found using any search engine on the internet. Cited on page 93.

81 For the curious, an overview of the illusions used in the cinema and in television, which lead to some of the strange behaviour of images mentioned above, is given in Bernard Wilkie, *The Technique of Special Effects in Television*, Focal Press, 1993, and his other books, or in the *Cinefex* magazine. On digital cinema techniques, see Peter C. Slansky, editor, *Digitaler film – digitales Kino*, UVK Verlag, 2004. Cited on page 94.

82 Aetius, Opinions, I, XXIII, 3. See Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 426, 1991. Cited on page 94.

83 Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983. It is from Pappus of Alexandria's opus *Synagoge*, book VIII, 19. Cited on pages 95 and 214.

84 See www.straightdope.com/classics/a5_262.html and the more dubious en.wikipedia.org/wiki/Guillotine. Cited on page 96.

85 See the path-breaking paper by A. DiSessa, *Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, **48**, p. 365, 1980, and A. DiSessa, *Erratum: "Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics" [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)]*, **48**, p. 784, 1980. Also the wonderful free textbook by Friedrich Herrmann, *The Karlsruhe Physics Course*, makes this point extensively; see Ref. 2. Cited on pages 101, 205, 206, 209, and 350.

86 For the role and chemistry of adenosine triphosphate (ATP) in cells and in living beings, see any chemistry book, or search the internet. The uncovering of the mechanisms around ATP has led to Nobel Prizes in Chemistry in 1978 and in 1997. Cited on page 103.

87 A picture of this unique clock can be found in the article by A. Garrett, *Perpetual motion – a delicious delirium*, Physics World pp. 23–26, December 1990. Cited on page 103.

88 Esger Brunner, *Het ongelijk van Newton – het kleibakexperiment van 's Gravesande nagespeld*, Nederland tijdschrift voor natuurkunde pp. 95–96, Maart 2012. The paper contains photographs of the mud imprints. Cited on page 105.

89 A Shell study estimated the world's total energy consumption in 2000 to be 500 EJ. The US Department of Energy estimated it to be around 416 EJ. We took the lower value

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

here. A discussion and a breakdown into electricity usage (14 EJ) and other energy forms, with variations per country, can be found in S. Benka, *The energy challenge*, Physics Today **55**, pp. 38–39, April 2002, and in E. J. Monitz & M. A. Kenderdine, *Meeting energy challenges: technology and policy*, Physics Today **55**, pp. 40–46, April 2002. Cited on page 108.

90 L. M. Miller, F. Gans & A. Kleidon, *Estimating maximum global land surface wind power extractability and associated climatic consequences*, Earth System Dynamics **2**, pp. 1–12, 2011. Cited on page 108.

91 For an overview, see the paper by J. F. Mulligan & H. G. Hertz, *An unpublished lecture by Heinrich Hertz: 'On the energy balance of the Earth'*, American Journal of Physics **65**, pp. 36–45, 1997. Cited on page 108.

92 For a beautiful photograph of this feline feat, see the cover of the journal and the article of J. Darius, *A tale of a falling cat*, Nature **308**, p. 109, 1984. Cited on page 113.

93 Natthi L. Sharma, *A new observation about rolling motion*, European Journal of Physics **17**, pp. 353–356, 1996. Cited on page 114.

94 C. Singh, *When physical intuition fails*, American Journal of Physics **70**, pp. 1103–1109, 2002. Cited on page 114.

95 There is a vast literature on walking. Among the books on the topic, two well-known introductions are Robert McNeill Alexander, *Exploring Biomechanics: Animals in Motion*, Scientific American Library, 1992, and Steven Vogel, *Comparative Biomechanics - Life's Physical World*, Princeton University Press, 2003. Cited on page 114.

96 Serge Gracovetsky, *The Spinal Engine*, Springer Verlag, 1990. It is now also known that human gait is chaotic. This is explained by M. Perc, *The dynamics of human gait*, European Journal of Physics **26**, pp. 525–534, 2005. On the physics of walking and running, see also the respective chapters in the delightful book by Werner Gruber, *Unglaublich einfach, einfach unglaublich: Physik für jeden Tag*, Heyne, 2006. Cited on page 115.

97 M. Llobera & T. J. Sluckin, *Zigzagging: theoretical insights on climbing strategies*, Journal of Theoretical Biology **249**, pp. 206–217, 2007. Cited on page 116.

98 This description of life and death is called the concept of *maximal metabolic scope*. Look up details in your favourite library. A different phrasing is the one by M. Ya. Azbel, *Universal biological scaling and mortality*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA **91**, pp. 12453–12457, 1994. He explains that every atom in an organism consumes, on average, 20 oxygen molecules per life-span. Cited on page 116.

99 Duncan MacDougall, *Hypothesis concerning soul substance together with experimental evidence of the existence of such substance*, American Medicine **2**, pp. 240–243, April 1907, and Duncan MacDougall, *Hypothesis concerning soul substance*, American Medicine **2**, pp. 395–397, July 1907. Reading the papers shows that the author has little practice in performing reliable weight and time measurements. Cited on page 117.

100 A good roulette prediction story from the 1970s is told by Thomas A. Bass, *The Eudaemonic Pie* also published under the title *The Newtonian Casino*, Backinprint, 2000. An overview up to 1998 is given in the paper Edward O. Thorp, *The invention of the first wearable computer*, *Proceedings of the Second International Symposium on Wearable Computers* (ISWC 1998), 19-20 October 1998, Pittsburgh, Pennsylvania, USA (IEEE Computer Society), pp. 4–8, 1998, downloadable at csdl.computer.org/comp/proceedings/iswc/1998/9074/00/9074toc.htm. Cited on page 118.

101 This and many other physics surprises are described in the beautiful lecture script by Josef Zweck, *Physik im Alltag*, the notes of his lectures held in 1999/2000 at the Universität Regensburg. Cited on pages 118 and 122.

102 The equilibrium of ships, so important in car ferries, is an interesting part of shipbuilding; an introduction was already given by Leonhard Euler, *Scientia navalis*, 1749.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Cited on page 120.

103 Thomas Heath, *Aristarchus of Samos – the Ancient Copernicus*, Dover, 1981, reprinted from the original 1913 edition. Aristarchus' treaty is given in Greek and English. Aristarchus was the first proposer of the heliocentric system. Aristarchus had measured the length of the day (in fact, by determining the number of days per year) to the astonishing precision of less than one second. This excellent book also gives an overview of Greek astronomy before Aristarchus, explained in detail for each Greek thinker. Aristarchus' text is also reprinted in Aristarchus, *On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, *c.* 280 bce in Michael J. Crowe, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990, especially on pp. 27–29. Cited on page 126.

104 T. Gerkema & L. Gostiaux, *A brief history of the Coriolis force*, Europhysics News **43**, pp. 14–17, 2012. Cited on page 129.

105 See for example the videos on the Coriolis effect at techtv.mit.edu/videos/3722 and techtv.mit.edu/videos/3714, or search for videos on youtube.com. Cited on page 129.

106 The influence of the Coriolis effect on icebergs was studied most thoroughly by the physicist turned oceanographer Walfrid Ekman (b. 1874 Stockholm, d. 1954 Gostad); the topic was suggested by the great explorer Fridtjof Nansen, who also made the first observations. In his honour, one speaks of the Ekman layer, Ekman transport and Ekman spirals. Any text on oceanography or physical geography will give more details about them. Cited on page 129.

107 An overview of the effects of the Coriolis acceleration $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ in the rotating frame is given by Edward A. Desloge, *Classical Mechanics*, Volume 1, John Wiley & Sons, 1982. Even the so-called *Gulf Stream*, the current of warm water flowing from the Caribbean to the North Sea, is influenced by it. Cited on page 129.

108 The original publication is by A. H. Shapiro, *Bath-tub vortex*, Nature **196**, pp. 1080–1081, 1962. He also produced two films of the experiment. The experiment has been repeated many times in the northern and in the southern hemisphere, where the water drains clockwise; the first southern hemisphere test was L.M. Trefethen & al., *The bath-tub vortex in the southern hemisphere*, Nature **201**, pp. 1084–1085, 1965. A complete literature list is found in the letters to the editor of the American Journal of Physics **62**, p. 1063, 1994. Cited on page 130.

109 The tricks are explained by H. Richard Crane, *Short Foucault pendulum: a way to eliminate the precession due to ellipticity*, American Journal of Physics **49**, pp. 1004–1006, 1981, and particularly in H. Richard Crane, *Foucault pendulum wall clock*, American Journal of Physics **63**, pp. 33–39, 1993. The Foucault pendulum was also the topic of the thesis of Heike Kamerling Onnes, *Nieuwe bewijzen der aswenteling der aarde*, Universiteit Groningen, 1879. Cited on page 130.

110 The reference is J. G. Hagen, *La rotation de la terre : ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles*, Sp. Astr. Vaticana Second. App. Rome, 1910. His other experiment is published as J. G. Hagen, *How Atwood's machine shows the rotation of the Earth even quantitatively*, International Congress of Mathematics, Aug. 1912. No citations.

111 The original papers are A. H. Compton, *A laboratory method of demonstrating the Earth's rotation*, Science **37**, pp. 803–806, 1913, A. H. Compton, *Watching the Earth revolve*, Scientific American Supplement no. 2047, pp. 196–197, 1915, and A. H. Compton, *A determination of latitude, azimuth and the length of the day independent of astronomical observations*, Physical Review (second series) **5**, pp. 109–117, 1915. No citations.

112 The G-ring in Wettzell is so precise, with a resolution of less than $10^{-8}$, that it has detected the motion of the poles. For details, see K. U. Schreiber, A. Velikoseltsev, M. Rothacher, T. Kluegel, G. E. Stedman & D. L. Wiltshire, *Direct measure-*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

*ment of diurnal polar motion by ring laser gyroscopes*, Journal of Geophysical Research **109 B**, p. 06405, 2004, an a review article at T. Klügel, W. Schlüter, U. Schreiber & M. Schneider, *Großringlaser zur kontinuierlichen Beobachtung der Erdrotation*, Zeitschrift für Vermessungswesen **130**, pp. 99–108, February 2005. Cited on page 134.

113 R. Anderson, H. R. Bilger & G. E. Stedman, *The Sagnac-effect: a century of Earth-rotated interferometers*, American Journal of Physics **62**, pp. 975–985, 1994.

See also the clear and extensive paper by G. E. Stedman, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics **60**, pp. 615–688, 1997. Cited on page 134.

114 About the length of the day, see the maia.usno.navy.mil website, or the books by K. Lambeck, *The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences*, Cambridge University Press, 1980, and by W. H. Munk & G. J. F. MacDonald, *The Rotation of the Earth*, Cambridge University Press, 1960. For a modern ring laser set-up, see www.wettzell.ifag.de. Cited on pages 135 and 181.

115 H. Bucka, *Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung*, Zeitschrift für Physik **126**, pp. 98–105, 1949, and H. Bucka, *Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung. II. Teil*, Zeitschrift für Physik **128**, pp. 104–107, 1950. Cited on page 135.

116 One example of data is by C. P. Sonett, E. P. Kvale, A. Zakharian, M. A. Chan & T. M. Demko, *Late proterozoic and paleozoic tides, retreat of the moon, and rotation of the Earth*, Science **273**, pp. 100–104, 5 July 1996. They deduce from tidal sediment analysis that days were only 18 to 19 hours long in the Proterozoic, i.e., 900 million years ago; they assume that the year was 31 million seconds long from then to today. See also C. P. Sonett & M. A. Chan, *Neoproterozoic Earth-Moon dynamics – rework of the 900 MA Big Cottonwood canyon tidal laminae*, Geophysical Research Letters **25**, pp. 539–542, 1998. Another determination was by G. E. Williams, *Precambrian tidal and glacial clastic deposits: implications for precambrian Earth–Moon dynamics and palaeoclimate*, Sedimentary Geology **120**, pp. 55–74, 1998. Using a geological formation called *tidal rhythmites*, he deduced that about 600 million years ago there were 13 months per year and a day had 22 hours. Cited on page 135.

117 For the story of this combination of history and astronomy see Richard Stephenson, *Historical Eclispes and Earth's Rotation*, Cambridge University Press, 1996. Cited on page 135.

118 B. F. Chao, *Earth Rotational Variations excited by geophysical fluids*, IVS 2004 General Meeting proceedings/ pages 38-46. Cited on page 136.

119 On the rotation and history of the solar system, see S. Brush, *Theories of the origin of the solar system 1956–1985*, Reviews of Modern Physics **62**, pp. 43–112, 1990. No citations.

120 The website hpiers.obspm.fr/eop-pc shows the motion of the Earth's axis over the last ten years. The International Latitude Service founded by Küstner is now part of the International Earth Rotation Service; more information can be found on the www.iers.org website. The latest idea is that two-thirds of the circular component of the polar motion, which in the USA is called 'Chandler wobble' after the person who attributed to himself the discovery by Küstner, is due to fluctuations of the ocean pressure at the bottom of the oceans and one-third is due to pressure changes in the atmosphere of the Earth. This is explained by R. S. Gross, *The excitation of the Chandler wobble*, Geophysical Physics Letters **27**, pp. 2329–2332, 2000. Cited on page 137.

121 S. B. Lambert, C. Bizouard & V. Dehant, *Rapid variations in polar motion during the 2005-2006 winter season*, Geophysical Research Letters **33**, p. L13303, 2006. Cited on page 138.

