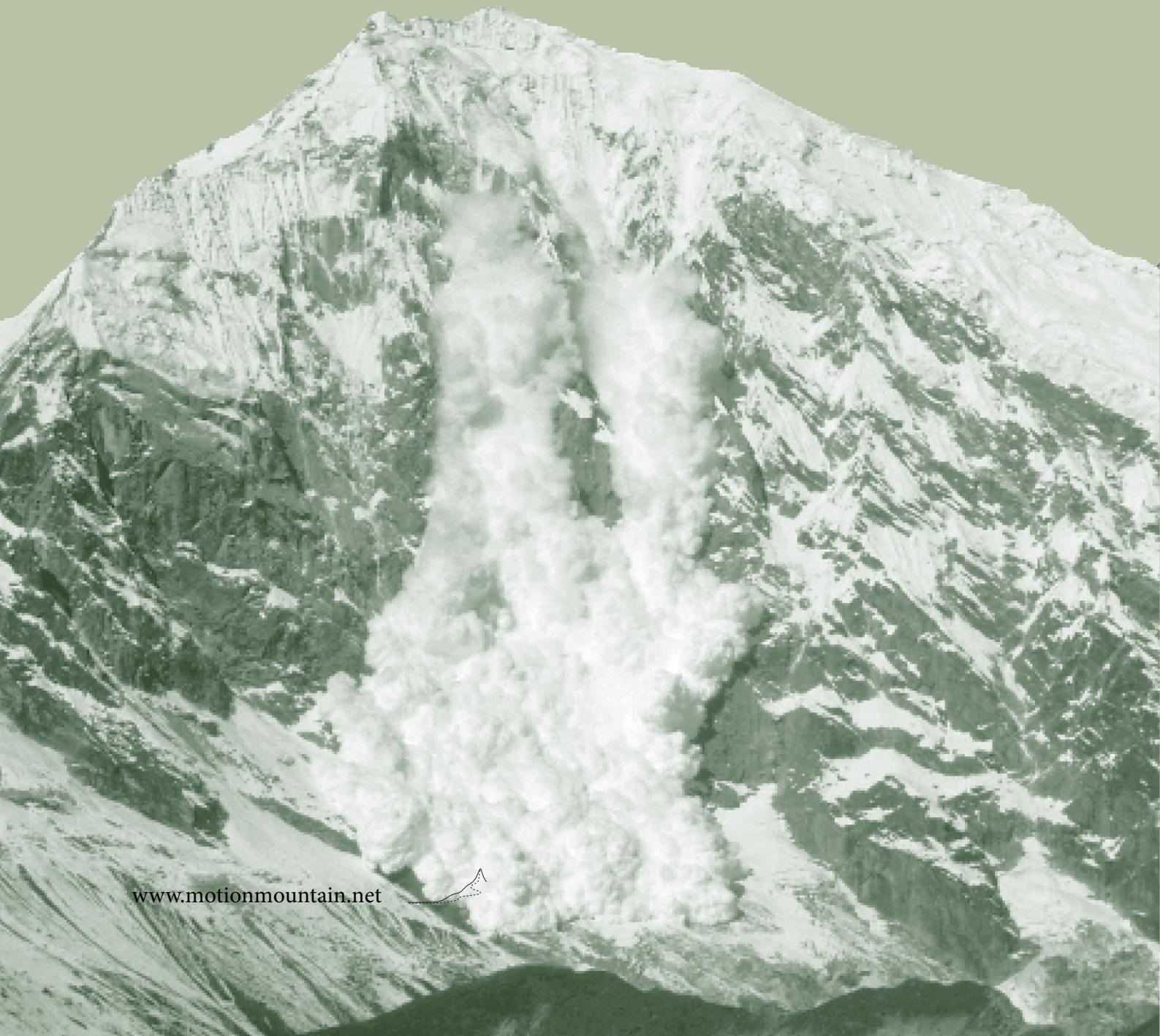


Christoph Schiller

IL MONTE DEL MOTO

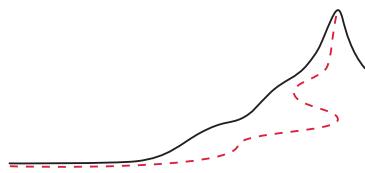
L'AVVENTURA DELLA FISICA – VOL.II

LA RELATIVITÀ



Christoph Schiller

IL MONTE DEL MOTO



L'avventura della fisica

La relatività

Traduzione di Alessandro Gori
e Salvatore Spampinato

Edizione 23.5, disponibile gratuitamente su
www.motionmountain.net

>Editio vicesima tertia.

Proprietas scriptoris © Christophori Schiller
secundo anno Olympiadis vicesimae nonae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliquo, quod
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Ventitreesima edizione.

Copyright © 2009 di Christoph Schiller,
il secondo anno della 29esima Olimpiade.



Questo file pdf è distribuito secondo la licenza Creative Commons Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany, il cui testo completo si trova sul sito creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/, con l'ulteriore restrizione che la riproduzione, la distribuzione e l'uso, in intero o in parte, in qualsiasi prodotto o servizio, commerciale o meno, sono proibiti senza il permesso scritto dell'autore. Resta gratuita per tutti la lettura, la memorizzazione e la stampa ad uso personale di questo file pdf, nonché la distribuzione elettronica, ma solamente senza modifica ed a titolo gratuito.

A Britta, Esther, Justus Aaron

e ai miei genitori

τῷ ἐμοὶ δαίμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.

PREFAZIONE

“ Primum movere, deinde docere.

Antichità

Questo testo è per ogni persona che prova curiosità per la natura e per il moto. Avere questa curiosità conduce a molte avventure. Il presente volume presenta le migliori nel campo della relatività.

La scienza che studia il moto è la fisica. Nella struttura della fisica, illustrata nella [figura 1](#), la teoria della relatività ricopre due punti importanti. La relatività speciale esplora il limite di velocità per l'energia c , e tutte le sue conseguenze. In particolare, il testo mostra come dedurre tutti i risultati da questo limite di velocità. La presente introduzione alla relatività è il risultato di un triplice obiettivo che ho perseguito sin dal 1990: presentare i fondamenti dello studio del moto in modo semplice, moderno, e vivace.

Per essere il più *semplice* possibile, il testo si concentra sui concetti, e mantiene la matematica al minimo possibile. Il testo è scritto al livello di un lettore che ha finito il liceo.

La teoria della relatività *speciale* si riduce a una sola idea: in natura, esiste un limite di velocità. Ne materia ne energia si muovono più veloci della luce. La teoria della relatività *generale*, invece, limita la forza: esiste una forza massima in natura. Il testo mostra come tutte le conseguenze delle due teorie derivano da questi limiti. Mettendo l'accento su questi due ‘principi limite’ si arriva alla relatività in modo semplice, rapido e intuitivo. Questo modo inusuale di imparare la relatività dovrebbe risvegliare la curiosità di ogni lettore – studente o professionista.

Per essere il più *moderno* possibile, il testo raccoglie i più interessanti risultati – teorici e sperimentali – che sono apparsi nella letteratura scientifica degli ultimi anni.

Per essere il più *vivace* possibile, il testo cerca di sorprendere il lettore il più possibile. Leggere un libro di fisica dovrebbe essere simile alla visione di uno spettacolo di magia: guardiamo, siamo sorpresi, non crediamo ai nostri occhi, riflettiamo, e finalmente – forse – troviamo il trucco. Guardando la natura, spesso abbiamo la stessa esperienza. In ogni pagina del testo dovrebbe trovarsi almeno una sorpresa o uno stimolo alla riflessione. In più, il testo propone molte piccole sfide; aiuti o soluzioni sono raccolte nell’appendice.

Vivere a fondo la propria curiosità e il proprio pensiero ci aiuta a sviluppare un carattere forte e attendibile. Il motto del testo, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, è un famoso detto sulla pedagogia di Hartmut von Hentig: ‘fortificare le persone, chiarire i fatti.’ L’esplorazione di qualsiasi limite richiede coraggio; ne richiede anche l’abbandono dell’uso dello spazio e del tempo per la descrizione del moto e della natura. Cambiare le abitudini di pensare crea paura, spesso nascosta da ira. Ma superando le nostre paure cresciamo in forza. E viviamo emozioni intense e belle. Tutte le grandi avventure della vita ce lo permettono, e l’esplorazione della fisica ne è una. Buona lettura!

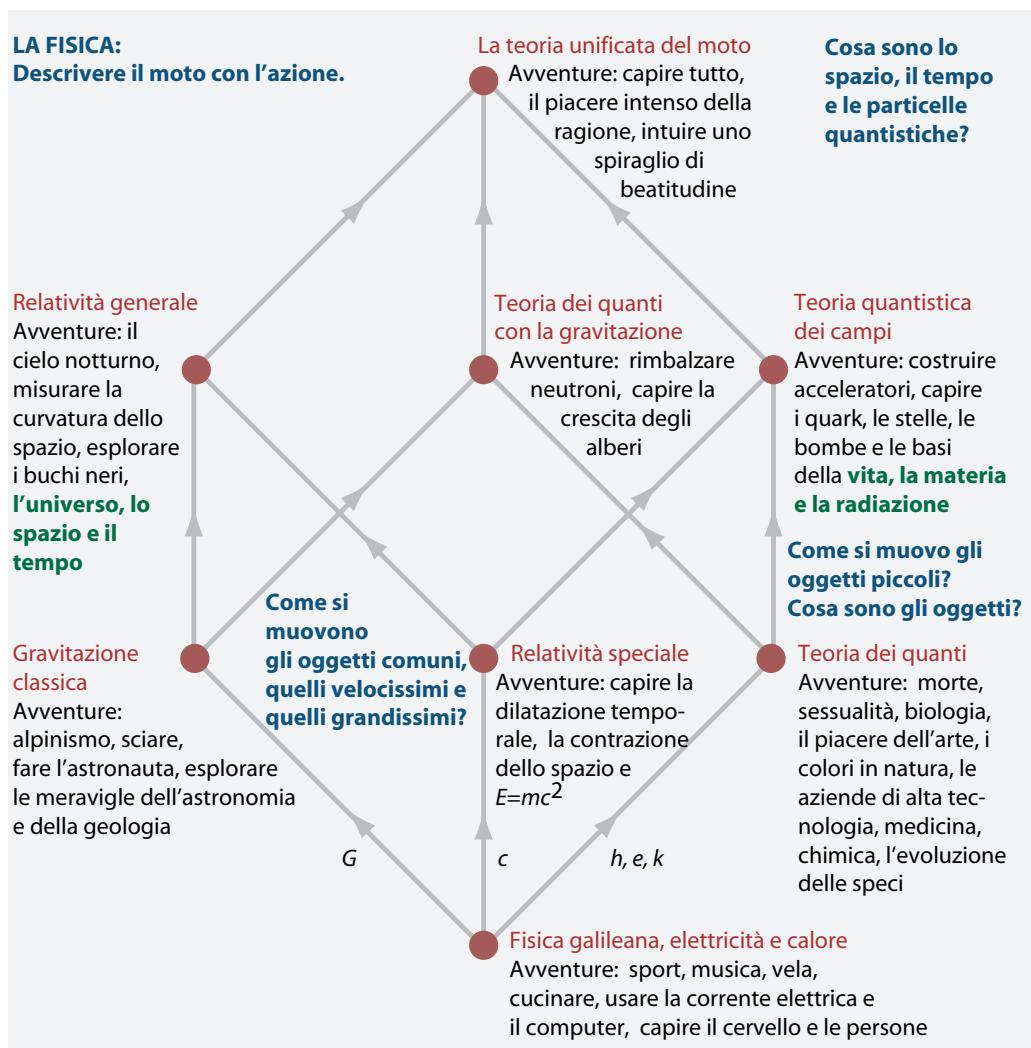


FIGURA 1 Una mappa completa della fisica: i nessi sono definiti dalla velocità della luce c , la costante gravitazionale G , la costante di Planck h , la costante di Boltzmann k e la carica elementare e .

UN CONSIGLIO AGLI STUDENTI

Nella mia esperienza di insegnante esiste un metodo che non ha mai fallito nel trasformare uno studente debole in uno di successo: quando si studia un libro, si ripete ogni sezione *con parole proprie, ad alta voce*. Se non ci si riesce, si rilegge la sezione, finché diventa possibile ricapitolare in parole proprie, ad alta voce. Il metodo si può usare da soli in una stanza, o con amici, o camminando. Se usato con tutto ciò che si legge, il tempo necessario allo studio sarà fortemente ridotto. Per di più, il piacere di leggere testi gradevoli aumenterà, e il fastidio di leggere testi brutti diminuirà. Gli esperti di questo metodo possono usarlo perfino durante le lezioni, a voce bassa, evitando così di prendere appunti.

L'USO DI QUESTO TESTO

Ogni frase in verde, come per esempio le note a margine, è un *link* su cui si può cliccare nel programma lettore di pdf. I link verdi possono essere referenze bibliografiche, note, rimandi ad altre pagine nel testo, soluzioni alle sfide, o URL di altri siti in rete.

Le soluzioni e gli aiuti alle sfide sono riportati alla fine di ogni parte. Le sfide sono classificate come facili (f), di difficoltà normale (n), difficili (d) o di livello di ricerca (r). Le sfide dei tipi n, d, o r, ancora senza soluzione, sono classificate (na).

UNA RICHIESTA

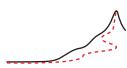
Il testo è e sempre resterà disponibile gratuitamente su internet. In scambio, chiedo di mandarmi un breve commento sui punti seguenti:

- Cosa può essere migliorato o corretto?
- Quale storia, soggetto, indovinello, fotografia o filmato manca?

È benvenuto anche ogni suggerimento sugli argomenti specifici elencati sulla pagina www.motionmountain.net/help.html. Il sito sites.google.com/site/motionmountainsuggestions/ permette di lasciare messaggi direttamente sulla rete. Per un contributo particolarmente utile ringrazierò aggiungendo il nome nella prossima edizione del testo, o con una ricompensa, o con entrambe le cose.

Ogni dono all'associazione che produce, traduce e pubblica questo testo è benvenuto! La pagina www.motionmountain.net/donation.html informa su tutti i dettagli. Se desiderato, il nome del donatore verrà incluso nella lista degli sponsor. A nome di tutti i lettori, grazie in anticipo per ogni aiuto.

Un'edizione rilegata della versione inglese di questo testo, spedita per posta all'indirizzo di propria scelta, può essere ordinata sui siti www.amazon.com, www.createspace.com o www.lulu.com. Ma soprattutto, auguro una piacevole lettura!



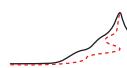


TAVOLA DELLE MATERIE

15 1 VELOCITÀ MASSIMA, OSSERVATORI A RIPOSO, E IL MOTO DELLA LUCE

Si può giocare a tennis con un impulso laser come pallina e due specchi come racchette? 21 • Albert Einstein 22 • La velocità della luce: velocità invariante e velocità limite 22 • La relatività speciale in poche righe 25 • Accelerazione della luce ed effetto Doppler 27 • La differenza tra la luce ed il suono 30 • Si può sparare più velocemente della propria ombra? 30 • La composizione delle velocità 32 • Osservatori e principio della relatività speciale 33 • Che cos'è lo spazio-tempo? 38 • Possiamo viaggiare nel passato? – Tempo e causalità 39

41 Curiosità della relatività speciale

Più veloce della luce: quanto lontano possiamo viaggiare? 41 • Sincronizzazione e viaggi nel tempo – può una madre rimanere più giovane della propria figlia? 42 • Contrazione della lunghezza 45 • Films relativistici – aberrazione ed effetto Doppler 48 • Qual'è il miglior posto a sedere su un autobus? 50 • Quanto veloce possiamo camminare? 51 • La velocità dell'ombra è maggiore della velocità della luce? 51 • Le parallele non sono parallele – la rotazione di Thomas 54 • Una storia infinita – temperatura e relatività 55

56 Meccanica relativistica

La massa nella relatività 56 • Perché giocare al biliardo relativistico è più difficile 58 • La massa è energia concentrata 59 • Collisioni, oggetti virtuali e tachioni 62 • Sistemi di particelle – nessun centro di massa 64 • Perché il moto è solitamente così lento? 65 • La storia dell'equivalenza massa-energia 66 • 4-vettori 67 • 4-velocità 68 • 4-momento 70 • 4-forza 72 • La rotazione nella relatività 72 • Il moto delle onde 74 • L'azione di una particella libera – come si muovono le cose? 74 • Trasformazioni conformi – perché la velocità della luce è costante? 76

78 Osservatori in accelerazione

L'accelerazione per osservatori inerziali 79 • Sistema di riferimento in accelerazione 80 • Orizzonte degli eventi 85 • L'accelerazione cambia i colori 86 • Può la luce muoversi più veloce di c ? 87 • Qual'è la velocità della luce? 87 • Limiti della lunghezza dei corpi solidi 89

90 La relatività speciale in quattro frasi

Può variare la velocità della luce? 90 • Cosa succede a velocità prossime a quella della luce? 91

92 2 RELATIVITÀ GENERALE SEMPLICE: GRAVITAZIONE, MASSIMA VELOCITÀ E MASSIMA FORZA

Massima forza - la relatività generale in una dichiarazione 93 • Il significato di forza e potenza limiti 95 • Le evidenze sperimentali 97 • Deducing general relativity 98 • Gravità, curvatura dello spazio-tempo, orizzonti e massima forza 103 • Condizioni di validità di forza e potenza limiti 105 • Esperimenti mentali (Gedanken) e paradossi sulla forza limite 105 • Esperimenti Gedanken con i limiti di flusso di potenza e di massa 111 • Perché la massima forza è rimasta sconosciuta per così tanto tempo 114 • Una comprensione intuitiva della relatività generale 115 • Una comprensione intuitiva della cosmologia 118 • Sfide sperimentali per il terzo millennio 119 • Una sintesi della relatività generale – e la minima forza 120

123 3 COME PUÒ LA MASSIMA VELOCITÀ CAMBIARE LO SPAZIO, IL TEMPO E LA

GRAVITÀ

Quiete e caduta libera 123 • Cosa ci dicono gli orologi circa la gravità 124 • Cosa ci dicono le maree sulla gravità 128 • Spazio curvo e materassi 130 • spazio-tempo curvato 132 • La velocità della luce e la costante gravitazionale 135 • Perché un sasso lanciato in aria ricade sulla Terra? – Geodetiche 136 • Può cadere la luce? 139 • curiosità e divertenti sfide sulla gravitazione 140 • Cos'è il peso? 145 • Perché le mele cadono? 146 • Una sintesi: le implicazioni dell'invarianza della velocità della luce sulla gravitazione 147

148 4 ORBITE APERTE, LUCE CURVATA E VUOTO OSCILLANTE

campi deboli 148 • La curvatura della luce e le onde radio 149 • Il ritardo 151 • Effetti relativistici sulle orbite 151 • L'effetto geodetico 154 • Gli effetti di Thirring 155 • Gravitomagnetism 158 • Onde gravitazionali 162 • Produzione e rilevazione di onde gravitazionali 166 • curiosità e divertenti sfide sui campi deboli 170 • Sintesi su orbite ed onde 171

172 5 DALLA CURVATURA AL MOTO

Come misurare la curvatura in due dimensioni 172 • Tre dimensioni: curvatura dello spazio 175 • La curvatura dello spazio-tempo 177 • La curvatura media ed il moto nella relatività generale 179 • La gravitazione universale 180 • La metrica di Schwarzschild 181 • curiosità e divertenti sfide sulla curvatura 181 • Three-dimensional curvature: the Ricci tensor 182 • Curvatura media: lo scalare di Ricci 182 • Il tensore di Einstein 183 • La descrizione di quantità di moto, massa ed energia 183 • Equazioni di campo di Einstein 185 • Gravitazione universale – di nuovo 187 • Capire le equazioni di campo 188 • L'azione di Hilbert–come cadono le cose? 189 • Le simmetrie della relatività generale 189 • La massa nella relatività generale 190 • La forza limite e la costante cosmologica 191 • La gravità è un'interazione? 191 • Come calcolare la forma delle geodetiche 192 • Riemann gymnastics 194 • Curiosità e divertenti sfide circa la relatività generale 196 • Una sintesi delle equazioni di campo 197

199 6 PERCHÉ POSSIAMO VEDERE LE STELLE? – IL MOTO NELL'UNIVERSO

Quali stelle vediamo? 199 • Come si fa a guardare le stelle? 202 • Cosa vediamo di notte? 207 • Che cos'è l'universo? 212 • Il colore e il moto delle stelle 214 • le stelle brillano ogni notte? 216 • Una breve storia dell'universo 218 • La storia dello spazio-tempo 223 • Perché il cielo è buio di notte? 227 • Le variazioni di colore del cielo notturno 231 • L'universo è aperto, chiuso o marginale? 231 • Perché l'universo è trasparente? 234 • Il big bang e le sue conseguenze 234 • Il big bang fu un big bang? 235 • Il big bang fu un evento? 236 • Il big bang fu un inizio? 236 • Il big bang implica la creazione? 237 • Perché possiamo vedere il Sole? 238 • Perché i colori delle stelle differiscono? 239 • Ci sono stelle scure? 241 • Le stelle sono tutte diverse? – Le lenti gravitazionali 241 • Qual è la forma dell'universo? 243 • Cosa c'è dietro l'orizzonte? 244 • Perché ci sono stelle dappertutto? – L'inflazione 245 • Perché ci sono così poche stelle? – Il contenuto di energia e di entropia dell'universo 245 • Perché la materia è aggregata? 246 • Perché le stelle sono così piccole rispetto all'universo? 247 • Stelle e galassie si muovono separatamente o l'universo è in espansione? 247 • C'è più di un universo? 247 • Perché le stelle sono fisse? – Braccia, stelle e il principio di Mach 248 • In quiete nell'universo 249 • la luce attira la luce? 250 • La luce può decadere? 250 • Sintesi sulla cosmologia 251

252 7 I BUCHI NERI – CADERE PER SEMPRE

Perché esplorare i buchi neri? 252 • Concentrazione di massa e orizzonti 252 • Gli orizzonti del buco nero come superfici limite 256 • Le orbite intorno ai buchi neri 257 • I buchi neri non hanno capelli 259 • I buchi neri come fonti di energia 262 • Formazione e ricerca dei buchi neri 264 • Singolarità 265 • Curiosità e divertenti sfide sui buchi neri 266 • Riepilogo sui buchi neri 269 • Un quiz – l'universo è un buco nero? 269

271 8 LO SPAZIO DIFFERISCE DAL TEMPO?

Spazio e tempo possono essere misurati? 273 • Lo spazio e il tempo sono necessari? 274 • Esistono le curve chiuse tipo-tempo? 274 • La relatività generale è locale? – L'argomento del foro 275 • La terra è cava? 276 • Una sintesi: spazio, tempo e massa sono indipendenti? 277

279 9 LA RELATIVITÀ GENERALE IN POCHE PAROLE – UNA SINTESI PER IL PROFANO

La precisione della descrizione 280 • La ricerca in relatività generale e la cosmologia 281 • La relatività generale potrebbe essere diversa? 284 • I limiti della relatività generale 285

287 A UNITÀ, MISURE E COSTANTI

Le unità del SI 287 • Il significato di misura 290 • Curiosità e divertenti sfide sulle unità 291 • Precisione ed accuratezza delle misure 292 • Limiti alla precisione 294 • Costanti fisiche 294 • Useful numbers 301

303 SUGGERIMENTI DELLE SFIDE E SOLUZIONI

315 BIBLIOGRAFIA

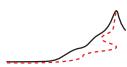
343 BIBLIOGRAFIA

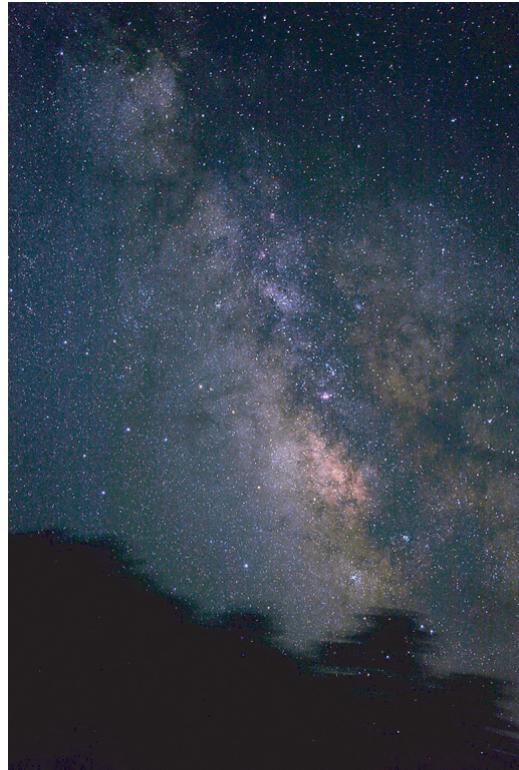
351 CREDITI

Crediti per i film 352 • Crediti per le immagini 352

354 NAME INDEX

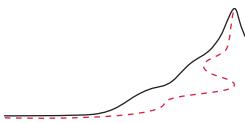
362 SUBJECT INDEX





LA RELATIVITÀ

Nella nostra ricerca di imparare come si muovono le cose
l'esperienza di escursionismo ed altri movimenti
ci conducono a scoprire che vi è una velocità massima in natura,
e che due eventi che ad un osservatore appaiono contemporanei
possono non esserlo per un altro.
Scopriremo che lo spazio vuoto può piegarsi, oscillare e muoversi,
scopriremo che vi è una forza massima in natura
e capiremo perché possiamo vedere le stelle.



CAPITOLO 1

VELOCITÀ MASSIMA, OSSERVATORI A RIPOSO, E IL MOTO DELLA LUCE

“Fama nihil est celerius.”^{**}

Virgilio

La luce è indispensabile per una descrizione precisa del moto. Per verificare se una inea o un moto sono rettilinei, guardiamo lungo di essi. In altre parole, usiamo la luce per definire la linearità.

Come possiamo decidere se una superficie è piana? Guardiamo lungo di essa,^{***} usando di nuovo la luce. Come possiamo misurare una lunghezza con alta precisione? Con la luce. Come possiamo misurare il tempo con alta precisione? Con la luce: un tempo si usava quella del Sole; oggi usiamo quella prodotta dagli atomi di cesio.

La luce è importante perché rappresenta lo standard del *moto non perturbato*. La fisica avrebbe fatto progressi molto più rapidi se la propagazione della luce non fosse stata riconosciuta così tardi come il paradigma ideale del moto.

Pagina 287

Ref. 305

Ma la luce è veramente una manifestazione di movimento? Sì. Questo fatto era noto già nell'antica Grecia, ed era stato dedotto da un semplice fenomeno quotidiano, l'*ombra*. Le ombre dimostrano che la luce è un'entità in movimento, che viene emessa da una fonte di luce e che si propaga in linea retta.^{****} Il pensatore greco Empedocle (490 to 430 BCE) giunse alla logica conclusione che la luce impiega una certa quantità di tempo per arrivare dalla sua fonte all'oggetto che illumina.

Empedocle dedusse che la velocità della luce è finita. Questo dato può essere ribadito con un argomento differente, ugualmente semplice ma più sottile. La velocità della

^{**} ‘Nulla è più veloce del pettegolezzo.’ Questa nota massima è una versione semplificata della frase di Virgilio: *fama, malum qua non aliud velocius ullum*. ‘Il pettegolezzo è la cosa più veloce di tutte.’ Dall’*Eneide*, libro IV, versi 173 e 174.

^{***} Notare che guardare lungo un piano da tutti i lati non è sufficiente per effettuare questa misura: una superficie che un raggio di luce tocca per tutta la sua lunghezza in *tutte* le direzioni non è necessariamente piana. Può fare un esempio? Sono necessari altri metodi per provare con la luce che una superficie è piana. Può specificarne uno?

Sfida 1 s

^{****} Ogni volta che una fonte di luce produce ombre, ciò che viene emesso viene chiamato un *raggio* o *radiazione*. Oltre alla luce, altri esempi di radiazione scoperti grazie alle ombre sono stati i *raggi infrarossi* e i *raggi ultravioletti*, che emanano da molte fonti insieme con la luce visibile, i *raggi catodici*, che poi risultarono essere flussi di una nuova particella, l'*elettrone*. Le ombre hanno portato alla scoperta dei *raggi X*, anch'essi una varietà di luce di alta frequenza. Anche i *raggi canale* sono stati scoperti con le ombre che producono; in seguito sono risultati essere atomi ionizzati in moto. Anche i tre tipi di radioattività, i *raggi α* (nuclei di elio), i *raggi β* (di nuovo elettroni) e i *raggi γ* (raggi X ad alta energia) producono ombre. Tutte queste scoperte sono state fatte tra il 1890 ed il 1910.

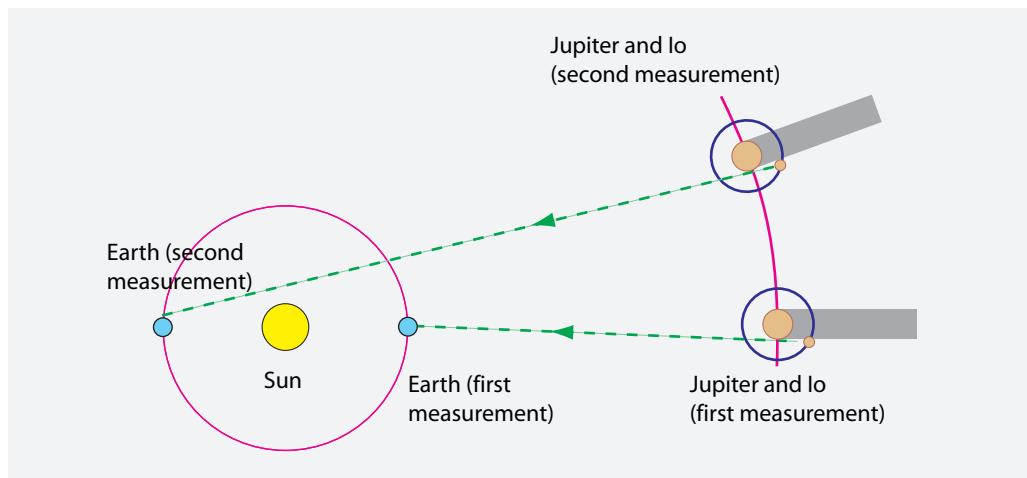


FIGURA 2 Metodo di Rømer per la misura della velocità della luce

Sfida 2 s

luce può essere misurata. Pertanto la velocità perfetta, che viene usata implicitamente come unità di misura standard, deve avere un valore finito. Una velocità standard infinita non consentirebbe alcuna misura. In natura gli oggetti più leggeri si muovono a velocità maggiori. La luce, che davvero è estremamente leggera e che usiamo come standard, è un'ovvia candidata ad essere la velocità perfetta. Confermeremo questo fatto tra poco.

Una velocità finita della luce significa che tutto ciò che vediamo è un messaggio proveniente dal *passato*. Quando guardiamo le stelle, il Sole o una persona che amiamo, vediamo sempre un'immagine del passato. In un certo senso, la natura ci impedisce di gioire del presente – dobbiamo quindi imparare ad amare il passato.

Ref. 306
Vol. I, pag. 211

Ref. 307
Sfida 3 s

Vol. I, pag. 153
Ref. 308

La velocità della luce è talmente elevata che poté essere misurata la prima volta soltanto tra il 1668 ed il 1676, sebbene molti, incluso Galileo, avessero provato a farlo in epoche precedenti. Il primo metodo di misura fu escogitato e pubblicato dall'astronomo danese Ole Rømer* che studiò le orbite di Io e degli altri satelliti galileiani di Giove. Egli non ottenne alcun valore specifico per la velocità della luce perché non aveva a disposizione valori corretti della distanza dei satelliti dalla Terra e perché i sistemi di misura del tempo erano, all'epoca, imprecisi. La mancanza di un risultato numerico fu presto colmata dai suoi colleghi, principalmente da Christiaan Huygens e Edmund Halley. (Può cercare di dedurre il metodo di Rømer dalla [figura 2](#).) Già allora si sapeva dunque che la luce impiega un pò più di 8 minuti per viaggiare dal Sole alla Terra. Questo risultato fu confermato con un bellissimo esperimento cinquant'anni più tardi, nel 1726, ad opera dell'astronomo James Bradley. Essendo inglese, per misurare la velocità della luce, Bradley utilizzò il 'metodo della pioggia'.

* Ole (Olaf) Rømer (1644 Aarhus – 1710 Copenhagen), fu un astronomo danese. Fu maestro del Delfino di Francia a Parigi, all'epoca di Luigi XIV. L'idea di misurare la velocità della luce in questo modo fu dell'astronomo italiano Giovanni Cassini, di cui Rømer fu assistente. Rømer continuò le sue misure fino al 1681, quando, come tutti i protestanti (tra cui Christiaan Huygens) fu costretto a fuggire dalla Francia e ad interrompere il suo lavoro. Tornato in Danimarca, un incendio distrusse tutti gli appunti delle sue misure. Come risultato Rømer non fu più in grado di migliorare la precisione del suo metodo. In seguito divenne un importante amministratore e riformatore dello Stato danese.

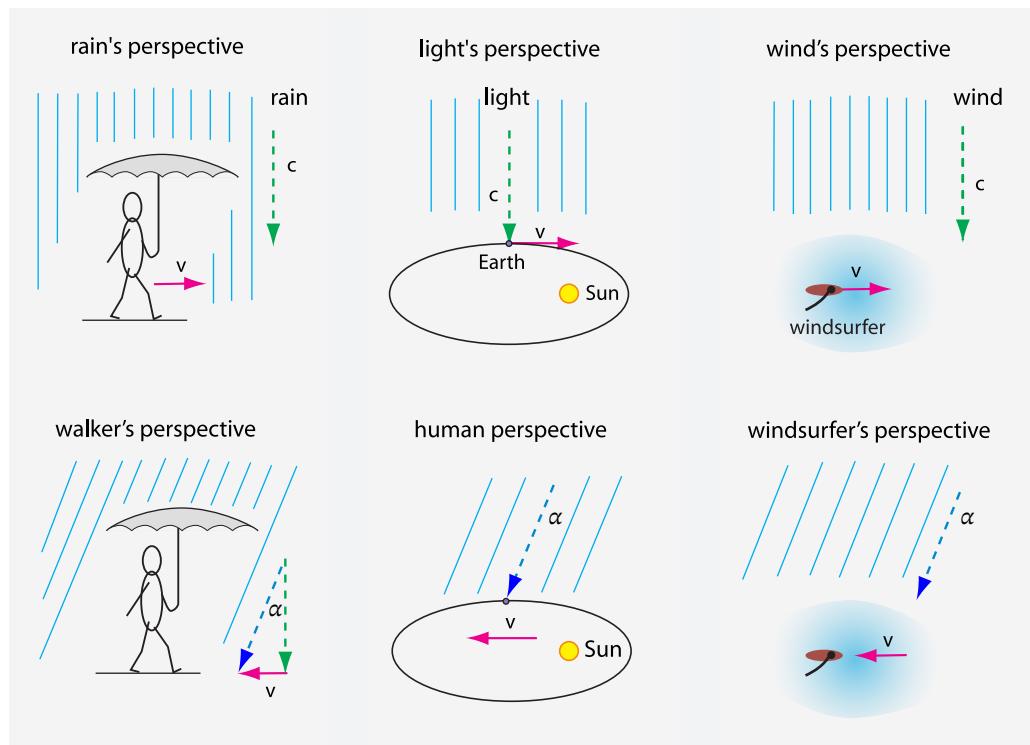


FIGURA 3 Metodo della pioggia o del windsurfer per la misura della velocità della luce

Come possiamo misurare la velocità della pioggia che cade? Camminiamo velocemente con un ombrello, misuriamo l'angolo α con cui la pioggia scende e poi misuriamo la nostra velocità v . (Possiamo chiaramente vedere l'angolo mentre camminiamo se guardiamo la pioggia verso la nostra sinistra o la nostra destra, possibilmente contro uno sfondo scuro.) Come mostrato nella [figura 3](#), la velocità c della pioggia è data da

$$c = v / \tan \alpha. \quad (1)$$

Analogamente possiamo misurare la velocità del vento quando siamo su un surf o su una nave. La stessa misura possiamo farla per la luce; dobbiamo solo misurare l'angolo con cui la luce di una stella sopra l'orbita terrestre arriva sulla Terra. Poiché la Terra si muove relativamente al Sole e quindi alla stella, l'angolo non è di 90° . Questa deviazione viene detta *aberrazione della luce*; l'angolo viene misurato facilmente comparando misure fatte a distanza di sei mesi. Il valore dell'angolo di aberrazione è di $20.5''$. (Con la tecnologia odierna può essere misurato con una precisione di 5 cifre decimali). Dato che la velocità della Terra intorno al Sole è $v = 2\pi R/T = 29.7 \text{ km/s}$, la velocità della luce risulta quindi essere $c = 0.300 \text{ Gm/s}$.* Questo è un valore straordinariamente elevato,

* Gli ombrelli non erano molto comuni in Gran Bretagna nel 1726; lo divennero successivamente, dopo essere stati introdotti dalla Cina. La storia dell'ombrello è inventata. In realtà, Bradley ebbe la sua idea mentre navigava sul Tamigi, quando notò che su una nave in moto il vento apparente ha una direzione differente rispetto al vento in terra. Egli osservò 50 stelle per molti anni, in particolare Gamma Draconis, e durante

specialmente se paragonato alla più alta velocità mai raggiunta da un oggetto lanciato dall'uomo, il satellite Voyager, che viaggia alla velocità di $52 \text{ Mm/h} = 14 \text{ km/s}$, o alla crescita di un bambino, circa 3 nm/s , o alla crescita delle stalagmiti nelle grotte, circa 0.3 pm/s . Cominciamo a comprendere perché la misura della velocità della luce è una scienza a sé.

La prima misura *precisa* della velocità della luce fu effettuata nel 1849 dal fisico francese Hippolyte Fizeau (1819–1896). Il valore da lui ottenuto era solo del 5 % più elevato del risultato moderno. Egli inviò un raggio di luce verso uno specchio distante e misurò il tempo impiegato dalla luce per tornare indietro. Come fece Fizeau a misurare questo intervallo di tempo senza alcuna apparecchiatura elettronica? In pratica egli usò lo stesso metodo che veniva usato per misurare la velocità delle pallottole; parte della risposta è riportata nella [figura 4](#). (A che distanza, circa, dovette essere posto lo specchio?) Una ricostruzione moderna del suo esperimento eseguita da Jan Frercks ha ottenuto una precisione del 2 % per il valore della velocità della luce. Oggi l'esperimento è molto più semplice; nel capitolo sull'elettrodinamica scopriremo come misurare la velocità della luce usando due computer UNIX o Linux connessi via cavo.

[Vol. I, pag. 62](#)

[Sfida 8 s](#)

[Ref. 311](#)

[Vol. III, pag. 33](#)

[Ref. 312](#)

[Sfida 9 s](#)

La velocità della luce è talmente elevata da risultare molto difficile provare che è *finita*. D'altra parte il modo più elegante per provare questo fatto è di fotografare un raggio di luce mentre attraversa il campo visivo, nello stesso modo con cui si può fotografare un'automobile che viaggia o un proiettile sparato in aria. La [figura 5](#) mostra la prima di queste fotografie, e fu scattata nel 1971 con una fotocamera reflex comprata in negozio, un flash molto veloce ideato dai fotografi, e, cosa ancor più degna di nota, senza l'uso di nessun'apparecchiatura elettronica. (Quanto deve essere veloce il flash? Come si può realizzare un tale flash? E come si potrebbe fare in modo che l'otturatore si apra al momento giusto?)

[Sfida 4 s](#)

tutto questo tempo fu tormentato dal *segno* dell'aberrazione, che era *opposto* all'effetto che stava studiando, la parallasse stellare. Sia la parallasse che l'aberrazione di una stella sopra il piano dell'eclittica fanno loro descrivere una piccola ellisse nel corso di un anno terrestre, anche se con diverso senso di rotazione. È capace di spiegare perché?

[Sfida 5 s](#)

D'altronde, la relatività speciale ci dice che la formula (1) è sbagliata e che la formula corretta è $c = v / \sin \alpha$; può spiegare perché?

Per determinare la velocità della Terra, dobbiamo prima determinare la sua distanza dal Sole. Il metodo più semplice è quello proposto dal pensatore greco Aristarco di Samo (c. 310 to c. 230 BCE). Possiamo misurare l'angolo tra la Luna ed il Sole nel momento in cui la Luna è precisamente nel suo quarto crescente. Il coseno di detto angolo ci dà la media tra la distanza dalla luna (determinata, per esempio, con il metodo di [pagina 180](#)) e la distanza dal Sole. La spiegazione viene lasciata come esercizio per il lettore.

[Sfida 6 s](#)

L'angolo in questione è quasi un angolo retto (che corrisponderebbe ad una distanza infinita) e, come Hipparchos descrisse in un'esteso trattato sul problema intorno al 130 BCE, sono necessari buoni strumenti per misurarlo con precisione. Misure precise di tale angolo divennero possibili soltanto nell'ultima parte del diciassettesimo secolo, quando risultò essere 89.86° , dando una distanza media del Sole di circa 400 volte quella della Luna. Oggi, grazie alle misure radar dei pianeti, la distanza dal Sole è nota con l'incredibile precisione di 30 metri. Le variazioni della distanza della Luna possono essere misurate al centimetro; è capace di spiegare come è possibile ottenere questa precisione?

[Vol. I, pag. 467](#)

[Sfida 7 s](#)

[Ref. 310](#)

Aristarco determinò anche il raggio del Sole e della Luna come multipli di quello della Terra. Aristarco fu un grande pensatore: fu il primo a proporre il sistema eliocentrico e probabilmente il primo ad intuire che le stelle sono altri, lontanissimi soli. Per queste idee, alcuni suoi contemporanei proposero che fosse condannato a morte per empietà. Quando il monaco ed astronomo polacco Nicolaus Copernicus (1473–1543) propose nuovamente il sistema eliocentrico duemila anni più tardi, non citò Aristarco, nonostante

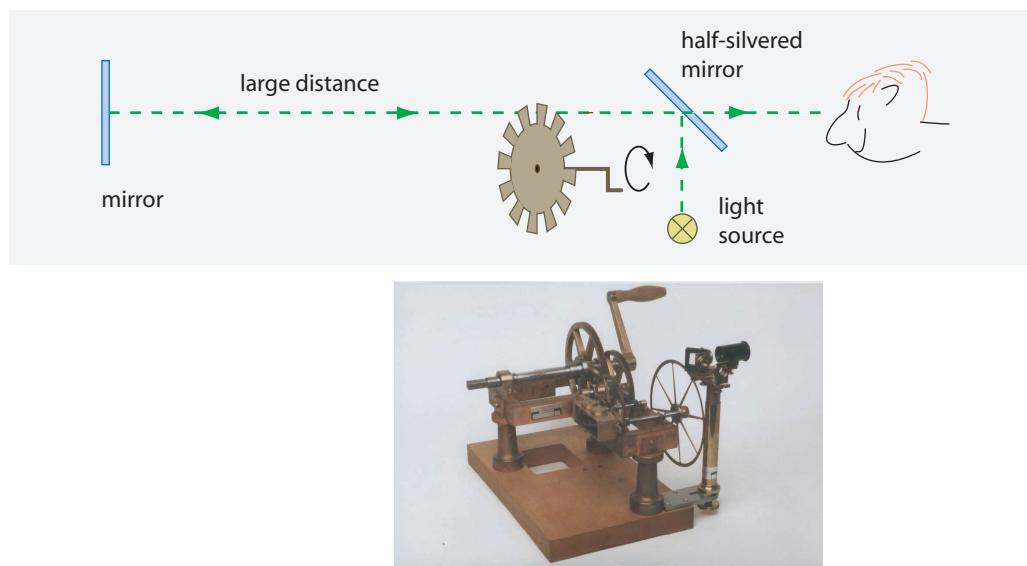


FIGURA 4 Apparecchio di Fizeau per la misura della velocità della luce (fotografia © AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg)

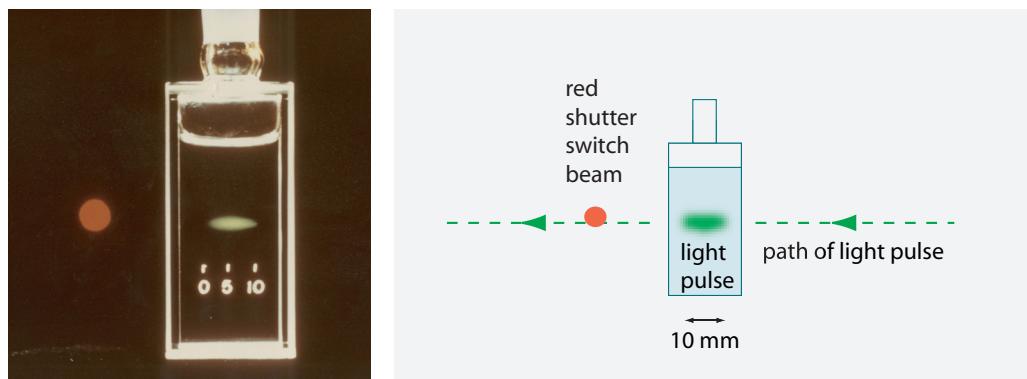


FIGURA 5 Fotografia di un raggio di luce che si muove da destra a sinistra attraverso una bottiglia di latte, marcato in millimetri (fotografia © Tom Mattick)

Una velocità finita della luce implica anche che un fascio di luce in rapida rotazione si comporti come riportato nella [figura 6](#). Nella vita di tutti i giorni, l'elevata velocità della luce e la lenta rotazione del faro però rendono questo effetto impercettibile.

Sfida 10 s In breve, la luce si muove molto rapidamente. La luce è molto più veloce di un fulmine, come ognuno può verificare. Un secolo di misure sempre più precise della velocità della luce è culminato nel valore attuale

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s.} \quad (2)$$

fosse stato il suo ispiratore.

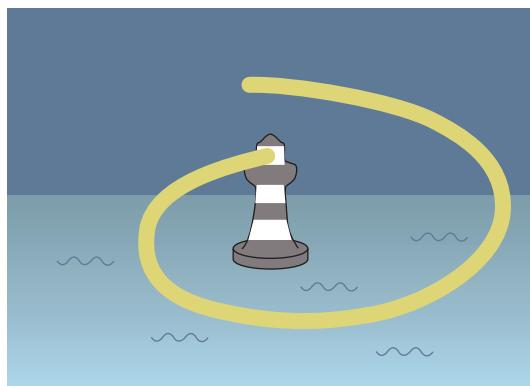


FIGURA 6 Una conseguenza del fatto che la velocità della luce è finita (attenzione ai dettagli – la luce viaggia diritta)

TAVOLA 1 Proprietà del moto della luce

OSSERVAZIONI SULLA LUCE

La luce si muove anche nel vuoto.

La luce trasporta energia.

La luce ha un momento: da un colpo i corpi che illumina.

La luce ha un momento angolare: ruota i corpi che illumina.

La luce si muove indisturbata attraverso altra luce.

La luce nel vuoto è sempre più veloce di qualsiasi altro corpo.

La velocità della luce, più precisamente la sua velocità di segnale, è la più alta velocità raggiungibile in natura.[Vol. III, pag. 141](#)

Nel vuoto, la velocità della luce è 299 792 458 m/s.

La velocità propria della luce è infinita.[Pagina 42](#)

Le ombre si muovono senza alcun limite di velocità.

La luce si propaga in linea retta quando è distante da materia.

La luce di media o alta intensità è un'onda.

I raggi di luce sono approssimazioni quando la lunghezza d'onda è trascurabile.

Nella materia, la velocità di segnale della luce è inferiore a quella del vuoto.

Nella materia, la velocità di gruppo di può essere zero, positiva, negativa o infinita.

Ref. 313

Questo valore è stato attualmente fissato *esattamente*, per definizione, e il metro è stato definito in termini di c . Nella [tavola 1](#) è riportato un riassunto di quello che si sa oggi riguardo al moto della luce. Due proprietà specialmente sorprendenti furono scoperte sul finire del diciannovesimo secolo. Esse rappresentano il fondamento della relatività speciale.



FIGURA 7 Albert Einstein (1879–1955)

SI PUÒ GIOCARE A TENNIS CON UN IMPULSO LASER COME PALLINA E DUE SPECCHI COME RACCHETTE?

“Et nihil est celerius annis.*

Ovidio, *Metamorfosi*.

Ref. 314

Sfida 11 s

Tutti noi sappiamo che per lanciare un sasso il più lontano possibile, dobbiamo prendere la rincorsa; sappiamo per istinto che in questo caso la velocità della pietra rispetto al terreno sarà maggiore rispetto a quando la lanciamo stando fermi. Con grande stupore iniziale di tutti, gli esperimenti hanno dimostrato che la luce emessa da una fonte in movimento ha la stessa velocità della luce emessa da una fonte ferma. La luce (nel vuoto) non è mai più veloce della luce; tutti i raggi di luce hanno la stessa velocità. Molti esperimenti hanno confermato questo dato con grande precisione. La velocità della luce può essere misurata con una precisione migliore di 1 m/s; però non sono state trovate differenze neppure quando la velocità della fonte era maggiore di 290 000 000 m/s. (Può immaginare quali lampade vennero usate?)

È comune esperienza che un sasso che ci è stato lanciato contro arriva più velocemente se corriamo verso di esso. Ma anche in questo caso questo effetto, per la luce, non è misurabile. Tutti gli esperimenti dimostrano che la velocità della luce ha lo *stesso valore* per tutti gli osservatori, anche se si muovono gli uni verso gli altri o verso la fonte di luce. La velocità della luce è davvero lo standard di misura perfetto ed ideale.**

Ref. 317

Vi è inoltre una seconda serie di evidenze sperimentali sulla costanza, o per meglio dire, sull'invarianza della velocità della luce: ogni apparecchio elettromagnetico, co-

* 'E nulla è più veloce degli anni.' Libro X, verso 520.

** Un termine equivalente alternativo per la velocità della luce è 'velocità radar' o 'velocità radio'; vedremo in seguito perché.

Vol. III, pag. 112

Sfida 12 s

La velocità della luce non è molto diversa dalla velocità dei neutrini. Questo fatto è stato dimostrato in modo molto spettacolare durante l'osservazione di una supernova nel 1987, quando il flash di luce e il flash di neutrini arrivarono sulla Terra con solo 12 secondi di differenza. (Non è noto se tale differenza sia dovuta ad una differenza di velocità oppure ad un diverso punto di origine dei due flash). Qual è la prima cifra del valore della differenza delle due velocità sapendo che la supernova è distante $1.7 \cdot 10^5$ anni luce?

Ref. 315

Ref. 316

Gli esperimenti hanno anche evidenziato che la velocità della luce è la stessa in tutte le direzioni dello spazio, con una precisione fino alla ventunesima cifra. Altri dati, derivati dallo studio dei raggi gamma, mostrano che la velocità della luce è indipendente dalla frequenza, con una precisione fino alla ventesima cifra.

me ad esempio uno spazzolino elettrico, dimostra che la velocità della luce è costante. Scopriremo che i campi magnetici non potrebbero derivare da correnti elettriche, come invece tutti i giorni possiamo constatare in ogni motore ed in ogni altoparlante, se la velocità della luce non fosse costante. Fu così, infatti, che vari ricercatori dedussero per la prima volta la costanza della velocità della luce. Solo dopo che questo fatto fu chiarito, il fisico svizzero-tedesco Albert Einstein fu in grado di dimostrare che l'invarianza è anche in accordo con il moto dei corpi, come vedremo in questo capitolo. La relazione tra lo spazzolino elettrico e la relatività speciale verrà descritta nel volume sull'elettrodinamica. (Per notizie riguardanti la diretta influenza della relatività sul design di varie macchine, vedi l'interessante libro di Van Bladel.)

Ref. 319

Il nesso tra il moto della luce e il moto dei corpi è il seguente: se la velocità della luce non fosse costante, un osservatore sarebbe in grado di muoversi alla velocità della luce. Poiché la luce è un'onda, un tale osservatore vedrebbe un'onda ferma. Le leggi dell'elettromagnetismo però proibiscono un tale fenomeno. Pertanto un osservatore non può raggiungere la velocità della luce. La velocità della luce è una velocità invariante e una velocità limite. In altre parole, il gioco del tennis con la luce non è interessante: la velocità è sempre la stessa.

ALBERT EINSTEIN

Albert Einstein (b. 1879 Ulm, d. 1955 Princeton) è stato uno dei più grandi fisici di tutti i tempi. Nel 1905, egli pubblicò tre importanti lavori, uno riguardante il moto browniano, uno riguardante la relatività speciale, ed uno sui quanti di luce. Ogni singolo lavoro avrebbe meritato un premio Nobel, ma fu premiato solo per l'ultimo dei tre. Sempre nel 1905, Einstein scoprì la famosa formula $E_0 = mc^2$ (pubblicata agli inizi del 1906), probabilmente derivandola da un'idea di Olinto De Pretto. Sebbene Einstein fosse uno dei fondatori della teoria dei quanti, in seguito prese le distanze. Le sue famose discussioni con il suo amico Niels Bohr hanno tuttavia aiutato a chiarire la teoria dei quanti riguardo ad uno degli aspetti più contro-intuitivi. Einstein spiegò anche l'effetto Einstein-de Haas che dimostra che il magnetismo è dovuto al moto all'interno della materia. Dopo molti altri lavori, nel 1915 e nel 1916, egli pubblicò la sua più grande scoperta: la teoria della relatività generale, uno dei lavori più belli e rimarchevoli di tutta la scienza.

Pagina 66

Pagina 123

Ref. 318

Essendo ebreo e famoso, Einstein divenne presto il bersaglio preferito di attacchi discriminatori da parte del movimento nazionalsocialista; nel 1933 fu costretto ad emigrare negli Stati Uniti. Egli non fu solo un grande fisico, ma anche un grande pensatore; la sua raccolta di pensieri riguardanti argomenti al di fuori della fisica valgono la lettura tutt'oggi.

Tutti coloro che sono interessati ad emulare Einstein devono sapere che egli pubblicò molti lavori, e che molti di essi erano sbagliati; corresse i risultati in lavori successivi, e poi li corresse ancora. Ciò accadde così di frequente che prese in giro se stesso in materia. Einstein realizzò in persona la famosa definizione di un genio come una persona che fa il maggior numero di errori nel più breve tempo possibile.

LA VELOCITÀ DELLA LUCE: VELOCITÀ INVARIANTE E VELOCITÀ LIMITE

Nessun'osservatore può raggiungere la velocità della luce. Perciò, nessun oggetto può raggiungerla. La velocità della luce non è solo lo standard di misura per la velocità; è

TAVOLA 2 Come convincere se stessi ed altri che esiste una velocità massima c in natura

ARGOMENTO	PROVA
Valori locali di velocità di energia $> c$ non sono mai stati osservati	controlla tutte le osservazioni
Velocità $> c$ sono non-locali oppure non sono velocità di energia	controlla tutte le osservazioni
Valori locali di velocità di energia $> c$ non possono essere prodotti	controlla tutti i tentativi
Valori locali di velocità di energia $> c$ non possono essere immaginati	risolvi tutti i paradossi
Un valore massimo di velocità di energia c è consistente	1 – dimostra che tutte le conseguenze, per quanto strane, sono confermate dall'osservazione 2 – deduci la teoria della relatività speciale dal valore massimo

anche la velocità massima possibile. Più precisamente, la velocità v di qualsiasi sistema fisico in natura (ad esempio qualsiasi massa o energia localizzata) è limitata da

$$v \leq c . \quad (3)$$

Questa relazione è la base della relatività speciale ed in essa vi è contenuta tutta la teoria della relatività. La velocità massima implica diverse conseguenze sorprendenti: il tempo non è unico, le lughezze cambiano con l'osservatore, la massa e l'energia sono nesse, e appaiono gli orizzonti di eventi

Già nel 1895, lo studio dei cambiamenti di osservatore fu chiamata ‘teoria della relatività’ da Henri Poincaré.³²⁰ Einstein si oppose a che la teoria fosse chiamata ‘teoria della relatività’; ma l’espressione era molto in voga, ed era stata proposta anni prima da Henri Poincaré. Einstein avrebbe preferito l’espressione ‘teoria dell’invianza’, ma non fu più in grado di far accettare questo termine. Perciò Einstein chiamò la descrizione del movimento *senza* gravitazione la teoria della relatività *speciale*, e la descrizione del movimento *con* gravitazione la teoria della relatività *generale*. Tutte e due sono piene di risultati affascinanti e sorprendenti.

Può esistere una velocità invariante in natura? La [tavola 2](#) mostra che dobbiamo esporre tre aspetti per accettare l’idea. Dobbiamo mostrare che nessuna velocità maggiore è

³²⁰ Henri Poincaré (1854–1912), importante matematico e fisico francese. Poincaré fu uno dei scienziati più produttivi del suo tempo, e fece progredire la relatività, la teoria dei quanti e varie parti della matematica.

L’introduzione più bella e semplice alla teoria della relatività rest quella data da Albert Einstein stesso, per esempio in *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917 e 1997, o in *The Meaning of Relativity*, Methuen, 1951. Ci volle quasi un secolo per fare apparire libri altrettanto belli, come per esempio il testo di Taylor e Wheeler.

[Ref. 320](#)

[Ref. 317](#)

[Ref. 322](#), [Ref. 323](#)

osservata, che nessuna velocità maggiore può essere osservata, e infine che tutte le conseguenze, anche le più incredibili, dell'invarianza sono verificate in natura. Questa è tutta la teoria della relatività, ed è tutto quello che faremo in questo capitolo.

La costanza della velocità della luce è in contrasto completo con la meccanica galileiana, che descrive il moto dei sassi, e dimostra che quest'ultima è *sbagliata* per velocità alte. A velocità basse la descrizione galileiana del moto risulta buona perché l'errore è piccolo. Ma se vogliamo una descrizione corretta a *tutte* le velocità, allora dobbiamo mettere da parte la meccanica galileiana. Per esempio, quando giochiamo a tennis, a seconda di come colpiamo la pallina possiamo diminuirne o aumentarne la velocità. Con la luce questo è impossibile. Anche prendendo un aereo e volando dietro un raggio di luce, esso fugge via da noi sempre alla stessa velocità. Tutti gli esperimenti confermano questa strana osservazione.

Se acceleriamo l'autobus che stiamo guidando, le automobili sull'altro lato della strada passano ad una velocità sempre maggiore. Per la luce, gli esperimenti ci dicono che le cose *non* stanno così: la luce passa sempre alla *stessa* velocità.* La luce non si comporta come le automobili né come qualsiasi altro oggetto materiale. Anche in questo caso, tutti gli esperimenti confermano questa strana osservazione.

Perché è quasi incredibile che la velocità della luce sia costante, anche se le misure dimostrano che le cose stanno proprio così? Prendiamo due osservatori O and Ω (si pronuncia 'omega') che si muovono a velocità relativa v , come per esempio due automobili su corsie opposte della strada. Immaginiamo che nel momento in cui si incrociano un lampo di luce venga emesso da una fonte nel punto O . Il lampo di luce si muove lungo le posizioni $x(t)$ per l'osservatore O e lungo le posizioni $\xi(\tau)$ (pronuncia 'xi di tau') per Ω . Poichè la velocità della luce è la stessa per entrambi, troviamo

$$\frac{x}{t} = c = \frac{\xi}{\tau} . \quad (4)$$

Sfida 13 f
Ref. 321

Nella situazione descritta è ovvio che $x \neq \xi$. In altre parole, la costanza della velocità della luce comporta che $t \neq \tau$, cioè, che *il tempo è differente per osservatori in moto relativo tra di loro*. Quindi il tempo non è unico. Questo risultato sorprendente, che è stato confermato da molti esperimenti, fu dedotto per la prima volta da Albert Einstein nel 1905. Sebbene a molti altri fosse nota l'invarianza di c , solo il giovane Einstein ebbe il coraggio di affermare che il tempo dipende dall'osservatore e ne esplorò le conseguenze. Facciamo lo stesso ora.

Aggiungiamo una nota. La velocità della luce è una velocità limite. Si sottintende che nessuno oggetto si muove più veloce della velocità della luce *nel vuoto*. Muoversi più velocemente della velocità della luce nella materia è possibile, perché in materia, la luce spesso si muove più lentamente che nel vuoto. Se una tale particella molto veloce si muove in materia e se possiede una carica, emette la cosiddetta *radiazione di Vavilov-Čerenkov*. Essa corrisponde all'onda a forma di V creata da una barca a motore nell'acqua o all'onda a forma di cono creata da un aereo quando vola più velocemente del suono. La radiazione di Vavilov-Čerenkov si osserva frequentemente; per esempio essa è la causa della

* Neppure con le attuali misure precise al $2 \cdot 10^{-13}$ possiamo rilevare variazioni della velocità della luce variando quella dell'osservatore.

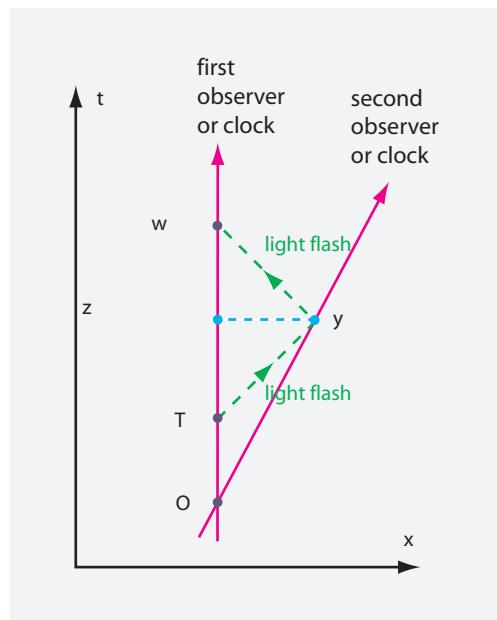


FIGURA 8 Un disegno che contiene gran parte della relatività speciale

Ref. 324, Ref. 325

luminescenza blu dell’acqua dei reattori nucleari. Incidentalmente, la velocità della luce nella materia può essere molto bassa: si stima che nel centro del Sole la velocità della luce sia soltanto di circa 10 km/year = 0.3 mm/s, ed anche in laboratorio, in alcuni materiali, è stata trovata essere solamente 0.3 m/s. Nel prosieguo del testo, quando parleremo di ‘velocità della luce’, ci riferiremo sempre alla velocità della luce nel vuoto. La velocità della luce nell’aria è un pò inferiore a quella nel vuoto di una piccola percentuale, così che in molti casi, la differenza tra aria e vuoto può essere trascurata.

LA RELATIVITÀ SPECIALE IN POCHE RIGHE

La velocità della luce è invariante e costante per tutti gli osservatori. Possiamo quindi dedurre tutte le relazioni tra ciò che viene misurato da due osservatori con l’aiuto della **figura 8**. Essa mostra 2 osservatori che si muovono a velocità costante uno verso l’altro nello spazio-tempo, con il primo che manda un segnale luminoso al secondo che lo rimanda indietro al primo. Poiché la velocità della luce è costante, la luce è l’unico mezzo per confrontare le coordinate spazio-temporali di due osservatori distanti tra loro. Due orologi distanti (così come due metri distanti) possono essere confrontati, o sincronizzati, usando la luce o un impulso radio. Poiché la velocità della luce è costante ed invariante, tutti i percorsi della luce nella stessa direzione sono paralleli, come visibile nel diagramma.

Una velocità relativa costante tra i due osservatori implica che un fattore costante k mette in relazione tra loro le coordinate temporali degli eventi. (Perché tale relazione è lineare?). Se un impulso luminoso parte nell’istante T misurato dal primo osservatore, esso giunge al secondo osservatore all’istante kT e quindi ritorna al primo osservatore al

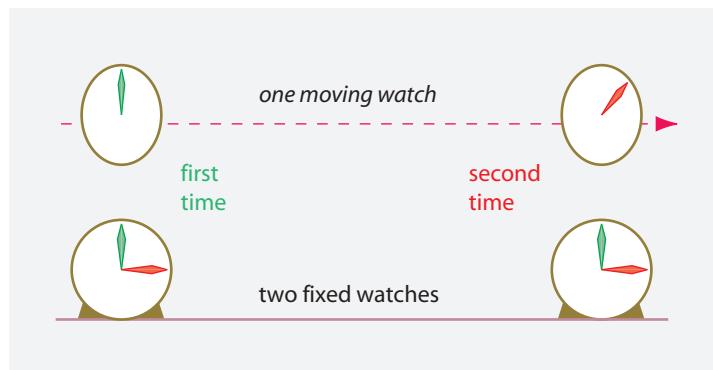


FIGURA 9 Gli orologi in moto rallentano: gli orologi in movimento segnano il tempo più lentamente di quelli in quiete

Sfida 15 s tempo $k^2 T$. La figura dimostra che

$$k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad \text{o} \quad \frac{v}{c} = \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}. \quad (5)$$

Pagina 27 Questo fattore apparirà ancora nell'effetto Doppler.

La figura dimostra anche che la coordinata temporale t_1 assegnata dal primo osservatore nel momento in cui la luce viene riflessa è differente dalla coordinata t_2 assegnata dal secondo osservatore. Il tempo è realmente differente per i due osservatori in moto relativo. La [figura 9](#) illustra il risultato.

Il fattore di dilatazione temporale tra le coordinate dei due tempi si trova nella [figura 8](#) comparando i valori t_1 e t_2 ; esso è dato da

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(v). \quad (6)$$

Sfida 16 f

Gli intervalli di tempo per un osservatore in moto sono *più brevi* di questo fattore γ ; il fattore di dilatazione temporale è sempre maggiore di 1. In altre parole, *gli orologi che si muovono sono più lenti*. Alle velocità comuni l'effetto è però minimo. Questo è il motivo per cui non ci accorgiamo delle differenze del tempo nella vita di tutti i giorni. Ciò nonostante, la fisica galileiana non risulta corretta per velocità prossime a quelle della luce. Lo stesso fattore γ appare anche nella formula $E = \gamma mc^2$, che dedurremo più sotto. Le espressioni (5) o la (6) sono le uniche formule matematiche necessarie nella relatività speciale: tutti gli altri risultati derivano da queste.

Se un impulso luminoso viene inviato dal secondo osservatore e riflesso indietro, egli giungerà alla stessa conclusione: per lui, il primo orologio è in moto e quindi anche per lui l'orologio in moto segna il tempo più lentamente. *Ciascuno degli osservatori nota che l'altro orologio segna il tempo più lentamente*. La situazione è simile a quella di due uomini che confrontano i gradini di due scale identiche che non sono parallele. L'uomo su ciascuna scala osserverà sempre che i gradini dell'*altra* scala sono più corti. Per un'altra analogia, prendiamo come esempio due persone che si allontanano l'una dall'altra:

ciascuna di loro vedrà che l'altra diventa sempre più piccola man mano che si allontana.

Naturalmente, molti studiosi hanno tentato di evitare la strana conclusione che il tempo differisce da osservatore ad osservatore. Fino ad ora nessuno ha avuto successo; i dati sperimentali confermano che il tempo è relativo, cioè diverso per ogni osservatore. Vediamo alcuni di questi esperimenti.

ACCELERAZIONE DELLA LUCE ED EFFETTO DOPPLER

Vol. III, pag. 164

Sfida 17 s

È possibile accelerare la luce? Dipende da cosa si intende. La più parte dei fisici sono degli snob e dicono che ogni specchio accelera la luce, perché ne cambia la direzione. Vedremo nel capitolo sull'elettromagnetismo che la materia ha anche la capacità di *piegare* la luce e, quindi, di accelerarla. Comunque, vedremo che tutti questi metodi possono solo cambiare la *direzione* della propagazione; nulla ha il potere di cambiare la *grandezza* della velocità della luce nel vuoto. In breve, la luce è un esempio di moto che non può essere frenato o fermato. Vi sono solo pochi altri esempi di questo tipo. Può citarne uno?

Cosa succederebbe se potessimo accelerare la luce? Affinché questo fosse possibile, la luce dovrebbe essere fatta di particelle dotate di *massa*. Se la luce avesse una massa, sarebbe necessario distinguere la 'velocità di energia priva di massa' c dalla velocità della luce c_L , che sarebbe inferiore e che dipenderebbe dall'energia cinetica delle immaginari particelle di luce dotate di massa. La velocità della luce non sarebbe invariante ma lo sarebbe la velocità di energia priva di massa. Le particelle di luce con massa potrebbero essere catturate, fermate e rinchiuse in una scatola. Queste scatole renderebbero inutile l'illuminazione elettrica; sarebbe sufficiente catturare qualche raggio di luce di giorno e rilasciare la luce, lentamente, durante la notte seguente, magari dopo averle dato una spintarella.*

Ref. 327, Ref. 328

I fisici hanno fatto esperimenti dettagliati per determinare se la luce ha una massa. Le osservazioni moderne hanno permesso di stabilire che se le particelle di luce hanno una massa essa è inferiore a $1.3 \cdot 10^{-52}$ kg con esperimenti condotti sulla terra ed inferiore a $4 \cdot 10^{-62}$ kg con studi astronomici (che sono leggermente meno convincenti). In altre parole, la luce non è pesante, la luce è proprio leggera.

Ma cosa succede quando la luce colpisce uno specchio *in moto*? Se la velocità della luce non può cambiare, qualcos'altro lo deve. La situazione è simile a quella di una sorgente di luce in movimento rispetto al ricevente: l'osservatore ricevente osserverà una luce di *colore differente* da quello osservato dalla sorgente. Questo effetto viene chiamato *effetto Doppler*. Christian Doppler** fu il primo a studiare lo spostamento della frequenza nel caso di onde sonore – il ben noto cambiamento del tono del fischio di due treni uno in avvicinamento ed uno in allontanamento – ed estese il concetto alle onde luminose. Come vedremo in seguito, la luce è (anche) un'onda, ed il suo colore è determinato dalla sua frequenza, ovvero, dalla sua lunghezza d'onda λ . Così come si modifica il tono del fischio del treno, Doppler comprese che una fonte di luce in movimento fa sì che il

* Incidentalmente, se la luce avesse una massa avrebbe anche una polarizzazione *longitudinale*. Questo è in contrasto con le osservazioni che provano la luce è polarizzata esclusivamente *trasversalmente* alla direzione di propagazione.

** Christian Andreas Doppler (b. 1803 Salzburg, d. 1853 Venezia), fu un fisico austriaco. Studiò l'effetto che porta il suo nome sia per il suono che per la luce. Già nel 1842 predisse (correttamente) che un giorno saremmo stati capaci di usare il suo effetto per misurare il moto delle stelle lontane guardando i loro colori.

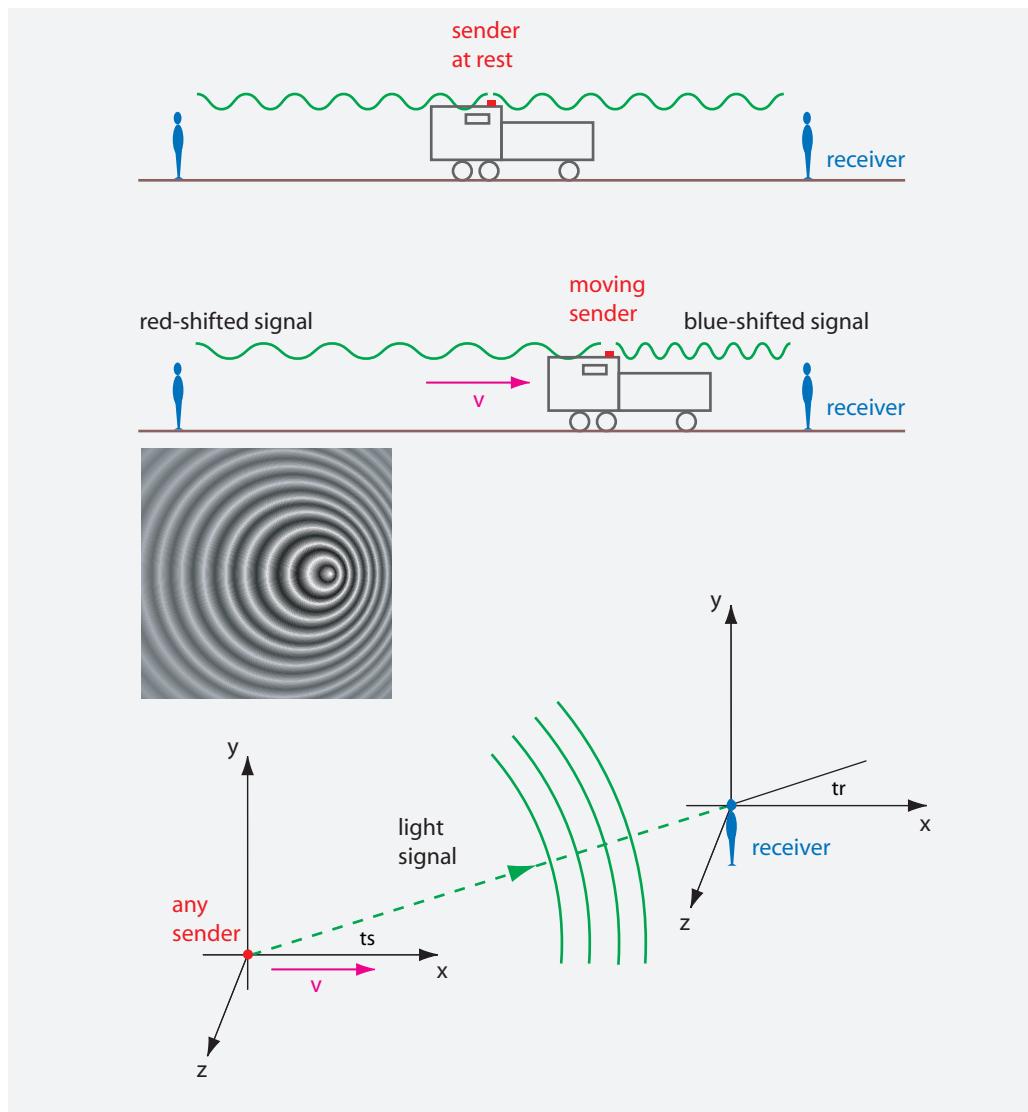


FIGURA 10 Sistema per l'osservazione dell'effetto Doppler in una ed in tre dimensioni: le onde emesse da una fonte in avvicinamento arrivano con una frequenza maggiore ed una lunghezza d'onda più corta rispetto alle onde emesse da una fonte in allontanamento

ricevente veda luce di colore diversa da quella emessa alla fonte. Semplice geometria, e la conservazione del numero dei massimi e dei minimi, portano al risultato

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_s} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_r\right) = \gamma \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_r\right). \quad (7)$$

Le variabili v e θ_r in questa espressione sono definite nella [figura 10](#). La luce proveniente da una sorgente in avvicinamento è quindi spostata verso il blu, mentre la luce

proveniente da una sorgente in allontanamento è spostata verso il rosso.

La prima osservazione dell'effetto Doppler per la luce fu fatta da Johannes Stark* nel 1905, che studiò la luce emessa da atomi in moto. Tutti i successivi esperimenti confermarono lo spostamento del colore (colour shift) calcolato entro i limiti di errore previsti; la prova più recente è risultata in accordo fino a due parti per milione.