122 For more information about Alfred Wegener, see the (simple) text by Klaus Rohrbach,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

*Alfred Wegener – Erforscher der wandernden Kontinente*, Verlag Freies Geistesleben, 1993; about plate tectonics, see the www.scotese.com website. About earthquakes, see the www.geo.ed.ac.uk/quakexe/quakes and the www.iris.edu/seismon website. See the vulcan.wr.usgs.gov and the www.dartmouth.edu/~volcano websites for information about volcanoes. Cited on page 139.

123 J. Jouzel & al., *Orbital and millennial Antarctic climate variability over the past 800,000 years*, Science **317**, pp. 793–796, 2007, takes the data from isotope concentrations in ice cores. In contrast, J. D. Hays, J. Imbrie & N. J. Shackleton, *Variations in the Earth's orbit: pacemaker of the ice ages*, Science **194**, pp. 1121–1132, 1976, confirmed the connection with orbital parameters by literally digging in the mud that covers the ocean floor in certain places. Note that the web is full of information on the ice ages. Just look up 'Milankovitch' in a search engine. Cited on pages 142 and 143.

124 R. Humphreys & J. Larsen, *The sun's distance above the galactic plane*, Astronomical Journal **110**, pp. 2183–2188, November 1995. Cited on page 142.

125 C. L. Bennet, M. S. Turner & M. White, *The cosmic rosetta stone*, Physics Today **50**, pp. 32–38, November 1997. Cited on page 143.

126 On www.geoffreylandis.com/vacuum.html you can read a description of what happened. See also the www.geoffreylandis.com/ebullism.html and imagine.gsfc.nasa.gov/docs/ask_astro/answers/970603.html websites. They all give details on the effects of vacuum on humans. Cited on page 149.

127 R. McN. Alexander, *Leg design and jumping technique for humans, other vertebrates and insects*, Philosophical Transactions of the Royal Society in London B **347**, pp. 235–249, 1995. Cited on page 154.

128 J. W. Glasheen & T. A. McMahon, *A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard*, Nature **380**, pp. 340–342, For pictures, see also New Scientist, p. 18, 30 March 1996, or Scientific American, pp. 48–49, September 1997, or the website by the author at rjf2.biol.berkeley.edu/Full_Lab/FL_Personnel/J_Glasheen/J_Glasheen.html.

Several shore birds also have the ability to run over water, using the same mechanism. Cited on page 155.

129 A. Fernandez-Nieves & F. J. de las Nieves, *About the propulsion system of a kayak and of Basiliscus basiliscus*, European Journal of Physics **19**, pp. 425–429, 1998. Cited on page 155.

130 Y. S. Song, S. H. Suhr & M. Sitti, *Modeling of the supporting legs for designing biomimetic water strider robot*, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA, 2006. S. H. Suhr, Y. S. Song, S. J. Lee & M. Sitti, *Biologically inspired miniature water strider robot*, Proceedings of the Robotics: Science and Systems I, Boston, USA, 2005. See also the website www.me.cmu.edu/faculty1/sitti/nano/projects/waterstrider. Cited on page 155.

131 J. Iriarte-Díaz, *Differential scaling of locomotor performance in small and large terrestrial mammals*, The Journal of Experimental Biology **205**, pp. 2897–2908, 2002. Cited on pages 156 and 400.

132 M. Wittlinger, R. Wehner & H. Wolf, *The ant odometer: stepping on stilts and stumps*, Science **312**, pp. 1965–1967, 2006. Cited on page 157.

133 P. G. Weyand, D. B. Sternlight, M. J. Bellizzi & S. Wright, *Faster top running speeds are achieved with greater ground forces not more rapid leg movements*, Journal of Applied Physiology **89**, pp. 1991–1999, 2000. Cited on page 157.

134 The material on the shadow discussion is from the book by Robert M. Pryce, *Cook and Peary*, Stackpole Books, 1997. See also the details of Peary's forgeries in Wally Herbert, *The Noose of Laurels*, Doubleday 1989. The sad story of Robert Peary is also told in the centenary number of *National Geographic*, September 1988. Since the National Geographic Society had financed Peary in his attempt and had supported him

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

until the US Congress had declared him the first man at the Pole, the (partial) retraction is noteworthy. (The magazine then changed its mind again later on, to sell more copies, and now again claims that Peary reached the North Pole.) By the way, the photographs of Cook, who claimed to have been at the North Pole even before Peary, have the same problem with the shadow length. Both men have a history of cheating about their 'exploits'. As a result, the first man at the North Pole was probably Roald Amundsen, who arrived there a few years later, and who was also the first man at the South Pole. Cited on page 158.

135 The story is told in M. Nauenberg, *Hooke, orbital motion, and Newton's Principia*, American Journal of Physics **62**, 1994, pp. 331–350. Cited on page 159.

136 More details are given by D. Rawlins, in *Doubling your sunsets or how anyone can measure the Earth's size with wristwatch and meter stick*, American Journal of Physics **47**, 1979, pp. 126–128. Another simple measurement of the Earth radius, using only a sextant, is given by R. O'Keefe & B. Ghavimi-Alagha, in *The World Trade Center and the distance to the world's center*, American Journal of Physics **60**, pp. 183–185, 1992. Cited on page 160.

137 More details on astronomical distance measurements can be found in the beautiful little book by A. van Helden, *Measuring the Universe*, University of Chicago Press, 1985, and in Nigel Henbest & Heather Cooper, *The Guide to the Galaxy*, Cambridge University Press, 1994. Cited on page 160.

138 A lot of details can be found in M. Jammer, *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, reprinted by Dover, 1997, and in *Concepts of Force, a Study in the Foundations of Mechanics*, Harvard University Press, 1957. These eclectic and thoroughly researched texts provide numerous details and explain various philosophical viewpoints, but lack clear statements and conclusions on the accurate description of nature; thus are not of help on fundamental issues.

Jean Buridan (*c.* 1295 to *c.* 1366) criticizes the distinction of sublunar and translunar motion in his book *De Caelo*, one of his numerous works. Cited on page 161.

139 D. Topper & D. E. Vincent, *An analysis of Newton's projectile diagram*, European Journal of Physics **20**, pp. 59–66, 1999. Cited on page 161.

140 The absurd story of the metre is told in the historical novel by Ken Alder, *The Measure of All Things : The Seven-Year Odyssey and Hidden Error that Transformed the World*, The Free Press, 2003. Cited on page 164.

141 H. Cavendish, *Experiments to determine the density of the Earth*, Philosophical Transactions of the Royal Society **88**, pp. 469–526, 1798. In fact, the first value of the gravitational constant $G$ found in the literature is only from 1873, by Marie-Alfred Cornu and Jean-Baptistin Baille, who used an improved version of Cavendish's method. Cited on page 165.

142 About the measurement of spatial dimensions via gravity – and the failure to find any hint for a number different from three – see the review by E. G. Adelberger, B. R. Heckel & A. E. Nelson, *Tests of the gravitational inverse-square law*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **53**, pp. 77–121, 2003, also arxiv.org/abs/hep-ph/0307284, or the review by J. A. Hewett & M. Spiropulu, *Particle physics probes of extra spacetime dimensions*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **52**, pp. 397–424, 2002, arxiv.org/abs/hep-ph/0205106. Cited on page 168.

143 There are many books explaining the origin of the precise shape of the Earth, such as the pocket book S. Anders, *Weil die Erde rotiert*, Verlag Harri Deutsch, 1985. Cited on page 168.

144 The shape of the Earth is described most precisely with the World Geodetic System. For a presentation, see the en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System and www.dqts.net/wgs84.htm websites. See also the website of the *International Earth Rotation*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

*Service* at hpiers.obspm.fr. Cited on page 168.

145 G. Heckman & M. van Haandel, *De vele beweijzen van Kepler's wet over ellipsenbanen: een nieuwe voor 'het Boek'?*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **73**, pp. 366–368, November 2007. Cited on page 172.

146 W. K. Hartman, R. J. Phillips & G. J. Taylor, editors, *Origin of the Moon*, Lunar and Planetary Institute, 1986. Cited on page 174.

147 If you want to read about the motion of the Moon in all its fascinating details, have a look at Martin C. Gutzwiller, *Moon–Earth–Sun: the oldest three body problem*, Reviews of Modern Physics **70**, pp. 589–639, 1998. Cited on page 174.

148 Dietrich Neumann, *Physiologische Uhren von Insekten – Zur Ökophysiologie lunarperiodisch kontrollierter Fortpflanzungszeiten*, Naturwissenschaften **82**, pp. 310–320, 1995. Cited on page 174.

149 The origin of the duration of the menstrual cycle is not yet settled; however, there are explanations on how it becomes synchronized with other cycles. For a general explanation see Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum & Jürgen Kurths, *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science*, Cambridge University Press, 2002. Cited on page 175.

150 J. Laskar, F. Joutel & P. Robutel, *Stability of the Earth's obliquity by the moon*, Nature **361**, pp. 615–617, 1993. However, the question is not completely settled, and other opinions exist. Cited on page 175.

151 Neil F. Comins, *What if the Moon Did not Exist? – Voyages to Earths that Might Have Been*, Harper Collins, 1993. Cited on page 175.

152 M. Connors, C. Veillet, R. Brasser, P. A. Wiegert, P. W. Chodas, S. Mikkola & K. A. Innanen, *Discovery of Earth's quasi-satellite*, Meteoritics & Planetary Science **39**, pp. 1251–1255, 2004, and R. Brasser, K. A. Innanen, M. Connors, C. Veillet, P. A. Wiegert, S. Mikkola & P. W. Chodas, *Transient co-orbital asteroids*, Icarus **171**, pp. 102–109, 2004. See also the orbits frawn in M. Connors, C. Veillet, R. Brasser, P. A. Wiegert, P. W. Chodas, S. Mikkola & K. A. Innanen, *Horseshoe asteroids and quasi-satellites in Earth-like orbits*, Lunar and Planetary Science **35**, p. 1562, 2004,, preprint at www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2004/pdf/1565.pdf. Cited on page 177.

153 P. A. Wiegert, K. A. Innanen & S. Mikkola, *An asteroidal companion to the Earth*, Nature **387**, pp. 685–686, 12 June 1997, together with the comment on pp. 651–652. Details on the orbit and on the fact that Lagrangian points do not always form equilateral triangles can be found in F. Namouni, A. A. Christou & C. D. Murray, *Coorbital dynamics at large eccentricity and inclination*, Physical Review Letters **83**, pp. 2506–2509, 1999. Cited on page 177.

154 Simon Newcomb, Astronomical Papers of the American Ephemeris **1**, p. 472, 1882. Cited on page 179.

155 For an animation of the tides, have a look at www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/m2_atlantique_fr.html. Cited on page 180.

156 A beautiful introduction is the classic G. Falk & W. Ruppel, *Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, Dritte Auflage, 1983. Cited on page 180.

157 J. Soldner, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, p. 161. Cited on page 183.

158 The equality was first tested with precision by R. von Eötvös, Annalen der Physik & Chemie **59**, p. 354, 1896, and by R. von Eötvös, V. Pekár, E. Fekete, *Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, Annalen der Physik 4, Leipzig **68**, pp. 11–66, 1922. He found agreement to 5 parts in $10^9$. More experiments were performed by P. G. Roll, R. Krotkow & R. H. Dicke, *The equivalence of inertial*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

*and passive gravitational mass*, Annals of Physics (NY) **26**, pp. 442–517, 1964, one of the most interesting and entertaining research articles in experimental physics, and by V. B. Braginsky & V. I. Panov, Soviet Physics – JETP **34**, pp. 463–466, 1971. Modern results, with errors less than one part in $10^{12}$, are by Y. Su & al., *New tests of the universality of free fall*, Physical Review **D50**, pp. 3614–3636, 1994. Several experiments have been proposed to test the equality in space to less than one part in $10^{16}$. Cited on page 184.

159 H. Edelmann, R. Napiwotzki, U. Heber, N. Christlieb & D. Reimers, *HE 0437-5439: an unbound hyper-velocity B-type star*, The Astrophysical Journal **634**, pp. L181–L184, 2005. Cited on page 190.

160 This is explained for example by D.K. Firpić & I.V. Aniçin, *The planets, after all, may run only in perfect circles – but in the velocity space!*, European Journal of Physics **14**, pp. 255–258, 1993. Cited on pages 190 and 348.

161 See L. Hodges, *Gravitational field strength inside the Earth*, American Journal of Physics **59**, pp. 954–956, 1991. No citations.

162 The controversial argument is proposed in A. E. Chubykalo & S. J. Vlaev, *Theorem on the proportionality of inertial and gravitational masses in classical mechanics*, European Journal of Physics **19**, pp. 1–6, 1998, preprint at arXiv.org/abs/physics/9703031. This paper might be wrong; see the tough comment by B. Jancovici, European Journal of Physics **19**, p. 399, 1998, and the reply in arxiv.org/abs/physics/9805003. No citations.

163 P. Mohazzabi & M. C. James, *Plumb line and the shape of the Earth*, American Journal of Physics **68**, pp. 1038–1041, 2000. Cited on page 192.

164 From Neil de Gasse Tyson, *The Universe Down to Earth*, Columbia University Press, 1994. Cited on page 193.

165 G. D. Quinlan, *Planet X: a myth exposed*, Nature **363**, pp. 18–19, 1993. Cited on page 193.

166 See en.wikipedia.org/wiki/90377_Sedna. Cited on page 193.

167 See R. Matthews, *Not a snowball's chance ...*, New Scientist 12 July 1997, pp. 24–27. The original claim is by Louis A. Frank, J. B. Sigwarth & J. D. Craven, *On the influx of small comets into the Earth's upper atmosphere*, parts I and II, Geophysical Research Letters **13**, pp. 303–306, pp. 307–310, 1986. The latest observations have disproved the claim. Cited on page 193.

168 The ray form is beautifully explained by J. Evans, *The ray form of Newton's law of motion*, American Journal of Physics **61**, pp. 347–350, 1993. Cited on page 197.

169 This is a small example from the beautiful text by Mark P. Silverman, *And Yet It Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993. It is a treasure chest for anybody interested in the details of physics. Cited on page 197.

170 G. -L. Lesage, *Lucrèce Newtonien*, Nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres pp. 404–431, 1747, or www3.bbaw.de/bibliothek/digital/struktur/03-nouv/1782/jpg-0600/00000495.htm. See also en.wikipedia.org/wiki/Le_Sage's_theory_of_gravitation. In fact, the first to propose the idea of gravitation as a result of small particles pushing masses around was Nicolas Fatio de Duillier in 1688. Cited on page 197.

171 J. Laskar, *A numerical experiment on the chaotic behaviour of the solar system*, Nature **338**, pp. 237–238, 1989, and J. Laskar, *The chaotic motion of the solar system - A numerical estimate of the size of the chaotic zones*, Icarus **88**, pp. 266–291, 1990. The work by Laskar was later expanded by Jack Wisdom, using specially built computers, following only the planets, without taking into account the smaller objects. For more details, see G. J. Sussman & J. Wisdom, *Chaotic Evolution of the Solar System*, Science **257**,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

pp. 56–62, 1992. Today, such calculations can be performed on your home PC with computer code freely available on the internet. Cited on page 199.

172 B. Dubrulle & F. Graner, *Titius-Bode laws in the solar system. 1: Scale invariance explains everything*, Astronomy and Astrophysics **282**, pp. 262–268, 1994, and *Titius-Bode laws in the solar system. 2: Build your own law from disk models*, Astronomy and Astrophysics **282**, pp. 269–-276, 1994. Cited on page 199.

173 M. Lecar, *Bode's Law*, Nature **242**, pp. 318–319, 1973, and M. Henon, *A comment on "The resonant structure of the solar system" by A.M. Molchanov*, Icarus **11**, pp. 93–94, 1969. Cited on page 199.

174 Cassius Dio, *Historia Romana*, *c.* 220, book 37, 18. For an English translation, see the site penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Cassius_Dio/37*.html. Cited on page 200.

175 See the beautiful paper A. J. Simoson, *Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine **77**, pp. 171–188, 2004. See also A. J. Simoson, *The gravity of Hades*, **75**, pp. 335–350, 2002. Cited on pages 201 and 350.

176 M. Bevis, D. Alsdorf, E. Kendrick, L. P. Fortes, B. Forsberg, R. Malley & J. Becker, *Seasonal fluctuations in the mass of the Amazon River system and Earth's elastic response*, Geophysical Research Letters **32**, p. L16308, 2005. Cited on page 201.

177 D. Hestenes, M. Wells & G. Swackhamer, *Force concept inventory*, Physics Teacher **30**, pp. 141–158, 1982. The authors developed tests to check the understanding of the concept of physical force in students; the work has attracted a lot of attention in the field of physics teaching. Cited on page 207.

178 For a general overview on friction, from physics to economics, architecture and organizational theory, see N. Åkerman, editor, *The Necessity of Friction – Nineteen Essays on a Vital Force*, Springer Verlag, 1993. Cited on page 210.

179 See M. Hirano, K. Shinjo, R. Kanecko & Y. Murata, *Observation of superlubricity by scanning tunneling microscopy*, Physical Review Letters **78**, pp. 1448–1451, 1997. See also the discussion of their results by Serge Fayeulle, *Superlubricity: when friction stops*, Physics World pp. 29–30, May 1997. Cited on page 210.

180 C. Donald Ahrens, *Meteorology Today: An Introduction to the Weather, Climate, and the Environment*, West Publishing Company, 1991. Cited on page 213.

181 This topic is discussed with lucidity by J. R. Mureika, *What really are the best 100 m performances?*, Athletics: Canada's National Track and Field Running Magazine, July 1997. It can also be found as arxiv.org/abs/physics/9705004, together with other papers on similar topics by the same author. Cited on page 213.

182 F. P. Bowden & D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press, Part I, revised edition, 1954, and part II, 1964. Cited on page 213.

183 A powerful book on human violence is James Gilligan, *Violence – Our Deadly Epidemic and its Causes*, Grosset/Putnam, 1992. No citations.

184 The main tests of randomness of number series – among them the gorilla test – can be found in the authoritative paper by G. Marsaglia & W. W. Tsang, *Some difficult-to-pass tests of randomness*, Journal of Statistical Software **7**, p. 8, 2002. It can also be downloaded from www.jstatsoft.org/v07/i03. Cited on page 216.

185 See the interesting book on the topic by Jaroslaw Strzalko, Juliusz Grabski, Przemyslaw Perlikowski, Andrzeij Stefanski & Tomasz Kapitaniak, *Dynamics of Gambling: Origin of Randomness in Mechanical Systems*, Springer, 2009, as well as the more recent publications by Kapitaniak. Cited on page 216.

186 For one aspect on free will, see the captivating book by Bert Hellinger, *Zweierlei Glück*, Carl Auer Systeme Verlag, 1997. The author explains how to live serenely and with the highest possible responsibility for one's actions, by reducing entanglements

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

with the destiny of others. He describes a powerful technique to realise this goal.

A completely different viewpoint is given by Aung San Suu Kyi, *Freedom from Fear*, Penguin, 1991. One of the bravest women on Earth, she won the Nobel Peace Price in 1991.

An effective personal technique is presented by Phil Stutz & Barry Michels, *The Tools*, Spiegel & Grau, 2012. Cited on page 219.

187 Henrik Walter, *Neurophilosophie der Willensfreiheit*, Mentis Verlag, Paderborn 1999. Also available in English translation. Cited on page 219.

188 Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983. Cited on page 219.

189 See the tutorial on the Peaucellier-Lipkin linkage by D.W. Henderson and D. Taimina found on kmoddl.library.cornell.edu/tutorials/11/index.php. The internet contains many other pages on the topic. Cited on page 221.

190 The beautiful story of the south-pointing carriage is told in Appendix B of James Foster & J. D. Nightingale, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998. Such carriages have existed in China, as told by the great sinologist Joseph Needham, but their construction is unknown. The carriage described by Foster and Nightingale is the one reconstructed in 1947 by George Lancaster, a British engineer. Cited on page 221.

191 T. Van de Kamp, P. Vagovic, T. Baumbach & A. Riedel, *A biological screw in a beetle's leg*, Science **333**, p. 52, 2011. Cited on page 221.

192 M. Burrows & G. P. Sutton, *Interacting gears synchronise propulsive leg movements in a jumping insect*, Science **341**, pp. 1254–1256, 2013. Cited on page 221.

193 See for example Z. Ghahramani, *Building blocks of movement*, Nature **407**, pp. 682–683, 2000. Researchers in robot control are also interested in such topics. Cited on page 221.

194 G. Gutierrez, C. Fehr, A. Calzadilla & D. Figueroa, *Fluid flow up the wall of a spinning egg*, American Journal of Physics **66**, pp. 442–445, 1998. Cited on page 222.

195 A historical account is given in Wolfgang Yourgray & Stanley Mandelstam, *Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory*, Dover, 1968. Cited on pages 225 and 234.

196 C. G. Gray & E. F. Taylor, *When action is not least*, American Journal of Physics **75**, pp. 434–458, 2007. Cited on page 230.

197 Max Päsler, *Prinzipe der Mechanik*, Walter de Gruyter & Co., 1968. Cited on page 232.

198 The relations between possible Lagrangians are explained by Herbert Goldstein, *Classical Mechanics*, 2nd edition, Addison-Wesley, 1980. Cited on page 232.

199 The Hemingway statement is quoted by Marlene Dietrich in Aaron E. Hotchner, *Papa Hemingway*, Random House, 1966, in part 1, chapter 1. Cited on page 233.

200 C. G. Gray, G. Karl & V. A. Novikov, *From Maupertius to Schrödinger. Quantization of classical variational principles*, American Journal of Physics **67**, pp. 959–961, 1999. Cited on page 234.

201 J. A. Moore, *An innovation in physics instruction for nonscience majors*, American Journal of Physics **46**, pp. 607–612, 1978. Cited on page 235.

202 See e.g. Alan P. Boss, *Extrasolar planets*, Physics Today **49**, pp. 32–38. September 1996. The most recent information can be found at the 'Extrasolar Planet Encyclopaedia' maintained at www.obspm.fr/planets by Jean Schneider at the Observatoire de Paris. Cited on page 238.

203 A good review article is by David W. Hughes, *Comets and Asteroids*, Contemporary Physics **35**, pp. 75–93, 1994. No citations.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

204 G. B. West, J. H. Brown & B. J. Enquist, *A general model for the origin of allometric scaling laws in biology*, Science **276**, pp. 122–126, 4 April 1997, with a comment on page 34 of the same issue. The rules governing branching properties of blood vessels, of lymph systems and of vessel systems in plants are explained. For more about plants, see also the paper G. B. West, J. H. Brown & B. J. Enquist, *A general model for the structure and allometry of plant vascular systems*, Nature **400**, pp. 664–667, 1999. Cited on page 240.

205 J. R. Banavar, A. Martin & A. Rinaldo, *Size and form in efficient transportation networks*, Nature **399**, pp. 130–132, 1999. Cited on page 240.

206 N. Moreira, *New striders - new humanoids with efficient gaits change the robotics landscape*, Science News Online 6th of August, 2005. Cited on page 241.

207 Werner Heisenberg, *Der Teil und das Ganze*, Piper, 1969. Cited on page 243.

208 See the clear presenttion by E. H. Lockwood & R. H. Macmillan, *Geometric Symmetry*, Cambridge University Press, 1978. Cited on page 243.

209 John Mansley Robinson, *An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5. Cited on page 244.

210 See e.g. B. Bower, *A child's theory of mind*, Science News **144**, pp. 40–41. Cited on page 248.

211 The most beautiful book on this topic is the text by Branko Grünbaum & G. C. Shephard, *Tilings and Patterns*, W.H. Freeman and Company, New York, 1987. It has been translated into several languages and republished several times. Cited on page 249.

212 About tensors and ellipsoids in three-dimensional space, see mysite.du.edu/~jcalvert/phys/ellipso.htm. In four-dimensional space-time, tensors are more abstract to comprehend. With emphasis on their applications in relativity, such tensors are explained in R. Frosch, *Four-tensors, the mother tongue of classical physics*, vdf Hochschulverlag, 2006, partly available on books.google.com. No citations.

213 U. Niederer, *The maximal kinematical invariance group of the free Schrödinger equation*, Helvetica Physica Acta **45**, pp. 802–810, 1972. See also the introduction by O. Jahn & V. V. Sreedhar, *The maximal invariance group of Newton's equations for a free point particle*, arxiv.org/abs/math-ph/0102011. No citations.

214 The story is told in the interesting biography of Einstein by A. Pais, *'Subtle is the Lord...' – The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, 1982. No citations.

215 W. Zürn & R. Widmer-Schnidrig, *Globale Eigenschwingungen der Erde*, Physik Journal **1**, pp. 49–55, 2002. No citations.

216 N. Gauthier, *What happens to energy and momentum when two oppositely-moving wave pulses overlap?*, American Journal of Physics **71**, pp. 787–790, 2003. No citations.

217 An informative and modern summary of present research about the ear and the details of its function is www.physicsweb.org/article/world/15/5/8. No citations.

218 A renowned expert of the physics of singing is Ingo Titze. Among his many books and papers is the popular introduction I. R. Titze, *The human instrument*, Scientific American pp. 94–101, January 2008. Several of his books, papers and presentation are free to download on the website www.ncvs.org of the National Center of Voice & Speech. They are valuable to everybody who has a passion for singing and the human voice. See also the article and sound clips at www.scientificamerican.com/article.cfm?id=sound-clips-human-instrument. An interesting paper is also M. Kob & al., *Analysing and understanding the singing voice: recent progress and open questions*, Current Bioinformatics **6**, pp. 362–374, 2011. No citations.

219 S. Adachi, *Principles of sound production in wind instruments*, Acoustical Science and Technology **25**, pp. 400–404, 2004. No citations.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

220 The literature on tones and their effects is vast. For example, people have explored the differences and effects of various intonations in great detail. Several websites, such as bellsouthpwp.net/j/d/jdelaub/jstudio.htm, allow listening to music played with different intonations. People have even researched whether animals use just or chromatic intonation. (See, for example, K. Leutwyler, *Exploring the musical brain*, Scientific American January 2001.) There are also studies of the effects of low frequencies, of beat notes, and of many other effects on humans. However, many studies mix serious and non-serious arguments. It is easy to get lost in them. No citations.

221 M. Fatemi, P. L. Ogburn & J. F. Greenleaf, *Fetal stimulation by pulsed diagnostic ultrasound*, Journal of Ultrasound in Medicine **20**, pp. 883–889, 2001. See also M. Fatemi, A. Alizad & J. F. Greenleaf, *Characteristics of the audio sound generated by ultrasound imaging systems*, Journal of the Acoustical Society of America **117**, pp. 1448–1455, 2005. No citations.