Ref. 329

Diversamente dalle onde sonore, uno spostamento del colore viene anche osservato quando il moto è *trasversale* rispetto al segnale luminoso. Quindi, una sbarra di colore giallo in moto rapido attraverso il campo visivo avrà un bordo blu d'ingresso ed un bordo rosso di uscita quando si avvicina all'osservatore. I colori derivano da una combinazione dello spostamento Doppler longitudinale (di primo ordine) e uno spostamento Doppler trasversale (di secondo ordine). Per un particolare angolo $\theta_{\text{unshifted}}$ i colori saranno uguali. (Come cambia la lunghezza d'onda nel caso puramente trasversale? Qual'è l'espressione per $\theta_{\text{unshifted}}$ in termini di v ?)

Lo spostamento del colore è usato in molte applicazioni. Quasi tutti i corpi solidi sono come specchi per le onde radio. Molti edifici hanno porte che si aprono automaticamente quando ci si avvicina. Un piccolo sensore al di sopra della porta rileva l'avvicinamento di una persona. Ciò viene solitamente ottenuto misurando l'effetto Doppler di onde radio emesse dal sensore e riflesse dalla persona che si sta avvicinando. (Vedremo in seguito che le onde radio e la luce sono manifestazioni dello stesso fenomeno.) Così le porte si aprono quando ci si avvicina ad esse. Anche i radar della polizia usano l'effetto Doppler, in questo caso per misurare la velocità delle automobili.**

Vol. III, pag. 112

L'effetto Doppler permette anche di misurare la velocità della fonte della luce. Infatti viene utilizzato comunemente per misurare la velocità delle stelle lontane. In questi casi, lo spostamento Doppler è spesso caratterizzato dal numero z di *spostamento verso il rosso*, definito con l'aiuto della lunghezza d'onda λ o della frequenza f da

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_r} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1. \quad (8)$$

Sfida 21 s Può immaginare come viene determinato il numero z ? I valori tipici di z per le sorgenti luminose nel cielo vanno da -0.1 a 3.5 , ma sono anche stati trovati valori di 10 ed oltre.

Sfida 22 s Può calcolare le velocità corrispondenti? Come possono essere così elevate?

Vol. I, pag. 202

Riassumendo, ogni volta che si cerca di cambiare la *velocità* della luce, si riesce solo a modificare il suo *colore*. Questo è l'effetto Doppler. In poche parole, l'accelerazione della luce provoca una variazione del suo colore. Questa connessione ci porta a un quesito: sappiamo dalla fisica classica che quando la luce passa vicina ad una massa voluminosa, ad esempio una stella, viene deflessa. Questa deflessione implica uno spostamento Doppler?

Sfida 23 s

* Johannes Stark (1874–1957), scoprì nel 1905 l'effetto Doppler ottico nei raggi canale e nel 1913 la divisione delle linee spettrali nei campi elettrici, oggi detto *effetto Stark*. Per queste due scoperte ricevette il premio Nobel per la fisica nel 1919. Lasciò l'insegnamento del 1922 ed in seguito divenne un acceso nazionalsocialista. Membro del NSDAP dal 1930 in poi, divenne noto per aver criticato aspramente, per motivi ideologici, le dichiarazioni delle genti contro la purezza della razza; fu quindi giustamente disprezzato dalla comunità accademica mondiale.

Sfida 20 s

** A quale velocità la luce rossa di un semaforo apparirebbe verde?

LA DIFFERENZA TRA LA LUCE ED IL SUONO

Ref. 330

L'effetto Doppler per la luce è molto più fondamentale dell'effetto Doppler per il suono. Anche se non fosse ancora noto che la velocità della luce è invariante, l'effetto Doppler da solo *prova* che il tempo è differente per osservatori in moto relativo. Perché? Il tempo è quello che noi leggiamo sui nostri orologi. Al fine di determinare se due orologi sono sincronizzati, dobbiamo *guardarli* entrambi. Detto in altre parole, dobbiamo usare dei segnali luminosi per sincronizzare gli orologi. Ora, ogni cambiamento del colore della luce in moto da un osservatore ad un altro comporta necessariamente che i loro orologi misurino un tempo differente e che quindi il tempo sia *differente* per ciascuno di loro. Un altro modo di descrivere questo fatto è notare che anche la fonte di luce è un orologio – che segna il tempo molto rapidamente. Così se due osservatori vedono colori differenti dalla stessa fonte, essi misurano un numero differente di oscillazioni dello stesso orologio. In altre parole, il tempo è differente per gli osservatori in moto relativo. Infatti, l'equazione (5) comporta che l'intera relatività può essere dedotta dall'effetto Doppler della luce. (Può confermare che la connessione tra la dipendenza dall'osservatore della frequenza e quella del tempo viene meno nel caso dell'effetto Doppler per il *suono*?).

Sfida 24 s

Perché il comportamento della luce porta alla relatività speciale, mentre quello del suono nell'aria no? La risposta è che la luce è un limite per il moto dell'energia. L'esperienza ci mostra: vi sono aeroplani supersonici, ma non vi sono razzi che viaggiano più velocemente della luce. In altre parole il limite $v \leq c$ è valido solo se c è la velocità della luce, non se c è la velocità del suono nell'aria.

Vol. V, pag. 310

Ref. 331

Però vi è almeno un sistema in natura in cui la velocità del suono è veramente una velocità limite per l'energia: la velocità del suono rappresenta la velocità limite per il moto di *dislocazioni* nei solidi cristallini. (Discuteremo questi dettagli in seguito). Perciò la teoria della relatività speciale è valida anche per le dislocazioni, se la velocità della luce è sostituita ogni volta dalla velocità del suono! Le dislocazioni obbediscono alle trasformazioni di Lorentz, mostrano contrazione della lunghezza ed obbediscono alla famosa formula dell'energia $E = \gamma mc^2$. In tutti questi casi la velocità del suono gioca lo stesso ruolo per le dislocazioni di quello della velocità della luce nei sistemi di fisica generale.

Dal momento che la relatività speciale si basa sul fatto che nulla può muoversi più velocemente della luce, dobbiamo controllare la correttezza di questo fatto con molta accuratezza.

SI PUÒ SPARARE PIÙ VELOCEMENTE DELLA PROPRIA OMBRA?

“Quid celerius umbra?*

Sfida 25 f

Affinché Lucky Luke possa compiere la prodezza mostrata nella figura 11, il suo proiettile dovrebbe muoversi più velocemente della luce. (E la sua mano?) Al fine di imitare Lucky Luke, dobbiamo prendere la maggiore quantità di energia possibile, prendendola direttamente da una stazione elettrica, ed accelerare i proiettili più leggeri che possono essere maneggiati: gli elettroni. Questo esperimento viene compiuto quotidianamente negli acceleratori di particelle come il Large Electron Positron ring, il LEP, di 27 km di

* ‘Cosa c’è più veloce dell’ombra?’ Questa frase si legge spesso sulle meridiane.

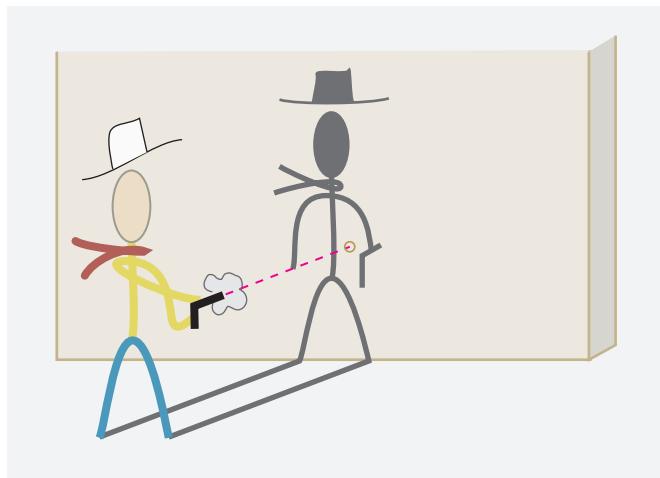


FIGURA 11 Lucky Luke

circonferenza, che si trova parte in Francia e parte in Svizzera, nei pressi di Ginevra. Lì, 40 MW di potenza elettrica (la stessa quantità usata in una piccola città) vennero utilizzati durante molti anni per accelerare elettroni e positroni ad energie superiori a 16 nJ (104.5 GeV) e poi venne misurata la loro velocità. Il risultato è riportato nella [figura 12](#): anche con questi mezzi impressionanti è impossibile far viaggiare gli elettroni più rapidamente della luce. (Può immaginare un modo per misurare l'energia e la velocità separatamente?) La relazione velocità–energia mostrata nella [figura 12](#) è una conseguenza diretta della velocità massima e viene dedotta più avanti. Queste e molte altre osservazioni dimostrano, dunque, che vi è una velocità limite per gli oggetti. I corpi (e la radiazione) non possono muoversi a velocità maggiori della velocità della luce.* La precisione della meccanica galileiana è stata considerata completa per più di tre secoli, così che nessuno ha mai pensato di sottoporla ad esperimento; ma quando finalmente qualcuno lo ha fatto, come nella [figura 12](#), è si scoprì che era sbagliata.

Ref. 332

Sfida 26 f

Pagina 60

Le persone più infelici per l'esistenza di questo limite di velocità sono gli ingegneri informatici: se il limite di velocità fosse più alto, sarebbe possibile fare microprocessori più veloci e quindi computer più veloci; questo permetterebbe, per esempio, progressi più rapidi nella costruzione di computer che comprendono il linguaggio umano.

Sfida 27 s

L'esistenza di una velocità limite contraddice la meccanica galileiana. Infatti, per velocità vicine a quelle della luce, diciamo intorno a 15 000 km/s o più, l'espressione $mv^2/2$ non è equivalente all'energia cinetica T di una particella. Queste elevate velocità sono piuttosto comuni: molte famiglie ne hanno un esempio proprio in casa loro. Basta calcolare la velocità degli elettroni all'interno di un televisore, usando che il trasformatore al suo interno produce 30 kV.

Ref. 333

* Vi sono persone che continuano a rifiutare questi risultati, così come anche la conseguente teoria della relatività. Ogni fisico dovrebbe provare la gioia, almeno una volta nella vita, di conversare con uno di questi personaggi. (Stranamente, non vi è nessuna donna tra di loro). Questo si può fare, per esempio, via Internet, nel newsgroup [sci.physics.relativity](#). Vedi anche il sito [www.crank.net](#). I crackpots sono molto persone stranamente affascinanti, soprattutto dal momento che puntualizzano l'importanza della *precisione* del linguaggio e del ragionamento, che tutti loro, senza eccezioni, rifiutano. L'incontro con alcuni di essi ha fornito l'ispirazione per questo capitolo.

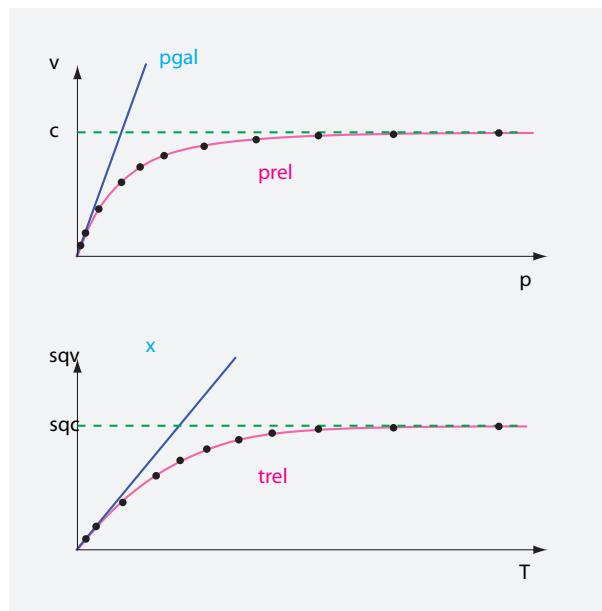


FIGURA 12 Valori sperimentali (punti) della velocità v di un elettrone come funzione della sua energia cinetica T , e il confronto con la predizione della fisica galileiana (in blu) e quella della relatività speciale (in rosso)

La constatazione che la velocità della luce è una velocità *limite* per gli oggetti è facilmente deducibile come conseguenza della sua *invarianza*. I corpi che risultano in quiete in un sistema di riferimento ovviamente si muovono più lentamente della luce in quel sistema. Ora, se qualcosa si muove più lentamente di qualcosa' altro per un osservatore, lo farà anche per tutti gli altri osservatori. (Provare ad immaginare un mondo in cui non fosse così è interessante: accadrebbero cose molto divertenti, come oggetti che entrano dentro altri). Poichè la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori, nessun oggetto può muoversi più velocemente della luce.

Concludiamo quindi che la velocità massima è quella raggiunta da entità *prive di massa*. Le onde elettromagnetiche, inclusa la luce, sono le uniche entità conosciute che possono viaggiare alla velocità massima. Si ritiene che le onde gravitazionali possano raggiungere la massima velocità, ma ciò non è ancora stato osservato. Sebbene la velocità dei neutrini non possa essere sperimentalmente distinta dalla velocità massima, recenti osservazioni mostrano che essi hanno massa, anche se di valore molto piccolo.

Se esiste un fenomeno la cui velocità è la velocità limite per un osservatore, questo limite di velocità è necessariamente lo stesso per tutti gli osservatori. È generalmente valida in natura il nesso tra l'essere un limite e l'essere invariante?

LA COMPOSIZIONE DELLE VELOCITÀ

Se la velocità della luce è un limite, nessun tentativo di superarla può avere successo. Questo implica che quando due velocità sono composte, come quando una persona lancia un sasso mentre corre, i valori non possono essere semplicemente sommati. Immaginiamo un treno che stia viaggiando alla velocità v_{te} relativa alla Terra, e che una persona tiri un sasso all'interno del treno, nella stessa direzione, con velocità v_{st} relativa al treno. Solitamente assumiamo come evidente che la velocità della pietra relativa alla Terra è

Sfida 28 d

Ref. 334

Sfida 29 f

Sfida 30 r

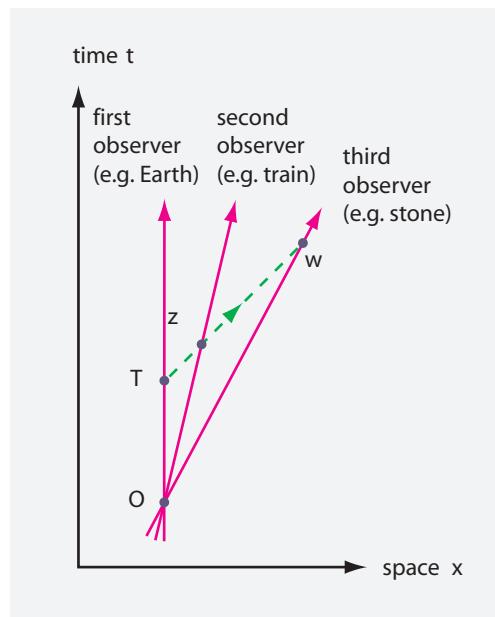


FIGURA 13 Come calcolare la composizione delle velocità

data da $v_{se} = v_{st} + v_{te}$. In realtà, sia il ragionamento che la misura mostrano un risultato differente.

Pagina 23 L'esistenza di una velocità massima, vedi [figura 13](#), comporta che il fattore k deve soddisfare $k_{se} = k_{st}k_{te}$.^{*} Quindi basta inserire la relazione (5) tra ogni fattore k e la rispettiva velocità per trovare

$$v_{se} = \frac{v_{st} + v_{te}}{1 + v_{st}v_{te}/c^2}. \quad (9)$$

Sfida 32 f Questa è la cosiddetta *formula composta della velocità*. Il risultato non è mai maggiore di c ed è sempre più piccolo della mera somma delle velocità.^{**} L'espressione (9) è stata confermata dai milioni di casi nei quali è stata controllata. Può verificare che l'espressione si riduce, con grande precisione, alla somma pura per ogni valore di velocità della vita quotidiana.

Pagina 59 **Ref. 328**

OSSERVATORI E PRINCIPIO DELLA RELATIVITÀ SPECIALE

La relatività speciale si basa su un semplice principio:

► *La velocità massima di trasporto dell'energia è la stessa per tutti gli osservatori.*

Ref. 336 O, come Hendrik Lorentz^{***} amava dire, il suo equivalente:

^{*} Prendendo il logaritmo (naturale) di questa equazione si può definire una quantità, la *rapidità*, che misura la velocità ed è additiva.

^{**} Si può anche derivare la trasformazione di Lorentz direttamente da questa formula.

^{***} Hendrik Antoon Lorentz (b. 1853 Arnhem, d. 1928 Haarlem) fu, insieme con Boltzmann e Kelvin, uno dei più importanti fisici del suo tempo. Egli dedusse le cosiddette trasformazioni di Lorentz e la contrazione di Lorentz dalle equazioni di Maxwell per il campo elettromagnetico. Egli fu il primo a capire, molto prima

► *La velocità v di un sistema fisico è limitata da*

$$v \leq c \quad (10)$$

per tutti gli osservatori, dove c è la velocità della luce nel vuoto.

Questa indipendenza della velocità della luce dagli osservatori fu misurata con grande precisione per la prima volta da Michelson e Morley* 1887, e poi negli anni seguenti. L'invarianza è stata confermata in tutti i successivi esperimenti; la misura più precisa oggi disponibile, dovuta a Stephan Schiller ed al suo gruppo, raggiunse una precisione di 10^{-14} ed è mostrata nella [figura 14](#).

[Vol. III, pag. 56](#)

In più, la relatività speciale è stata confermata da molti esperimenti eseguiti addirittura *prima* che fosse formulata. Ognuno può averne conferma a casa propria; il modo per ottenere questa conferma è spiegato della sezione sull'elettrodinamica.

L'esistenza di un limite di velocità ha numerose conseguenze interessanti. Per espolarle, lasciamo il resto della fisica galileiana intatta.** L'invarianza e la proprietà limite della velocità della luce comportano:

- In una stanza chiusa e in moto inerziale non vi è modo di determinare qual'è la velocità della stanza.
- Non vi è alcuna nozione di quiete assoluta (o di spazio assoluto o di lunghezza assoluta): la quiete (come lo spazio o la lunghezza) è un concetto che dipende dall'osservatore.***
- Il tempo dipende dall'osservatore; il tempo non è assoluto, ma relativo.

Conclusioni più specifiche possono essere ottenute quando sono realizzate due condizioni addizionali. Primo, studiamo situazioni dove la gravitazione può essere trascurata. (Se così non è, dobbiamo usare la relatività *generale* per descrivere il sistema). Secondo, assumiamo che i dati riguardanti gli oggetti che studiamo – velocità, posizione, ecc. –

che la teoria dei quanti confermasse l'idea, che le equazioni di Maxwell per il vuoto descrivono anche la materia e tutte le sue proprietà, se vengono incluse le proprietà degli elettroni che contiene. Egli dimostrò questo nesso per la dispersione della luce, per l'effetto Zeeman, per l'effetto Hall e per l'effetto Faraday. Diede anche la corretta descrizione della forza di Lorentz. Nel 1902, ricevette il premio Nobel per la fisica insieme a Pieter Zeeman. A parte la fisica, egli fu attivo nella internazionalizzazione delle collaborazioni scientifiche. Fu anche centrale per la creazione delle più grandi costruzioni dell'uomo sulla terra: i polder nel Zuyder Zee.

* Albert Abraham Michelson (b. 1852 Strelno, d. 1931 Pasadena), fisico prussiano-polacco-statunitense, fu premiato con il Nobel per la fisica nel 1907. Michelson chiamò l'apparecchio da lui usato *interferometro*, termine in uso ancora oggi. Edward William Morley (1838–1923), chimico statunitense, fu amico e collaboratore di Michelson per lungo tempo.

[Vol. I, pag. 158](#)

** Questo punto è essenziale. Per esempio, la fisica galileiana stabilisce che solo il moto *relativo* è fisico. La fisica galileiana esclude anche varie opzioni matematicamente possibili per ottenere una velocità della luce costante, ma che vengono contraddetta dalla vita di ogni giorno.

[Ref. 320](#)

[Sfida 33 s](#)

Il lavoro originale di Einstein del 1905 parte da due principi: la costanza della velocità della luce e l'equivalenza, o *relatività*, di tutti gli osservatori inerziali. Quest'ultimo principio era già stato osservato nel 1632 da Galileo; solo la costanza della velocità della luce era un dato nuovo. Nonostante ciò, la nuova teoria fu chiamata da Poincaré usando il nome del principio più vecchio, invece di chiamarla 'teoria dell'invarianza', come Einstein avrebbe preferito.

*** Può fornire un argomento che porta a questa deduzione?

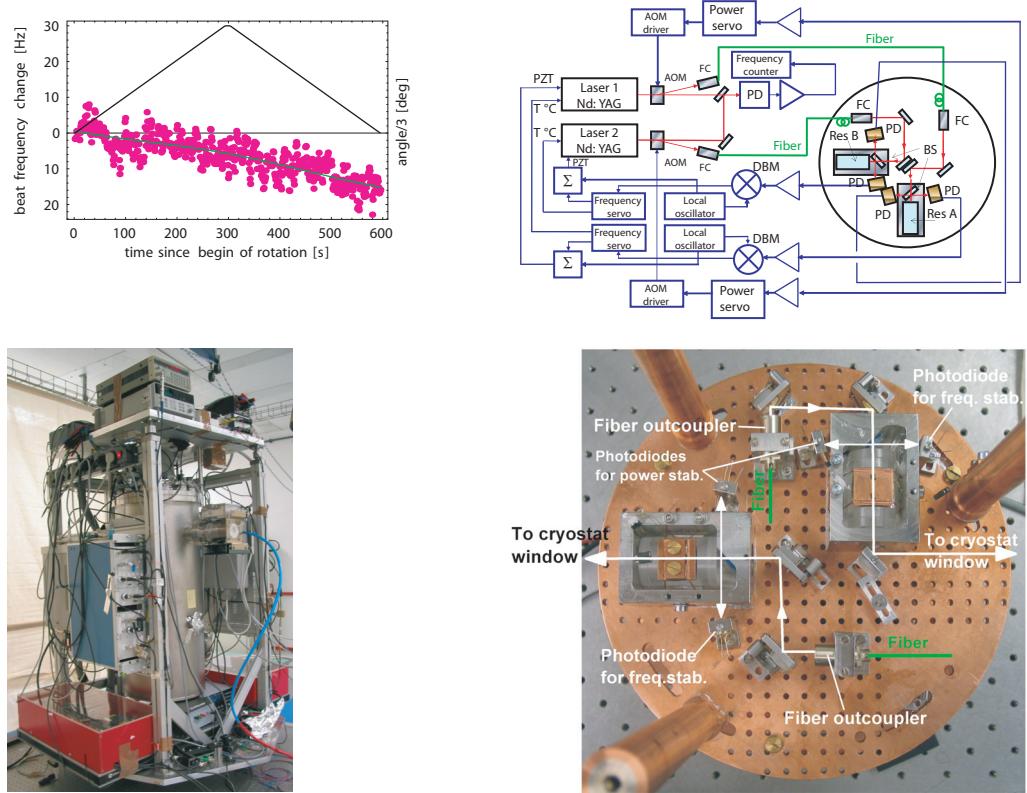


FIGURA 14 Il risultato, gli schemi e l'impostazione del criostato del più preciso esperimento di Michelson-Morley fino ad oggi effettuato (© Stephan Schiller)

possono essere desunti senza disturbare il sistema. (Nel caso contrario, dobbiamo usare la *teoria dei quanti* per descrivere il sistema).

Or possiamo dedurre il modo *preciso* con cui i diversi intervalli di tempo e le diverse lunghezze misurate da due osservatori sono tra loro correlate. Però dobbiamo fare un altro piccolo passo. Partiamo da una situazione dove non interviene nessuna interazione. In altre parole, partiamo dalla *cinematica relativistica* di corpi in moto non perturbato.

Se un oggetto non perturbato viene osservato mentre viaggia lungo una linea retta a velocità costante (o se lo osserviamo in quiete), l'osservatore può essere definito *inerziale* e le coordinate usate dall'osservatore un *sistema inerziale di riferimento*. Ogni osservatore inerziale è egli stesso in moto non perturbato. Osservatori inerziali (o sistemi) – in *due dimensioni* – sono quelli, ad esempio, che si muovono su una superficie ghiacciata priva di attrito o su un pavimento tirato a cera all'interno di un treno o di una nave che si muove senza scossoni; un esempio completo – cioè con tutte e *tre* le dimensioni spaziali – è dato da un cosmonauta che viaggia nella sua navicella spaziale col motore spento. Gli osservatori inerziali non sono, per la verità, così comuni come quelli non inerziali. Può confermarlo? Gli osservatori inerziali sono però i più semplici e formano un gruppo speciale:

- Due osservatori inerziali si muovono a velocità costante relativa (fintanto che non

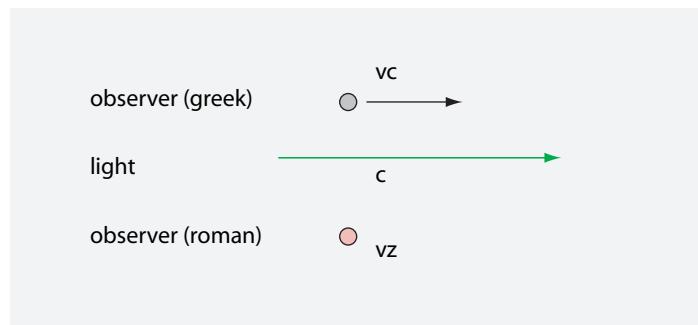


FIGURA 15 Due osservatori inerziali ed un raggio di luce

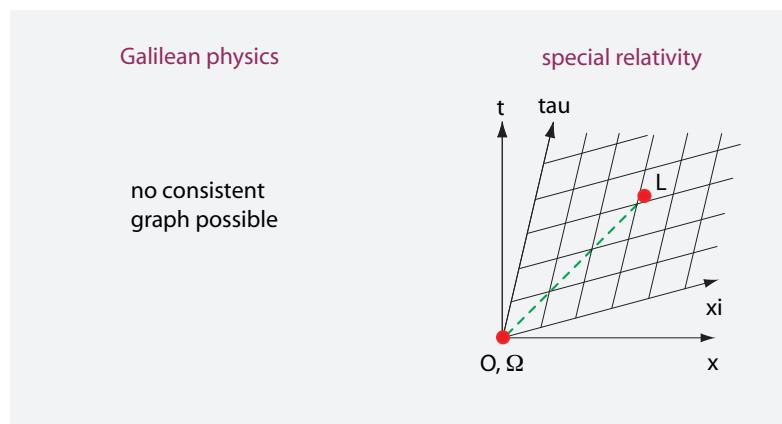


FIGURA 16 Diagrammi spazio-temporali della luce visti da due osservatori che usano le coordinate (t, x) e (τ, ξ)

interviene la gravità, come abbiamo assunto precedentemente).

- Tutti gli osservatori inerziali sono equivalenti: essi descrivono il mondo con le stesse equazioni. Poiché questo fatto implica la perdita di uno spazio e di un tempo assoluti, fu chiamato *principio di relatività* da Henri Poincarè. Comunque, l'essenza della relatività speciale è l'esistenza di una velocità limite.

Per vedere come cambiano gli intervalli da un osservatore inerziale all'altro, consideriamone uno, che chiamiamo Romano, che usa le coordinate x, y, z e t , ed uno, che chiamiamo Greco, che usa le coordinate ξ, ν, ζ e τ ,* e che si muovono con velocità relativa v . Gli assi vengono scelti in modo che la velocità relativa viene inscritta sull'asse x . La costanza della velocità della luce in ogni direzione per ciascuno dei due osservatori significa che per il moto della luce le coordinate differenziali sono correlate da

$$0 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cd\tau)^2 - (d\xi)^2 - (dv)^2 - (d\zeta)^2. \quad (11)$$

Assumiamo che una lampada in quiete rispetto all'osservatore Greco, quindi con $d\xi = 0$, produce due lampi di luce separati da un intervallo di tempo $d\tau$. Per l'osservatore Romano, la lampada di luce si muove con velocità v , così che $dx = vdt$. Inserendo tutto

* Queste lettere si leggono 'csi', 'upsilon', 'zeta' e 'tau'. I nomi, le correspondenze e le pronunce di tutte le lettere greche sono spiegate nell'[appendice A](#).

Sfida 35 f ciò nella precedente espressione ed assumendo linearità e indipendenza di di velocità di direzione per il caso generale, scopriamo che gli intervalli sono posti in relazione da

$$\begin{aligned} dt &= \gamma(d\tau + vd\xi/c^2) = \frac{d\tau + vd\xi/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{with} \quad v = dx/dt \\ dx &= \gamma(d\xi + vd\tau) = \frac{d\xi + vd\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ dy &= dv \\ dz &= d\xi . \end{aligned} \quad (12)$$

Questa espressione mostra come sono posti in relazione gli intervalli di lunghezza e tempo misurati da differenti osservatori. A velocità relative v che sono piccole comparate a quelle della luce, come capita nella vita di tutti i giorni, gli intervalli di tempo sono essenzialmente uguali; il *fattore stretch* o *correzione relativistica* o *contrazione relativistica* γ è quindi in pratica uguale a 1. Invece, per velocità *prossime* a quelle della luce, le misure dei due osservatori danno valori differenti. In questi casi, spazio e tempo si *mescolano* come mostrato nella [figura 16](#).

Sfida 36 s L'espressione (12) è strana anche sotto un altro aspetto. Quando due osservatori si guardano reciprocamente, ciascuno di loro afferma di misurare intervalli più piccoli dell'altro. In altre parole, la relatività speciale dimostra che l'erba del vicino è sempre più *corta* – se si sta su una bicicletta e se l'erba è inclinata. Approfondiremo questo risultato bizzarro più dettagliatamente tra poco.

Sfida 37 s Il fattore di stiramento γ è uguale ad 1 nella maggior parte dei casi nella vita quotidiana. Il più grande valore che gli uomini hanno mai prodotto è di circa $2 \cdot 10^5$; il massimo valore osservato in natura è di circa 10^{12} . Può immaginare in quali casi si presentano?

Ora che sappiamo come cambiano gli *intervalli* di tempo e di spazio, possiamo facilmente dedurre come cambiano le *coordinate*. Le figure 15 e 16 mostrano che la coordinata x di un evento L è la somma di due intervalli: la coordinata ξ e la lunghezza della distanza tra le due origini. In altre parole, abbiamo

$$\xi = \gamma(x - vt) \quad \text{and} \quad v = \frac{dx}{dt} . \quad (13)$$

Usando l'invarianza dell'intervalllo spazio-temporale, avremo

$$\tau = \gamma(t - xv/c^2) . \quad (14)$$

Ref. 339 Henri Poincaré chiamò queste due relazioni le *trasformazioni di Lorentz dello spazio e del tempo* in onore del fisico olandese Hendrik Antoon Lorentz che le scoprì.* In una delle più belle scoperte della fisica, nel 1892 e nel 1904, Lorentz dedusse tali relazioni dalle equazioni dell'elettrodinamica, dove erano, per così dire, nascoste, in attesa di essere

Vol. III, pag. 79

* Per informazioni riguardo Hendrik Antoon Lorentz, vedi [pagina 33](#).

scoperte, fin dal 1865.* In quegli anni James Clerk Maxwell pubblicò le equazioni che descrivono ogni cosa nell'elettromagnetismo. Fu però Einstein a capire per primo che t e τ , così come pure x e ξ , sono ugualmente importanti e quindi ugualmente valide nella descrizione dello spazio e del tempo.

La trasformazione di Lorentz descrive il cambiamento dal punto di vista di un primo sistema inerziale verso quello di un secondo. Questo cambio di punto di vista è detto *boost* (di Lorentz). Le formule (13) e (14) per il boost sono fondamentali nella teoria della relatività, sia speciale che generale. La matematica della relatività speciale non diventa più difficile; chi sa cos'è una radice quadrata, può studiare la relatività speciale in tutta la sua bellezza.

Sono state esplorate molte formule alternative per i boost, ad esempio espressioni in cui viene inclusa l'accelerazione relativa dei due osservatori, così come le loro relative Ref. 340 velocità. Però, tutte le alternative dovettero essere eliminate, dopo aver comparato le previsioni con i risultati sperimentali. Prima di dare un'occhiata a questi esperimenti, continuiamo con alcune deduzioni logiche derivate dalle relazioni boost.

CHE COS'È LO SPAZIO-TEMPO?

“ Von Stund'an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewahren.**

Hermann Minkowski.

Sfida 38 s

Le trasformazioni di Lorentz ci dicono qualcosa d'importante: lo spazio ed il tempo sono due aspetti della stessa basilare entità. Essi 'si mescolano' in modi differenti per differenti osservatori. Questo fatto viene solitamente espresso dicendo che il tempo è la *quarta dimensione*. Ciò fa senso perché la comune entità di base – chiamata *spazio-tempo* – può essere definita come l'insieme di tutti gli eventi, eventi che saranno descritti da quattro coordinate nel tempo e nello spazio e perché la serie di tutti gli eventi ha le proprietà di una varietà.*** (Può confermare questo?)

Ref. 341

In altre parole, l'esistenza di una velocità massima in natura ci induce ad introdurre una varietà spazio-temporale per la descrizione della natura. Nella teoria della relatività speciale, la varietà spazio-temporale è caratterizzata da una proprietà semplice: l'*intervallo spazio-temporale* di tra due eventi vicini, definiti come

$$dt^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad (15)$$

* La stessa scoperta fu pubblicata per la prima volta nel 1887 dal fisico tedesco Woldemar Voigt (1850–1919); Voigt – si pronuncia 'Foogt' – fu anche lo scopritore dell'effetto Voigt e del tensore di Voigt. Indipendentemente, nel 1889, l'irlandese George F. Fitzgerald trovò questo stesso risultato.

** 'D'ora in poi lo spazio in sè ed il tempo in sè si dissolveranno completamente nelle loro ombre e soltanto una specie di unione dei due preserverà la loro autonomia.' Questa famosa dichiarazione fu l'incipit della relazione che Minkowski tenne nel 1908 durante il meeting della Gesellschaft für Naturforscher und Ärzte.

Vol. V, pag. 381

*** Il termine 'varietà' è definito nell'[appendice C](#).

è indipendente dall'osservatore (inerziale). Questo tipo di spazio-tempo è anche chiamato spazio-tempo di Minkowski, da Hermann Minkowski*, che fu maestro di Albert Einstein; egli fu il primo, nel 1904, ad introdurre il concetto di spazio-tempo ed a comprenderne l'utilità e l'importanza.

L'intervallo spazio-temporale di dell'equazione (15) ha un'interpretazione semplice. È il tempo misurato da un osservatore che si muove dall'evento (t, x) verso l'evento $(t + dt, x + dx)$, il cosiddetto *tempo proprio*, moltiplicato per c . Se trascuriamo il fattore c , possiamo semplicemente chiamarlo il *tempo dell'orologio da polso*.

Noi *viviamo* in uno spazio-tempo di Minkowski, per così dire. Lo spazio-tempo di Minkowski esiste indipendentemente da ogni oggetto. E anche se il sistema di coordinate può essere differente da osservatore a osservatore, la sottostante entità, lo spazio-tempo, è comunque *unica*, anche se spazio e tempo di per sé non lo sono.

In cosa differisce lo spazio-tempo di Minkowski dallo spazio-tempo galileiano, la combinazione di spazio-tempo che osserviamo tutti i giorni? Entrambi sono varietà, cioè una continua serie di punti, entrambi hanno una dimensione temporale e tre spaziali, ed entrambe le varietà hanno la topologia di una sfera bucata. (Può confermare ciò?)

Sfida 39 s Entrambe le varietà sono piane, cioè, con curvatura nulla. In entrambi i casi, lo spazio è ciò che viene misurato con un metro regolare o con un taglio di luce, ed il tempo è ciò che leggiamo negli orologi. In entrambi i casi, lo spazio-tempo è fondamentale; esso è e rimane lo *sfondo* ed il *contenitore* delle cose e degli eventi.

La differenza fondamentale, di fatto l'unica differenza, è che lo spazio-tempo di Minkowski, a differenza di quello galileiano, *mescola* spazio e tempo e, in particolare, lo fa differentemente per osservatori che si muovono a velocità differenti, come mostrato nella [figura 16](#). Questo è il motivo per cui il tempo e lo spazio sono concetti dipendenti dall'osservatore.

Il tempo è la quarta dimensione; esso espande lo spazio a spazio-tempo e quindi 'completa' lo spazio-tempo. Questa è l'importanza della quarta dimensione nella relatività speciale, nè più nè meno.

Perciò, l'esistenza di una velocità massima in natura ci obbliga a descrivere il moto in termini di spazio-tempo. Questo è interessante perché nello spazio-tempo, detto in termini semplici, *il moto non esiste*. Il moto esiste solo nello spazio. Nello spazio-tempo nulla si muove. Per ogni particella puntiforme, lo spazio-tempo contiene una *linea di universo*. (Vedi la [figura 17](#).) In altre parole, invece di chiederci *perché* il moto esiste, possiamo equivalentemente chiederci perché lo spazio-tempo è attraversato da linee di universo. Ma al punto in cui ci troviamo siamo ancora lontani dal poter rispondere. Quel che possiamo fare è esplorare *come* il moto succede.

POSSIAMO VIAGGIARE NEL PASSATO? – TEMPO E CAUSALITÀ

Sappiamo che il tempo è differente per osservatori differenti. Può, dunque, il tempo ordinare gli eventi in una sequenza? La risposta data dalla relatività è un chiaro 'sì e no'. Certe serie di eventi non sono naturalmente ordinate in base al tempo; altre serie sì. Que-

* Hermann Minkowski (1864–1909), fu un matematico tedesco. Egli concepì idee simili a quelle di Einstein, ma quest'ultimo un po' prima. Minkowski in seguito sviluppò il concetto di spazio-tempo. Minkowski morì improvvisamente all'età di 44 anni.

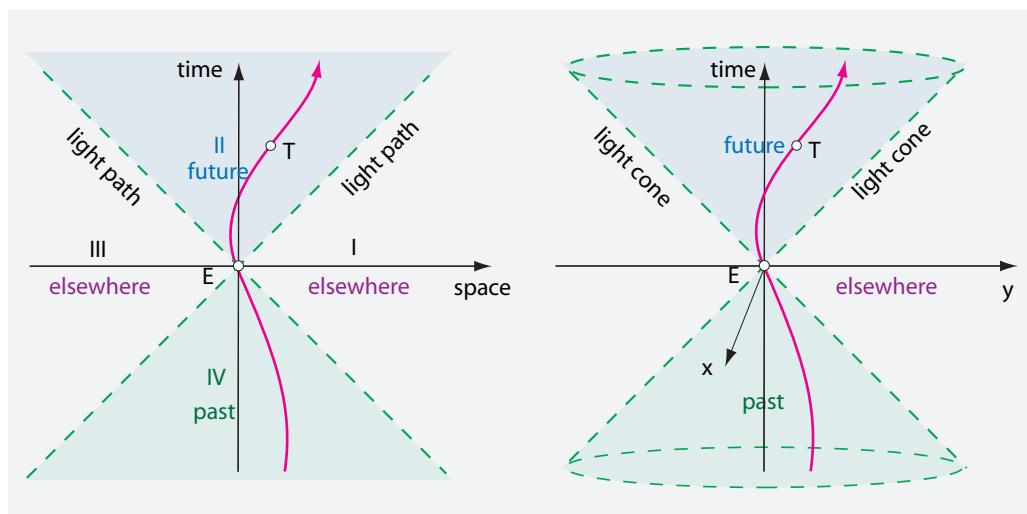


FIGURA 17 Un diagramma spazio-temporale per un oggetto T in moto visto da un osservatore inerziale O nel caso di una e due dimensioni spaziali; la pendenza della curva in un dato punto dà la velocità di quel punto, ed quindi non è mai più ripida di quella della luce

sto si deduce in modo particolarmente chiaro nel diagramma spazio-temporale, come, per esempio, la [figura 17](#).

Ovviamente, due eventi possono essere messi in successione solo se uno è *causato* dall'altro. Ma questa relazione può essere applicata solo se la causa può inviare energia (ad esempio attraverso un segnale) all'altro evento. In altre parole, una relazione di causa ed effetto tra due eventi implica che energia o segnali possano viaggiare da un evento all'altro; quindi la velocità che mette in connessione tali due eventi non può mai essere maggiore della velocità della luce. La [figura 17](#) mostra che l'evento E all'origine del sistema di coordinate può essere influenzato solo dagli eventi posti nel quadrante IV (il *cono di luce del passato*, quando sono incluse tutte le dimensioni spaziali), e può esso stesso influenzare solo eventi posti nel quadrante II (cono di luce del futuro). Gli eventi che si trovano nei quadranti I e III non influenzano né sono influenzati dall'evento E: sarebbero necessari segnali di velocità superiore a quella della luce per permetterlo. Perciò il cono di luce definisce il confine tra eventi che *possono* essere ordinati in base alla loro origine – particolarmente quelli interni al cono – e quelli che *non possono* esserlo – quelli al di fuori del cono, che avvengono *altrove* per tutti gli osservatori. (Alcune persone chiamano tutti gli eventi che avvengono altrove il *presente*.)

In poche parole, il tempo mette in sequenza gli eventi solo *parzialmente*. Per esempio per due eventi che non sono connessi causalmente, la loro sequenza temporale (o la loro simultaneità) dipende dall'osservatore!

In particolare, il cono di luce del passato definisce l'insieme completo degli eventi che possono influenzare ciò che avviene all'origine. Si può anche dire che l'origine è *causalmente connessa* solo con il cono di luce del passato. Questo stato di cose consegue al fatto che ogni interazione comporta trasporto di energia e quindi non può viaggiare più veloce della luce. Notare che la connessione causale è un concetto invariante: tutti gli osservatori concordano se applicarlo o no a due dati eventi. Può confermarlo?

Sfida 40 s

Un vettore all'interno del cono di luce è detto di *tipo tempo*; un vettore sul cono di luce è detto di *tipo luce*; uno al di fuori del cono è detto di *tipo spazio*. Per esempio, la *linea di universo* di un osservatore, cioè la serie di tutti gli eventi che formano la sua storia passata e futura, consiste soltanto di eventi di tipo luce.

La relatività speciale quindi ci insegna che causalità e tempo possono essere definiti *soltanto* perché il cono di luce esiste. Se il trasporto di energia ad una velocità maggiore di quella della luce fosse possibile, il tempo non potrebbe essere definito. La causalità, cioè, la possibilità di ordinare (parzialmente) eventi per tutti gli osservatori, è dovuta all'esistenza di una velocità massima.

Se la velocità della luce potesse essere superata in una qualche maniera, il futuro potrebbe influenzare il passato. Può confermarlo? In queste situazioni, si potrebbero osservare effetti *acausal*. C'è, però un fenomeno quotidiano che ci dice che la velocità della luce è veramente la massima velocità raggiungibile: la nostra memoria. Se il futuro potesse influenzare il passato, noi saremmo capaci di *ricordare* anche il futuro. Per dirla in un'altra maniera, se il futuro potesse influenzare il passato, il secondo principio della termodinamica non sarebbe valido e la nostra memoria non funzionerebbe. * Non esistono dati di alcun tipo che diano evidenza del fatto che il futuro può influenzare il passato. In altre parole, *viaggiare nel passato è impossibile*. Come questa situazione cambi nella teoria dei quanti sarà rivelato più tardi. Sorprendentemente, il viaggio nel futuro è possibile, come vedremo tra poco.

CURIOSITÀ DELLA RELATIVITÀ SPECIALE

Cominciamo con un rompicapo che aiuta a chiarire alcuni concetti. Visti da un osservatore posto su un'isola, due fulmini cadono simultaneamente: uno colpisce l'isola ed un altro colpisce il mare aperto molte chilometri dalla costa. Un secondo osservatore è un pilota che viaggia su un aereo a velocità relativistica che per caso vola esattamente sopra l'isola. Dal punto di vista del pilota, quale fulmine colpisce per primo?

Per il pilota, il fulmine distante, quello che colpisce il mare, colpisce per primo. Ma questa è una domanda trabocchetto: sebbene sia quello che colpisce per primo, il fulmine distante viene osservato dal pilota colpire *dopo* quello che colpisce l'isola, perché il fulmine che colpisce lontano impiega più tempo per raggiungerlo. Il pilota può, però, compensare la propagazione della luce e quindi dedurre che il fulmine distante colpisce per primo.

Sfida 42 f

Ora esploriamo alcune altre conseguenze della relatività speciale.

PIÙ VELOCE DELLA LUCE: QUANTO LONTANO POSSIAMO VIAGGIARE?

Quanto lontano dalla Terra possiamo viaggiare, considerando che il viaggio non deve essere più lungo di un'intera vita, diciamo 80 anni, e considerando che si può usare un razzo che si avvicina quanto più desideriamo alla velocità della luce? Dato il tempo t

* Un altro risultato in materia sta gradualmente diventando conosciuto. Anche se lo spazio-tempo avesse una forma non triviale, per esempio una topologia cilindrica con curve di tipo tempo chiuse, non si sarebbe in grado di viaggiare nel passato, in contrasto con quello che suggeriscono numerose storie di fantascienza.

Ref. 342 Questo risultato è stato chiarito da Stephen Blau, in un recente lavoro.

che siamo preparati a trascorrere in un razzo, data la velocità v del razzo ed assumendo ottimisticamente che può accelerare e rallentare in brevissimo tempo, la distanza d che possiamo percorrere è data da

$$d = \frac{vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (16)$$

La distanza d è maggiore di ct per $v > 0.71c$, e, se v è scelta abbastanza grande, essa aumenta oltre ogni limite! In altre parole, la relatività *non* pone limiti alla distanza che possiamo percorrere durante l'intera vita, e neppure alla distanza che possiamo percorrere in un solo secondo. Possiamo, in via teorica, vagare per l'intero universo in meno di un secondo. (Discuteremo il problema del propellente più in avanti.)

Per i viaggi in astronave fa senso introdurre il concetto di *velocità propria* w , definita come

$$w = d/t = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma v. \quad (17)$$

Come abbiamo appena visto, la velocità propria *non* è limitata dalla velocità della luce; infatti la velocità propria della luce stessa è infinita.*

SINCRONIZZAZIONE E VIAGGI NEL TEMPO – PUÒ UNA MADRE RIMANERE PIÙ GIOVANE DELLA PROPRIA FIGLIA?

L'esistenza di una velocità massima comporta il fatto che il tempo è differente per osservatori differenti che si muovono gli uni rispetto agli altri. Perciò dobbiamo fare attenzione a come sincronizziamo orologi lontani tra loro, anche se essi sono in quiete reciproca in un sistema di riferimento inerziale. Per esempio, prendiamo due orologi simili che mostrano lo stesso tempo. Se portiamo uno dei due orologi con noi in passeggiata, quando saremo ritornati al punto di partenza essi mostreranno tempi differenti. Questo esperimento è stato eseguito numerose volte ed ha sempre confermato pienamente le previsioni della relatività speciale. La differenza di tempo per una persona o un orologio che fa il giro della Terra viaggiando in aeroplano, alla velocità di circa 900 km/h, è dell'ordine di 100 ns – veramente di piccola entità per la vita di tutti i giorni. Il ritardo viene facilmente calcolato dalla formula

$$\frac{t}{t'} = \gamma. \quad (19)$$

Anche i corpi umani sono orologi; essi mostrano il tempo trascorso, cioè l'*età*, con i vari cambiamenti della loro forma, peso, colore dei capelli, etc. Se una persona parte per un

Ref. 344, Ref. 345

Sfida 44 f

* Usando la velocità propria, la relazione data nell'equazione (9) per la sovrapposizione di due velocità $\mathbf{w}_a = \gamma_a \mathbf{v}_a$ e $\mathbf{w}_b = \gamma_b \mathbf{v}_b$ viene semplificata a

$$w_{s\parallel} = \gamma_a \gamma_b (v_a + v_{b\parallel}) \quad \text{and} \quad w_{s\perp} = w_{b\perp}, \quad (18)$$

Ref. 343 dove i segni \parallel e \perp indicano il componente nella direzione di e il componente perpendicolare a \mathbf{v}_a , rispettivamente. In effetti possiamo descrivere tutta la relatività in termini di quantità 'proprie'

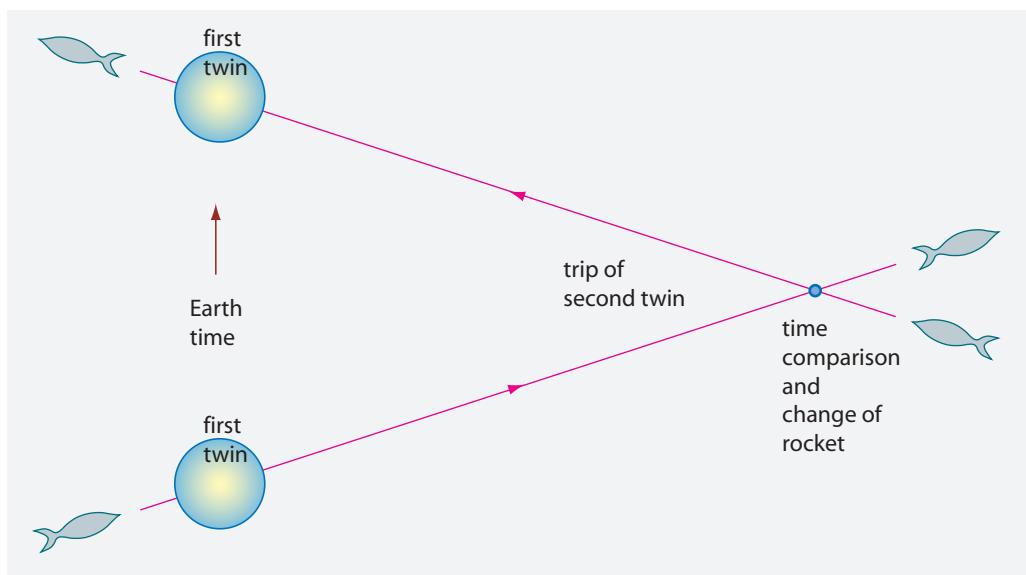


FIGURA 18 Il paradosso dei gemelli

lungo viaggio a velocità elevata, al suo ritorno avrà un'età *inferiore* a quella di un'altra persona che è rimasta ferma a casa sua (inerziale).

L'esempio più famoso è rappresentato dal noto *paradosso dei gemelli* (o *paradosso degli orologi*). Un gemello avventuroso salta su un razzo relativistico che lascia la Terra e viaggia per molti anni. Molto lontano dalla terra, salta su un altro razzo relativistico e ritorna sulla Terra. Il viaggio è illustrato nella figura 18. Al suo arrivo, egli nota che suo fratello gemello, rimasto sulla Terra, è molto più vecchio di lui. Anche questo fatto è stato confermato in molti esperimenti. Poi spiegare questo risultato, ed in particolare la simmetria tra i due fratelli?

La relatività speciale, quindi, conferma, in modo affascinante e sorprendente, la ben nota osservazione che coloro che viaggiano molto rimangono più giovani. Il prezzo da pagare per rimanere giovani, comunque, è che ogni cosa intorno a noi cambia molto, ma molto più velocemente che rimanendo in quiete con l'ambiente.

Il paradosso dei gemelli può anche essere visto come una conferma della possibilità di viaggiare nel futuro. Con l'aiuto di un razzo velocissimo che ritorna al punto di partenza, possiamo arrivare in un tempo locale che non avremmo potuto mai raggiungere nella nostra vita restando fermi a casa. Vale a dire, noi non possiamo *mai* ritornare nel passato.*

Uno degli esperimenti più semplici che conferma il prolungarsi della giovinezza di coloro che viaggiano a velocità elevata è il conteggio dei muoni. I muoni sono particelle che si formano continuamente nella parte superiore dell'atmosfera per azione della *radiazione cosmica*. I muoni in *quiete* (rispetto all'orologio che effettua la misura) hanno

Vol. V, pag. 168

Ref. 346

* Vi sono diversi libri dedicati al viaggio nel tempo, come quello ottimo di Nahin. Notare che il concetto di viaggio nel tempo deve essere definito molto chiaramente; altrimenti non vi è risposta da dare all'impiegato che chiama la sua sedia dell'ufficio dove lavora, una macchina del tempo, solo perché sedervisi gli permette di arrivare nel futuro.

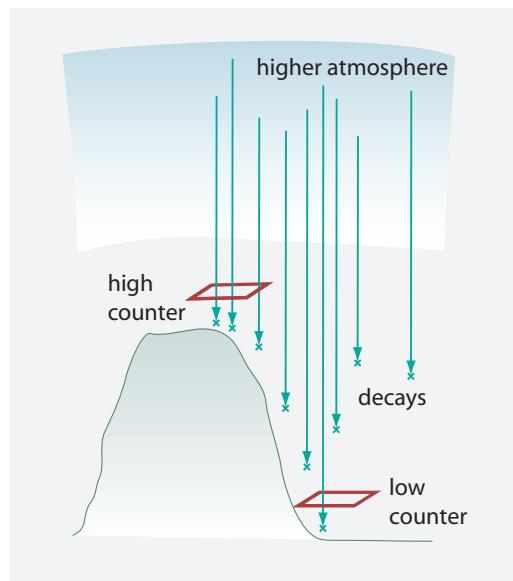


FIGURA 19 Un numero maggiore di muoni rispetto a quello atteso arriva a terra perché viaggiare ad alta velocità li mantiene giovani

Ref. 348

Sfida 45 s

Sfida 46 s

un'emivita di $2.2 \mu\text{s}$ (o, alla velocità della luce, 660 m). Dopo questo tempo, la metà dei muoni è decaduta. L'emivita può essere misurata usando un semplice di muoni. Per di più, esistono speciali contatori che contano soltanto muoni che viaggiano ad una certa velocità, diciamo tra $0,9950c$ e $0,9954c$. Ora si può sistemare uno di questi contatori speciali in cima d'una montagna ed un'altro nella valle sottostante, come mostrato nella figura 19. Quando questo esperimento fu eseguito per la prima volta, la differenza di altezza era di 1,9 km. Per volare per 1,9 km attraverso l'atmosfera alla velocità menzionata ci vogliono circa $6,4 \mu\text{s}$. Con l'emivita appena considerata, un semplice calcolo dimostra che soltanto il 13% dei muoni osservati in cima alla montagna dovrebbe arrivare in fondo alla valle. Invece, l'esperimento mostra che arrivano a fondo valle l'82% dei muoni. Il motivo di questa discrepanza risiede nella dilatazione relativistica del tempo. Infatti, alla velocità menzionata, *per i muoni* il tempo impiegato dalla cima della montagna al fondo valle è di soli $0.62 \mu\text{s}$. Questo tempo è più breve del tempo misurato dagli osservatori. Dunque il tempo dei muoni implica una perdita di muoni molto inferiore del caso in cui non vi fosse la dilatazione temporale; per di più, la percentuale misurata conferma il valore del fattore di dilatazione temporale predetto γ entro il limite dell'errore sperimentale, come tutti possono confermare. Un effetto simile si osserva quando i muoni relativistici vengono prodotti negli acceleratori.

Ref. 328

L'allungamento dell'emivita è stato riscontrato anche in molti altri sistemi che decadono, ad esempio nei pioni, negli atomi di idrogeno, negli atomi di neon e in vari altri nuclei atomici. Tutti confermano le predizioni della relatività speciale. Poiché tutti corpi in natura sono fatti di particelle, l'effetto giovinezza delle alte velocità (chiamata anche *dilatazione temporale*) si può applicare ai corpi di qualsiasi dimensione; infatti è stato osservato non solo per particelle, ma anche per vari laser, per trasmittenti radio e per orologi.

Se il moto provoca una dilatazione del tempo, un orologio posto all'Equatore che gira

continuamente intorno alla Terra, dovrebbe andare più lentamente di uno posto ai poli. Questa predizione, che fu fatta dallo stesso Einstein, però è sbagliata. L'accelerazione centrifuga conduce a una riduzione della accelerazione gravitazionale che cancella esattamente l'aumento dovuto alla velocità. Questo aneddoto serve a ricordare che bisogna essere molto cauti quando si applica la relatività speciale in situazioni che coinvolgono la gravità. La relatività speciale è applicabile solo nello spazio-tempo piatto, non quando è presente la gravitazione.

Ref. 349

Sfida 47 s

Sfida 48 f

In sostanza, una madre *può* rimanere più giovane di sua figlia. Possiamo anche concludere che non possiamo (semplicemente) sincronizzare due orologi in quiete l'uno rispetto all'altro semplicemente camminando, orologio in mano, da un posto all'altro. Il modo corretto per farlo è scambiarsi un segnale luminoso. Può dire come? La definizione precisa della sincronizzazione è necessaria: ci serve per poter chiamare *simultanei* due eventi distanti. Naturalmente, la relatività speciale dimostra che la simultaneità dipende dall'osservatore. Questo è confermato da tutti gli esperimenti eseguiti fino ad oggi.

Il desiderio della madre di restare più giovane della figlia però non è facilmente risolvibile. Proviamo ad immaginare una mamma che viene accelerata in una navicella spaziale che parte dalla Terra con 10 m/s^2 per dieci anni, poi rallenta con 10 m/s^2 per altri 10 anni, quindi accelera per ulteriori dieci anni verso la Terra ed infine decelera per altri dieci anni ed atterra gentilmente sul nostro pianeta. Questa mamma ha effettuato un viaggio di 40 anni ed è arrivata fino a 22 000 anni luce di distanza dalla Terra. Al suo ritorno sulla Terra sono passati 44 000 anni. Tutto questo sembra come sperato, finché non ci rendiamo conto che la quantità necessaria di carburante, anche per il più efficiente motore immaginabile, è così grande che la massa che ritorna dal viaggio è soltanto di una parte su $2 \cdot 10^{19}$ della massa che è partita. Una tale quantità di carburante non esiste sulla Terra.

Sfida 49 f

CONTRAZIONE DELLA LUNGHEZZA

La lunghezza di un oggetto misurata da un osservatore solidale con l'oggetto è detta lunghezza propria. Secondo la relatività speciale, la lunghezza misurata da un'osservatore inerziale in movimento è sempre più piccola della lunghezza propria. Questo risultato emerge direttamente dalle trasformazioni di Lorentz.

Per una Ferrari che viaggia 300 km/h o 83 m/s , la lunghezza è contratta di 0,15 pm: meno del diametro di un protone. Vista dal Sole, la Terra si muove a 30 km/s ; questo dà una contrazione della sua lunghezza di 6 cm.* Nessuno di questi effetti è mai stato misurato – ma effetti più grandi potrebbero esserlo. Vediamo di esaminare alcuni esempi.

Sfida 51 s

Immaginiamo un pilota che viaggia attraverso un fienile con due porte, una posta all'ingresso e una all'uscita. L'aereo è poco più lungo del fienile, ma si muove così velocemente che la sua lunghezza contratta è inferiore alla lunghezza del fienile. Può il contadino chiudere il fienile (almeno per un istante) con l'aereo completamente all'interno? La risposta è positiva. Ma perché il pilota non può dire che il fienile risulta contratto e quindi l'aereo non può stare nel suo interno? La risposta viene mostrata nella [figura 20](#). Per il contadino, le porte si chiudono (e si riaprono) nello stesso momento. Per il pilota non è così. Per il contadino, il pilota è al buio per un breve tempo; per il pilota il fienile non è mai buio. (Questo non è completamente vero: può chiarire i dettagli?).

Sfida 50 s

* Può essere misurato il valore della contrazione della Terra?

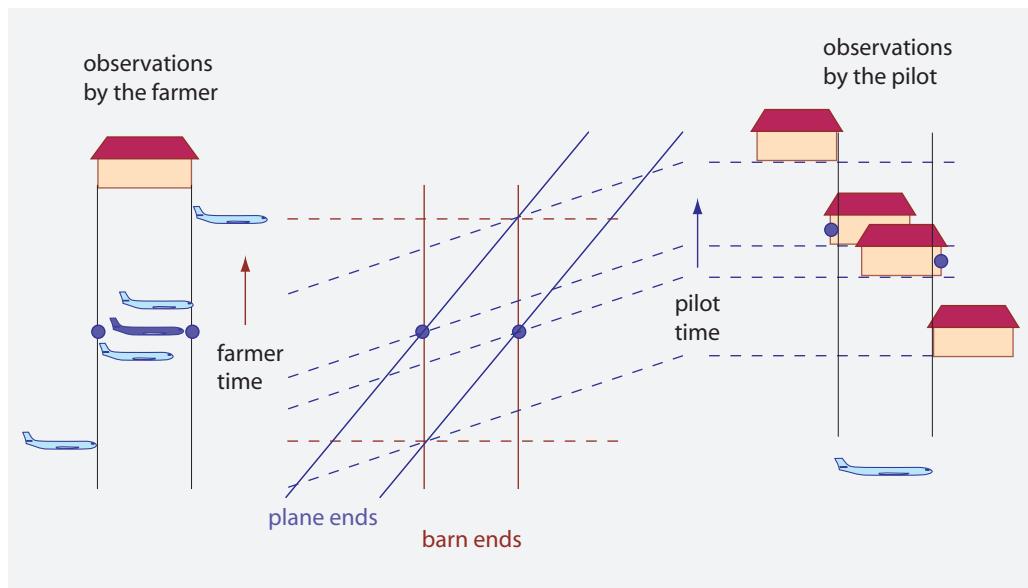


FIGURA 20 Le osservazioni del pilota e del proprietario del fienile



FIGURA 21 L'osservazione di chi ha scavato la buca e quella dello snowboarder, come (ingannevolmente) pubblicato in letteratura

Ora esploriamo alcune varianti del caso generale. Può uno snowboarder molto veloce cadere in un buco più corto della sua tavola? Immaginiamolo così veloce che il fattore di contrazione della lunghezza γ sia 4. Per un osservatore solidale con il terreno, lo snowboard è quattro volte più piccolo e quando passa sopra al buco, ci cade dentro. Invece, per lo sciatore, è il buco che è quattro volte più piccolo; si direbbe che lo snowboard non possa caderci dentro.

Ref. 350

Un'analisi più dettagliata mostra che, in contrasto con l'osservazione di chi ha scavato il buco, lo sciatore non rileva la forma dello snowboard come detto: mentre passa sulla buca, lo sciatore osserva che la tavola assume una forma a parabola e cade dentro al buco, come mostrato nella [figura 21](#). Può confermare il fatto? In altre parole, la forma non è un concetto invariante rispetto all'osservatore. (Comunque, la rigidità è invariante rispetto all'osservatore, se definito propriamente; può confermarlo?)

Sfida 52 f

Sfida 53 s

Ref. 351

Questa spiegazione, sebbene sia stata pubblicata, non è corretta, come Harald van Lintel e Christian Gruber hanno puntualizzato. Non bisogna dimenticare di considerare la dimensione dell'effetto. A velocità relativistiche il tempo richiede di prendere in considerazione, riguardo al buco, l'intero spessore della tavola. Lo sciatore vede la tavola assumere una forma parabolica solo nel caso in cui sia sottilissima e flessibilissima.

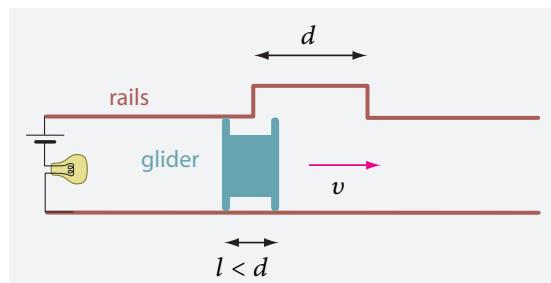


FIGURA 22 Riuscirà il conducente a tenere accesa la luce a grande velocità?

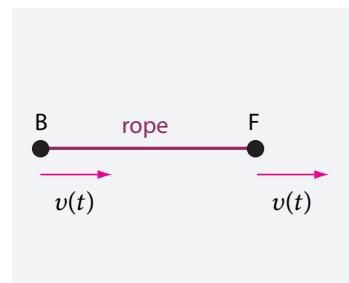


FIGURA 23 Cosa succede con la fune?

Sfida 54 f

Per le tavole normali che si muovono a velocità relativistiche, lo snowboard non ha tempo sufficiente per cadere lungo una altezza h misurabile o per piegarsi dentro al buco prima di oltrepassarlo. La [figura 21](#) è così esagerata da essere sbagliata. L'atleta passa semplicemente sopra al buco.

Ref. 352

I paradossi riguardanti la contrazione della lunghezza diventano più interessanti nel caso di un carrello conduttore che determina un contatto elettrico tra due rotaie, come mostrato nella [figura 22](#). Le due rotaie sono parallele, ma una di esse presenta una deviazione, più lunga del carrello. Può dire se la lampadina connessa in serie rimane accesa se il carrello si muove lungo le rotaie a velocità relativistica? (Semplifica e considera, non realisticamente, che la corrente elettrica fluisce in ogni istante in cui il carrello tocca le rotaie). Ottieni lo stesso risultato per tutti gli osservatori? E cosa accade quando il carrello è più lungo del deviazione della rotaia? O quando si avvicina alla lampada dall'altro lato della deviazione? (Attenzione: questo problema dà origine a discussioni molto *intense!*) Cosa c'è di irrealistico in questo esperimento?

Ref. 353

Sfida 55 s

Un altro esempio di contrazione della lunghezza si ha quando due oggetti, per esempio due automobili, sono connesse per tutta la distanza d che le separa da una fune, come mostrato nella [figura 23](#). Immaginiamo che entrambe siano ferme al tempo $t = 0$ e che vengano accelerate contemporaneamente nella stessa direzione. L'osservatore in quiete noterà che le due auto rimangono sempre alla stessa distanza. D'altra parte, la fune deve colmare la distanza $d' = d / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ e quindi deve allungarsi quando le due auto accelerano. In altre parole, la corda si romperà. Questa predizione viene confermata dagli osservatori su entrambe le auto?

Sfida 56 s

Ref. 354

Sfida 57 s

Sfida 58 s

Un esempio divertente – ma un pò irrealistico – di contrazione delle lunghezze è quello del sottomarino che si muove orizzontalmente in immersione. Immaginiamo che prima di muoversi, il sottomarino fermo si sia bilanciato in modo da non scendere né emergere. Ora immaginiamo che il sottomarino si muova (possibilmente a velocità relativistica). Il capitano osserva che l'acqua intorno a lui subisce la contrazione di Lorentz; quindi l'acqua sarà più densa; dunque conclude che il sottomarino emergerà. Un pesce lì vicino vede il sottomarino contrarsi; quindi diventa più denso dell'acqua; dunque il pesce conclude che il sottomarino si immerge. Chi dei due sbaglia, e qual'è la forza di galleggiamento? In alternativa rispondi a questa domanda: perché è impossibile che un sottomarino si muova a velocità relativistica?

In sostanza, nei corpi macroscopici la contrazione della lunghezza probabilmente non

sarà mai essere osservata. Comunque essa gioca un ruolo importante nelle *immagini*.

FILMS RELATIVISTICI – ABERRAZIONE ED EFFETTO DOPPLER

Durante la nostra esplorazione abbiamo incontrato diversi effetti che cambiano quando osserviamo il nostro vicinato a velocità relativistica. Mettiamoli insieme. Prima di tutto, la contrazione di Lorentz e l'aberrazione portano ad una *distorsione* delle immagini. Secondo, l'aberrazione aumenta l'angolo di visuale oltre i 180 gradi tipici della vita di tutti i giorni. A velocità relativistiche, guardando nella direzione del moto vediamo luce che non viene vista da un osservatore in quiete perché, per quest'ultimo, proviene da dietro. Terzo, l'effetto Doppler produce una *variazione di colore* delle immagini. Quarto, il moto rapido cambia la *luminosità* ed il *contrasto* dell'immagine: il cosiddetto *effetto search-light* (effetto cerca-luce). Ciascuno di questi cambiamenti dipende dalla direzione della visuale e sono illustrati nella [figura 25](#).

I computer moderni ci consentono di simulare le osservazioni fatte da osservatori in moto veloce con qualità fotografica ed anche di simulare dei filmati.* Le immagini della [figura 24](#) sono particolarmente utili per farci capire la distorsione delle immagini. Esse mostrano l'angolo di visuale, il cerchio che distingue gli oggetti di fronte all'osservatore da quelli dietro l'osservatore, le coordinate dei piedi dell'osservatore e il punto sull'orizzonte verso il quale l'osservatore si sta muovendo. Fissando bene in mente questi tre punti mentre guardiamo altre figure e filmati, capiremo meglio cosa essi stanno guardando.

Si nota che l'immagine vista da un osservatore in moto è una versione *distorta* di quella vista da un osservatore fermo nello stesso punto. Un osservatore in moto, ad ogni modo, non vede mai cose diverse rispetto ad uno fermo nello stesso punto. Infatti, i coni di luce sono indipendenti dal moto del osservatore.

Ref. 355

Pagina 17

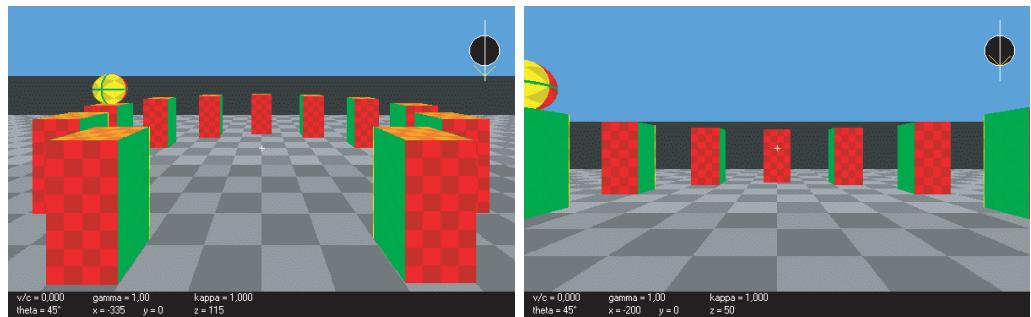
Sfida 59 s

Le immagini appena discusse mostrano anche un altro effetto. La contrazione di Lorentz è misurabile – ma non può essere fotografata. Questo risultato sorprendentemente fu scoperto solo nel 1959. Ogni misura comporta simultaneità rispetto alla posizione dell'oggetto, mentre una fotografia comporta simultaneità rispetto alla posizione dell'osservatore. In una fotografia, la contrazione di Lorentz viene modificata dall'effetto dovuto al diverso tempo di viaggio della luce proveniente da parti differenti dell'oggetto; il risultato è un cambiamento della forma che è simile, ma non esattamente uguale, ad una rotazione. La deformazione complessiva è un'aberrazione dipendente dalla direzione. Abbiamo parlato dell'aberrazione delle posizioni delle stelle all'inizio di questo capitolo. Per un'immagine, l'aberrazione trasforma cerchi in cerchi: questo tipo di trasformazioni sono chiamate *conformi*. Come risultato, una sfera è vista come sfera anche a velocità relativistiche; in un certo senso, l'aberrazione compensa la contrazione di Lorentz.

L'aberrazione ci porta al *paradosso della collana di perle*. Se il molto relativistico trasforma sfere in sfere, e aste in aste più corte, cosa si osserva quando una collana di perle si muove lungo il suo stesso asse? Sarebbe più corta?

* Vedi per esempio le immagini ed i filmati in www.anu.edu.au/Physics/Searle di Anthony Searle, in www.tat.physik.uni-tuebingen.de/~weiskopf/gallery/index.html di Daniel Weiskopf, in www.itp.uni-hannover.de/~dragon/stonehenge/stone1.htm di Norbert Dragon e Nicolai Mokros, o in www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de del gruppo di Hanns Ruder.

Views for an observer at rest



Views for an observer at relativistic speed

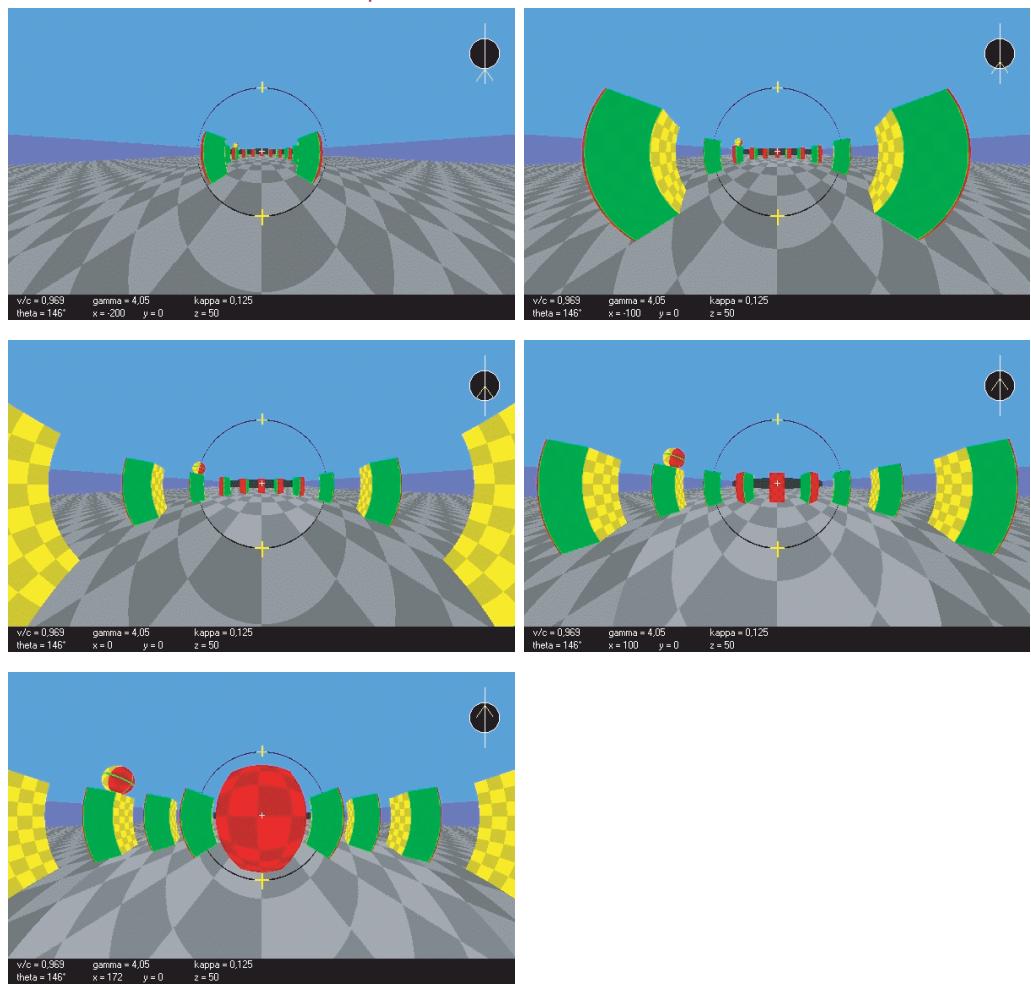


FIGURA 24 Viaggiare tra dodici colonne verticali (vedi le due immagini superiori) a 0.9 volte la velocità della luce come visualizzato da Nicolai Mokros e Norbert Dragon, con l'effetto della velocità e della posizione sulle distorsioni (© Nicolai Mokros)



FIGURA 25 Viaggiare attraverso 3 colonne rette e verticali a 0.9 volte la velocità della luce come visualizzato da Daniel Weiskopf: a sinistra con i colori originali; al centro includendo l'effetto Doppler; a destra includendo l'effetto sulla luminosità, quindi quel che un osservatore dovrebbe vedere (© Daniel Weiskopf)



FIGURA 26 Ciò che osserva un osservatore in quiete ed uno che corre rapidamente lungo un corridoio (ignorando gli effetti sul colore e la luminosità) (© Daniel Weiskopf)

QUAL'È IL MIGLIOR POSTO A SEDERE SU UN AUTOBUS?