222 I know a female gynecologist who, during her own pregnancy, imaged her child *every day* with her ultrasound machine. The baby was born with strong hearing problems that did not go away. No citations.

223 R. Mole, *Possible hazards of imaging and Doppler ultrasound in obstetrics*, Birth Issues in Perinatal Care **13**, pp. 29–37, 2007. No citations.

224 A. L. Hodgkin & A. F. Huxley, *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, Journal of Physiology **117**, pp. 500–544, 1952. This famous paper of theoretical biology earned the authors the Nobel Prize in Medicine in 1963. No citations.

225 T. Filippov, *The Versatile Soliton*, Springer Verlag, 2000. See also J. S. Russel, *Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, Murray, London, 1844, pp. 311–390. No citations.

226 R. S. Ward, *Solitons and other extended field configurations*, preprint at arxiv.org/abs/hep-th/0505135. No citations.

227 D. B. Bahr, W. T. Pfeffer & R. C. Browning, *The surprising motion of ski moguls*, Physics Today **62**, pp. 68–69, November 2009. No citations.

228 N. J. Zabusky & M. D. Kruskal, *Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Physical Review Letters **15**, pp. 240–243, 1965. No citations.

229 O. Muskens, *De kortste knal ter wereld*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde pp. 70–73, 2005. No citations.

230 E. Heller, *Freak waves: just bad luck, or avoidable?*, Europhysics News pp. 159–161, September/October 2005, downloadable at www.europhysicsnews.org. No citations.

231 See the beautiful article by D. Aarts, M. Schmidt & H. Lekkerkerker, *Directe visuele waarneming van thermische capillaire golven*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **70**, pp. 216–218, 2004. No citations.

232 For more about the ocean sound channel, see the novel by Tom Clancy, *The Hunt for Red October*. See also the physics script by R. A. Muller, *Government secrets of the oceans, atmosphere, and UFOs*, web.archive.org/web/*/muller.lbl.gov/teaching/Physics10/chapters/9-SecretsofUFOs.html 2001. No citations.

233 B. Wilson, R. S. Batty & L. M. Dill, *Pacific and Atlantic herring produce burst pulse sounds*, Biology Letters **271**, number S3, 7 February 2004. No citations.

234 A. Chabchoub & M. Fink, *Time-reversal generation of rogue Wwaves*, Physical Review Letters **112**, p. 124101, 2014, preprint at arxiv.org/abs/1311.2990. See also the cited references. No citations.

235 See for example the article by G. Fritsch, *Infraschall*, Physik in unserer Zeit **13**, pp. 104–110, 1982. No citations.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

236 Wavelet transformations were developed by the French mathematicians Alex Grossmann, Jean Morlet and Thierry Paul. The basic paper is A. Grossmann, J. Morlet & T. Paul, *Integral transforms associated to square integrable representations*, Journal of Mathematical Physics **26**, pp. 2473–2479, 1985. For a modern introduction, see Stéphane Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, 1999. No citations.

237 P. Manogg, *Knall und Superknall beim Überschallflug*, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht **35**, pp. 26–33, 1982, my physics teacher in secondary school. No citations.

238 See the excellent introduction by L. Ellerbreok & L. van den Hoorn, *In het kielzog van Kelvin*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **73**, pp. 310–313, 2007. About exceptions to the Kelvin angle, see www.graingerdesigns.net/oshunpro/design-technology/wave-cancellation. No citations.

239 Jay Ingram, *The Velocity of Honey - And More Science of Everyday Life*, Viking, 2003. See also W. W. L. Au & J. A. Simmons, *Echolocation in dolphins and bats*, Physics Today **60**, pp. 40–45, 2007. No citations.

240 M. Boiti, J. -P. Leon, L. Martina & F. Pempinelli, *Scattering of localized solitons in the plane*, Physics Letters A **132**, pp. 432–439, 1988, A. S. Fokas & P. M. Santini, *Coherent structures in multidimensions*, Physics Review Letters **63**, pp. 1329–1333, 1989, J. Hietarinta & R. Hirota, *Multidromion solutions to the Davey–Stewartson equation*, Physics Letters A **145**, pp. 237–244, 1990. No citations.

241 For some of this fascinating research, see J. L. Hammack, D. M. Henderson & H. Segur, *Progressive waves with persistent two-dimensional surface patterns in deep water*, Journal of Fluid Mechanics **532**, pp. 1–52, 2005. For a beautiful photograph of crossing cnoidal waves, see A. R. Osborne, *Hyperfast Modeling of Shallow-Water Waves: The KdV and KP Equations*, International Geophysics **97**, pp. 821–856, 2010. See also en.wikipedia.org/wiki/Waves_and_shallow_water, en.wikipedia.org/wiki/Cnoidal_wave and en.wikipedia.org/wiki/Tidal_bore for a first impression. No citations.

242 The sound frequency change with bottle volume is explained on hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/Waves/cavity.html. No citations.

243 A passionate introduction is Neville H. Fletcher & Thomas D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, second edition, Springer 2000. No citations.

244 M. Ausloos & D. H. Berman, *Multivariate Weierstrass–Mandelbrot function*, Proceedings of the Royal Society in London A **400**, pp. 331–350, 1985. No citations.

245 Catechism of the Catholic Church, Part Two, Section Two, Chapter One, Article 3, statements 1376, 1377 and 1413, found at www.vatican.va/archive/ENG0015/__P41.HTM or www.vatican.va/archive/ITA0014/__P40.HTM with their explanations on www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_en.html and www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_it.html. No citations.

246 The original text of the 1633 conviction of Galileo can be found on it.wikisource.org/wiki/Sentenza_di_condanna_di_Galileo_Galilei. No citations.

247 The retraction that Galileo was forced to sign in 1633 can be found on it.wikisource.org/wiki/Abiura_di_Galileo_Galilei. No citations.

248 M. Artigas, *Un nuovo documento sul caso Galileo: EE 291*, Acta Philosophica **10**, pp. 199–214, 2001. No citations.

249 Most of these points are made, directly or indirectly, in the book by Annibale Fantoli, *Galileo: For Copernicanism and for the Church*, Vatican Observatory Publications, second edition, 1996, and by George Coyne, director of the Vatican observatory, in his speeches and publications, for example in G. Coyne, *Galileo: for*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

*Copernicanism and for the church*, Zwoje 3/36, 2003, found at www.zwoje-scrolls.com/zwoje36/text05p.htm. No citations.

250 Thomas A. McMahon & John T. Bonner, *On Size and Life*, Scientific American/Freeman, 1983. Another book by John Bonner, who won the Nobel Prize in Biology, is John T. Bonner, *Why Size Matters: From Bacteria to Blue Whales*, Princeton University Press, 2011. No citations.

251 G. W. Koch, S. C. Sillett, G. M. Jennings & S. D. Davis, *The limits to tree height*, Nature **428**, pp. 851–854, 2004. No citations.

252 A simple article explaining the tallness of trees is A. Mineyev, *Trees worthy of Paul Bunyan*, Quantum pp. 4–10, January–February 1994. (Paul Bunyan is a mythical giant lumberjack who is the hero of the early frontier pioneers in the United States.) Note that the transport of liquids in trees sets no limits on their height, since water is pumped up along tree stems (except in spring, when it is pumped up from the roots) by evaporation from the leaves. This works almost without limits because water columns, when nucleation is carefully avoided, can be put under tensile stresses of over 100 bar, corresponding to 1000 m. See also P. Nobel, *Plant Physiology*, Academic Press, 2nd Edition, 1999. An artificial tree – though extremely small – using the same mechanism was built and studied by T. D. Wheeler & A. D. Stroock, *The transpiration of water at negative pressures in a synthetic tree*, Nature **455**, pp. 208–212, 2008. See also N. M. Holbrook & M. A. Zwieniecki, *Transporting water to the top of trees*, Physics Today pp. 76–77, 2008. No citations.

253 Such information can be taken from the excellent overview article by M. F. Ashby, *On the engineering properties of materials*, Acta Metallurgica **37**, pp. 1273–1293, 1989. The article explains the various general criteria which determine the selection of materials, and gives numerous tables to guide the selection. No citations.

254 See the beautiful paper by S. E. Virgo, *Loschmidt'S number*, Science Progress **27**, pp. 634–649, 1933. It is also available iin HTML format on the internet. No citations.

255 For a photograph of a single barium *atom* – named Astrid – see Hans Dehmelt, *Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics **62**, pp. 525–530, 1990. For another photograph of a barium *ion*, see W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek & H. Dehmelt, *Localized visible $Ba^+$ mono-ion oscillator*, Physical Review A **22**, pp. 1137–1140, 1980. See also the photograph on page **??**. No citations.

256 Holograms of atoms were first produced by Hans-Werner Fink & al., *Atomic resolution in lens-less low-energy electron holography*, Physical Review Letters **67**, pp. 1543–1546, 1991. No citations.

257 A single–atom laser was built in 1994 by K. An, J. J. Childs, R. R. Dasari & M. S. Feld, *Microlaser: a laser with one atom in an optical resonator*, Physical Review Letters **73**, p. 3375, 1994. No citations.

258 The photograph on the left of Figure **??** on page **??** is the first image that showed subatomic structures (visible as shadows on the atoms). It was published by F. J. Giessibl, S. Hembacher, H. Bielefeldt & J. Mannhart, *Subatomic features on the silicon (111)-(7x7) surface observed by atomic force microscopy*, Science **289**, pp. 422 – 425, 2000. No citations.

259 See for example C. Schiller, A. A. Koomans, T. L. van Rooy, C. Schönenberger & H. B. Elswijk, *Decapitation of tungsten field emitter tips during sputter sharpening*, Surface Science Letters **339**, pp. L925–L930, 1996. No citations.

260 U. Weierstall & J. C. H. Spence, *An STM with time-of-flight analyzer for atomic species identification*, MSA 2000, Philadelphia, Microscopy and Microanalysis **6**, Supplement 2, p. 718, 2000. No citations.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

261 P. Krehl, S. Engemann & D. Schwenkel, *The puzzle of whip cracking – uncovered by a correlation of whip-tip kinematics with shock wave emission*, Shock Waves **8**, pp. 1–9, 1998. The authors used high-speed cameras to study the motion of the whip. A new aspect has been added by A. Goriely & T. McMillen, *Shape of a cracking whip*, Physical Review Letters **88**, p. 244301, 2002. This article focuses on the tapered shape of the whip. However, the neglection of the tuft – a piece at the end of the whip which is required to make it crack – in the latter paper shows that there is more to be discovered still. No citations.

262 Z. Sheng & K. Yamafuji, *Realization of a Human Riding a Unicycle by a Robot*, *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, pp. 1319–1326, 1995. No citations.

263 On human unicycling, see Jack Wiley, *The Complete Book of Unicycling*, Lodi, 1984, and Sebastian Hoeher, *Einradfahren und die Physik*, Reinbeck, 1991. No citations.

264 W. Thomson, *Lecture to the Royal Society of Edinburgh*, 18 February 1867, Proceedings of the Royal Society in Edinborough **6**, p. 94, 1869. No citations.

265 S. T. Thoroddsen & A. Q. Shen, *Granular jets*, Physics of Fluids **13**, pp. 4–6, 2001, and A. Q. Shen & S. T. Thoroddsen, *Granular jetting*, Physics of Fluids **14**, p. S3, 2002, No citations.

266 M. J. Hancock & J. W. M. Bush, *Fluid pipes*, Journal of Fluid Mechanics **466**, pp. 285–304, 2002. A. E. Hosoi & J. W. M. Bush, *Evaporative instabilities in climbing films*, Journal of Fluid Mechanics **442**, pp. 217–239, 2001. J. W. M. Bush & A. E. Hasha, *On the collision of laminar jets: fluid chains and fishbones*, Journal of Fluid Mechanics **511**, pp. 285–310, 2004. No citations.

267 The present record for negative pressure in water was achieved by Q. Zheng, D. J. Durben, G. H. Wolf & C. A. Angell, *Liquids at large negative pressures: water at the homogeneous nucleation limit*, Science **254**, pp. 829–832, 1991. No citations.

268 H. Maris & S. Balibar, *Negative pressures and cavitation in liquid helium*, Physics Today **53**, pp. 29–34, 2000. Sebastien Balibar has also written several popular books that are presented at his website www.lps.ens.fr/~balibar. No citations.

269 The present state of our understanding of turbulence is described by G. Falkovich & K. P. Sreenivasan, *Lessons from hydrodynamic turbulence*, Physics Today **59**, pp. 43–49, 2006. No citations.

270 K. Weltner, *A comparison of explanations of aerodynamical lifting force*, American Journal of Physics **55**, pp. 50–54, 1987, K. Weltner, *Aerodynamic lifting force*, The Physics Teacher **28**, pp. 78–82, 1990. See also the user.uni-frankfurt.de/~weltner/Flight/PHYSIC4.htm and the www.av8n.com/how/htm/airfoils.html websites. No citations.

271 S. Gekle, I. R. Peters, J. M. Gordillo, D. van der Meer & D. Lohse, *Supersonic air flow due to solid-liquid impact*, Physical Review Letters **104**, p. 024501, 2010. Films of the effect can be found at physics.aps.org/articles/v3/4. No citations.

272 See the beautiful book by Rainer F. Foelix, *Biologie der Spinnen*, Thieme Verlag, 1996, also available in an even newer edition in English as Rainer F. Foelix, *Biology of Spiders*, Oxford University Press, third edition, 2011. Special fora dedicated only to spiders can be found on the internet. No citations.

273 See www.esa.int/esaCP/SEMER89U7TG_index_0.html. No citations.

274 For a fascinating account of the passion and the techniques of apnoea diving, see Umberto Pelizzari, *L'Homme et la mer*, Flammarion, 1994. Palizzari cites and explains the saying by Enzo Maiorca: 'The first breath you take when you come back to the surface is like the first breath with which you enter life.' No citations.

275 Lydéric Bocquet, *The physics of stone skipping*, American Journal of Physics **17**, pp. 150–155, 2003. The present recod holder is Kurt Steiner, with 40 skips. See

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

pastoneskipping.com/steiner.htm and www.stoneskipping.com. The site www.yeeha.net/nassa/guin/g2.html is by the a previous world record holder, Jerdome Coleman-McGhee. No citations.

276 S. F. Kistler & L. E. Scriven, *The teapot effect: sheetforming flows with deflection, wetting, and hysteresis*, Journal of Fluid Mechanics **263**, pp. 19–62, 1994. No citations.

277 J. Walker, *Boiling and the Leidenfrost effect*, a chapter from David Halliday, Robert Resnick & Jearl Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley, 2007. The chapter can also be found on the internet as pdf file. No citations.

278 E. Hollander, *Over trechters en zo ...*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **68**, p. 303, 2002. No citations.

279 S. Dorbolo, H. Caps & N. Vandewalle, *Fluid instabilities in the birth and death of antibubbles*, New Journal of Physics **5**, p. 161, 2003. No citations.

280 T. T. Lim, *A note on the leapfrogging between two coaxial vortex rings at low Reynolds numbers*, Physics of Fluids **9**, pp. 239–241, 1997. No citations.

281 P. Aussillous & D. Quéré, *Properties of liquid marbles*, Proc. Roy. Soc. London **462**, pp. 973–999, 2006, and references therein. No citations.

282 Thermostatics and thermodynamics is difficult to learn also because it was not discovered in a systematic way. See C. Truesdell, *The Tragicomical History of Thermodynamics 1822–1854*, Springer Verlag, 1980. An excellent advanced textbook on thermostatics and thermodynamics is Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. No citations.

283 Gas expansion was the main method used for the definition of the official temperature scale. Only in 1990 were other methods introduced officially, such as total radiation thermometry (in the range 140 K to 373 K), noise thermometry (2 K to 4 K and 900 K to 1235 K), acoustical thermometry (around 303 K), magnetic thermometry (0.5 K to 2.6 K) and optical radiation thermometry (above 730 K). Radiation thermometry is still the central method in the range from about 3 K to about 1000 K. This is explained in detail in R. L. Rusby, R. P. Hudson, M. Durieux, J. F. Schooley, P. P. M. Steur & C. A. Swenson, *The basis of the ITS-90*, Metrologia **28**, pp. 9–18, 1991. On the water boiling point see also Ref. 311. Cited on pages 390 and 394.

284 Other methods to rig lottery draws made use of balls of different mass or of balls that are more polished. One example of such a scam was uncovered in 1999. No citations.

285 See for example the captivating text by Gino Segrè, *A Matter of Degrees: What Temperature Reveals About the Past and Future of Our Species, Planet and Universe*, Viking, New York, 2002. No citations.

286 D. Karstädt, F. Pinno, K.-P. Möllmann & M. Vollmer, *Anschauliche Wärmelehre im Unterricht: ein Beitrag zur Visualisierung thermischer Vorgänge*, Praxis der Naturwissenschaften Physik **5-48**, pp. 24–31, 1999, K.-P. Möllmann & M. Vollmer, *Eine etwas andere, physikalische Sehweise - Visualisierung von Energieumwandlungen und Strahlungsphysik für die (Hochschul-)lehre*, Physikalische Bllätter **56**, pp. 65–69, 2000, D. Karstädt, K.-P. Möllmann, F. Pinno & M. Vollmer, *There is more to see than eyes can detect: visualization of energy transfer processes and the laws of radiation for physics education*, The Physics Teacher **39**, pp. 371–376, 2001, K.-P. Möllmann & M. Vollmer, *Infrared thermal imaging as a tool in university physics education*, European Journal of Physics **28**, pp. S37–S50, 2007. No citations.

287 See for example the article by H. Preston-Thomas, *The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia **27**, pp. 3–10, 1990, and the errata H. Preston-Thomas, *The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia **27**, p. 107, 1990, No citations.

288 For an overview, see Christian Enss & Siegfried Hunklinger, *Low-Temperature Physics*, Springer, 2005. No citations.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

289 The famous paper on Brownian motion which contributed so much to Einstein's fame is A. Einstein, *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, Annalen der Physik **17**, pp. 549–560, 1905. In the following years, Einstein wrote a series of further papers elaborating on this topic. For example, he published his 1905 Ph.D. thesis as A. Einstein, *Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen*, Annalen der Physik **19**, pp. 289–306, 1906, and he corrected a small mistake in A. Einstein, *Berichtigung zu meiner Arbeit: 'Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen'*, Annalen der Physik **34**, pp. 591–592, 1911, where, using new data, he found the value $6.6 \cdot 10^{23}$ for Avogadro's number. However, five years before Smoluchowski and Einstein, a much more practically-minded man had made the *same* calculations, but in a different domain: the mathematician Louis Bachelier did so in his PhD about stock options; this young financial analyst was thus smarter than Einstein. No citations.

290 The first experimental confirmation of the prediction was performed by J. Perrin, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences **147**, pp. 475–476, and pp. 530–532, 1908. He masterfully sums up the whole discussion in Jean Perrin, *Les atomes*, Librarie Félix Alcan, Paris, 1913. No citations.

291 Pierre Gaspard & al., *Experimental evidence for microscopic chaos*, Nature **394**, p. 865, 27 August 1998. No citations.

292 An excellent introduction into the physics of heat is the book by Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. No citations.

293 On the bicycle speed record, see the website fredrompelberg.com. It also shows details of the bicycle he used. On the drag effect of a motorbike behind a bicycle, see B. Blocken, Y. Toparlar & T. Andrianne, *Aerodynamic benefit for a cyclist by a following motorcycle*, Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics 2016, available for free download at www.urbanphysics.net. No citations.

294 F. Herrmann, *Mengenartige Größen im Physikunterricht*, Physikalische Blätter **54**, pp. 830–832, September 1998. See also his lecture notes on general introductory physics on the website www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten. Cited on page 209.

295 These points are made clearly and forcibly, as is his style, by N.G. van Kampen, *Entropie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **62**, pp. 395–396, 3 December 1996. No citations.

296 This is a disappointing result of all efforts so far, as Grégoire Nicolis always stresses in his university courses. Seth Lloyd has compiled a list of 31 proposed definitions of complexity, containing among others, fractal dimension, grammatical complexity, computational complexity, thermodynamic depth. See, for example, a short summary in Scientific American p. 77, June 1995. No citations.

297 Minimal entropy is discussed by L. Szilard, *Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*, Zeitschrift für Physik **53**, pp. 840–856, 1929. This classic paper can also be found in English translation in his collected works. No citations.

298 G. Cohen-Tannoudji, *Les constantes universelles*, Pluriel, Hachette, 1998. See also L. Brillouin, *Science and Information Theory*, Academic Press, 1962. No citations.

299 H. W. Zimmermann, *Particle entropies and entropy quanta IV: the ideal gas, the second law of thermodynamics, and the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift für physikalische Chemie **217**, pp. 55–78, 2003, and H. W. Zimmermann, *Particle entropies and entropy quanta V: the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift für physikalische Chemie **217**, pp. 1097–1108, 2003. No citations.

300 See for example A. E. Shalyt-Margolin & A. Ya. Tregubovich, *Generalized uncertainty relation in thermodynamics*, arxiv.org/abs/gr-qc/0307018, or J. Uffink &

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

J. van Lith-van Dis, *Thermodynamic uncertainty relations*, Foundations of Physics **29**, p. 655, 1999. No citations.

301 B. Lavenda, *Statistical Physics: A Probabilistic Approach*, Wiley-Interscience, 1991. No citations.

302 The quote given is found in the introduction by George Wald to the text by Lawrence J. Henderson, *The Fitness of the Environment*, Macmillan, New York, 1913, reprinted 1958. No citations.

303 A fascinating introduction to chemistry is the text by John Emsley, *Molecules at an Exhibition*, Oxford University Press, 1998. No citations.

304 B. Polster, *What is the best way to lace your shoes?*, Nature **420**, p. 476, 5 December 2002. No citations.

305 L. Boltzmann, *Über die mechanische Bedeutung des zweiten Huaptsatzes der Wärmetheorie*, Sitzungsberichte der königlichen Akademie der Wissenschaften in Wien **53**, pp. 155–220, 1866. No citations.

306 See for example, the web page www.snopes.com/science/cricket.asp. Cited on page 253.

307 H. de Lang, *Moleculaire gastronomie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **74**, pp. 431–433, 2008. Cited on page 254.

308 Emile Borel, *Introduction géométrique à la physique*, Gauthier-Villars, 1912. No citations.

309 See V. L. Telegdi, *Enrico Fermi in America*, Physics Today **55**, pp. 38–43, June 2002. Cited on page 254.

310 K. Schmidt-Nielsen, *Desert Animals: Physiological Problems of Heat and Water*, Oxford University Press, 1964. Cited on page 255.

311 Following a private communication by Richard Rusby, this is the value of 1997, whereas it was estimated as 99.975 °C in 1989, as reported by Gareth Jones & Richard Rusby, *Official: water boils at* 99.975 °C, Physics World **2**, pp. 23–24, September 1989, and R. L. Rusby, *Ironing out the standard scale*, Nature **338**, p. 1169, March 1989. For more details on temperature measurements, see Ref. 283. Cited on pages 255 and 388.

312 Why entropy is created when information is erased, but not when it is acquired, is explained in C. H. Bennett & R. Landauer, *Fundamental Limits of Computation*, Scientific American **253:1**, pp. 48–56, 1985. The conclusion: we should pay to throw the newspaper away, not to buy it. Cited on page 257.

313 See, for example, G. Swift, *Thermoacoustic engines and refrigerators*, Physics Today **48**, pp. 22–28, July 1995. Cited on page 260.

314 Quoted in D. Campbell, J. Crutchfield, J. Farmer & E. Jen, *Experimental mathematics: the role of computation in nonlinear science*, Communications of the Association of Computing Machinery **28**, pp. 374–384, 1985. Cited on page 262.

315 For more about the shapes of snowflakes, see the famous book by W. A. Bentley & W. J. Humphreys, *Snow Crystals*, Dover Publications, New York, 1962. This second printing of the original from 1931 shows a large part of the result of Bentley's lifelong passion, namely several thousand photographs of snowflakes. Cited on page 262.

316 K. Schwenk, *Why snakes have forked tongues*, Science **263**, pp. 1573–1577, 1994. Cited on page 265.

317 Human hands do not have five fingers in around 1 case out of 1000. How does nature ensure this constancy? The detailed mechanisms are not completely known yet. It is known, though, that a combination of spatial and temporal self-organization during cell proliferation and differentiation in the embryo is the key factor. In this self-regulating system, the GLI3 transcription factor plays an essential role. Cited on page 265.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

318 E. Martínez, C. Pérez-Penichet, O. Sotolongo-Costa, O. Ramos, K.J. Måløy, S. Douady, E. Altshuler, *Uphill solitary waves in granular flows*, Physical Review **75**, p. 031303, 2007, and E. Altshuler, O. Ramos, E. Martínez, A. J. Batista-Leyva, A. Rivera & K. E. Bassler, *Sandpile formation by revolving rivers*, Physical Review Letters **91**, p. 014501, 2003. Cited on page 267.

319 P. B. Umbanhowar, F. Melo & H. L. Swinney, *Localized excitations in a vertically vibrated granular layer*, Nature **382**, pp. 793–796, 29 August 1996. Cited on page 267.

320 D. K. Campbell, S. Flach & Y. S. Kivshar, *Localizing energy through nonlinearity and discreteness*, Physics Today **57**, pp. 43–49, January 2004. Cited on page 267.

321 B. Andreotti, *The song of dunes as a wave-particle mode locking*, Physical Review Letters **92**, p. 238001, 2004. Cited on page 268.

322 D. C. Mays & B. A. Faybishenko, *Washboards in unpaved highways as a complex dynamic system*, Complexity **5**, pp. 51–60, 2000. See also N. Taberlet, S. W. Morris & J. N. McElwaine, *Washboard road: the dynamics of granular ripples formed by rolling wheels*, Physical Review Letters **99**, p. 068003, 2007. Cited on pages 268 and 402.

323 K. Kötter, E. Goles & M. Markus, *Shell structures with 'magic numbers' of spheres in a swirled disk*, Physical Review E **60**, pp. 7182–7185, 1999. Cited on page 268.

324 A good introduction is the text by Daniel Walgraef, *Spatiotemporal Pattern Formation, With Examples in Physics, Chemistry and Materials Science*, Springer 1996. Cited on page 268.

325 For an overview, see the Ph.D. thesis by Joceline Lega, *Défauts topologiques associés à la brisure de l'invariance de translation dans le temps*, Université de Nice, 1989. Cited on page 270.

326 An idea of the fascinating mechanisms at the basis of the heart beat is given by A. Babloyantz & A. Destexhe, *Is the normal heart a periodic oscillator?*, Biological Cybernetics **58**, pp. 203–211, 1989. Cited on page 271.

327 For a short, modern overview of turbulence, see L. P. Kadanoff, *A model of turbulence*, Physics Today **48**, pp. 11–13, September 1995. Cited on page 272.