Ref. 353

Sfida 60 f

Vediamo ora un altro fatto sorprendente della relatività speciale. Immaginiamo due gemelli dentro due automobili identiche in accelerazione, una di fronte all'altra, che partono da fermi al tempo $t = 0$, visti da un osservatore in quiete rispetto ad entrambi (non vi è fune tra le auto). Le due auto contengono la stessa quantità di carburante. Si intuisce che l'accelerazione delle due auto termina, quando la benzina finisce, nello stesso momento secondo il sistema di riferimento dell'osservatore esterno. Inoltre, la distanza tra le due automobili è rimasta la stessa per tutto l'esperimento, per l'osservatore esterno, e le due auto proseguono con velocità identica costante v , se consideriamo nullo l'attrito. Se chiamiamo f e b i due eventi in cui i motori si spengono, per le loro coordinate temporali, viste dal sistema esterno, abbiamo semplicemente $t_f = t_b$. Usando le trasformazioni

di Lorentz possiamo dedurre per il sistema dei gemelli in moto libero la relazione

$$t_b = \gamma \Delta x v/c^2 + t_f , \quad (20)$$

che significa che il gemello che sta davanti è *più* vecchio di quello che sta dietro! Quindi, in sistemi accelerati, l'età depende dalla posizione.

Per scegliere il posto a sedere su un autobus, però, questo risultato non aiuta. È vero che il miglior posto in un autobus in accelerazione è quello dietro, ma quando rallenta alla fine del viaggio il migliore è quello davanti. Alla fine del viaggio la scelta del posto non ha avuto alcuna rilevanza.

È corretto dedurre da questo calcolo che le persone che vivono in alta montagna invecchiano più velocemente delle persone che vivono in valle, così che vivere in una valle rallenta l'ingrigirsi dei cappelli?

Sfida 61 s

QUANTO VELOCE POSSIAMO CAMMINARE?

Camminare significa muovere i piedi in modo tale che almeno uno dei due tocchi sempre il terreno. Questa è una delle regole della competizione olimpica della marcia; i marciatori vengono squalificati se infrangono questa regola. Uno studente atleta stava cercando quale velocità teorica massima può raggiungere alle Olimpiadi. Nel caso ideale i piedi accelerano istantaneamente fino a (quasi) la velocità della luce. La velocità massima di marcia si raggiunge quando il secondo piede viene alzato da terra nel momento esatto in cui il primo piede viene poggiato sul terreno. Lo 'stesso istante' per lo studente significa 'come visto da un giudice in quiete rispetto alla Terra'. Il moto dei piedi è mostrato nel diagramma di sinistra della [figura 27](#); esso ci dice che il limite di velocità per la marcia è la metà della velocità della luce.

Ref. 356

Ad un certo punto lo studente si accorge che un giudice che si sta muovendo vedrà, in certi momenti, entrambi i piedi sollevati da terra e quindi lo squalificherà perché lo vedrà correre. Per evitare la squalifica da parte di *qualsiasi* giudice, il secondo piede deve aspettare un segnale luminoso dal primo. La velocità limite della marcia olimpica diventa quindi solo un terzo della velocità della luce.

LA VELOCITÀ DELL'OMBRA È MAGGIORE DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE?

Pagina 42

Sfida 62 s

Il moto più veloce della luce esiste ed è anche piuttosto comune. La relatività speciale limita solo il moto di massa ed energia. Dunque, punti non materiali ed immagini *possono* muoversi più veloce della luce. Vi sono numerosi semplici esempi. Per essere chiari, non stiamo parlando di velocità *propria*, che in questi casi non può essere presa in considerazione. (Perché?)

Gli esempi seguenti mostrano velocità che sono veramente più veloci della velocità della luce nel vuoto. Per primo, consideriamo il punto in cui una forbice taglia la carta, segnato con X nella [figura 28](#). Se le forbici sono chiuse abbastanza rapidamente, il punto si muove più veloce della luce. Esempi simili si possono riscontrare in ogni finestra, e, in sostanza, in ogni oggetto che abbia due parti che si avvicinano.

Un altro esempio di moto più veloce della luce appare quando un disco di musica in vinile – un vecchio LP – viene rimesso dentro la propria custodia, come mostrato nella [figura 29](#). Il punto dove il bordo del disco incontra il bordo della custodia può viaggiare

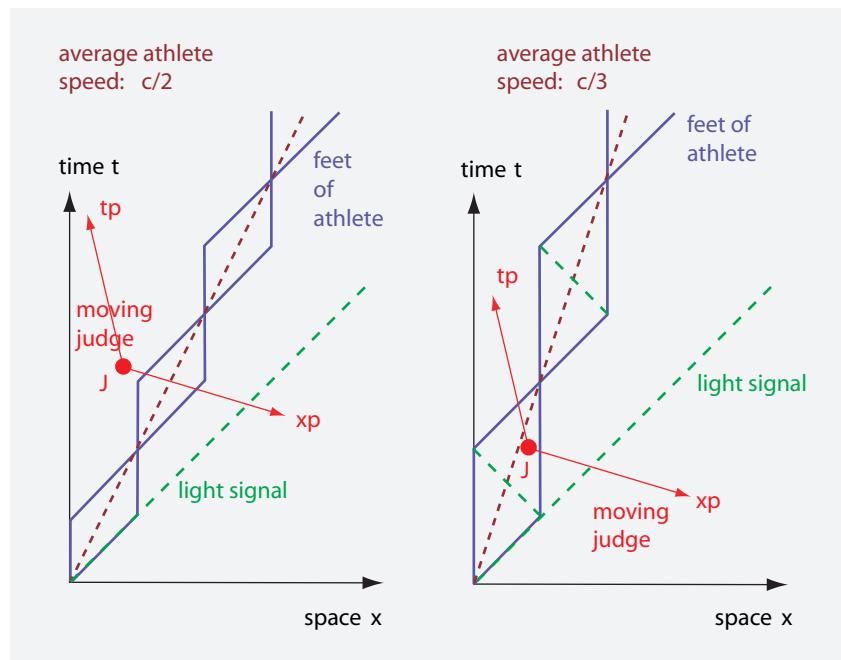


FIGURA 27 Per l'atleta sulla sinistra, il giudice che si muove in direzione opposta vede entrambi i piedi staccati per un istante dal terreno, ma non per l'atleta sulla destra.

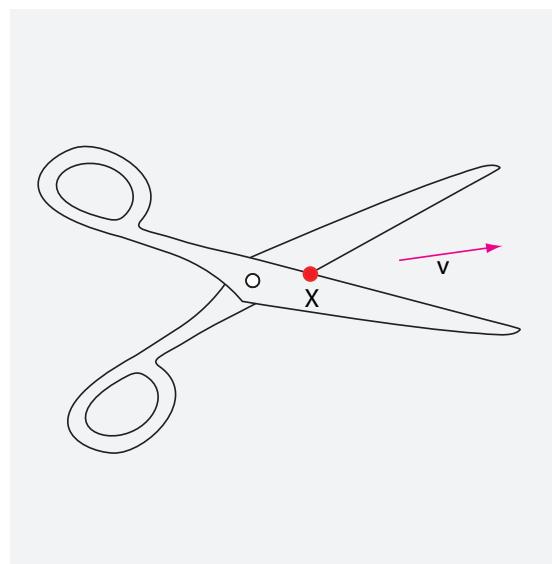


FIGURA 28 Un semplice esempio di moto che può essere più veloce della luce

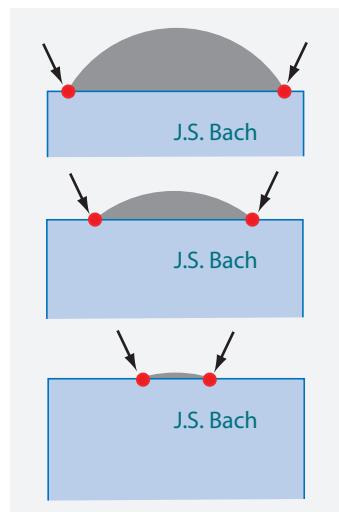


FIGURA 29 Un altro esempio di moto più veloce della luce

più veloce della luce.

Un altro esempio ci viene suggerito dal fatto che viviamo su un pianeta sferico. Immaginiamo di essere sul pavimento e di alzarci. Può dimostrare che la velocità iniziale con cui l'orizzonte si allontana può essere maggiore di quella della luce?

Un ultimo esempio classico è rappresentato dal moto di uno spot di luce prodotto da

Sfida 63 s

un laser posto sulla Luna. Se il laser viene fatto ruotare, lo spot può facilmente muoversi più velocemente della luce. La stessa cosa accade ad uno spot luminoso sul monitor di un oscilloscopio quando viene inserito un segnale di frequenza sufficientemente alta.

Tutti questi sono tipici esempi di *velocità di ombre*, talvolta dette anche *velocità del buio*. Sia le ombre che il buio possono muoversi più veloci della luce. Infatti non vi è limite alla loro velocità. Può fare un altro esempio?

Sfida 64 s

Per di più, vi è un crescente numero di esperimenti in cui la velocità di fase o anche il gruppo di velocità della luce è maggiore di c . Questi esperimenti conquistano regolarmente le prime pagine dei giornali, con titoli del tipo ‘La luce si muove più velocemente della luce’. Discuteremo successivamente con maggiori dettagli questo sorprendente fatto. In effetti questi casi possono essere anche visti – con un pò di astrazione – come casi speciali del fenomeno della ‘velocità dell’ombra’.

Vol. III, pag. 138

In un esempio differente, immaginiamo di trovarci all’uscita di un tunnel di lunghezza l . Vediamo un’automobile, che viaggia alla velocità nota v , entrare dall’altra parte del tunnel e viaggiare verso di noi. Noi sappiamo che è entrata nel tunnel perché ad un certo punto non è più illuminata dal Sole o perché ha acceso i fari. A quale tempo t , dopo che abbiamo visto che è entrata nel tunnel, passerà davanti a noi? Un semplice ragionamento mostra che t è dato da

$$t = l/v - l/c . \quad (21)$$

In altre parole, l’automobile che si avvicina sembra avere una velocità v_{appr} di

$$v_{\text{appr}} = \frac{l}{t} = \frac{vc}{c - v} , \quad (22)$$

Ref. 357

che è maggiore di c per qualsiasi velocità v dell’auto maggiore di $c/2$. Per le automobili ciò non avviene molto spesso, ma agli astronomi è noto un tipo di oggetto luminoso del cielo chiamato *quasar* (abbreviazione di ‘oggetto quasistellare’) che talvolta emette jet di gas ad alta velocità. Se tale emissione avviene in direzione della Terra, la sua velocità apparente – compresa la componente trasversale pura – è maggiore di c . Tali situazioni sono oggi regolarmente osservate con i telescopi.

Notare che per un secondo osservatore posto all’*entrata* del tunnel, la velocità apparente dell’auto che si *allontana* è data da

$$v_{\text{leav}} = \frac{vc}{c + v} , \quad (23)$$

che non è *mai* maggiore di $c/2$. In altre parole, gli oggetti non sono mai visti allontanarsi con una velocità superiore alla metà della velocità della luce.

La storia ha una svolta finale. Abbiamo appena visto che il moto più veloce della luce può essere osservato in varie maniere. Ma può un *oggetto* muoversi più veloce della luce? Sorprendentemente, la risposta è sì, ma solo in modi piuttosto inusuali. Prima di tutto, poiché un tale oggetto immaginario, solitamente chiamato *tachione*, si muove più veloce della luce, non possiamo mai vederlo in avvicinamento. Se riuscissimo a vederlo, potremmo vederlo solo in allontanamento. Vedere un tachione sarebbe come sentire un jet supersonico. Solo *dopo* che un tachione ci è passato vicino, presumendo che sia visi-

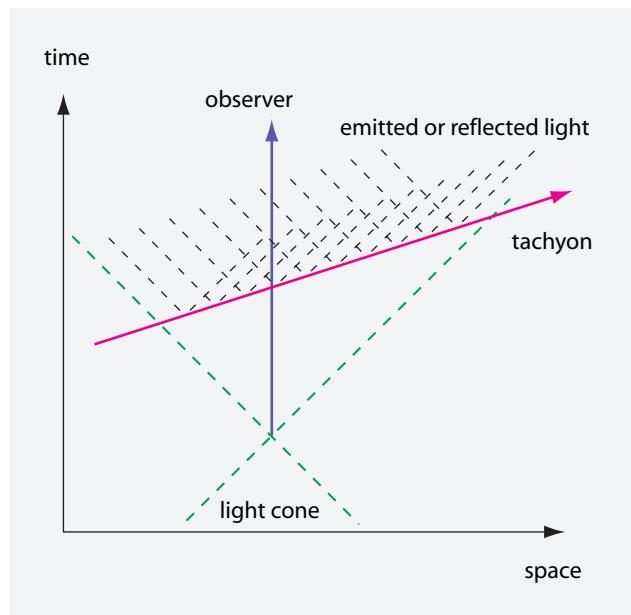


FIGURA 30 Diagramma spazio-temporale ipotetico dell'osservazione di un tachione

Sfida 65 f

Ref. 358

Pagina 63

bile alla luce del giorno, potremmo dire di averlo notato. Vedremmo prima un lampo di luce, corrispondente al bang di un jet che vola a velocità supersonica. Poi vedremmo *due* immagini di un tachione comparire da qualche parte nello spazio e partire in direzioni opposte, come mostrato nella [figura 30](#). Anche se una delle due immagini si avvicinasse a noi, sarebbe più tenue e più piccola. Questo è un comportamento alquanto insolito. Per di più, se vogliamo guardare un tachione di notte, illuminandolo con una torcia, bisogna girare la testa in direzione opposta a quella del braccio che tiene la torcia! Questo requisito deriva anche dal diagramma spazio-temporale: può dire perché? Nessuno ha mai osservato un tale fenomeno.

I tachioni, se esistessero, sarebbero oggetti proprio strani: essi quando accelerano perdono energia, ad energia zero avrebbero la velocità massima possibile, cioè infinita e la direzione del moto dei tachioni dipenderebbe dal moto dell'osservatore. Nessun oggetto con queste proprietà è mai stato osservato. Peggio ancora, come abbiamo appena visto, i tachioni sembrerebbero apparire dal nulla, scontrandosi con le leggi della conservazione; e notare che, proprio perché i tachioni non possono essere visti nel senso comune del termine, non possono essere neppure toccati, dal momento che entrambi i processi sono dovuti ad interazioni elettromagnetiche, come vedremo più tardi nella nostra ascensione del Monte del Moto. I tachioni, quindi, non possono essere considerati oggetti nel senso comune del termine. Nella parte della nostra avventura riguardante i quanti vedremo che la teoria dei quanti attualmente *nega* l'esistenza dei tachioni (reali). Però, la teoria dei quanti *richiede* anche l'esistenza di tachioni 'virtuali', come vedremo.

LE PARALLELE NON SONO PARALLELE – LA ROTAZIONE DI THOMAS

La relatività ha molte conseguenze strane. Due osservatori possono mantenere due aste parallele anche se sono in moto uno rispetto all'altro. Stranamente, però, nel caso di una

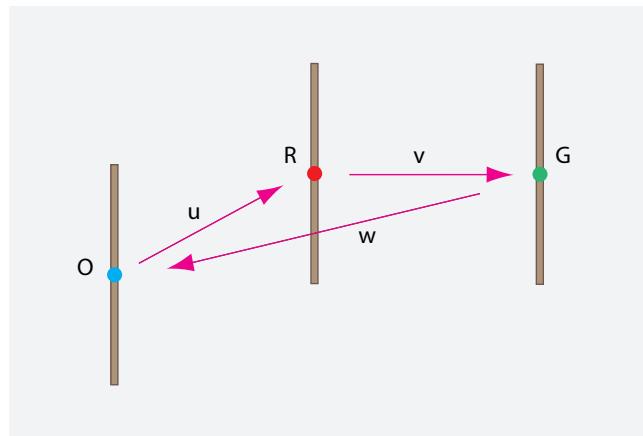


FIGURA 31 Se l'asta O è parallela all'asta R ed R è parallela a G, le asta O e G non sono parallele

serie di tre o più asta parallele a due a due, la prima e l'ultima asta *non* saranno parallele tra loro. In particolare non lo saranno *mai* se il moto dei vari osservatori avviene in differenti direzioni, come nel caso in cui i vettori della velocità formano un circolo.

Ref. 359

L'esempio più semplice è mostrato nella [figura 31](#). Nella relatività speciale, una concatenazione di boosts puri non danno un boost puro ma un boost più una rotazione. Il risultato è dunque che l'ultima asta in generale non risulta parallela alla prima.

Un esempio di questo effetto si ha nel moto rotatorio. Se camminiamo con velocità relativistica lungo un cerchio con un'asta in mano, e se la teniamo sempre parallela alla direzione che aveva appena prima, alla fine del cerchio l'asta avrà un angolo rispetto alla direzione iniziale. Ugualmente, l'asse di un corpo rotante che gira intorno ad un corpo *non* punterà nella stessa direzione dopo un giro. Questo effetto è chiamato *precessione di Thomas*, e fu scoperto da Llewellyn Thomas nel 1925, 20 anni dopo la nascita della relatività speciale. Esso sfuggì all'attenzione di molti fisici famosi. La precessione di Thomas è di importanza fondamentale all'interno degli atomi; torneremo più tardi su questo argomento. Tutti questi fenomeni assai sorprendenti sono puramente relativistici, e sono quindi misurabili *solo* nel caso di velocità prossime a quelle della luce.

UNA STORIA INFINITA – TEMPERATURA E RELATIVITÀ

La letteratura sulla temperatura è confusa. Albert Einstein e Wolfgang Pauli giunsero al seguente risultato: la temperatura T vista da un osservatore che si muove con velocità v è in relazione con la temperatura T_0 misurata dall'osservatore in quiete rispetto al bagno termico tramite la formula

$$T = T_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (24)$$

Quindi un osservatore in moto misura sempre valori più bassi rispetto ad uno in quiete.

Nel 1908 Max Planck usò questa espressione, insieme con quella corrispondente della trasformazione del calore, per dedurre che l'entropia è invariante rispetto alle trasformazioni di Lorentz. Dopo aver scoperta della costante k di Boltzman, Planck dimostrò in questo modo che la costante è un invariante relativistico.

Non tutte le ricerche concordano con questa espressione. Alcune di esse evidenzia-

no che T e T_0 possono essere intercambiabili nelle trasformazioni che riguardano la temperatura. Inoltre sono state proposte potenze diverse dalla semplice radice quadrata. L'origine di queste discrepanze è semplice: la temperatura è definita solo per situazioni in equilibrio, cioè per i bagni termici. Ma un bagno termico per un osservatore non è un bagno termico per un altro. A basse velocità, un osservatore in moto vede una situazione che è *quasi* come un bagno termico; ma a velocità elevate la questione diventa complessa. La temperatura viene dedotta dalla velocità delle particelle di materia, come atomi e molecole. Per gli osservatori in moto, non vi è un buon metodo per misurare la temperatura. I valori della temperatura misurata in modo semplice dipendono sempre dal range di energia delle particelle di materia che viene misurata! In sostanza, l'equilibrio termico non è un concetto invariante rispetto all'osservatore. Quindi, *non* esiste una formula corretta per le trasformazioni termiche. (Con certi assunti aggiuntivi, l'espressione di Planck può comunque sembrare corretta). Infatti non vi sono neppure osservazioni sperimentali che possono confermare la formula. Cercare di realizzare questa misura è una sfida aperta per gli sperimentatori – ma non per la relatività in sé stessa.

MECCANICA RELATIVISTICA

Poiché la velocità della luce è invariante e non può essere superata, dobbiamo ripensare le definizioni della massa, del momento e dell'energia. Dobbiamo, quindi, ricreare la meccanica da zero.

LA MASSA NELLA RELATIVITÀ

Nella fisica galileiana, la frazione della massa di due corpi viene definita con una collisione; essa era data dall'inverso della frazione tra i cambiamenti di velocità

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}. \quad (25)$$

Sfida 66 na

Gli esperimenti dimostrano che questa espressione non è corretta per velocità prossime a quelle della luce e deve essere cambiata. In realtà, nessun'esperimento è necessario: il solo ragionamento può dimostrarlo. È capace di dimostrarlo?

Ref. 361

Vi è una sola soluzione a questo problema. Infatti, anche gli esperimenti mostrano che i due teoremi galileiani della conservazione del momento e della conservazione della massa devono essere cambiati in

$$\sum_i \gamma_i m_i \mathbf{v}_i = \text{const} \quad (26)$$

e

$$\sum_i \gamma_i m_i = \text{const}. \quad (27)$$

Queste formule sono la conservazione relativistica del momento e quella della massa-energia. Rimarranno valide per tutto il prosieguo della nostra ascensione del Monte del

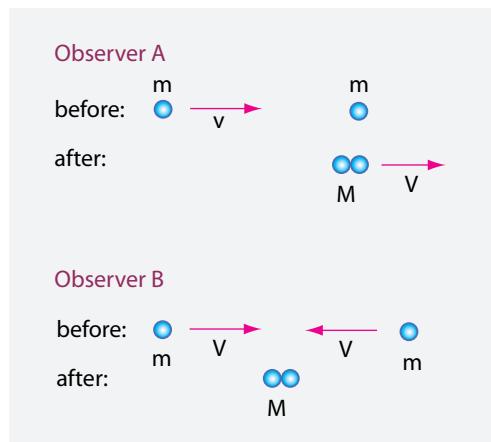


FIGURA 32 Una collisione anelastica di due particelle identiche viste da due sistemi di riferimento inerziali differenti

Moto. Le due conservazioni implicano, tra le altre cose, che il teletrasporto *non* è possibile in natura. (Può confermarlo?)

Sfida 67 s

Ovviamente, per recuperare la fisica galileiana, il fattore di correzione relativistico γ_i deve essere uguale a 1 per le velocità comuni, vale a dire per velocità molto minori della velocità della luce. Infatti, questo è il caso. Anche se non conoscessimo il valore del fattore di correzione relativistico, lo potremmo dedurre dalla collisione mostrata nella figura 32.

Sfida 68 f

Nel primo sistema di riferimento (A) abbiamo $\gamma_v mv = \gamma_V MV$ e $\gamma_v m + m = \gamma_V M$. Dal punto di vista del secondo sistema di riferimento (B) si deduce che V composta con V dà v , in altre parole, che

$$v = \frac{2V}{1 + V^2/c^2}. \quad (28)$$

Quando queste equazioni vengono combinate, la correzione relativistica γ risulta dipendere dalla grandezza della velocità v attraverso

$$\gamma_v = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (29)$$

Con questa espressione la frazione delle masse di due particelle in collisione viene definita come

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\Delta(\gamma_2 v_2)}{\Delta(\gamma_1 v_1)}. \quad (30)$$

Vol. I, pag. 105

Questa è la generalizzazione della definizione della fisica galileiana. (Qui non diamo la definizione generalizzata della massa, menzionata nel capitolo sulla meccanica galileiana, che è basata sull'accelerazione media, perché contiene alcune difficoltà che incontreremo tra poco.) I fattori di correzione γ_i garantiscono che la massa definita da questa equazione è la stessa di quella definita dalla meccanica galileiana ed è anche la stessa per qualsiasi tipo di collisione che un corpo possa avere.* In questo modo, la massa rimane una

Sfida 69 f

* Il risultato sotto mostra anche che $\gamma = 1 + T/mc^2$, dove T è l'energia cinetica di una particella.

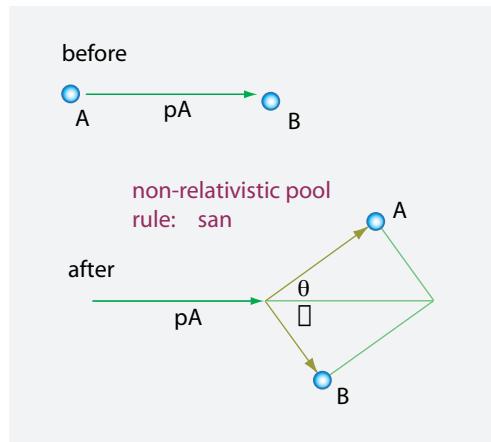


FIGURA 33 Un'utile regola per giocare al biliardo non relativistico

quantità che caratterizza la difficoltà di accelerare un corpo, e può essere anche usata per *sistemi* di corpi.

Seguendo l'esempio della fisica galileiana, chiamiamo la quantità

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad (31)$$

momento relativistico di una particella. Di nuovo, il momento totale è una *quantità* conservata in ogni sistema non soggetto ad influenze esterne, e questa conservazione è una diretta conseguenza di come la massa viene definita.

Per velocità basse, cioè per $\gamma c \ll 1$, il momento relativistico è uguale a quello galileiano, e dunque proporzionale alla velocità. Ma alle alte velocità, il momento aumenta più rapidamente della velocità, tendendo all'infinito quando la velocità si avvicina a quella della luce.

PERCHÉ GIOCARE AL BILIARDO RELATIVISTICO È PIÙ DIFFICILE

Vi è una ben nota proprietà delle collisioni tra una sfera o una particella in moto ed una in quiete della *stessa massa* che è importante nel gioco del biliardo, dello snooker o del pool. Dopo una tale collisione, le due sfere ripartono ad *angolo retto*, come mostrato nella figura 33.

Comunque, gli esperimenti dimostrano che la regola dell'angolo retto *non* è applicabile alle collisioni relativistiche. Infatti, usando la conservazione del momento ed un po' di abilità si può calcolare che

$$\tan \theta \tan \varphi = \frac{2}{\gamma + 1}, \quad (32)$$

dove gli angoli sono definiti nella figura 34. Ne consegue che la somma $\varphi + \theta$ è *più piccola* di un angolo retto nel caso relativistico. Le velocità relativistiche, pertanto, cambiano completamente il gioco del biliardo.

Questo comportamento è noto a tutti i fisici che si occupano di acceleratori: per elet-

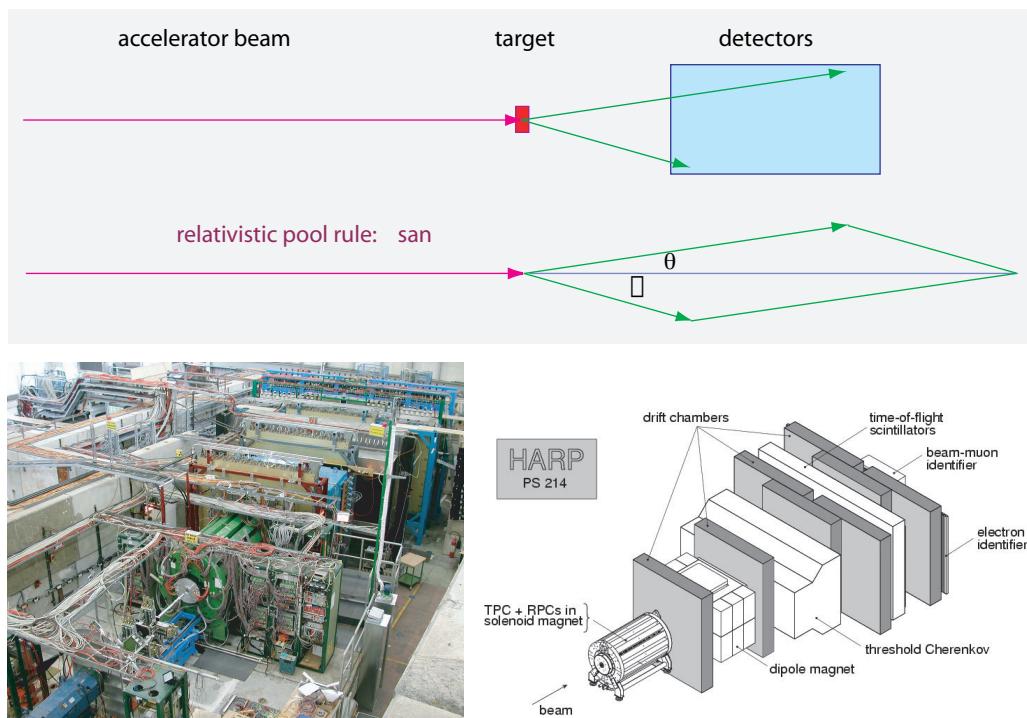


FIGURA 34 Le dimensioni dei rilevatori degli acceleratori di particelle sono basati sulla regola dell'angolo del biliardo relativistico – per esempio, l'esperimento HARP presso il CERN (© CERN)

tronni e protoni, questi angoli possono essere facilmente dedotti dalle fotografie scattate in una camera a nebbia, che evidenzia le tracce lasciate dalle particelle quando la attraversano. L'immagine [figura 35](#) ne mostra un esempio. Tutte queste fotografie confermano la formula sopra riportata. Infatti, la forma dei rilevatori è strettamente in accordo con l'espressione (32), come mostrato nella [figura 34](#). Se la formula – e la relatività – fossero sbagliate, la maggior parte dei rilevatori non potrebbe funzionare e la maggior parte delle collisioni non verrebbe registrata. Se la relatività fosse sbagliata, i rilevatori dovrebbero essere molto più estesi. Gli stessi esperimenti provano anche la formula della composizione delle velocità. Può dimostrarlo?

Sfida 71 na

Ref. 328

troni e protoni, questi angoli possono essere facilmente dedotti dalle fotografie scattate in una camera a nebbia, che evidenzia le tracce lasciate dalle particelle quando la attraversano. L'immagine [figura 35](#) ne mostra un esempio. Tutte queste fotografie confermano la formula sopra riportata. Infatti, la forma dei rilevatori è strettamente in accordo con l'espressione (32), come mostrato nella [figura 34](#). Se la formula – e la relatività – fossero sbagliate, la maggior parte dei rilevatori non potrebbe funzionare e la maggior parte delle collisioni non verrebbe registrata. Se la relatività fosse sbagliata, i rilevatori dovrebbero essere molto più estesi. Gli stessi esperimenti provano anche la formula della composizione delle velocità. Può dimostrarlo?

LA MASSA È ENERGIA CONCENTRATA

Torniamo alla collisione lineare ed anelastica della [figura 32](#). Qual'è la massa M finale del sistema? I calcoli dimostrano che

$$M/m = \sqrt{2(1 + \gamma_v)} > 2 . \quad (33)$$

In altre parole, la massa finale del sistema è *più grande* della somma delle due masse m originali. A differenza della meccanica galileiana, la somma di tutte le masse di un sistema *non* è una quantità conservata. Solo la somma $\sum_i \gamma_i m_i$ della massa corretta è conservata.

La relatività fornisce la soluzione di questo mistero. Ogni cosa va a posto se per

Sfida 72 s

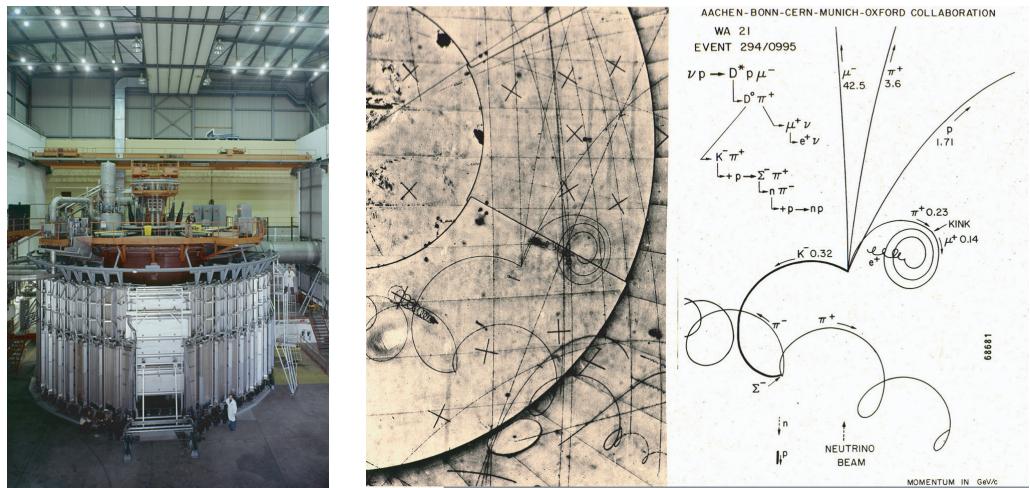


FIGURA 35 La camera a bolle chiamata 'Big European Bubble Chamber' e un esempio delle tracce di particelle relativistiche che produceva, con i valori dell'impulso dedotte dalla fotografia (© CERN).

l'energia E di un oggetto avente massa m e velocità v usiamo la formula

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (34)$$

applicandola sia a tutto il sistema che ad ogni singolo componente. La conservazione della massa corretta può quindi essere letta come conservazione dell'energia, semplicemente senza il fattore c^2 . Nell'esempio delle due masse identiche che si scontrano, le due particelle sono dunque descritte dalla massa e dalle energie ed il sistema risultante ha un'energia E data dalla somma delle energie delle due particelle. In particolare, ne segue che l'energia E_0 di un corpo *in quiete* e la sua massa m sono poste in relazione da

$$E_0 = mc^2 , \quad (35)$$

che forse è la più bella e la più famosa scoperta della fisica moderna. In altre parole, la relatività speciale mostra che ogni massa ha energia, e che ogni energia ha massa. Mass ed energia sono due termini per lo stesso concetto: sono *equivalenti*.

Dato che la massa e l'energia sono equivalenti, l'energia a tutte le proprietà della massa. In particolare, l'energia ha inerzia e peso. Per esempio, una pila piena è più pesante di una pila vuota, e un bicchier d'acqua calda è più pesante di uno bicchier d'acqua fredda. Naturalmente, anche la massa ha tutte le proprietà dell'energia. Per esempio, si può usare la massa per far funzionare un motore. Infatto, i motori nucleari usati nelle navi, ma anche qualsiasi automobile usa questo sistema: il carburante perde massa, e la differenza è usata per far avanzare la nave o l'automobile.

Poiché c^2 è molto grande, possiamo affermare che *la massa è un concentrato di energia*. In altre parole, la relatività speciale dice che ogni massa ha energia e che ogni forma di energia in un sistema possiede massa. Aumentando l'energia del sistema si aumenta

la sua massa e diminuendola si diminuisce la massa. In breve, se una bomba esplode all'interno di una scatola chiusa, la massa, il peso ed il momento della scatola sono gli stessi prima e dopo l'esplosione, ma la massa combinata dei frammenti nella scatola sarà più *piccola* di prima. Tutte le bombe – non solo quelle nucleari – prendono, quindi, la loro energia da una riduzione della massa. Per di più, ogni attività in un sistema – come una carezza, un sorriso o uno sguardo – ricava l'energia da una riduzione della massa.

L'energia cinetica T è quindi data da

$$T = \gamma mc^2 - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}m\frac{v^4}{c^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}m\frac{v^6}{c^4} + \dots \quad (36)$$

Sfida 73 f (usando il teorema del binomio) che si riduce al valore galileiano solo per basse velocità.

L'equivalenza massa-energia $E = \gamma mc^2$ implica che estraendo *qualsiasi* l'energia dalla materia si ottiene una diminuzione della massa. Quando una persona suona il pianoforte, pensa corre, la sua massa si riduce. Quando una tazza di tè si raffredda o quando una stella brilla, la sua massa si riduce. L'equivalenza massa-energia pervade tutta quanta la natura.

Sfida 74 s Vale la pena distinguere la trasformazione di *massa* in energia dalla trasformazione della *materia* in energia. Quest'ultima è molto più rara. Può farne qualche esempio?

La relazione massa-energia (34) significa la fine di molte fantasie difantascienza. Essa implica che *non* vi sono fonti sconosciute di energia sulla o vicino alla Terra. Se queste fonti esistessero, esse sarebbero misurabili grazie alla loro massa. Molti esperimenti hanno cercato, ed ancora cercano, questi effetti, con risultato negativo. Non vi è energia libera in natura.*

La relazione massa-energia $m = E_0/c^2$ implica anche che una persona avrebbe bisogno di circa 90 miliardi di kJ (o di 21 miliardi di kcal) per aumentare il proprio peso di un solo grammo. Chiaramente i dietologi hanno opinioni un po' differenti riguardo a questo problema! Infatti, ogni persona deriva l'energia dalla materia che mangia, beve e respira, riducendo la loro massa combinata prima di espellerla di nuovo. Comunque, questo *difetto di massa chimica* che compare quando il carburante viene bruciato non può ancora essere misurato paragonando il peso dei materiali prima e dopo le reazioni chimiche: la differenza è troppo piccola, a causa del grande fattore di conversione coinvolto. Poiché per ogni reazione chimica le energie dei legami sono dell'ordine di circa 1 aJ (6 eV) per legame, la differenza di peso risulta dell'ordine di una parte su 10^{10} , troppo piccola per essere misurata pesando persone o determinando la differenza di massa tra il cibo e gli escrementi. Pertanto, nelle reazioni chimiche comuni la massa può essere considerata costante, in accordo con la fisica galileiana.

L'equivalenza massa-energia è stata confermata in tutti gli esperimenti. L'esperimento più semplice è realizzabile con il *difetto di massa nucleare*. L'esperimento più preciso, effettuato nel 2005, ha confermato la relazione massa-energia fino alla sesta cifra decimale, comparando la differenza delle masse dei nuclei prima e dopo la cattura di un neutrone da un lato e l'energia dei raggi gamma emessi dall'altro.

Ref. 362

* Potrebbero esistere due forme di energia estremamente diluite, ancora sconosciute, chiamate *materia oscura* e (in modo poco chiaro) *energia oscura*, sparse per tutto l'universo. La loro esistenza è stata dedotta da misure (molto difficili). Il problema non è stato ancora definitivamente risolto.

Ref. 363

I moderni metodi moderni di misura della massa di singole molecole hanno reso possibile anche la misura del difetto di massa *chimica*, mediante il confronto tra la massa di una singola molecola e la massa dei suoi atomi costituenti. Il gruppo di David Pritchard ha sviluppato la cosiddetta *trappola di Penning*, che consente di determinare le masse dalla misura delle frequenze; la precisione raggiungibile con questi esperimenti sulla resonanza ciclotronica è sufficiente per confermare $\Delta E_0 = \Delta mc^2$ per i legami chimici. In futuro, un aumento della precisione degli esperimenti consentirà di determinare con questo metodo l'energia di legame con grande accuratezza. Poiché l'energia di legame è spesso irradiata come luce, si può dire che queste tecniche moderne rendono possibile *pesare la luce*.

Sfida 75 f

Ragionando sulla luce e sulla sua massa, Einstein pose le basi per la sua prima derivazione della relazione massa–energia. Quando un oggetto emette due raggi di luce uguali ma in direzioni opposte, la sua energia decresce della quantità emessa. Poiché i due raggi di luce hanno uguale energia e momento, l'oggetto non si muove. Se descriviamo la stessa situazione dal punto di vista di un osservatore in moto, vediamo nuovamente che l'energia in quiete dell'oggetto è

$$E_0 = mc^2. \quad (37)$$

Ciò significa che tutti i processi fisici, incluse le collisioni, devono essere trattate relativisticamente ogni qualvolta l'energia coinvolta è una frazione ragguardevole dell'energia a riposo.

Ogni aumento di energia produce un aumento di massa. Quindi anche scaldare un corpo lo rende più pesante. Questo effetto, comunque, è così piccolo che fino ad oggi nessuno è riuscito a misurarlo. Questa è sfida agli sperimentatori per il futuro.

Come sono posti in relazione l'energia ed il momento? La definizione del momento (31) e dell'energia (34) portano a due relazioni importanti. Prima di tutto, la loro grandezza è posta in relazione da

$$m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 \quad (38)$$

Sfida 76 f

per i sistemi relativistici, siano essi oggetti o, come vedremo oltre, radiazione. Per il vettore del momento abbiamo una seconda importante relazione

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2} \mathbf{v}, \quad (39)$$

Sfida 77 f

che risulta ugualmente valida per *qualsiasi* tipo di energia di movimento, sia che si tratti di materia, sia che si tratti di radiazione.* Useremo spesso entrambe le formule nel prosieguo del nostro cammino su per il Monte del Moto, inclusa la discussione seguente.

COLLISIONI, OGGETTI VIRTUALI E TACHIONI

Abbiamo appena visto che nelle collisioni relativistiche la conservazione dell'energia totale e del momento sono conseguenze intrinseche della definizione di massa. Vediamo

* Nella notazione 4-vettore, possiamo scrivere $v/c = \mathbf{P}/P_0$, dove $P_0 = E/c$.

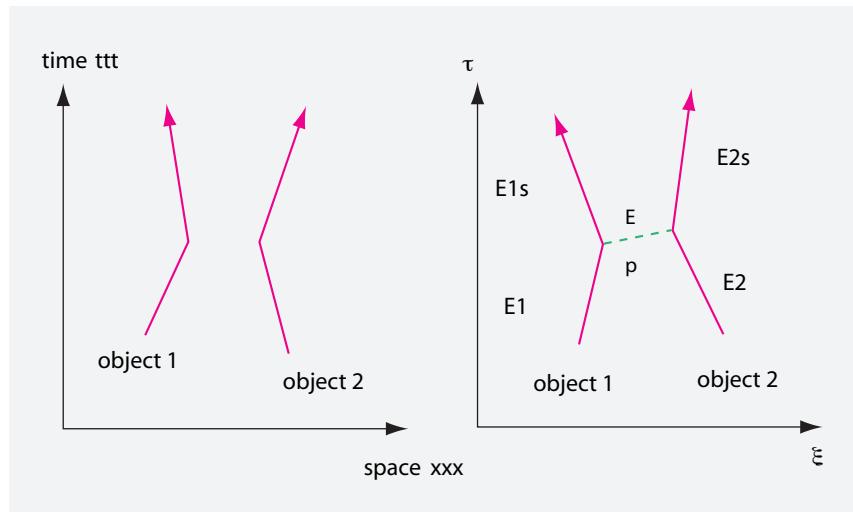


FIGURA 36
Diagramma
spazio-tempo
di una
collisione per
due
osservatori

ora in dettaglio queste collisioni usando i nuovi concetti. Una *collisione* è un processo, ossia una serie di eventi, per cui

- il momento totale prima e dopo l'interazione è lo stesso;
- il momento viene scambiato in una piccola regione dello spazio-tempo;
- per piccole velocità, la descrizione galileiana è valida.

Nella vita quotidiana un *impatto*, ossia un'interazione a corta distanza, è l'evento nel quale entrambi gli oggetti cambiano momento. I due oggetti che collidono, però, si trovano in punti *differenti* quando la collisione si verifica. Una collisione è quindi descritta da un diagramma spazio-temporale come quello mostrato nella parte sinistra della **figura 36**, che ricorda la costellazione di Orione. È facile constatare che il processo descritto da questo diagramma è una collisione che si accorda con la definizione di cui sopra.

Ref. 364

Sfida 78 f

La parte destra della **figura 36** mostra lo stesso processo visto dal punto di vista del sistema di riferimento di Greco. L'osservatore Greco dice che il primo oggetto ha cambiato il suo momento *prima* del secondo oggetto. Ciò significa che vi è un piccolo intervallo in cui momento ed energia *non* sono conservati!

Sfida 79 f

L'unico modo per comprendere questa situazione è assumere che vi sia uno scambio di un terzo oggetto, disegnato con una linea tratteggiata. Vediamo quali proprietà ha questo oggetto. Se distinguiamo le masse, energie e momenti dei due corpi con una cifra e aggiugiamo il segno ' dopo la collisione, la massa sconosciuta m obbedisce a

$$m^2 c^4 = (E_1 - E'_1)^2 - (p_1 - p'_1)^2 c^2 = 2m_1^2 c^4 - 2E_1 E'_1 \left(\frac{1 - v_1 v'_1}{c^2} \right) < 0. \quad (40)$$

Questo è un risultato assai strano, perché significa che la massa sconosciuta è un *numero* *immaginario!** Oltre tutto vediamo direttamente dal secondo grafico che l'oggetto che viene scambiato si muove più velocemente della luce. Esso è un *tachione*, dal greco ταχίς che

* Solitamente si cambiano le relazioni dei tachioni massa-energia e massa-momento in $E =$

vuol dire ‘veloce’. In altre parole, ogni collisione coinvolge moti più veloci della luce! Vedremo in seguito che le collisioni sono realmente il *solo* processo in cui i tachioni hanno un qualche ruolo nella natura. Poiché gli oggetti di scambio appaiono soltanto durante le collisioni, e mai da soli, essi sono chiamati *oggetti virtuali* per distinguerli dagli oggetti comuni, *reali*, che si possono muovere liberamente senza restrizioni.* Studieremo le loro proprietà più tardi, quando discuteremo della teoria dei quanti.

In natura, un tachione è sempre un oggetto virtuale. Gli oggetti reali sono sempre *bradioni* – dal greco $\beta\rho\alpha\delta\omega\zeta$ che significa ‘lento’ – ovvero oggetti che si muovono più lentamente della luce. Notare che i tachioni, nonostante la loro alta velocità, non consentono il trasporto di energia più veloce della luce; inoltre essi non violano il principio di causalità se e solo se vengono emessi o assorbiti con uguale probabilità. Può confermare tutto questo?

Quando studieremo la teoria dei quanti, scopriremo anche che un contatto generico tra oggetti viene descritto non dallo scambio di una *singola* particella virtuale, ma da un *flusso* continuo di particelle virtuali. Nelle collisioni tra oggetti comuni, le interazioni sono di tipo elettromagnetico. In questo caso, le particelle scambiate sono fotoni virtuali. In altre parole, quando una mano tocca un’altra, quando si getta un sasso o quando un’albero cresce su una montagna viene continuamente scambiato un flusso di fotoni virtuali.

Vol. IV, pag. 66

Sfida 81 s

Vol. IV, pag. 197

Vi è un altro segreto nascosto nelle collisioni. Nella parte destra della [figura 36](#), il tachione viene emesso dal primo oggetto ed assorbito dal secondo. Comunque, è facile immaginare un osservatore per il quale avviene l’opposto. In sostanza, la direzione del moto del tachione dipende dall’osservatore! In effetti, questo è un primo indizio dell’esistenza dell’*antimateria*. Nei diagrammi spazio-temporali materia e antimateria viaggiano in direzioni opposte. Anche la relazione tra relatività ed antimateria diventerà più comprensibile nella teoria dei quanti.

SISTEMI DI PARTICELLE – NESSUN CENTRO DI MASSA

La relatività ci costringe anche ad eliminare il concetto a noi caro di *centro di massa*. Per convincerci, studiamo l’esempio più semplice possibile: quello di due oggetti identici che si scontrano.

Ref. 365

La [figura 37](#) mostra che dal punto di vista in cui una delle due particelle che collidono è in quiete, vi sono almeno tre differenti modi per definire il centro di massa. In altre parole, il centro di massa non è un concetto invariante rispetto all’osservatore. Possiamo dedurre dalla figura che il concetto ha senso solo per quei sistemi i cui componenti si muovono a *basse* velocità l’uno rispetto all’altro. Per sistemi più generali, il centro di massa non è

$\pm mc^2/\sqrt{v^2/c^2 - 1}$ e $p = \pm mv/\sqrt{v^2/c^2 - 1}$; questo porta ad una ridefinizione di m . Dopo la ridefinizione, i tachioni hanno massa *reale*. Le relazioni di energia e momento mostrano che i tachioni perdono energia e momento quanto aumentano in velocità. (Provocatoriamente, un singolo tachione in una scatola potrebbe darcì tutta l’energia di cui l’umanità ha bisogno). Entrambe i segni delle relazioni dell’energia e del momento devono essere mantenuti, perché altrimenti non si avrebbe equivalenza di tutti gli osservatori inerziali. Ciò significa che i tachioni non hanno un’energia minima o un momento minimo.

* Più precisamente, una particella virtuale non obbedisce alla relazione $m^2c^4 = E^2 - p^2c^2$, valida per le particelle reali.

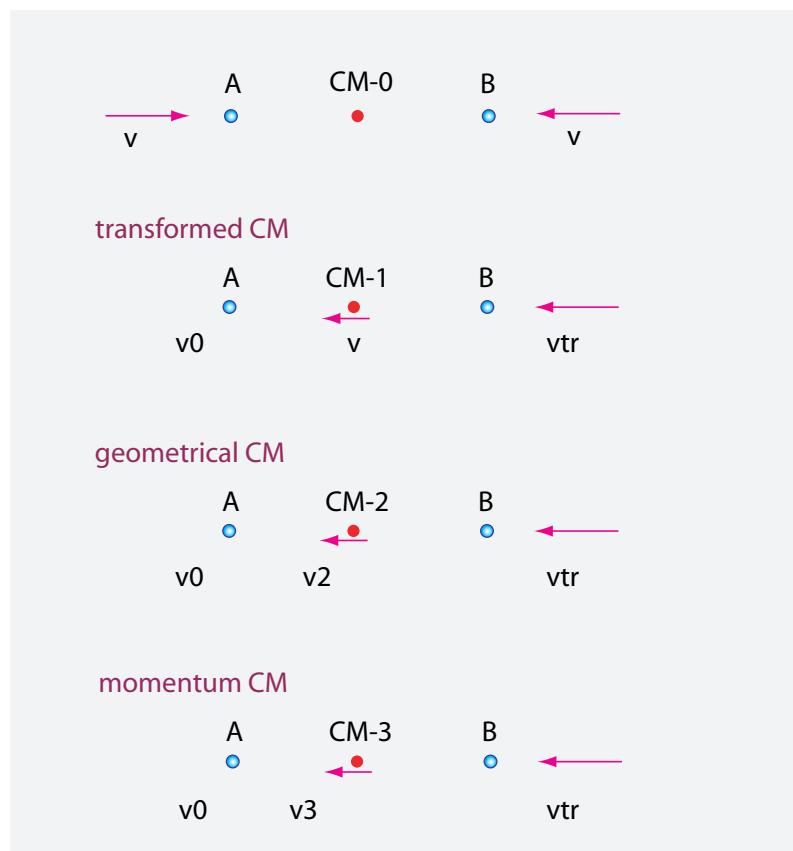


FIGURA 37 Non vi è un singolo metodo per definire un centro di massa relativistico

definibile univocamente. Questo punto ostacolerà lungo la nostra ascesa? No. Siamo più interessati al moto di una singola particella che a quello di oggetti composti o di sistemi.

PERCHÉ IL MOTO È SOLITAMENTE COSÌ LENTO?

Nella vita di tutti i giorni, i fattori di dilatazione sono molto vicini a 1; solo a grandi velocità relative, tipicamente a velocità prossime a quelle della luce, vi è una differenza notevole. Ma tali sistemi sono poco comuni e in generale sono microscopici. Abbiamo già fatto l'esempio degli elettroni all'interno di un tubo televisivo o di un acceleratore di particelle. Le particelle della radiazione cosmica sono un altro esempio: la loro alta energia ha prodotto molte delle mutazioni che stanno alla base dell'evoluzione degli animali e delle piante sul nostro pianeta. In seguito scopriremo che le particelle coinvolte nella radioattività sono anch'esse relativistiche.

Ma perché non osserviamo nessun oggetto *macroscopico* veloce? La ragione è che i corpi che si muovono a velocità relativistiche, inclusi gli osservatori, hanno una proprietà che non si trova nel nostro mondo macroscopico: quando sono coinvolti in una collisione, parte della loro energia viene convertita in nuova materia secondo la formula $E = \gamma mc^2$. Nella storia dell'universo questo è accaduto così tante volte che praticamente tutti i corpi ancora in moto relativistico sono particelle microscopiche.

Un secondo motivo per la scomparsa del moto a velocità relativistica è il damping dovuto a radiazione elettromagnetica? Può immaginare che cosa avviene alle cariche durante una collisione, o in un bagno di luce? Questi fenomeni riducono la velocità di particelle microscopiche.

In breve, quasi tutta la materia dell'universo si muove a bassa velocità rispetto alla materia restante. I più conosciuti esempi contrari o sono antichi, come ad esempio i getti dei quasar di cui abbiamo parlato precedentemente, oppure terminano dopo breve tempo. Per esempio, le enormi energie necessarie per il moto relativistico macroscopico vengono ancora osservate nelle esplosioni di supernove, ma il moto relativistico cessa di esistere dopo poche settimane. In conclusione, nell'universo vi sono soprattutto oggetti che si muovono a bassa velocità perché esso è *vecchio*. Ne determineremo l'età tra breve.

Pagina 218

LA STORIA DELL'EQUIVALENZA MASSA-ENERGIA

Albert Einstein impiegò diversi mesi dopo il suo primo lavoro sulla relatività speciale per scoprire la formula

$$E = \gamma mc^2 \quad (41)$$

che viene spesso considerata la più famosa formula di tutta la fisica. Egli la pubblicò in Ref. 317 un secondo lavoro verso la fine del 1905. Però, la formula avrebbe potuto essere scoperta trent'anni prima, derivandola dalla teoria dell'elettromagnetismo.

Infatti, varie persone dedussero risultati simili prima di Einstein. Nel 1903 e nel 1904, prima del lavoro sulla relatività di Einstein, un ingegnere italiano poco noto, Olinto De Pretto, calcolò, discusse e pubblicò la formula $E = mc^2$.^{*} Potrebbe darsi che Einstein ebbe l'idea della formula da De Pretto, possibilmente tramite l'amico Michele Besso o tramite altri amici italiani incontrati quando visitò i suoi parenti che a quel tempo vivevano in Italia. Naturalmente, questo fatto nulla toglie al valore della scoperta di Einstein.

Ref. 366

Una formula simile era stata dedotta già nel 1904 da Friedrich Hasenöhrl e pubblicata negli *Annalen der Physik* nel 1905, prima di Einstein, ma con un fattore numerico sbagliato, dovuto ad un errore di calcolo. La formula $E = mc^2$ fa anche parte di numerose espressioni in due pubblicazioni scritte nel 1900 da Henri Poincaré. Anche Paul Langevin ne era a conoscenza ed Einstein disse di lui che egli avrebbe sicuramente scoperto la teoria del relatività speciale se non fosse già stata scoperta prima. Ma il vero eroe della storia potrebbe essere Tolver Preston che discusse l'equivalenza tra massa ed energia già nel 1875, nel suo libro *Physics of the Ether*. L'equivalenza massa-energia era quindi nell'aria, aspettando solo di essere capita e messa nel giusto contesto.

Sfida 82 s

Negli anni '70 successe una cosa analoga: fu scoperta una semplice relazione tra l'accelerazione e la temperatura del vuoto. Il risultato era in attesa di essere scoperto già da più di 50 anni. Per la verità, nelle biblioteche sono stati trovati un grande numero di risultati simili precedenti. Possono esservi altre semplice relazioni nascoste nella fisica moderna, in attesa di essere scoperte?

* Umberto Bartocci, professore di matematica dell'università di Perugia in Italia, ha pubblicato i dettagli di questa storia sorprendente in numerosi lavori. L'intero resoconto si trova nel suo libro UMBERTO BARTOCCI, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ultreja, 1998.

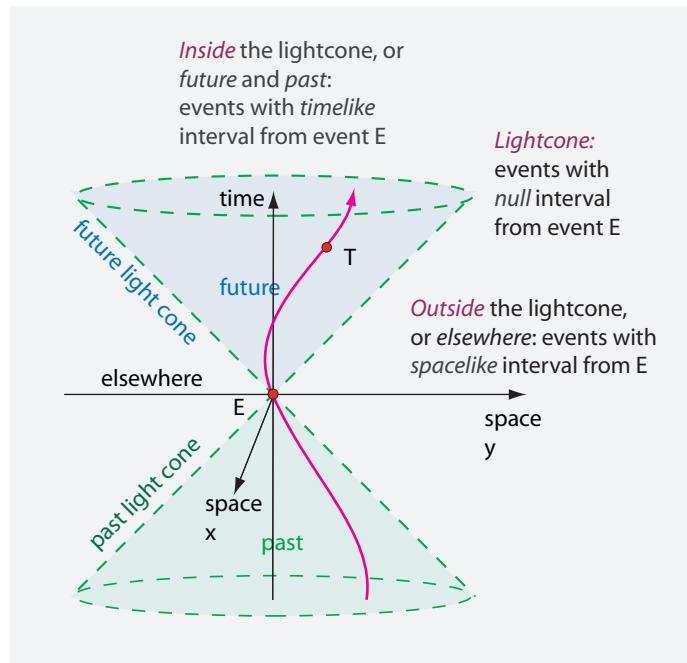


FIGURA 38 Il diagramma spazio-tempo di un oggetto T in moto

4-VETTORI

Per descrivere il moto coerentemente per *tutti* gli osservatori, dobbiamo introdurre alcune quantità. Prima di tutto, il moto delle particelle è visto come una sequenza di eventi. Per descrivere gli eventi con precisione, usiamo le cosiddette *4-coordinate* definite da

$$\mathbf{X} = (ct, \mathbf{x}) = (ct, x, y, z) = X^i. \quad (42)$$

In questo modo, un evento è un punto nello spazio-tempo quattro-dimensionale ed è descritto da quattro coordinate. Le coordinate sono chiamate la zero, detta tempo $X^0 = ct$, la prima, detta solitamente $X^1 = x$, la seconda, $X^2 = y$, e la terza, $X^3 = z$. La grandezza \mathbf{X} è l'esempio più semplice di un *4-vettore*. I vettori \mathbf{x} della fisica galileiana sono anche chiamati *3-vettori* in questo contesto. Notiamo che il tempo è trattato come una quarta dimensione.

Possiamo quindi definire una *distanza* d tra due eventi come la lunghezza della differenza vettore. Solitamente si usa il quadrato della lunghezza, per evitare le improprie radici quadrate. Nella relatività speciale, la grandezza ('quadrato della lunghezza') di un vettore è sempre definita da

$$\mathbf{X}\mathbf{X} = X_0^2 - X_1^2 - X_2^2 - X_3^2 = ct^2 - x^2 - y^2 - z^2 = X_a X^a = \eta_{ab} X^a X^b = \eta^{ab} X_a X_b. \quad (43)$$

In questa equazione abbiamo introdotto per la prima volta due notazioni utili nella relatività. Prima di tutto sommiamo automaticamente gli indici ripetuti. Quindi, $X_a X^a$ significa la somma di tutti i prodotti $X_a X^a$ su tutti gli indici a . Secondo, per ogni 4-vettore

X distinguiamo due modi per scrivere le coordinate, quelle con soprascritto e quelle con sottoscritto. (Nelle tre dimensioni usiamo solo coordinate con sottoscritto). Esse sono poste in relazione dalla seguente relazione generale

$$X_a = \eta_{ab} X^b = (ct, -x, -y, -z) , \quad (44)$$

dove abbiamo introdotto la cosiddetta *metrica* η^{ab} , una abbreviazione della matrice*

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (45)$$

Niente panico: questo è tutto e non ci saranno cose più difficili! (Una generalizzazione di questa matrice viene usata nella relatività generale). Torniamo ora alla fisica.

La grandezza di un vettore di posizione o di distanza, detto anche *intervallo* spazio-temporale, è essenzialmente il tempo proprio moltiplicato con c . Il *tempo proprio* è il tempo mostrato da un orologio che si muove in linea retta e con velocità costante da un punto di origine ad un punto di arrivo nello spazi-tempo. La differenza con i 3-vettori è che la grandezza dell'intervallo spazio-temporale può essere positiva, negativa o anche zero. Per esempio, se i punti di origine ed arrivo nello spazio-tempo richiedono moto a velocità della luce, il tempo proprio è zero (questo è richiesto per vettori nulli). Se il moto è più lento della velocità della luce, il quadrato del tempo proprio è positivo e la distanza è di tipo temporale. Per intervalli negativi e quindi per tempi propri immaginari, la distanza è di tipo spaziale. Nell'ultimo caso, la negatività della grandezza, che è un numero positivo, è detta *distanza propria* al quadrato. La distanza propria è la lunghezza misurata da un odometro su cui si muove l'oggetto. Una visione semplificata è riportata nella [figura 38](#). Ora siamo pronti per descrivere il moto nello spazio-tempo.

Pagina 41

4-VELOCITÀ

Ora possiamo definire la velocità di una partcella in modo che sia utile per tutti gli osservatori. Non possiamo definire la velocità di una particella come derivata delle sue coordinate rispetto al tempo, dal momento che tempo e sequenza temporale dipendono dall'osservatore. La soluzione sta nel definire tutte le osservabili con riguardo all'appena menzionato *tempo proprio* τ , che è definito come il tempo misurato da un orologio solidale con l'oggetto. Nella relatività il moto ed il cambiamento vengono sempre misurati da orologi solidali con il sistema in movimento.

La *velocità relativistica* o *4-velocità* \mathbf{U} di un corpo è quindi definita come il tasso di cambiamento di un evento o *4-coordinate* $\mathbf{X} = (ct, \mathbf{x})$ rispetto al tempo proprio, cioè come

$$\mathbf{U} = d\mathbf{X}/d\tau . \quad (46)$$

* Notare che il 30 % di tutti i testi di fisica usano il valore negativo di η come metrica, la cosiddetta *convenzione di tipo spaziale*, e quindi hanno segni opposti in questa definizione. In questo testo, come nel 70 % di tutti i testi di fisica, usiamo la *convenzione di tipo temporale*.

Le coordinate \mathbf{X} vengono misurate in un sistema di coordinate definito dall'osservatore inerziale scelto. Il valore della velocità \mathbf{U} dipende dall'osservatore o dal sistema di coordinate usato; così la velocità dipende dall'osservatore, come nella vita quotidiana. Usando $dt = \gamma d\tau$ e quindi

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \gamma \frac{dx}{dt} \quad , \text{ dove come al solito} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} , \quad (47)$$

troviamo la relazione con la 3-velocità $\mathbf{v} = dx/dt$:

$$u^0 = \gamma c , u^i = \gamma v_i \quad \text{or} \quad \mathbf{U} = (\gamma c, \gamma \mathbf{v}) . \quad (48)$$

Per piccole velocità abbiamo $\gamma \approx 1$, e quindi gli ultimi tre componenti della 4-velocità sono quelli usuali della 3-velocità galileiana. Per la grandezza della 4-velocità \mathbf{U} troviamo $\mathbf{U}\mathbf{U} = U_a U^a = \eta_{ab} U^a U^b = c^2$, che è pertanto indipendente dalla grandezza della 3-velocità \mathbf{v} e lo trasforma in un vettore di tipo temporale, cioè un vettore *all'interno* del cono di luce.*

Notare che la grandezza di un 4-vettore può essere zero anche se tutti i suoi componenti sono differenti da zero. Un tale vettore è detto *nullo*. Quale tipo di moto è descritto da una velocità nulla?

Similmente, l'*accelerazione relativistica* o *4-accelerazione* \mathbf{B} di un corpo viene definita come

$$\mathbf{B} = d\mathbf{U}/d\tau = d^2\mathbf{X}/d\tau^2 . \quad (50)$$

Usando $d\gamma/d\tau = \gamma d\gamma/dt = \gamma^4 \mathbf{v}\mathbf{a}/c^2$, abbiamo le seguenti relazioni tra i quattro componenti di \mathbf{B} e la 3-accelerazione $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$:

$$B^0 = \gamma^4 \frac{\mathbf{v}\mathbf{a}}{c} , \quad B^i = \gamma^2 a_i + \gamma^4 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})v_i}{c^2} . \quad (51)$$

La grandezza b della 4-accelerazione è facilmente trovata tramite $\mathbf{B}\mathbf{B} = \eta_{cd} B^c B^d = -\gamma^4 (a^2 + \gamma^2 (\mathbf{v}\mathbf{a})^2/c^2) = -\gamma^6 (a^2 - (\mathbf{v} \times \mathbf{a})^2/c^2)$. Notare che essa dipende dal valore della 3-accelerazione \mathbf{a} . La grandezza della 4-accelerazione è anche detta accelerazione *propria* perché $\mathbf{B}^2 = -a^2$ se $v = 0$. (Qual'è la connessione tra 4-accelerazione e 3-accelerazione

* In generale, un 4-vettore viene definito come una quantità (h_0, h_1, h_2, h_3) , che si trasforma come

$$\begin{aligned} h'_0 &= \gamma_V (h_0 - h_1 V/c) \\ h'_1 &= \gamma_V (h_1 - h_0 V/c) \\ h'_2 &= h_2 \\ h'_3 &= h_3 \end{aligned} \quad (49)$$

quando si cambia da un osservatore inerziale ad un altro che si muove con velocità relativa V nella direzione x ; le generalizzazioni corrispondenti per le altre coordinate sono ovvie. Questa relazione ci consente di dedurre le leggi di trasformazione per ogni 3-vettore. Può dedurre la formula della composizione della 3-velocità (9) da questa definizione?

Sfida 83 s

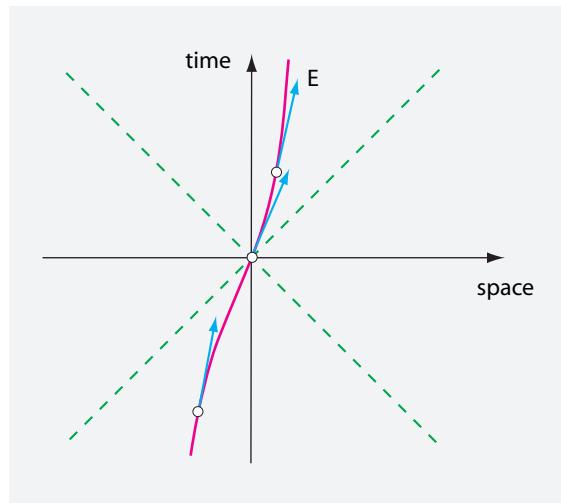


FIGURA 39 L'energa-momento è tangente alla linea mondo

Sfida 85 s per un osservatore che si muove alla stessa velocità dell'oggetto?) Notiamo che la 4-accelerazione conduce *al di fuori* del cono di luce, cioè che è un vettore di tipo spaziale e che $\mathbf{B}\mathbf{U} = \eta_{cd}B^cU^d = 0$, che significa che la 4-accelerazione è sempre perpendicolare alla 4-velocità.* Notiamo anche che le accelerazioni, in contrasto con le velocità, non possono essere definite relativistiche: la differenza tra b_i e a_i , o tra le loro due grandezze, non dipendono dal valore di a_i , ma solo dal valore della velocità v . In altre parole, le accelerazioni richiedono un trattamento relativistico solo quando le velocità sono relativistiche. Se le velocità in gioco sono basse, anche accelerazioni altissime possono essere trattate con metodi galileiani.

Quando l'accelerazione \mathbf{a} è parallela alla velocità \mathbf{v} , troviamo $B = \gamma^3 a$; quando \mathbf{a} è perpendicolare a \mathbf{v} , come nel moto circolare, troviamo $B = \gamma^2 a$. Useremo questo risultato

Pagina 79

4-MOMENTO

Per descrivere il moto abbiamo bisogno anche del concetto di momento. Il *4-momento* viene definito come

$$\mathbf{P} = m\mathbf{U} \quad (54)$$

* Similmente, il *jerk relativistico* o *4-jerk* \mathbf{J} di un corpo viene definito da

$$\mathbf{J} = \mathbf{d}\mathbf{B}/d\tau = d^2\mathbf{U}/d\tau^2. \quad (52)$$

Sfida 86 f Per la relazione con il 3-jerk $\mathbf{j} = d\mathbf{a}/dt$ allora abbiamo

$$\mathbf{J} = (J^0, J^i) = \left(\frac{\gamma^5}{c} (\mathbf{j}\mathbf{v} + a^2 + 4\gamma^2 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})^2}{c^2}), \gamma^3 j_i + \frac{\gamma^5}{c^2} ((\mathbf{j}\mathbf{v})v_i + a^2 v_i + 4\gamma^2 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})^2 v_i}{c^2} + 3(\mathbf{v}\mathbf{a})a_i) \right) \quad (53)$$

Sfida 87 na che useremo più tardi. Sorprendentemente, \mathbf{J} non scompare quando \mathbf{j} scompare. Perché no?

ed è quindi correlato al 3-momento \mathbf{p} da

$$\mathbf{P} = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = (E/c, \mathbf{p}) . \quad (55)$$

Per questo motivo il 4-momento è chiamato anche *4-vettore dell'energia-momento*. In breve, *il 4-momento di un corpo è dato dalla massa moltiplicata con la 4-velocità*. Questa è la definizione più semplice di momento ed energia. Il concetto è stato introdotto da Max Planck nel 1906.

Il 4-vettore dell'energia-momento è, come la 4-velocità, *tangente* alla linea mondo di una particella. Questa proprietà, illustrata nella [figura 39](#), consegue direttamente dalla definizione, dal momento che

$$(E/c, \mathbf{p}) = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = m(\gamma c, \gamma \mathbf{v}) = m(dt/d\tau, d\mathbf{x}/d\tau) . \quad (56)$$

Il quadrato della lunghezza dell'energia-momento $\mathbf{P}\mathbf{P} = \eta_{ab}P^aP^b$, è, per definizione, lo stesso per tutti gli osservatori inerziali; troviamo

$$E^2/c^2 - p^2 = m^2c^2 , \quad (57)$$

confermando il risultato dato sopra. Abbiamo già detto che energie o situazioni sono dette *relativistiche* se l'energia cinetica $T = E - E_0$ non è trascurabile quando posta in relazione all'energia a riposo $E_0 = mc^2$. Una particella la cui energia cinetica è molto maggiore della sua massa a riposo è detta *ultrarelativistica*. Le particelle negli acceleratori o nei raggi cosmici ricadono in questa categoria. (Qual'è la loro relazione energia-momento?)

[Sfida 88 s](#)

La conservazione dell'energia, della massa e del momento della fisica galileiana diventano, nella relatività, la conservazione del 4-vettore energia-momento.

Diversamente dalla meccanica galileiana, la relatività implica uno zero assoluto per l'energia. Non si può estrarre più energia di mc^2 da un sistema avente massa m . In particolare, in questo modo viene fissato il valore zero per l'energia potenziale. In breve, la relatività dimostra che l'energia è limitata verso il basso.

Non tutta l'energia galileiana contribuisce alla massa. L'energia potenziale in un campo esterno non contribuisce. La relatività ci costringe ad una contabilità precisa dell'energia. 'L'energia potenziale' nella relatività è un'abbreviazione per 'la riduzione di energia del campo esterno'.

[Sfida 89 s](#) Può dimostrare che per due particelle con momenti P_1 e P_2 , si ha $P_1P_2 = m_1E_2 = M_2E_1 = c^2\gamma v_{12}m_1m_2$, dove v_{12} è la loro velocità relativa?

[Ref. 368](#) Notare che con il termine di 'massa' m intendiamo sempre ciò che talvolta viene detta *massa a riposo*. Questo termine deriva dalla cattiva abitudine di molti libri di fantascienza e di alcuni libri di liceo di chiamare il prodotto γm con il nome di *massa relativistica*. La maggioranza di coloro che lavorano in questo campo solitamente rifiuta questo concetto, come fece Einstein stesso, e rifiuta anche l'espressione troppo spesso usata che 'la massa (relativistica) aumenta con la velocità'. Massa relativistica ed energia sono due termini per lo stesso concetto: questo è un modo di parlare tipico dei settimanali di basso livello.

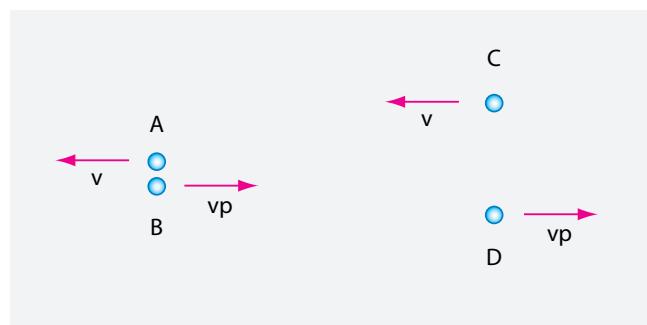


FIGURA 40 Sulla definizione della velocità relativa

4-FORZA

La 4-forza **K** viene definita come

$$\mathbf{K} = d\mathbf{P}/d\tau = m\mathbf{B} . \quad (58)$$

Quindi nella relatività la forza rimane uguale al prodotto di accelerazione e massa. Dalla Ref. 367, Ref. 369 definizione di **K** deduciamo la relazione con la 3-forza $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt = md(\gamma\mathbf{v})/dt$, detta*

$$\mathbf{K} = (K^0, K^i) = (\gamma^4 m\mathbf{v}\mathbf{a}/c, \gamma^2 m\mathbf{a}_i + \gamma^4 v_i \frac{m\mathbf{v}\mathbf{a}}{c^2}) = \left(\frac{\gamma}{c} \frac{dE}{dt}, \gamma \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right) = \left(\gamma \frac{\mathbf{f}\mathbf{v}}{c}, \gamma \mathbf{f} \right) . \quad (59)$$

Sfida 91 f

La 4-forza, come la 4-accelerazione, è ortogonale alla 4-velocità. Il significato della componente zero della 4-forza può essere facilmente dedotto: esso è la *potenza* richiesta per accelerare l'oggetto. Si ha $\mathbf{K}\mathbf{U} = c^2 dm/d\tau = \gamma^2 (dE/dt - \mathbf{f}\mathbf{v})$: questo è il tasso proprio al quale l'energia interna di un sistema aumenta. Il prodotto **KU** svanisce solo per forze che conservano massa a riposo. Collisioni di particelle che portano a reazioni non appartengono a questa categoria. Nella vita quotidiana, la massa a riposo è conservata e quindi si può utilizzare l'espressione galileiana $\mathbf{f}\mathbf{v} = dE/dt$.

LA ROTAZIONE NELLA RELATIVITÀ

Se di notte ruotiamo intorno al nostro asse mentre guardiamo il cielo, le stelle si muovono ad una velocità più veloce di quella della luce. La maggior parte delle stelle sono massa, non immagini. La loro velocità dovrebbe essere limitata da quella della luce. Come si inserisce questo fatto nella relatività speciale?

Questo esempio ci aiuta a comprendere cos'è la velocità limite. Fisicamente parlando, un cielo che ruota *non* consente il trasporto di energia sopraluminale, e quindi non contraddice il concetto di velocità limite. Matematicamente parlando, la velocità della luce limita solo le velocità relative di oggetti *vicini*, come mostrato nella parte sinistra

* Alcuni autori definiscono la 3-forza come $d\mathbf{p}/d\tau$; quindi **K** appare lievemente differente. Ad ogni modo, è importante notare che nella relatività la 3-forza $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt$ è davvero proporzionale alla 3-accelerazione \mathbf{a} ; forza ed accelerazione non sono parallele tra loro. Infatti, per le forze che conservano massa a riposo si trova che $\mathbf{f} = \gamma m\mathbf{a} + (\mathbf{f}\mathbf{v})\mathbf{v}/c^2$. Diversamente, nella relatività il 3-momento *non* è proporzionale alla 3-velocità, sebbene sia ad esso parallelo.