328 For a clear introduction, see T. Schmidt & M. Mahrl, *A simple mathematical model of a dripping tap*, European Journal of Physics **18**, pp. 377–383, 1997. No citations.

329 The mathematics of fur patterns has been studied in great detail. By varying parameters in reaction–diffusion equations, it is possible to explain the patterns on zebras, leopards, giraffes and many other animals. The equations can be checked by noting, for eyample, how the calculated patterns continue on the tail, which usually looks quite different. In fact, most patterns look differently if the fur is not flat but curved. This is a general phenomenon, valid also for the spot patterns of ladybugs, as shown by S. S. Liaw, C. C. Yang, R. T. Liu & J. T. Hong, *Turing model for the patterns of lady beetles*, Physical Review E **64**, p. 041909, 2001. Cited on page 272.

330 An overview of science humour can be found in the famous anthology compiled by R. L. Weber, edited by E. Mendoza, *A Random Walk in Science*, Institute of Physics, 1973. It is also available in several expanded translations. Cited on page 272.

331 W. Dreybrodt, *Physik von Stalagmiten*, Physik in unserer Zeit pp. 25–30, Physik in unserer Zeit February 2009. Cited on page 273.

332 K. Mertens, V. Putkaradze & P. Vorobieff, *Braiding patterns on an inclined plane*, Nature **430**, p. 165, 2004. Cited on page 273.

333 These beautifully simple experiments were published in G. Müller, *Starch columns: analog model for basalt columns*, Journal of Geophysical Research **103**, pp. 15239–15253, 1998, in G. Müller, *Experimental simulation of basalt columns*, Journal of Volcanology and Geothermal Research **86**, pp. 93–96, 1998, and in G. Müller, *Trocknungsrisse in Stärke*, Physikalische Blätter **55**, pp. 35–37, 1999. Cited on page 275.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

334 To get a feeling for viscosity, see the fascinating text by Steven Vogel, *Life in Moving Fluids: the Physical Biology of Flow*, Princeton University Press, 1994. Cited on page 275.

335 B. Hof, C. W. H. van Doorne, J. Westerweel, F. T. M. Nieuwstadt, H. Wedin, R. Kerswell, F. Waleffe, H. Faisst & B. Eckhardt, *Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow*, Science **305**, pp. 1594–1598, 2004. See also B. Hof & al., *Finite lifetime of turbulence in shear flows*, Nature **443**, p. 59, 2006. Cited on page 276.

336 A fascinating book on the topic is Kenneth Laws & Martha Swope, *Physics and the Art of Dance: Understanding Movement*, Oxford University Press 2002. See also Kenneth Laws & M. Lott, *Resource Letter PoD-1: The Physics of Dance*, American Journal of Physics **81**, pp. 7–13, 2013. No citations.

337 The fascinating variation of snow crystals is presented in C. Magono & C. W. Lee, *Meteorological classification of natural snow crystals*, Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University Ser. VII, II, pp. 321–325, 1966, also online at the eprints.lib.hokudai.ac.jp website. Cited on page 278.

338 Josef H. Reichholf, *Eine kurze Naturgeschichte des letzten Jahrtausends*, Fischer Verlag, 2007. Cited on page 278.

339 See for example, E. F. Bunn, *Evolution and the second law of thermodynamics*, American Journal of Physics 77, pp. 922–925, 2009. Cited on page 278.

340 See the paper J. Maldacena, S. H. Shenker & D. Stanford, *A bound on chaos*, free preprint at www.arxiv.org/abs/1503.01409. The bound has not be put into question yet. Cited on page 278.

341 A good introduction of the physics of bird swarms is T. Feder, *Statistical physics is for the birds*, Physics Today **60**, pp. 28–30, October 2007. Cited on page 279.

342 J. J. Lissauer, *Chaotic motion in the solar system*, Reviews of Modern Physics **71**, pp. 835–845, 1999. Cited on page 282.

343 See Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 426. Cited on page 282.

344 For information about the number π, and about some other mathematical constants, the website oldweb.cecm.sfu.ca/pi/pi.html provides the most extensive information and references. It also has a link to the many other sites on the topic, including the overview at mathworld.wolfram.com/Pi.html. Simple formulae for π are

$$\pi + 3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\, 2^n}{\binom{2n}{n}} \tag{125}$$

or the beautiful formula discovered in 1996 by Bailey, Borwein and Plouffe

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n} \left( \frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right) . \tag{126}$$

The mentioned site also explains the newly discovered methods for calculating specific binary digits of π without having to calculate all the preceding ones. The known digits of π pass all tests of randomness, as the mathworld.wolfram.com/PiDigits.html website explains. However, this property, called *normality*, has never been proven; it is the biggest open question about π. It is possible that the theory of chaotic dynamics will lead to a solution of this puzzle in the coming years.

Another method to calculate π and other constants was discovered and published by D. V. Chudnovsky & G. V. Chudnovsky, *The computation of classical constants*, Proceedings of the National Academy of Sciences (USA) **86**, pp. 8178–8182, 1989. The Chudnowsky brothers have built a supercomputer in Gregory's apartment for about

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

70 000 euros, and for many years held the record for calculating the largest number of digits of π. They have battled for decades with Kanada Yasumasa, who held the record in 2000, calculated on an industrial supercomputer. However, from 2009 on, the record number of (consecutive) digits of π has been always calculated on a desktop PC. The first was Fabrice Bellard, wo needed 123 days and used a Chudnovsky formula. Bellard calculated over 2.7 million million digits, as told on bellard.org. New formulae to calculate π are still occasionally discovered. (For the most recent records, see en.wikipedia.org/wiki/Chronology_of_computation_of_%CF%80.)

For the calculation of Euler's constant γ see also D. W. DeTemple, *A quicker convergence to Euler's constant*, The Mathematical Intelligencer, pp. 468–470, May 1993. Cited on pages 282 and 315.

345 The Johnson quote is found in William Seward, *Biographiana*, 1799. For details, see the story in quoteinvestigator.com/2014/11/08/without-effort/. Cited on page 287.

346 The first written record of the letter U seems to be Leon Battista Alberti, *Grammatica della lingua toscana*, 1442, the first grammar of a modern (non-latin) language, written by a genius that was intellectual, architect and the father of cryptology. The first written record of the letter J seems to be Antonio de Nebrija, *Gramática castellana*, 1492. Before writing it, Nebrija lived for ten years in Italy, so that it is possible that the I/J distinction is of Italian origin as well. Nebrija was one of the most important Spanish scholars. Cited on page 288.

347 For more information about the letters thorn and eth, have a look at the extensive report to be found on the website www.everytype.com/standards/wynnyogh/thorn.html. No citations.

348 For a modern history of the English language, see David Crystal, *The Stories of English*, Allen Lane, 2004. Cited on page 288.

349 Hans Jensen, *Die Schrift*, Berlin, 1969, translated into English as *Sign, Symbol and Script: an Account of Man's Efforts to Write*, Putnam's Sons, 1970. Cited on page 289.

350 David R. Lide, editor, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 78th edition, CRC Press, 1997. This classic reference work appears in a new edition every year. The full Hebrew alphabet is given on page 2-90. The list of abbreviations of physical quantities for use in formulae approved by ISO, IUPAP and IUPAC can also be found there.

However, the ISO 31 standard, which defines these abbreviations, costs around a thousand euro, is not available on the internet, and therefore can safely be ignored, like any standard that is supposed to be used in teaching but is kept inaccessible to teachers. Cited on pages 291 and 293.

351 See the mighty text by Peter T. Daniels & William Bright, *The World's Writing Systems*, Oxford University Press, 1996. No citations.

352 The story of the development of the numbers is told most interestingly by Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres*, Seghers, 1981, which has been translated into several languages. He sums up the genealogy of the number signs in ten beautiful tables, one for each digit, at the end of the book. However, the book itself contains factual errors on every page, as explained for example in the review found at www.ams.org/notices/200201/rev-dauben.pdf and www.ams.org/notices/200202/rev-dauben.pdf. Cited on page 291.

353 See the for example the fascinating book by Steven B. Smith, *The Great Mental Calculators – The Psychology, Methods and Lives of the Calculating Prodigies*, Columbia University Press, 1983. The book also presents the techniques that they use, and that anybody else can use to emulate them. Cited on page 292.

354 See for example the article 'Mathematical notation' in the *Encyclopedia of Mathematics*, 10 volumes, Kluwer Academic Publishers, 1988–1993. But first all, have a look at the informative and beautiful jeff560.tripod.com/mathsym.html website. The main source

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

for all these results is the classic and extensive research by Florian Cajori, *A History of Mathematical Notations*, 2 volumes, The Open Court Publishing Co., 1928–1929. The square root sign is used in Christoff Rudolff, *Die Coss*, Vuolfius Cephaleus Joanni Jung: Argentorati, 1525. (The full title was *Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeinlicklich die Coss genent werden. Darinnen alles so treülich an tag gegeben, das auch allein auss vleissigem lesen on allen mündtlichē vnterricht mag begriffen werden, etc.*) Cited on page 293.

355 J. Tschichold, *Formenwamdlungen der et-Zeichen*, Stempel AG, 1953. Cited on page 295.

356 Malcolm B. Parkes, *Pause and Effect: An Introduction to the History of Punctuation in the West*, University of California Press, 1993. Cited on page 295.

357 This is explained by Berthold Louis Ullman, *Ancient Writing and its Influence*, 1932. Cited on page 295.

358 Paul Lehmann, *Erforschung des Mittelalters – Ausgewählte Abhandlungen und Aufsätze*, Anton Hiersemann, 1961, pp. 4–21. Cited on page 295.

359 Bernard Bischoff, *Paläographie des römischen Altertums und des abendländischen Mittelalters*, Erich Schmidt Verlag, 1979, pp. 215–219. No citations.

360 Hutton Webster, *Rest Days: A Study in Early Law and Morality*, MacMillan, 1916. The discovery of the unlucky day in Babylonia was made in 1869 by George Smith, who also rediscovered the famous *Epic of Gilgamesh*. Cited on page 296.

361 The connections between Greek roots and many French words – and thus many English ones – can be used to rapidly build up a vocabulary of ancient Greek without much study, as shown by the practical collection by J. Chaineux, *Quelques racines grecques*, Wetteren – De Meester, 1929. See also Donald M. Ayers, *English Words from Latin and Greek Elements*, University of Arizona Press, 1986. No citations.

362 In order to write well, read William Strunk & E. B. White, *The Elements of Style*, Macmillan, 1935, 1979, or Wolf Schneider, *Deutsch für Kenner – Die neue Stilkunde*, Gruner und Jahr, 1987. Cited on page 299.

363 *Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France. All new developments concerning SI units are published in the journal *Metrologia*, edited by the same body. Showing the slow pace of an old institution, the BIPM launched a website only in 1998; it is now reachable at www.bipm.fr. See also the www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html website; this includes the biographies of people who gave their names to various units. The site of its British equivalent, www.npl.co.uk/npl/reference, is much better; it provides many details as well as the English-language version of the SI unit definitions. No citations.

364 The bible in the field of time measurement is the two-volume work by J. Vanier & C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. A popular account is Tony Jones, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000.

The site opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html gives a glossary of terms used in the field. For precision *length* measurements, the tools of choice are special lasers, such as mode-locked lasers and frequency combs. There is a huge literature on these topics. Equally large is the literature on precision *electric current* measurements; there is a race going on for the best way to do this: counting charges or measuring magnetic forces. The issue is still open. On *mass* and atomic mass measurements, see the volume on relativity. On high-precision *temperature* measurements, see Ref. 283. No citations.

Vol. II, page 65

365 The unofficial SI prefixes were first proposed in the 1990s by Jeff K. Aronson of the University of Oxford, and might come into general usage in the future. See New Scientist **144**, p. 81, 3 December 1994. Other, less serious proposals also exist. Cited on page 302.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

366 The most precise clock built in 2004, a caesium fountain clock, had a precision of one part in $10^{15}$. Higher precision has been predicted to be possible soon, among others by M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi & H. Katori, *An optical lattice clock*, Nature **435**, pp. 321–324, 2005. Cited on page 304.

367 J. Bergquist, ed., *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, World Scientific, 1997. Cited on page 304.

368 J. Short, *Newton's apples fall from grace*, New Scientist **2098**, p. 5, 6 September 1997. More details can be found in R. G. Keesing, *The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics **39**, pp. 377–391, 1998. No citations.

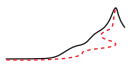
369 The various concepts are even the topic of a separate international standard, ISO 5725, with the title *Accuracy and precision of measurement methods and results*. A good introduction is John R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. No citations.

370 The most recent (2010) recommended values of the fundamental physical constants are found only on the website physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html. This set of constants results from an international adjustment and is recommended for international use by the Committee on Data for Science and Technology (CODATA), a body in the International Council of Scientific Unions, which brings together the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) and other organizations. The website of IUPAC is www.iupac.org. No citations.

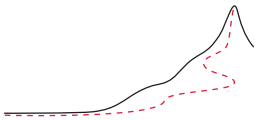
371 Some of the stories can be found in the text by N. W. Wise, *The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994. The field of high-precision measurements, from which the results on these pages stem, is a world on its own. A beautiful introduction to it is J. D. Fairbanks, B. S. Deaver, C. W. Everitt & P. F. Michaelson, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. No citations.

372 For details see the well-known astronomical reference, P. Kenneth Seidelmann, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Cited on page 313.

373 F.F. Stanaway & al., *How fast does the Grim Reaper walk? Receiver operating characteristic curve analysis in healthy men aged 70 and over*, British Medical Journal **343**, p. 7679, 2011. This paper by an Australian research team, was based on a study of 1800 older men that were followed over several years; the paper was part of the 2011 Christmas issue and is freely downloadable at www.bmj.com. Additional research shows that walking and training to walk rapidly can indeed push death further away, as summarized by K. Jahn & T. Brandt, *Wie Alter und Krankheit den Gang verändern*, Akademie Aktuell **03**, pp. 22–25, 2012, The paper also shows that humans walk upright since at least 3.6 million years and that walking speed decreases about 1% per year after the age of 60. Cited on page 327.



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



# CREDITS

## Acknowledgements

Many people who have kept their gift of curiosity alive have helped to make this project come true. Most of all, Saverio Pascazio has been – present or not – a constant reference for this project. Fernand Mayné, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van der Mark, Kim Jalink, my parents Peter and Isabella Schiller, Mike van Wijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara and Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger and, most of all, my wife Britta have all provided valuable advice and encouragement.

Many people have helped with the project and the collection of material. Most useful was the help of Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, the numerous improvements by Bert Sierra, the detailed suggestions by Claudio Farinati, the many improvements by Eric Sheldon, the detailed suggestions by Andrew Young, the continuous help and advice of Jonatan Kelu, the corrections of Elmar Bartel, and in particular the extensive, passionate and conscientious help of Adrian Kubala.

Important material was provided by Bert Peeters, Anna Wierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter Mayr, Allan Hayes, Norbert Dragon, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wim de Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas Fabian Moser, Dejan Corovic, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascazio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson, Roggie Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Danecek, Ingo Thies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proença, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio González, Antonio Martos, André Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltán Gácsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Köppe, Martin Rivas, Herman Beeksma, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, François Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Królikowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, S.R. Madhu Rao, David Parks, Jürgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Damoon Saghian, Frank Sweetser, Markus Zecherle, Zach Joseph Espiritu, Marian Denes, Miles Mutka, plus a number of people who wanted to remain unnamed.

The software tools were refined with extensive help on fonts and typesetting by Michael Zedler and Achim Blumensath and with the repeated and valuable support of Donald Arseneau; help came also from Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Böhncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vincent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccone, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, Joseph Wright, Enrico Gregorio,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Rolf Niepraschk, Alexander Grahn, Werner Fabian and Karl Köller.

The typesetting and book design is due to the professional consulting of Ulrich Dirr. The typography was much improved with the help of Johannes Küster and his Minion Math font. The design of the book and its website also owe much to the suggestions and support of my wife Britta.

I also thank the lawmakers and the taxpayers in Germany, who, in contrast to most other countries in the world, allow residents to use the local university libraries.

From 2007 to 2011, the electronic edition and distribution of the Motion Mountain text was generously supported by the Klaus Tschira Foundation.

## Film credits

The beautiful animation of the rotating attached dodecaeder on page ?? is copyright and courtesy of Jason Hise; he made it for this text and for the Wikimedia Commons website. The clear animation of a suspended spinning top, shown on page 137, was made for this text by Lucas Barbosa. The impressive animation of the solar system on page 144 was made for this text by Rhys Taylor and is now found at his website www.rhysy.net. The beautiful animation of the lunation on page 173 was calculated from actual astronomical data and is copyright and courtesy by Martin Elsässer. It can be found on his website www.mondatlas.de/lunation.html. The beautiful film of geostationary satellites on page 177 is copyright and courtesy by Michael Kunze and can be found on his beautiful site www.sky-in-motion.de/en. The beautiful animation of the planets and planetoids on page 200 is copyright and courtesy by Hans-Christian Greier. It can be found on his wonderful website www.parallax.at. The film of an oscillating quartz on page ?? is copyright and courtesy of Micro Crystal, part of the Swatch Group, found at www.microcrystal.com. The animation illustrating group and wave velocity on page ?? and the animation illustrating the molecular motion in a sound wave on page ?? are courtesy and copyright of the ISVR at the University of Southampton. The film of the rogue wave on page ?? is courtesy and copyright of Amin Chabchoub; details can be found at journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.2.011015. The films of solitons on page ?? and of dromions on page ?? are copyright and courtesy by Jarmo Hietarinta. They can be found on his website users.utu.fi/hietarin. The film of leapfrogging vortex rings on page ?? is copyright and courtesy by Lim Tee Tai. It can be found via his fluid dynamics website serve.me.nus.edu.sg. The film of the growing snowflake on page 268 is copyright and courtesy by Kenneth Libbrecht. It can be found on his website www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals.

## Image credits

The photograph of the east side of the Langtang Lirung peak in the Nepalese Himalayas, shown on the front cover, is courtesy and copyright by Kevin Hite and found on his blog thegettingthere.com. The lightning photograph on page 13 is courtesy and copyright by Harald Edens and found on the www.lightningsafety.noaa.gov/photos.htm and www.weather-photography.com websites. The motion illusion on page 17 is courtesy and copyright by Michael Bach and found on his website www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html. It is a variation of the illusion by Kitaoka Akiyoshi found on www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka and used here with his permission. The figures on pages 19, ?? and 187 were made especially for this text and are copyright by Luca Gastaldi. The high speed photograph of a bouncing tennis ball on page 19 is courtesy and copyright by the International Tennis Federation, and were provided by Janet Page. The figure of Etna on pages 20 and 139 is copyright and courtesy of Marco Fulle and found on the wonderful website www.stromboli.net. The famous photograph of the Les Poulains and its lighthouse by Philip Plisson on page 21 is courtesy and copyright by Pechêurs d'Images; see the websites www.plisson.com and www.pecheurs-d-images.com. It is also found in Plisson's magnus opus *La Mer*, a stunning book of photographs of the sea. The picture on page 22 of Alexander

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

Tsukanov jumping from one ultimate wheel to another is copyright and courtesy of the Moscow State Circus. The photograph of a deer on page 24 is copyright and courtesy of Tony Rodgers and taken from his website www.flickr.com/photos/moonm. The photographs of speed measurement devices on page 34 are courtesy and copyright of the Fachhochschule Koblenz, of Silva, of Tracer and of Wikimedia. The graph on page ?? is redrawn and translated from the wonderful book by Henk Tennekes, *De wetten van de vliegkunst - Over stijgen, dalen, vliegen en zweven*, Aramith Uitgevers, 1993. The photographs of the ping-pong ball on page 39 and of the dripping water tap on page ?? are copyright and courtesy of Andrew Davidhazy and found on his website www.rit.edu/~andpph. The photograph of the bouncing water droplet on page 39 are copyright and courtesy of Max Groenendijk and found on the website www.lightmotif.nl. The photograph of the precision sundial on page ?? is copyright and courtesy of Stefan Pietrzik and found at commons.wikimedia.org/wiki/Image:Präzissions-Sonnenuhr_mit_Sommerwalze.jpg The other clock photographs in the figure are from public domain sources as indicated. The graph on the scaling of biological rhythms on page ?? is drawn by the author using data from the European Molecular Biology Organization found at www.nature.com/embor/journal/v6/n1s/fig_tab/7400425_f3.html and Enrique Morgado. The drawing of the human ear on page page 49 and on page ?? are copyright of Northwestern University and courtesy of Tim Hain; it is found on his website www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html. The illustrations of the vernier caliper and the micrometer screw on page 52 and 63 are copyright of Medien Werkstatt, courtesy of Stephan Bogusch, and taken from their instruction course found on their website www.medien-werkstatt.de. The photo of the tiger on page 52 is copyright of Naples zoo (in Florida, not in Italy), and courtesy of Tim Tetzlaff; see their website at www.napleszoo.com. The other length measurement devices on page 52 are courtesy and copyright of Keyence and Leica Geosystems, found at www.leica-geosystems.com. The curvimeter photograph on page 53 is copyright and courtesy of Frank Müller and found on the www.wikimedia.org website. The crystal photograph on the left of page 57 is copyright and courtesy of Stephan Wolfsried and found on the www.mindat.org website. The crystal photograph on the right of page 57 is courtesy of Tullio Bernabei, copyright of Arch. Speleoresearch & Films/La Venta and found on the www.laventa.it and www.naica.com.mx websites. The hollow Earth figure on pages 58 is courtesy of Helmut Diel and was drawn by Isolde Diel. The wonderful photographs on page 67, page 139, page 160, page 196, page 192 and page 349 are courtesy and copyright by Anthony Ayiomamitis; the story of the photographs is told on his beautiful website at www.perseus.gr. The anticrepuscular photograph on page 69 is courtesy and copyright by Peggy Peterson. The rope images on page 69 are copyright and courtesy of Jakob Bohr. The image of the tight knot on page 70 is courtesy and copyright by Piotr Pieranski. The firing caterpillar figure of page 76 is courtesy and copyright of Stanley Caveney. The photograph of an airbag sensor on page 82 is courtesy and copyright of Bosch; the accelerometer picture is courtesy and copyright of Rieker Electronics; the three drawings of the human ear are copyright of Northwestern University and courtesy of Tim Hain and found on his website www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html. The photograph of Orion on page 84 is courtesy and copyright by Matthew Spinelli; it was also featured on antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030207.html. On page 84, the drawing of star sizes is courtesy and copyright Dave Jarvis. The photograph of Regulus and Mars on page 85 is courtesy and copyright of Jürgen Michelberger and found on www.jmichelberger.de. On page 87, the millipede photograph is courtesy and copyright of David Parks and found on his website www.mobot.org/mobot/madagascar/image.asp?relation=A71. The photograph of the gecko climbing the bus window on page 87 is courtesy and copyright of Marcel Berendsen, and found on his website www.flickr.com/photos/berendm. The photograph of the amoeba is courtesy and copyright of Antonio Guillén Oterino and is taken from his wonderful website *Proyecto Agua* at www.flickr.com/photos/microagua. The photograph of N. decemspinosa on page 87 is courtesy and copyright of Robert Full, and found on his website rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs. The

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

photograph of P. ruralis on page 87 is courtesy and copyright of John Brackenbury, and part of his wonderful collection on the website www.sciencephoto.co.uk. The photograph of the rolling spider on page 87 is courtesy and copyright of Ingo Rechenberg and can be found at www.bionik.tu-berlin.de, while the photo of the child somersaulting is courtesy and copyright of Karva Javi, and can be found at www.flickr.com/photos/karvajavi. The photographs of flagellar motors on page 89 are copyright and courtesy by Wiley & Sons and found at emboj.embopress.org/content/30/14/2972. The two wonderful films about bacterial flagella on page 90 and on page 90 are copyright and courtesy of the Graduate School of Frontier Biosciences at Osaka University. The beautiful photograph of comet McNaught on page 91 is courtesy and copyright by its discoveror, Robert McNaught; it is taken from his website at www.mso.anu.edu.au/~rmn and is found also on antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap070122.html. The sonoluminsecence picture on page 91 is courtesy and copyright of Detlef Lohse. The photograph of the standard kilogram on page 95 is courtesy and copyright by the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). On page 102, the photograph of Mendeleyev's balance is copyright of Thinktank Trust and courtesy of Jack Kirby; it can be found on the www.birminghamstories.co.uk website. The photograph of the laboratory balance is copyright and courtesy of Mettler-Toledo. The photograph of the cosmonaut mass measurement device is courtesy of NASA. On page 107, the photographs of the power meters are courtesy and copyright of SRAM, Laser Components and Wikimedia. The measured graph of the walking human on page 114 is courtesy and copyright of Ray McCoy. On page 120, the photograph of the stacked gyros is cortesy of Wikimedia. The photograph of the clock that needs no winding up is copyright Jaeger-LeCoultre and courtesy of Ralph Stieber. Its history and working are described in detail in a brochure available from the company. The company's website is www.Jaeger-LeCoultre.com. The photograph of the ship lift at Strépy-Thieux on page 123 is courtesy and copyright of Jean-Marie Hoornaert and found on Wikimedia Commons. The photograph of the Celtic wobble stone on page 124 is courtesy and copyright of Ed Keath and found on Wikimedia Commons. The photograph of the star trails on page 127 is courtesy and copyright of Robert Schwartz; it was featured on apod.nasa.gov/apod/ap120802.html. The photograph of Foucault's gyroscope on page 131 is courtesy and copyright of the museum of the CNAM, the Conservatoire National des Arts et Métiers in Paris, whose website is at www.arts-et-metiers.net. The photograph of the laser gyroscope on page 131 is courtesy and copyright of JAXA, the Japan Aerospace Exploration Agency, and found on their website at jda.jaxa.jp. On page 132, the three-dimensional model of the gyroscope is copyright and courtesy of Zach Joseph Espiritu. The drawing of the precision laser gyroscope on page 134 is courtesy of Thomas Klügel and copyright of the Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. The photograph of the instrument is courtesy and copyright of Carl Zeiss. The machine is located at the Fundamentalstation Wettzell, and its website is found at www.wettzell.ifag.de. The illustration of plate tectonics on page 138 is from a film produced by NASA's HoloGlobe project and can be found on svs.gsfc.nasa.gov/cgi-bin/details.cgi?aid=1288 The graph of the temperature record on page 143 is copyright and courtesy Jean Jouzel and Science/AAAS. The photographs of a crane fly and of a hevring fly with their halteres on page 148 are by Pinzo, found on Wikimedia Commons, and by Sean McCann from his website ibycter.com. The MEMS photograph and graph is copyright and courtesy of ST Microelectronics. On page 153, Figure 114 is courtesy and copyright of the international Gemini project (Gemini Observatory/Association of Universities for Research in Astronomy) at www.ausgo.unsw.edu.au and www.gemini.edu; the photograph with the geostationary satellites is copyright and courtesy of Michael Kunze and can be found just before his equally beautiful film at www.sky-in-motion.de/de/zeitraffer_einzel.php?NR=12. The basilisk running over water, page 155 and on the back cover, is courtesy and copyright by the Belgian group TERRA vzw and found on their website www.terravzw.org. The water strider photograph on page 155 is courtesy and copyright by Charles Lewallen. The photograph of the water robot on page 155 is courtesy and copyright by the American Institute of Physics. The allometry graph about running speed in mammals is courtesy and copyright of José Iriarte-Díaz and of The Journal of Ex-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