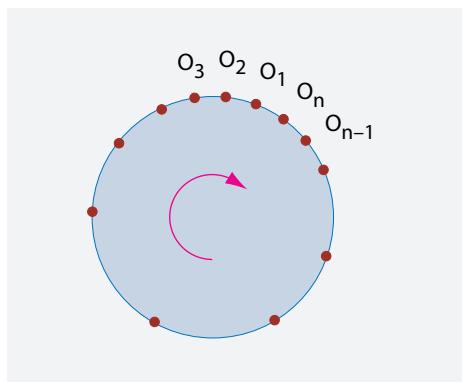


FIGURA 41 Osservatori su un oggetto rotante

Pagina 53

Pagina 87

Sfida 92 f

S Ref. 370

della [figura 40](#). Confrontare velocità di oggetti *distanti* è possibile soltanto se tutte le velocità coinvolte sono costanti nel tempo. La versione differenziale delle trasformazioni di Lorentz rendono questo punto particolarmente chiaro. In molti casi le velocità relative di oggetti *distanti* possono essere maggiori della velocità della luce. Abbiamo visto un esempio di questo tipo precedentemente, quando abbiamo discusso dell'automobile nel tunnel ed incontreremo altri esempi tra breve.

Dopo questa precisazione, possiamo ora brevemente considerare la *rotazione* nella relatività. La prima questione riguarda come cambiano lunghezze e tempo in un sistema di riferimento in rotazione. Si può constatare che un osservatore in un sistema di riferimento in rotazione è in accordo con un altro osservatore che non sia in rotazione posto sul raggio di un corpo rotante; entrambi riscontrano che il corpo rotante, anche se è fisso, ha una circonferenza *diversa* da quella che aveva prima che si mettesse a ruotare. Parlando comunemente, il valore di π *cambia* per osservatori rotanti. Il rapporto tra la circonferenza c e il raggio r viene ad essere $c/r = 2\pi\gamma$: esso aumenta all'aumentare della velocità di rotazione. Questo risultato contro-intuitivo è spesso chiamato *paradosso di Ehrenfest*. Tra le altre cose, esso dimostra che lo spazio-tempo per un osservatore posto su un disco in rotazione *non* è lo spazio-tempo pitto di Minkowski della relatività speciale.

I corpi in rotazione hanno un comportamento strano sotto molti aspetti. Per esempio, ci troveremo in difficoltà quando cerchiamo di sincronizzare degli orologi su un disco rotante, come mostrato nella [figura 41](#). Se iniziamo a sincronizzare l'orologio posto in O_2 con quello posto in O_1 e così via fino all'orologio O_n , troviamo che l'ultimo orologio non è sincronizzato con il primo. Questo risultato è dovuto al cambiamento della circonferenza appena menzionato. Infatti, uno studio accurato dimostra che le misure delle lunghezze e degli intervalli di tempo portano tutti gli osservatori O_k a concludere che essi vivono in uno spazio-tempo rotante che non è piatto. I dischi rotanti possono, quindi, essere usati come un'introduzione alla relatività generale, ove questa curvatura ed i suoi effetti rappresentano l'argomento principale. Vedremo tutto ciò nel prossimo capitolo.

Sfida 94 s

La velocità angolare ha un limite? Sì: la velocità tangenziale in un sistema di riferimento inerziale non può superare la velocità della luce. Il limite dipende, quindi, dalle *dimensioni* del corpo in questione. Questo ci porta ad un nuovo quesito: è possibile *vedere* un oggetto che ruota ad alta velocità?

Il 4-momento angolare viene definito naturalmente come

$$l^{ab} = x^a p^b - x^b p^a. \quad (60)$$

Sfida 95 na

In altre parole, il 4-momento angolare è un *tensoare*, non un vettore, come dimostrano i suoi due indici. Naturalmente, il momento angolare è conservato anche nella relatività speciale. Il momento inerziale viene definito naturalmente come il fattore proporzionale tra la velocità angolare ed il momento angolare.

Sfida 96 na

Ovviamente, per una particella in rotazione, l'energia di rotazione è parte della massa a riposo. Potrebbe interessarti di calcolare la frazione per la Terra ed il Sole. Non è molto grande. Come potresti determinare se una particella microscopica, troppo piccola per essere vista, è in rotazione?

Sfida 97 na

Nella relatività la rotazione e la traslazione si combinano in modi particolari. Immagina un cilindro in rotazione uniforme lungo il suo asse, quando visto da un osservatore in quiete. Come Max von Laue ha illustrato ampiamente, il cilindro apparirà *contorto* ad un osservatore che si muove lungo il suo asse di rotazione. Può confermarlo?

Sfida 98 f

Ora veniamo all'ultimo quesito riguardo alla rotazione. La velocità è relativa: i valori che vengono rilevati dipendono dall'osservatore. Vale lo stesso nel caso della velocità angolare?

Sfida 99 na

IL MOTO DELLE ONDE

Nella fisica galileiana, un'onda armonica è descritta da una frequenza $\omega = 2\pi\nu$ e da un vettore d'onda \mathbf{k} , con $k = 2\pi/\lambda$. Nella relatività speciale, le due quantità sono combinati nel 4-vettore d'onda \mathbf{L} , dato da

$$L^a = \left(\frac{\omega}{c}, \mathbf{k} \right). \quad (61)$$

Sfida 100 f

La velocità di fase di un onda è $\omega/k = \lambda\nu$. The il 4-vettore d'onda *per la luce* ha lunghezza 0, è un vettore nullo. Per onde più lente, come il suono, il 4-vettore d'onda è di tipo tempo.

La *fase* φ di un onda può essere definita con

$$\varphi = k_a x^a = k^a x_a. \quad (62)$$

Sfida 101 f

Come ci aspettiamo, la fase di ogni onda, sia la luce che il suono o qualsiasi altro tipo, è uguale per ogni osservatore; la fase è un invariante relativistico.

Ref. 322

Una cosa interessante è che la velocità d'onda $/k$ si trasforma in modo differente rispetto alla velocità di una particella eccetto che nel caso in cui $\omega/k = c$. Anche la formula dell'aberrazione per il moto d'onda differisce da quello delle particelle, eccetto che nel caso in cui $\omega/k = c$. Può dedurre le due relazioni?

Sfida 102 na

L'AZIONE DI UNA PARTICELLA LIBERA – COME SI MUOVONO LE COSE?

Vol. I, pag. 248

Se vogliamo descrivere il moto relativistico di una particella libera in termini di principio, abbiamo bisogno di una definizione dell'azione. Sappiamo già che l'azione fisica misura il cambiamento che avviene in un sistema. Per un moto inerziale o per particelle libere,

l'unico cambiamento è lo scorrere del tempo proprio. Come risultato, l'azione di una particella libera sarà proporzionale al tempo proprio trascorso. Al fine di ottenere come unità un'energia moltiplicata per un tempo, o Js, la prima ipotesi per l'azione di una particella libera è

$$S = -mc^2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau, \quad (63)$$

dove τ è il tempo proprio lungo il suo percorso. Questa si ritrova essere l'espressione esatta. Essa implica la conservazione dell'energia (relativistica) e del momento (relativistico); infatti, anche il tempo proprio trascorso è massimo per il moto in linea retta a velocità costante. Può confermarlo?

In natura, tutte le particelle si muovono in modo che il tempo proprio trascorso è massimo. In altre parole, troviamo nuovamente che in natura le cose cambiano il meno possibile. La natura è come un vecchio saggio: i suoi movimenti sono i più lenti possibile. Alternativamente, possiamo anche dire che ogni cambiamento è il più efficace possibile. Come notato precedentemente, Bertrand Russell ha chiamato questa caratteristica la *legge di pigrizia cosmica*.

L'espressione (63) per l'azione è dovuta a Max Planck. Nel 1906, esplorando il problema in dettaglio, trovò che il quanto d'azione \hbar , che egli scoprì insieme con la costante di Boltzmann, è un'invariante relativistica (come appunto la costante di Boltzmann k). Può rivedere il suo risultato?

L'azione può anche essere scritta in modo più complesso, apparentemente in modi molto più spaventosi. Questi modi equivalenti di scriverla sono particolarmente appropriati per prepararci alla relatività generale:

$$S = \int L dt = -mc^2 \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\gamma} dt = -mc \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{u_a u^a} d\tau = -mc \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{\eta^{ab} \frac{dx_a}{ds} \frac{dx_b}{ds}} ds, \quad (64)$$

dove s è una funzione arbitraria ma monotona di τ , così per esempio τ stesso. Come al solito, la *metrica* $\eta^{\alpha\beta}$ della relatività speciale è

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (65)$$

Si può facilmente confermare la forma dell'azione (64) derivando l'equazione del moto nel modo usuale.

In breve, la natura non ha fretta: tutti gli oggetti si muovono in modo tale che i loro personali orologi mostrano il *maggior* intervallo possibile, rispetto a qualsiasi movimento alternativo.* Questo principio generale è valido anche per le particelle in campo gravitazionale, come vedremo nella sezione sulla relatività generale, e anche per le particelle sottoposte ad interazioni elettriche o magnetiche. In effetti, il principio del tempo

* Se i neutrini fossero privi di massa, l'azione (64) non sarebbe valida. Perché? Può trovare l'alternativa corretta (e puramente accademica) per questo caso?

Sfida 103 na

Sfida 104 na

Sfida 105 na

Sfida 106 na

Sfida 107 na

proprio massimo è equivalente al principio di minima azione. Essi sono validi in tutti i casi di moto macroscopico che si riscontrano in natura. Per il momento notiamo semplicemente che il tempo proprio più lungo si realizza quando la differenza tra energia cinetica e potenziale è minima. (Può confermarlo?). Nel caso della fisica galileiana, il tempo proprio massimo comporta quindi la media minima della differenza tra i due tipi di energia. Recuperiamo pertanto il principio di minima azione nella sua formulazione galileiana.

Vol. I, pag. 248

Abbiamo visto più sopra che l'azione misura il cambiamento che si verifica in un sistema. La relatività speciale dimostra che la natura minimizza il cambiamento massimizzando il tempo proprio. In natura, *il tempo proprio è sempre il più lungo possibile*. In altre parole, gli oggetti si muovono lungo percorsi di *invecchiamento massimo*. Può spiegare perché 'invecchiamento massimo' e 'pigrizia cosmica' sono equivalenti?

Sfida 108 na

Di nuovo vediamo che la natura si comporta in modo opposto ai film di Hollywood: in natura le cose cambiano nel modo più economico possibile. Il significato di questo risultato viene lasciata alla tua personale interpretazione: divertiti!

TRASFORMAZIONI CONFORMI – PERCHÉ LA VELOCITÀ DELLA LUCE È COSTANTE?

La distinzione tra spazio e tempo in relatività speciale dipende dall'osservatore. D'altra parte, tutti gli osservatori inerziali concordano sulla posizione, forma ed orientamento di un punto nel cono di luce. Quindi, nella teoria della relatività, i coni di luce sono gli 'oggetti' fisici di base. Attribuendo questo rilievo ai coni di luce, possiamo chiederci se gli osservatori inerziali sono gli unici ad osservare gli stessi coni di luce. Si trova invece che *altri* osservatori fanno la stessa osservazione.

La prima nuova categoria di tali osservatori è quella che usa unità di misura in cui tutti gli intervalli di tempo e di lunghezza sono moltiplicati con un *fattore di scala* λ . Le trasformazioni sono dunque date da

$$x_a \mapsto \lambda x_a \quad (66)$$

e sono chiamate *dilatazioni*.

Una seconda categoria di osservatori si trova applicando le cosiddette *trasformazioni conformi speciali*. Queste trasformazioni sono composizioni di un'*inversione*

$$x_a \mapsto \frac{x_a}{x^2} \quad (67)$$

con una *translazione* operata dal vettore b_a , detto

$$x_a \mapsto x_a + b_a, \quad (68)$$

ed una seconda inversione. Quindi le trasformazioni conformi speciali sono

$$x_a \mapsto \frac{x_a + b_a x^2}{1 + 2b_a x^a + b^2 x^2} \quad \text{or} \quad \frac{x_a}{x^2} \mapsto \frac{x_a}{x^2} + b_a. \quad (69)$$

Sfida 109 na

Queste trasformazioni sono dette *conformi* perché non cambiano gli angoli di figure geometriche piccole (infinitesimi), come si può facilmente constatare. Esse dunque lasciano la *forma* (di oggetti di dimensioni infinitesime) invariata. Per esempio, esse trasformano cerchi infinitesimi in cerchi infinitesimi. Sono dette *speciali* perché il gruppo conforme *completo* include le dilatazioni come pure le trasformazioni di Lorentz non omogenee. *

Sfida 111 na

Notare che il modo in cui le trasformazioni speciali conformi lasciano invarianti i coni di luce è piuttosto sottile.

Dal momento che le dilatazioni non commutano con le traslazioni temporali, non vi è conservazione di nessuna quantità associata a questa simmetria. (Lo stesso è vero per i boost di Lorentz). Al contrario, le rotazioni e le trasformazioni spaziali commutano con le traslazioni temporali e quindi implicano la conservazione di una quantità fisica.

Riassumendo, il vuoto è un'invariante conforme – nel senso speciale appena menzionato – e quindi invariante riguardo alla dilatazione. Questo è un'altro modo per dire che il vuoto da solo non è sufficiente per definire le lunghezze, così come non è in grado di stabilire un fattore di scala. Come ci aspettiamo, è necessaria la presenza di materia per fissare la scala. Infatti, le trasformazioni conformi (speciali) non sono simmetrie di situazioni contenenti materia. Solo il vuoto è invariante conforme; la natura non lo è.

Sfida 112 na

Comunque, l'invarianza conforme, o l'invarianza dei coni di luce, è sufficiente per consentire misure della velocità. L'invarianza conforme è anche *necessaria* per le misure della velocità, come si può facilmente constatare.

Abbiamo visto che l'invarianza conforme implica la simmetria sotto inversione: cioè, il vuoto a grande e a piccola scala è correlato. Ciò suggerisce che l'invarianza della velocità della luce è dovuta all'esistenza della simmetria d'inversione. Questo misterioso rapporto ci lascia intravedere le avventure che incontreremo nella parte finale della nostra ascensione della Montagna del Moto. L'invarianza conforme si rivelerà come un'importante proprietà che ci porterà ad alcuni risultati sorprendenti.**

Sfida 110 na

Vol. V, pag. 373

Sfida 113 na

* L'insieme di tutte le trasformazioni conformi *speciali* formano un gruppo con quattro parametri; aggiungendo le dilatazioni e le trasformazioni non omogenee di Lorentz si hanno quindici parametri per l'intero gruppo conforme. Il gruppo conforme è localmente isomorfo a $SU(2,2)$ e al gruppo semplice $SO(4,2)$: questi concetti sono spiegati in [appendice C](#). Notare che tutto questo è vero solo per lo spazio-tempo a *quattro* dimensioni; in quello a *due* dimensioni – l'altro caso importante, specialmente nella teoria delle stringhe – il gruppo conforme è isomorfo al gruppo di trasformazioni di coordinate analitiche arbitrarie ed è quindi dimensionalmente infinito.

** Il gruppo conforme non compare solo nella cinematica della relatività speciale: esso è il gruppo di simmetrie di tutte le interazioni fisiche, come l'elettromagnetismo, se tutte le particelle implicate hanno massa zero, come nel caso dei fotoni. Un campo che ha massa non può essere invariante conforme; quindi l'invarianza conforme non è una simmetria esatta della natura. Può confermare che un termine di massa $m\varphi^2$ in una lagrangiana non è un'invariante conforme?

Comunque, poiché tutte le particelle osservate fino ad oggi hanno una massa che è di molti ordini di grandezza più piccola della massa di Planck, si può dire che esse hanno una massa quasi evanescente; la simmetria conforme può essere considerata come una simmetria *approssimata* della natura. Sotto questo aspetto, tutte le particelle dotate di massa possono essere considerate come una piccola correzione, o perturbazione, dei campi privi di massa, cioè ad invarianza conforme. Pertanto, nella costruzione di una teoria fondamentale, le lagrangiane invarianti conformi sono spesso considerate come un buon punto approssimativo di partenza.

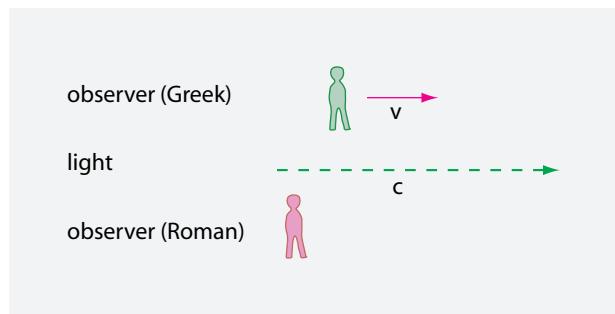


FIGURA 42 La situazione più semplice per un osservatore inerziale ed uno in accelerazione

OSSERVATORI IN ACCELERAZIONE

Fino ad ora abbiamo considerato soltanto cosa si dicono osservatori inerziali quando descrivono il medesimo sistema. Per esempio, trovano che gli orologi in moto sono lenti. La discussione diventa ancora più interessante quando uno o entrambi gli osservatori sono in accelerazione.

Talvolta si sente dire che la relatività speciale non può essere utilizzata per descrivere osservatori in accelerazione. Ciò è sbagliato, così com'è sbagliato dire che la fisica galileiana non può essere utilizzata per osservatori in accelerazione. L'unica limitazione della relatività speciale è che non può essere usata in uno spazio-tempo non piatto, cioè curvo. Corpi in accelerazione possono esistere nello spazio-tempo piatto e quindi possiamo studiarli nella relatività speciale.

Come aperitivo, vediamo cosa dice un osservatore, Greco, in accelerazione a proposito dell'orologio di un osservatore, Romano, inerziale e vice versa. Assumiamo che l'osservatore Greco, mostrato nella [figura 42](#), si muove lungo il tragitto $x(t)$ secondo l'osservatore inerziale Romano. In generale, il rapporto della frequenza degli orologi Greco e Romano è dato da $\Delta\tau/\Delta t = (\tau_2 - \tau_1)/(t_2 - t_1)$. Qui le coordinate di Greco sono costruite con una semplice procedura: si prendono due serie di eventi definiti da $t = t_1$ e $t = t_2$ lasciando τ_1 e τ_2 come i punti in cui queste serie intersecano l'asse del tempo dell'osservatore Greco.*

Assumiamo brevemente che l'osservatore Greco sia inerziale e che si muova a velocità v quando osservato dall'osservatore Romano. Il rapporto tra gli orologi per l'osservatore Greco è dato dalla formula

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{\gamma_v}, \quad (70)$$

Sfida 114 na

[Ref. 371](#)

che ora useremo. Constatiamo di nuovo che gli orologi inerziali vanno lentamente.

Per il moto accelerato è necessaria la versione differenziale del risultato precedente. Il rapporto della frequenza degli orologi Greco e Romano è di nuovo dato da $d\tau/dt$, e τ e $\tau + d\tau$ vengono calcolati nella stessa maniera usando i tempi t e $t + dt$. Assumiamo di nuovo che l'osservatore Greco si muova lungo il percorso $x(t)$ secondo la misura

* Queste serie formano quella che i matematici chiamano un'ipersuperficie.

dell'osservatore Romano. Troviamo direttamente che

$$\tau = t - \mathbf{x}(t)\mathbf{v}(t)/c^2 \quad (71)$$

e quindi

$$\tau + d\tau = (t + dt) - [\mathbf{x}(t) - dt\mathbf{v}(t)][\mathbf{v}(t) + dt\mathbf{a}(t)]/c^2. \quad (72)$$

Insieme, queste equazioni conducono a

$$'d\tau/dt' = \gamma_v(1 - \mathbf{v}\mathbf{v}/c^2 - \mathbf{x}\mathbf{a}/c^2). \quad (73)$$

Questo dimostra che gli orologi possono andare *veloci* o lenti a seconda della loro posizione \mathbf{x} e del segno di accelerazione \mathbf{a} . Vi sono virgolette nell'equazione sopra perché vediamo direttamente che l'osservatore Greco nota

$$'dt/d\tau' = \gamma_v, \quad (74)$$

che *non* è l'inverso dell'equazione (73). Questa differenza diventa più manifesta nel caso semplice di due orologi con la stessa velocità, uno dei quali è in costante accelerazione g dal punto di origine, mentre l'altro si muove in moto inerziale. Allora troviamo

$$'d\tau/dt' = 1 + gx/c^2 \quad (75)$$

e

$$'dt/d\tau' = 1. \quad (76)$$

Discuteremo questa situazione tra breve. Prima dobbiamo chiarire ulteriormente il concetto di accelerazione.

L'ACCELERAZIONE PER OSSERVATORI INERZIALI

Le accelerazioni si comportano differentemente dalle velocità sotto diversi aspetti. Prendiamo per primo il semplice esempio in cui l'oggetto e due osservatori inerziali si muovo lungo l'asse x . Se l'osservatore inerziale Romano misura un'accelerazione $a = dv/dt = d^2x/dt^2$, e l'osservatore Greco, anch'egli inerziale, misura un'accelerazione $\alpha = d\omega/d\tau = d^2\xi/d\tau^2$, avremo

$$\gamma_v^3 a = \gamma_\omega^3 \alpha. \quad (77)$$

Ref. 323

Questa relazione mostra che le accelerazioni *non* sono invarianti di Lorentz, eccetto nel vase che le velocità solo piccole rispetto alla velocità della luce. Ciò è in contrasto con l'esperienza quotidiana e con la fisica galileiana, dove le accelerazioni sono invarianti ed indipendenti dalla velocità dell'osservatore.

L'espressione (77) si semplifica se le accelerazioni sono misurate ad un tempo t al quale la velocità ω svanisce – cioè se esse sono misurate dal cosiddetto osservatore inerziale

co-movente. In questo caso la relazione per l'accelerazione è data da

$$a_c = a\gamma_v^3 \quad (78)$$

e l'accelerazione $a_c = \alpha$ è detta anche accelerazione propria perché il suo valore descrive ciò che l'osservatore Greco *co-movente sente*: l'accelerazione propria corrisponde alla nota sensazione di essere spinti all'indietro durante l'accelerazione del sedile nel quale ci troviamo.

In generale, la velocità dell'osservatore e l'accelerazione non sono parallele. Possiamo calcolare come il valore della 3-accelerazione \mathbf{a} misurata da un generico osservatore inerziale è posta in relazione con il valore \mathbf{a}_c misurato da un osservatore co-movente usando le espressioni (51) e (49). Si avrà la generalizzazione di (78):

$$\mathbf{v}\mathbf{a}_c = \mathbf{v}\mathbf{a}\gamma_v^3 \quad (79)$$

e

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\gamma_v^2} \left(\mathbf{a}_c - \frac{(1 - \gamma_v)(\mathbf{v}\mathbf{a}_c)\mathbf{v}}{v^2} - \frac{\gamma_v(\mathbf{v}\mathbf{a}_c)\mathbf{v}}{c^2} \right). \quad (80)$$

Formando il quadrato troviamo la relazione

$$a^2 = \frac{1}{\gamma_v^4} \left(a_c^2 - \frac{(\mathbf{a}_c\mathbf{v})^2}{c^2} \right) \quad (81)$$

[Pagina 69](#) che ci è già nota anche in forma lievemente differente. Essa mostra (nuovamente) che l'accelerazione co-movente o la 3-accelerazione propria è sempre maggiore della 3-accelerazione misurata da un osservatore inerziale esterno. Più velocemente l'osservatore inerziale esterno si muove, più piccola sarà l'accelerazione che osserverà. L'accelerazione non è un'invariante relativistica. L'espressione dimostra anche che quando la velocità è perpendicolare all'accelerazione, un boost produce un fattore γ_v^2 , mentre quando la velocità è parallela all'accelerazione un boost produce un fattore γ_v^3 .

[Sfida 115 f](#)

[Pagina 252](#)

Come si vede l'accelerazione complica molte questioni e richiede uno studio più approfondito. Per mantenere la questione semplice, d'ora in poi tratteremo solo le accelerazioni *costanti*. Questa situazione serve anche come buona introduzione ai buchi neri e, come vedremo tra breve, all'intero universo.

SISTEMA DI RIFERIMENTO IN ACCELERAZIONE

Come possiamo determinare se viviamo in un sistema di riferimento inerziale? Definiamo prima il termine. Un sistema (*di riferimento*) inerziale possiede due proprietà definite. La prima è che lunghezze e distanze misurate con un righello sono descritte dalla geometria euclidea. In altre parole, i righelli si comportano come usualmente fanno. In particolare, le distanze misurate contando quanti righelli devono essere utilizzati per congiungere due punti – le cosiddette *distanze righello* – si comportano normalmente. Per esempio esse obbediscono al teorema di Pitagora nel caso del triangolo rettangolo. La seconda proprietà di un sistema inerziale è che la velocità della luce è costante. In

altre parole, due osservatori in quel sistema, indipendentemente dal loro tempo e dalla loro posizione, fanno la seguente osservazione: la frazione c tra il doppio della distanza righello tra due punti e il tempo impiegato dalla luce per l'andata e il ritorno è sempre la stessa.

In altre parole, un sistema inerziale è quello in cui tutti gli orologi rimangono sempre sincronizzati e la cui geometria è euclidea. In particolare, in un sistema inerziale tutti gli osservatori aventi coordinate fisse rimangono sempre *in quiete* gli uni rispetto agli altri. Quest'ultima condizione, però, è più generale. Vi sono altre situazioni, non inerziali, in cui gli osservatori aventi coordinate fisse rimangono sempre *in quiete* gli uni rispetto agli altri.

I sistemi non inerziali, o *sistemi accelerati*, sono un concetto utile nella relatività speciale perché noi tutti viviamo in tale contesto. Possiamo usare la relatività speciale per descriverlo così come abbiamo usato la fisica galileiana all'inizio del nostro viaggio.

Un *sistema di riferimento* generale è una serie continua di osservatori che rimangono in quiete gli uni rispetto agli altri. In questo contesto, ‘in quiete gli uni rispetto agli altri’ significa che il tempo che occorre ad un segnale luminoso per andare da un osservatore all’altro e ritorno è costante riguardo al tempo o, equivalentemente, che la ‘distanza righello’ tra i due osservatori è costante. Ogni sistema di riferimento può anche essere chiamato una collezione *rigida* di osservatori. Ne deriva, pertanto, che un sistema generale di riferimento *non* è la stessa cosa di un sistema di coordinate; quest’ultimo non è solitamente rigido. Ma se tutti gli osservatori rigidi connessi hanno valori costanti di coordinate, parliamo allora di un *sistema rigido di coordinate*. Ovviamente, questi sono specialmente utili quando si deve descrivere un sistema di riferimento accelerato.*

Ref. 374 Notare che se due osservatori si muovono entrambi con velocità v , come misurato in un qualche sistema *inerziale*, essi osservano che sono in quiete l’uno rispetto all’altro *solo* se questa velocità è *costante*. Di nuovo riscontriamo, come prima, che due persone legate tra loro da una corda a distanza tale che la corda risulti tesa, vedremo la corda rompersi (o perdere la tensione) se essi accelerano insieme a (o rallentano da) velocità relativistiche nello stesso modo identico. L’accelerazione relativistica richiede ragionamenti cauti.

Un osservatore che *sente* sempre la *stessa* forza si dice che è in *accelerazione uniforme*. Più precisamente, l’osservatore in accelerazione uniforme è un osservatore la cui accelerazione in ogni istante, misurata in un sistema inerziale rispetto al quale l’osservatore è in quiete *in quell’istante*, ha sempre lo stesso valore \mathbf{B} . È importante notare che l’accelerazione uniforme *non* è uniformemente accelerata quando osservata continuamente dallo stesso sistema inerziale. Questa è un’importante differenza rispetto al caso galileiano.

Per il moto accelerato uniforme come appena definito, abbiamo bisogno di

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = -g^2 \quad (82)$$

Ref. 373 * Vi sono essenzialmente soltanto due altri tipi di sistemi di coordinate rigide, oltre ai sistemi inerziali:

- Il sistema $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 (1 + g_k x_k / c^2)^2$ con accelerazione arbitraria, ma costante, dell’origine. L’accelerazione è $\mathbf{a} = -\mathbf{g}(1 + \mathbf{g}x/c^2)$.
- Il sistema di rotazione uniforme $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + 2\omega(-y dx + x dy)dt - (1 - r^2 \omega^2/c^2)dt$. Qui l’asse z è l’asse di rotazione e $r^2 = x^2 + y^2$.

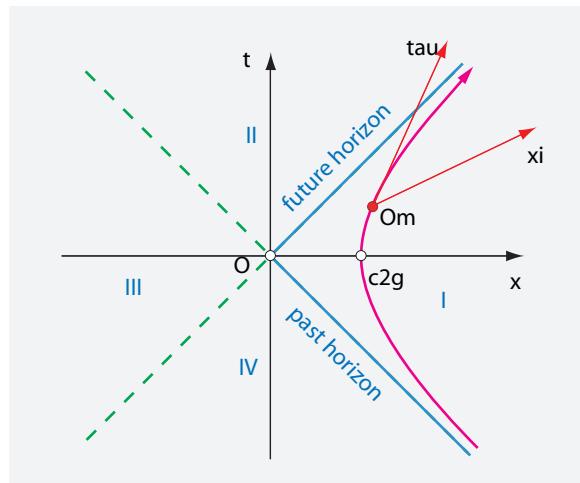


FIGURA 43 Il moto iperbolico di un osservatore Ω in accelerazione rettilinea, uniforme

Ref. 375

dove g è una costante, indipendente dal tempo t . Il caso più semplice è il moto uniformemente accelerato che è anche *rettilineo*, cioè, per il quale l'accelerazione \mathbf{a} è parallela a \mathbf{v} in ogni istante e (quindi) per qualsiasi altro tempo. In questo caso possiamo scrivere, usando i 3-vettori,

$$\gamma^3 \mathbf{a} = \mathbf{g} \quad \text{or} \quad \frac{d\gamma \mathbf{v}}{dt} = \mathbf{g}. \quad (83)$$

Sfida 117 na

Considerando come asse x la direzione di cui stiamo parlando, e risolvendo per $v(t)$, abbiamo

$$v = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad (84)$$

Sfida 118 na

dove si assume che $v(0) = 0$. Notiamo che per piccoli tempi abbiamo $v = gt$ e per tempi grandi $v = c$, come ci attendiamo. Il momento dell'osservatore accelerato aumenta in modo lineare col tempo, di nuovo come ci attendiamo. Integrando, troviamo che l'osservatore accelerato si muove lungo il percorso

$$x(t) = \frac{c^2}{g} \sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}, \quad (85)$$

dove assumiamo che $x(0) = c^2/g$, al fine di mantenere semplice l'espressione. A causa di questo risultato, visualizzato nella figura 43, si dice che un osservatore in accelerazione uniforme e rettilinea è soggetto ad un *moto iperbolico*. Per tempi piccoli, la linea-mondo si riduce alla nota $x = gt^2/2 + x_0$, mentre per tempi grandi è $x = ct$, come atteso. Il moto è quindi uniformemente accelerato solo per il corpo che si muove, ma *non* per un osservatore esterno.

Il tempo proprio τ di un osservatore accelerato è in relazione con il tempo t del sistema inerziale nel modo noto $dt = \gamma d\tau$. Usando l'espressione per la velocità $v(t)$

Ref. 375, Ref. 376 dell'equazione (84) abbiamo*

$$t = \frac{c}{g} \sinh \frac{g\tau}{c} \quad \text{and} \quad x = \frac{c^2}{g} \cosh \frac{g\tau}{c} \quad (86)$$

per le relazioni tra tempo proprio τ ed il tempo t e la posizione x misurata dall'osservatore inerziale Romano. Incontreremo di nuovo questa relazione quando studieremo i buchi neri.

Tutto questo vi sembra noioso? Allora immaginate di accelerare su una moto a $g = 10 \text{ m/s}^2$ per il tempo proprio τ di 25 anni. Questo vi porterebbe alla fine dell'universo conosciuto! Non varrebbe la pena di provare? Sfortunatamente, non esistono né moto né astronavi che possano accelerare così, perché il loro serbatoio sarebbe enorme. Può confermarlo?

Nel moto accelerato le coordinate si trasformano come

$$\begin{aligned} t &= \left(\frac{c}{g} + \frac{\xi}{c} \right) \sinh \frac{g\tau}{c} \\ x &= \left(\frac{c^2}{g} + \xi \right) \cosh \frac{g\tau}{c} \\ y &= v \\ z &= \zeta, \end{aligned} \quad (87)$$

dove τ ora è il tempo nel sistema di Greco. Notiamo anche che l'intervallo spazio-temporale $d\sigma$ soddisfa

$$d\sigma^2 = (1 + g\xi/c^2)^2 c^2 d\tau^2 - d\xi^2 - dv^2 - d\zeta^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (88)$$

e finchè per $d\tau = 0$ le distanze sono date dal teorema di Pitagora, il sistema di riferimento di Greco risulta davvero rigido.

Sfida 120 f

Ref. 379

Dopo questa foresta di formule, vediamo una questione semplice, mostrata nella figura 43. L'osservatore inerziale Romano O vede l'osservatore Greco Ω partire con accelerazione g , ed andarsene lontano, secondo l'equazione (85). Cosa dice l'osservatore Greco del suo collega Romano? Con tutto quello che abbiamo imparato la risposta ora è semplice. In ogni punto della sua traiettoria Ω vede che O ha le coordinate $\tau = 0$ (può confermarlo?), che significa che la distanza dall'osservatore Romano, dal punto di vista di Greco, è la stessa dell'intervallo spazio-temporale O Ω . Usando l'espressione (85), vediamo che questo è

$$d_{O\Omega} = \sqrt{\xi^2} = \sqrt{x^2 - c^2 t^2} = c^2/g, \quad (89)$$

che, sorprendentemente, è costante nel tempo! In altre parole, l'osservatore Greco dirà di rimanere ad una distanza sempre costante dall'osservatore Romano, in completo con-

Ref. 377

* Usate la vostra raccolta preferita di formule matematiche – ogni studente dovrebbe averne una – per dedurre ciò. Il *seno iperbolico* ed il *coseno iperbolico* sono definiti da $\sinh y = (e^y - e^{-y})/2$ e $\cosh y = (e^y + e^{-y})/2$. Ciò comporta che $\int dy / \sqrt{y^2 + a^2} = \text{arsinh } y/a = \text{Arsh } y/a = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2})$.

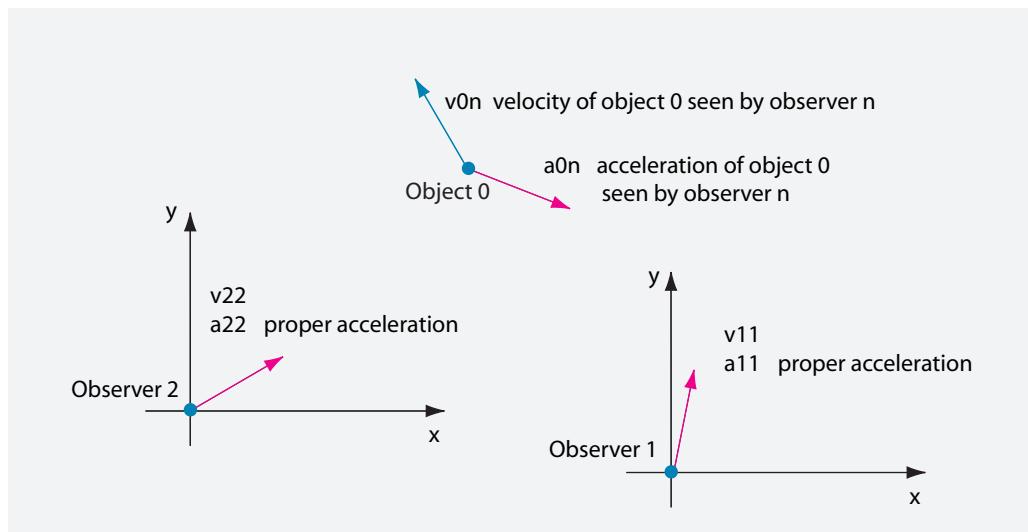


FIGURA 44 Le definizioni necessarie per dedurre la composizione del comportamento delle accelerazioni

Sfida 121 s trasto con quel che dice l'osservatore Romano. Cerca di provare questo strano risultato in un'altra maniera. Ne avremo bisogno successivamente per spiegare perché la Terra non esplode. (Può spiegare come ciò è legato a questo risultato?)

Ref. 380 Esploriamo un ultimo argomento: il *teorema della composizione delle accelerazioni*. La situazione è più complicata di quella per le velocità. Un'eccellente spiegazione è stata pubblicata da Mishra. Se chiamiamo a_{nm} l'accelerazione del sistema n vista dall'osservatore m , stiamo cercando di esprimere l'accelerazione a_{01} di un oggetto come funzione del valore a_{02} misurata dall'altro osservatore, l'accelerazione relativa a_{12} e l'accelerazione propria a_{22} dell'altro osservatore: vedi la figura 44. Qui stiamo studiando solo situazioni unidimensionali, dove tutti gli osservatori e tutti gli oggetti si muovono lungo un asse. (Per essere chiari, scriviamo anche $v_{11} = v$ e $v_{02} = u$). Nella fisica galileiana abbiamo la relazione generale

Sfida 122 f

$$a_{01} = a_{02} - a_{12} + a_{22} \quad (90)$$

perché le accelerazioni si comportano in modo semplice. Nella relatività speciale si ha

$$a_{01} = a_{02} \frac{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - uv/c^2)^3} - a_{12} \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)^{-1/2}}{(1 - uv/c^2)^2} + a_{22} \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - uv/c^2)^3} \quad (91)$$

Sfida 123 na

e ora può divertirsi a provarla.

Pagina 57

Sfida 124 na

Può determinare come il tasso di accelerazione rientra nella definizione della massa nella relatività speciale?

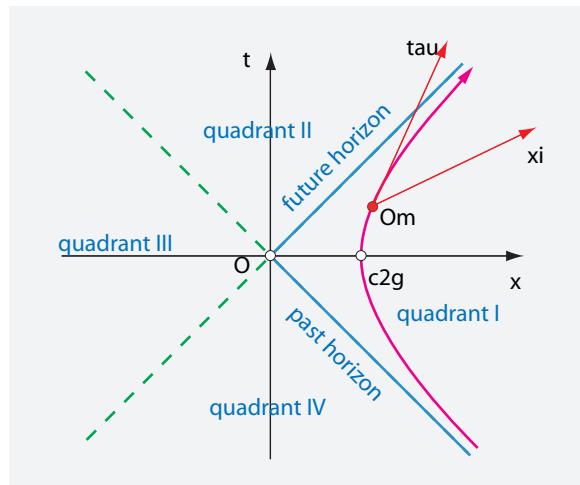


FIGURA 45 Moto iperbolico ed orizzonti degli eventi

ORIZZONTE DEGLI EVENTI

Vi sono molte proprietà sorprendenti nel moto accelerato. Di particolare interesse è la traiettoria nelle coordinate ξ e τ del sistema rigidamente accelerato, di un oggetto posto al punto di partenza $x = x_0 = c^2/g$ a tutto il tempo t . Si hanno le due relazioni*

$$\begin{aligned}\xi &= -\frac{c^2}{g}(1 - \operatorname{sech} \frac{g\tau}{c}) \\ \frac{d\xi}{d\tau} &= -c \operatorname{sech} \frac{g\tau}{c} \tanh \frac{g\tau}{c}.\end{aligned}\quad (93)$$

Queste equazioni sono strane. Per tempi lunghi τ la coordinata ξ si avvicina al valore limite $-c^2/g$ e $d\xi/d\tau$ si avvicina a zero. La situazione è simile a quella di un' automobile che accelera allontanandosi da, poniamo, una donna che si trova lungo la strada. Vista dal guidatore, la donna si allontana; ma, dopo poco, la sola cosa che il guidatore nota è che lei si avvicina lentamente all'orizzonte. Nella fisica galileiana sia il guidatore che la donna sulla strada vedono l'altro avvicinarsi all'orizzonte; nella relatività speciale, solo l'osservatore accelerato fa questa osservazione.

Un grafico di questa situazione chiarisce il risultato. Nella figura 45 possiamo vedere che la luce emessa da ogni evento posto nelle regioni II e III non può raggiungere l'osservatore Greco. Tali eventi gli sono nascosti e non può osservarli. Abbastanza stranamente, però, la luce dall'osservatore Greco può raggiungere la regione II. Il confine tra la parte che può essere osservata e quella che invece non può, è chiamata *orizzonte degli eventi*. Nella relatività, gli orizzonti degli eventi agiscono come porte a senso unico per

* Le funzioni che appaiono sopra, la *secante iperbolica* e la *tangente iperbolica*, sono definite usando l'espressione che si trova nella nota a piè di pagina pagina 82:

$$\operatorname{sech} y = \frac{1}{\cosh y} \quad \text{and} \quad \tanh y = \frac{\sinh y}{\cosh y}.\quad (92)$$

Sfida 126 na la luce ed altri segnali. Per completezza, il grafico mostra anche l'orizzonte degli eventi del passato. Può confermare che gli orizzonti degli eventi sono *neri*?

Così, non tutti gli eventi osservati in un sistema di riferimento inerziale possono essere osservati in un sistema di riferimento uniformemente accelerato. I sistemi di riferimento accelerati producono orizzonti degli eventi alla distanza $-c^2/g$. Per esempio, una persona ferma in piedi non può mai vedere oltre i suoi piedi.

Stando così le cose, è vero che un raggio di luce non è in grado di raggiungere un osservatore in moto iperbolico, se l'osservatore ha un sufficiente vantaggio in partenza?

Sfida 127 s Qui abbiamo un'ulteriore sfida che prepara alla relatività generale. Qual'è la *forma* dell'orizzonte degli eventi vista da un osservatore in accelerazione uniforme?

Sfida 128 s

L'ACCELERAZIONE CAMBIA I COLORI

Abbiamo visto precedentemente che un'osservatore in moto vede colori differenti dall'osservatore che ha inviato il fascio di luce. Finora abbiamo discusso questo cambiamento di colore, o effetto Doppler, solo dal punto di vista del moto inerziale. Per i sistemi in accelerazione la situazione è ancora più strana: chi manda e chi riceve il fascio di luce non concordano sul colore neppure se sono in *quiete* l'uno rispetto all'altro. Infatti, se la luce viene emessa nella direzione dell'accelerazione, la formula per l'intervallo spazio-temporale dà

$$d\sigma^2 = \left(1 + \frac{g_0 x}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 \quad (94)$$

Sfida 129 na in cui g_0 è l'accelerazione propria di un osservatore posto in $x = 0$. Possiamo dedurre in modo semplice che

$$\frac{f_r}{f_s} = 1 - \frac{g_r h}{c^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{g_s h}{c^2}\right)} \quad (95)$$

Sfida 130 s

dove h è la distanza righello tra la sorgente ed il ricevente, e dove $g_s = g_0/(1 + g_0 x_s/c^2)$ e $g_r = g_0/(1 + g_0 x_r/c^2)$ sono le accelerazioni proprie misurate alla sorgente ed al ricevente. In breve, la frequenza della luce diminuisce quando la luce si muove in direzione dell'accelerazione. Può questo avere effetto sui colori degli alberi lungo la loro estensione verticale?

La formula solitamente data, cioè

$$\frac{f_r}{f_s} = 1 - \frac{gh}{c^2}, \quad (96)$$

Sfida 131 na

è corretta solo approssimativamente. Nei sistemi di riferimento accelerati, dobbiamo fare attenzione al significato di ogni quantità. Per le accelerazioni con cui abbiamo a che fare ogni giorno, comunque, le differenze tra le due formule sono trascurabili. Può confermarlo?

PUÒ LA LUCE MUOVERSI PIÙ VELOCE DI c ?

Quale velocità della luce misura un osservatore in accelerazione? Usando l'espressione precedente (96), un osservatore in accelerazione deduce che

$$v_{\text{light}} = c \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right) \quad (97)$$

che è maggiore di c per la luce che si muove di fronte o 'sopra' di lui ed è inferiore a c per la luce che si muove dietro o 'sotto' di lui. Questo strano risultato deriva da una proprietà basilare di ogni sistema di riferimento in accelerazione. In questo sistema, anche se tutti gli osservatori sono in quiete gli uni rispetto agli altri, gli orologi *non* rimangono sincronizzati. Questo cambiamento della velocità della luce è stato confermato in esperimenti.
 * Quindi, la velocità della luce è invariante solo quando essa è definita come $c = dx/dt$, e se dx viene misurato con un righello posto in un punto *compreso* nell'intervallo dx , e se dt viene misurato con un orologio che viene guardato *durante* l'intervallo dt . In altre parole, la velocità della luce è invariante solamente se misurata localmente.

Se invece la velocità della luce viene definita come $\Delta x/\Delta t$, o se il righello che misura le distanze o l'orologio che misura i tempi sono posti *lontani* dalla luce che si propaga, la velocità della luce risulta differente da c per ogni osservatore in accelerazione! Questo è lo stesso effetto che si può provare allorché si ruota sul proprio asse di notte: la velocità delle stelle che si osservano può essere molto maggiore della velocità della luce. In breve, *c è la velocità della luce solo relativa a materia in prossimità*.

Notare che questo non significa che segnali o energia possono muoversi più veloce di c . Può verificare questo fatto da solo?

Però tutti questi effetti sono trascurabili per distanze l che sono molto inferiori a c^2/a . Per un'accelerazione di 9.5 m/s^2 (all'incirca quella della caduta libera), le distanze dovrebbero essere dell'ordine di un anno luce, ovvero $9.5 \cdot 10^{12} \text{ km}$, per avere un qualche effetto osservabile.

Sappiamo che la gravità che sperimentiamo quotidianamente è equivalente ad un'accelerazione costante. Allora, perché gli oggetti lontani, come per esempio le stelle, non si muovono più veloci della luce, secondo quanto previsto dall'espressione (97)?

QUAL'È LA VELOCITÀ DELLA LUCE?

Abbiamo visto che la velocità della luce, secondo la definizione comune, è data da c solo se l'osservatore è inerziale o se l'osservatore misura la velocità di un raggio di luce che gli passa vicino (piuttosto che a distanza). In breve, la velocità della luce deve essere misurata localmente. Questa condizione, però, non elimina ancora tutte le sottigliezze.

Si dimentica spesso un punto importante. Solitamente, la lunghezza viene misurata dal tempo che la luce impiega a viaggiare. In questo caso la velocità della luce è *ovviamente* invariante. Ma come si può verificare questa invarianza? Bisogna eliminare la misura delle lunghezze. Il modo più semplice per realizzare questa necessità è di riflettere la luce con uno specchio, come mostrato nella figura 46. La costanza della luce implica che se la

Sfida 132 s

Sfida 133 s

Pagina 151

* Il ritardo di propagazione che sarà discusso nel capitolo sulla relatività generale può essere considerato come una conferma di questo effetto.

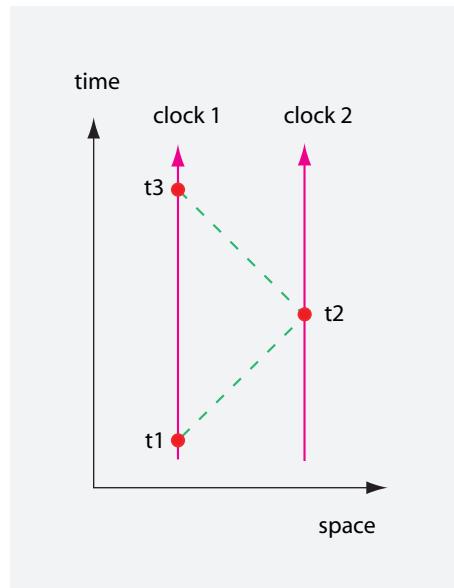


FIGURA 46 Orologi e la misura della velocità della luce come velocità di 'andata-ritorno'

luce va avanti e indietro per un tratto, gli orologi posti ai due estremi misureranno tempi dati da

$$t_3 - t_1 = 2(t_2 - t_1). \quad (98)$$

Qui si assume che gli orologi sono stati sincronizzati secondo quanto prescritto a [pagina 45](#). Se il fattore non fosse esattamente due, la velocità della luce non sarebbe costante. In effetti, tutti gli esperimenti eseguiti fino ad ora hanno portato ad un fattore due, entro l'errore della misura.

Questo risultato viene talora espresso dicendo che è impossibile misurare la *velocità della luce di sola andata*; solo la *velocità della luce di andata e ritorno* è misurabile. È d'accordo?*

[Sfida 134 s](#)

* I problemi della velocità della luce di sola andata sono stati discussi per lungo tempo. È stato spesso argomentato che un fattore diverso da due, che porterebbe ad una velocità della luce diversa se misurata su un solo tragitto o su due tragitti, non può essere provato sperimentalmente nel caso che la velocità su due tragitti rimane c per tutti gli osservatori.

Ref. 382 Molti esperimenti sulla velocità della luce lungo un solo tragitto vengono spiegati e discussi da Zhang nella [Ref. 328](#). Zhang dice nel suo sommario a pagina 171 che la velocità della luce lungo un solo tragitto è indipendente dalla sorgente della luce; comunque, nessun esperimento mostra davvero che essa è uguale alla velocità della luce lungo due tragitti. Per di più, quasi tutti i cosiddetti esperimenti 'lungo un solo tragitto' sono in effetti esperimenti 'lungo due tragitti' ancora nascosti (vedi la sua pagina 150).

Ref. 383 Nel 2004 Hans Ohanian ha dimostrato che la questione può essere risolta discutendo su come potrebbe agire sulla dinamica una velocità della luce lungo un solo tragitto non-standard. Egli ha mostrato che la velocità della luce lungo un solo tragitto non-standard introduce pseudo-accelerazioni e pseudo-forze (simili all'accelerazione e alla forza di Coriolis); finché queste pseudo-accelerazioni e pseudo-forze non saranno osservate, la velocità della luce lungo un solo tragitto sarà uguale alla velocità della luce lungo due tragitti.

LIMITI DELLA LUNGHEZZA DEI CORPI SOLIDI

Un oggetto solido comune si rompe quando una sua qualche parte si muove rispetto ad un'altra parte ad una velocità maggiore del suono c per quel materiale.* Per esempio, quando un oggetto cade sul pavimento e la sua parte frontale è fermata entro una distanza d , l'oggetto si rompe quando

$$\frac{v^2}{c^2} \geq \frac{2d}{l} . \quad (99)$$

In questo modo si può constatare che possiamo evitare di rompere un oggetto fragile impacchettandolo in un involucro di gommapiuma (che aumenta la distanza di arresto) avente spessore più o meno uguale alle dimensioni dell'oggetto. Questo spiega perché le scatole che contengono regali sono generalmente molto più grande del loro contenuto!

Il limite di rottura può anche essere descritto in maniera differente. Per evitare la rottura, l'accelerazione a di un corpo solido con lunghezza l deve obbedire a

$$la < c^2 , \quad (100)$$

dove c è la velocità del suono, che è la velocità limite per il materiale di cui è costituito l'oggetto. Vediamo ora di ripetere l'argomento nell'ambito della relatività usando la

Ref. 384

velocità della luce al posto di quella del suono. Immaginiamo di accelerare la parte anteriore di un corpo solido con una accelerazione *propria* a . La parte posteriore non può muoversi con un'accelerazione α uguale o maggiore dell'infinito 0, in altre parole, non si può muovere più veloce della luce. Una rapida verifica mostra che la lunghezza l di un corpo solido deve obbedire a

$$l\alpha < c^2/2 , \quad (101)$$

dove c è la velocità della luce. Dunque la velocità della luce limita la dimensione dei corpi solidi. Per esempio, per 9.8 m/s^2 , che è pressappoco l'accelerazione di una buona motocicletta, questa espressione dà una lunghezza massima di 9.2 Pm , circa un anno luce. Non è un grosso limite: la maggior parte delle motociclette sono più corte.

C'è un'altra e più interessante questione. La più grande accelerazione raggiungibile oggi viene prodotta negli acceleratori di particelle. I nuclei atomici hanno una dimensione di pochi femtometri. Può calcolare a quali energie si rompono quando vengono fatti collidere l'uno contro l'altro in un acceleratore? In effetti, all'interno di un nucleo, i nuclei si muovono con accelerazione dell'ordine di $v^2/r \approx \hbar^2/m^2r^3 \approx 10^{31} \text{ m/s}^2$; questo è uno dei valori più grandi trovato in natura.

Sfida 136 na

Notare che la fisica galileiana e la relatività portano ad una conclusione simile: una velocità limitante, sia essa del suono o della luce, rende impossibile per i corpi solidi essere *rigidi*. Quando spingiamo l'estremità di un corpo, l'altra estremità si muove un po' più tardi.

* La velocità (longitudinale) del suono è circa 5.9 km/s per il vetro, ferro o acciaio; circa 4.5 km/s per l'oro e circa 2 km/s per il piombo. Altre velocità del suono sono riportate a [pagina 294](#).

Ecco ora un quesito: la velocità limite implica una ‘relazione di indeterminatezza’ relativistica

$$\Delta l \Delta a \leq c^2 \quad (102)$$

per l’indeterminatezza di lunghezza ed accelerazione?

Cosa significa tutto ciò per le dimensioni delle particelle elementari? Prendete due elettroni separati da una distanza d e chiamate la loro dimensione l . L’accelerazione dovuta alle repulsione elettrostatica porta quindi ad un limite massimo per le loro dimensioni dato dalla formula

$$l < \frac{4\pi\epsilon_0 c^2 d^2 m}{e^2}. \quad (103)$$

Sfida 137 na

Più gli elettroni possono avvicinarsi, più piccoli devono essere. Il limite sperimentale attuale da una dimensione più piccola di 10^{-19} m. Ma gli elettroni potrebbero essere esattamente puntiformi? Torneremo su questa questione quando ci occuperemo della relatività generale e della teoria dei quanti.

LA RELATIVITÀ SPECIALE IN QUATTRO FRASI

Questo capitolo della nostra ascensione della Montagna del Moto può essere rapidamente riassunta.

- Tutti gli osservatori inerziali riscontrano che vi è un’unica, perfetta velocità in natura, detta anche velocità di energia massima comune, che è realizzata dal moto di ogni tipo di radiazione priva di massa, come la luce o i segnali radio, ma che non può essere raggiunta material systems da corpi materiali.
- In conseguenza, sebbene lo spazio-tempo sia identico per tutti gli osservatori, i tempi e le lunghezze variano invece da un osservatore all’altro, secondo quanto descritto dalle trasformazioni di Lorentz (13) e (14) e come ampiamente confermato dagli esperimenti.
- Le collisioni dimostrano che una velocità massima comporta che la massa è energia concentrata e che l’energia totale di un corpo è data da $E = \gamma mc^2$, come confermato da tutti i dati sperimentali.
- Applicati agli oggetti accelerati, questi risultati conducono a numerose conseguenze contro-intuitive come ad esempio il paradosso dei gemelli, la comparsa di orizzonti degli eventi e la comparsa di *tachioni* a vita breve nelle collisioni.

La relatività speciale dimostra che il moto, anche se limitato nella velocità, è relativo, definito usando la propagazione della luce, conservato, reversibile e deterministico.

PUÒ VARIARE LA VELOCITÀ DELLA LUCE?

La velocità della luce è la velocità limite di ogni energia in natura. Assumendo che la luce sia completamente priva di massa, potrebbe variare la velocità della luce da luogo a luogo, o con il trascorrere del tempo? Questa domanda insidiosa fa ancora ammattire molti fisici. La prima risposta è solitamente un forte: Sì, certamente! Guardiamo cosa

accade quando si modifica c nelle formule. (Infatti, vi sono stati anche dei tentativi di costruire teorie della velocità della luce variabile). Però questa risposta è sbagliata.

Poiché la velocità della luce rientra nella nostra definizione di tempo e di spazio, entra anche, sebbene non lo notiamo, nella costruzione di tutti i righelli, in tutte le unità di misura e in tutti gli strumenti di misura. Pertanto non vi è modo di accettare se il valore varia. Nessun esperimento immaginabile può rilevare una variazione della velocità limite, perché è proprio la velocità limite a rappresentare la base di tutte le misure.

Sfida 138 s ‘Questa è crudeltà mentale’, potresti pensare. ‘Tutti gli esperimenti mostrano che la velocità della luce è invariante; abbiamo dovuto sorbirci un risultato contro-intuitivo dopo l’altro per accettare l’invarianza della velocità della luce, ed ora dobbiamo anche ammettere che non vi è altra scelta?’ Sì, è proprio così. Questa è l’ironia dei progressi in fisica. L’invarianza (rispetto all’osservatore) della velocità della luce è contro-intuitiva e lascia frastornati quando si fa il confronto con la perdita dell’invarianza nella vita di tutti i giorni, cioè con le velocità galileiane. Ma se teniamo in conto il fatto che tutte le misure della velocità – che ci piaccia o no – vengono confrontate con la velocità della luce, non dovremmo rimanere stupiti dall’invarianza della velocità della luce; piuttosto, dovremmo rimanere stupiti dalle strane proprietà delle *piccole* velocità.

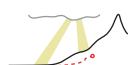
In sostanza, non è possibile *per principio* accettare l’invarianza di uno standard. In altre parole, il vero aspetto sorprendente della relatività non è l’invarianza di c ma la scomparsa di c dalle formule che riguardano il moto di tutti i giorni.

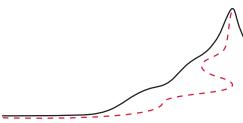
COSA SUCCIDE A VELOCITÀ PROSSIME A QUELLA DELLA LUCE?

Man mano che ci avviciniamo alla velocità della luce, le quantità nelle trasformazioni di Lorentz divergono. Una divisione per zero è impossibile: infatti né le masse né gli osservatori possono muoversi alla velocità della luce. Però questa è solo metà della storia.

Nulla di ciò che è osservabile può diventare infinito. Avvicinandoci il più possibile alla velocità della luce, anche la relatività speciale non può essere corretta. A contrazioni di Lorentz estremamente grandi, non c’è modo di ignorare la curvatura dello spazio-tempo; in questi casi bisogna tener conto della gravitazione. In più, vicino all’orizzonte non vi è modo di ignorare le fluttuazioni della velocità e la posizione; in questi casi bisogna tener conto della teoria dei quanti. L’esplorazione di queste due limitazioni definiscono i prossimi due livelli della nostra ascensione della Montagna del Moto.

All’inizio della nostra avventura, durante l’esplorazione della fisica galileiana, dopo aver definito i concetti di base di velocità, spazio e tempo, abbiamo rivolto la nostra attenzione alla gravitazione. L’invarianza della velocità della luce ci ha costretti a cambiare questi concetti di base. Ora torniamo ad occuparci della gravitazione alla luce di questa invarianza.





RELATIVITÀ GENERALE SEMPLICE: GRAVITAZIONE, MASSIMA VELOCITÀ E MASSIMA FORZA

La relatività generale è facile! Oggigiorno, può essere resa intuitiva come la gravità universale e la sua legge dell'inverso del quadrato, in modo che le idee principali della relatività generale, come quelle della relatività speciale, siano accessibili agli studenti di scuola secondaria. In particolare, i buchi neri, le onde gravitazionali, la curvatura dello spazio-tempo ed i limiti dell'universo possono quindi essere compresi tanto facilmente quanto l'effetto Doppler o il paradosso dei gemelli.

Nelle pagine seguenti scopriremo che, proprio come la relatività speciale è basata su e deriva da una *velocità massima* c ,

- ▷ la relatività generale è basata su e deriva da una *massima variazione di quantità di moto*, o *massima forza* $c^4/4G$ – o, equivalentemente, su una *massima potenza* $c^5/4G$.

Per prima cosa dimostriamo che tutti i dati sperimentali noti sono coerenti con questi limiti. Quindi scopriamo che la massima forza e la massima potenza vengono raggiunte solo su invalicabili superfici limite.

- ▷ Le superfici che realizzano la massima forza – o il massimo flusso di quantità di moto – e massima potenza – o massimo flusso di energia – sono chiamate *orizzonti*.

Gli orizzonti sono semplici generalizzazioni di quegli orizzonti che abbiamo incontrato nella relatività speciale. Scopriremo a breve perché i valori massimi sono legati ad essi. Gli orizzonti svolgono il ruolo nella relatività generale che viene giocato dai fasci di luce nella relatività ristretta: sono i sistemi che *realizzano* il limite. Un orizzonte è la ragione per cui il cielo è buio di notte e che l'universo è di dimensione finita. Gli orizzonti ci dicono che, in generale, lo spazio-tempo è curvo. E gli orizzonti ci consentiranno di dedurre le equazioni di campo della relatività generale.

Discussiamo anche le principali argomentazioni contrarie ed i paradossi derivanti da forza e potenza limiti. Le risoluzioni dei paradossi chiariscono perché il limiti sono rimasti in sospeso per tanto tempo, sia negli esperimenti e nella didattica.

Dopo questa introduzione, studieremo gli effetti della gravità relativistica in dettaglio. Esploreremo le conseguenze della curvatura dello spazio-tempo per i moti dei corpi e della luce nel nostro ambiente quotidiano. Ad esempio, la legge dell'inverso del quadrato sarà modificata. (Potete spiegare il motivo per cui ciò sia necessario in vista di quello che



FIGURA 47 Effetti della gravità: una stalattite gocciolante (© Richard Cindric) e gli anelli di Saturno, fotografati quando il Sole è nascosto dietro il pianeta (per gentile concessione CICLOPS, JPL, ESA, NASA).

Sfida 139 s abbiamo imparato finora?) Più affascinante di tutto, scopriremo come muovere e piegare il vuoto. Quindi studieremo l'universo in generale. Infine, esploreremo la più estrema forma di gravità: i buchi neri.

MASSIMA FORZA - LA RELATIVITÀ GENERALE IN UNA DICHIARAZIONE

Ref. 102

“ Uno degli scopi principali della ricerca teorica in qualsiasi dipartimento di conoscenza è quello di trovare il punto di vista dal quale il soggetto appare nella sua massima semplicità. ”

Willard Gibbs

Abbiamo appena visto che la teoria della relatività speciale appare quando riconosciamo la velocità limite c in natura e prendiamo questo limite come principio base. Al volgere del XXI secolo fu dimostrato che la relatività *generale* può essere affrontata utilizzando un simile principio base:

▷ In natura c'è una massima forza, o cambiamento di quantità moto per tempo:

$$F \leq \frac{c^4}{4G} = 3.0258(4) \cdot 10^{43} \text{ N} . \quad (104)$$

In natura, nessuna forza in alcun muscolo, macchina o impianto può superare questo valore. Per i curiosi, il valore della forza limite è l'energia di un buco nero di (Schwarzschild) diviso per due volte il suo raggio. La forza limite può essere compresa intuitivamente notando che i buchi neri di (Schwarzschild) sono i corpi più densi possibili per una data massa. Poiché vi è un limite a come un corpo può essere compresso, le forze - sia gravitazionali, elettriche, centripete o di qualsiasi altro tipo - non possono essere arbitrariamente grandi.

In alternativa, è possibile utilizzare un'altra, equivalente dichiarazione come principio di base:

TAVOLA 3 Come convincere voi stessi ed altri che vi è una forza massima $c^4/4G$ o una potenza massima $c^5/4G$ in natura. Confronta questa tabella con la tabella sulla massima velocità di energia, a pagina 23 sopra, e con la tabella circa la minima azione, a pagina 19 nel volume IV.

STATEMENT	TEST
Il valore della massima forza $c^4/4G$ è invariante rispetto all'osservatore.	Testiamo tutte le osservazioni.
Valori di forza $> c^4/4G$ non vengono osservati.	Testiamo tutte le osservazioni.
Valori di forza $> c^4/4G$ non possono essere prodotti.	Testiamo tutti i tentativi.
Valori di forza $> c^4/4G$ non possono essere immaginati.	Risolviamo tutti i paradossi.
Un massimo valore di forza $c^4/4G$ è un principio. Deduciamo la teoria della relatività generale da esso.	Dimostriamo che tutte le conseguenze, comunque strane, sono confermate dall'osservazione.

► C'è una potenza massima in natura, o cambiamento di energia per tempo:

$$P \leq \frac{c^5}{4G} = 9.071(1) \cdot 10^{51} \text{ W} . \quad (105)$$

Nessuna potenza di alcuna lampada, motore o esplosione può superare questo valore. La massima potenza si realizza quando un buco nero di (Schwarzschild) è irradiato via nel tempo che la luce impiega a percorrere una lunghezza corrispondente al suo diametro. Vedremo di seguito esattamente cosa sono i buchi neri e perché sono collegati a questi limiti.

L'esistenza di una forza o potenza massima implica l'intera teoria della relatività generale. Al fine di dimostrare la correttezza e l'utilità di questo approccio, è richiesta una sequenza di argomenti. La sequenza di argomenti, mostrata anche in [tavola 3](#), è la stessa di quella che abbiamo usato per l'istituzione della velocità limite nella relatività speciale. La base è riconoscere che il valore della forza è *invariante*. Ciò risulta dalla invarianza di c e G . Per il primo argomento, abbiamo bisogno di raccogliere tutte le evidenze d'osservazione per il limite rivendicato e dimostrare che esse valgono in tutti i casi. In secondo luogo, dobbiamo mostrare che il limite si applica in tutte le situazioni possibili e immaginabili; qualsiasi apparente paradosso dovrà essere risolto. Infine, al fine di stabilire il limite come un principio di natura, dobbiamo mostrare che la relatività generale segue da esso.

Questi tre passi strutturano questa introduzione alla relatività generale. Iniziamo la storia spiegando l'origine dell'idea di un valore limite.

IL SIGNIFICATO DI FORZA E POTENZA LIMITI

Nel XIX e XX secolo molti fisici si presero la briga di evitare il concetto di forza. Heinrich Hertz fece di questo un principio guida della sua opera, e scrisse un libro di testo influente sulla meccanica classica senza mai utilizzare il concetto. I padri della teoria quantistica, che conoscevano tutti questo testo, lasciarono cadere il termine 'forza' completamente dal vocabolario della fisica microscopica. Nel frattempo, il concetto di 'forza gravitazionale' fu eliminato dalla relatività generale riducendolo ad una 'pseudo-forza'. La forza divenne fuori moda.

Tuttavia, il principio di massima forza ha senso, a condizione che la visualizziamo mediante la definizione di forza:

- ▷ La forza è il flusso di quantità di moto per unità di tempo.

In natura, la quantità di moto non può essere creata o distrutta. Usiamo il termine 'flusso' per ricordarci che la quantità di moto, essendo una quantità conservata, può cambiare solo con l'afflusso o deflusso. In altre parole,

- ▷ Il cambio di quantità di moto, e quindi la forza, si svolge sempre attraverso qualche superficie limite.

Questo fatto è di importanza centrale. Ogni volta che pensiamo alla forza in un punto, intendiamo *realmente* significare la quantità di moto 'che fluisce' attraverso una superficie in quel punto. La relatività generale afferma questa idea di solito come segue: le forze mantengono i corpi a seguire geodetiche. (Una *geodetica* è un percorso seguito da una particella in caduta libera.) Il meccanismo alla base di una forza misurata non è importante; allo scopo di avere un esempio concreto a guidare la discussione può essere utile immaginare in principio la forza come elettromagnetica. Tuttavia, qualsiasi tipo di forza è possibile.

Sottolineiamo anche che la forza limite riguarda la 3-forza, o quello che noi chiamiamo forza nella vita quotidiana, e che il limite di potenza riguarda ciò che chiamiamo potenza nella vita di tutti i giorni. In altre parole, in natura, sia la 3-velocità e 3-forza sono limitate.

Il principio di massima forza si riduce alla seguente dichiarazione: se immaginiamo qualsiasi superficie fisica (e la copriamo con gli osservatori), l'integrale del flusso di quantità di moto attraverso la superficie (misurata da tutti quegli osservatori) non supera mai il valore limite di $c^4/4G$. Non importa come è scelta la superficie, purché sia fisica:

- ▷ Una superficie è fisica finché siamo in grado di fissare osservatori su di essa.

Sottolineiamo che gli osservatori in relatività generale, come nella relatività speciale, sono sistemi fisici massicci che sono abbastanza piccoli in modo che la loro influenza sul sistema sotto osservazione sia trascurabile.

Il principio della forza massima impone un limite ai muscoli, l'effetto dei martelli, il flusso di materiale, l'accelerazione dei corpi massicci e molto di più. Nessun sistema

può creare, misurare o sperimentare una forza superiore al limite. Nessuna particella, nessuna galassia e nessun bulldozer possono superarla.

L'esistenza di una forza limite ha una conseguenza attraente. In natura, le forze possono essere misurate. Ogni misura è un confronto con uno standard. La forza limite fornisce una *naturale* unità di forza che si inserisce nel Sistema di unità naturali* che Max Planck derivò da c , G e h (o \hbar). La massima forza fornisce quindi uno standard di forza valido in ogni luogo e in ogni istante di tempo.

Il valore limite di $c^4/4G$ differisce dalla unità proposta da Planck in due modi. In primo luogo, il fattore numerico è diverso (Planck aveva in mente il valore $c^4/4G$). In secondo luogo, l'unità di forza è un valore *estremante*. In questo apetto, la massima forza svolge la stessa funzione della massima velocità. Come si vedrà più avanti, questa proprietà limite vale per tutte le altre Unità di Planck ugualmente, una volta che i fattori numerici sono stati corretti appropriatamente. Il fattore $1/4$ non ha significati più profondi: è proprio il valore che porta alla forma corretta delle equazioni di campo della relatività generale. Il fattore $1/4$ nel limite è anche necessario per recuperare, in situazioni quotidiane, la legge dell'inverso del quadrato della gravitazione universale. Quando il fattore è adeguatamente preso in considerazione, la massima forza (o potenza) è semplicemente data dalla energia di Planck (corretta) diviso per la lunghezza di Planck (corretta) o tempo di Planck.

Ref. 106

Pagina 115

L'espressione per la massima forza comporta la velocità della luce c e la costante gravitazionale G ; si qualifica quindi come una dichiarazione sulla gravitazione relativistica. Il principio fondamentale della relatività speciale afferma che la velocità v obbedisce a $v \leq c$ per tutti gli osservatori. Analogamente, il principio base della relatività generale afferma che in tutti i casi la forza F e la potenza P obbediscono a $F \leq c^4/4G$ e $P \leq c^5/4G$. Non importa se l'osservatore misura la forza o potenza mentre si muove ad alta velocità relativa al sistema sotto osservazione, durante la caduta libera, o mentre è fortemente accelerato. Tuttavia, vedremo che è essenziale che l'osservatore registri valori misurati *alla propria posizione* e che l'osservatore sia *realistico*, cioè, fatto di materia e non separato dal sistema da un orizzonte. Queste condizioni sono le stesse che devono essere obbedite da osservatori che misurano la velocità in relatività ristretta.

Pagina 72

Pagina 108

Poiché la potenza fisica è forza per la velocità, e dal momento che la natura offre una velocità limite, la forza limite e la potenza limite sono equivalenti. Abbiamo già visto che forza e potenza appaiono insieme nella definizione di 4-forza. La dichiarazione di una massima 3-forza è valida per ogni componente della 3-forza, nonché per la sua grandezza. (Come vedremo sotto, un boost ad un osservatore con alto valore γ non può essere utilizzato per superare la forza o potenza limite.) La potenza limite limita la produzione di motori di auto e moto, lampade, laser, stelle, fonti di radiazioni gravitazionali e galassie. Essa è equivalente a $1.2 \cdot 10^{49}$ cavalli. Il principio di massima potenza afferma che non vi è alcun modo per spostare o eliminare l'energia in modo più rapido di quello.

La potenza limite può essere compresa intuitivamente notando che ogni motore produce *scarichi*, cioè, qualche materia o energia che viene lasciata alle spalle. Per una lam-

Vol. IV, pag. 20

* Quando Planck scoprì il quanto di azione, notò subito la possibilità di definire unità naturali. In una passeggiata nel bosco intorno a Berlino con suo figlio di sette anni, egli gli disse che aveva fatto una scoperta importante quanto la scoperta della gravitazione universale.

pada, una stella o un buco nero in evaporazione, gli scarichi sono la radiazione emessa; per una macchina o motore a reazione sono i gas caldi; per una turbina idraulica lo scarico è l'acqua che si muove lentamente lasciando la turbina; per un razzo è la materia espulsa alla sua estremità posteriore; per un razzo fotonico o un motore elettrico è energia elettromagnetica. Quando la potenza di un motore si avvicina al valore limite, gli scarichi aumentano drammaticamente in massa-energia. Per masse estremamente elevate di scarico, l'attrazione gravitazionale di questi scarichi – anche se sono solo radiazioni – previene un'ulteriore accelerazione del motore rispetto ad essi. Il principio di massima potenza così esprime che c'è un meccanismo di frenatura integrato in natura; questo meccanismo di frenata è la gravità.

Ancora un altro limite equivalente appare quando la massima potenza è divisa per c^2 .

► C'è un tasso massimo di variazione di massa in natura:

$$\frac{dm}{dt} \leq \frac{c^3}{4G} = 1.000\,93(1) \cdot 10^{35} \text{ kg/s}. \quad (106)$$

Questo limite impone un limite alle pompe, ai motori a reazione ai mangiatori veloci. Infatti, la velocità del flusso di acqua o qualsiasi altro materiale attraverso tubi è limitata. Il limite di flusso di massa è ovviamente equivalente sia alla forza o alla potenza limite.

L'affermazione di una massima forza, potenza o cambiamento di massa in natura sembra quasi troppo fantastico per essere vero. Il nostro primo compito è quindi quello di verificarlo empiricamente nel miglior modo possibile.

LE EVIDENZE Sperimentali

Come il principio di massima velocità, il principio di massima forza deve innanzitutto essere verificato sperimentalmente. Michelson trascorse gran parte della sua vita alla ricerca di possibili variazioni del valore della velocità della luce. Nessuno ha ancora dedicato tanta fatica per testare la massima forza o potenza. Tuttavia, è semplice confermare che nessun esperimento, sia microscopico, macroscopico o astronomico, ha mai misurato valori di forza più grandi del limite stabilito. Molte persone hanno affermato di aver prodotto velocità più grandi di quella della luce. Finora, nessuno ha mai affermato di aver prodotto o osservato una forza superiore al valore limite.

Le grandi accelerazioni che le particelle subiscono nelle collisioni all'interno del sole, nei più potenti acceleratori o in reazioni dovute ai raggi cosmici corrispondono a valori di forza molto inferiori rispetto alla forza limite. Lo stesso vale per i neutroni in stelle di neutroni, per i quark all'interno di protoni, e per tutta la materia che è stata osservata cadere verso i buchi neri. Inoltre, la ricerca di singolarità spazio-temporali, che consentirebbero alle forze di raggiungere o superare la forza limite vigente, è stata inutile.

Nel dominio astronomico, tutte le forze tra stelle o galassie sono al di sotto del valore limite, come lo sono le forze nel loro interno. Nemmeno le interazioni tra qualsiasi due metà dell'universo superano il limite, qualunque divisione fisicamente ragionevole tra le due metà venga presa. (Il significato di 'divisione fisicamente ragionevole' sarà definita sotto; per le divisioni che *non* sono ragionevoli, le eccezioni alla affermazione della massima forza possono essere costruite. Potreste godere la ricerca di una tale eccezione.)

Sfida 140 s

Pagina 113

Sfida 141 s

Gli astronomi hanno anche fallito a trovare qualsiasi regione dello spazio-tempo la cui curvatura (conceitto da introdurre sotto) sia abbastanza grande da consentire alle forze di superare la forza limite. Infatti, nessuna delle numerose recenti osservazioni di buchi neri ha portato alla luce forze maggiori del valore limite o oggetti più piccoli dei corrispondenti raggi di buco nero.