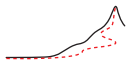
perimental Biology; it is reproduced and adapted with their permission from the original article, Ref. 131, found at jeb.biologists.org/content/205/18/2897. The illustration of the motion of Mars on page 159 is courtesy and copyright of Tunc Tezel. The photograph of the precision pendulum clock on page 162 is copyright of Erwin Sattler OHG,Sattler OHG, Erwin and courtesy of Ms. Stephanie Sattler-Rick; it can be found at the www.erwinsattler.de website. The figure on the triangulation of the meridian of Paris on page 164 is copyright and courtesy of Ken Alder and found on his website www.kenalder.com. The photographs of the home version of the Cavendish experiment on page 166 are courtesy and copyright by John Walker and found on his website www.fourmilab.ch/gravitation/foobar. The photographs of the precision Cavendish experiment on page 167 are courtesy and copyright of the Eöt-Wash Group at the University of Washington and found at www.npl.washington.edu/eotwash. The geoid of page 169 is courtesy and copyright by the GeoForschungsZentrum Potsdam, found at www.gfz-potsdam.de. The moon maps on page 174 are courtesy of the USGS Astrogeology Research Program, astrogeology.usgs.gov, in particular Mark Rosek and Trent Hare. The graph of orbits on page ?? is courtesy and copyright of Geoffrey Marcy. On page ??, the asteroid orbit is courtesy and copyrigt of Seppo Mikkola. The photograph of the tides on page 179 is copyright and courtesy of Gilles Régnier and found on his website www.gillesregnier.com; it also shows an animation of that tide over the whole day. The meteorite photograph on page 186 is courtesy and copyright of Robert Mikaelyan and found on his website www.fotoarena.nl/tag/robert-mikaelyan/. The pictures of fast descents on snow on page 189 are copyright and courtesy of Simone Origone, www.simoneorigone.it, and of Éric Barone, www.ericbarone.com. The photograph of the Galilean satellites on page 190 is courtesy and copyright by Robin Scagell and taken from his website www.galaxypix.com. On page 196, the photographs of Venus are copyrigt of Wah! and courtesy of Wikimedia Commons; see also apod.nasa.gov/apod/ap060110.html. On page 198, the old drwing of Le Sage is courtesy of Wikimedia. The pictures of solar eclipses on page 202 are courtesy and copyright by the Centre National d'Etudes Spatiales, at www.cnes.fr, and of Laurent Laveder, from his beautiful site at www.PixHeaven.net. The photograph of water parabolae on page 205 is copyright and courtesy of Oase GmbH and found on their site www.oase-livingwater.com. The photograph of insect gear on page 222 is copyright and courtesy of Malcolm Burrows; it is found on his website www.zoo.cam.ac.uk/departments/insect-neuro. The pictures of daisies on page 223 are copyright and courtesy of Giorgio Di Iorio, found on his website www.flickr.com/photos/gioischia, and of Thomas Lüthi, found on his website www.tiptom.ch/album/blumen/. The photograph of fireworks in Chantilly on page 226 is courtesy and copyright of Christophe Blanc and taken from his beautiful website at christopheblanc.free.fr. On page 235, the beautiful photograph of M74 is copyright and courtesy of Mike Hankey and found on his beautiful website cdn.mikesastrophotos.com. The figure of myosotis on page 244 is courtesy and copyright by Markku Savela. The image of the wallpaper groups on page page 245 is copyright and courtesy of Dror Bar-Natan, and is taken from his fascinating website at www.math.toronto.edu/~drorbn/Gallery. The images of solid symmetries on page page 246 is copyright and courtesy of Jonathan Goss, and is taken from his website at www.phys.ncl.ac.uk/staff.njpg/symmetry. Also David Mermin and Neil Ashcroft have given their blessing to the use. On page ??, the Fourier decomposition graph is courtesy Wikimedia. The drawings of a ringing bell on page ?? are courtesy and copyright of H. Spiess. The image of a vinyl record on page ??scale=1 is copyright of Chris Supranowitz and courtesy of the University of Rochester; it can be found on his expert website at www.optics.rochester.edu/workgroups/cml/opt307/spr05/chris. On page ??, the water wave photographs are courtesy and copyright of Eric Willis, Wikimedia and allyhook. The interference figures on page ?? are copyright and courtesy of Rüdiger Paschotta and found on his free laser encyclopedia at www.rp-photonics.com. On page ??, the drawings of the larynx are courtesy Wikimedia. The images of the microanemometer on page page ?? are copyright of Microflown and courtesy of Marcin Korbasiewicz. More images can be found on their website at www.microflown.com. The image of the portable ultrasound machine on page ??

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

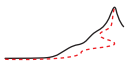
is courtesy and copyright General Electric. The ultrasound image on page ?? courtesy and copyright Wikimedia. The figure of the soliton in the water canal on page ?? is copyright and courtesy of Dugald Duncan and taken from his website on www.ma.hw.ac.uk/solitons/soliton1.html. The photograph on page ?? is courtesy and copyright Andreas Hallerbach and found on his website www.donvanone.de. The image of Rubik's cube on page ?? is courtesy of Wikimedia. On page ??, the photographs of shock waves are copyright and courtesy of Andrew Davidhazy, Gary Settles and NASA. The photographs of wakes on page ?? are courtesy Wikimedia and courtesy and copyright of Christopher Thorn. On page ??, the photographs un unusual water waves are copyright and courtesy of Diane Henderson, Anonymous and Wikimedia. The fractal mountain on page ?? is courtesy and copyright by Paul Martz, who explains on his website www.gameprogrammer.com/fractal.html how to program such images. The photograph of the oil droplet on a water surface on page ?? is courtesy and copyright of Wolfgang Rueckner and found on sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb. The soap bubble photograph on page page ?? is copyright and courtesy of LordV and found on his website www.flickr.com/photos/lordv. The photographs of silicon carbide on page ?? are copyright and courtesy of Dietmar Siche. The photograph of a single barium ion on page ?? is copyright and courtesy of Werner Neuhauser at the Universität Hamburg. The AFM image of silicon on page ?? is copyright of the Universität Augsburg and is used by kind permission of German Hammerl. The figure of helium atoms on metal on page ?? is copyright and courtesy of IBM. The photograph of an AFM on page ?? is copyright of Nanosurf (see www.nanosurf.ch) and used with kind permission of Robert Sum. The photograph of the tensegrity tower on page ?? is copyright and courtesy of Kenneth Snelson. The photograph of the Atomium on page ?? is courtesy and copyright by the Asbl Atomium Vzw and used with their permission, in cooperation with SABAM in Belgium. Both the picture and the Atomium itself are under copyright. The photographs of the granular jet on page ?? in sand are copyright and courtesy of Amy Shen, who discovered the phenomenon together with Sigurdur Thoroddsen. The photographs of the machines on page ?? are courtesy and copyright ASML and Voith. The photograph of the bucket-wheel excavator on page ?? is copyright and courtesy of RWE and can be found on their website www.rwe.com. The photographs of fluid motion on page ?? are copyright and courtesy of John Bush, Massachusetts Institute of Technology, and taken from his website www-math.mit.edu/~bush. On page ??, the images of the fluid paradoxa are courtesy and copyright of IFE. The images of the historic Magdeburg experiments by Guericke on page ?? are copyright of Deutsche Post, Otto-von-Guericke-Gesellschaft at www.ovgg.ovgu.de, and the Deutsche Fotothek at www.deutschefotothek.de; they are used with their respective permissions. On page page ??, the laminar flow photograph is copyright and courtesy of Martin Thum and found on his website at www.flickr.com/photos/39904644@N05; the melt water photograph is courtesy and copyright of Steve Butler and found on his website at www.flickr.com/photos/11665506@N00. The sailing boat on page ?? is courtesy and copyright of Bladerider International. The illustration of the atmosphere on page ?? is copyright of Sebman81 and courtesy of Wikimedia. The figures of wind speed measurement systems on page ?? are courtesy and copyright of AQSystems, at www.aqs.se, and Leosphere at www.leosphere.fr On page ??, the Leidenfrost photographs are courtesy and copyright Kenji Lopez-Alt and found on www.seriouseats.com/2010/08/how-to-boil-water-faster-simmer-temperatures.html. The photograph of the smoke ring at Etna on page ?? is courtesy and copyright by Daniela Szczepanski and found at her extensive websites www.vulkanarchiv.de and www.vulkane.net. On page ??, the photographs of rolling droplets are copyright and courtesy of David Quéré and taken from iusti.polytech.univ-mrs.fr/~aussillous/marbles.htm. The thermographic images of a braking bicycle on page ?? are copyright Klaus-Peter Möllmann and Michael Vollmer, Fachhochschule Brandenburg/Germany, and courtesy of Michael Vollmer and Frank Pinno. The image of page ?? is courtesy and copyright of ISTA. The images of thermometers on page ?? are courtesy and copyright Wikimedia, Ron Marcus, Braun GmbH, Universum, Wikimedia and Thermodevices. The balloon photograph on page ?? is copyright Johan de Jong and

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net

courtesy of the Dutch Balloon Register found at www.dutchballoonregister.nl.ballonregister, nederlands The pollen image on page ?? is from the Dartmouth College Electron Microscope Facility and courtesy Wikimedia. The scanning tunnelling microscope picture of gold on page ?? is courtesy of Sylvie Rousset and copyright by CNRS in France. The photograph of the Ranque–Hilsch vortex tube is courtesy and copyright Coolquip. The photographs and figure on page 265 are copyright and courtesy of Ernesto Altshuler, Claro Noda and coworkers, and found on their website www.complexperiments.net. The road corrugation photo is courtesy of David Mays and taken from his paper Ref. 322. The oscillon picture on page 267 is courtesy and copyright by Paul Umbanhowar. The drawing of swirled spheres on page 267 is courtesy and copyright by Karsten Kötter. The pendulum fractal on page 271 is courtesy and copyright by Paul Nylander and found on his website bugman123.com. The fluid flowing over an inclined plate on page 274 is courtesy and copyright by Vakhtang Putkaradze. The photograph of the Belousov-Zhabotinski reaction on page 275 is courtesy and copyright of Yamaguchi University and found on their picture gallery at www.sci.yamaguchi-u.ac.jp/sw/sw2006/. The photographs of starch columns on page 276 are copyright of Gerhard Müller (1940–2002), and are courtesy of Ingrid Hörnchen. The other photographs on the same page are courtesy and copyright of Raphael Kessler, from his websitewww.raphaelk.co.uk, of Bob Pohlad, from his websitewww.ferrum.edu/bpohlad, and of Cédric Hüsler. On page 277, the diagram about snow crystals is copyright and courtesy by Kenneth Libbrecht; see his website www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals. The photograph of a swarm of starlings on page 279 is copyright and courtesy of Andrea Cavagna and Physics Today. The photograph of the bursting soap bubble on page 323 is copyright and courtesy by Peter Wienerroither and found on his website homepage.univie.ac.at/Peter.Wienerroither. The photograph of sunbeams on page 326 is copyright and courtesy by Fritz Bieri and Heinz Rieder and found on their website www.beatenbergbilder.ch. The drawing on page 331 is courtesy and copyright of Daniel Hawkins. The photograph of a slide rule on page 334 is courtesy and copyright of Jörn Lütjens, and found on his website www.joernluetjens.de. On page 337, the bicycle diagram is courtesy and copyright of Arend Schwab. On page 349, the sundial photograph is courtesy and copyright of Stefan Pietrzik. On page 353 the chimney photographs are copyright and courtesy of John Glaser and Frank Siebner. The photograph of the ventomobil on page 360 is courtesy and copyright Tobias Klaus. All drawings are copyright by Christoph Schiller. If you suspect that your copyright is not correctly given or obtained, this has not been done on purpose; please contact me in this case.



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–March 2018 free pdf file available at www.motionmountain.net



# MOTION MOUNTAIN

## The Adventure of Physics – Vol. II

## Relativity

What is the most fantastic voyage possible?
Are shadows faster than light?
Can light be accelerated?
How does empty space bend and how do we measure it?
How stiff is empty space?
What are black holes?
What can we see and discover with the best telescopes?
What is the history of the universe?
What are the maximum force and power values in nature?

Answering these and other questions on motion, this series gives an entertaining and mind-twisting introduction into modern physics – one that is surprising and challenging on every page. Starting from everyday life, the adventure provides an overview of modern results in mechanics, heat, electromagnetism, relativity, quantum physics and unification.

Christoph Schiller, PhD Université Libre de Bruxelles, is a physicist and physics popularizer. He wrote this book for his children and for all students, teachers and readers interested in physics, the science of motion.

Pdf file available free of charge at
www.motionmountain.net