Ref. 107

Pagina 113

Ref. 108

Pagina 119

Anche la potenza limite può essere verificata sperimentalmente. Si scopre che la potenza – o la luminosità – di stelle, quasar, pulsar binarie, lampi di raggi gamma, galassie o ammassi di galassie può infatti essere una parte considerevole della potenza limite. Tuttavia, nessuna violazione del limite è mai stata osservata. Infatti, la somma di tutte le emissioni di luce da tutte le stelle nell'universo non supera il limite. Allo stesso modo, anche la più luminosa sorgente di onde gravitazionali, fusione di buchi neri, non superano la potenza limite. Solo la luminosità di evaporazione dei buchi neri nella loro fase finale potrebbe essere uguale al limite. Ma finora, nessuna è mai stata osservata. (Dal momento che entrambe le fonti localizzate possono avvicinarsi alla potenza limite, nasce il cosiddetto *paradosso della potenza*, che sarà discusso qui di seguito.)

Allo stesso modo, tutti i flussi di massa osservati sono ordini di grandezza al di sotto del corrispondente limite. Anche i sistemi fisici che sono matematicamente analoghi ai buchi neri - per esempio, i buchi neri acustici muti o buchi neri ottici – non invalidano i limiti di forza e di potenza che tengono nei sistemi corrispondenti.

In sintesi, la situazione sperimentale è alquanto deludente. Gli esperimenti non contraddicono i valori limite. Ma né fanno molto i dati per confermare i limiti. Il motivo è la mancanza di orizzonti nella vita quotidiana e in sistemi sperimentalmente accessibili. La velocità massima alla base della relatività speciale si trova quasi ovunque; massima forza e massima potenza si trovano quasi da nessuna parte. Qui di seguito vi proporremo alcuni test dedicati dei limiti che potrebbero essere eseguiti in futuro.

DEDURRE LA RELATIVITÀ GENERALE *

Pagina 103

Stabilire i limiti della massima forza e potenza come principi fisici fondamentali, non è sufficiente a dimostrare che sono coerenti con ciò che osserviamo in natura. E' necessario dimostrare che essi implicano l'intera teoria della relatività generale. (Questa sezione è solo per i lettori che già conoscono le equazioni di campo della relatività generale. Altri lettori possono saltare alla prossima sezione.)

Ref. 106

Al fine di ricavare la teoria della relatività abbiamo bisogno di studiare i sistemi che *realizzano* il limite sotto esame. Nel caso della teoria della relatività speciale, il sistema principale che realizza la velocità limite è la luce. Per questo motivo, la luce è fondamentale per l'esplorazione della relatività speciale. Nel caso della relatività generale, i sistemi che realizzano il limite sono meno evidenti. Notiamo prima che una massima forza (o potenza) non può essere realizzata attraverso un *volume* di spazio. Se questo fosse possibile, un semplice *boost*** potrebbe trasformare la forza (o potenza) ad un valore superiore. Pertanto, la natura può realizzare la massima forza e potenza solo su superfici e non volumi. In aggiunta, queste superfici devono essere irraggiungibili. Queste superfici irraggiungibili sono fondamentali per la relatività generale; esse sono chiamate *orizzonti*.

* Questa sezione può essere saltata in prima lettura. (La prova citata risale al Dec 2003.)

** Un *boost* è stato definito nella relatività speciale come un cambiamento del punto di vista di un secondo osservatore *in moto* rispetto al primo.

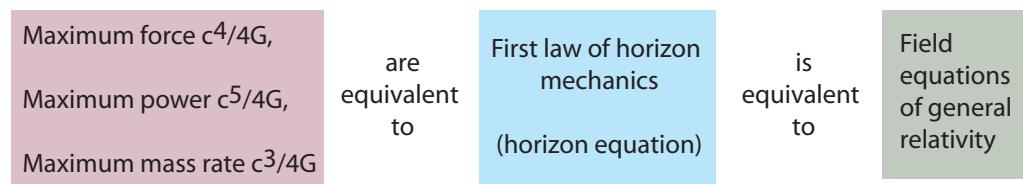


FIGURA 48 Equivalenza della massima forza o potenza con le equazioni di campo della relatività generale.

Pagina 85

La massima forza e potenza appaiono solo su orizzonti. Abbiamo incontrato gli orizzonti nella relatività speciale, in cui sono stati definiti come superfici che impongono limiti all'osservazione. (Da notare il contrasto con la vita quotidiana, dove l'orizzonte è solo una linea, non una superficie.) L'attuale definizione di un orizzonte come una superficie di massima forza (o potenza) è equivalente alla definizione come superficie oltre la quale nessun segnale può essere ricevuto. In entrambi i casi, un orizzonte è una superficie oltre la quale ogni interazione è impossibile.

Il collegamento tra orizzonti e la massima forza è un punto centrale della gravità relativistica. È importante quanto il collegamento tra la luce e la velocità massima nella relatività speciale. Nella relatività speciale, abbiamo usato la proprietà limite della velocità della luce per dedurre le trasformazioni di Lorentz. In relatività generale, noi ora dimostriamo che la massima forza in natura, che possiamo chiamare la *forza orizzonte*, implica le equazioni di campo della relatività generale. Per raggiungere questo obiettivo, si comincia con la consapevolezza che tutti gli orizzonti hanno un flusso di energia attraverso loro. Il flusso dipende dalla curvatura dell'orizzonte, come vedremo. Questa connessione implica che gli orizzonti non possono essere piani, poiché un piano infinitamente esteso implicherebbe un flusso di energia infinito.

La deduzione delle equazioni della relatività generale ha solo due passi, come mostrato in [figura 48](#). Nel primo passo, mostriamo che il principio della massima forza o potenza implica la prima 'legge' della meccanica dell'orizzonte. Nel secondo passo, si dimostra che la prima 'legge' implica le equazioni di campo della relatività generale.

Il più semplice orizzonte finito è una sfera statica, corrispondente ad un buco nero di Schwarzschild. Un orizzonte sferico è caratterizzato dal suo raggio di curvatura R , o equivalentemente, dalla sua gravità di superficie a ; le due quantità sono legate da $2aR = c^2$. Ora, l'energia che fluisce attraverso qualsiasi orizzonte è sempre limitata in estensione, quando misurata lungo la direzione di propagazione. Possiamo quindi parlare più specificamente di un impulso di energia. Qualsiasi impulso di energia attraverso un orizzonte è quindi caratterizzato da una energia E ed una propria lunghezza L . Quando l'impulso di energia scorre perpendicolarmente attraverso un orizzonte, il tasso di cambiamento di quantità di moto, o forza, per un osservatore all'orizzonte è

$$F = \frac{E}{L} . \quad (107)$$

Il nostro obiettivo è quello di mostrare che l'esistenza di una massima forza implica la relatività generale. Ora, la massima forza è realizzata su orizzonti. Abbiamo così bisogno

di inserire i valori massimi possibili su entrambi i lati dell'equazione (ref eq: Hohi) e dimostrare che segue la relatività generale.

Usando il valore della massima forza e l'area $4\pi R^2$ per un orizzonte sferico abbiamo

$$\frac{c^4}{4G} = \frac{E}{LA} 4\pi R^2. \quad (108)$$

La frazione E/A è l'energia per area che scorre attraverso qualsiasi area A che è parte di un orizzonte. L'inserimento dei valori massimi è completa quando notiamo che la lunghezza L dell'impulso di energia è limitata dal raggio R . Il limite $L \leq R$ segue da considerazioni geometriche: visto dal lato concavo dell'orizzonte, l'impulso deve essere inferiore al raggio di curvatura. Un argomento indipendente, è il seguente. La lunghezza L di un oggetto accelerato da a è limitato, dalla relatività speciale, da $L \leq c^2/2a$. La relatività speciale dimostra già che questo limite è correlato alla comparsa di un orizzonte. Insieme alla relazione (108), l'affermazione che gli orizzonti sono superfici di massima forza conduce alla seguente relazione importante per orizzonti sferici statici:

$$E = \frac{c^2}{8\pi G} a A. \quad (109)$$

Questa *equazione di orizzonte* riguarda il flusso di energia E attraverso un'area A di un orizzonte sferico con gravità superficiale a . Essa afferma che l'energia che fluisce attraverso un orizzonte è limitata, che questa energia è proporzionale all'area dell'orizzonte, e che il flusso di energia è proporzionale alla gravità superficiale. (L'equazione di orizzonte è anche chiamata la *prima legge della meccanica del buco nero* o la *prima legge della meccanica dell'orizzonte*.)

Ref. 110

La derivazione soprastante produce anche il risultato intermedio

$$E \leq \frac{c^4}{16\pi G} \frac{A}{L}. \quad (110)$$

Questa forma dell'equazione di orizzonte afferma più chiaramente che nessun'altra superficie di un orizzonte può raggiungere il massimo flusso di energia, quando sono dati l'area e la lunghezza dell'impulso (o la gravità di superficie). Nessun altro dominio della fisica fa dichiarazioni comparabili: esse sono intrinseche alla teoria della gravitazione.

Una derivazione alternativa dell'equazione di orizzonte inizia con l'accento sulla potenza invece che sulla forza, utilizzando $P = E/T$ come equazione iniziale.

E' importante sottolineare che le equazioni di orizzonte (109) e (110) seguono da due soli presupposti: primo, c'è una massima velocità in natura, e in secondo luogo, vi è una massima forza (o potenza) in natura. Non viene assunta alcuna teoria specifica di gravitazione. L'equazione di orizzonte potrebbe anche essere verificabile sperimentalmente, come sostenuto di seguito. (Notiamo anche che l'equazione di orizzonte – o, equivalentemente, la forza o potenza limite – implica un massimo tasso di variazione di massa in natura dato da $dm/dt \leq c^3/4G$.)

Quindi, dobbiamo generalizzare l'equazione di orizzonte da orizzonti statici e sferici ad orizzonti generali. Poiché la massima forza viene considerata valida per *tutti* gli os-

servatori, sia inerziali o accelerati, la generalizzazione è semplice. Per un orizzonte che è curvato irregolarmente o tempo-variante l'equazione di orizzonte diventa

$$\delta E = \frac{c^2}{8\pi G} a \delta A . \quad (111)$$

Questa relazione differenziale – potrebbe essere chiamata la *equazione generale di orizzonte* – è valida per qualsiasi orizzonte. Può essere applicata separatamente per ogni pezzo δA di un orizzonte dinamico o spazialmente variabile. La *equazione generale di orizzonte* (111) è stata conosciuta essere equivalente alla relatività generale, almeno dal 1995, quando questa equivalenza fu (implicitamente) mostrata da Jacobson. Mostreremo che l'equazione differenziale di orizzonte ha lo stesso ruolo per la relatività generale che l'equazione $dx = c dt$ ha per la relatività speciale. D'ora in poi, quando si parla di *equazione di orizzonte*, si intende la forma generale differenziale (111) della relazione. È istruttivo ribadire il comportamento degli impulsi di energia di lunghezza L in modo che valga per qualsiasi superficie, anche una che non è un orizzonte. Ripetendo la derivazione sopra, otteniamo

$$\frac{\delta E}{\delta A} \leq \frac{c^4}{16\pi G} \frac{1}{L} . \quad (112)$$

La parità si realizza solo quando la superficie A è un orizzonte. In altre parole, ogni volta che il valore di $\delta E/\delta A$ in un sistema fisico si avvicina alla parte destra, inizia a formarsi un orizzonte. Questa connessione sarà essenziale nella nostra discussione di apparenti esempi contrari ai principi limite.

Se teniamo presente che su un orizzonte la lunghezza dell'impulso L obbedisce $L \leq c^2/2a$, diventa chiaro che l'*equazione generale di orizzonte* è una conseguenza della massima forza $c^4/4G$ o la massima potenza di $c^5/4G$. Inoltre, la *equazione di orizzonte* prende anche in considerazione la velocità massima, che è all'origine della relazione $L \leq c^2/2a$. L'*equazione di orizzonte* segue quindi puramente da questi due limiti della natura.

Il rimanente, secondo passo del ragionamento è la derivazione della relatività generale dalla *equazione generale di orizzonte*. Questa derivazione fu fornita da Jacobson, ed i punti essenziali sono riportati nei paragrafi seguenti. Per visualizzare la connessione tra l'*equazione generale di orizzonte* (111) e le *equazioni di campo*, abbiamo solo bisogno di generalizzare l'*equazione generale di orizzonte* a sistemi di coordinate generali ed a generali direzioni di flusso di energia-quantità di moto. Ciò si ottiene mediante l'introduzione della notazione tensoriale che si adatta allo spazio-tempo curvo.

Per generalizzare l'*equazione generale di orizzonte*, si introduce l'elemento superficie generale $d\Sigma$ e il campo vettoriale locale boost di Killing k che genera l'orizzonte (con idonea norma). Jacobson utilizza queste due grandezze per riscrivere il lato sinistro dell'*equazione generale di orizzonte* (111) come

$$\delta E = \int T_{ab} k^a d\Sigma^b , \quad (113)$$

dove T_{ab} è il tensore energia-quantità di moto. Questa espressione dà ovviamente

l'energia all'orizzonte per sistemi di coordinate arbitrari e direzioni di flusso di energia arbitrarie.

Il risultato principale di Jacobson è che il fattore $a \delta A$ nella parte destra dell'equazione generale di orizzonte (111) può essere riscritto, utilizzando l'equazione (puramente geometrica) di Raychaudhuri, come

$$a \delta A = c^2 \int R_{ab} k^a d\Sigma^b, \quad (114)$$

dove R_{ab} è il tensore di Ricci che descrive la curvatura dello spazio-tempo. Questa relazione descrive come le proprietà locali dell'orizzonte dipendono dalla curvatura locale.

Combinando questi due passaggi, l'equazione generale di orizzonte (111) diventa

$$\int T_{ab} k^a d\Sigma^b = \frac{c^4}{8\pi G} \int R_{ab} k^a d\Sigma^b. \quad (115)$$

Jacobson mostra poi che questa equazione, insieme con la conservazione locale dell'energia (cioè, l'annullamento della divergenza del tensore energia-quantità di moto) può essere soddisfatta solo se

$$T_{ab} = \frac{c^4}{8\pi G} \left(R_{ab} - \left(\frac{R}{2} + \Lambda \right) g_{ab} \right), \quad (116)$$

dove R è lo scalare di Ricci e Λ è una costante di integrazione il cui valore non è determinato dal problema. Le equazioni di cui sopra sono le equazioni di campo complete della relatività generale, che includono la costante cosmologica Λ . Le equazioni di campo seguono quindi dall'equazione di orizzonte. Quindi si è dimostrato che esse sono valide agli orizzonti.

Siccome è possibile, scegliendo un'adatta trasformazione di coordinate, per posizionare un orizzonte in qualsiasi punto dello spazio-tempo desiderato, le equazioni di campo devono essere valide per l'intero spazio-tempo. Questa osservazione completa l'argomento di Jacobson. Poiché le equazioni di campo seguono, tramite l'equazione di orizzonte, dal principio di massima forza, abbiamo anche dimostrato che in ogni punto dello spazio-tempo in natura vale la stessa massima forza: il valore della massima forza è un invariante e una costante della natura.

In altre parole, le equazioni di campo della relatività generale sono una diretta conseguenza del limite sul flusso di energia agli orizzonti, che a sua volta è dovuto all'esistenza di una massima forza (o potenza). In realtà, la derivazione di Jacobson mostra che l'argomento funziona in entrambe le direzioni. Massima forza (o potenza), l'equazione di orizzonte, e la relatività generale sono equivalenti.

Notiamo che la deduzione delle equazioni di campo della relatività generale dalla massima potenza della forza è corretta solo sotto l'ipotesi che la gravità sia puramente geometrica. Questa è la dichiarazione essenziale della relatività generale. Se il meccanismo di gravità fosse basato su altri campi, come particelle finora sconosciute, l'equivalenza tra gravità e una massima forza non sarebbe data.

Dal momento che la derivazione della relatività generale dal principio di massima forza o dal principio di massima potenza è ora stabilito, possiamo giustamente chiamare questi limiti *orizzonte di forza* e *orizzonte di potenza*. Ogni conferma sperimentale o teorica delle equazioni di campo conferma indirettamente la loro esistenza.

GRAVITÀ, CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO, ORIZZONTI E MASSIMA FORZA

Ripetiamo i risultati del paragrafo precedente in termini semplici.

Sfida 142 s

Immaginate due osservatori che iniziano a muoversi parallelamente tra loro e che entrambi continuino dritto. Se dopo un po' si scopre che non si muovono più parallelamente tra loro, allora si può dedurre che si sono spostati su una superficie curva (provare per credere!) o in uno spazio curvo. Tali deviazioni dal moto parallelo sono osservate vicino masse e altre energie localizzate. Concludiamo che lo spazio-tempo è curvo vicino alle masse. Oppure, semplicemente mettere: la gravità curva lo spazio.

Pagina 252

La gravitazione porta all'accelerazione. E l'accelerazione porta ad orizzonti a distanze c^2/a . Nessun orizzonte accade nella vita quotidiana; ma essi accadono attorno ai corpi la cui massa è concentrata in una sfera di raggio $r = 2Gm/c^2$. Tali corpi sono chiamati buchi neri di (Schwarzschild). La curvatura attorno a un buco nero di massa m è la curvatura massima possibile intorno ad un corpo di quella massa.

I buchi neri possono essere visti come la materia in caduta libera permanente. Studieremo i buchi neri nel dettaglio di seguito. Nel caso di un buco nero, come per qualsiasi orizzonte, è impossibile rilevare ciò che c'è 'dietro' il confine. *

I buchi neri sono caratterizzati da una gravità di superficie a e un flusso di energia E .

- ▷ Il principio di massima forza è un modo semplice per affermare che, sugli orizzonti, il flusso di energia è proporzionale ad area e gravità di superficie.

Pagina 255

Questo collegamento permette di dedurre l'intera teoria della relatività generale. In particolare, un massimo valore di forza è sufficiente a dire allo spazio-tempo come curvare. Esploreremo i dettagli di questo rapporto a breve.

Se nessun forza limite esistesse in natura, sarebbe possibile 'pompare' qualsiasi quantità desiderata di energia attraverso una data superficie, compreso un eventuale orizzonte. In questo caso, il flusso di energia non sarebbe proporzionale all'area, gli orizzonti non avrebbero le proprietà che hanno, e la relatività generale non avrebbe retto. Noi quindi otteniamo un'idea di come il massimo flusso di energia, il flusso massimo di quantità di moto e il flusso massimo di massa siano tutti collegati ad orizzonti. Il collegamento è più evidente per i buchi neri, dove l'energia, quantità di moto o di massa sono quelli che cadono nel buco nero.

L'analogia tra la relatività speciale e generale può essere effettuata ulteriormente. In relatività speciale, la velocità massima implica $dx = c dt$, e il cambiamento di tempo dipende dall'osservatore. In relatività generale, la massima forza (o potenza) implica l'equazione di orizzonte $\delta E = \frac{c^2}{8\pi G} a \delta A$ e l'osservazione che lo spazio-tempo è curvo. L'equazione di orizzonte implica le equazioni di campo della relatività generale. In breve:

* Analogamente, nella relatività speciale è impossibile individuare ciò che si muove più velocemente della barriera di luce.

- ▷ L'esistenza di una massima forza implica che lo spazio-tempo è curvo vicino alle masse, e implica *come* esso è curvato.

La massima forza (o potenza) ha pertanto lo stesso doppio ruolo nella relatività generale che la velocità massima ha nella relatività speciale. Nella relatività speciale, la velocità della luce è la velocità massima; è anche la costante di proporzionalità che collega spazio e tempo, come l'equazione $dx = c dt$ rende evidente. In relatività generale, la forza orizzonte è la massima forza; essa appare anche (con un fattore di 2π) nelle equazioni di campo come la costante di proporzionalità che collega l'energia e la curvatura. La massima forza descrive così sia l'elasticità dello spazio-tempo e – se usiamo la semplice immagine dello spazio-tempo come mezzo – la massima tensione alla quale lo spazio-tempo può essere sottoposto. Questo doppio ruolo di un materiale costante come fattore di proporzionalità e come valore limite è ben noto nella scienza dei materiali.

Ref. 104

Perché la massima forza è anche il fattore di proporzionalità tra la curvatura e l'energia? Immaginate lo spazio-tempo come un materiale elastico. *L'elasticità di un materiale è descritto da una costante numerica materiale. La definizione più semplice di questa costante materiale è il rapporto di stress (forza per area) per la tensione (la variazione proporzionale di lunghezza). Un'esatta definizione deve tener conto della geometria della situazione. Per esempio, il modulo di taglio G (o μ) descrive come sia difficile spostare due superfici parallele di un materiale ciascuna contro l'altra. Se la forza F è necessaria per spostare due superfici parallele di area A e lunghezza l contro ciascun'altra da una distanza Δl , definiamo il *modulo di taglio* G da

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta l}{l} . \quad (117)$$

Il modulo di taglio per metalli e leghe varia tra 25 e 80 GPa. La teoria continua dei solidi mostra che per qualsiasi solido cristallino senza alcun difetto (un solido ‘perfetto’) c’è un cosiddetto sforzo di taglio teorico: quando vengono applicati sforzi superiori a questo valore, il materiale si spezza. La sollecitazione di taglio teorica, in altre parole, la massima tensione in un materiale, è data da

$$G_{\text{tss}} = \frac{G}{2\pi} . \quad (118)$$

Ref. 112

La tensione massima è dunque essenzialmente data dal modulo di taglio. Questa connessione è simile a quella trovata per il vuoto. Infatti, immaginare il vuoto come un materiale che può essere piegato è un modo utile capire la relatività generale. Lo useremo regolarmente in seguito.

Cosa accade quando il vuoto è sollecitato con la massima forza? Viene anche lacerato come un solido? Quasi: infatti, quando il vuoto è lacerato, appaiono particelle. Scopriremo di più su questo collegamento più avanti: poiché le particelle sono entità quantistiche, abbiamo bisogno di studiare la teoria dei quanti, prima di poter descrivere

Vol. III, pag. 142

* Questa analogia vi fa pensare all’etere? Non preoccupatevi: la fisica non ha bisogno del concetto di etere, perché è indistinguibile dal vuoto. La relatività generale descrive il vuoto come una sorta di materiale che può essere deformato e mosso - ma non necessita né introduce l’etere.

l'effetto nell'ultima parte della nostra avventura.

CONDIZIONI DI VALIDITÀ DI FORZA E POTENZA LIMITI

Il valore di massima forza è valido solo in determinate condizioni. Per chiarire questo punto, possiamo confrontare la situazione alla velocità massima. Ci sono tre condizioni per la validità della velocità massima.

Prima di tutto, la velocità della luce (nel vuoto) è un limite superiore per il moto di sistemi con solo *quantità di moto* o *energia*. Essi possono, tuttavia, essere superati per moto di punti non materiali. Infatti, il punto di taglio di un paio di forbici, un punto luminoso laser sulla Luna, ombre, o il gruppo di velocità o velocità di fase di gruppi di onde possono superare la velocità della luce.

In secondo luogo, la velocità della luce è un limite solo se misurato *vicino* alla massa o energia in moto: la Luna si muove più veloce della luce se uno si gira attorno al proprio asse in un secondo; punti distanti in un universo Friedmann si allontanano reciprocamente con velocità superiori alla velocità della luce.

In terzo luogo, la velocità dell'osservatore che misura deve essere *realistica*: l'osservatore deve essere fatto di materia e di energia, quindi deve muoversi più lentamente della luce, e deve essere in grado di osservare il sistema. Nessun sistema in moto pari o superiore alla velocità della luce può essere un osservatore.

Ref. 113

Le stesse tre condizioni si applicano in relatività generale per la validità della massima forza e potenza. Il terzo punto è particolarmente importante. In particolare, la gravità relativistica vieta osservatori puntiformi e masse di prova: essi non sono realistici. Superficie in moto più veloci della luce non sono realistiche. In tali casi, possono essere trovati contro-esempi alla massima forza. Cercate di trovarne uno -, molti sono possibili, e tutti sono affascinanti. Ora esploriamo alcuni di quelli più importanti.

Sfida 143 s

ESPERIMENTI MENTALI (GEDANKEN) E PARADOSSI SULLA FORZA LIMITE

“ Wenn eine Idee am Horizonte eben aufgeht, ist gewöhnlich die Seele der Temperatur dabei sehr kalt. Erst allmählich entwickelt die Idee ihre Wärme, und am heissten ist diese (Das heißt sie tut Ihre Größten Wirkungen), wenn der Glaube an die Idee schon wieder im Ist Sinken. ”

Friedrich Nietzsche *

L'ultimo, ma centrale, passo nella nostra discussione della forza limite è lo stesso come nella discussione della velocità limite. Abbiamo visto che nessun esperimento reale ha mai portato ad un valore di forza più grande della forza limite. Ma dobbiamo anche dimostrare che nessun esperimento *immaginabile* può superare la forza limite. Seguendo una tradizione che risale ai primi anni del XX secolo, tale esperimento immaginato si chiama *esperimento Gedanken*, dal tedesco Gedankenexperiment, che significa

* ‘Quando un’idea sta sorgendo all’orizzonte, la temperatura dell’anima rispetto ad essa è di solito molto fredda. Solo gradualmente l’idea sviluppa il suo calore, ed è più calda (che sta come dire, esercitando la sua più grande influenza) quando la fede nell’idea è già di nuovo in declino’. Friedrich Nietzsche (1844-1900), filosofo e studioso. Questo è l’afiorisma 207 - *Sonnenbahn der Idee* - dal suo testo *Menschliches Allzumenschliches – Der Wanderer und sein Schatten* .

‘esperimento pensato’.

Al fine di respingere tutti i tentativi immaginabili per superare la velocità massima, era sufficiente studiare le proprietà della velocità aggiunta e la divergenza dell’energia cinetica vicino alla velocità della luce. Nel caso della massima forza, il compito è più complicato. Infatti, indicando una massima forza, una massima potenza e una variazione massima di massa provoca facilmente numerosi tentativi di contraddirli.

* *

L’approccio della forza bruta. Il tentativo di superare la forza limite è quello di cercare di accelerare un oggetto con una forza maggiore del valore massimo. Ora, l’accelerazione comporta il trasferimento di energia. Questo trasferimento è limitato dall’equazione di orizzonte (111) o il limite (112). Per ogni tentativo di superare la forza limite, il flusso di energia porta alla comparsa di un orizzonte. Ma un orizzonte impedisce che la forza superi il limite, perché impone un limite alla interazione.

Possiamo esplorare direttamente questo limite. In relatività ristretta noi trovammo che l’accelerazione di un oggetto è limitata dalla sua lunghezza. Infatti, ad una distanza data da $c^2/2a$ nella direzione opposta all’accelerazione a , appare un *orizzonte*. In altre parole, un corpo accelerato si spezza, al più tardi, in quel punto. La forza F su un corpo di massa M e raggio R è quindi limitato da

$$F \leq \frac{M}{2R} c^2. \quad (119)$$

E’ semplice aggiungere gli effetti (solitamente piccoli) della gravità. Per essere osservabile, un corpo accelerato deve rimanere *più grande* di un buco nero; inserendo il corrispondente raggio $R = 2GM/c^2$ si ottiene la forza limite (104). Tentativi *dinamici* di superare la forza limite allora falliscono.

* *

Il tentativo della corda . Possiamo anche provare a generare una forza superiore ad una situazione *statica*, ad esempio tirando due estremità di una corda in direzioni opposte. Assumiamo per semplicità che esista una corda indistruttibile. Ogni corda funziona perché l’energia potenziale tra i suoi atomi può produrre elevate forze tra loro. Per produrre una forza di corda superiore al valore limite, abbiamo bisogno di immagazzinare una grande energia (elastica) nella corda. Questa energia deve entrare dalle estremità. Quando noi aumentiamo la tensione nella fune a valori più alti, ancora più energia (elastica) deve essere conservata in distanze più piccole. Per superare la forza limite, ci sarebbe bisogno di aggiungere più energia per distanza ed area di quella consentita dall’equazione di orizzonte. Appare quindi inevitabilmente un orizzonte. Ma non vi è alcun modo per allungare una corda attraverso un orizzonte, anche se è infrangibile. Un orizzonte conduce sia alla rottura della fune o al suo distacco dal sistema di tiro. Gli orizzonti quindi rendono impossibile generare forze maggiori della forza limite. Infatti, l’assunzione di filo di infinita resistenza è inutile: la forza limite non può essere superata anche se la resistenza del filo è soltanto finita.

Notiamo che non è importante se una forza applicata tira – come per corde o fili – o spinge. Nel caso di *spinta* di due oggetti l’uno contro l’altro, un tentativo di aumentare il

valore della forza senza fine porterà ugualmente alla formazione di un orizzonte, a causa del limite previsto dalla equazione di orizzonte. Per definizione, questo accade proprio alla forza limite. Poiché non esiste un modo per utilizzare un orizzonte per spingere (o tirare) su qualcosa, il tentativo di ottenere una forza superiore termina quando si forma un orizzonte. Forze *statiche* non possono superare il valore limite.

* *

Pagina 89

Il tentativo della frenata. Un forza limite fornisce una variazione massima di quantità di moto per tempo. Possiamo quindi cercare un modo per *fermare* un sistema fisico in moto così bruscamente che la massima forza potrebbe essere superata. La non esistenza di corpi rigidi in natura, già conosciute dalla relatività speciale, rende un arresto completamente improvviso impossibile; ma la relatività speciale di per sé non fornisce alcun limite inferiore al tempo di arresto. Tuttavia, l'inclusione della gravità lo fa. L'arresto di un sistema in moto comporta un trasferimento di energia. Il flusso di energia per area non può superare il valore dato dall'equazione di orizzonte. Così non si può superare la forza limite fermando un oggetto.

Allo stesso modo, se un sistema veloce è *riflesso* invece che fermato, una certa quantità di energia deve essere trasferita e immagazzinata per un breve periodo di tempo. Per esempio, quando una palla da tennis viene riflessa da una grande parete la sua quantità di moto cambia e viene applicata una forza. Se molte di queste sfere sono riflesse allo stesso tempo, sicuramente una forza maggiore del limite può essere realizzata? Si scopre che questo è impossibile. Se lo tentiamo, il flusso di energia alla parete raggiungerebbe il limite dato dall'equazione di orizzonte creando così un orizzonte. In questo caso, nessuna riflessione è più possibile. Quindi il limite non può essere superato.

* *

Il classico tentativo della radiazione. Invece di sistemi che tirano, spingono, interrompono o riflettono *materia*, possiamo esplorare i sistemi in cui è coinvolta la *radiazione*. Tuttavia, gli argomenti valgono esattamente nello stesso modo, se sono coinvolti fotoni, gravitoni o altre particelle. In particolare, gli specchi, come le pareti, sono limitati nella loro capacità: è impossibile utilizzare la luce e gli specchi per creare un cambiamento di moto più grande di $c^4/4G$.

È anche possibile creare una forza maggiore della massima forza concentrando una grande quantità di luce su una superficie. Si pone la stessa situazione come per le palle da tennis: quando il valore limite di E/A dato dalla equazione di orizzonte (112) viene raggiunto, appare un orizzonte che impedisce che il limite sia rotto.

* *

Il tentativo del mattone. I limiti di forza e di potenza possono essere testati con esperimenti Gedanken più concreti. Possiamo cercare di superare la forza limite accatastando peso. Ma anche la costruzione di una torre di mattoni infinitamente alta non genera una forza sufficientemente forte sulle sue fondamenta: l'integrazione del peso, tenendo conto del suo diminuire con l'altezza, produce un valore finito che non può raggiungere la forza limite. Se aumentiamo continuamente la densità di massa dei mattoni, abbiamo bisogno di tenere in conto che la torre e la Terra cambieranno in un buco nero. E i buchi neri non consentono alla forza limite di essere superata.

* *

Il tentativo di boost. Un boost può apparentemente essere scelto in modo tale che una 3-forza F in un sistema è trasformata in qualsiasi valore desiderato di F' in un altro sistema. Ciò si rivela essere sbagliato. Nella relatività, la 3-forza non può essere aumentata oltre tutti i limiti utilizzando boosts. In tutti i sistemi di riferimento, la 3-forza misurata non può mai superare la forza adeguata, vale a dire, il valore della 3-forza misurato nel sistema comovente. (La situazione può essere paragonata alla 3-velocità, dove un boost non può essere utilizzato per superare il valore c , qualunque boost possiamo scegliere; tuttavia, non vi è una stretta equivalenza, poiché il comportamento di trasformazione della 3-forza e della 3-velocità differiscono notevolmente.)

Ref. 114

Pagina ??

* *

Il tentativo della divergenza. La forza su una massa di prova m ad una distanza radiale d da un buco nero di Schwarzschild (per $\Lambda = 0$) è data da

$$F = \frac{GMm}{d^2 \sqrt{1 - \frac{2GM}{dc^2}}}. \quad (120)$$

Allo stesso modo, l'espressione dell'inverso del quadrato della gravitazione universale afferma che la forza tra due masse m e M è

$$F = \frac{GMm}{d^2}. \quad (121)$$

Entrambe le espressioni possono assumere qualsiasi valore; questo suggerisce che nessuna massima forza esiste limite.

Un'indagine dettagliata mostra che la massima forza vale ancora. Infatti, la forza nelle due situazioni diverge solo per masse puntiformi non fisiche. Tuttavia, la massima forza implica una distanza di minimo approccio ad una massa m data da

$$d_{\min} = \frac{2Gm}{c^2}. \quad (122)$$

La distanza di minimo approccio – in termini semplici, questa sarebbe il raggio del corrispondente buco nero – rende impossibile raggiungere la distanza zero fra due masse o tra un orizzonte e una massa. Ciò implica che una massa non può mai essere puntiforme, e che vi è una distanza (reale) di minimo approccio proporzionale alla massa. Se questa distanza di minimo approccio viene introdotta nelle equazioni (120) e (121), otteniamo

$$F = \frac{c^4}{4G} \frac{Mm}{(M+m)^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M}{M+m}}} \leq \frac{c^4}{4G}. \quad (123)$$

L'approssimazione della gravitazione universale porta

$$F = \frac{c^4}{4G} \frac{Mm}{(M+m)^2} \leq \frac{c^4}{4G}. \quad (124)$$

In entrambi i casi, il valore massimo della forza non viene mai superato, finché teniamo conto delle dimensioni delle masse o degli osservatori.

* *

Il problema della coerenza. Se gli osservatori non possono essere puntiformi, potremmo domandarci se sia ancora corretto applicare la definizione originale di variazione di moto o variazione di energia come l'integrale di valori misurati da osservatori collegati a una data superficie. In relatività generale, gli osservatori non possono essere puntiformi, ma possono essere piccoli come desiderato. L'originale definizione rimane pertanto applicabile quando presa come una procedura limite per dimensione dell'osservatore sempre minore. Ovviamente, se si tiene in conto la teoria dei quanti, questa procedura limite tende alla lunghezza di Planck. Questo non è un problema per la relatività generale, purché le dimensioni tipiche nella situazione siano molto più grandi di questo valore.

* *

Il problema quantistico. Se gli effetti quantistici sono trascurati, è possibile costruire superfici con angoli acuti o addirittura forme frattali che superino la forza limite. Tuttavia, tali superfici non sono fisiche, poiché esse assumono che lunghezze inferiori alla lunghezza di Planck possano essere realizzate o misurate. La condizione che una superficie sia fisica implica che deve avere una indeterminazione intrinseca data dalla lunghezza di Planck. Un dettagliato studio dimostra che gli effetti quantistici non consentono che la forza di orizzonte sia superata.

Sfida 144 f

Ref. 106

* *

Il tentativo dell'osservatore relativisticamente estremo. Qualsiasi osservatore estremo, se in rapido moto inerziale o accelerato, non ha alcuna possibilità di battere il limite. In fisica classica siamo abituati a pensare che l'interazione necessaria per una misurazione possa essere effettuata piccola come desiderato. Questa affermazione, tuttavia, non è valida per tutti gli osservatori; in particolare, gli osservatori estremi non possono compierla. Per loro, l'interazione di misura è grande. Di conseguenza, si forma un orizzonte che impedisce che il limite venga superata.

* *

Il tentativo microscopico. Possiamo tentare di superare la forza limite accelerando una piccola particella tanto quanto più fortemente possibile o dalla collisione con altre particelle. Effettivamente appaiono elevate forze quando due particelle ad alta energia si fracassano l'una contro l'altra. Tuttavia, se l'energia combinata delle due particelle divenisse abbastanza alta da sfidare la forza limite, apparirebbe un orizzonte prima che essediventino sufficientemente vicine.

In realtà, la teoria quantistica dà esattamente lo stesso risultato. La teoria quantistica

da sé stessa prevede già un limite di accelerazione. Per una particella di massa m essa è data da

$$a \leq \frac{2mc^3}{\hbar} . \quad (125)$$

Qui, $\hbar = 1.1 \cdot 10^{-34}$ Js è il *quanto di azione*, una costante fondamentale della natura. In particolare, questo limite di accelerazione è soddisfatto negli acceleratori di particelle, nelle collisioni di particelle e nella creazione di coppia. Ad esempio, la generazione spontanea di elettrone–positrone in campi elettromagnetici intensi o vicino ad orizzonti di buchi neri fa rispettare il limite (125). Inserendo la massa massima possibile per una particella elementare, cioè la massa di Planck (corretta), troviamo che l'equazione (125) afferma poi che la forza di orizzonte è il limite superiore per particelle elementari.

* *

Il tentativo della compattazione. I buchi neri sono davvero la forma più densa di materia o energia? Lo studio della termodinamica dei buchi neri mostra che concentrazioni di massa con più alta densità dei buchi neri sarebbero in contraddizione con i principi

? della termodinamica. Nella termodinamica dei buchi neri, superficie ed entropia sono correlati: processi reversibili che riducono l'entropia potrebbero essere realizzati se i sistemi fisici potessero essere compresi a valori più bassi del raggio del buco nero. Come risultato, la dimensione di un buco nero è la dimensione limite per una massa in natura. Equivalentemente, la forza limite non può essere superata in natura.

* *

Il tentativo della forza aggiunta. Nella relatività speciale, la composizione di velocità da una semplice somma vettoriale non è possibile. Analogamente, nel caso di forze una tale ingenua somma non è corretta; ogni tentativo di aggiungere forze in questo modo genererebbe un orizzonte. Se i libri di testo sulla relatività avessero esplorato il comportamento dei vettori di forza sotto addizione con la stessa cura con cui hanno esplorato quella dei vettori di velocità, la forza limite sarebbe apparsa molto prima nella letteratura. (Ovviamente, la relatività generale è necessaria per un corretto trattamento.) In natura, le grandi forze non si aggiungono.

* *

Nella relatività speciale, un corpo che si muove più lentamente della luce in un sistema fa così in tutti i sistemi. Si può dimostrare che una forza più piccola dell'invariante limite $c^4/4G$ in un sistema di riferimento è anche più piccolo in qualsiasi altro sistema?

Sfida 145 s

* *

Si potrebbe anche provare a utilizzare la costante cosmologica per produrre forze che superano la massima forza. Questo non è possibile, come mostrato da Gary Gibbons.

* *

Si può proporre e quindi risolvere un ulteriore tentativo di superare la forza o la potenza limite?

Sfida 146 r

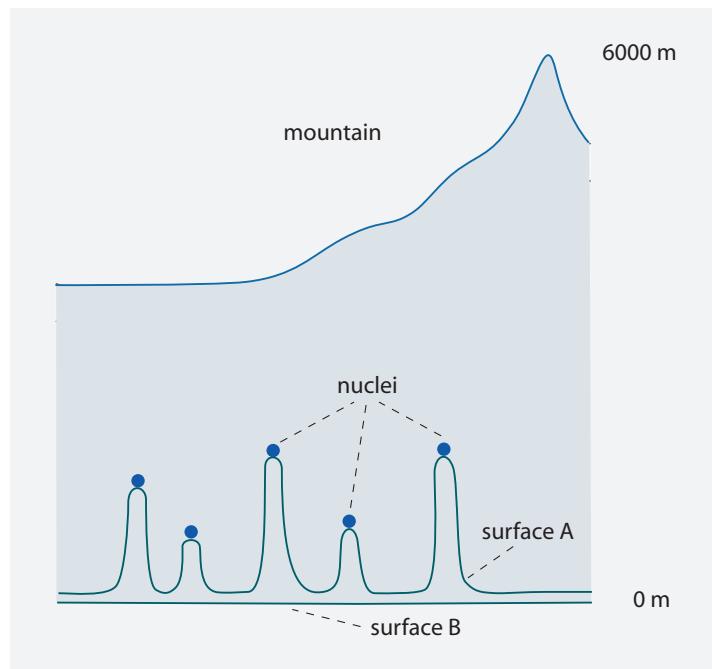


FIGURA 49 Il tentativo della montagna per tentare di superare il valore del flusso massimo di massa.

ESPERIMENTI GEDANKEN CON I LIMITI DI FLUSSO DI POTENZA E DI MASSA

Come la forza limite, la potenza limite deve essere valida per tutti i sistemi *immaginabili*. Qui ci sono alcuni tentativi di confutarla.

* *

Il tentativo della funivia. Immaginate un motore che accelera una massa con un filo indistruttibile e senza massa (supponendo che un tale filo possa esistere). Non appena il motore raggiunge la potenza limite, sia il motore o gli scarichi avrebbero raggiunto l'equazione di orizzonte. Quando un orizzonte appare, il motore non può continuare a tirare il filo, poiché un filo, anche infinitamente forte, non può passare un orizzonte. La potenza limite tiene se il motore è montato all'interno del corpo in accelerazione o esterno, alla fine del filo che lo tira.

* *

Il tentativo della montagna. È possibile definire una superficie che è così stranamente piegata che passi *sotto* ogni nucleo di ogni atomo di una montagna, come la superficie A [figura 49](#). Tutti gli atomi della montagna sopra il livello del mare sono quindi *appena sopra* la superficie, e la toccano a mala pena. Inoltre, immaginate che questa superficie si stia muovendo *verso l'alto* quasi alla velocità della luce. Non è difficile mostrare che il flusso di massa attraverso questa superficie è superiore al limite del flusso di massa. In effetti, il limite del flusso di massa $c^3/4G$ ha un valore di circa 10^{35} kg/s. In un tempo di 10^{-22} s, il diametro di un nucleo diviso per la velocità della luce, solo 10^{13} kg necessitano fluire attraverso la superficie: che è la massa di una montagna.

Questa superficie sembra fornire un contro-esempio al limite. Tuttavia, uno sguardo più da vicino mostra che questo non è il caso. Il problema è l'espressione 'appena sotto'. I nuclei sono particelle quantistiche e hanno una indeterminatezza nella loro posizione; questa indeterminatezza è essenzialmente la distanza nucleo– nucleo. Di conseguenza, al fine di assicurarsi che la superficie di interesse abbia tutti gli atomi *sopra* essa, la forma non può essere quella della superficie A nella [figura 49](#). Deve essere una superficie piana che rimane al di sotto dell'intera montagna, come la superficie B nella figura. Tuttavia, una superficie piana sotto una montagna non consente al limite del cambiamento di massa di essere superato.

* *

Il tentativo dell'atomo multiplo. Possiamo immaginare un numero di atomi pari al numero degli atomi di una montagna che si trovano tutti con ampia spaziatura (approssimativamente) in un unico piano. Anche in questo caso, il piano si muove verso l'alto con la velocità della luce. Di nuovo, anche in questo caso l'indeterminatezza nelle posizioni atomiche rende impossibile osservare o affermare che il limite di flusso di massa è stato superato.

* *

Il tentativo del buco nero multiplo. I buchi neri sono in genere grandi e l'indeterminatezza nella loro posizione è quindi trascurabile. Il limite di massa $c^3/4G$, o limite di potenza $c^5/4G$, corrisponde al flusso di un singolo buco nero in moto attraverso un piano alla velocità della luce. Diversi buchi neri che attraversano un piano insieme a poco meno della velocità della luce sembrano quindi battere il limite. Tuttavia, la superficie deve essere fisica: un osservatore deve essere disponibile in ognuno dei suoi punti. Ma nessun osservatore può attraversare un buco nero. Un buco nero così forza efficacemente la superficie piana. Di nessun buco nero si può mai dire che attraversa una superficie piana; tanto meno una molteplicità di buchi neri. Il limite rimane valido.

* *

Il tentativo della stella di neutroni multipla. Il limite di massa sembra essere a portata di mano quando diverse stelle di neutroni (che sono un po' meno dense di un buco nero della stessa massa) attraversano una superficie piana, allo stesso tempo, ad alta velocità. Tuttavia, quando la velocità si avvicina alla velocità della luce, il tempo di attraversamento per punti lontani dalle stelle di neutroni e per coloro che attraversano realmente le stelle differiscono di grandi quantità. Le stelle di neutroni che sono quasi buchi neri non possono essere attraversate in un breve periodo di tempo in unità di un orologio coordinato che si trova lontano dalle stelle. Anche in questo caso, il limite non viene superato.

* *

Il tentativo della luminosità. L'esistenza di un limite massimo di luminosità è stato discusso dagli astrofisici. In tutta la sua generalità, il limite massimo sulla potenza, cioè, sull'energia per tempo, è valido per qualsiasi flusso di energia *attraverso qualsiasi superficie fisica di sorta*. La superficie fisica può anche correre attraverso l'intero universo. Tuttavia, nemmeno riunendo tutte le lampade, tutte le stelle e tutte le galassie dell'universo

si produce una superficie che ha una potenza maggiore del limite proposto.

La superficie deve essere *fisica*. * Una superficie è *fisica* se un osservatore può essere posizionato su ogni suo punto. In particolare, una superficie fisica non può attraversare un orizzonte, o avere dettagli locali più sottili di una certa lunghezza minima. Tale lunghezza minima sarà introdotta successivamente; essa è data dalla lunghezza di Planck corretta. Se una superficie non è fisica, si può fornire un esempio contrario ai limiti di potenza o di forza. Tuttavia, questi esempi contrari non fisici non fanno dichiarazioni circa la natura. (*Ex falso quodlibet.* **)

* *

Sfida 147 s

Il tentativo delle molte lampade, o *paradosso della potenza*. Una potenza limite assoluta impone un limite alla velocità di trasporto di energia attraverso qualsiasi immaginabile, superficie fisica. A prima vista, può sembrare che la potenza combinata emessa da due sorgenti di radiazioni ciascuna emettente $3/4$ del massimo valore debba emettere un totale di $3/2$ volte il valore massimo, e quindi ci permettono di superare la potenza limite. Tuttavia, due tali lampade sarebbero così massive che formerebbero un orizzonte intorno a loro – si formerebbe un buco nero. Di nuovo, poiché viene raggiunto il limite di orizzonte (112), l’orizzonte sorgente inghiotte la luce e impedisce che la forza o potenza limite vengano superati. Possiamo dire che i grandi valori di potenza non si sommano in natura.

* *

Sfida 148 f

Il tentativo della concentrazione della luce. Un altro approccio è quello di brillare un potente, breve e sferico lampo di luce su una massa sferica. A prima vista sembra che i limiti di forza e di potenza possono essere superati, perché l’energia della luce può essere concentrata in piccoli volumi. Tuttavia, una concentrazione elevata di energia luminosa forma un buco nero o induce la massa a formarne uno. Non c’è alcun modo per pompare l’energia in una massa ad un ritmo superiore a quello dettato dalla potenza limite. In realtà, è impossibile raggruppare sorgenti luminose in modo tale che la loro produzione totale sia maggiore della potenza limite. Ogni volta che la forza limite si avvicina, appare un orizzonte che impedisce che il limite venga superato.

* *

Sfida 149 s

Il tentativo del buco nero. Un possibile sistema in natura che in realtà *raggiunge* la potenza limite è la fase finale di buco nero in evaporazione. Tuttavia, anche in questo caso la potenza limite non viene superata, ma solo eguagliata.

* *

Il tentativo della saturazione. Se l’universo già satura la potenza limite, ogni nuovo generatore lo romperebbe, o almeno implica che altrove un altro debba chiuderlo. Riuscite a trovare l’errore in questo argomento?

* *

* Essa può anche essere chiamata *fisicamente sensibile*.

** ‘Tutto può essere dedotto da una menzogna.’

Il tentativo del flusso d'acqua. Potremmo cercare di pompare l'acqua più rapidamente possibile attraverso un grande tubo di sezione trasversale A . Tuttavia, quando un tubo di lunghezza L riempito d'acqua che scorre a velocità v si avvicina al flusso di massa limite, la gravità dell'acqua *in attesa* di essere pompata attraverso l'area A rallenterà l'acqua che viene pompata attraverso la zona. Il limite è ancora raggiunto quando la sezione trasversale A si trasforma in un orizzonte.

* *

La verifica che nessun sistema – dal microscopico all'astrofisico – supera mai la massima potenza o flusso massimo di massa è un ulteriore test di relatività generale. Può sembrare facile trovare un contro-esempio, poiché la superficie può correre attraverso l'intero universo o avvolgere qualsiasi numero di reazioni di particella elementare. Tuttavia, alcun tale tentativo ha successo.

* *

In sintesi, in tutte le situazioni in cui la forza limite, potenza o flusso di massa è contestato, quando il flusso di energia raggiunge la densità di massa-energia del buco nero nello spazio o la corrispondente quantità di moto nel tempo, appare un orizzonte degli eventi; tale orizzonte rende impossibile superare i limiti. Tutti e tre i limiti sono confermati sia nell'osservazione che nella teoria. Valori superiori ai limiti non possono essere generati, né misurati. Gli esperimenti Gedanken mostrano anche che i tre limiti sono quelli più saldi possibile. Ovviamente, tutti e tre i limiti sono aperti a test futuri e per ulteriori esperimenti Gedanken. (Se riuscite a pensarne uno buono, fatemi sapere.)

Sfida 150 r

PERCHÉ LA MASSIMA FORZA È RIMASTA SCONOSCIUTA PER COSÌ TANTO TEMPO

La *prima* ragione perché il principio di massima forza è rimasto sconosciuto per così tanto tempo è l'assenza di orizzonti nella vita quotidiana. A causa di questa mancanza, gli esperimenti nella vita quotidiana non evidenziano la forza o potenza limite. Ci sono voluti molti decenni prima che i fisici si rendessero conto che il buio nel cielo di notte non è qualcosa di unico, ma solo un esempio di una osservazione che è comune in natura: la natura è piena di orizzonti. Ma nella vita di tutti i giorni, gli orizzonti non svolgono un ruolo importante – per fortuna – perché quello più vicino si trova al centro della Via Lattea.

La *seconda* ragione per cui il principio della massima forza è rimasto nascosto è la convinzione errata che esistono particelle puntiformi. Questo è un pregiudizio teoretico a causa di una idealizzazione comune utilizzata nella fisica galileiana. Per una completa comprensione della relatività generale è essenziale ricordare regolarmente che le particelle puntiformi, masse puntiformi e osservatori puntiformi non esistono. Esse sono approssimazioni che sono applicabili solo in fisica galileiana, nella relatività speciale o in teoria quantistica. Nella relatività generale, gli orizzonti impediscono l'esistenza di sistemi puntiformi. L'abitudine scorretta di credere che la dimensione di un sistema possa essere reso piccolo come desiderato, mantenendo costante la sua massa impedisce alla forza o potenza limite di essere notati.

Il *terzo* motivo per cui il principio della massima forza rimase nascosto sono i pregi-

udizi contro il concetto di forza. In relatività generale, la forza gravitazionale è difficile da definire. Anche in fisica galileiana è raramente sottolineato che la forza è il flusso di quantità di moto attraverso una superficie. L'insegnamento del concetto di forza è incompleto da secoli – con rare notevoli eccezioni – e così il concetto è spesso evitato.

Ref. 116 In sintesi, il principio della massima forza – o di massima potenza – è rimasto sconosciuto per così tanto tempo, perché un 'complotto' della natura e delle abitudini di pensiero lo hanno nascosto alla maggior parte dei fisici teorici e sperimentali.

UNA COMPRENSIONE INTUITIVA DELLA RELATIVITÀ GENERALE

“ Wir leben zwar alle unter dem gleichen Himmel, aber wir haben nicht den alle gleichen Horizont. *

Konrad Adenauer

I concetti di forza orizzonte e di potenza orizzonte possono essere utilizzati come base per un approccio intuitivo diretto alla relatività generale.

* *

Cos'è la gravità? Tra le molte possibili risposte che incontreremo, ora abbiamo la prima: la gravità è l'‘ombra’ della massima forza. Ogni volta che sperimentiamo la gravità come debole, possiamo ricordare che un osservatore diverso nello stesso punto e tempo sperimenterebbe la massima forza. La ricerca delle proprietà precise di quell'osservatore è un buon esercizio. Un altro modo per dirla: se non ci fosse la massima forza, la gravità non esisterebbe.

* *

La massima forza implica la gravitazione universale. Per vedere questo, studiamo un sistema planetario semplice, cioè, uno con piccole velocità e piccole forze. Un semplice sistema planetario di dimensioni L consiste di un (piccolo) satellite orbitante una massa centrale M ad una distanza radiale $R = L/2$. Poniamo a essere l'accelerazione dell'oggetto. Piccola velocità implica la condizione $aL \ll c^2$, dedotta dalla relatività ristretta; piccola forza implica $\sqrt{4GMa} \ll c^2$, dedotta dalla forza limite. Queste condizioni sono valide per il sistema nel suo insieme e per tutti i suoi componenti. Entrambe le espressioni hanno le dimensioni di velocità al quadrato. Poiché il sistema ha una sola velocità caratteristica, le due espressioni $aL = 2aR$ e $\sqrt{4GMa}$ devono essere proporzionali, portando a

$$a = f \frac{GM}{R^2}, \quad (126)$$

dove il fattore numerico f deve ancora essere determinato. Per determinarlo, studiamo la velocità di fuga necessaria per lasciare il corpo centrale. La velocità di fuga deve essere inferiore alla velocità della luce per qualsiasi corpo più grande di un buco nero. La velocità di fuga, derivata dall'espressione (126), da un corpo di massa M e raggio R è data da $v_{\text{esc}}^2 = 2fGM/R$. Il raggio minimo R degli oggetti, dato da $R = 2GM/c^2$, allora implica

* 'Viviamo tutti sotto lo stesso cielo, ma non abbiamo lo stesso orizzonte.' Konrad Adenauer vissuto (1876-1967), Cancelliere Germania Occidentale.

che $f = 1$. Pertanto, per basse velocità e basse forze, la legge dell'inverso del quadrato descrive l'orbita di un satellite intorno ad una massa centrale.

* *

Se lo spazio-tempo vuoto è elastico, come un pezzo di metallo, deve anche essere in grado di oscillare. Qualsiasi sistema fisico può mostrare oscillazioni quando una deformazione provoca una forza di richiamo. Abbiamo visto sopra che esiste una tale forza nel vuoto: si chiama gravitazione. In altre parole, il vuoto deve essere in grado di oscillare, e poiché è esteso, deve anche essere in grado di sostenere le onde. Infatti, le onde gravitazionali sono previste dalla relatività generale, come vedremo sotto.

[Pagina 162](#)

* *

Se curvatura ed energia sono collegate, la velocità massima deve valere anche per l'energia gravitazionale. Infatti, troveremo che la gravità ha una velocità finita di propagazione. La legge dell'inverso del quadrato della vita quotidiana non può essere corretta, in quanto è incompatibile con qualsiasi limite di velocità. Ulteriori informazioni circa le correzioni indotte dalla massima velocità saranno chiare a breve. Inoltre, poiché le onde gravitazionali sono onde di energia priva di massa, ci aspetteremmo che la velocità massima sia la loro velocità di propagazione. Questo è infatti il caso, come vedremo.

[Pagina 162](#)

* *

Un corpo non può essere più denso di un buco nero (non rotante) della stessa massa. La massima forza e la potenza limite che si applicano agli orizzonti rendono impossibile spremere massa in orizzonti più piccoli. La massima forza limite può quindi essere riscritta come un limite per la dimensione L di sistemi fisici di massa m :

$$L \geq \frac{4Gm}{c^2}. \quad (127)$$

Se chiamiamo due volte il raggio di un buco nero la sua 'dimensione', possiamo affermare che nessun sistema fisico di massa m è inferiore a questo valore. * La dimensione limite svolge un ruolo importante nella relatività generale. La diseguaglianza opposta, $m \geq \sqrt{A/16\pi c^2}/G$, che descrive la massima 'dimensione' dei buchi neri, è chiamata la *diseguaglianza di Penrose* ed è stata provata per molte situazioni fisicamente realistiche. La *diseguaglianza di Penrose* può essere vista implicare la massima forza limite, e viceversa. Il principio della massima forza, o la dimensione minima equivalente dei sistemi di materia-energia, impedisce la formazione di singolarità nude. (I fisici chiamano la mancanza di singolarità nude la cosiddetta congettura della *censura cosmica*..)

[Ref. 117](#), [Ref. 118](#)

* *

Esiste un potenza limite per tutte le fonti energetiche. In particolare, il valore $c^5/4G$ limita la luminosità di tutte le fonti gravitazionali. Infatti, tutte le formule per l'emissione

* Il valore massimo per la massa per la dimensione limite è ovviamente equivalente al massimo cambiamento di massa indicato in precedenza.

Ref. 107 di onde gravitazionali implicano questo valore come un limite superiore. Inoltre, simulazioni numeriche relativistiche non l'hanno mai superata: per esempio, la potenza emessa durante la fusione di due buchi neri è al di sotto del limite.

* *

Le onde perfettamente piane non esistono in natura. Onde piane sono di estensione infinita. Ma né le onde gravitazionali né quelle elettrodinamiche possono essere infinite, in quanto tali onde porterebbero più quantità di moto per tempo attraverso una superficie piana di quella consentita dalla forza limite. La non esistenza di onde piane gravitazionali preclude anche la produzione di singolarità quando due tali onde si scontrano.

* *

In natura non ci sono forze infinite. Non ci sono quindi singolarità (né nude né vestite) in natura. Gli orizzonti prevengono la comparsa di singolarità. In particolare, il big bang *non* fu una singolarità. I teoremi matematici di Penrose ed Hawking che sembrano implicare l'esistenza di singolarità assumono tacitamente l'esistenza di masse puntiformi – spesso sotto forma di ‘polveri’ – a differenza di quanto implica la relatività generale. E’ necessaria un’attenta rivalutazione di ogni tale prova.

* *

La forza limite significa che lo spazio-tempo ha una stabilità limitata. Il limite suggerisce che lo spazio-tempo può essere ridotto a pezzi. Questo è davvero il caso. Tuttavia, il modo in cui questo accade non è descritto dalla relatività generale. Noi lo studieremo nell’ultima parte di questo testo.

* *

La massima forza è lo standard di forza. Ciò implica che la costante gravitazionale G è costante nello spazio e nel tempo – o almeno, che le sue variazioni attraverso lo spazio e il tempo non possono essere rilevate. I dati attuali supportano questa affermazione con un alto grado di precisione.

Ref. 119

* *

Il principio di massima forza implica che l’energia gravitazionale – finché può essere definita – *cade* in campi gravitazionali nello stesso modo come altro tipo di energia. Ref. 107 Di conseguenza, il principio massima forza predice che l’effetto Nordtvedt svanisce. L’effetto Nordtvedt è un ipotetico cambiamento periodico nell’orbita della Luna che apparirebbe se l’energia gravitazionale del sistema Terra–Luna non cadesse, come altra massa–energia, nel campo gravitazionale del Sole. Le gamme di misurazioni Lunar hanno confermato l’assenza di questo effetto.

* *

Se gli orizzonti sono superfici, possiamo chiederci quale sia il loro colore. Questa domanda sarà esplorata in seguito.

Pagina 252

* *

Più tardi troveremo che gli effetti quantistici non possono essere utilizzati per superare

Sfida 151 f

la forza o potenza limite. (Riuscite a indovinare perché?) La teoria quantistica fornisce anche un limite al moto, vale a dire un limite di azione inferiore; tuttavia, questo limite è indipendente dalla forza o potenza limite. (Una analisi dimensionale mostra già questo: non c'è modo per definire un'azione da combinazioni di c e G .) Pertanto, anche la combinazione di teoria quantistica e la relatività generale non aiuta a superare la forza o potenza limite.

* *

Sfida 152 f

Dato che la velocità c e il valore della forza $c^4/4G$ sono valori limite, che cosa si può dire di G stessa? La costante gravitazionale G descrive la forza della interazione gravitazionale. Infatti, G caratterizza la forza della interazione *più debole possibile*. In altre parole, dato un corpo centrale di massa m , e data l'accelerazione a di un corpo di prova a distanza r dovuta a qualsiasi interazione sorta con il corpo centrale, allora il rapporto ar^2/M è *almeno pari a G*. (Si può dimostrare che i satelliti geostazionari o gli atomi nei cristalli non sono controeempi?) In sintesi, anche la costante gravitazionale G è un valore limite in natura.

Pagina 228

UNA COMPRENSIONE INTUITIVA DELLA COSMOLOGIA

Una massima potenza è la spiegazione più semplice possibile del paradosso di Olbers. Potenza e luminosità sono due nomi per lo stesso osservabile. La somma di tutti i valori di luminosità nell'universo è finita; la luce e tutta l'altra energia emessa da tutte le stelle, prese insieme, è finita. Se assumiamo che l'universo è omogeneo e isotropo, la potenza limite $P \leq c^5/4G$ deve essere valida attraverso qualsiasi piano che divide l'universo in due metà. La parte di luminosità dell'universo che arriva sulla Terra è poi così piccola che il cielo è buio di notte. Infatti, la luminosità effettivamente misurata è ancora più piccola di questo calcolo, poiché gran parte della potenza non è visibile all'occhio umano (poiché la maggior parte di essa è materia comunque). In altre parole, la notte è buia a causa della potenza limite della natura. Questa spiegazione *non* è in contrasto con quella usuale, che utilizza la vita finita delle stelle, la loro densità finita, la loro dimensione finita, e l'età finita e l'espansione dell'universo. Infatti, la combinazione di tutti questi usuali argomenti implica semplicemente e ripete in termini più complessi, che la potenza limite non può essere superata. Tuttavia, questa spiegazione più semplice sembra essere assente in letteratura.

L'esistenza di una massima forza in natura, insieme con omogeneità e isotropia, implica che l'universo visibile è di *dimensione finita*. Il caso contrario sarebbe un universo infinitamente grande, omogeneo e isotropo di densità ρ_0 . Ma in questo caso, ogni due metà dell'universo si attrarrebbero con una forza superiore al limite (a patto che l'universo sia sufficientemente vecchio). Questo risultato può essere reso quantitativo immaginando una sfera di raggio R il cui centro si trova sulla Terra, che comprende tutto l'universo, e il cui raggio cambia nel tempo (quasi) tanto rapidamente quanto la velocità della luce. Il flusso di massa $dm/dt = \rho_0 A c$ attraverso quella sfera è previsto di raggiungere il flusso di massa limite $c^3/4G$; quindi abbiamo

$$\rho_0 4\pi R_0^2 c \leq \frac{c^3}{4G} . \quad (128)$$

Ref. 120

Possiamo paragonare questa con i modelli di Friedmann, che prevedono, in un apposito limite, che *un sesto* del lato sinistro satura il flusso di massa limite. Le misurazioni di precisione della radiazione cosmica di fondo dal satellite WMAP confermano che la densità di energia totale di oggi ρ_0 (compresa la materia oscura e l'energia oscura) e il raggio d'orizzonte R_0 raggiunge appena il valore di Friedmann. L'argomento di cui sopra con la massima forza o flusso di massa ha ancora bisogno di una leggera correzione.

In sintesi, la massima forza prevede, entro un fattore di 6, la relazione osservata tra la dimensione e la densità dell'universo. In particolare, il principio di massima forza prevede che l'universo è di dimensione finita. A proposito, un limite finito per la potenza suggerisce anche che può essere dedotta un'età finita per l'universo. Riuscite a trovare un argomento?

Sfida 153 s

SFIDE Sperimentali per il Terzo millennio

La mancanza di prove dirette della forza orizzonte, potenza o di flusso di massa è ovviamente dovuta alla mancanza di orizzonti nell'ambiente di tutti esperimenti effettuati finora. Nonostante le difficoltà a raggiungere i limiti, i loro valori sono osservabili e falsificabili.

Infatti, la forza limite può essere testata con misure di alta precisione in pulsar binarie o buchi neri binari. Tali sistemi consentono una precisa determinazione delle posizioni delle due stelle. Il principio di massima forza implica una relazione tra l'errore di posizione Δx e l'errore di energia ΔE . Per tutti i sistemi abbiamo

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} \leq \frac{c^4}{4G}. \quad (129)$$

Ad esempio, un errore di posizione di 1 mm dà un errore di massa sotto $3 \cdot 10^{23}$ kg. Nella vita quotidiana, tutte le misure soddisfano questa relazione. Infatti, il lato sinistro è così tanto più piccolo del lato destro che la relazione è raramente menzionata. Per un controllo diretto, solo i sistemi che potrebbero raggiungere la parità diretta sono interessanti. I buchi neri doppi o pulsar doppie sono tali sistemi.

Potrebbe essere che un giorno la quantità di materia che cade in qualche buco nero, come quello al centro della via Lattea, possa essere misurata. Il limite $dm/dt \leq c^3/4G$ potrebbe quindi essere testato direttamente.

La potenza limite implica che la più alta luminosità viene ottenuta solo quando i sistemi emettono energia alla velocità della luce. Infatti, la massima potenza emessa si ottiene solo quando tutta la materia è irradiata più rapidamente possibile: la potenza emessa $P = c^2 M/(R/v)$ non riesce a raggiungere il valore massimo se il raggio del corpo R è più grande di quello di un buco nero (il corpo più denso di una data massa) o la velocità di emissione v è inferiore a quella della luce. Le fonti con alta luminosità devono essere di massima densità ed emettere entità senza massa a riposo, come le onde gravitazionali, onde elettromagnetiche o (forse) gluoni. I candidati per rilevare il limite sono i buchi neri in formazione, in fase di evaporazione o fusione.

Una superficie candidata che raggiunge il limite è il cielo notturno. Il cielo notturno è un orizzonte. A condizione che i flussi di luce, neutrini, particelle e onde gravitazionali sono sommati assieme, il limite di $c^5/4G$ è previsto di essere raggiunto. Se la potenza

misurata è inferiore al limite (come sembra essere attualmente), questo potrebbe anche dare un suggerimento su nuove particelle ancora da scoprire. Se il limite venisse superato o non raggiunto, la relatività generale si dimostrerebbe non essere corretta. Questa potrebbe essere un futura prova sperimentale interessante.

La potenza limite implica che un'onda la cui intensità integrata si avvicini alla forza limite non può essere piana. La potenza limite implica quindi un limite sul prodotto dell'intensità I (dato come energia per unità di tempo e unità di area) e la dimensione (raggio di curvatura) R del fronte di un'onda in moto con la velocità della luce c :

$$4\pi R^2 I \leq \frac{c^5}{4G}. \quad (130)$$

Ovviamente, questa affermazione è difficile da controllare sperimentalmente, qualunque sia la frequenza e il tipo di onda, perché il valore indicato a destra è estremamente grande. Eventualmente, i futuri esperimenti con rivelatori di onde gravitazionali, rivelatori di raggi X, rivelatori di raggi gamma, radio ricevitori o rivelatori di particelle potrebbe consentire di testare la relazione (130) con precisione. (Potreste prevedere quali di questi esperimenti confermerà prima il limite.)

Sfida 154 f

La mancanza di prove sperimentali dirette di forza e potenza limite implica che i *test indiretti* diventano particolarmente importanti. Tutti questi test studiano il moto di materia o energia e lo confrontano con una famosa conseguenza della forza e potenza limite: le equazioni di campo della relatività generale. Questo sarà il nostro prossimo argomento.

UNA SINTESI DELLA RELATIVITÀ GENERALE – E LA MINIMA FORZA

“Non statim pusillum est si quid maximo minus est.*

Seneca

C'è una semplice formulazione assiomatica della relatività generale: la forza orizzonte $c^4/4G$ e la potenza orizzonte di $c^5/4G$ sono i valori più alti possibili di forza e di potenza. Nessuna osservazione in contraddizione è nota. Nessun contro-esempio è stato immaginato. La relatività generale segue da questi limiti. Inoltre, i limiti implicano il buio della notte e la finitezza dell'universo.

Il principio della massima forza ha applicazioni ovvie per l'insegnamento della relatività generale. Il principio porta la relatività generale al livello di studenti di primo anno di università, ed, eventualmente, studenti ben preparati di scuola secondaria: solo i concetti di massima forza e orizzonte sono necessari. La curvatura dello spazio-tempo è una conseguenza della curvatura orizzonte.

Sfida 155 f

Pagina 231

Il concetto di una massima forza ci porta ad un ulteriore aspetto della gravitazione. La costante cosmologica Λ non è fissata dal principio di massima forza. (Tuttavia, il principio risolve il suo segno ad essere positivo.) Misurazioni attuali danno il risultato $\Lambda \approx 10^{-52} /m^2$. Una costante cosmologica positiva implica l'esistenza di una densità di volume d'energia negativa $-\Lambda c^4/G$. Questo valore corrisponde ad una pressione negativa, poiché la pressione e la densità di energia hanno le stesse dimensioni. La molti-

* 'Niente è trascurabile solamente perché è più piccolo del massimo.' Lucius Annaeus Seneca (c. 4 BCE–65), *Epistole 16*, 100.

plicazione per l'area di Planck (numericamente corretta) $2G\hbar/c^3$, l'area più piccola in natura, dà un valore di forza

$$F = 2\Lambda\hbar c = 0.60 \cdot 10^{-77} \text{ N} . \quad (131)$$

Questa è anche la forza gravitazionale tra due (numericamente corrette) masse di Planck $\sqrt{\hbar c/8G}$ situate alla distanza cosmologica $1/4\sqrt{\Lambda}$.

Noi ipotizziamo che l'espressione (131) è la *minima forza* in natura. Dimostrare questa congettura è più complicato di quella per il caso della massima forza. Finora, solo alcuni suggerimenti sono possibili. Come la massima forza, anche la minima forza deve essere compatibile con la gravitazione, non deve essere contraddetta da alcun esperimento, e deve resistere a qualsiasi esperimento di pensiero. Un rapido controllo mostra che la minima forza ci permette di dedurre la costante cosmologica di gravitazione; la minima forza è un invariante e non è contraddetta da alcun esperimento. Ci sono anche suggerimenti che non ci può essere modo per generare o misurare qualsiasi valore inferiore. Ad esempio, la forza gravitazionale tra due particelle neutre a distanza cosmologica, ad esempio tra due atomi o due neutrini, è molto inferiore alla minima forza; tuttavia, sembra impossibile da rilevare sperimentalmente se due di tali particelle interagiscono affatto: l'accelerazione è troppo piccola per essere misurata. Come altro esempio, la minima forza corrisponde all'energia per lunghezza contenuta da un fotone con lunghezza d'onda delle dimensioni dell'universo. E' difficile – ma forse non impossibile – immaginare la misura di una forza ancora più piccola. (Potete farlo?)

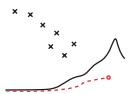
Sfida 156 f

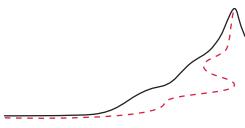
Sfida 157 d

Se saltiamo alla – non del tutto provata – conclusione che l'espressione (131) è la *più piccola* forza possibile in natura (i fattori numerici non sono ancora verificati), otteniamo l'affascinante congettura che la teoria completa della relatività generale, compresa la costante cosmologica, possa essere definita dalla combinazione di una *massima* ed una *minima* forza in natura.

Abbiamo visto che sia il principio della massima forza e la relatività generale falliscono nel fissare il valore della costante cosmologica. Solo una teoria unificata può farlo. Abbiamo quindi due requisiti per una tale teoria. In primo luogo, qualsiasi teoria unificata deve prevedere lo stesso limite superiore per la forza come la relatività generale. In secondo luogo, una teoria unificata deve fissare la costante cosmologica. L'apparenza di \hbar nell'espressione ipotizzata per la minima forza suggerisce che la minima forza è determinata da una combinazione di relatività generale e teoria dei quanti. La prova di questo suggerimento e la conferma della minima forza sono due sfide importanti per la nostra ascesa al di là della relatività generale. Torniamo alla questione nell'ultima parte della nostra avventura.

Siamo ora pronti ad esplorare le conseguenze della relatività generale e la sue equazioni di campo in modo più dettagliato. Iniziamo puntando sul concetto di curvatura dello spazio-tempo nella vita quotidiana, e in particolare, sulle sue conseguenze per l'osservazione del moto.





CAPITOLO 3

COME PUÒ LA MASSIMA VELOCITÀ CAMBIARE LO SPAZIO, IL TEMPO E LA GRAVITÀ

“Sapere aude.”

Orazio *Epistulae*, 1, 2, 40.

L’osservazione mostra che le influenze gravitazionali trasportano energia.^{**} La nostra descrizione di gravità deve pertanto comprendere il limite di velocità. Solo una descrizione che tiene conto della velocità limite per il trasporto di energia può essere una descrizione precisa della gravità. Henri Poincaré affermò questo requisito per una descrizione precisa della gravitazione già nel 1905. Ma la gravitazione universale, con la sua relazione $a = GM/r^2$, permette velocità superiori a quella della luce. Ad esempio, in gravitazione universale, la velocità di una massa in orbita non è limitata. Nella gravitazione universale è anche chiaro come i valori di A e r dipendano dall’osservatore. In breve, la gravitazione universale non può essere corretta. Per raggiungere la descrizione corretta, chiamata *relatività generale* da Albert Einstein, dobbiamo lanciare un bel po’ di preconcetti fuori bordo.

[Ref. 121](#), [Ref. 122](#)

I risultati della combinazione della velocità massima con la gravità saranno affascinanti: troveremo che lo spazio vuoto si può piegare e spostare, che l’universo ha un’età finita e che gli oggetti possono essere in caduta libera permanente. Scopriremo che anche se lo spazio vuoto può essere piegato, è molto più rigido dell’acciaio. Nonostante la stranezza di queste e di altre conseguenze, sono state tutte confermate in tutti gli esperimenti effettuati finora.

QUIETE E CADUTA LIBERA

L’opposto del moto nella vita quotidiana è un corpo in quiete, come ad esempio un bambino che dorme o una roccia che sfida le onde. Un corpo è in quiete quando non è disturbato da altri corpi. Nella descrizione quotidiana del mondo, la quiete è *assenza di velocità*. Con Galileo e la relatività speciale, la quiete divenne *moto inerziale*, dal momento che nessun osservatore inerziale può distinguere il proprio moto dalla quiete: niente lo disturba. Sia la roccia tra le onde ed i protoni veloci che attraversano la galassia come i raggi cosmici, sono in quiete. Con l’inclusione della gravità, siamo portati ad una definizione ancora più generale di quiete.

** ‘Avventuratevi ad essere saggi.’ Horace is Quintus Horatius Flaccus, (65–8 BCE), il grande poeta Romano.

*** I dettagli di questa dichiarazione sono tutt’altro che semplici. Essi sono discussi su [pagina 162](#) e [pagina 191](#).

- ▷ Ogni osservatore e ogni corpo in caduta libera può giustamente affermare di essere in quiete.

Sfida 158 f

Se qualsiasi corpo in moto inerziale è da considerarsi in quiete, allora qualsiasi corpo in caduta libera deve esserlo anche. Nessuno lo sa meglio di Joseph Kittinger, l'uomo che nel mese di agosto 1960 uscì fuori da una capsula di mongolfiera all'altezza record di 31.3 km. A quell'altitudine, l'aria è così sottile che durante il primo minuto della sua caduta libera si sentiva completamente in quiete, come se stesse galleggiando. Sebbene un esperto paracadutista, fu così sorpreso che dovette girarsi verso l'alto al fine di convincere se stesso che si stava effettivamente allontanando dal suo pallone! Nonostante la mancanza di qualsiasi sensazione di moto, stava cadendo fino a 274 m/s o 988 km/h rispetto alla superficie terrestre. Lui affermò solamente di sentire qualcosa quando incontrò i primi sostanziali strati d'aria. Fu allora che la sua caduta libera iniziò ad essere disturbata. Più tardi, dopo quattro minuti e mezzo di caduta, il suo paracadute speciale si aprì; e nove minuti dopo atterrò nel New Mexico.

Kittinger e tutti gli altri osservatori in caduta libera, come i cosmonauti che circondano la Terra o i passeggeri in voli aerei parabolici,* fanno la stessa osservazione: è impossibile distinguere che accade qualcosa in caduta libera da ciò che accadrebbe in quiete. Questa impossibilità è chiamata il *principio di equivalenza*; è uno dei punti di partenza della relatività generale. Esso conduce alla più precisa – ed ultima – definizione di quiete che incontreremo: La *quiete è caduta libera*. La quiete è la mancanza di disturbo; così essa è caduta libera.

L'insieme di tutti gli osservatori in caduta libera in un punto dello spazio-tempo generalizza la nozione relativistica-speciale dell'insieme degli osservatori inerziali in un punto. Ciò significa che dobbiamo descrivere il moto in modo tale che non solo tutti quelli inerziali ma anche tutti gli osservatori in caduta libera possano parlare tra di loro. Inoltre, una descrizione completa del moto deve essere in grado di descrivere la gravitazione e il moto che essa produce, e deve essere in grado di descrivere il moto per qualsiasi osservatore immaginabile. La relatività generale realizza tale obiettivo.

Come primo passo, poniamo il risultato della quiete in altre parole:

- ▷ Il *moto* vero è l'opposto di caduta libera.

Sfida 159 s

Questa affermazione pone immediatamente una serie di domande: la maggior parte degli alberi o montagne non sono in caduta libera, quindi non sono in quiete. A quale moto sono sottoposti? E se la caduta libera è quiete, cosa è il peso? E cos'è allora comunque la gravità? Cominciamo con l'ultima domanda.

COSA CI DICONO GLI OROLOGI CIRCA LA GRAVITÀ

Pagina 115

Sopra, abbiamo descritto la gravità come l'ombra della massima forza. Ma vi è un secondo modo di descriverla, più strettamente correlato alla vita quotidiana. Come piace spiegare a William Unruh, la costanza della velocità della luce per tutti gli osservatori implica una semplice conclusione:

Ref. 124

* Oggi è possibile prenotare tali voli in agenzie di viaggio specializzate.

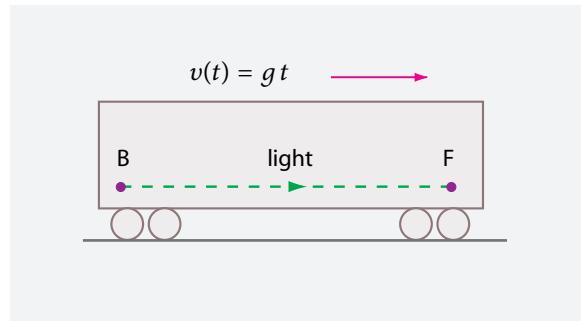


FIGURA 50 All'interno di un treno in accelerazione o autobus.

▷ La gravità è il funzionamento irregolare di orologi in luoghi diversi.*

Sfida 161 f

Naturalmente, questa definizione apparentemente assurda deve essere verificata. La definizione non parla di una sola situazione vista da differenti osservatori, come abbiamo spesso fatto in relatività speciale. La definizione dipende dall'osservazione che vicini, identici orologi, fissati ciascuno contro l'altro, funzionano diversamente in presenza di un campo gravitazionale quando osservati dallo stesso osservatore; inoltre, questa differenza è direttamente collegata a ciò che di solito chiamiamo gravità. Ci sono due modi per controllare questa connessione: con l'esperimento e col ragionamento. Cominciamo con il secondo metodo, in quanto è più conveniente, più veloce e più divertente.

Un osservatore non sente alcuna differenza tra gravità e accelerazione costante. Possiamo quindi studiare l'accelerazione costante e utilizzare un modo di ragionare che abbiamo incontrato già nel capitolo sulla relatività speciale. Assumiamo che la luce viene emessa all'estremità posteriore di un treno di lunghezza Δh che sta accelerando in avanti con accelerazione g , come mostrato in [figura 50](#). La luce arriva alla parte anteriore del treno dopo un tempo $t = \Delta h/c$. Tuttavia, in questo periodo il treno in accelerazione ha raggiunto una certa velocità in più, vale a dire $\Delta v = gt = g\Delta h/c$. Di conseguenza, a causa dell'effetto Doppler che abbiamo incontrato nella nostra discussione sulla relatività speciale, la frequenza f della luce in arrivo nella parte anteriore è cambiata. Utilizzando l'espressione dell'effetto Doppler, otteniamo**

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}. \quad (132)$$

Pagina 50
Sfida 162 f

Il segno della variazione di frequenza dipende dal fatto che il moto della luce e l'accelerazione del treno siano nella stessa o in direzioni opposte. Per treni o autobus reali, la variazione di frequenza è abbastanza piccola; tuttavia, essa è misurabile.

Sfida 164 s

* La gravità è anche la lunghezza irregolare di metri a barra in luoghi diversi, come vedremo in seguito. Entrambi gli effetti sono necessari per descriverla completamente; ma per la vita quotidiana sulla Terra, l'effetto orologio è sufficiente, poiché è molto più grande dell'effetto lunghezza, che di solito può essere trascurato. Potete vedere perché?

Sfida 160 s

** L'espressione $v = gt$ è valida solo per velocità non relativistiche; tuttavia, la conclusione di questa sezione non è interessata da questa approssimazione.

Sfida 163 f

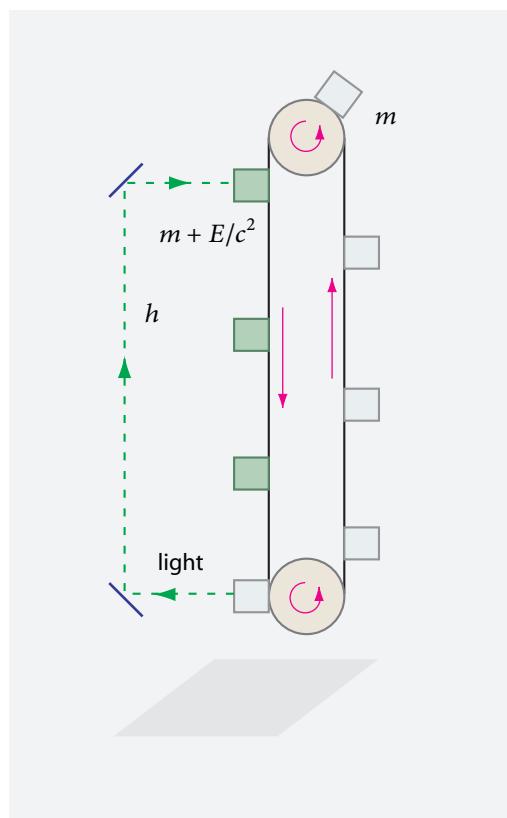


FIGURA 51 La necessità dello spostamento verso il blu e il rosso della luce: perché gli alberi sono più verdi alla base

▷ L'accelerazione induce variazioni di frequenza nella luce.

Confrontiamo questo primo effetto dell'accelerazione con gli effetti della gravità.

Per misurare il tempo e lo spazio, utilizziamo la luce. Cosa accade alla luce quando è coinvolta la gravità? L'esperimento più semplice è quello di far cadere la luce o alzarla. Per dedurre ciò che deve accadere, aggiungiamo qualche dettaglio. Immaginate un nastro trasportatore che trasporta masse attorno a due ruote, una bassa e una alta, come mostrato in [figura 51](#). Le masse grigie discendenti sono leggermente più grandi. Ogni volta che una tale massa più grande è vicina al fondo, qualche meccanismo – non mostrato in figura – converte il surplus di massa in luce, in accordo con l'equazione $E = c^2m$, e invia la luce verso l'alto.* Nella parte superiore, una delle masse bianche più leggere che passa assorbe la luce e, a causa del suo peso aggiunto, gira il nastro fino a raggiungere il fondo. Quindi il processo si ripete.**

Poiché le masse grigie sul lato discendente sono sempre più pesanti, la cintura girerebbe per sempre e questo sistema potrebbe continuamente *generare* energia. Tuttavia, poiché la conservazione dell'energia è alla base della nostra definizione del tempo,

* Come nella relatività speciale, qui e nel resto della nostra avventura, il termine 'massa' si riferisce sempre a massa in quiete.

** Questo processo può essere eseguito con un'efficienza del 100 %?

Vol. I, pag. 279 come abbiamo visto all'inizio del nostro cammino, l'intero processo deve essere impossibile. Dobbiamo concludere che la luce cambia la sua energia quando sale. L'unica possibilità è che la luce arrivi alla sommità con una frequenza *diversa* da quella alla quale è emessa dal fondo.*

In breve, si scopre che

- ▷ La luce che sale è gravitazionalmente spostata verso il rosso.

Sfida 167 f

Sfida 168 s

Ref. 126
Vol. IV, pag. 186

Ref. 127

Ref. 128

Analogamente, la luce che scende dall'alto di un albero giù fino ad un osservatore è *spostata verso il blu*; questo dà un colore più scuro alla sommità in confronto con la parte inferiore dell'albero. La combinazione della invarianza della velocità della luce e la gravitazione implica quindi che gli alberi hanno diverse tonalità di verde lungo la loro altezza.* Quanto è grande l'effetto? Il risultato dedotto dal disegno è ancora quello della formula (132). Questo è quello che vorremmo, poiché la luce che si muove in un treno che accelera e la luce in moto nella gravità sono situazioni equivalenti, come potreste voler verificare voi stessi. La formula dà una variazione relativa della frequenza di soli $1.1 \cdot 10^{-16} / \text{m}$ vicino alla superficie della Terra. Per gli alberi, questo cosiddetto *spostamento verso il rosso gravitazionale* o *effetto Doppler gravitazionale* è troppo piccolo per essere osservabile, almeno utilizzando luce normale.

Nel 1911, Einstein propose un esperimento per verificare il cambiamento di frequenza con l'altezza misurando lo spostamento verso il rosso della luce emessa dal Sole, con le famose linee di Fraunhofer come marcatori di colore. I risultati dei primi esperimenti, di Schwarzschild e altri, furono poco chiari o addirittura negativi, a causa di una serie di altri effetti che inducono cambiamenti di colore ad alte temperature. Ma nel 1920 e nel 1921, Leonhard Svasso e Albert Bachem, e indipendentemente Alfred Perot, confermarono lo spostamento verso il rosso gravitazionale con accurati esperimenti. Negli anni successivi, i progressi tecnologici resero le misure molto più facili, finché fu anche possibile misurare l'effetto sulla Terra. Nel 1960, in un esperimento classico utilizzando l'effetto Mössbauer, Pound e Rebka confermarono lo spostamento verso il rosso gravitazionale nella loro torre dell'università utilizzando radiazione γ .

Ma i nostri due esperimenti di pensiero ci dicono molto di più. Usiamo lo stesso argomento come nel caso della relatività speciale: un cambiamento di colore implica che gli orologi corrono in modo diverso ad altezze diverse, proprio come corrono in modo diverso nella parte anteriore e nella parte posteriore di un treno. La differenza di tempo $\Delta\tau$ è predetto che dipenda dal dislivello Δh e l'accelerazione di gravità g secondo

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}. \quad (133)$$

In parole semplici,

- ▷ Nella gravità, il tempo è dipendente dall'altezza.

Vol. IV, pag. 45

Sfida 166 na

* Il rapporto preciso tra energia e frequenza della luce è descritto e spiegato nel dibattito sulla teoria quantistica. Ma sappiamo già dalla elettrodinamica classica che l'energia della luce dipende dalla sua intensità e dalla sua frequenza.

** Come cambia questo argomento se si include l'illuminazione dal sole?

Sfida 169 f In altre parole, *l'altezza rende vecchi*. Potete confermare questa conclusione?

Nel 1972, volando in un aereo con quattro orologi precisi, mantenendo un altro identico a terra, Hafele e Keating trovarono che gli orologi in effetti funzionano in modo diverso a diverse altitudini secondo l'espressione (133). Successivamente, nel 1976, il team di Vessot lanciò un orologio di precisione basato su un maser – un preciso generatore di microonde ed oscillatore – verso l'alto su un missile. Il team confrontò il maser all'interno del missile con un maser identico a terra e di nuovo confermarono l'espressione soprastante. Nel 1977, Briatore e Leschiutta mostrarono che un orologio a Torino infatti ticchettia più lentamente di uno sulla sommità del Monte Rosa. Essi confermarono la previsione che sulla Terra, per ogni 100 m di altezza acquisita, le persone invecchiano più rapidamente di circa 1 ns per giorno. Questo effetto è stato confermato per tutti i sistemi per i quali sono stati effettuati esperimenti, come molti pianeti, il Sole e numerose altre stelle.

Sfida 170 f

Questi esperimenti dimostrano che il tempo cambia o esso è dovuto a causa di orologi che funzionano male? Prendete un po' di tempo e cercate di risolvere questa domanda.

Sfida 171 f

Daremo un solo argomento: la gravità cambia il colore della luce, e quindi in realtà cambia il tempo. La precisione degli orologi non è in questione qui.

In sintesi, la gravità è infatti il funzionamento irregolare di orologi a diverse altezze. Si noti che un osservatore nella posizione più bassa e un altro osservatore nella posizione più alta *concordano* sul risultato: entrambi trovano che l'orologio superiore va più veloce. In altre parole, quando la gravità è presente, lo spazio-tempo *non* è descritto dalla geometria di Minkowski della relatività speciale, ma da una geometria più generale. Per dirla matematicamente, ogni volta che la gravità è presente, la 4-distanza ds^2 tra gli eventi è diversa dalla espressione senza gravità:

$$ds^2 \neq c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (134)$$

Daremo l'espressione corretta a breve.

Sfida 172 s

Questa visione della gravità come tempo dipendente dall'altezza è davvero ragionevole? No. Si scopre che non è ancora abbastanza strana! Poiché la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori, possiamo dire di più. Se il tempo cambia con l'altezza, le lunghezze devono farlo pure! Più precisamente, se gli orologi funzionano in modo diverso ad altezze diverse, la lunghezza dei metri a barra deve pure cambiare con l'altezza. Potete confermarlo per il caso di barre orizzontali a diverse altezze?

Se la lunghezza cambia con l'altezza, la circonferenza di un cerchio attorno alla Terra *non può* essere data da $2\pi r$. Una discrepanza analoga si trova anche da una formica che misura il raggio e la circonferenza di un cerchio tracciato sulla superficie di un pallone da basket. Infatti, la gravità implica che gli umani sono in una situazione analoga a quella di formiche su un pallone da basket, con l'unica differenza che le circostanze sono convertite da due a tre dimensioni. Concludiamo che ovunque la gravità gioca un ruolo, lo spazio viene curvato.

COSA CI DICONO LE MAREE SULLA GRAVITÀ

Durante la sua caduta libera, Kittinger fu in grado di specificare un sistema inerziale per se stesso. In effetti, si sentiva completamente in quiete. Questo significa che non è pos-

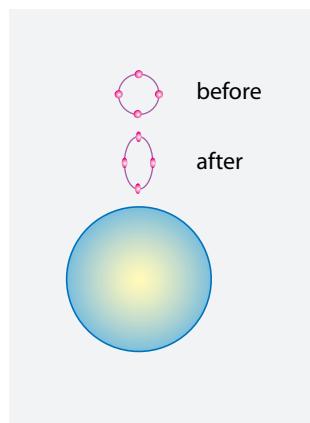


FIGURA 52 Effetto marea: l'unico effetto che i corpi sentono quando cadono.

sibile distinguere l'accelerazione dalla gravitazione? No: la distinzione è possibile. Dobbiamo solo confrontare *due* (o più) osservatori in caduta, o due parti di un osservatore.

Sfida 173 f

Kittinger non avrebbe potuto trovare un sistema che è anche inerziale per un collega in caduta sul lato opposto della Terra. Tale quadro comune non esiste. In generale, è impossibile trovare un *singolo* sistema inerziale di riferimento che descrive diversi osservatori che cadono liberamente nei pressi di una massa. Infatti, è impossibile trovare un sistema inerziale comune anche per osservatori *vicini* in un campo gravitazionale. Due osservatori vicini osservano che durante la loro caduta, la loro distanza relativa cambia. (Perché?) La stessa cosa accade per osservatori orbitanti.

Sfida 174 s

In una stanza chiusa in orbita attorno alla Terra, una persona o una massa al centro della camera non sentirebbe alcuna forza, e in particolare alcuna gravità. Ma se diverse particelle si trovano nella stanza, si comporteranno in modo diverso a seconda delle loro esatte posizioni nella stanza. Solo se due particelle fossero su esattamente la stessa orbita manterrebbero la stessa posizione relativa. Se una particella è in un'orbita inferiore o superiore rispetto all'altra, esse si allontanano reciprocamente nel tempo. Ancora più interessante, se una particella in orbita viene spostata lateralmente, essa oscillerà attorno alla posizione centrale. (Potete confermare?)

Sfida 175 f

La gravitazione porta a cambiamenti della distanza relativa. Questi cambiamenti evincono un altro effetto, mostrato in figura 52: un corpo esteso in caduta libera viene leggermente *compresso*. Questo effetto ci dice anche che è una caratteristica essenziale della gravità che la caduta libera sia *diversa* da punto a punto. Allora suona una campana. La compressione di un corpo è lo stesso effetto di quello che provoca le maree. Infatti, gli oceani sporgenti possono essere visti come la Terra compressa nella sua caduta verso la Luna. Utilizzando questo risultato della gravitazione universale possiamo affermare: l'essenza della gravità è l'osservazione degli effetti di marea.

Vol. I, pag. ??

Ref. 131

In altre parole, la gravità è semplice solo *localmente*. Solo localmente essa sembra simile all'accelerazione. Solo localmente un osservatore che cade come Kittinger si sente in quiete. Infatti, solo un osservatore puntiforme lo fa! Non appena prendiamo in considerazione l'estensione spaziale, troviamo effetti di marea.

▷ La gravità è la presenza di effetti di marea.

L'assenza di effetti di marea implica l'assenza di gravità. Gli effetti di marea sono la conseguenza del tempo dipendente dall'altezza di tutti i giorni. Non è questa una bella conclusione dall'invarianza della velocità della luce?

In linea di principio, Kittinger potrebbe avere *sentito* la gravitazione durante la sua caduta libera, anche con gli occhi chiusi, se avesse fatto attenzione a sé stesso. Se avesse misurato la variazione della distanza tra le due mani, avrebbe trovato una minuscola riduzione che avrebbe potuto dirgli che stava cadendo. Questo piccolo decremento avrebbe costretto Kittinger ad una strana conclusione. Due mani in moto inerziale dovrebbero muoversi lungo due linee parallele, tenendo sempre la stessa distanza. Poiché la distanza varia, deve concludere che nello spazio che lo circonda linee che partono parallele non rimangono così. Kittinger avrebbe concluso che lo spazio intorno a lui era simile alla superficie della Terra, dove due linee partendo per il nord, parallele tra loro, cambiano anche la distanza, fino a quando si incontrano presso il Polo Nord. In altre parole, Kittinger avrebbe concluso che era in uno *spazio curvo*.

Studiando la variazione di distanza tra le sue mani, Kittinger avrebbe potuto anche concludere che la curvatura dello spazio cambia con l'altezza. Lo spazio fisico differisce da una sfera, che ha curvatura costante. Lo spazio fisico è più complicato. L'effetto è estremamente piccolo, e non può essere sentito dai sensi umani. Kittinger non aveva alcuna possibilità di rilevare nulla. Tuttavia, la conclusione rimane valida. Lo spazio-tempo *non* è descritto dalla geometria di Minkowski quando è presente la gravità. Effetti di marea implicano la curvatura dello spazio-tempo.

▷ La gravità è la curvatura dello spazio-tempo.

Questa è la lezione principale e finale che risulta dalla invarianza della velocità della luce.

SPAZIO CURVO E MATERASSI

“ Wenn ein Käfer über die Oberfläche einer Kugel krabbelt, merkt er wahrscheinlich nicht, daß der Weg, den er zurücklegt, gekrümmmt ist. Ich dagegen hatte das Glück, es zu merken. *

risposta di Albert Einstein al figlio Eduard alla domanda sul motivo della sua fama

Il 7 novembre 1919, Albert Einstein divenne famoso in tutto il mondo. Quel giorno, un articolo del giornale *Times* a Londra annunciò i risultati di una doppia spedizione in Sud America sotto la voce 'Rivoluzione nella scienza / nuova teoria dell'universo / le idee Newtoniane rovesciate'. La spedizione aveva mostrato inequivocabilmente – anche se non per la prima volta – che la teoria della gravitazione universale, sostanzialmente data da $a = GM/r^2$, era sbagliata, e che invece lo spazio era *curvo*. Una mania in tutto il mondo ebbe inizio. Einstein fu presentato come il più grande di tutti i geni. 'Lo spazio deformato' fu il titolo più comune. Gli articoli di Einstein sulla relatività generale sono stati ristampati integralmente in riviste popolari. La gente poteva leggere le equazioni di campo della relatività generale, in forma tensoriale e con gli indici in Greco, nella rivista

* 'Quando un insetto cammina sulla superficie di una sfera esso probabilmente non si accorge che il percorso che cammina è curvo. Io, d'altra parte, ebbi la fortuna di notarlo.'

Time. Niente come questo è successo a qualsiasi altro fisico prima o dopo. Quale fu il motivo per questa eccitazione?

La spedizione al sud del mondo aveva eseguito un esperimento proposto dallo stesso Einstein. Oltre a cercare di verificare la modifica del tempo con l'altezza, Einstein aveva anche pensato a una serie di esperimenti per rilevare la curvatura dello spazio. In quello che alla fine lo rese famoso, Einstein propose di fare una fotografia delle stelle vicine al Sole, come è possibile durante un'eclissi solare, e confrontarla con l'immagine delle stesse stelle di notte, quando il Sole è lontano. Dalle equazioni generali della relatività, Einstein aveva previsto un cambiamento di posizione di $1.75''$ (1.75 secondi d'arco) per le immagini stellari al confine del Sole, un valore *due volte* più grande di quello previsto dalla gravitazione universale. La previsione fu confermata per la prima volta nel 1919, e quindi la gravitazione universale fu esclusa.

Vol. I, Ref. 202

Questo risultato *implica* che lo spazio è curvato? Non da solo. Infatti, altre spiegazioni potrebbe essere date per il risultato dell'esperimento dell'eclisse, come ad esempio un potenziale diverso della forma del quadrato inverso. Tuttavia, i risultati dell'eclisse non sono i soli dati. Sappiamo già circa il cambiamento del tempo con l'altezza. Gli esperimenti dimostrano che due osservatori a differenti altezze misurano lo stesso valore per la velocità della luce c vicino a se stessi. Ma questi esperimenti dimostrano anche che se un osservatore misura la velocità della luce alla posizione dell'*altro* osservatore, ottiene un valore diverso da c , dal momento che il suo orologio funziona in modo diverso. C'è solo una possibile soluzione a questo dilemma: i metri a barra, come gli orologi, cambiano anche con l'altezza, e in modo da portare alla stessa velocità della luce dappertutto.

Sfida 176 f

Se la velocità della luce è costante ma orologi e metri a barre cambiano con l'altezza, si deve concludere che lo *spazio è curvo vicino alle masse*. Molti fisici nel XX secolo controllarono se i metri a barra si comportano davvero diversamente nei luoghi in cui è presente la gravità. E infatti, la curvatura è stata rilevata intorno a diversi pianeti, intorno a tutte le centinaia di stelle in cui potrebbe essere misurata, e intorno a dozzine di galassie. Molti effetti indiretti di curvatura intorno alle masse, descritte in dettaglio qui di seguito, sono anche stati osservati. Tutti i risultati confermano la curvatura di spazio e spazio-tempo intorno alle masse, e inoltre confermano i valori di curvatura previsti dalla relatività generale. In altre parole, i metri a barre vicino alle masse effettivamente cambiano la loro dimensione da luogo a luogo, e anche da orientamento ad orientamento. [figura 53](#) dà l'impressione della situazione.

Ref. 134

Sfida 177 s

Ma attenzione: la figura di destra, anche se trovata in molti libri di testo, può essere fuorviante. Essa può facilmente essere scambiata per una riproduzione di un *potenziale* intorno ad un corpo. Infatti, non è possibile tracciare un grafico indicando separatamente curvatura e potenziale. (Perché?) Vedremo che per piccole curvature, è anche possibile spiegare il cambiamento nella lunghezza dei metri a barra utilizzando solo un potenziale. Così la figura non imbroglia, almeno nel caso di gravità debole. Ma per valori grandi e variabili di gravità, un potenziale non può essere definito, e quindi non vi è infatti alcun modo per evitare di utilizzare lo spazio curvo per descrivere la gravità. In sintesi, se immaginiamo lo spazio come una sorta di materasso generalizzato in cui le masse producono deformazioni, abbiamo un modello ragionevole di spazio-tempo. Poiché le masse si muovono, la deformazione le segue.

L'accelerazione di una particella di test dipende solo dalla curvatura del materasso. Non dipende dalla massa della particella di prova. Così il modello di materasso spiega

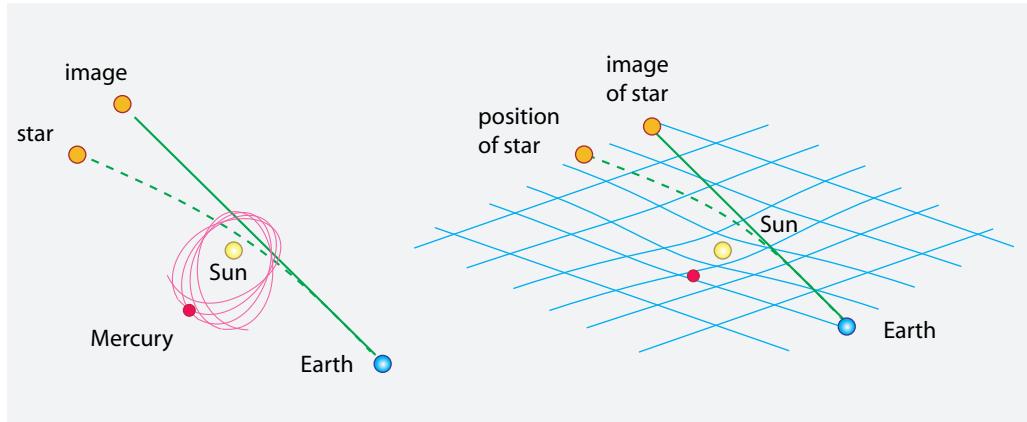


FIGURA 53 Il modello materasso dello spazio: il percorso di un fascio di luce e di un satellite nei pressi di una massa sferica.

perché tutti i corpi cadono allo stesso modo. (In tempi passati, ciò è stato chiamato anche l'uguaglianza della massa inerziale e gravitazionale.)

Lo spazio si comporta quindi come un materasso senza attrito che pervade tutto. Noi viviamo all'interno del materasso, ma non lo sentiamo nella vita di tutti i giorni. Gli oggetti massicci tirano la schiuma del materasso verso di loro, deformando così la forma del materasso. Più forza, più energia o più di massa implicano una più grande deformazione. (Il materasso vi ricorda l'etere? Non preoccupatevi: la fisica ha eliminato il concetto di etere perché è indistinguibile dal vuoto.)

Vol. III, pag. 142

Sfida 178 s

Se gravità significa spazio curvato, allora qualsiasi osservatore accelerato, ad esempio un uomo su una macchina in partenza, deve anche osservare che lo spazio è curvato. Tuttavia, nella vita di tutti i giorni non notiamo alcun effetto del genere, perché per accelerazioni e dimensioni della vita quotidiana i valori di curvatura sono troppo piccoli per essere notati. Potreste ideare un esperimento sensibile per verificare la previsione?

Potreste essere indotti a chiedere: se lo spazio piatto contenente un corpo macroscopico è piegato da un campo gravitazionale, che cosa accade al corpo in esso contenuto? (Per semplicità, possiamo immaginare che il corpo è sospeso e tenuto in posizione da corde prive di massa.) Il corpo sarà anche influenzato dal campo, ma la sua curvatura *non* è correlata in modo semplice alla curvatura dello spazio sottostante. Ad esempio, i corpi hanno maggiore inerzia dello spazio vuoto. E in situazioni statiche, la flessione del corpo dipende dalle proprie proprietà elastiche, che differiscono notevolmente da quelle dello spazio vuoto, che è molto più rigido.

SPAZIO-TEMPO CURVATO

figura 53 indica solo la curvatura dello spazio, ma in realtà l'intero spazio-tempo è curvo. A breve troveremo il modo per descrivere sia la forma dello spazio che la forma dello spazio-tempo, e come misurare la loro curvatura.

Facciamo un primo tentativo di descrivere la natura con l'idea dello spazio tempo curvato. Nel caso di figura 53, la migliore descrizione degli eventi è con l'uso del tempo t mostrato da un orologio situato alla infinità spaziale; che evita problemi di funziona-

Pagina 39
Pagina 128

mento irregolare degli orologi a diverse distanze dalla massa centrale. Per la coordinata radiale r , la scelta più pratica per evitare problemi con la curvatura dello spazio è di usare la circonferenza di un cerchio intorno al corpo centrale, diviso per 2π . La forma curvata dello spazio-tempo è meglio descritta dal comportamento della distanza di spazio-tempo ds , o dal tempo dell'orologio da polso $d\tau = ds/c$, tra due punti vicini con coordinate (t, r) e $(t + dt, r + dr)$. Come abbiamo visto sopra, gravità significa che in coordinate sferiche noi abbiamo

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} \neq dt^2 - dr^2/c^2 - r^2 d\varphi^2/c^2. \quad (135)$$

L'ineguaglianza esprime il fatto che lo spazio-tempo è *curvato*. Infatti, gli esperimenti sulla variazione del tempo con l'altezza confermano che l'intervallo di spazio-tempo attorno ad una massa sferica è dato da

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - \frac{r^2}{c^2} d\varphi^2. \quad (136)$$

Sfida 179 s

Questa espressione è chiamata la *metrica di Schwarzschild* dopo uno dei suoi scopritori.* La metrica (136) descrive la forma curva dello spazio-tempo intorno ad una massa sferica non rotante. È ben approssimata dalla Terra o il Sole. (Perché può essere trascurata la loro rotazione?) L'espressione (136) mostra anche che la forza della gravità attorno ad un corpo di massa m e raggio R è misurata da un numero adimensionale h definito come

$$h = \frac{2G}{c^2} \frac{M}{R}. \quad (137)$$

Tale rapporto esprime la tensione gravitazionale con cui le lunghezze e il vuoto sono deformati dalla situazione piatta della relatività speciale, e, quindi, determina anche quanto gli orologi rallentano quando la gravità è presente. (Il rapporto rivela anche quanto lontani si è da ogni possibile orizzonte.) Sulla superficie della Terra il rapporto h ha il piccolo valore di $1.4 \cdot 10^{-9}$; sulla superficie del Sole ha il valore un po' più grande di $4.2 \cdot 10^{-6}$. La precisione degli orologi moderni permette di rilevare facilmente tali effetti piuttosto piccoli. Le varie conseguenze e usi della deformazione dello spazio-tempo saranno discusse a breve.

Notiamo che se una massa è altamente concentrata, in particolare quando il raggio diventa *pari* al suo cosiddetto *raggio di Schwarzschild*

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad (138)$$

la metrica di Schwarzschild si comporta in modo strano: in quella posizione, il *tempo scompare* (si noti che t è il tempo all'infinito). Al raggio di Schwarzschild, il tempo di

Ref. 135

* Karl Schwarzschild (1873–1916), influente astronomo; fu uno dei primi a comprendere la relatività generale. Pubblicò la sua formula, nel dicembre 1915, solo pochi mesi dopo che Einstein aveva pubblicato le sue equazioni di campo. Morì prematuramente, all'età di 42 anni, con molto rammarico di Einstein. Dedurremo la forma della metrica in seguito, direttamente dalle equazioni di campo della relatività generale. L'altro scopritore della metrica, sconosciuto a Einstein, fu Johannes Droste, uno studente di Lorentz.

orologio (come mostrato da un orologio all'infinito) si arresta – ed appare un *orizzonte*. Cosa succede precisamente sarà esplorato sotto. Questa situazione non è comune: il raggio di Schwarzschild per una massa come la Terra è 8.8 mm, e per il Sole è 3.0 km; si potrebbe desiderare di controllare che le dimensioni degli oggetti per ogni sistema nella vita quotidiana è più grande rispetto al suo raggio di Schwarzschild. I sistemi fisici che realizzano il raggio di Schwarzschild si chiamano *buchi neri*; li studieremo in dettaglio a breve. Infatti, la relatività generale afferma che *nessun* sistema in natura è più piccolo rispetto alle dimensioni di Schwarzschild, in altre parole che il rapporto h definito dall'espressione (137) non è mai sopra l'unità.

Pagina 256

Sfida 180 f

Ref. 136

Pagina 252

Ref. 137

Sfida 181 f

In sintesi, i risultati menzionati finora rendono chiaro che *la massa genera curvatura*. L'equivalenza massa–energia che conosciamo dalla relatività speciale poi ci dice che di conseguenza, lo spazio dovrebbe essere curvato anche dalla presenza di qualsiasi tipo di energia–quantità di moto. Ogni tipo di energia curva lo spazio-tempo. Ad esempio, anche la luce dovrebbe curvare lo spazio-tempo. Tuttavia, anche i fasci a più alta energia che possiamo creare corrispondono a masse estremamente piccole, e quindi a piccole curvature non misurabili. Anche il calore curva lo spazio-tempo; ma nella maggior parte dei sistemi, il calore è solo una frazione di 10^{-12} della massa totale; il suo effetto di curvatura è dunque non misurabile e trascurabile. Tuttavia è ancora possibile dimostrare sperimentalmente che l'energia curva lo spazio. In quasi tutti gli atomi una frazione considerevole della massa è dovuta all'energia eletrostatica tra protoni carichi positivamente. Nel 1968 Kreuzer confermò che l'energia curva lo spazio con un intelligente esperimento utilizzando una massa galleggiante.

È semplice dedurre che l'equivalente temporale della curvatura spaziale è il funzionamento irregolare degli orologi. Prendendo le due curvature insieme, possiamo concludere che quando la gravità è presente, lo *spazio-tempo* è curvato.

Riassumiamo la nostra catena di pensieri. L'energia è equivalente alla massa; la massa produce gravità; la gravità equivale all'accelerazione; l'accelerazione è posizione-dipendente dal tempo. Dal momento che la velocità della luce è costante, si deduce che l'*energia-quantità di moto dice allo spazio-tempo come curvare*. Questa affermazione è la prima la metà della relatività generale.

Scopriremo presto come misurare la curvatura, come calcolarla dall'energia–quantità di moto e ciò viene trovato quando la misurazione e il calcolo vengono comparati. Troveremo anche che osservatori differenti misurano diversi valori di curvatura. L'insieme delle trasformazioni che legano un punto di vista ad un altro nella relatività generale, il *diffeomorfismo*, ci dirà come mettere in relazione le misure di diversi osservatori.

Ref. 138

Sfida 182 na

Poiché la materia si muove, possiamo dire ancora di più. Non solo lo spazio-tempo è curvo vicino alle masse, esso si piega all'indietro quando una massa è passata. In altre parole, la relatività generale afferma che lo spazio, così come lo spazio-tempo, è *elastico*. Tuttavia, è piuttosto rigido: molto più rigido rispetto all'acciaio. Curvare un pezzo di spazio dell'1 % richiede una densità d'energia estremamente più grande che curvare una semplice rotaia del treno dell'1 %. Questa e altre interessanti conseguenze dell'elasticità dello spazio-tempo ci occuperanno per un po'.

LA VELOCITÀ DELLA LUCE E LA COSTANTE GRAVITAZIONALE

“ Si morior, moror. *

Antichità

Proseguiamo sulla strada verso la precisione nella nostra comprensione della gravitazione. Tutte le nostre conoscenze teoriche ed empiriche circa la gravità possono essere riassunte in sole due affermazioni generali. I primi principi affermano:

- ▷ La velocità v di un sistema fisico è limitata superiormente:

$$v \leq c \quad (139)$$

per tutti gli osservatori, quando c è la velocità della luce.

La teoria che segue da questo primo principio, relatività *speciale*, è esteso alla relatività *generale* aggiungendo una seconda linea di principio, che caratterizza la gravitazione. Ci sono diversi modi equivalenti di affermare questo principio. Eccone uno.

- ▷ Per tutti gli osservatori, la forza F su un sistema è limitata da

$$F \leq \frac{c^4}{4G}, \quad (140)$$

dove G è la costante di gravitazione universale.

In breve, vi è una massima forza in natura. La gravitazione porta all'attrazione delle masse. Tuttavia, questa forza di attrazione è limitata. Una dichiarazione equivalente è:

Sfida 183 f

- ▷ Per tutti gli osservatori, la dimensione L di un sistema di massa M è limitata da

$$\frac{L}{M} \geq \frac{4G}{c^2}. \quad (141)$$

In altre parole, un sistema massiccio non può essere più concentrato di un buco nero non rotante della stessa massa. Un altro modo per esprimere il principio di gravità è il seguente:

- ▷ Per tutti i sistemi, la potenza emessa P è limitata da

$$P \leq \frac{c^5}{4G}. \quad (142)$$

In breve, vi è una massima potenza in natura.

* 'Se mi fermo, muoio'. Questo è il motto dell'uccello del paradiso.

Pagina 98

Sfida 184 na

I tre limiti indicati sono tutti equivalenti tra loro; e nessuna eccezione è nota o realmente possibile. I limiti includono la gravitazione universale nel caso non relativistico. Ci dicono *cosa* è la gravità, vale a dire la curvatura, e *come* si comporta esattamente. I limiti ci permettono di determinare la curvatura in tutte le situazioni, per tutti gli eventi spazio-temporali. Come abbiamo visto in precedenza, il limite di velocità insieme a uno qualsiasi degli ultimi tre principi implicano tutta la relatività generale.*

Ad esempio, si può dimostrare che la formula che descrive lo spostamento verso il rosso gravitazionale è conforme con il limite generale (141) sui rapporti lunghezza a massa?

Notiamo che qualsiasi formula che contiene la velocità della luce c è basata sulla relatività speciale, e se essa contiene la costante di gravitazione G , si riferisce alla gravitazione universale. Se una formula contiene *entrambe* c e G , si tratta di una dichiarazione di relatività generale. Il presente capitolo sottolinea spesso questa connessione.

La nostra salita alla montagna finora ci ha insegnato che una precisa descrizione del moto richiede la specificazione di tutti i punti di vista consentiti, le loro caratteristiche, le differenze e le trasformazioni tra essi. D'ora in poi, *tutti* i punti di vista sono ammessi, senza eccezioni: chiunque deve essere in grado di parlare con chiunque altro. Non fa differenza se un osservatore sente la gravità, è in caduta libera, è accelerato o è in moto inerziale. Inoltre, le persone che scambiano la sinistra alla destra, le persone che scambiano su e giù o persone che dicono che il Sole gira intorno alla Terra devono essere in grado di comunicare tra loro e con noi. Questo dà un insieme molto più grande di trasformazioni di punti di vista che nel caso della relatività ristretta; esso rende la relatività generale sia difficile che affascinante. E visto che sono ammessi tutti i punti di vista, la descrizione risultante del moto è *completa*.**

PERCHÉ UN SASSO LANCIATO IN ARIA RICADE SULLA TERRA? – GEODETICHE

“ Un genio è qualcuno che fa tutti i possibili
errori nel più breve tempo possibile.

Anonimo

Pagina 74

Vol. I, pag. 60

Nella nostra discussione della relatività speciale, abbiamo visto che il moto inerziale o fluttuante liberamente è il moto che collega due eventi che richiedono il *più lungo* tempo proprio. In assenza di gravità, il moto che soddisfa questo requisito è il moto *dritto* (rettilineo). D'altra parte, siamo abituati anche a pensare ai raggi di luce come essere rettilinei. Anzi, siamo tutti abituati a verificare la rettilineità di un bordo, cercando lungo di esso. Ogni volta che ci avviciniamo a gli assi di un sistema di coordinate fisico, immaginiamo sia percorsi che disegnano percorsi di raggi di luce o disegnano il moto dei corpi liberi di muoversi.

In assenza di gravità, i percorsi degli oggetti ed i percorsi di luce coincidono. Tuttavia, in presenza di gravità, gli oggetti non si muovono lungo percorsi di luce, come mostra ogni pietra gettata. La luce non definisce più la rettilineità spaziale. In presenza di gravità, sia i percorsi della luce che della materia sono piegati, sebbene di quantità *diverse*. Ma

* Questo approccio didattico non è convenzionale. E' possibile che sia stato introdotto dal presente autore.
Ref. 104 Il fisico Britannico Gary Gibbons ha sviluppato anche idee simili in modo indipendente.

** O dovrebbe esserlo, se non fosse per una piccola deviazione chiamata teoria quantistica.

l'originale affermazione resta valida: anche quando la gravità è presente, i corpi seguono percorsi di tempo proprio più lungo possibile. Per la materia, tali percorsi sono chiamati geodetiche tipo tempo. Per la luce, tali percorsi sono chiamati *tipo luce* o *geodetiche nulle*.

Notiamo che nello spazio-tempo, le geodetiche sono le curve con *massima* lunghezza. Ciò è in contrasto con il caso di spazio puro, come la superficie di una sfera, dove le geodetiche sono le curve di *minima* lunghezza.

In parole semplici, le *pietre cadono perché seguono geodetiche*. Effettuiamo alcuni controlli di questa dichiarazione. Poiché le pietre si muovono massimizzando il tempo proprio per gli osservatori inerziali, esse devono farlo anche per gli osservatori in caduta libera, come Kittinger. In realtà, esse devono farlo per tutti gli osservatori. L'equivalenza dei percorsi di caduta e le geodetiche è almeno coerente.

Se la caduta è vista come una conseguenza della superficie terrestre che si avvicina – come sosterremo sotto – possiamo dedurre direttamente che la caduta implica un tempo adeguato che sia il più lungo possibile. La caduta libera infatti è moto lungo geodetiche.

Abbiamo visto sopra che la gravitazione segue l'esistenza di una massima forza. Il risultato può essere visualizzato in un altro modo. Se l'attrazione gravitazionale tra un corpo centrale e un satellite fosse più *forte* di quanto non sia, i buchi neri sarebbero più piccoli di quello che sono; in quel caso la massima forza limite e la massima velocità potrebbero essere superati avvicinandosi ad un buco nero. Se, d'altra parte, la gravitazione fosse più *debole* di quello che è, ci sarebbero osservatori per cui i due corpi non potrebbero interagire, così che non formerebbero un sistema fisico. In sintesi, una massima forza di $c^4/4G$ implica la gravitazione universale. Non c'è nessuna differenza tra affermare che tutti i corpi si attraggono attraverso la gravitazione e affermare che c'è una massima forza con il valore $c^4/4G$. Ma allo stesso tempo, il principio di massima forza implica che gli oggetti si muovono su geodetiche. Potete mostrarlo?

Rivolgiamoci ad una verifica sperimentale. Se la caduta è una conseguenza della curvatura, allora i percorsi di *tutte* le pietre lanciate o in caduta in prossimità della Terra devono avere la *stessa* curvatura nello spazio-tempo. Prendete una pietra lanciata orizzontalmente, una pietra lanciata verticalmente, una pietra lanciata rapidamente, o una pietra lanciata lentamente: ci vogliono solo due linee di argomentazione per dimostrare che *nello spazio-tempo* tutti i loro percorsi sono approssimati con elevata precisione da segmenti di cerchio, come mostrato in [figura 54](#). Tutti i percorsi hanno lo *stesso* raggio di curvatura r , dato da

$$r = \frac{c^2}{g} \approx 9.2 \cdot 10^{15} \text{ m} . \quad (143)$$

Il grande valore del raggio, corrispondente ad una curvatura bassa, spiega perché non lo notiamo nella vita quotidiana. La forma parabolica tipica del percorso di una pietra nella vita quotidiana è solo la proiezione del più fondamentale percorso nello spazio-tempo 4-dimensionale nello spazio 3-dimensionale. L'importante punto è che il valore della curvatura *non* dipenderà dai dettagli del lancio. In realtà, questo semplice risultato potrebbe aver suggerito le idee della relatività generale alla gente un secolo prima di Einstein; quello che mancava era il riconoscimento dell'importanza della velocità della luce come velocità limite. In ogni caso, questo semplice calcolo conferma che la caduta e la curvatura sono collegate. Come previsto, e come già detto in precedenza, la curvatura diminuisce ad altezze maggiori, fino a che svanisce a distanza infinita dalla Terra. Ora,

Pagina 146
Sfida 185 f

Sfida 186 na

Sfida 187 na

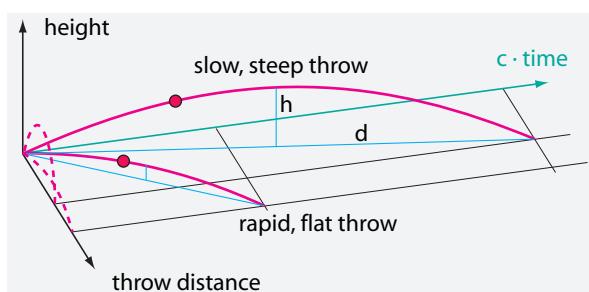


FIGURA 54 Tutti i percorsi delle pietre volanti, indipendentemente dalla loro velocità ed angolo, hanno la stessa curvatura nello spazio-tempo (photograph © Marco Fulle).

dato che la curvatura di tutti i percorsi di caduta libera è la stessa, e dato che tutti questi percorsi sono percorsi di minima azione, è lineare che siano anche geodetiche.

Se descriviamo la caduta come una conseguenza della curvatura dello spazio-tempo, dobbiamo mostrare che la descrizione con geodetiche riproduce tutte le sue caratteristiche. In particolare, dobbiamo essere in grado di spiegare che le pietre lanciate con piccola velocità cadono indietro, e pietre gettate con alta velocità sfuggono. Si può dedurre questo dalla curvatura dello spazio ?

In sintesi, il moto di ogni particella in caduta libera in un ‘campo gravitazionale’ è descritto dallo stesso principio variazionale come il moto di una particella libera nella relatività speciale: il percorso massimizza il tempo proprio $\int d\tau$. Riformuliamo questo dicendo che ogni particella in caduta libera dal punto A dello spazio-tempo al punto B dello spazio-tempo minimizza l’azione S data dalla

$$S = -c^2 m \int_A^B d\tau . \quad (144)$$

Questo è tutto ciò che abbiamo bisogno di conoscere circa la caduta libera di oggetti. Come conseguenza, qualsiasi *deviazione dalla caduta libera vi mantiene giovani*. Più grande è la deviazione, più giovani rimanete.

Pagina 280

Come vedremo in seguito, la descrizione della minima azione di caduta libera è stata testata con estrema precisione, e nessuna differenza dall’esperimento è mai stata osservata. Scopriremo anche che per la caduta libera, le previsioni della relatività generale e della gravitazione universale differiscono sostanzialmente sia per particelle vicino alla

Ref. 139

velocità della luce che per corpi centrali ad alta densità. Finora, tutti gli esperimenti hanno dimostrato che ogni volta che le due previsioni differiscono, la relatività generale è giusta, e la gravitazione universale e le altre descrizioni alternative sono sbagliate.

Tutti i corpi cadono lungo geodetiche. Questo ci dice qualcosa di importante. La caduta dei corpi non dipende dalla loro massa. Le geodetiche sono come ‘rotaie’ nello spazio-tempo che dicono ai corpi come cadere. In altre parole, lo spazio-tempo può infatti essere immaginato come un’unica, gigantesca, entità deformata. Lo spazio-tempo non è ‘nulla’; si tratta di un’entità del nostro pensiero. La forma di questa entità dice agli oggetti come muoversi. Lo spazio-tempo è quindi effettivamente come un materasso immateriale; questo materasso deformato guida la caduta degli oggetti lungo le sue reti di geodetiche.

Inoltre, l’energia *legata* cade nello stesso modo della massa, come si dimostra confrontando la caduta di oggetti realizzati in materiali differenti. Essi hanno diverse percentuali di energia legata. (Perché?) Ad esempio, sulla Luna, dove non c’è aria, i cosmonauti fecero cadere sfere d’acciaio e piume e scoprirono che cadevano insieme, fianco a fianco. L’indipendenza dalla composizione del materiale è stata controllata e confermata più e più volte.

Sfida 189 s

Ref. 140

Pagina 124

Ref. 141

Vol. I, pag. 202

Pagina 149

Sfida 190 na

PUÒ CADERE LA LUCE?

Come cade la radiazione? La luce, come qualsiasi radiazione, è energia senza massa a riposo. Essa si muove come un flusso di oggetti estremamente veloci e leggeri. Dunque le deviazioni dalla gravitazione universale diventano più evidenti per la luce. Come cade la luce? La luce non può cambiare velocità. Quando la luce cade verticalmente, essa cambia solo colore, come abbiamo visto in precedenza. Ma la luce può anche cambiare direzione. Molto prima che le idee della relatività diventassero attuali, 1801, l’astronomo prussiano Johann Soldner capì che la gravitazione universale implica che la luce viene *deviata* quando passa nei pressi di una massa. Egli calcolò anche come l’angolo di deflessione dipende dalla massa del corpo e la distanza di passaggio. Tuttavia, nessuno nel XIX secolo fu in grado di verificare il risultato sperimentalmente.

Ovviamente, la luce ha energia e l’energia ha un peso; la deflessione della luce da sé stessa *non* è quindi una prova della curvatura dello spazio. Anche la relatività generale prevede un angolo di deflessione per luce che passa masse, ma di *due* volte il valore classico di Soldner, perché alla curvatura dello spazio intorno a grandi masse si aggiunge l’effetto della gravitazione universale. La deflessione della luce da sola quindi conferma la curvatura dello spazio se il *valore* concorda con quello previsto dalla relatività generale. Questo è il caso: le osservazioni non coincidono con le previsioni. Saranno dati dettagli a breve.

Detto semplicemente, la massa non è necessaria per sentire la gravità; l’energia è sufficiente. Questo risultato della equivalenza massa–energeta deve diventare una seconda natura quando si studia la relatività generale. In particolare, la luce non è leggera, ma pesante. Potete sostenere che la curvatura della luce nei pressi della Terra deve essere identica a quella delle pietre, nell’espressione (143)?

In sintesi, tutti gli esperimenti dimostrano che non solo la massa, ma anche l’energia cade lungo geodetiche, qualsiasi sia il suo tipo (vincolata o libera), e qualunque sia l’interazione (sia essa elettromagnetica o nucleare). Inoltre, il moto della radiazione con-

ferma che lo spazio-tempo è curvato.

Poiché gli esperimenti dimostrano che tutte le particelle cadono nello stesso modo, indipendentemente dalla loro massa, carica o qualsiasi altra proprietà, possiamo concludere che il sistema di tutte le possibili traiettorie costituisce una struttura indipendente. Questa struttura è ciò che noi chiamiamo *spazio-tempo*.

Abbiamo così scoperto che lo *spazio-tempo dice a materia, energia e radiazione come cadere*. Questa affermazione è la seconda metà della relatività generale. Essa completa la prima metà, in cui si afferma che l'energia dice allo spazio-tempo come curvare. Per completare la descrizione del moto macroscopico, abbiamo solo bisogno di aggiungere numeri a queste affermazioni, in modo che diventino verificabili. Come al solito, si può procedere in due modi: si possono dedurre le equazioni del moto direttamente, oppure possiamo prima dedurre la lagrangiana e quindi dedurre le equazioni del moto da essa. Ma prima di farlo, divertiamoci un po'.

CURIOSITÀ E DIVERTENTI SFIDE SULLA GRAVITAZIONE

“ Wenn Sie die Antwort nicht gar zu ernst nehmen und sie nur als eine Art Spaß ansehen, so kann ich Ihnen das so erklären: Früher hat man geglaubt, wenn alle Dinge aus der Welt verschwinden, so bleiben noch Raum und Zeit übrig. Nach der Relativitätstheorie verschwinden aber auch Zeit und Raum mit den Dingen.* ”

Albert Einstein nel 1921 a New York

Prendete una bottiglia di plastica e fate alcuni fori in esso vicino al fondo. Riempite la bottiglia con l'acqua, chiudendo i buchi con le dita. Se si lascia andare la bottiglia, l'acqua non lascerà la bottiglia durante la caduta. Potete spiegare come questo esperimento conferma l'equivalenza tra quiete e caduta libera?

Sfida 191 s

Al suo settantesimo compleanno, Einstein ricevette un regalo di compleanno realizzato appositamente per lui, mostrato in [figura 55](#). Una coppa piuttosto profonda è montata sulla parte superiore dell'asta di una scopa. La coppa contiene un debole pezzo di gomma elastica attaccato al suo fondo, a cui è attaccata una palla all'altra estremità. Nella posizione iniziale, la palla pende fuori della tazza. La gomma è troppo debole per tirare la palla nella tazza contro la gravità. Qual è il modo più elegante per ottenere la palla nella coppa?

Sfida 192 s

La gravità ha le stesse proprietà in tutto l'universo - tranne nell'ufficio brevetti degli Stati Uniti. Nel 2005, esso ricevette un brevetto, Nr. 6 960 975, per un dispositivo antigravità

* ‘Se non prendete la risposta troppo sul serio e la considerate solo per divertimento, posso spiegarla a voi nel seguente modo: in passato si è pensato che se tutte le cose fossero scomparse dal mondo, lo spazio e il tempo sarebbero rimasti. Ma dopo la teoria della relatività, lo spazio e il tempo sparirebbero insieme con le cose.’

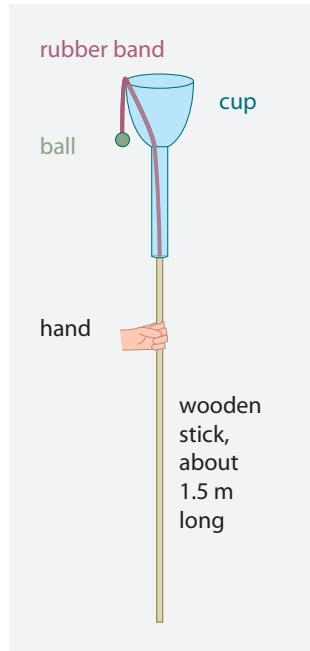


FIGURA 55 Un puzzle: qual è il modo più semplice per ottenere la palla attaccata all'elastico nella tazza?

che funziona torcendo lo spazio-tempo in modo tale che la gravità viene ‘compensata’
Sfida 193 s (vedi patft.uspto.gov). Conoscete un dispositivo più semplice?

* *

Sfida 194 f Il raggio di curvatura dello spazio-tempo sulla superficie della Terra è $9.2 \cdot 10^{15}$ m. Potete confermare questo valore?

* *

Sfida 195 s Un pezzo di legno galleggia sull’acqua. Esso sporge più o meno in un ascensore che accelera verso l’alto?

* *

Pagina 50 Abbiamo visto in relatività speciale che se due gemelli sono identicamente accelerati nella stessa direzione, con un gemello a qualche distanza avanti l’altro, allora il gemello avanti invecchia di più rispetto al gemello dietro. Questo accade allo stesso modo in un campo gravitazionale? E cosa succede quando il campo varia con l’altezza, come sulla Terra?
Sfida 196 s

* *

Sfida 197 s Una massima forza e una massima potenza implicano anche un flusso massimo di massa. Si può dimostrare che nessun flusso di massa può superare $1.1 \cdot 10^{35}$ kg/s?

* *

Gli esperimenti di [figura 50](#) e [51](#) differiscono in un punto: uno accade nello spazio pi-

atto, l'altro nello spazio curvo. Uno sembra essere collegato alla conservazione di energia, l'altro no. Queste differenze invalidano l'equivalenza delle osservazioni?

* *

Sfida 198 s Come possono pesarsi i cosmonauti per verificare se stanno mangiando abbastanza?

* *

Sfida 200 s Un cosmonauta in orbita sta veramente fluttuando liberamente? No. Si scopre che le stazioni spaziali ed i satelliti sono accelerati da numerosi piccoli effetti. Quelli importanti sono la pressione della luce dal Sole, l'attrito dell'aria rarefatta, e gli effetti del vento solare. (Le micrometeoriti di solito possono essere trascurate.) Questi tre effetti portano tutti ad accelerazioni dell'ordine di 10^{-6} m/s^2 to 10^{-8} m/s^2 , a seconda dell'altezza dell'orbita. Potete stimare quanto tempo impiega una mela fluttuante nello spazio a colpire il muro di una stazione spaziale, partendo dal mezzo? A proposito, qual è la grandezza delle accelerazioni di marea in tale situazione?

* *

Vol. I, pag. 106 Non c'è massa negativa in natura, come discusso all'inizio della nostra passeggiata (anche l'antimateria ha *massa* positiva). Questo significa che la gravità non può essere schermata, a differenza delle interazioni elettromagnetiche. Poiché la gravità non può essere schermata, non vi è alcun modo per rendere un sistema perfettamente isolato. Ma tali sistemi costituiscono la base della termodinamica! Studieremo le affascinanti implicazioni di questo più tardi su: ad esempio, scopriremo un *limite superiore* per l'entropia dei sistemi fisici.

Vol. V, pag. 145

Ref. 142
Sfida 201 na

Può lo spazio curvo essere utilizzato per viaggiare più veloci della luce? Immaginate uno spazio-tempo in cui possono essere collegati due punti sia da un percorso che conduce attraverso una parte piana, o da un secondo percorso che porta attraverso una parte parzialmente curva. Potrebbe quella parte curva essere utilizzata per viaggiare tra i punti più velocemente che attraverso quella piana? Matematicamente, questo è possibile; tuttavia, uno spazio così curvo avrebbe bisogno di avere una densità *negativa* di energia. Tale situazione è incompatibile con la definizione di energia e con l'inesistenza di massa negativa. L'affermazione che questo non accade in natura è anche chiamata *condizione dell'energia debole*. Essa è implicita dal limite sul rapporto lunghezza-a-massa?

* *

Sfida 202 na

L'affermazione di un limite lunghezza a massa $L/M \geq 4G/c^2$ invita esperimenti per cercare di superarlo. Potete spiegare cosa accade quando un osservatore si muove così rapidamente accanto una massa che la contrazione della lunghezza del corpo raggiunge il limite?

* *

C'è un'importante proprietà matematica dello spazio tridimensionale \mathbb{R}^3 che lo separa da tutte le altre dimensioni. Una curva chiusa (monodimensionale) può formare nodi *solamente* in \mathbb{R}^3 : in qualsiasi dimensione superiore può sempre essere slacciata.

(L'esistenza di nodi spiega anche perché tre è la più piccola dimensione che permette il moto caotico delle particelle.) Tuttavia, la relatività generale non dice *perché* lo spazio-tempo ha tre più una dimensioni. Essa si basa semplicemente sul fatto. Questa profonda e difficile domanda sarà risolta solo nell'ultima parte della nostra avventura.

* *

Henri Poincaré, che morì nel 1912, poco prima che la teoria generale della relatività fosse finita, pensò per un po' che lo spazio curvo non era un'opportunità, ma solo una possibilità. Immaginò che si potesse continuare ad utilizzare lo spazio Euclideo a patto che alla luce fosse permesso di seguire percorsi curvi. Potete spiegare perché una tale teoria è impossibile?

Sfida 203 s

* *

Possono due atomi di idrogeno girare tra loro, nel loro mutuo campo gravitazionale? **Sfida 204** s Quale dovrebbe essere la dimensione di questa 'molecola'?

* *

Sfida 205 s

Possono due impulsi di luce girare tra loro, nel loro mutuo campo gravitazionale?

* *

Vol. I, pag. 158

I vari moti della Terra menzionati nella sezione dedicata alla fisica Galileiana, come la sua rotazione attorno al suo asse o intorno al Sole, portano a vari tipi di tempo in fisica ed astronomia. Il tempo definito dai migliori orologi atomici si chiama *tempo dinamico terrestre*. Inserendo un salto di secondi di tanto in tanto per compensare la cattiva definizione del secondo (una rotazione terrestre non prende 86 400, ma 86 400,002 secondi)

Vol. I, pag. 457

e, in modo minore, per il rallentamento della rotazione terrestre, si hanno le *Tempo Coordinato Universale* o UTC. Poi c'è il tempo derivato da questo tenendo presente tutti i salti di secondo. Si ha quindi il tempo – diverso – che dovrebbe essere mostrato da un orologio non rotante nel centro della Terra. Infine, vi è il *tempo dinamico baricentrico*, che è il tempo che sarebbe indicato da un orologio nel centro di massa del sistema solare. Solo usando quest'ultimo tempo i satelliti possono essere guidati in modo affidabile attraverso il sistema solare. Riassumendo, la relatività dice addio al Tempo Medio di Greenwich, come fa la legge britannica, in uno dei rari casi in cui la legge segue la scienza. (Soltanto la BBC continua ad utilizzarla.)

Ref. 143

* *

Le agenzie spaziali così *hanno* modo di utilizzare la relatività generale se vogliono mandare i satelliti artificiali su Marte, Venere, o comete. Senza il suo utilizzo, le orbite non sarebbero calcolate correttamente, ed i satelliti perderebbero i loro obiettivi e di solito anche l'intero pianeta. In realtà, le agenzie spaziali vanno sul sicuro: usano una generalizzazione della relatività generale, e cioè il cosiddetto *PPN, formalismo post-Newtoniano parametrizzato*, che include un controllo continuo sul se la relatività generale è corretta. All'interno degli errori di misura, non è stata trovata alcuna deviazione sinora.*

* Per dare un'idea di ciò che questo significa, il formalismo post-Newtoniano *non parametrizzato*, basato sulla relatività generale, scrive l'equazione del moto di un corpo di massa m vicino a una grande massa M

* *

La relatività generale è utilizzata anche dalle agenzie spaziali di tutto il mondo per calcolare le posizioni esatte dei satelliti e per sintonizzare le radio alla frequenza degli emettitori radio su di essi. Inoltre, la relatività generale è essenziale per il cosiddetto *Sistema di Posizionamento Globale* o GPS. Questo moderno strumento di navigazione* è costituito da 24 satelliti equipaggiati con orologi che volano in tutto il mondo. Perché il sistema ha bisogno della relatività generale per operare? Poiché tutti i satelliti, nonché qualsiasi persona sulla superficie della Terra, viaggiano in cerchi, abbiamo $dr = 0$, e possiamo riscrivere la metrica di Schwarzschild ((136) come

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 = 1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{r^2}{c^2} \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = 1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{v^2}{c^2}. \quad (146)$$

Sfida 206 f Per la relazione tra tempo satellitare e tempo terrestre poi otteniamo

$$\left(\frac{dt_{\text{sat}}}{dt_{\text{Earth}}}\right)^2 = \frac{1 - \frac{2GM}{r_{\text{sat}}c^2} - \frac{v_{\text{sat}}^2}{c^2}}{1 - \frac{2GM}{r_{\text{Earth}}c^2} - \frac{v_{\text{Earth}}^2}{c^2}}. \quad (147)$$

Potete dedurre quanti microsecondi guadagna un orologio satellitare ogni giorno, dato che i satelliti GPS orbitano intorno alla Terra una volta ogni dodici ore? Poiché solo tre microsecondi darebbero un errore di posizione di un chilometro dopo un solo giorno, gli orologi dei satelliti devono essere regolati per funzionare più lentamente dell'ammontare calcolato. Le necessarie regolazioni sono monitorate, e finora hanno confermato la relatività generale ogni giorno, entro gli errori sperimentali, da quando il sistema è entrato in funzione.

* *

La relatività generale è la base dello sport del *geocaching*, la caccia al tesoro in tutto il mondo con l'aiuto dei ricevitori GPS. Vedere i siti web www.terracing.com e www.geocaching.com per maggiori dettagli.

come una deviazione dall'espressione del quadrato inverso per l'accelerazione a :

$$a = \frac{GM}{r^2} + f_2 \frac{GM}{r^2} \frac{v^2}{c^2} + f_4 \frac{GM}{r^2} \frac{v^4}{c^4} + f_5 \frac{Gm}{r^2} \frac{v^5}{c^5} + \dots \quad (145)$$

Qui i fattori numerici f_n sono calcolati dalla relatività generale e sono di ordine uno. I primi due termini dispari sono mancati a causa della (approssimativa) reversibilità del moto relativistico generale: l'emissione di onde gravitazionali, che è irreversibile, spiega il piccolo termine f_5 ; notate che essa contiene la piccola massa m invece della grande massa M . Tutti i fattori f_n fino a f_7 sono stati calcolati. Tuttavia, nel sistema solare, solo il termine f_2 è mai stato rilevato. Questa situazione potrebbe cambiare con le future sperimentazioni satellitari ad alta precisione. Effetti di ordine superiore, fino a f_5 , sono stati misurati nelle pulsar binarie, come discusso di seguito.

Pagina 168

In un formalismo post-Newtoniano *parametrizzato*, tutti i fattori f_n , compresi quelli irregolari, sono montati attraverso i dati provenienti; finora tutti questi adattamenti concordano con i valori previsti dalla relatività generale.

* Per ulteriori informazioni, consultare il sito www.gpsworld.com.

* *

Ref. 146 La costante gravitazionale G non sembra cambiare con il tempo. Gli ultimi esperimenti limitano il suo tasso di variazione a meno di 1 parte su 10^{12} all'anno. Potete immaginare come questo possa essere controllato?

* *

Sfida 208 d Potrebbe la nostra esperienza che viviamo in sole tre dimensioni spaziali essere dovuta ad una limitazione dei nostri sensi? Come?

* *

Sfida 209 s Si può valutare l'effetto delle maree sul colore della luce emessa da un atomo?

* *

Ref. 147 Il campo gravitazionale più forte possibile è quello di un piccolo buco nero. Il campo gravitazionale più forte mai osservato è un po' meno però. Nel 1998, Zhang e Lamb usarono i dati dei raggi X da un doppio sistema di stelle per determinare che lo spazio-tempo vicino a stelle di neutroni di dimensioni 10 km viene curvato fino al 30 % del valore massimo possibile. Qual è la corrispondente accelerazione gravitazionale, partendo dal presupposto che la stella di neutroni ha la stessa massa del Sole?

Sfida 211 na

Ref. 148 La deflessione della luce cambia la dimensione angolare δ di una massa m di raggio r quando osservata a distanza d . L'effetto porta alla bella espressione

Sfida 212 f

$$\delta = \arcsin \left(\frac{r \sqrt{1 - R_S/d}}{d \sqrt{1 - R_S/r}} \right) \quad \text{dove} \quad R_S = \frac{2GM}{c^2} . \quad (148)$$

Página 267

Qual è la percentuale della superficie del Sole che un osservatore all'infinito può vedere? Esamineremo la questione in modo più dettagliato a breve.

COS'È IL PESO?

Non c'è modo per un osservatore *singolo* (e puntiforme) di distinguere gli effetti della gravità da quelli dell'accelerazione. Questa proprietà della natura permette di fare una dichiarazione strana: le cose *cadono* perché la superficie della Terra accelera verso di esse. Pertanto, il *peso* di un oggetto risulta dalla superficie della Terra che accelera verso l'alto e spinge contro l'oggetto. Questo è il principio di equivalenza applicato alla vita di tutti i giorni. Per lo stesso motivo, gli oggetti in caduta libera non hanno peso.

Ref. 149 Cerchiamo di controllare i numeri. Ovviamente, una superficie in accelerazione della Terra produce un peso per ciascun corpo poggiato su di essa. Questo peso è proporzionale alla massa inerziale. In altre parole, la massa inerziale di un corpo è identica alla massa gravitazionale. Questo è infatti osservato negli esperimenti, e alla massima precisione possibile. Roland von Eötvös* eseguì molti tali esperimenti di alta precisione

* Roland von Eötvös (b. 1848 Budapest, d. 1919 Budapest), fisico. Egli eseguì molti esperimenti di alta precisione sulla gravità; tra le altre scoperte, egli scoprì l'effetto che prende il suo nome. L'università di Budapest

Sfida 214 na

Ref. 149

Vol. I, pag. 102

Vol. I, pag. 203

per tutta la sua vita, senza trovare alcuna discrepanza. In questi esperimenti, usò la connessione che la massa inerziale determina effetti centrifughi e la massa gravitazionale determina la caduta libera. (Potete immaginare come testò l'uguaglianza?) Recenti esperimenti hanno mostrato che le due masse concordano di una parte su 10^{-12} .

Tuttavia, l'uguaglianza della massa non è una sorpresa. Ricordando la definizione del rapporto di massa come rapporto negativo inverso di accelerazione, indipendentemente dall'origine dell'accelerazione, ci viene ricordato che le misure di massa non possono essere utilizzate per distinguere tra massa inerziale e gravitazionale. Come abbiamo visto, le due masse sono uguali per definizione nella fisica Galileana, e l'intera discussione è una falsa pista. Il peso è un effetto intrinseco della massa.

L'uguaglianza di accelerazione e gravità ci permette di immaginare quanto segue. Immaginate di entrare in un ascensore in modo che si sposta verso il basso. Si preme il pulsante. L'ascensore è spinto verso l'alto dalla superficie in accelerazione della Terra alquanto meno dell'edificio; la costruzione supera l'ascensore, che rimane quindi dietro. Inoltre, a causa della spinta debole, all'inizio tutti all'interno dell'ascensore si sentono un po' più leggeri. Quando il contatto con l'edificio viene ripristinato, l'ascensore è accelerato al passo con la superficie in accelerazione della Terra. Quindi ci sentiamo tutti come se fossimo in un'auto che sta accelerando fortemente, spinti nella direzione opposta all'accelerazione: per un po', ci sentiamo più pesanti, fino a quando l'ascensore arriva alla sua destinazione.

PERCHÉ LE MELE CADONO?

“ Vires acquirit eundo.

Vergilius*

Un'auto che accelera recupererà presto il ritardo con un oggetto gettato in avanti da essa. Per lo stesso motivo, la superficie della Terra raggiunge presto una pietra lanciata verso l'alto, perché essa sta accelerando continuamente verso l'alto. Se vi piace questo modo di vedere le cose, immaginate una mela che cade da un albero. Nel momento in cui si stacca, smette di essere accelerata verso l'alto dal ramo. La mela può ora godere della calma della vera quiete. A causa della nostra percezione umana limitata, chiamiamo questo stato di quiete caduta libera. Purtroppo, la superficie in accelerazione della Terra si avvicina senza pietà e, a seconda del tempo in cui la mela è rimasta in quiete, la Terra la colpisce con una velocità maggiore o minore, portando a più o meno gravi deformazioni della forma.

Le mele che cadono ci insegnano anche a non essere disturbati più dalla dichiarazione che la gravità è il funzionamento irregolare di orologi con l'altezza. In realtà, questa affermazione *equivale* a dire che la superficie della Terra sta accelerando verso l'alto, come mostra la discussione di cui sopra.

Questo ragionamento può essere continuato indefinitamente? Siamo in grado di andare avanti per un bel po'. E' divertente mostrare come la Terra può essere di raggio

porta il suo nome.

* 'Acquista le forze camminando.' Publius Vergilius Maro (b. 70 BCE Andes, d. 19 BCE Brundisium), from the *Aeneid* 4, 175.

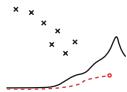
Sfida 215 na

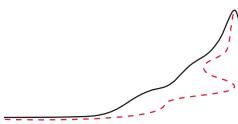
costante anche se la sua superficie sta accelerando verso l'alto ovunque. Quindi possiamo giocare con l'equivalenza tra accelerazione e gravità. Però, questa equivalenza è utile solo in situazioni che coinvolgono un solo corpo in accelerazione. L'equivalenza fra accelerazione e gravità termina non appena vengono studiati *due* oggetti in caduta. Qualsiasi studio di diversi corpi inevitabilmente porta alla conclusione che la gravità non è accelerazione; *la gravità è lo spazio-tempo curvo*.

Molti aspetti della gravità e della curvatura possono essere compresi con nessuna o solo un po' di matematica. La prossima sezione metterà in evidenza alcune delle differenze tra gravitazione universale e la relatività generale, dimostrando che solo quest'ultima descrizione è d'accordo con l'esperimento. Dopo di che, alcuni concetti relativi alla misurazione della curvatura vengono introdotti e applicati al moto degli oggetti e allo spazio-tempo. Se il ragionamento diventa troppo complicato in prima lettura, andate avanti. In ogni caso, la sezione sulle stelle, la cosmologia ed i buchi neri utilizzano ancora po' di matematica.

UNA SINTESI: LE IMPLICAZIONI DELL'INVARIANZA DELLA VELOCITÀ DELLA LUCE SULLA GRAVITAZIONE

In situazioni di gravità, il tempo dipende dall'altezza. L'invarianza della velocità della luce implica che lo spazio e lo spazio-tempo sono *curvi* in tutte le regioni in cui la gravità gioca un ruolo. La curvatura dello spazio può essere visualizzata filettando lo spazio con linee di uguale distanza o immaginando lo spazio come un materasso. In situazioni di gravità, queste linee sono curve. Le masse così curvano lo spazio, soprattutto quelle più grandi. Lo spazio curvo influenza e determina il moto delle masse di prova e della luce.





CAPITOLO 4

ORBITE APERTE, LUCE CURVATA E VUOTO OSCILLANTE

Ref. 150

“Einstein mi spiegava la sua teoria ogni giorno, ed al mio arrivo ero pienamente convinto che lui la capisse.

Chaim Weizmann, primo presidente di Israele.

Prima di affrontare i dettagli della relatività generale, esploriamo le differenze tra il moto di oggetti nella relatività generale e nella gravitazione universale, poiché le due descrizioni portano a differenze misurabili. Poiché l'invarianza della velocità della luce implica che lo spazio è curvo vicino alle masse, dobbiamo prima di tutto verificare se questa curvatura è infatti osservata. Dopo di che, esploriamo come viene misurata la curvatura e come le misure di curvatura aiutano a descrivere il moto con precisione.

CAMPPI DEBOLI

La gravità è forte vicino agli orizzonti. Questo accade quando la massa m e la scala delle distanze R obbediscono a

$$\frac{2GM}{Rc^2} \approx 1. \quad (149)$$

Pertanto, la gravità è forte soprattutto in tre situazioni: nei pressi dei buchi neri, vicino all'orizzonte dell'universo, ed a particelle ad energie estremamente elevate. I primi due casi sono esplorati sotto, mentre l'ultimo sarà esplorato nella parte finale della nostra avventura. Al contrario, nella maggior parte delle regioni dell'universo, compreso il nostro pianeta e il nostro sistema solare, *non* ci sono orizzonti nelle vicinanze; in questi casi, la gravità è un effetto *debole*.

Nonostante la violenza di valanghe o di asteroidi che cadono, nella vita quotidiana la gravità è molto più debole della massima forza. Sulla Terra il rapporto appena citato è solo circa 10^{-9} . In tutti i casi della vita di tutti i giorni, la gravitazione può ancora essere approssimata da un campo, cioè, con un potenziale nello spazio-tempo piatto, a dispetto di quanto si è detto sopra. Queste situazioni di campo debole sono interessanti perché sono semplici da capire; richiedono principalmente per la loro spiegazione il funzionamento diverso degli orologi a diverse altezze. Le situazioni di campo debole ci permettono di citare la curvatura dello spazio-tempo solo di passaggio, e ci permettono di continuare a pensare alla gravità come fonte di accelerazione. Tuttavia, il cambiamento del tempo con l'altezza induce già molti nuovi e interessanti effetti che non si verificano

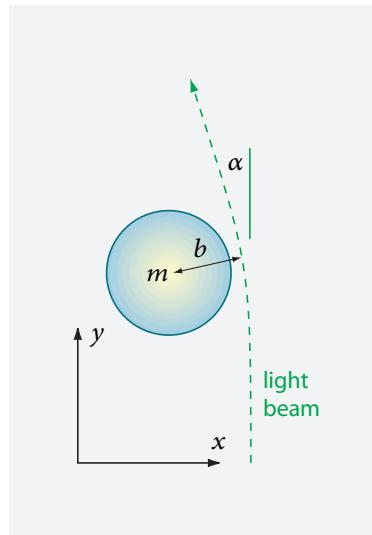


FIGURA 56 Il calcolo della curvatura della luce da una massa.

nella gravitazione universale. Per esplorarli, l'unica cosa di cui abbiamo bisogno è un trattamento relativistico coerente.

LA CURVATURA DELLA LUCE E LE ONDE RADIO

La gravità influenza il moto della luce. In particolare, la gravità piega i fasci di luce. La rilevazione della flessione dei raggi luminosi fatta dal Sole rese famoso Einstein. Questo accadde perché il valore misurato differiva da quello previsto dalla gravitazione universale e confermò quello della relatività generale che tiene conto della curvatura dello spazio.

La curvatura della luce da una massa è, nel vocabolario definito di seguito, un puro effetto gravitoelettrico, e quindi è facile da calcolare. La curvatura della luce si osserva perché ogni osservatore *lontano* misura un valore che cambia per l'*effettiva* velocità della luce v nei pressi di una massa. (Misurata ad una posizione *vicina*, la velocità della luce è naturalmente sempre c .) Si scopre che un osservatore distante misura una *minore* velocità, in modo che per lui, la gravità ha gli stessi effetti di un mezzo ottico denso. Ci vuole solo un po' di immaginazione per vedere che questo effetto allora *incrementerà* la flessione della luce vicino alle masse già dedotta nel 1801 da Soldner dalla gravitazione universale. In breve, la flessione relativistica della luce è diversa dalla curvatura non relativistica della luce.

Calcoliamo l'angolo di piegatura. Come al solito, si usa il sistema di coordinate dello spazio-tempo piatto all'infinito spaziale, mostrato in figura 56. L'idea è di fare tutti i calcoli di primo ordine, poiché il valore della flessione è molto piccolo. L'angolo di deflessione α , al primo ordine, è semplicemente

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial v}{\partial x} dy, \quad (150)$$

dove v è la velocità della luce misurata da un osservatore distante. (Potete confermare?)

Sfida 216 f Il passo successivo è quello di utilizzare la metrica di Schwarzschild

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - \frac{r^2}{c^2} d\varphi^2 \quad (151)$$

Sfida 217 na e trasformarla in coordinate (x, y) di primo ordine. Questo dà

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right) \frac{1}{c^2} (dx^2 + dy^2) \quad (152)$$

che ancora una volta al primo ordine comporta

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c. \quad (153)$$

Ciò conferma quanto già sappiamo, e cioè che gli osservatori lontani vedono la luce *ralentata* quando passa vicino a una massa. Così possiamo anche parlare di un indice di rifrazione dipendente dall'altezza. In altre parole, la velocità *locale* costante della luce porta ad un rallentamento *globale*.

Sfida 218 na Inserendo l'ultimo risultato nell'espressione (150) e con un'intelligente sostituzione, si ottiene un angolo di deviazione α data da

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{b} \quad (154)$$

Vol. I, pag. 202 dove la distanza b è il cosiddetto *parametro di impatto* del fascio di luce che si avvicina. Il risultante angolo di deviazione α è *due volte* il risultato che noi e Soldner trovammo per la gravità universale. Per un fascio appena sopra la superficie del Sole, il risultato è il famoso valore di $1.75''$ che fu confermato dalla spedizione di misurazione del 1919.

Sfida 219 s (Come hanno fatto a misurare l'angolo di deviazione?) Questo è stato l'esperimento che ha reso famoso Einstein, poiché ha mostrato che la gravitazione universale è sbagliata. Infatti, Einstein fu fortunato. Due spedizioni precedenti organizzate per misurare il valore erano fallite. Nel 1912, fu impossibile prendere i dati a causa della pioggia, e nel 1914 in Crimea, gli scienziati furono arrestati (per errore) come spie, perché la Prima Guerra Mondiale era appena cominciata. Ma nel 1911, Einstein aveva già pubblicato un calcolo *errato*, dando solo il valore di Soldner con la metà delle dimensioni corrette; solo nel 1915, quando completò la relatività generale, trovò il risultato corretto. Pertanto Einstein divenne famoso solo per il fallimento delle due spedizioni avvenute prima che egli pubblicasse il suo calcolo corretto.

Ref. 152

Vol. I, pag. 202

Ref. 144, Ref. 121

Ref. 122

Pagina 241

Per gli esperimenti di alta precisione intorno al Sole, è più efficace misurare la piegatura delle onde radio, poiché incontrano meno problemi quando si propagano attraverso la corona solare. Finora, lo hanno fatto più di una dozzina di esperimenti indipendenti, utilizzando sorgenti radio nel cielo che si trovano sul percorso del Sole. Essi hanno confermato la previsione della relatività generale all'interno di pochi per cento.

La curvatura della radiazione è stata osservata anche vicino a Giove, vicino certe stelle, vicino a diverse galassie e vicino ammassi di galassie. Per la Terra, l'angolo è al massimo

3 nrad, troppo piccolo per essere misurato ancora, anche se questo può essere fattibile nel prossimo futuro. C'è una possibilità di rilevare questo valore se, come propone Andrew Gould, i dati del satellite Hipparcos, che scattò foto di precisione del cielo notturno per molti anni, verranno analizzati correttamente in futuro.

Pagina 176

Sfida 220 na

Naturalmente, la curvatura della luce conferma che in un triangolo, la somma degli angoli non arriva fino a π (due angoli retti), come è previsto per lo spazio curvo. (Qual è il segno della curvatura?)

IL RITARDO

Il calcolo della curvatura della luce vicino alle masse mostra che per un osservatore distante, la luce è rallentata nei pressi di una massa. La velocità *locale* costante della luce porta ad un rallentamento *globale* della velocità della luce. Se la luce non venisse rallentata nei pressi di una massa, essa potrebbe andare più veloce di c per un osservatore vicino alla massa!* Nel 1964, Irwin Shapiro ebbe l'idea di misurare questo effetto. Egli proposse due metodi. Il primo era di inviare impulsi radar a Venere, e misurare il tempo impiegato per la riflessione a tornare a Terra. Se i segnali passano vicino al Sole, essi saranno ritardati. Il secondo era di usare un satellite artificiale comunicante con la Terra.

Ref. 153 Ref. 154 La prima misura fu pubblicata nel 1968, e confermò direttamente la previsione della relatività generale all'interno degli errori sperimentali. Tutte le successive prove dello stesso tipo, come quella mostrata in figura 57, hanno anche confermato la previsione all'interno di errori sperimentali, che oggi sono dell'ordine di una parte su mille. Il ritardo è stato misurato anche nelle pulsar binarie, poiché ci sono pochi sistemi tali nel cielo per cui la traiettoria si trova quasi esattamente nel piano orbitale.

Ref. 155 In breve, la gravitazione relativistica è confermata anche dal ritardo di tempo delle misurazioni; la gravitazione universale prevede tale effetto. I semplici calcoli qui presentati suggeriscono una sfida: è anche possibile descrivere l'*intera* relatività generale – quindi la gravitazione in campi *forti* – come una variazione della velocità della luce con la posizione e il tempo indotti da massa ed energia?

Sfida 222 na

EFFETTI RELATIVISTICI SULLE ORBITE

L'astronomia consente misurazioni più precise dei moti conosciuti. Ciò vale in particolare per il moto dei pianeti. Quindi, Einstein innanzitutto cercò di applicare i suoi risultati sulla gravitazione relativistica al moto dei pianeti. Cercò deviazioni dei loro movimenti dalle previsioni della gravitazione universale. Einstein trovò tale deviazione: la *precessione del perielio di Mercurio*. L'effetto è mostrato in figura 58. Einstein disse più tardi che nel momento in cui egli scoprì che il suo calcolo per le precessione di Mercurio coincidevano con le osservazioni fu uno dei momenti più felici della sua vita.

Il calcolo non è difficile. In gravitazione universale, le orbite sono calcolate impostando $a_{\text{grav}} = a_{\text{centri}}$, in altre parole, impostando $GM/r^2 = \omega^2 r$ e fissando l'energia ed il momento angolare. La massa del satellite in orbita non figura esplicitamente.

Sfida 221 f

* Un bell'esercizio è quello di dimostrare che la curvatura di una particella lenta fornisce il valore di Soldner, mentre con velocità crescente, il valore della curvatura si avvicina a due volte tale valore. In tutte queste considerazioni, la rotazione della massa è stata trascurata. Come mostra l'effetto di trascinamento, anche la rotazione cambia l'angolo di deviazione; Tuttavia, in tutti i casi studiati sinora, l'influenza è inferiore alla soglia di rilevamento.

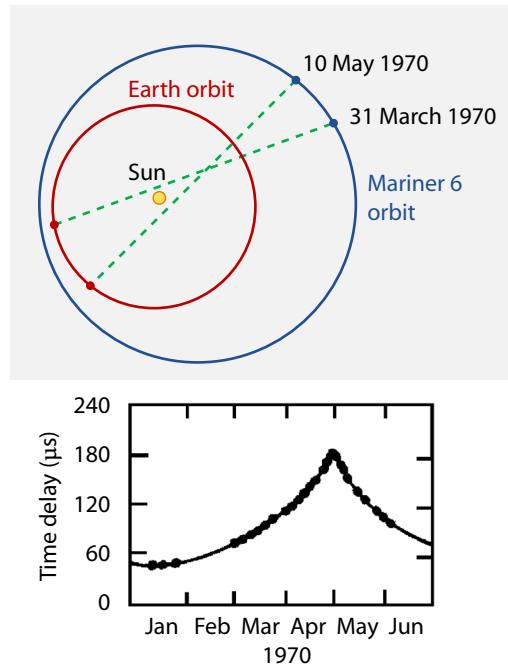


FIGURA 57 Il ritardo nei segnali radio -. uno degli esperimenti di Irwin Shapiro.

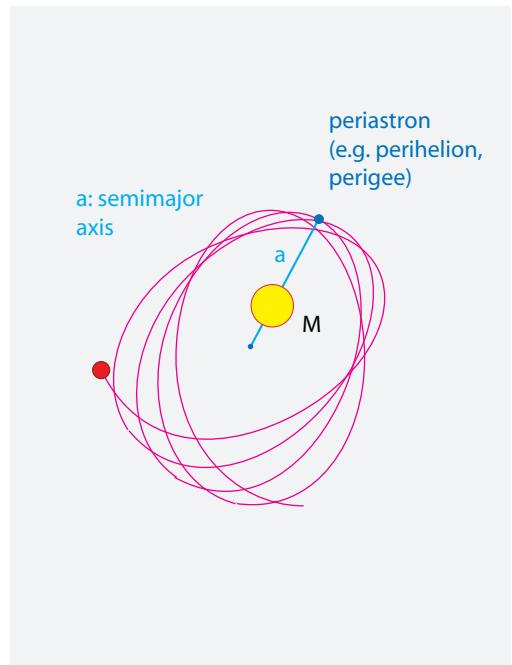


FIGURA 58 L'orbita intorno ad un corpo centrale in relatività generale.

In relatività generale, la massa del satellite orbitante viene fatta sparire ridimensionando energia e momento angolare come $e = E/c^2m$ e $j = J/m$. Successivamente, deve essere inclusa la curvatura dello spazio. Usiamo la mettrica di Schwarzschild (151) di cui sopra per dedurre che la prima condizione per l'energia E , insieme con la sua conservazione, porta ad un rapporto tra tempo proprio τ e tempo t all'infinito:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{e}{1 - 2GM/rc^2}, \quad (155)$$

considerando che la condizione iniziale sul momento angolare j e la sua conservazione implica che

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{j}{r^2}. \quad (156)$$

Queste relazioni sono valide per ogni particella, indipendentemente dalla massa m . Insierendo tutto questo nella mettrica di Schwarzschild, troviamo che il moto di una particella segue

$$\left(\frac{dr}{c d\tau} \right)^2 + V^2(j, r) = e^2 \quad (157)$$

dove l'effettivo potenziale V è dato da

$$V^2(J, r) = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \left(1 + \frac{j^2}{r^2 c^2}\right). \quad (158)$$

Sfida 224 f L'espressione differisce leggermente da quella della gravitazione universale, come si potrebbe voler controllare. Ora dobbiamo risolvere per $r(\varphi)$. Per orbite *circolari* otteniamo *due* possibilità

$$r_{\pm} = \frac{6GM/c^2}{1 \pm \sqrt{1 - 12\left(\frac{GM}{cj}\right)^2}} \quad (159)$$

dove il segno meno dà un'orbita stabile e il segno più una instabile. Se $cj/GM < 2\sqrt{3}$, non esiste alcuna orbita stabile; l'oggetto avrà un impatto con la superficie o, per un buco nero, verrà inghiottito. C'è un'orbita circolare stabile *solamente* se il momento angolare j è più grande di $2\sqrt{3}GM/c$. Quindi troviamo che in relatività generale, a differenza della gravitazione universale, c'è una *più piccola* orbita circolare stabile. Il raggio di questa più piccola uorbita circolare stabile è $6GM/c^2 = 3R_S$.

Qual è la situazione per orbite *ellittiche*? Impostando $u = 1/r$ in (157) e differenziando, l'equazione per $u(\varphi)$ diventa

$$u' + u = \frac{GM}{j^2} + \frac{3GM}{c^2}u^2. \quad (160)$$

Sfida 226 f Senza la correzione non lineare dovuta alla relatività generale nella parte a destra, le soluzioni sono le famose *sezioni coniche*

$$u_0(\varphi) = \frac{GM}{j^2}(1 + \varepsilon \cos \varphi), \quad (161)$$

Vol. I, pag. 195

Sfida 227 f

vale a dire, ellissi, parabole o iperboli. Il tipo di sezione conica dipende dal valore del parametro ε , la cosiddetta *eccentricità*. Conosciamo le forme di queste curve dalla gravitazione universale. Ora, la relatività generale introduce il termine non lineare sul lato destro dell'equazione (160). Pertanto le soluzioni non sono più sezioni coniche; tuttavia, poiché la correzione è piccola, una buona approssimazione è data da

$$u_1(\varphi) = \frac{GM}{j^2} \left(1 + \varepsilon \cos\left(\varphi - \frac{3G^2 M^2}{j^2 c^2} \varphi\right)\right). \quad (162)$$

Le iperboli e parabole della gravitazione universale sono quindi leggermente deformate. Invece di orbite ellittiche si ottiene il famoso percorso rosetta mostrato in figura 58. Tale percorso è soprattutto caratterizzato da uno spostamento del periastro. Il *periastro* o *perielio* nel caso del Sole, è il punto più vicino al corpo centrale raggiunto da un corpo

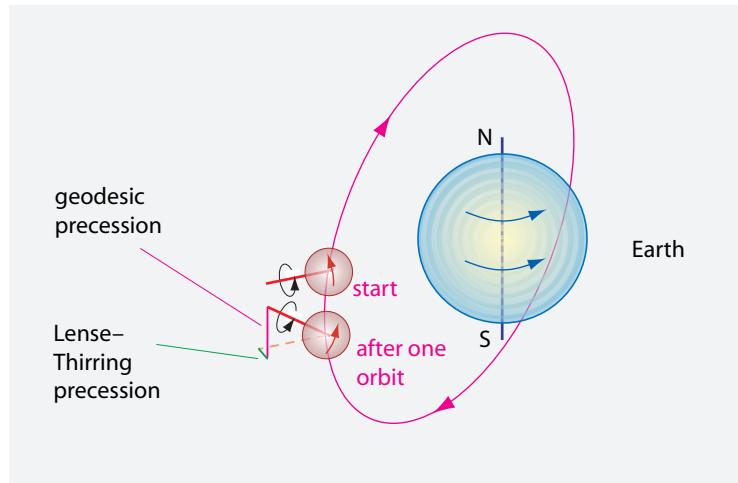


FIGURA 59 L'effetto geodetico.

Sfida 228 f orbitante. Il periastro gira attorno al corpo centrale di un angolo

$$\alpha \approx 6\pi \frac{GM}{a(1 - \varepsilon^2)c^2} \quad (163)$$

per ogni orbita, dove a è il *semiasse maggiore*. Per Mercurio, il valore è $43''$ per secolo. Intorno al 1900, questo è stato l'unico effetto che era inspiegato dalla gravitazione universale; quando il calcolo di Einstein lo portò all'esatto valore, fu traboccante di gioia per molti giorni.

Per essere sicuri circa l'uguaglianza tra calcolo e sperimentazione, tutti gli altri effetti che portano a percorsi rosetta devono essere eliminati. Per qualche tempo, si pensò che il momento di quadrupolo del Sole potesse essere una fonte alternativa di questo effetto; misurazioni successive esclusero questa possibilità.

Ref. 155

Pagina 167

Nel frattempo, lo spostamento del periastro è stato misurato anche per le orbite di Icaro, Venere e Marte intorno al Sole, così come per diversi sistemi stellari binari. Nelle pulsar binarie, lo spostamento del periastro può essere grande come parecchi gradi all'anno. In tutti i casi, l'espressione (163) descrive il moto entro errori sperimentali.

Notiamo che anche l'orbita rosetta stessa non è veramente stabile, a causa della emissione di onde gravitazionali. Ma nel sistema solare, l'energia persa in questo modo è del tutto trascurabile, anche nel corso di migliaia di milioni di anni, come visto sopra, in modo che il percorso rosetta rimane una buona descrizione delle osservazioni.

L'EFFETTO GEODETICO

La gravitazione relativistica ha un ulteriore effetto sui corpi orbitanti, prevista nel 1916 da Willem de Sitter.* Quando un corpo appuntito orbita attorno ad una massa centrale m a distanza r , la *direzione* della punta cambierà dopo un'orbita completa. Questo effetto, mostrato in figura 59, esiste solo in relatività generale. L'angolo α che descrive il cambio

* Willem de Sitter (b. 1872 Sneek, d. 1934 Leiden) fu matematico, fisico e astronomo.

di direzione dopo un'orbita è dato da

$$\alpha = 2\pi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{3Gm}{rc^2}} \right) \approx \frac{3\pi Gm}{rc^2}. \quad (164)$$

Sfida 229 f

Questo cambiamento dell'angolo viene chiamato *effetto geodesico* – ‘geodetico’ in altre lingue. È un’ulteriore conseguenza della scissione in campi gravitoelettrici e gravitomagnetici, come potreste mostrare. Ovviamente, esso non esiste nella gravitazione universale.

Nei casi in cui la punta del corpo orbitante è realizzata da una rotazione intrinseca, come ad esempio un satellite che ruota, l’effetto produce una *precessione geodetica* dell’asse. Così l’effetto è paragonabile all’accoppiamento spin-orbita nella teoria atomica. (L’effetto Thirring–Lense menzionato sotto è analogo all’ accoppiamento spin–spin.)

Ref. 156

Quando Willem de Sitter previde l’effetto geodetico, o precessione geodetica, propose di rilevare che il sistema Terra–Luna cambierebbe la sua direzione di puntamento nella sua caduta intorno al Sole. L’effetto è molto piccolo; per l’asse della Luna l’angolo di precessione è di circa 0.019 arcsec all’anno. L’effetto misurato per la prima volta nel 1987 da un team Italiano per il sistema Terra–Luna, attraverso una combinazione di radio-interferometria e lunar ranging, avvalendosi degli occhi di Gatto, indicati in [figura 60](#), depositati dal Lunokhod e Apollo sulla Luna. Esperimenti per rilevare l’effetto geodetico nei satelliti artificiali sono in corso.

Pagina 54

A prima vista, la precessione geodetica è simile alla precessione di Thomas trovata nella relatività speciale. In entrambi i casi, un trasporto lungo una linea chiusa provoca la perdita della direzione originale. Tuttavia, un’attenta indagine mostra che la precessione di Thomas può essere *aggiunta* alla precessione geodetica applicando alcune aggiuntive, interazioni non gravitazionali, così l’analoga è traballante.

GLI EFFETTI DI THIRRING

Ref. 157, Ref. 158

Nel 1918, il fisico austriaco Hans Thirring pubblicò due nuove, semplici e belle previsioni di moti, di cui una con il suo collaboratore Josef Lense. Nessuno dei due moti appare nella gravitazione universale, ma entrambi appaiono in relatività generale. [figura 61](#) illustra queste previsioni.

Sfida 230 f

Il primo esempio, oggi chiamato *effetto di Thirring*, prevede accelerazioni centrifughe e accelerazioni di Coriolis per le masse all’interno di un guscio di massa rotante. Thirring dimostrò che se una massa a guscio ruota, le masse al suo interno sono attratte verso il guscio. L’effetto è molto piccolo; tuttavia, questa previsione è in netto contrasto con quella della gravitazione universale, dove un guscio di massa sferica – rotante o no – non ha effetto sulle masse al suo interno. Potete spiegare questo effetto utilizzando la figura e l’analogia del materasso?

Il secondo effetto, l’*effetto Thirring–Lense*,* è più famoso. La relatività generale prevede che un pendolo di Foucault oscillante, o un satellite che circola la Terra in un’orbita polare, non rimane precisamente in un piano fisso rispetto al resto dell’universo, ma che la

* Anche se l’ordine degli autori è Lense e Thirring, è consueto (ma non universale) sottolineare l’idea di Hans Thirring mettendo prima lui.

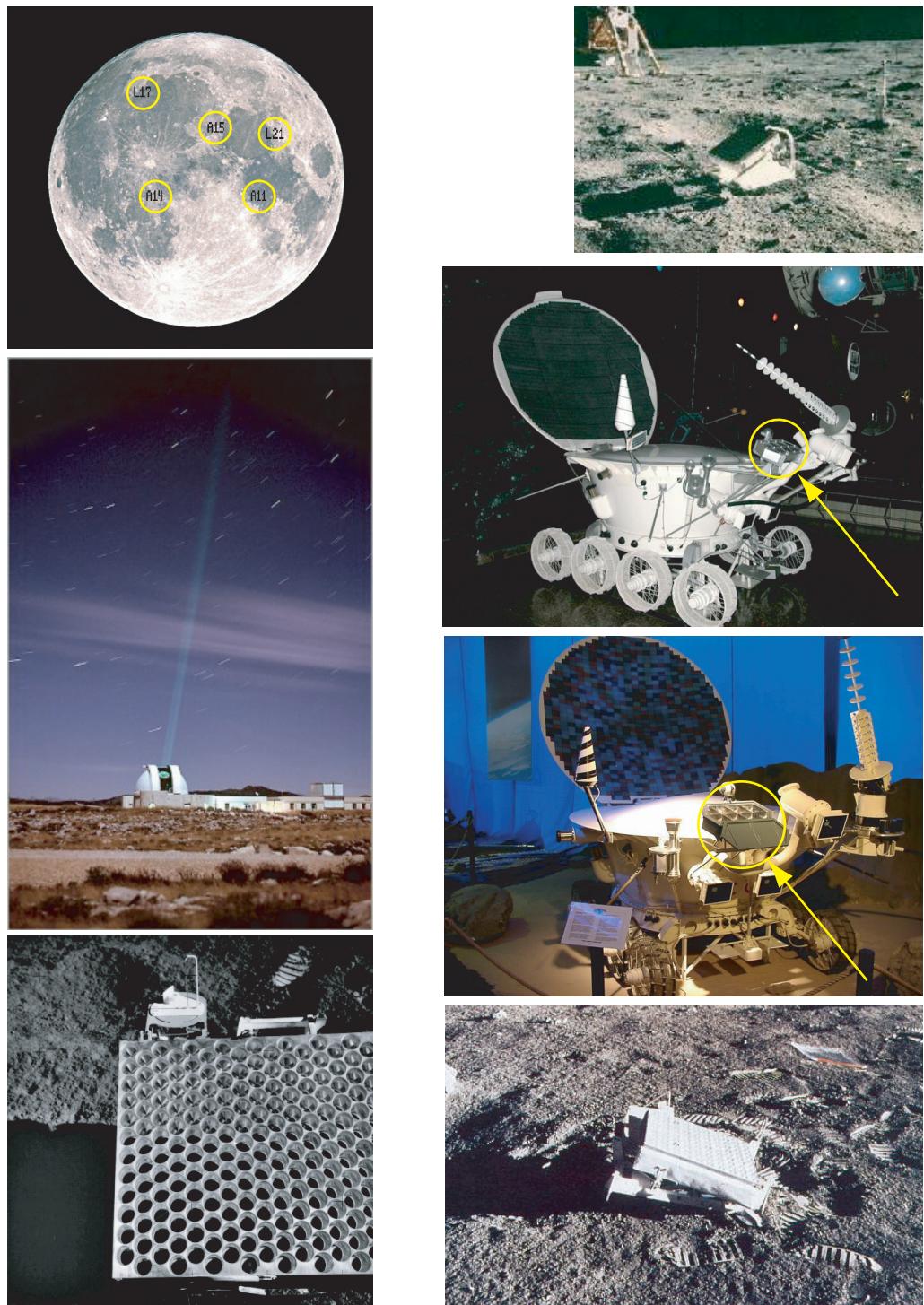


FIGURA 60 I catadiottri lunari depositati da Apollo 11 (in alto a destra), i due Lunokhods (a destra), Apollo 14 (in basso a destra) e Apollo 15 (in basso a sinistra), le loro posizioni sulla Luna (a sinistra in alto) e un telescopio che esegue una misura di distanza laser ((© NASA, Wikimedia, Observatoire de la Côte d'Azur).

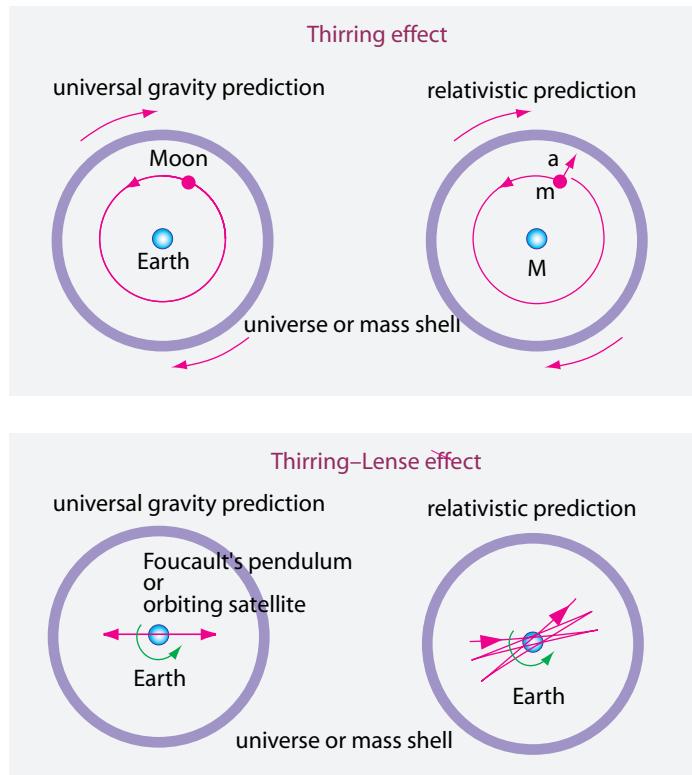


FIGURA 61 L'effetto Thirring e l'effetto Thirring-Lense



FIGURA 62 I satelliti LAGEOS: sfere di metallo con un diametro di 60 cm, una massa di 407 kg, e coperti con 426 catadiotri (per gentile concessione della NASA).

rotazione della Terra trascina il piano con sé un pochino. Questo *effetto di trascinamento*, come l'effetto viene anche chiamato, appare perché la Terra nel vuoto si comporta come una palla ruotante su un materasso schiumoso. Quando una palla o un guscio ruota all'interno della schiuma, trascina in parte la schiuma con sé. Analogamente, la Terra trascina alcuni vuoti con sé, e quindi trasforma il piano del pendolo. Per lo stesso motivo, la rotazione della Terra trasforma il piano di un satellite in orbita.

L'effetto Thirring-Lense o di trascinamento è estremamente piccolo. Potrebbe essere che sia stato misurato per la prima volta nel 1998 da un gruppo italiano guidato da Ignazio Ciufolini, e poi di nuovo dallo stesso gruppo negli anni fino al 2004. Il gruppo

ha seguito il moto di due speciali satelliti artificiali – indicati in [figura 62](#) – costituiti solo da un corpo in acciaio e alcuni occhi di gatto. Il gruppo ha misurato il moto del satellite intorno alla Terra con altissima precisione, facendo uso di impulsi laser riflessi. [Ref. 159](#) Questo metodo ha permesso a questo esperimento di essere relativamente a buon mercato e veloce. Purtroppo, la dimensione degli effetti sistematici e altri motivi implicano che i risultati pubblicati non possono essere affidabili. [Ref. 160](#)

Finora, solo un altro gruppo ha tentato l'esperimento attorno alla Terra. Il satellite per il cosiddetto esperimento Gravity Probe B fu messo in orbita nel 2005, dopo oltre 30 [Ref. 161](#) anni di pianificazione. Questi satelliti erano estremamente complicati e portavano sfere superconduttrici che ruotavano rapidamente. Nonostante i diversi sistemi rotti, nel 2009, l'esperimento ha confermato l'esistenza dell'effetto di trascinamento intorno alla Terra. La valutazione ha confermato le previsioni della relatività generale dentro circa il 25 %. [Ref. 162](#)

Nel frattempo, gli effetti di trascinamento sono stati misurati anche in vari altri sistemi astronomici. Le migliori conferme sono venute dalle pulsar. Le pulsar inviano impulsi radio regolari, ad esempio ogni millisecondo, con estrema precisione. Misurando gli orari esatti quando gli impulsi arrivano sulla Terra, si possono dedurre i dettagli del moto di queste stelle e confermano che tali effetti tenui come gli effetti di trascinamento avvengono realmente. [Ref. 162](#)

GRAVITOMAGNETISMO *

L'effetto-trascinamento, l'effetto geodetico e gli effetti di Thirring possono essere visti come casi particolari di *gravitomagnetismo*. (Mostriremo il collegamento sotto.) Questo approccio alla gravità fu già studiato nel XIX secolo da Holzmüller e molto prima che la relatività generale fosse stata scoperta. L'approccio è diventato popolare di nuovo negli ultimi anni perché è semplice da capire. Come accennato in precedenza, parlare di un *campo* gravitazionale è sempre un'approssimazione. Nel caso della gravità debole, come avviene nella vita quotidiana, l'approssimazione è molto buona. Molti effetti relativistici possono essere descritti in termini di campo gravitazionale, senza utilizzare il concetto di curvatura dello spazio o il tensore metrico. Invece di descrivere la spazio-tempo materasso completo, il modello di campo gravitazionale descrive solo la deviazione del materasso dallo stato piatto, facendo finta che la deviazione sia un'entità separata, chiamato campo gravitazionale. Ma qual è il modo relativisticamente corretto per descrivere il campo gravitazionale?

Possiamo paragonare la situazione all'elettromagnetismo. In una descrizione relativistica dell'elettrodinamica, il campo elettromagnetico ha una componente elettrica ed una magnetica. Il campo elettrico è responsabile per la forza dell'inverso del quadrato di Coulomb. Allo stesso modo, in una descrizione relativistica della gravità (debole), ** il campo gravitazionale ha una componente gravito-elettrica ed una gravito-magnetica. Il campo gravitoelettrico è responsabile per l'inverso del quadrato dell'accelerazione di gravità; quello che noi chiamiamo campo gravitazionale nella vita quotidiana è semplicemente la parte gravitoelettrica dell'intero campo gravitazionale relativistico (debole). [Ref. 164](#), [Ref. 165](#)

* Questa sezione può essere saltata in prima lettura.

** L'approssimazione richiede basse velocità, campi deboli, e distribuzioni localizzate e stazionarie di massa-energia.

Qual è il campo gravitomagnetico? Nell'elettrodinamica, la carica elettrica produce un campo elettrico, e una carica in *moto*, vale a dire, una *corrente*, produce un campo magnetico. Analogamente, in campo gravitazionale relativistico debole, la massa–energia produce il campo gravitoelettrico, e il *moto* della massa–energia produce il campo gravitomagnetico. In altre parole, l'effetto di trascinamento è dovuto ad un effetto gravitomagnetico ed è dovuto alle *correnti* di massa.

Nel caso dell'elettromagnetismo, la distinzione tra campo magnetico ed elettrico dipende dall'osservatore; ciascuno dei due può (parzialmente) essere trasformato nell'altro. Lo stesso accade nel caso della gravitazione. L'elettromagnetismo fornisce una buona indicazione di come si comportano i due tipi di campi gravitazionali; questa intuizione può essere trasferita direttamente alla gravità. Nell'elettrodinamica, il moto $\mathbf{x}(t)$ di una particella carica è descritta dall'equazione di Lorentz

$$m\mathbf{\dot{x}} = q\mathbf{E} + q\mathbf{x} \times \mathbf{B}. \quad (165)$$

In altre parole, la variazione di *velocità* è dovuta al campo elettrico \mathbf{E} , considerando che il campo magnetico \mathbf{B} produce una variazione dipendente dalla velocità della *direzione* della velocità, senza cambiare la velocità stessa. Entrambe le variazioni dipendono dal valore della carica elettrica q . Nel caso della gravità questa espressione diventa

$$m\mathbf{\dot{x}} = m\mathbf{G} + m\mathbf{x} \times \mathbf{H}. \quad (166)$$

Il ruolo della carica viene preso dalla massa. Il ruolo del campo elettrico è preso dal campo gravitoelettrico \mathbf{G} – che noi chiamiamo semplicemente *campo gravitazionale* nella vita quotidiana – e il ruolo del campo magnetico viene preso dal campo gravitomagnetico \mathbf{H} . In questa espressione per il moto già conosciamo il campo gravitoelettrico \mathbf{G} ; esso è dato da

$$\mathbf{G} = \nabla\varphi = \nabla \frac{GM}{r} = -\frac{GM\mathbf{x}}{r^3}. \quad (167)$$

Come al solito, la quantità φ è il potenziale (scalare). Il campo \mathbf{G} è il solito campo gravitazionale della gravitazione universale, prodotto da ogni massa, ed ha la dimensione di un'accelerazione. Le masse sono le fonti del campo gravitoelettrico. Il campo gravitoelettrico obbedisce $\nabla\mathbf{G} = -4\pi G\rho$, dove ρ è la densità di massa. Un campo *statico* \mathbf{G} non ha vortici; esso obbedisce a $\nabla \times \mathbf{G} = 0$.

Non è difficile mostrare che se i campi *gravitoelettrici* esistono, la relatività richiede che anche i campi *gravitomagnetici* debbano ugualmente esistere. Gli ultimi appaiono ogni volta che si cambia da un osservatore in quiete ad uno in moto. (Useremo lo stesso argomento in elettrodinamica.) Una particella che cade perpendicolarmente verso un'asta infinitamente lunga illustra il punto, come mostrato in [figura 63](#). Un osservatore in quiete rispetto all'asta può descrivere l'intera situazione con le sole forze gravitoelettriche. Un secondo osservatore, che si muove lungo l'asta con velocità costante, osserva che la quantità di moto della particella *lungo l'asta* aumenta. Questo osservatore non misura quindi solo un campo gravitoelettrico; egli misura anche un campo gravitomagnetico. Infatti, una massa in moto con velocità \mathbf{v} produce una (3-) accelerazione

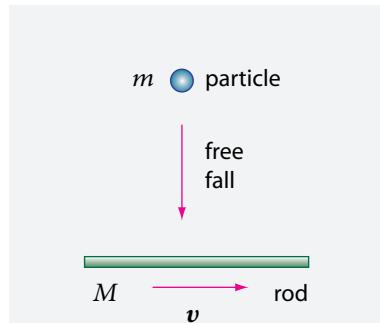


FIGURA 63 La realtà del gravitomagnetismo.

gravitomagnetica su una massa di test m data da

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{v} \times \mathbf{H} \quad (168)$$

Sfida 231 na dove, *quasi* come nell'elettrodinamica, il *campo gravitomagnetico* statico \mathbf{H} obbedisce

$$\mathbf{H} = 16\pi N\rho\mathbf{v} \quad (169)$$

dove ρ è la densità di massa della sorgente del campo e N è una costante di proporzionalità. In natura, non vi sono sorgenti per il campo gravitomagnetico; esso quindi obbedisce $\nabla\mathbf{H} = 0$. Il campo gravitomagnetico ha la dimensione di tempo inverso, come una velocità angolare.

Sfida 232 na Quando viene valutata la situazione in figura 63, troviamo che la costante di proporzionalità N è data da

$$N = \frac{G}{c^2} = 7.4 \cdot 10^{-28} \text{ m/kg}, \quad (170)$$

Sfida 233 s un valore estremamente piccolo. Troviamo così che come nel caso elettrodinamico, il campo gravitomagnetico è più debole del campo gravitoelettrico di un fattore di c^2 . Esso è quindi difficile da osservare. Inoltre, un secondo aspetto rende l'osservazione del gravitomagnetismo ancora più difficile. Al contrario dell'elettromagnetismo, nel caso della gravità non c'è modo di osservare *puri* campi gravitomagnetici (perché?); essi sono sempre mescolati con quelli soliti, gravitoelettrici. Per queste ragioni, gli effetti gravitomagnetici sono stati misurati per la prima volta solo nel 1990. In altre parole, la gravitazione universale è l'approssimazione del campo debole della relatività generale che si verifica quando tutti gli effetti gravitomagnetici vengono trascurati.

In sintesi, *se una massa si muove, produce anche un campo gravitomagnetico*. Come possiamo immaginare il gravitomagnetismo? Diamo uno sguardo al suoi effetti. L'esperimento di figura 63 dimostrò che un regolo in moto ha l'effetto di accelerare leggermente una massa di test nella stessa direzione del suo moto. Nella nostra metafora del vuoto come un materasso, sembra come se un'asta in moto trascini il vuoto con esso, nonché qualsiasi massa di test che appare essere in quella regione. Il gravitomagnetismo appare come *trascinamento di vuoto*. A causa di una diffusa riluttanza a pensare al vuoto

come un materasso, al suo posto è usata l'espressione *effetto di trascinamento*.

In questa descrizione, gli effetti di *tutti gli effetti di trascinamento sono effetti gravitomagnetici*. In particolare, un campo gravitomagnetico appare anche quando una grande massa *ruota*, come nell'effetto Thirring-Lense di [figura 61](#). Per un momento angolare \mathbf{J} il campo gravitomagnetico \mathbf{H} è un campo dipolo; esso è dato da

$$\mathbf{H} = \nabla \times \left(-2 \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{x}}{r^3} \right) \quad (171)$$

esattamente come nel caso elettrodinamico. Il campo gravitomagnetico intorno ad una massa in rotazione ha tre effetti principali.

Prima di tutto, come in elettromagnetismo, una particella di prova con momento angolare \mathbf{S} sente una *coppia* se essa è vicino ad una grande massa rotante con momento angolare \mathbf{J} . Questa coppia di \mathbf{T} è data da

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{S} \times \mathbf{H} . \quad (172)$$

La coppia conduce alla citata *precessione dei giroscopi* o *precessione geodetica*. Per la Terra, questo effetto è estremamente piccolo: al Polo Nord, la precessione ha un angolo conico di 0,6 milli-secondi d'arco e una velocità di rotazione dell'ordine di 10^{-10} volte quella della Terra.

Un secondo effetto di gravitomagnetismo è il seguente. Dal momento che per una coppia abbiamo $\mathbf{T} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{S}$, il campo dipolo di una grande massa rotante con momento angolare \mathbf{J} ha un effetto sulle masse orbitanti. Una massa in orbita sperimenterà *precessione del suo piano orbitale*. Visto dall'infinito otteniamo, per un'orbita con semiasse maggiore a ed eccentricità e ,

$$\mathbf{\Omega} = -\frac{\mathbf{H}}{2} = -\frac{G}{c^2} \frac{\mathbf{J}}{|\mathbf{x}|^3} + \frac{G}{c^2} \frac{3(\mathbf{J} \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^5} = \frac{G}{c^2} \frac{2\mathbf{J}}{a^3(1-e^2)^{3/2}} \quad (173)$$

Sfida 234 na

Sfida 235 na

Ref. 167

che è la previsione di Lense e Thirring. Una sfera omogenea rotante ha un momento angolare dato da $J = \frac{2}{5} M \omega R^2$. L'effetto – analogo all'accoppiamento spin–spin negli atomi – è estremamente piccolo, dando una variazione dell'angolo di soli 8 " per orbita per un satellite vicino alla superficie della Terra. Questo spiega le difficoltà e le polemiche intorno circa tali esperimenti confinati dalla Terra. Come accennato in precedenza, l'effetto è molto più grande nei sistemi pulsar.

Come terzo effetto di gravitomagnetismo, non ancora menzionato, una massa rotante porta ad una *ulteriore precessione del periastro*. Questo è un effetto simile a quello prodotto dalla curvatura dello spazio in masse orbitanti, anche se il corpo centrale non ruota. La rotazione riduce solo la precessione dovuta alla curvatura dello spazio-tempo. Questo effetto è stato pienamente confermato per la famosa pulsar binaria PSR 1913+16, scoperta nel 1974, così come per la 'reale' pulsar doppia PSR J0737-3039, scoperta nel 2003. Quest'ultimo sistema mostra una precessione del periastro di $16.9^\circ/a$, il più grande valore osservato finora.

La suddivisione in effetti gravitoelettrici e gravitomagnetici è quindi un'utile ap-

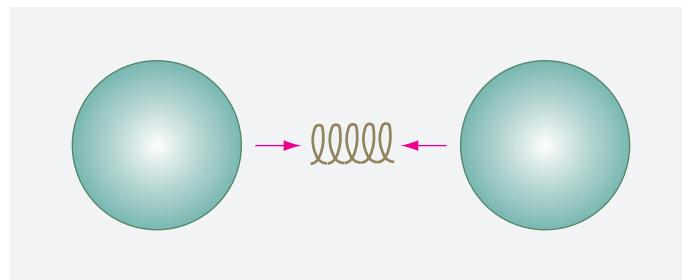


FIGURA 64 Un esperimento Gedanken che mostra la necessità delle onde gravitazionali.

Sfida 236 s

prossimazione della descrizione della gravità. La divisione aiuta anche a rispondere a domande quali: come può la forza di gravità mantenere la Terra in orbita attorno al Sole, se la gravità ha bisogno di 8 minuti per arrivare dal Sole a noi? Soprattutto, la divisione del campo gravitazionale in componenti gravitoelettrici e gravitomagnetici permette una semplice descrizione delle onde gravitazionali.

ONDE GRAVITAZIONALI

Uno delle più fantasiche previsioni della fisica è l'esistenza delle onde gravitazionali. Le onde gravitazionali* dimostrano che lo stesso spazio vuoto ha l'abilità di muoversi e vibrare. L'idea base è semplice. Poiché lo spazio è elastico, come un grande materasso in cui viviamo, lo spazio dovrebbe essere in grado di oscillare sotto forma di onde che si propagano, come un materasso o altro mezzo elastico.

Partendo dalla esistenza di una massima velocità di energia, Jørgen Kalckar and Ole Ref. 168 Ulfbeck hanno dato un semplice ragionamento per la necessità delle onde gravitazionali. Hanno studiato due masse uguali che cadevano verso ciascun'altra sotto l'effetto dell'attrazione gravitazionale, e immaginaroni una molla tra di esse. La situazione è illustrata in figura 64. Tale molla farà rimbalzare le masse verso ciascun'altra ancora e ancora. La molla centrale immagazzina l'energia cinetica dalle masse che cadono. Il valore dell'energia può essere misurato determinando la lunghezza per cui la molla è compressa. Quando la molla si espanderà ancora e scaglierà le masse nello spazio, l'attrazione gravitazionale gradualmente rallenterà le masse, fino a che esse cadono nuovamente verso l'altra, dando inizio di nuovo allo stesso ciclo.

Tuttavia, l'energia immagazzinata nella molla deve essere *più piccola* ad ogni ciclo. Ogni volta che una sfera si stacca dalla molla, essa viene decelerata dalla attrazione gravitazionale dell'altra sfera. Ora, il valore di questa decelerazione dipende dalla distanza all'altra massa; ma poiché non vi è una massima velocità di propagazione, la decelerazione effettiva è data dalla distanza all'altra massa *avuta* quando il suo effetto gravitazionale iniziò verso la seconda massa. Per due masse che partono da ciascun'altra, la distanza effettiva è pertanto leggermente inferiore alla distanza attuale. In breve, mentre partono, la decelerazione reale è *più grande* rispetto a quella calcolata senza prendere in considerazione il ritardo di tempo.

* Ad essere rigorosi, il termine 'onde gravitazionali' ha un significato speciale: le *onde di gravità* sono le onde superficiali del mare, dove la gravità è la forza di richiamo. Tuttavia, in relatività generale, viene usato il termine intercambiabile con 'onde gravitazionali'.

TAVOLA 4 Il predetto spettro delle onde gravitazionali.

FREQUENZA	LUNGHEZZA D'ONDA	NAME	ASPECTO PREVISTO
$< 10^{-4}$ Hz	$> 3 \text{ Tm}$	frequenze estremamente basse	sistemi lenti di stelle binarie, buchi neri supermassivi
$10^{-4} \text{ Hz}-10^{-1}$ Hz	$3 \text{ Tm}-3 \text{ Gm}$	frequenze molto basse	sistemi veloci di stelle binarie, buchi neri massivi, vibrazioni delle nane bianche
$10^{-1} \text{ Hz}-10^2$ Hz	$3 \text{ Gm}-3 \text{ Mm}$	frequenze basse	pulsar binarie, buchi neri medi e leggeri
$10^2 \text{ Hz}-10^5$ Hz	$3 \text{ Mm}-3 \text{ km}$	frequenze medie	supernove, vibrazioni di pulsar
$10^5 \text{ Hz}-10^8$ Hz	$3 \text{ km}-3 \text{ m}$	alte frequenze	sconosciuto; possono essere future sorgenti fatte dall'uomo
$> 10^8$ Hz	$< 3 \text{ m}$		possono essere sorgenti cosmologiche sconosciute

Analogamente, quando una massa ricade verso l'altra, è accelerata dall'altra massa a seconda della distanza che essa aveva quando l'effetto della gravità cominciò a muoversi verso di essa. Pertanto, mentre si avvicina, l'accelerazione è *minore* di quella calcolata senza ritardo di tempo.

Pertanto, le masse arrivano con una energia *più piccola* di quella con cui esse partirono. Ad ogni rimbalzo, la molla viene compressa un po' meno. La differenza tra queste due energie viene persa da ogni massa: l'energia viene tolta dallo spazio-tempo. In altre parole, la differenza di energia è irradiata via come radiazione gravitazionale. La stessa cosa accade con i materassi. Ricordate che una massa deforma lo spazio circostante come una palla di metallo su un materasso deforma la superficie intorno ad essa. (Tuttavia, a differenza dei materassi reali, non c'è attrito tra la sfera e il materasso.) Se due sfere di metallo sbattono ripetutamente una contro l'altra, per poi ripartire di nuovo, fino a quando tornano insieme, invieranno onde di superficie sul materasso. Nel corso del tempo, questo effetto riduce la distanza con cui le due sfere partono l'una dall'altra dopo ogni scontro. Come vedremo tra poco, un effetto simile è già stato misurato; le due masse, invece di essere respinte da una molla, erano orbitanti a vicenda.

Una semplice descrizione matematica delle onde gravitazionali segue dalla scissione in effetti gravitomagnetici e gravitoelettrici. Non ci vuole molto sforzo per estendere la gravitomagnetostatica e la gravitoelettrostatica alla *gravitodinamica*. Proprio come l'elettrodinamica può essere dedotta dall'attrazione di Coulomb col boosting a tutti i possibili osservatori inerziali, la gravitodinamica può essere dedotta dalla gravitazione

Ref. 169

Sfida 237 na universale col boosting ad altri osservatori. Si hanno le quattro equazioni

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{G} &= -4\pi G\rho \quad , \quad \nabla \times \mathbf{G} = -\frac{1}{4} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 \quad , \quad \nabla \times \mathbf{H} = -16\pi N\rho\mathbf{v} + 4 \frac{N}{G} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial t} .\end{aligned}\quad (174)$$

Abbiamo incontrato già due di queste equazioni. Le altre due equazioni sono versioni estese di quelle che abbiamo incontrato, tenendo in conto la dipendenza dal tempo. Fatta eccezione per i diversi fattori di 4, le equazioni per la gravitodinamica sono le stesse come le equazioni di Maxwell per l'elettrodinamica. I fattori aggiuntivi di 4 appaiono perché il rapporto tra momento angolare ed energia (lo 'spin') delle onde gravitazionali è diverso da quello delle onde elettromagnetiche. Le onde gravitazionali hanno spin 2, mentre le onde elettromagnetiche hanno spin 1. Vale la pena ricordare che lo spin della radiazione è una proprietà *classica*. Lo *spin di un'onda* è il rapporto $E/L\omega$, dove E è l'energia, L il momento angolare e ω è la frequenza angolare. Per le onde elettromagnetiche, questo rapporto è uguale a 1; per le onde gravitazionali, esso è 2.

Si noti che, poiché la gravità è universale, può esistere solo un *singolo* tipo di spin 2 di particella radiazione in natura. Ciò è in forte contrasto con il caso di spin 1, di cui ci sono diversi esempi in natura.

Le equazioni di gravitodinamica devono essere integrate dalla definizione dei campi attraverso l'accelerazione che essi producono:

$$m\mathbf{x} = m\mathbf{G} + m\mathbf{x} \times \mathbf{H} . \quad (175)$$

Definizioni con diversi fattori numerici sono anche comuni e quindi portano a fattori numerici diversi nelle equazioni della gravitodinamica.

Sfida 238 na

Le equazioni della gravitodinamica hanno una proprietà semplice: nel vuoto, possiamo dedurne da esse una *equazione d'onda* per la gravitoelettricità ed i campi gravitomagnetici \mathbf{G} e \mathbf{H} . (Non è difficile: provate!) In altre parole, la *gravità può comportarsi come un'onda: la gravità può irradiare*. Tutto questo segue dall'espressione della gravitazione universale applicata ad osservatori in moto, con il requisito che né osservatori né l'energia possono muoversi più velocemente di c . Sia l'argomento sopra che coinvolge la molla ed il presente argomento matematico utilizzano le stesse ipotesi ed arrivano allo stessa conclusione.

Sfida 239 f

Alcune manipolazioni mostrano che la velocità delle onde gravitazionali è data da

$$c = \sqrt{\frac{G}{N}} . \quad (176)$$

Vol. III, pag. 111

Questo risultato corrisponde alla espressione elettromagnetica

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} . \quad (177)$$

La stessa lettera è stata utilizzata per le due velocità, poiché esse sono identiche. Entrambe

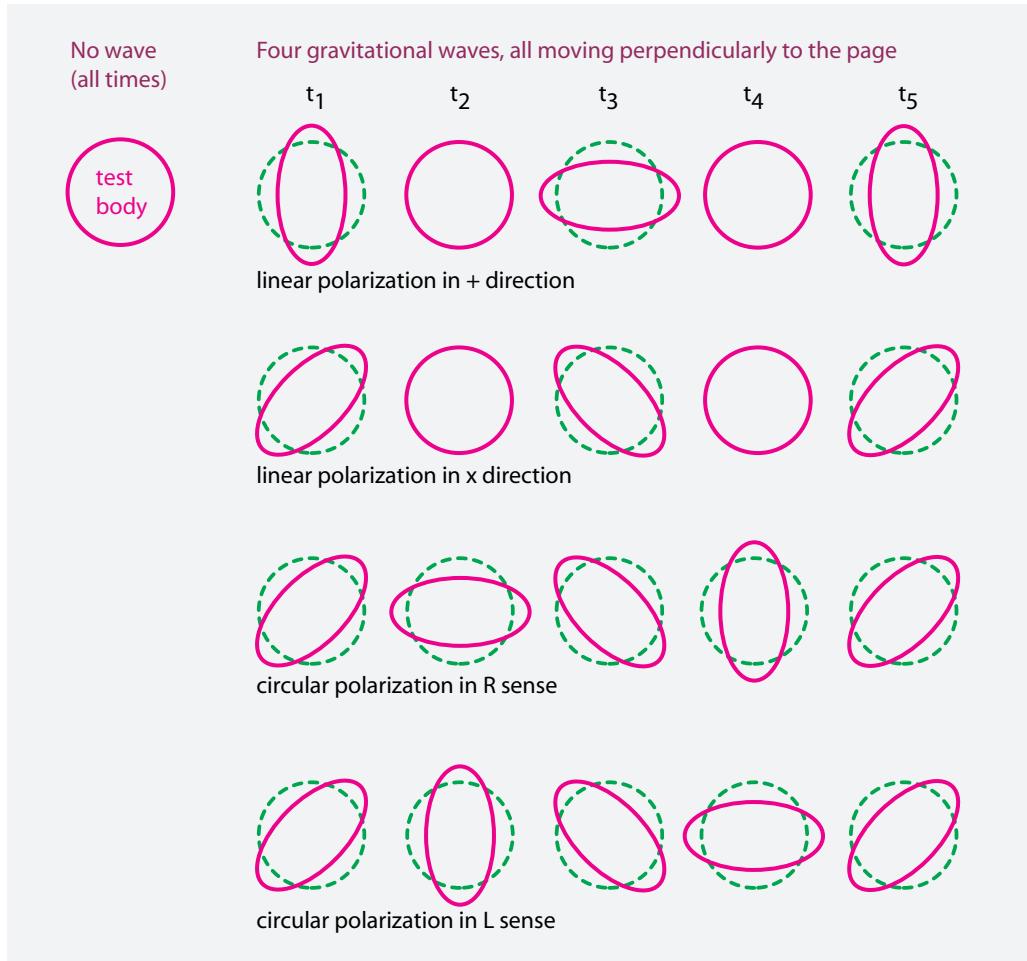


FIGURA 65 Effetti su un corpo circolare o sferico dovuti ad un'onda gravitazionale piana che si muove in una direzione perpendicolare alla pagina.

influenzano i viaggi con la velocità comune a tutta l'energia con massa in quiete nulla. Notiamo che questo è, in senso stretto, una previsione: la velocità delle onde gravitazionali non è ancora stata misurata, nonostante dichiarazioni del contrario.

Ref. 170 Come dovremmo immaginare le onde gravitazionali? Sopra abbiamo detto in modo non accurato che un'onda gravitazionale corrisponde ad un'onda di superficie di un materasso; ora dobbiamo fare meglio e immaginare che viviamo *all'interno* del materasso. Le onde gravitazionali allora si muovono e creano deformazioni oscillanti del materasso, cioè, dello spazio. Come (certe) onde del materasso, si scopre che le onde gravitazionali sono *trasversali*. Così possono essere polarizzate. Infatti, le onde gravitazionali possono essere polarizzate in due modi. Gli effetti di un'onda gravitazionale sono mostrati in figura 65, sia per polarizzazione lineare e circolare.* Prendiamo atto che le onde sono invarianti rispetto alla rotazione di π e che le due polarizzazioni lineari si differenziano di

Ref. 171 * Una onda gravitazionale piana (di piccola ampiezza) che viaggia in direzione z è descritta da una metrica

un angolo $\pi/4$; ciò dimostra che le particelle corrispondenti alle onde, i gravitoni, sono di spin 2. (In generale, il campo di radiazione classico per una particella con spin S è invariante per una rotazione di $2\pi/S$. In aggiunta, le due polarizzazioni lineari ortogonali di una particella con spin S formano un angolo $\pi/2S$. Per il fotone, ad esempio, lo spin è 1; anzi, il suo angolo di rotazione invariante è 2π e l'angolo formato dalle due polarizzazioni è $\pi/2$.)

Se immaginiamo lo spazio vuoto come un materasso che *riempie* lo spazio, le onde gravitazionali sono deformazioni ondeggianti del materasso. Più precisamente, **figura 65** mostra che un'onda di polarizzazione circolare ha le stesse proprietà di un cavatappi che avanza attraverso il materasso. Scopriremo più tardi perché l'analogia tra un cavatappi e un'onda gravitazionale con polarizzazione circolare funziona così bene. Infatti, nell'ultima parte della nostra avventura troveremo un modello specifico di spazio-tempo materasso che incorpora automaticamente le onde cavatappi (invece delle onde con spin 1 indicate dagli ordinari materassi in lattice).

PRODUZIONE E RILEVAZIONE DI ONDE GRAVITAZIONALI

Come si producono le onde gravitazionali? Ovviamente, le masse devono essere accelerate. Ma in che modo esattamente? La conservazione dell'energia vieta alle masse monopolo di variare in energia. Sappiamo anche dalla gravitazione universale che una massa sferica il cui raggio oscilla non emetterebbe onde gravitazionali. Inoltre, la conservazione della quantità di moto vieta a masse dipolo di cambiare.

Di conseguenza, solo i *quadrupolo variabili* possono emettere onde gravitazionali.
*Ad esempio, due masse in orbita intorno ciascun'altra emetteranno onde gravitazionali.

Sfida 240 na

g data dalla

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 + h_{xx} & h_{xy} & 0 \\ 0 & h_{xy} & -1 + h_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (178)$$

dove le sue due componenti, il cui rapporto tra le ampiezze determina la polarizzazione, sono date da

$$h_{ab} = B_{ab} \sin(kz - \omega t + \varphi_{ab}) \quad (179)$$

come in tutte le onde piane armoniche. Le ampiezze B_{ab} , la frequenza ω e la fase φ sono determinati dal sistema fisico specifico. La relazione di dispersione generale per il numero d'onda k derivante dall'equazione d'onda è

$$\frac{\omega}{k} = c \quad (180)$$

e mostra che le onde si muovono alla velocità della luce.

In un'altra misura, un'onda piana può essere scritta come

$$g = \begin{pmatrix} c^2(1 + 2\varphi) & A_1 & A_2 & A_3 \\ A_1 & -1 + 2\varphi & h_{xy} & 0 \\ A_2 & h_{xy} & -1 + h_{xx} & 0 \\ A_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (181)$$

dove φ e A sono i potenziali tali che $\mathbf{G} = \nabla\varphi - \frac{\partial A}{\partial t}$ e $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$.

* Un *quadrupolo* è una disposizione simmetrica, sui *quattro* lati di un quadrato, di quattro poli alternanti. In gravitazione, un monopolo è puntiforme o due masse sferiche, e, poiché le masse non possono essere negative, un quadripolo è formato da *due* monopoli. Una sfera schiacciata, come la Terra, può essere ap-

Sfida 241 na

Inoltre, qualsiasi oggetto rotante che non sia cilindricamente simmetrico intorno al suo asse di rotazione lo farà. Come risultato, la rotazione di un braccio porta a emissione di onde gravitazionali. La maggior parte di queste dichiarazioni si applica anche alle masse nei materassi. Riuscite ad evidenziare le differenze?

Ref. 172 Einstein trovò che l'ampiezza h di onde a distanza r da una sorgente è data, con buona approssimazione, dalla derivata seconda del momento di quadrupolo ritardato D :

$$h_{ab} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} d_{tt} Q_{ab}^{\text{ret}} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} d_{tt} Q_{ab}(t - r/c). \quad (182)$$

Sfida 242 na

Questa espressione indica che l'ampiezza delle onde gravitazionali *diminuisce solo con $1/r$* , contrariamente alle aspettative naturali. Tuttavia, questa caratteristica è la stessa come per le onde elettromagnetiche. Inoltre, il valore del piccolo prefattore, $1.6 \cdot 10^{-44}$ Wm/s, dimostra che sono necessari sistemi veramente giganteschi per produrre cambiamenti del momento di quadrupolo che producano qualsiasi rilevabile variazione di lunghezza nei corpi. Per convincersene, basta inserire un paio di numeri, tenendo presente che i migliori attuali rilevatori sono in grado di misurare cambiamenti di lunghezza fino a $h = \delta l/l = 10^{-19}$. La produzione di onde gravitazionali rilevabili da parte dell'uomo è probabilmente impossibile.

Ref. 122 Le onde gravitazionali, come tutte le altre onde, trasportano energia.* Se si applica la formula generale per la potenza emessa P al caso di due masse m_1 ed m_2 in orbite circolari reciproche a distanza l otteniamo

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{G}{45c^5} \ddot{Q}_{ab}^{\text{ret}} \ddot{Q}_{ab}^{\text{ret}} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 l^4 \omega^6 \quad (183)$$

la quale, usando la relazione di Keplero $4\pi^2 r^3/T^2 = G(m_1 + m_2)$, diventa

$$P = \frac{32}{5} \frac{G^4}{c^5} \frac{(m_1 m_2)^2 (m_1 + m_2)}{l^5}. \quad (184)$$

Ref. 122

Per orbite ellittiche, il tasso aumenta con l'ellitticità, come spiegato nel testo di Goenner. Inserendo i valori per il caso della Terra e del Sole, otteniamo un potenza di circa 200 W, ed un valore di 400 W per il sistema Giove-Sole. Questi valori sono così piccoli che il loro effetto non può essere rilevato affatto.

Sfida 243 na

Per tutti i sistemi orbitanti, la frequenza delle onde è il doppio della frequenza orbitale, come si potrebbe desiderare di controllare. Queste basse frequenze rendono ancora più difficile rilevarle.

Come risultato, l'unica osservazione degli effetti di onde gravitazionali finora è nelle pulsars binarie. Le pulsar sono stelle piccole ma estremamente dense; anche con massa pari a quella del Sole, il loro diametro è soltanto circa 10 km. Pertanto possono orbitare reciprocamente a piccole distanze e alta velocità. Infatti, nel più famoso sistema di pulsar

prossimata dalla somma di un monopolo e un quadrupolo. Lo stesso vale per una sfera allungata.

Vol. III, pag. 93

Ref. 166

* Il gravitomagnetismo permette di definire il vettore di Poynting gravitazionale. È facile da definire ed utilizzare come nel caso dell'elettrodinamica.

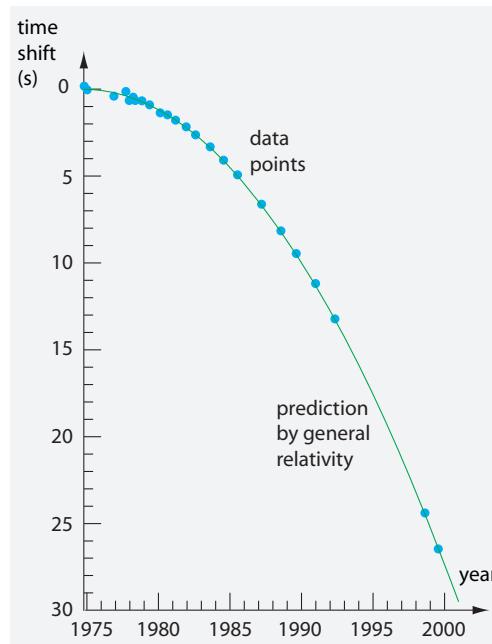


FIGURA 66 Il confronto tra il ritardo di tempo misurato per il periastro della pulsar binaria PSR 1913+16 e la previsione dovuta alla perdita di energia da radiazione gravitazionale.

binarie, PSR 1913+16, le due stelle orbitano una intorno all'altra in uno stupefacente 7.8 h, anche se il loro semiasse maggiore è di circa 700 Mm, poco meno di due volte la distanza Terra–Luna. Poiché la loro velocità orbitale è fino a 400 km/s, il sistema è notevolmente relativistico.

Le pulsar hanno un'utile proprietà: a causa della loro rotazione, emettono impulsi radio estremamente regolari (da qui il loro nome), spesso in periodi di millisecondi. È facile quindi seguire la loro orbita misurando la variazione del tempo di arrivo della pulsazione. In un famoso esperimento, un team di astrofisici guidati da Joseph Taylor* misurò la diminuzione della velocità del sistema di pulsar binario appena menzionato. Eliminando tutti gli altri effetti e raccogliendo dati per 20 anni, essi trovarono una diminuzione della frequenza orbitale, mostrata in figura 66. Il rallentamento è dovuto alla emissione di onde gravitazionali. I risultati si adattano esattamente alla previsione della relatività generale, *senza alcun parametro di regolazione*. (Si potrebbe voler verificare che l'effetto deve essere quadratico nel tempo.) Questo è l'unico caso in cui finora è stata testata la relatività generale fino ad una precisione di $(v/c)^5$. Per avere un'idea della precisione, considerare che questo esperimento rilevò una riduzione del diametro orbitale di 3.1 mm per orbita, o 3.5 m per anno! Le misurazioni sono state rese possibili solo perché le due stelle in questo sistema sono stelle di neutroni di piccole dimensioni, grandi velocità e interazioni puramente gravitazionali. Il periodo di rotazione delle pulsar attorno al proprio asse, circa 59 ms, è noto con undici cifre di precisione, il tempo orbitale di 7.8 h è noto con dieci cifre di precisione e l'eccentricità dell'orbita con sei cifre.

La rilevazione *diretta* è uno degli scopi della relatività generale sperimentale. La gara è iniziata nel 1990. L'idea di base è semplice, come mostrato in figura 67: prendete quattro

Sfida 244 na

Pagina 143

Ref. 173

Ref. 174

Ref. 173

Ref. 122

* Nel 1993 ha condiviso il premio Nobel per la Fisica per il lavoro della sua vita.

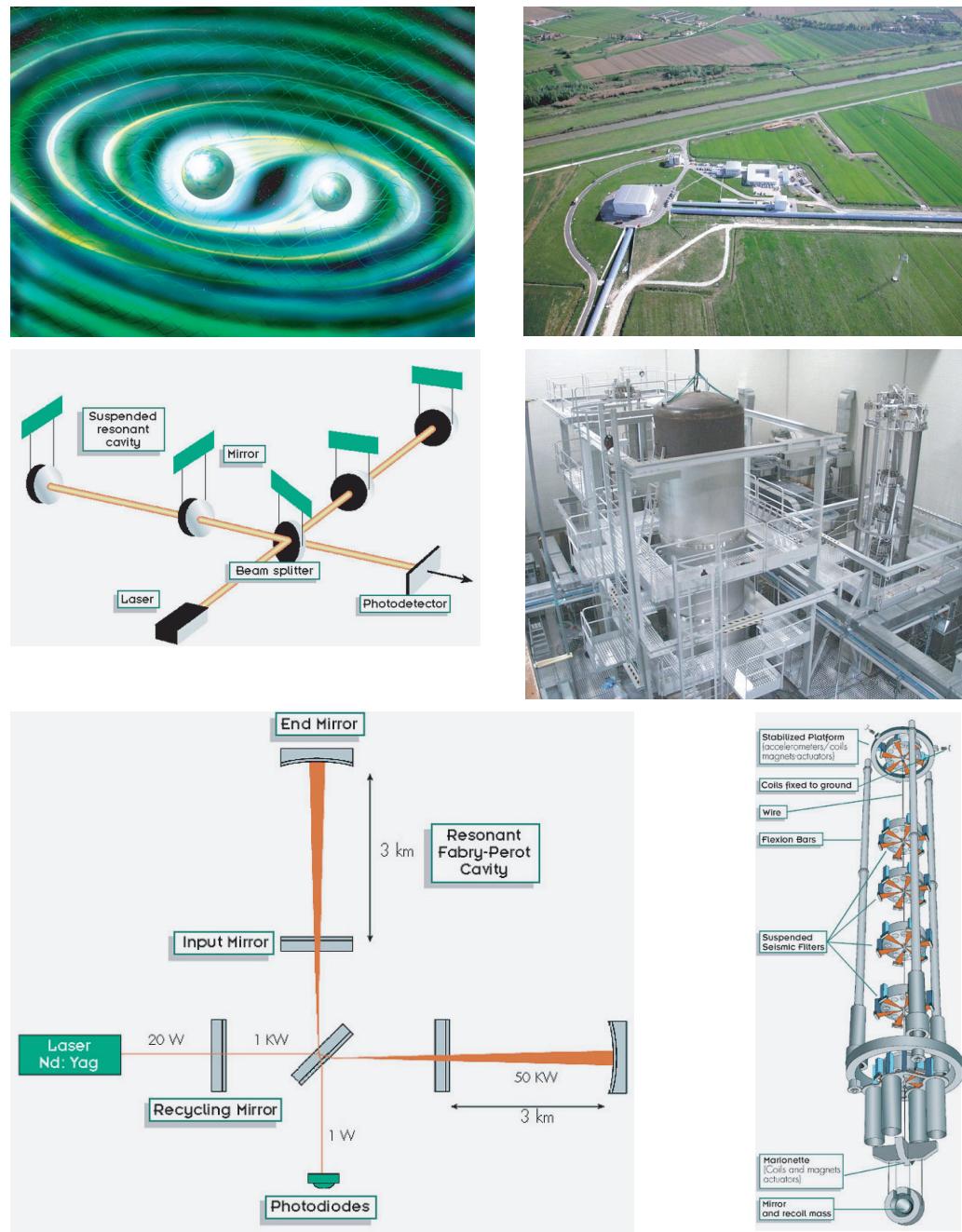


FIGURA 67 Rilevazione di onde gravitazionali: una illustrazione della fusione di due buchi neri che emettono tali onde (in alto a sinistra). Le altre immagini mostrano il rilevatore VIRGO a Cascina, Italia, con uno dei suoi enormi specchi in sospensione, i dettagli delle sospensioni degli specchi, e due disegni dell'interferometro laser (© INFN).

corpi, di solito quattro specchi, per i quali la linea che collega una coppia è perpendicolare alla linea che collega l'altra coppia. Quindi misurate la variazione di distanza di ogni

coppia. Se arriva un'onda gravitazionale, una coppia aumenterà la distanza e l'altra la diminuirà, allo stesso tempo.

Dal momento che le onde gravitazionali rilevabili non possono essere prodotte dagli esseri umani, il rilevamento dell'onda innanzitutto richiede la pazienza di aspettare che arrivi un'onda abbastanza forte. La fusione di due buchi neri potrebbe essere la fonte di tale forte onda gravitazionale, come dimostrato anche in [figura 67](#). In secondo luogo, è necessario un sistema in grado di rilevare cambiamenti di lunghezza dell'ordine di 10^{-22} o meglio – in altre parole, un sacco di soldi. Qualsiasi rilevamento è garantito sarà argomento di news in televisione.* Essenziale per un rilevamento di successo sono le tecniche per eliminare il rumore nel rilevamento del segnale. I migliori esperti mondiali di riduzione del rumore stanno tutti lavorando su rivelatori di onde gravitazionali.

Risulta che anche per un corpo intorno ad un buco nero, solo circa il 6 % della massa a riposo può essere irradiata via come onde gravitazionali; inoltre, la maggior parte dell'energia viene irradiata durante la caduta finale nel buco nero, in modo che solo i processi piuttosto violenti, come le collisioni dei buchi neri, sono buoni candidati come sorgenti di onde gravitazionali rilevabili.

Le onde gravitazionali sono un'area affascinante di studio. Essi forniscono ancora molti argomenti da esplorare. Ad esempio: è possibile trovare un metodo per misurare la loro velocità? Nessuna tale misura è stata raggiunta, nonostante alcuni seri tentativi. Infatti, qualiasi misura che non usa semplicemente due rilevatori distanziati del tipo di [figura 67](#) sarebbe scientificamente sensazionale.

A questo punto rimane aperta un'altra domanda sulle onde gravitazionali: se tutto il cambiamento è dovuto al moto di particelle, come sostennero i Greci, come si inseriscono le onde gravitazionali nella figura? Se le onde gravitazionali fossero fatte di particelle, lo spazio-tempo dovrebbe esserlo anche. Dobbiamo attendere fino alla parte finale della nostra avventura per dire di più.

CURIOSITÀ E DIVERTENTI SFIDE SUI CAMPI DEBOLI

[Sfida 248](#) **s** C'è un campo gravitazionale statico che oscilla nello spazio?

**

[Sfida 247](#) **f** Se esploriamo le opzioni per la velocità delle onde gravitazionali, appare un collegamento interessante. Se la velocità delle onde gravitazionali fosse *più piccola* rispetto alla velocità della luce, corpi in moto che si muovono quasi rapidamente come la velocità della luce, come le particelle dei raggi cosmici, sarebbe rallentati emettendo *radiazione Vavilov-Čerenkov*, fino a quando non raggiungerebbero la velocità più bassa. Questo non viene osservato.

Se d'altra parte, la velocità delle onde gravitazionali fosse *più grande* di quella della luce, le onde non obbedirebbero alla casualità o al secondo principio della termodinamica. In breve, le onde gravitazionali, se esistono, devono propagarsi con la velocità della luce. (Potrebbe anche essere possibile una velocità molto vicina alla velocità della luce.)

[Ref. 175](#)

[Sfida 245](#) **na**

* Il tema delle onde gravitazionali è pieno di interessanti margini collaterali. Ad esempio, le onde gravitazionali possono essere utilizzate per alimentare un razzo? Sì, sostengono Bonnor e Piper. Potreste ponderare le possibilità voi stessi.

* *

Un effetto che disturba i rivelatori di onde gravitazionali sono le maree. Sul rivelatore GEO600 di Hannover, le maree cambiano la distanza degli specchi, intorno 600 m, di 2 μm .

* *

Sfida 249 na

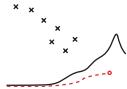
E' possibile che i fasci stretti di onde gravitazionali, siano analoghi ai fasci di luce? Due fasci paralleli di onde gravitazionali si attrarrebbero a vicenda?

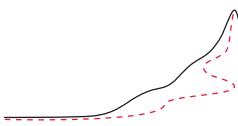
* *

Una differenza tra gravità ed elettromagnetismo è importante. Due cariche uguali si respingono, due masse uguali si attraggono. In termini più elaborati: per lo scambio di particelle di spin 2 (gravitoni), l'effetto della massa può essere raffigurato con il modello materasso. Ciò è possibile perché il segno dell'effetto nel materasso è indipendente dalle altre masse. Al contrario, per l'elettromagnetismo, il segno del potenziale dipende dalle altre cariche elettriche.

SINTESI SU ORBITE ED ONDE

In sintesi, la curvatura dello spazio e spazio-tempo implica che, al contrario che nella gravitazione universale, le orbite non sono chiuse, che gli oggetti orbitanti cambiano orientamento nello spazio, la luce viene effettivamente rallentata vicino alle masse e pertanto deviata da masse più di quanto ingenuamente previsto, e che lo spazio vuoto può propagare le onde gravitazionali. Tutti gli esperimenti effettuati finora confermano queste conclusioni.





CAPITOLO 5

DALLA CURVATURA AL MOTO

Nella descrizione precisa della gravità, il moto dipende dalla curvatura dello spazio-tempo. Al fine di quantificare questa idea, abbiamo prima di tutto bisogno di descrivere con precisione la curvatura stessa. Per chiarire la questione, avvieremo la discussione in due dimensioni, e poi passeremo a tre e quattro dimensioni. Una volta che siamo in grado di esplorare la curvatura, esploriamo la relazione precisa tra curvatura e moto.

COME MISURARE LA CURVATURA IN DUE DIMENSIONI

Ovviamente, un foglio di carta piano non ha alcuna curvatura. Se lo rotoliamo in un cono o un cilindro, si ottiene quella che si chiama *curvatura estrinseca*; però, il foglio di carta appare ancora piano per qualunque animale bidimensionale vivente su di esso – come approssimato da una formica che cammina su di esso. In altre parole, la *curvatura intrinseca* del foglio di carta è zero anche se il foglio come nell'insieme è estrinsecamente curvo.

La curvatura intrinseca è così il concetto più forte, che può essere osservato anche da una formica misurando la curvatura. Notiamo che tutte le superfici intrinsecamente curvate sono anche estrinsecamente curvate. La superficie della Terra, la superficie di un'isola, o le pendici di una montagna ^{**} sono intrinsecamente curvate. Ogni volta che si parla di curvatura nella relatività generale, intendiamo sempre curvatura *intrinseca*, poiché qualsiasi osservatore in natura è per definizione nella stessa situazione di una formica su una superficie: la loro esperienza, le loro azioni e piani concernono sempre i loro dintorni più vicini nello spazio e nel tempo.

Ma come può una formica determinare se vive su una superficie intrinsecamente curva? ^{***} Un modo è mostrato in [figura 68](#). La formica può verificare se la circonferenza di un cerchio porta ad una relazione Euclidea per il raggio misurato. Essa può anche utilizzare la differenza tra quella misurata ed i valori Euclidei come misura per la curvatura intrinseca locale, se essa prende il limite per piccoli cerchi che si annullano e se essa normalizza correttamente i valori. In altre parole, la formica può immaginare di tagliare un piccolo disco intorno al punto su cui si trova, renderlo piatto e verificare se il disco verrebbe distrutto o produce pieghe. Qualsiasi superficie bidimensionale è

Sfida 250 f

^{**} A meno che la montagna abbia la forma di un cono perfetto. Potete confermarlo?

^{***} Notare che la risposta a questa domanda ci dice anche come distinguere la reale curvatura da sistemi curvi di coordinate su uno spazio piatto. Questa domanda viene spesso chiesta da chi si avvicina alla relatività generale per la prima volta.

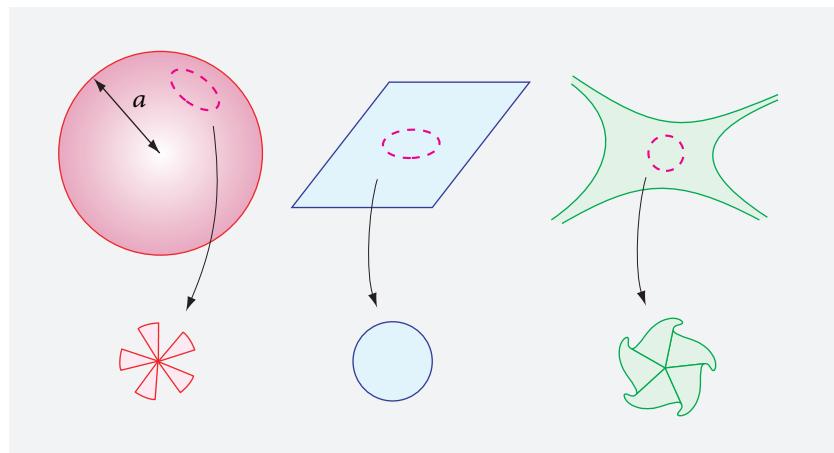


FIGURA 68
Curvatura
positiva, nulla e
negativa in due
dimensioni

intrinsecamente curva quando la stiratuta non è in grado di fare una mappa stradale piangeante fuori di essa. La ‘densità’ di pieghe o strappi è correlata alla curvatura. Le pieghe implicano curvatura intrinseca negativa, gli strappi curvatura positiva.

Sfida 251 Controllare la vostra comprensione: può uno spazio monodimensionale avere curvatura intrinseca? Un toro è intrinsecamente curvo?

In alternativa, possiamo riconoscere la curvatura intrinseca anche controllando se due linee parallele rimangono parallele, avvicinandosi tra loro, o si dipartono da ciascun altra. Su un cilindro di carta, linee parallele rimangono parallele; in questo caso, la superficie è detto di avere curvatura intrinseca *nulla*. Una superficie con parallele che si *avvicinano*, come la Terra, si dice che ha una curvatura intrinseca *positiva*, e una superficie con parallele *divergenti*, come una sella, si dice che ha curvatura intrinseca *negativa*. Parlando semplicemente, la curvatura positiva significa che siamo più limitati nei nostri movimenti, negativa che siamo meno limitati. Una curvatura *costante* implica anche essere bloccati in uno spazio finito. Si potrebbe voler controllare questo con [figura 68](#) e [figura 70](#). Possiamo anche misurare la curvatura intrinseca determinando quanto rapidamente le linee parallele si dipartono o convergono.

Un terzo modo per misurare la curvatura intrinseca delle superfici utilizza triangoli. Su superfici curve la somma degli angoli di un triangolo è maggiore di $n\pi$, cioè, più grande di due angoli retti, per curvatura positiva, e minore di π per curvatura negativa.

Ref. 176 Vediamo nel dettaglio come possiamo *quantificare* e misurare la curvatura delle superfici. Prima una domanda di vocabolario: una sfera di raggio a è detta, per definizione, di avere una curvatura intrinseca $K = 1/a^2$. Pertanto, un piano ha curvatura zero. Si potrebbe verificare che, per un cerchio su una sfera, il raggio r , circonferenza c , ed area A sono correlati da

$$C = 2\pi r \left(1 - \frac{K}{6} r^2 + \dots \right) \quad \text{and} \quad A = \pi r^2 \left(1 - \frac{K}{12} r^2 + \dots \right) \quad (185)$$

dove i puntini implicano termini di ordine superiore. Questo ci permette di definire la curvatura intrinseca K , chiamata anche curvatura *Gaussiana*, per un punto generale su

Pagina 176

Sfida 252

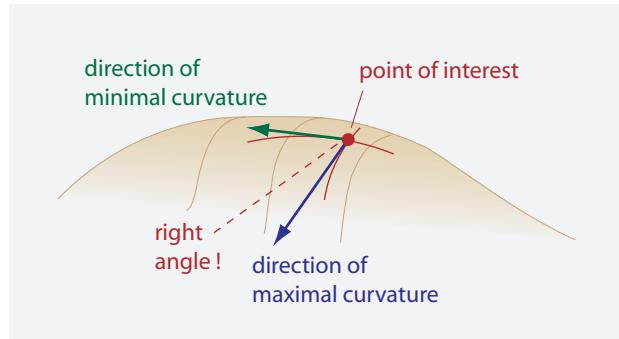


FIGURA 69 Le curvature massima e minima di una superficie sono sempre ad angolo retto tra loro.

una superficie bidimensionale in uno dei seguenti due modi equivalenti:

$$K = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{C}{2\pi r} \right) \frac{1}{r^2} \quad \text{or} \quad K = 12 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{A}{\pi r^2} \right) \frac{1}{r^2}. \quad (186)$$

Queste espressioni consentono ad una formica di misurare la curvatura intrinseca in ogni punto per qualsiasi superficie liscia.*

D'ora in poi in questo testo, la *curvatura* significherà sempre curvatura *intrinseca*, cioè, curvatura Gaussiana e suoi analoghi di dimensioni superiori. Come una formica su una superficie, anche un osservatore nello spazio può rilevare solo la curvatura intrinseca. Pertanto, solo la curvatura intrinseca è di interesse nella descrizione della natura.

Notiamo che la curvatura di una superficie può essere diversa da un luogo all'altro, e che può essere positiva, come un uovo, o negativa, come per la parte di un toro più vicino al foro. Una sella è un altro esempio di curvatura negativa, ma, a differenza del toro, la sua curvatura cambia lungo tutte le direzioni. Infatti, non è affatto possibile adattare una superficie bidimensionale di curvatura negativa costante all'interno dello spazio tridimensionale; abbiamo bisogno di almeno quattro dimensioni per farlo, come si può scoprire se si tenta di immaginare la situazione.

Per qualsiasi superficie, in *ogni* punto, la direzione di massima curvatura e la direzione di curvatura minima sono *perpendicolari* tra loro. Questa relazione, illustrata nella [figura 69](#), fu scoperta da Leonhard Euler nel diciottesimo secolo. Si potrebbe voler controllare questo con una tazza di tè, con una scultura di Henry Moore, o con qualsiasi altro oggetto curvo dell'ambiente circostante, come ad esempio un Maggiolino Volkswagen. La curvatura Gaussiana K definita in (186) è infatti il prodotto dei due corrispondenti raggi di curvatura inversi. Così, anche se la *linea* di curvatura *non* è una proprietà intrinseca, la curvatura Gaussiana lo è.

La curvatura Gaussiana è una proprietà *intrinseca* di una superficie ad ogni punto. Ciò significa, come appena spiegato, che piegando la superficie non modifica il suo valore in

* Se il volume n -dimensionale di una sfera è scritto come $V_n = C_n r^n$ e la sua 'superficie' $(n-1)$ -dimensionale come $O_n = nC_n r^{n-1}$, possiamo generalizzare le espressioni della curvatura a

$$K = 3(n+2) \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{V_n}{C_n r^n} \right) \frac{1}{r^2} \quad \text{or} \quad K = 3n \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{O_n}{nC_n r^{n-1}} \right) \frac{1}{r^2}, \quad (187)$$

Sfida 253 na come indicato da Vermeil. Un famoso enigma è quello di determinare il numero C_n .

ogni punto. Ad esempio, un foglio di carta piano, un foglio arrotolato in un cilindro e un foglio piegato hanno tutti curvatura intrinseca zero. Poiché la curvatura Gaussiana intrinseca di un foglio piano è zero, per ogni foglio piegato, in ogni punto, c'è sempre una linea a curvatura zero. I fogli piegati sono costituiti da linee rette. Questa proprietà segue dalla indipendenza dalla forma della curvatura Gaussiana. Questa proprietà rende i fogli *piegati* – ma non i fogli piani – rigidi contro i tentativi di flessione che cercano di piegare la linea retta. Questa proprietà è la ragione per cui i tubi dritti, i coni e la carta piegata sono strutture particolarmente rigide e leggere. Per lo stesso motivo, il modo migliore per tenere una fetta di pizza è quello di piegarla lungo il raggio centrale.

Anche i tetti a forma di un iperboleoide circolare o di un paraboloide iperbolico sono rigidi ed hanno due linee rette attraverso ogni punto sulla loro superficie. Queste superfici sono fatte di un foglio piano piegato?

In sintesi, la curvatura Gaussiana è una misura della curvatura intrinseca delle superfici bi-dimensionali. Tale misura intrinseca della curvatura è necessaria se siamo costretti a stare e muoverci all'interno della superficie o all'interno dello spazio che stiamo esplorando. Poiché questo vale per tutti gli esseri umani, i fisici sono particolarmente interessati alla curvatura intrinseca, sebbene per più di due dimensioni.

TRE DIMENSIONI: CURVATURA DELLO SPAZIO

Per lo spazio *tridimensionale*, descrivere la curvatura intrinseca è un po' più complesso. Per cominciare, abbiamo difficoltà ad immaginare la situazione, perché di solito associamo la curvatura con la curvatura estrinseca. Infatti, l'unico modo per esplorare la curvatura dello spazio tridimensionale è pensare come la formica su una superficie, e concentrarci sulla curvatura intrinseca. Quindi descriveremo la curvatura tridimensionale utilizzando la curvatura bidimensionale.

Nello spazio tridimensionale curvo, la curvatura Gaussiana di un arbitrario, piccolo disco bidimensionale attorno ad un punto generale dipenderà dall'orientamento del disco. Guardiamo prima il caso più semplice. Se la curvatura Gaussiana in un punto è la stessa per tutti gli orientamenti del disco, il punto si chiama *isotropo*. Possiamo immaginare una piccola sfera intorno a quel punto. In questo caso particolare, in tre dimensioni, la relazione tra il raggio misurato r e l'area della superficie A e il volume V della sfera porta a

$$A = 4\pi r^2 \left(1 - \frac{K}{3}r^2 + \dots\right) \quad \text{and} \quad V = \frac{4\pi}{3}r^3 \left(1 - \frac{K}{5}r^2 + \dots\right), \quad (188)$$

dove K è la curvatura di un punto isotropo. Questo porta a

$$K = 3 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{A}{4\pi r^2}\right) \frac{1}{r^2} = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r - \sqrt{A/4\pi}}{r^3} = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r_{\text{excess}}}{r^3}, \quad (189)$$

dove abbiamo definito il *raggio eccedente* come $r_{\text{excess}} = r - \sqrt{A/4\pi}$. Troviamo così che

- ▷ Per uno spazio tridimensionale, la curvatura media è sei volte il raggio eccedente di una piccola sfera diviso per il cubo del raggio.

Sfida 256 s

Sfida 257 na

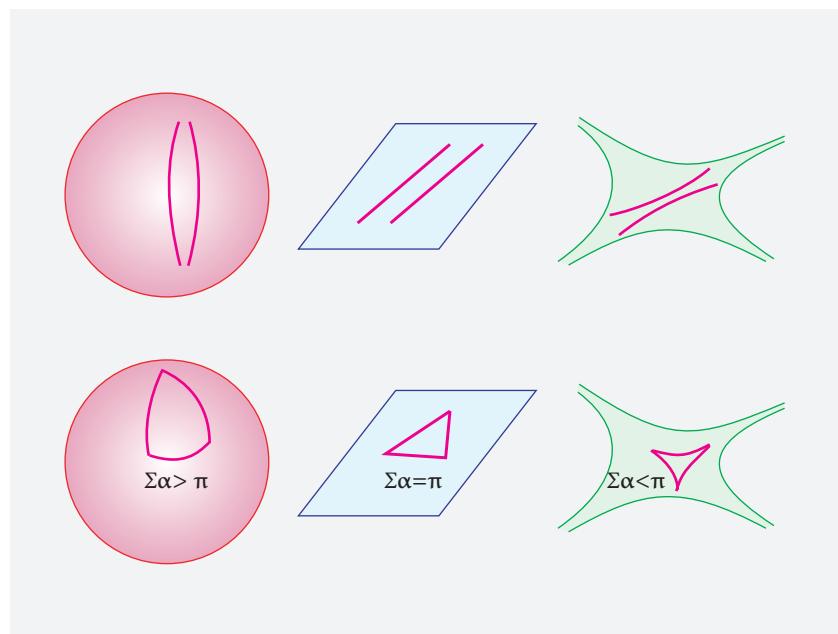


FIGURA 70
Curvatura positiva, nulla e negativa (in due dimensioni) illustrata con il corrispondente comportamento geodetico e la somma degli angoli in un triangolo.

Una curvatura positiva è equivalente ad un raggio eccedente positivo, e analogamente per casi nulli e negativi. La curvatura *media* in un punto è la curvatura calcolata applicando la definizione con una piccola sfera ad un arbitrario punto non isotropo.

Per un punto non isotropo nello spazio tridimensionale, il valore della curvatura Gaussiana determinato con un disco bidimensionale dipenderà dall'*orientamento* del disco. Infatti, esiste una relazione tra tutte le possibili curvature del disco in un dato punto; prese insieme, esse devono formare un tensore. (Perché?) In altre parole, i valori della curvatura Gaussiana definiscono un ellissoide ad ogni punto. Per una descrizione completa della curvatura, dobbiamo così precisare, come per qualsiasi tensore in tre dimensioni, i principali valori di curvatura Gaussiana in tre direzioni ortogonali, corrispondenti ai principali tre assi dell'ellissoide.*

Quali sono i valori di curvatura per lo spazio tridimensionale intorno a noi? Già nel 1827, il matematico e fisico Carl-Friedrich Gauß** si dice che abbia verificato se i tre

* Tuttavia questi tre valori del disco non sono indipendenti, dal momento che insieme, essi devono dare il volume medio di curvatura K appena citato. In totale, ci sono quindi *tre* scalari indipendenti che descrivono la curvatura in tre dimensioni (ad ogni punto). Utilizzando il tensore metrico g_{ab} e il tensore di Ricci R_{ab} da introdurre sotto, una possibilità è quella di prendere per i tre numeri indipendenti i valori $R = -2K$, $R_{ab}R^{ab}$ and $\det R / \det g$.

** Carl-Friedrich Gauß (b. 1777 Braunschweig, d. 1855 Göttingen), insieme con Eulero, fu il più importante matematico di tutti i tempi. (Il suo nome è scritto ‘Gauss’ nei testi in lingua inglese). Un famoso bambino prodigo, quando aveva 19 anni, costruì l'heptadecagono regolare con compasso e righello (vedi www.mathworld.wolfram.com/Heptadecagon.html). Era così orgoglioso di questo risultato che mise un disegno della figura sulla sua tomba. Gauss produsse molti risultati nella teoria dei numeri, la topologia, la statistica, l'algebra, i numeri complessi e la geometria differenziale che fanno parte della matematica moderna e portano il suo nome. Tra le sue molte realizzazioni, produsse una teoria della curvatura e sviluppò la geometria non Euclidea. Egli lavorò anche sull'elettromagnetismo e l'astronomia.

angoli formati da tre picchi di montagne vicino al suo luogo di residenza arrivando fino a π . Oggi sappiamo che la deviazione δ dall'angolo π sulla superficie di un corpo di massa m e raggio r è data da

$$\delta = \pi - (\alpha + \beta + \gamma) \approx -A_{\text{triangle}} K = A_{\text{triangle}} \frac{GM}{r^3 c^2} . \quad (190)$$

Questa espressione è tipica delle geometrie iperboliche. Per il caso di curvatura matematica negativa K , la prima uguaglianza fu dedotta da Johann Lambert.* L'ultima equazione venne solo un secolo e mezzo dopo, ed è dovuta ad Einstein, che rese chiaro che la curvatura negativa di K dello spazio intorno a noi è correlata alla massa e alla gravitazione di un corpo. Per il caso della Terra e le tipiche distanze di montagna, l'angolo δ è dell'ordine di 10^{-14} rad. Gauss non aveva alcuna possibilità di rilevare qualsiasi deviazione, e infatti non ne rilevò nessuna. Ancora oggi, gli studi con i laser e apparati ad alta precisione non hanno rilevato ancora nessuna deviazione – sulla Terra. Il fattore di proporzionalità che determina la curvatura dello spazio-tempo sulla superficie della Terra è semplicemente troppo piccolo. Ma Gauss non lo sapeva, come facciamo noi oggi, che gravità e curvatura vanno di pari passo.

LA CURVATURA DELLO SPAZIO-TEMPO

“Notre tête est ronde pour permettre à la pensée de changer de direction.”**

Francis Picabia

In natura, con *quattro* dimensioni spazio-temporali, specificare la curvatura richiede un approccio più complicato. Prima di tutto, l'uso di coordinate spazio-temporali introduce automaticamente la velocità della luce c come limite di velocità. Inoltre, essendo il numero di dimensioni quattro, ci aspettiamo diversi tipi di curvatura: ci aspettiamo un valore per una curvatura media in un punto, definito confrontando il 4-volume di una 4-sfera nello spazio-tempo con quella dedotta dal raggio misurato; quindi ci aspettiamo una serie di curvature ‘quasi medie’ definite da 3-volumi di 3-sfere in vari orientamenti, più un insieme di ‘basso livello’ di curvature definito da usuali 2-aree di usuali 2-dischi in ancora più orientamenti. Ovviamente, abbiamo bisogno di mettere ordine per generare questo insieme.

Fortunatamente, la fisica può contribuire a rendere più semplice la matematica. Iniziamo col definire cosa si intende per curvatura dello spazio-tempo. Per raggiungere questo obiettivo, si usa la definizione di curvatura [figura 70](#). Come mostrato nella figura, la curvatura K descrive inoltre come *divergono* o *convergono* le geodetiche.

Gauss era un personaggio difficile, lavorò sempre per sé stesso, e non fondò una scuola. Pubblicò poco, poiché il suo motto era: *pauca sed matura*. Di conseguenza, quando un altro matematico pubblicava un nuovo risultato, egli produceva regolarmente un quaderno in cui aveva notato lo stesso risultato già anni prima. Questi famosi quaderni sono ora disponibili online all'indirizzo www.sub.uni-goettingen.de.

* Johann Lambert (1728-1777), matematico svizzero, fisico e filosofo. Tra i molti successi, dimostrò l'irrationalità di π ; anche diverse leggi dell'ottica sono chiamate dopo di lui.

** ‘La nostra testa è rotonda per permettere ai nostri pensieri di cambiare direzione’. Francis Picabia (b. 1879 Paris, d. 1953 Paris) pittore dadaista e surrealista.

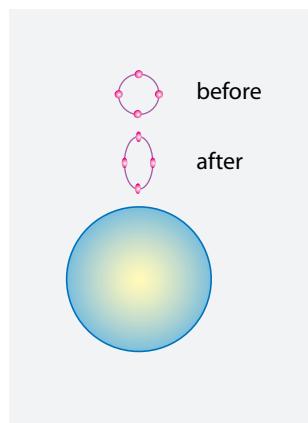


FIGURA 71 Gli effetti di marea misurano la curvatura dello spazio-tempo.

Sfida 259 f

Le geodetiche sono i percorsi più diritti su una superficie, cioè, quei percorsi che una piccola auto o triciclo seguirebbero se guidassero sulla superficie mantenendo il volante dritto. A livello locale, le geodetiche vicine sono linee parallele. Se due geodetiche vicine sono in uno spazio curvo, la loro separazione s cambierà lungo le geodetiche. Questo accade poiché

$$\frac{d^2s}{dl^2} = -Ks + \text{ordini superiori} \quad (191)$$

dove l misura la lunghezza lungo la geodetica. Qui, K è la curvatura locale, in altre parole, l'inverso del quadrato del raggio di curvatura. Nel caso dello spazio-tempo, questa relazione viene estesa sostituendo il tempo proprio τ (volte la velocità della luce) per la lunghezza corretta. Così la separazione e la curvatura sono legate da

$$\frac{d^2s}{d\tau^2} = -Kc^2s + \text{ordini superiori}. \quad (192)$$

Vol. I, pag. 198

Ma questa è la definizione di una accelerazione! Nello spazio-tempo, le geodetiche sono i percorsi seguiti dalle particelle in caduta libera. In altre parole, ciò che nel caso puramente spaziale è descritto dalla *curvatura*, nel caso dello spazio-tempo diventa l'*accelerazione relativa* di due particelle vicine in caduta libera. In effetti, abbiamo già incontrato queste accelerazioni: esse descrivono gli effetti di marea. In breve, la curvatura dello spazio-tempo e gli effetti di marea sono esattamente uguali.

Ovviamente, l'entità degli effetti di marea, e quindi di curvatura, dipenderanno all'orientamento – più precisamente l'orientamento del piano spazio-tempo formato dalle velocità delle due particelle. [figura 71](#) mostra che il segno degli effetti di marea, e quindi il segno della curvatura, dipende dall'orientamento: le particelle sopra ciascun altra divergono, le particelle fianco a fianco convergono.

Sfida 260 na

Ref. 178

La definizione di curvatura implica anche che K è un tensore, in modo che poi dovremo aggiungere indici ad esso. (Quanti?) Il divertimento è che possiamo evitare gli indici per un po', cercando ad una speciale combinazione di curvature spaziali. Se prendiamo tre piani nello spazio, tutti ortogonali tra loro e si intersecano in un dato punto, la

Sfida 261 na

somma di queste tre cosiddette curvature *sezionali* *non* dipende dall'osservatore. (Questo corrisponde alla traccia di tensore.) Potete confermarlo, utilizzando la definizione della curvatura appena data?

Sfida 262 na

La somma delle tre curvature sezionali definite per piani mutuamente ortogonali $K_{(12)}$, $K_{(23)}$ e $K_{(31)}$, è legata al raggio eccedente sopra definito. Potete scoprire come?

Sfida 263 f

Se una superficie ha curvatura *costante*, cioè, la stessa curvatura in tutti le posizioni, gli oggetti geometrici possono essere spostati senza deformarsi. Riuscite ad immaginarlo?

Ref. 179

In sintesi, la curvatura dello spazio-tempo è un concetto intuitivo che descrive come è deformato lo spazio-tempo. La curvatura locale dello spazio-tempo è determinata seguendo il moto delle particelle vicine in caduta libera. Se immaginiamo lo spazio (-tempo) come un materasso, una grande goccia di gomma al cui interno viviamo, la curvatura in un punto descrive come questo materasso è schiacciato in quel punto. Poiché viviamo *all'interno* del materasso, abbiamo bisogno di usare metodi 'dentro', come le curvature dei raggi eccedenti e sezionali, per descrivere la deformazione.

La relatività generale sembra spesso difficile da imparare, perché alla gente non piace pensare al vuoto come un materasso, e tanto meno di spiegarla in questo modo. Ricordiamo che per un centinaio di anni, è un dogma per ogni fisico dire che il vuoto è vuoto. Ciò rimane vero. Tuttavia, immaginando il vuoto come un materasso, o come una sostanza, aiuta in molti modi a capire la relatività generale.

LA CURVATURA MEDIA ED IL MOTO NELLA RELATIVITÀ GENERALE

Una metà della relatività generale è la dichiarazione che ogni oggetto si muove lungo geodetiche, vale a dire, lungo sentieri di *massimo* tempo proprio. L'altra metà è contenuta in una sola espressione: per *ogni* osservatore, la somma di tutte e tre le curvature sezionali *proprie spaziali* in un punto, la curvatura media, è data da

$$K_{(12)} + K_{(23)} + K_{(31)} = \frac{8\pi G}{c^4} W^{(0)} \quad (193)$$

dove $W^{(0)}$ è la densità di energia *propria* in corrispondenza del punto. Gli indici più bassi indicano le curvature miste definite dalle tre direzioni ortogonali 1, 2 e 3. Questo è tutto della relatività generale in un paragrafo.

Sappiamo che lo spazio-tempo è curvo attorno a massa ed energia. L'espressione (193) specifica *quanta* massa ed energia curvano lo spazio. Notiamo che il fattore sul lato destro è 2π diviso per la massima forza.

Sfida 264 f

Una descrizione equivalente è facilmente reperibile usando il raggio eccedente sopra definito, introducendo la massa $M = VW^{(0)}/c^2$. Per l'area di superficie A del volume sferico V contenente la massa, otteniamo

$$r_{\text{excess}} = r - \sqrt{A/4\pi} = \frac{G}{3c^2} M. \quad (194)$$

In breve, la relatività generale afferma che per ogni osservatore, *il raggio eccedente di una*

piccola sfera è dato dalla massa all'interno della sfera.*

Si noti che entrambe le descrizioni implicano che la curvatura media dello spazio ad un punto nello spazio *vuoto* si annulla. Come vedremo tra poco, questo significa che vicino a una massa sferica il negativo della curvatura *verso* la massa è pari al doppio della curvatura *attorno* alla massa; la somma totale è quindi zero.

La curvatura differisce da punto a punto. In particolare, le due descrizioni implicano che se l'energia *si muove*, la curvatura si muoverà con essa. In breve, entrambe curvatura dello spazio e, come vedremo tra poco, la curvatura dello spazio-tempo *cambiano* nello spazio e nel tempo.

Sfida 265 na

Notiamo in conclusione che la curvatura ha un effetto fastidioso: la velocità relativa di osservatori *lontani* non è definita. Potete fornire un argomento? Nello spazio curvo, la velocità relativa è definita solo per oggetti *vicini* – in realtà solo per oggetti ad alcuna distanza. Le velocità relative di oggetti lontani sono ben definite solo nello spazio piatto.

Le quantità che compaiono nell'espressione (193) sono *indipendenti* dell'osservatore. Ma spesso la gente vuole usare quantità dipendenti dall'osservatore. La relazione allora diventa più complicata; la singola equazione (193) deve essere estesa a dieci equazioni, chiamate *equazioni di campo di Einstein*. Saranno introdotte sotto. Ma prima di farlo, si provvederà a controllare che la relatività generale abbia un senso. Si tralascia il controllo che essa contiene la relatività speciale come caso limite, e passiamo direttamente alla prova principale.

LA GRAVITAZIONE UNIVERSALE

“ L'unica ragione che mi tiene qui è la gravità. ”
Anonymous

Sfida 266 f

Per piccole velocità e bassi valori di curvatura, le curvature *temporali* $K_{(0j)}$ risultano avere una proprietà speciale. In questo caso, esse possono essere definite come derivate seconde spaziali di una singola funzione scalare di φ . In altre parole, in situazioni quotidiane possiamo scrivere

$$K_{(0j)} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial (x^j)^2} . \quad (196)$$

In situazioni di tutti i giorni, questa approssimazione è eccellente, e la funzione φ risulta essere il potenziale gravitazionale. Infatti, basse velocità e bassa curvatura implicano che possiamo impostare $W^{(0)} = \rho c^2$ e $c \rightarrow \infty$, in modo da ottenere

$$K_{(ij)} = 0 \quad \text{and} \quad K_{(01)} + K_{(02)} + K_{(03)} = \Delta \varphi = 4\pi G \rho . \quad (197)$$

In altre parole, per piccole velocità, lo spazio è piatto e il potenziale φ obbedisce all'equazione di Poisson. La gravitazione universale è dunque davvero il limite per bassa

Ref. 180

* Un'altra formulazione equivalente è che per piccoli raggi l'area A è data da

$$A = 4\pi r^2 \left(1 + \frac{1}{9} r^2 R \right) \quad (195)$$

dove R è lo scalare di Ricci, da introdurre in seguito.

velocità e bassa curvatura della relatività generale.

Sfida 267 na

Potete dimostrare che la relazione (193) tra la curvatura e la densità di energia anzi implica, in una approssimazione più precisa, che il tempo vicino ad una massa dipende dall'altezza, come menzionato prima?

Pagina 124

LA METRICA DI SCHWARZSCHILD

Ref. 178

Qual è la curvatura esatta dello spazio-tempo in prossimità di una massa sferica? La risposta è stata data nel 1915 da Karl Schwarzschild, che calcolò il risultato durante il suo servizio militare nella prima guerra mondiale. Einstein allora chiamò la soluzione dopo di lui.

Pagina 132

In coordinate sferiche l'elemento linea è

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - r^2 d\phi^2. \quad (198)$$

Sfida 268 na

La curvatura della metrica di Schwarzschild è quindi di

$$\begin{aligned} K_{r\phi} = K_{r\theta} &= -\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} & \text{and} & \quad K_{\theta\phi} = 2 \frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \\ K_{t\phi} = K_{t\theta} &= \frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} & \text{and} & \quad K_{tr} = -2 \frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \end{aligned} \quad (199)$$

Ref. 178

Vol. I, pag. 198

Sfida 269 na

ovunque. La dipendenza da $1/r^3$ deriva dalla dipendenza generale di tutti gli effetti di marea; li abbiamo già calcolati nel capitolo sulla gravitazione universale. I fattori G/c^2 sono dovuti alla massima forza di gravità. Solo i prefattori numerici devono essere calcolati dalla relatività generale. La curvatura media ovviamente si azzera, come fa per tutti i punti nel vuoto. Come atteso, i valori delle curvature vicino alla superficie della Terra sono estremamente piccoli.

CURIOSITÀ E DIVERTENTI SFIDE SULLA CURVATURA

“ Il faut suivre sa pente, surtout si elle monte. * ”
André Gide

Sfida 270 f

Una mosca è atterrata sulla parte esterna di un bicchiere cilindrico 1 cm sotto il suo bordo. Una goccia di miele si trova a metà strada intorno al vetro, anche all'esterno, 2 cm sotto il bordo. Qual è la distanza più breve dalla mosca alla goccia? Qual è la distanza più breve se la goccia è *all'interno* del vetro?

* *

Sfida 271 f

Dove sono i punti di maggiore e minore curvatura Gaussiana su un uovo?

* 'Uno deve seguire la propria inclinazione, specialmente se essa sale verso l'alto.'

CURVATURA TRIDIMENSIONALE : IL TENSORE DI RICCI *

“ Jeder Straßenjunge in unserem mathematischen Göttingen versteht mehr von vierdimensionaler Geometrie als Einstein. Aber trotzdem hat Einstein die Sache gemacht, und nicht die großen Mathematiker.

David Hilbert**

Adesso che abbiamo un sentimento per la curvatura, descriviamola in modo che permetta a *qualsiasi* osservatore di parlare con *qualsiasi altro* osservatore. Purtroppo, ciò significa usare le formule con i tensori. Queste formule appaiono scoraggianti. La sfida è quella di vedere in ognuna delle espressioni il punto essenziale (ad esempio dimenticando tutti gli indici per un po') e non essere distratti da tutte quelle piccole lettere cosparse sopra di loro.

Abbiamo detto prima che uno spazio-tempo 4-dimensionale è descritto da 2-curvatura, 3-curvatura e 4-curvatura. Molte introduzioni alla relatività generale iniziano con la 3-curvatura. La 3-curvatura descrive la distinzione tra il 3-volume calcolato da un raggio e il 3-volume reale. I dettagli sono descritti dal *tensore di Ricci*.

*** Esplorando la deviazione geodetica, si scopre che il tensore di Ricci descrive come la forma di una nube sferica di particelle in caduta libera – una nuvola di caffè – è deformata lungo il suo percorso. Più precisamente, il tensore di Ricci R_{ab} è (la formulazione precisa del) secondo tempo (proprio) derivativo del volume della nuvola diviso per il volume della nuvola. Nel vuoto, il volume di tale nuvola di caffè in caduta rimane sempre costante, e questo nonostante la deformazione dovuta alle forze di marea. figura 71 mostra che la gravitazione non cambia i volumi della nuvola di caffè. In breve, il tensore di Ricci è la versione generale-relativistica del potenziale Laplaciano $\Delta\phi$, o meglio, di $\square\phi$.

PagRef 188

CURVATURA MEDIA: LO SCALARE DI RICCI

La più globale, ma meno dettagliata, definizione di curvatura è quella che descrive la distinzione tra il 4-volume calcolato da un raggio misurato e il 4-volume effettivo. Questa è la *curvatura media* in un punto dello spazio-tempo ed è rappresentata dal cosiddetto *scalare di Ricci* R , definito come

$$R = -2K = \frac{-2}{r_{\text{curvatura}}^2}. \quad (200)$$

Risulta che lo scalare di Ricci può essere derivato dal tensore di Ricci da una cosiddetta *contrazione*, che è una preciso procedura di media. Per tensori di rango due, la contrazione è la stessa che prendere la traccia:

$$R = R^\lambda_\lambda = g^{\lambda\mu} R_{\lambda\mu}. \quad (201)$$

** ‘Ogni birbone di strada nella nostra matematica Göttingen sapeva di più circa la geometria quadridimensionale di Einstein. Tuttavia, fu Einstein che fece il lavoro, non i grandi matematici.’

** Il resto di questo capitolo potrebbe essere saltato in prima lettura.

*** Gregorio Ricci-Curbastro (b. 1853 Lugo, d. 1925 Bologna), matematico. Egli è il padre del calcolo differenziale assoluto, chiamato anche ‘calcolo di Ricci’. Tullio Levi-Civita fu il suo allievo.

Lo scalare di Ricci descrive la curvatura media su spazio e tempo. Nell'immagine di una nuvola sferica in caduta, lo scalare di Ricci descrive la variazione di volume della nube. Lo scalare di Ricci si annulla nel vuoto. Questo risultato ci permette di relazionare la curvatura spaziale alla variazione del tempo con l'altezza sulla superficie della Terra.

Sfida 272 na

IL TENSORE DI EINSTEIN

Dopo due anni di duro lavoro, Einstein scoprì che la migliore quantità per la descrizione di curvatura in natura non è il tensore di Ricci R_{ab} , ma un tensore costruito da esso. Questo cosiddetto *tensore di Einstein* G_{ab} è definito matematicamente (costante cosmologica che si annulla) come

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R. \quad (202)$$

Non è difficile comprenderne il significato. Il valore di G_{00} è la somma di curvature sezionali nei piani *ortogonali* alla direzione 0 e quindi la somma di tutte le curvature sezionali spaziali:

$$G_{00} = K_{(12)} + K_{(23)} + K_{(31)}. \quad (203)$$

Allo stesso modo, per ogni dimensione i l'elemento diagonale G_{ii} è la somma (tenendo in considerazione i segni meno della metrica) di curvature sezionali nei piani *ortogonali* alla direzione i . Ad esempio, abbiamo

$$G_{11} = K_{(02)} + K_{(03)} - K_{(23)}. \quad (204)$$

La distinzione tra il tensore di Ricci e il tensore di Einstein si trova quindi nel modo in cui le curvature sezionali sono combinate: i dischi *contenenti* le coordinate in questione per il tensore di Ricci, ed i dischi *ortogonali* alla coordinata per il tensore di Einstein. Entrambi descrivono la curvatura dello spazio-tempo altrettanto bene, e fissarne uno significa fissare l'altro. (Che cosa sono la traccia e il determinante del tensore di Einstein?)

Sfida 273 d

Il tensore di Einstein è simmetrico, il che significa che ha *dieci* componenti indipendenti. Ancora più importante, la sua divergenza si annulla; esso descrive quindi una quantità conservata. Questa è stata la proprietà essenziale che permise ad Einstein di metterla in relazione a massa ed energia in linguaggio matematico.

LA DESCRIZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO, MASSA ED ENERGIA

Ovviamente, per una descrizione completa della gravità, il moto di quantità di moto ed energia hanno bisogno di essere quantificati in modo tale che qualsiasi osservatore può comunicare con qualsiasi altro. Abbiamo visto che quantità di moto ed energia appaiono sempre insieme nelle descrizioni relativistiche; il passo successivo è quindi di scoprire come i loro moti possono essere quantificati per gli osservatori generali.

Prima di tutto, la quantità che descrive l'energia, chiamiamola T , deve essere definita utilizzando il vettore energia-quantità di moto $\mathbf{p} = m\mathbf{u} = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v})$ della relatività speciale. Inoltre, T non descrive una singola particella, ma il modo in cui l'energia-quantità di moto si distribuisce nello spazio e tempo. Di conseguenza, è più pratico usare T per

descrivere una *densità* di energia e quantità di moto. T sarà quindi un *campo*, e dipende dal tempo e dallo spazio, un fatto di solito indicato con la notazione $T = T(t, x)$.

Poiché la densità di energia-quantità di moto T descrive una densità nello spazio e nel tempo, definisce, in ogni punto dello spazio-tempo e per ogni superficie infinitesimale dA intorno a quel punto, il flusso di energia-quantità di moto $d\mathbf{p}$ attraverso quella superficie. In altre parole, T è definita dalla relazione

$$d\mathbf{p} = T dA. \quad (205)$$

La superficie si presume essere caratterizzata dal suo vettore normale dA . Poiché la densità di energia-quantità di moto è un fattore di proporzionalità tra due vettori, T è un *tenso*re. Certamente, qui stiamo parlando di 4-flussi e 4-superficie. Pertanto il tensore densità di energia-quantità di moto può essere suddiviso nel seguente modo:

$$T = \left(\begin{array}{c|ccc} w & S_1 & S_2 & S_3 \\ \hline S_1 & t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ S_2 & t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ S_3 & t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} \text{energy} & \text{energy flow or} \\ \text{density} & \text{momentum density} \\ \hline \text{energy flow or} & \text{momentum} \\ \text{momentum} & \text{flow density} \\ \text{density} & \end{array} \right) \quad (206)$$

dove $w = T_{00}$ è un 3-scalare, S a 3-vettore e t un 3-tenso. La quantità totale di T è chiamata *tenso*re della (*densità*) *energia - quantità di moto*. Ha due proprietà essenziali: è simmetrico e la sua divergenza si annulla.

La simmetria del tensore T è il risultato della conservazione del momento angolare. La divergenza nulla del tensore di T , spesso scritta come

$$\partial_a T^{ab} = 0 \quad \text{o abbreviata} \quad T^{ab}_{,a} = 0, \quad (207)$$

implica che il tensore descrive una quantità *conservata*. In ogni volume, l'energia può cambiare solo tramite flusso attraverso la sua superficie di confine. Potete confermare che la descrizione di energia-quantità di moto con questo tensore soddisfa il requisito che due osservatori qualunque, che differiscono in posizione, orientamento, velocità e accelerazione, possono comunicare i loro risultati a ciascun altro?

Il tensore di densità energia-quantità di moto fornisce una descrizione completa della distribuzione di energia, quantità di moto e massa nello spazio e nel tempo. Come esempio, determiniamo la densità di energia-quantità di moto per un liquido in moto. Per un liquido di densità ρ , una pressione p e una 4-velocità \mathbf{u} , abbiamo

$$T^{ab} = (\rho_0 + p)u^a u^b - pg^{ab} \quad (208)$$

dove ρ_0 è la densità misurata nel sistema comovente, la cosiddetta densità *propria*.^{*} Ov-

^{*} Nel sistema *comovente* abbiamo dunque

$$T^{ab} = \begin{pmatrix} \rho_0 c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}. \quad (209)$$

vamente, ρ , ρ_0 e p dipendono da spazio e tempo.

Naturalmente, per un particolare materiale fluido, abbiamo bisogno di sapere come sono legati la pressione p e la densità ρ . Una completa caratterizzazione dei materiali allora richiede la conoscenza della relazione

$$p = p(\rho) . \quad (210)$$

Questa relazione è una proprietà del materiale e quindi *non può* essere determinata dalla relatività. Deve essere derivata dai costituenti della materia o radiazione e le loro interazioni. Il caso più semplice possibile è la *polvere*, vale a dire, la materia fatta di particelle puntiformi* senza interazioni. Il suo tensore di energia-quantità di moto è dato da

$$T^{ab} = \rho_0 u^a u^b . \quad (211)$$

Sfida 275 na

Potete spiegare la differenza dal caso liquido?

Sfida 276 na

La divergenza del tensore energia-quantità di moto si annulla per ogni tempo e posizioni, come si potrebbe voler controllare. Questa proprietà è la stessa per il tensore di Einstein di cui sopra. Ma prima di approfondire questo problema, una breve osservazione. Non abbiamo preso in considerazione l'*energia gravitazionale*. Si scopre che l'energia gravitazionale non può essere definita in generale. In generale, la gravità *non* ha un'energia associata. In alcune circostanze particolari, come i campi deboli, moto lenti, o uno spazio-tempo asintoticamente piatto, *possiamo* definire l'integrale della componente G^{00} del tensore di Einstein come energia gravitazionale negativa. L'energia gravitazionale è così definita solo *approssimativamente*, e solo per il nostro ambiente quotidiano.**

EQUAZIONI DI CAMPO DI EINSTEIN

“ [La teoria generale della relatività di Einstein] si ammantò dell'aspetto spettrale dell'ateismo.

Un cacciatore di streghe di Boston, intorno al 1935

“ Credete in Dio? Risposta prepagata di 50 parole.

Il successivo telegramma di un altro cacciatore di streghe al suo eroe Albert Einstein

“ Io credo nel dio di Spinoza, che rivela sé stesso nell'ordinata armonia di ciò che esiste, non in un dio che si preoccupa dei destini e delle azioni degli esseri umani.

Risposta di Albert Einstein

Le famose equazioni di campo di Einstein furono la base di molte preoccupazioni religiose. Esse contengono la descrizione completa della relatività generale. Le equazioni pos-

* Anche se la relatività generale vieta espressamente la presenza di particelle puntiformi, l'approssimazione è utile in casi quando le distanze particellari sono grandi rispetto alla loro dimensione.

** Questa approssimazione porta alla famosa speculazione che l'energia totale dell'universo sia zero. Concordate?

Sfida 277 s

[Pagina 98](#)
[Pagina 189](#) sono essere dedotte in molti modi. Il modo più semplice per dedurle è quello di partire dal principio della massima forza. Un altro modo è dedurre l'equazione dall'azione di Hilbert, come spiegato qui di seguito. Un terzo modo è quello che stiamo facendo al momento, vale a dire generalizzare la relazione tra la curvatura e l'energia agli osservatori generali.

Le equazioni di campo di Einstein sono date da

$$G_{ab} = -\kappa T_{ab}$$

o, più in dettaglio

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R - \Lambda g_{ab} = -\kappa T^{ab} \quad . \quad (212)$$

La costante κ , chiamata *costante di accoppiamento gravitazionale*, è stata misurata essere

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2.1 \cdot 10^{-43} / \text{N} \quad (213)$$

[Pagina 231](#) e il suo piccolo valore – il valore 2π diviso per la massima forza $c^4/4G$ – riflette la debolezza della gravità nella vita quotidiana, o meglio, la difficoltà della piegatura dello spazio-tempo. La costante Λ , la cosiddetta *costante cosmologica*, corrisponde ad una densità di volume di energia del vuoto, o pressione Λ/κ . Il suo valore basso è piuttosto difficile da misurare. Il valore attualmente preferito è

$$\Lambda \approx 10^{-52} / \text{m}^2 \quad \text{or} \quad \Lambda/\kappa \approx 0.5 \text{ nJ/m}^3 = 0.5 \text{ nPa} . \quad (214)$$

[Ref. 182](#) Misure di corrente e simulazioni suggeriscono che questo parametro, anche se è numericamente vicino all'inverso del quadrato dell'attuale raggio dell'universo, è una costante della natura che non varia con il tempo.

In sintesi, le equazioni di campo affermano che la curvatura in un punto è uguale al flusso di energia- quantità di moto attraverso quel punto, tenendo conto della densità di energia del vuoto. In altre parole: *L'energia-quantità di moto ci dice quanto è curvo lo spazio-tempo, utilizzando la massima forza come fattore di proporzionalità.**

* Einstein arrivò alle sue equazioni di campo utilizzando un numero di linee guida intellettuali che sono chiamate *principi* in letteratura. Oggi, molti di essi non sono più considerati come centrali. Tuttavia, diamo una breve panoramica.

- *Principio della relatività generale*: tutti gli osservatori sono equivalenti; questo principio, sebbene spesso affermato, è probabilmente vuoto di qualsiasi contenuto fisico.

[Ref. 183](#) - *Principio della covarianza generale*: le equazioni della fisica devono essere indicate in forma tensoriale; anche se oggi è noto che tutte le equazioni possono essere scritte con tensori, anche la gravitazione universale, in molti casi esse richiedono elementi non fisici ‘assoluti’, cioè, quantitativi che riguardano gli altri ma non interessano loro stessi. Questa idea non fisica è in contrasto con l’idea di *interazione*, come spiegato in seguito.

- *Principio di accoppiamento minimo*: le equazioni di campo della gravità si trovano da quelle della relatività speciale prendendo la generalizzazione più semplice possibile. Naturalmente, ora che le equazioni sono note e testate sperimentalmente, questo principio è solo di interesse storico.

- *Principio di equivalenza*: l’accelerazione è localmente indistinguibile dalla gravitazione; lo abbiamo

GRAVITAZIONE UNIVERSALE – DI NUOVO

Le equazioni di campo della relatività generale possono essere semplificate per il caso in cui le velocità sono piccole. In tal caso, $T_{00} = c^2 \rho$ e tutti gli altri componenti di T si annullano. Utilizzando la definizione della costante κ e ponendo $\varphi = (c^2/2)h_{00}$ in $g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab}$, noi troviamo

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi\rho \quad \text{e} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\nabla\varphi \quad (215)$$

Sfida 278 na

che, come sappiamo bene, dal momento che può essere riscritta come segue: un corpo di massa m nei pressi di un corpo di massa M è accelerata da

$$a = G \frac{M}{r^2}, \quad (216)$$

un valore che è indipendente della massa m del corpo che cade. E in effetti, come notato già da Galileo, tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione, indipendentemente dalla loro dimensione, la loro massa, il loro colore, etc. In relatività generale anche, la gravitazione è completamente democratica.* L'indipendenza della caduta libera dalla massa del corpo che cade segue dalla descrizione dello spazio-tempo come un materasso curvato. Anche gli oggetti in moto su un materasso si spostano nello stesso modo, indipendentemente dal valore della massa.

Pagina 248

usato per sostenere che lo spazio-tempo è semi-riemanniano, e che la gravità è la sua curvatura.

- *Principio di Mach*: l'inerzia è dovuta all'interazione con il resto dell'universo; questo principio è corretto, anche se è spesso sostenuto che non è soddisfatto nella relatività generale. Comunque, esso non è l'essenza della relatività generale.

- *Identità di massa gravitazionale e massa inerziale*: questo è incluso nella definizione di massa fin dall'inizio, ma ribadito fino alla nausea nei testi di relatività generale; è implicitamente utilizzata la definizione del tensore di Riemann.

- *Principio di corrispondenza*: una nuova, più generale teoria, come la relatività generale, deve ridurre alle teorie precedenti, in questo caso la gravitazione universale o la relatività speciale, quando limitata ai domini in cui queste sono valide.

* Qui c'è un altro modo per dimostrare che la relatività generale si adatta alla gravitazione universale. Dalla definizione del tensore di Riemann sappiamo che accelerazione relativa b_a e velocità delle particelle vicine sono legate dalla

$$\nabla_e b_a = R_{ceda} v^c v^d. \quad (217)$$

Dalle simmetrie di R sappiamo che c'è un φ tale che $b_a = -\nabla_a \varphi$. Ciò significa che

$$\nabla_e b^a = \nabla_e \nabla^a \varphi = R_{ced}^a v^c v^d \quad (218)$$

che implica che

$$\Delta\varphi = \nabla_a \nabla^a \varphi = R_{cad}^a v^c v^d = R_{cd} v^c v^d = \kappa(T_{cd} v^c v^d - T/2) \quad (219)$$

Introducendo $T_{ab} = \rho v_a v_b$ otteniamo

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho \quad (220)$$

come volevamo mostrare.

CAPIRE LE EQUAZIONI DI CAMPO

Sfida 279 f

Per ottenere una sensibilità per le equazioni di campo complete, faremo una breve passeggiata attraverso le loro principali proprietà. Prima di tutto, ogni moto dovuto alla curvatura dello spazio-tempo è *reversibile*, *differenziabile* e quindi *deterministico*. Notate che solo il moto completo, di spazio-tempo e materia *ed* energia, ha queste proprietà. Solo per il moto di particelle, il moto è infatti *irreversibile*, dal momento che di solito viene emessa qualche radiazione gravitazionale .

Riducendo le equazioni di campo troviamo, per costante cosmologica che si annulla, la seguente espressione per lo scalare di Ricci:

$$R = -\kappa T . \quad (221)$$

Sfida 280 na

Questo risultato implica anche la relazione tra il raggio eccedente e la massa all'interno di una sfera.

Ref. 184

Le equazioni di campo sono *non lineari* nella metrica g , il che significa che le somme delle soluzioni di solito *non* sono soluzioni. Questo rende la ricerca di soluzioni piuttosto difficile. Per una soluzione completa delle equazioni di campo, occorre precisare le condizioni iniziali e al contorno. I modi per fare questo formano una parte specializzata di fisica matematica; essa non viene esplorata qui.

Sfida 281 na

Albert Einstein diceva che la relatività generale prevede solo la comprensione di un lato delle equazioni di campo(212), ma non altro. Riesci a vedere a quale lato si riferiva?

Cosa possiamo fare di interessante con le equazioni di campo? In realtà, ad essere onesti, non tanto che non abbiamo già fatto. Molti pochi processi richiedono l'uso delle equazioni complete. Molti libri di testo sulla relatività si fermano dopo averli scritti giù! Tuttavia, vale la pena studiarle. Ad esempio, si può dimostrare che la soluzione di Schwarzschild è la *sola* soluzione sfericamente simmetrica. Allo stesso modo, nel 1923, Birkhoff dimostrò che ogni soluzione vuota rotazionalmente simmetrica è statica. Questo è il caso anche se le stesse masse si muovono, come ad esempio durante il collasso di una stella.

Forse le più belle applicazioni delle equazioni di campo sono i vari *film* fatti dei processi relativistici. Il worldwide ospita diversi di questi; permettono di vedere ciò che accade quando due buchi neri si scontrano, cosa accade quando un osservatore cade in un buco nero, ecc Per generare questi film, le equazioni di campo di solito devono essere risolte direttamente, senza approssimazioni.*

Un'altra area di applicazione riguarda le *onde gravitazionali* . Le equazioni di campo complete dimostrano che le onde gravitazionali non sono armoniche, ma non lineari. Esistono solo approssimativamente onde sinusoidali, per piccole ampiezze. Ancora più interessante, se due onde si scontrano, in molti casi sono previste che appaiono *singolarità*. Questa intero tema è ancora un tema di ricerca e potrebbe fornire nuovi spunti per la quantizzazione della relatività generale nei prossimi anni.

Concludiamo questa sezione con un nota a margine. Solitamente, le equazioni di campo sono lette in un solo senso, poiché affermano che l'energia-quantità di moto produce curvatura. Uno li può anche leggere nell'altro modo, calcolando l'energia- quantità

* Si veda ad esempio il sito www.photon.at/~werner/black-earth.

di moto necessaria a produce una data curvatura. Quando si fa questo, si scopre che non tutti gli spazi-tempo curvi sono possibili, poiché qualcuno potrebbe portare a densità di energia (o massa) *negativa*. Tali soluzioni contraddirrebbero il limite citato dei rapporti lunghezza-a-massa per i sistemi fisici.

L'AZIONE DI HILBERT—COME CADONO LE COSE?

Quando Einstein discusse la sua ricerca con David Hilbert, Hilbert trovò un modo per fare in poche settimane quello che avevano preso anni per Einstein. Hilbert dimostrò che la relatività generale *nello spazio vuoto* potrebbe essere descritta con il principio di azione minima, come tutti gli altri esempi di moto. Hilbert sapeva che tutti i moti minimizzano l'azione, vale a dire, tutto il moto minimizza il cambiamento.

Hilbert cercò di trovare la Lagrangiana, cioè la misura del cambiamento, per il moto dello spazio-tempo. Ovviamente, la misura deve essere -invariante dall'osservatore; in particolare, essa deve essere invariante in tutte le possibili variazioni di punti di vista.

Il moto dovuto alla gravità è determinato dalla curvatura. Qualsiasi misura di curvatura indipendente dall'osservatore deve essere una combinazione dello scalare di Ricci R e la costante cosmologica Λ . In questo modo sia il principio di equivalenza che della covarianza generale sono rispettati. Si rende quindi opportuno prevedere che il cambiamento di spazio-tempo sia descritto da un'azione S data da

$$S = \frac{c^4}{16\pi G} \int (R + 2\Lambda) dV . \quad (222)$$

L'elemento di volume dV deve essere specificato per usare questa espressione nei calcoli. La costante cosmologica Λ (aggiunta alcuni anni dopo dal lavoro di Hilbert) appare come una possibilità matematica per descrivere l'azione più generale che sia invariante per diffeomorfismo. Vedremo in seguito che il suo valore in natura, anche se piccolo, sembra essere diverso da zero.

Un lungo calcolo conferma che l'azione di Hilbert permette di dedurre le equazioni di campo di Einstein e viceversa. Entrambe le formulazioni sono completamente equivalenti. L'azione di Hilbert di un pezzo di spazio-tempo è quindi l'integrale dello scalare di Ricci più due volte la costante cosmologica su quel pezzo. Il principio di minima azione stabilisce che lo spazio-tempo si muove in modo tale che questo integrale cambi il meno possibile.

Oltre all'azione di Hilbert, per una descrizione completa del moto abbiamo necessità delle condizioni iniziali. I vari modi per farlo definisce uno specifico campo di ricerca. Questo argomento tuttavia, conduce troppo lontano dal nostro percorso.

In sintesi, la domanda 'come si muovono le cose?' è risposta dalla relatività generale nello stesso modo della relatività speciale: *le cose seguono il percorso di massimo invecchiamento*.

Potete mostrare che l'azione Hilbert segue dalla massima forza?

LE SIMMETRIE DELLA RELATIVITÀ GENERALE

La simmetria principale della Lagrangiana della relatività generale è chiamata *invarianza per diffeomorfismo* o *covarianza generale*. La simmetria afferma che il moto è in-

dipendente dal sistema di coordinate utilizzato. Più precisamente, il moto di materia, radiazione e spazio-tempo non cambia sotto arbitrarie trasformazioni di coordinate differenziabili. L'invarianza per diffeomorfismo è la simmetria essenziale dell'azione di Hilbert.

Ref. 185

Le equazioni di campo per lo spazio-tempo vuoto mostrano anche *simmetria di scala*. Questa è l'invarianza delle equazioni dopo la moltiplicazione di tutte le coordinate per un fattore numerico comune. Nel 1993, Torre e Anderson dimostrarono che la simmetria per diffeomorfismo e la banale simmetria di scala sono le *sole* simmetrie delle equazioni di campo del vuoto.

Ref. 186

A parte la simmetria per diffeomorfismo, la relatività generale completa, tra cui la massa-energia, ha una simmetria aggiuntiva che non è ancora del tutto chiarita. Questa simmetria collega le varie possibili condizioni iniziali delle equazioni di campo; la simmetria è estremamente complessa ed è ancora un argomento di ricerca. Queste affascinanti indagini dovrebbero dare nuove informazioni sulla descrizione classica del big bang.

LA MASSA NELLA RELATIVITÀ GENERALE

Pagina 276

la invarianza per diffeomorfismo della relatività generale rende la vita abbastanza interessante. Vedremo che ci permette di dire che viviamo *all'interno* di una sfera cava. Abbiamo visto che la relatività generale non ci permette di dire dove si trova effettivamente l'energia. Se l'energia non può essere individuata, che dire della massa? Esplorare la questione ci mostra che la massa, come l'energia, può essere localizzata *solo* se lo spazio-tempo lontano è noto di essere piatto. È quindi possibile definire un valore di massa localizzato rendendo precisa ed intuitiva un'idea: la massa di un corpo sconosciuto è misurata dal tempo che una sonda impiega ad orbitare intorno al corpo sconosciuto.*

Sfida 283 na

L'intuitiva definizione di massa *richiede* spazio-tempo piatto all'infinito; essa non può essere estesa ad altre situazioni. In breve, la massa può essere localizzata solo se può essere definita la massa totale. E la *massa totale* è definita solo per spazio-tempo asintoticamente piatto. L'unico altro concetto di massa che è preciso in relatività generale è la *densità di massa locale* in un punto. Al contrario, non è ben compreso come definire la massa contenuta in una regione più grande di un punto ma più piccola dell'interezza degli elementi dello spazio-tempo (nel caso che esso non sia asintoticamente piatto).

Ref. 187

* Questa definizione fu formalizzata da Arnowitt, Deser e Misner, e da allora è stata spesso chiamata la massa di CSAC ADM. L'idea è quella di utilizzare la metrica g_{ij} e prendere l'integrale

$$m = \frac{c^2}{32\pi G} \int_{S_R} (g_{ij,i} v_j - g_{ii,j} v_j) dA \quad (223)$$

Ref. 188

dove S_R è la sfera coordinata di raggio R , v è il vettore unitario normale alla sfera e dA è l'elemento di area sulla sfera. Il limite esiste per grandi R se lo spazio-tempo è asintoticamente piatto e se la distribuzione di massa è sufficientemente concentrata. I fisici matematici hanno dimostrato anche che per ogni collettore la cui metrica cambia all'infinito come

$$g_{ij} = (1 + f/r + O(1/r^2)) \delta_{ij} \quad (224)$$

la massa totale è data da $M = fc^2/G$.

LA FORZA LIMITE E LA COSTANTE COSMOLOGICA

Quando si prende l'immagine della costante cosmologica, il principio della massima forza richiede un secondo sguardo. Nel caso di una costante cosmologica non nulla, la forza limite ha senso solo se la costante Λ è positiva; questo è il caso per il valore corrente misurato, che è di $\Lambda \approx 10^{-52}/\text{m}^2$. In effetti, la relazione raggio-massa dei buchi neri

Ref. 189

Ref. 121, Ref. 122

$$2GM = Rc^2 \left(1 - \frac{\Lambda}{3} R^2 \right) \quad (225)$$

implica che una massima forza *indipendente* dal raggio è valida solo per costante cosmologica positiva o zero. Per una costante cosmologica negativa la forza limite sarebbe valida solo per buchi neri infinitamente piccoli. Nel seguito, prendiamo un approccio pragmatico e notiamo che un limite di massima forza può essere visto implicare una costante cosmologica nulla o positiva. Ovviamente, la forza limite non specifica il *valore* della costante; per ottenerla, deve essere aggiunto un secondo principio. Una semplice formulazione, utilizzando il principio di una ulteriore minima forza in natura, fu proposto sopra.

Pagina 120

Ci si potrebbe anche chiedere se buchi neri in rotazione o carichi cambiano l'argomento che conduce dalla massima forza alla derivazione della relatività generale. Tuttavia, la derivazione che utilizza l'equazione di Raychaudhuri non cambia. Infatti, l'unica modifica dell'argomento appare con l'inclusione della torsione, che cambia l'equazione di Raychaudhuri stessa. Fino a quando la torsione non gioca un ruolo, la derivazione di cui sopra rimane valida. L'inclusione della torsione è ancora un problema di ricerca aperto.

LA GRAVITÀ È UN'INTERAZIONE?

Tendiamo a rispondere a questa domanda affermativamente, poiché nella fisica Galileiana la gravità fu vista come un'influenza sul moto dei corpi. In fisica Galileiana, abbiamo descritto la gravità da un potenziale, perché la gravità cambia il moto. Infatti, una forza o una interazione è ciò che cambia il moto degli oggetti. Tuttavia, abbiamo appena visto che quando due corpi si attirano l'un l'altro attraverso la gravitazione, entrambi rimangono sempre in caduta libera. Per esempio, la Luna orbita la Terra perché essa cade continuamente intorno ad essa. Dal momento che ogni osservatore in caduta libera resta continuamente in quiete, la dichiarazione che la gravità cambia il moto dei corpi non è corretta per tutti gli osservatori. Infatti, dato che le geodetiche sono la via di massima linearità, possiamo anche sostenere che la Luna e la Terra seguono entrambe 'sentieri diritti', e per tutti gli osservatori. Ma gli oggetti che seguono percorsi rettilinei non sono sotto l'influenza delle interazioni, lo sono esse?

Vol. III, pag. 337

Cerchiamo di esplorare la questione in un altro modo. La più fondamentale definizione di 'interazione' è come la differenza tra l'intero e la somma delle sue parti. Nel caso della gravità, un osservatore in caduta libera potrebbe anzi affermare che niente di speciale sta accadendo, indipendentemente dal fatto che l'altro corpo è presente o meno, e potrebbe affermare che la gravità non è un'interazione.

Pagina 185

Tuttavia, una interazione trasporta anche energia tra sistemi. Ora, abbiamo visto che la gravità si può dire che trasporti energia solo approssimativamente. Le proprietà

Sfida 284 s dell'energia gravitazionale confermano questa argomentazione. Anche nel suo aspetto energetico, la gravitazione è solo approssimativamente una interazione.

Sfida 285 na Un modo matematico di guardare questi problema è il seguente. Prendete un satellite che orbita attorno a Giove con energia-quantità di moto $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$. Se calcoliamo il cambiamento di energia-quantità di moto lungo il suo percorso s , otteniamo

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = m \frac{d\mathbf{u}}{ds} = m \left(\mathbf{e}_a \frac{d\mathbf{u}^a}{ds} + \frac{d\mathbf{e}_a}{ds} \mathbf{u}^a \right) = m \mathbf{e}_a \left(\frac{d\mathbf{u}^a}{ds} + \Gamma^a_{bd} \mathbf{u}^b \mathbf{u}^c \right) = 0 \quad (226)$$

Ref. 190
Sfida 286 na

dove \mathbf{e} descrive il versore lungo un asse coordinato. Il cambiamento di energia-quantità di moto si annulla lungo qualsiasi geodetica, come si potrebbe controllare. Pertanto, l'energia-quantità di moto di questo moto è conservata. In altre parole, *nessuna* forza agisce sul satellite. Potremmo rispondere che nell'equazione (226) il secondo termine da solo è la vera forza gravitazionale. Ma questo termine può essere fatto sparire lungo l'interezza di qualsiasi data linea del mondo. In breve, anche la matematica conferma che nulla cambia fra due corpi in caduta libera attorno l'un l'altro: la gravità si può dire che non è un'interazione.

Vediamo il comportamento della luce. Nel vuoto, la luce si muove sempre liberamente. In un certo senso, si può dire che la radiazione è sempre in caduta libera. Stranamente, dal momento che abbiamo chiamato caduta libera lo stesso come la quiete, dovremmo concludere che la radiazione è sempre in quiete. Questo non è sbagliato! Abbiamo già visto che la luce non può essere accelerata.* Abbiamo anche visto che la curvatura gravitazionale non è un'accelerazione, dal momento che la luce segue percorsi rettilinei nello spazio-tempo anche in questo caso. Nonostante la luce sembri rallentare vicino alle masse per gli osservatori distanti, si muove sempre alla velocità della luce localmente. In breve, anche la gravitazione non riesce a muovere luce.

In breve, se ci piacciono tali giochi intellettuali, possiamo sostenere che la gravitazione non è un'interazione, anche se mette gli oggetti in orbita e devia la luce. Per tutti gli scopi pratici, la gravità rimane un'interazione.

COME CALCOLARE LA FORMA DELLE GEODETICHE

Metà della relatività generale afferma che i corpi cadono lungo geodetiche. Tutte le orbite sono geodetiche, quindi curve con il più lungo tempo proprio. E' quindi utile poter calcolare queste traiettorie.** Per iniziare, abbiamo bisogno di conoscere la *forma dello spazio-tempo*, la nozione di 'forma' essendo generalizzata dal suo familiare significato bidimensionale. Per un essere vivente sulla superficie, di solito è descritta dalla metrica g_{ab} , che definisce le distanze tra punti vicini attraverso

$$ds^2 = dx_a dx^a = g_{ab}(x) dx^a dx^b . \quad (227)$$

* la rifrazione, il rallentamento della luce all'interno della materia, non è un contro-eSEMPIO. In senso stretto, la luce dentro la materia viene costantemente assorbita e riemessa. Tra questi processi, la luce si propaga ancora con la velocità della luce nel vuoto. Solo l'intero processo *sembra* come un rallentamento nel limite macroscopico. Lo stesso vale per diffrazione e riflessione. Una lista completa di modi per piegare la luce può essere trovato altrove.

** Questo è una breve sezione per i più curiosi; può essere saltata in prima lettura.

È un famoso esercizio di calcolo per mostrare da questa espressione che una curva $x^a(s)$ a seconda di un parametro (affine) che si comporta bene s è una (metrica) tipo tempo o tipo spazio *geodetica*, vale a dire, il più lungo percorso possibile tra i due eventi,^{*} solo se

Sfida 287 na

$$\frac{d}{ds} \left(g_{ad} \frac{dx^d}{ds} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^a} \frac{dx^b}{ds} \frac{dx^c}{ds}, \quad (228)$$

Pagina 137

fintanto che ds è diverso da zero lungo il percorso.^{**} Tutti i corpi in caduta libera seguono tali geodetiche. Abbiamo mostrato sopra che le proprietà geodetiche implicano che una pietra gettata in aria cade indietro, salvo se viene lanciata con una velocità superiore alla velocità di fuga. L'espressione (228) sostituisce quindi sia l'espressione $d^2x/dt^2 = -\nabla\varphi$ valida per i corpi che cadono e l'espressione $d^2x/dt^2 = 0$ valida per i corpi liberamente fluttuanti in relatività speciale.

Ref. 191

Sfida 288 na

Il percorso non dipende dalla massa o dal materiale del corpo. Pertanto anche l'*antimateria* cade lungo geodetiche. In altre parole, l'antimateria e la materia non si respingono; esse si attraggono anche. È interessante notare che, anche esperimenti effettuati con la materia normale sono in grado di dimostrare questo, se vengono attentamente valutati. Riuscite a scoprire come?

Per completezza, ricordiamo che la luce segue geodetiche *tipo luce* o *nulle*. In altre parole, c'è un parametro affine u tale che le geodetiche seguono

$$\frac{d^2x^a}{du^2} + \Gamma^a_{bc} \frac{dx^b}{du} \frac{dx^c}{du} = 0 \quad (232)$$

con la differente condizione

$$g_{ab} \frac{dx^a}{du} \frac{dx^b}{du} = 0. \quad (233)$$

Sfida 289 na

Date tutti queste definizioni dei vari tipi di geodetiche, quali sono le linee disegnate in figura 53 in pagina 132?

* Ricordiamo che nello spazio nella vita quotidiana, le geodetiche sono i più brevi percorsi possibili; tuttavia, nello spazio-tempo in relatività generale, le geodetiche sono i più lunghi percorsi possibili. In entrambi i casi, sono i più "diritti" percorsi possibili.

** Questo è spesso scritto come

$$\frac{d^2x^a}{ds^2} + \Gamma^a_{bc} \frac{dx^b}{ds} \frac{dx^c}{ds} = 0 \quad (229)$$

dove la condizione

$$g_{ab} \frac{dx^a}{ds} \frac{dx^b}{ds} = 1 \quad (230)$$

deve essere soddisfatta, quindi richiedendo semplicemente che tutti i vettori tangenti siano vettori *unitari*, e che $ds \neq 0$ lungo tutto il percorso. I simboli Γ che appaiono sopra sono dati da

$$\Gamma^a_{bc} = \begin{Bmatrix} a \\ bc \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} g^{ad} (\partial_b g_{dc} + \partial_c g_{db} - \partial_d g_{bc}), \quad (231)$$

e sono chiamati *simboli di Christoffel del secondo tipo* o semplicemente la *connessione metrica*.

GINNASTICA DI RIEMANN*

La maggior parte dei libri introduce la curvatura nel modo più difficile, cioè storicamente, utilizzando il Tensore di curvatura di Riemann. Questo è un breve sommario, in modo che si possa capire che roba vecchia sia quando ci si imbatte in essa.

Sfida 290 f

Abbiamo visto in precedenza che la curvatura è meglio descritta da un tensore. In 4 dimensioni, questo tensore di curvatura, di solito chiamato R , deve essere una quantità che ci permette di calcolare, tra le altre cose, l'area per qualsiasi orientamento di un 2-disco nello spazio tempo. Ora, in 4 dimensioni, gli orientamenti di un disco vengono definiti in termini di *due* 4-vettori; chiamiamoli \mathbf{p} e \mathbf{q} . E invece di un disco, prendiamo il *parallelogramma* spazzato da \mathbf{p} e \mathbf{q} . Esistono diverse definizioni possibili.

Il *tensores di curvatura di Riemann-Christoffel* R viene quindi definito come una quantità che ci permette di calcolare la curvatura $K(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ per la superficie spazzata da bmp e bmq , con area A , attraverso

$$K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{R \mathbf{p} \mathbf{q} \mathbf{p} \mathbf{q}}{A^2(\mathbf{p}, \mathbf{q})} = \frac{R_{abcd} p^a q^b p^c q^d}{(g_{\alpha\delta} g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta}) p^\alpha q^\beta p^\gamma q^\delta} \quad (234)$$

dove, come al solito, gli indici Latini a, b, c, d , etc. vanno da 0 a 3, come fanno qui gli indici Greci, e una *somma* è implicita quando un nome di indice appare due volte. Ovviamente R è un tensore, di rango 4. Questo tensore allora descrive solo la curvatura *intrinseca* di uno spazio-tempo. Al contrario, la metrica g descrive la *forma* completa della superficie, non solo la curvatura. La curvatura è quindi la quantità fisica di pertinenza a livello locale, e le descrizioni fisiche quindi utilizzano solo il

tensore R di Riemann o quantitativi derivati da esso.

Ma possiamo dimenticare la definizione appena citata di curvatura. C'è un secondo modo, molto più fisico di guardare al tensore di Riemann. Sappiamo che la curvatura significa gravità. Come abbiamo detto sopra, gravità significa che quando due particelle vicine si muovono liberamente con la stessa velocità e nella stessa direzione, la distanza

* Questa è una breve sezione per i più curiosi; può essere saltata in prima lettura.

** Bernhard Riemann (b. 1826 Breselenz, d. 1866 Selasca), importantemateematico. Uno tra i suoi numerosi importanti risultati è la base della geometria non Euclidea.

*** Abbiamo mostrato in precedenza che lo spazio-tempo è curvato notando i cambiamenti nella frequenza dell'orologio, nelle lunghezze dei metri a barra e nella propagazione della luce. Tali esperimenti sono il modo più semplice per determinare la metrica g . Sappiamo che lo spazio-tempo è descritto da una varietà 4-dimensionale M con una metrica g_{ab} che localmente, ad ogni punto dello spazio-tempo, è una metrica di Minkowski. Tale varietà è chiamata *varietà di Riemannian*. Solo tale metrica consente di definire un sistema inerziale locale, cioè, uno spazio-tempo di Minkowski locale ad ogni punto dello spazio-tempo. In particolare, abbiamo

$$g_{ab} = 1/g^{ab} \quad \text{and} \quad g_a^b = g^a_b = \delta_a^b. \quad (235)$$

Come sono correlate curvatura e metrica? La soluzione a questo problema di solito occupa un gran numero di pagine nei libri di relatività; solo per informazione, la relazione è

$$R^a_{bcd} = \frac{\partial \Gamma^a_{bd}}{\partial x^c} - \frac{\partial \Gamma^a_{bc}}{\partial x^d} + \Gamma^a_{ec} \Gamma^e_{bd} - \Gamma^a_{fd} \Gamma^f_{bc}. \quad (236)$$

Il tensore di curvatura è costruito dalle derivate seconde della metrica. D'altra parte, si può anche determinare la metrica se la curvatura è nota. Una relazione approssimativa è riportata qui sotto.

Sfida 291 f tra loro si modifica. In altre parole, l'effetto locale della gravità è *accelerazione relativa* di particelle vicine.

Sfida 292 na Si scopre che il tensore R descrive proprio questa accelerazione relativa, vale a dire, quello che abbiamo chiamato gli *effetti di marea* in precedenza. Ovviamente, l'accelerazione relativa \mathbf{b} aumenta con la separazione \mathbf{d} e il quadrato (perché?) della velocità \mathbf{u} delle due particelle. Quindi possiamo anche definire R come un coefficiente di proporzionalità (generalizzato) tra queste quantità:

$$\mathbf{b} = R \mathbf{u} \mathbf{u} \mathbf{d} \quad \text{o, più chiaramente,} \quad b^a = R^a_{bcd} u^b u^c d^d. \quad (237)$$

Sfida 293 na

I componenti del tensore di curvatura di Riemann hanno le dimensioni del quadrato inverso di lunghezza. Dal momento che contiene tutte le informazioni sulla curvatura intrinseca, possiamo concludere che se R si annulla in una regione, lo spazio-tempo in quella regione è piatto. Questa connessione è facilmente deducibile da questa seconda definizione.*

Un ultimo modo per definire il tensore R è il seguente. Per un osservatore in *caduta libera*, la metrica g_{ab} è data dalla metrica η_{ab} dalla relatività speciale. Nei suoi intorni, abbiamo

$$\begin{aligned} g_{ab} &= \eta_{ab} + \frac{1}{3} R_{acbd} x^c x^d + O(x^3) \\ &= \frac{1}{2} (\partial_c \partial_d \eta_{ab}) x^c x^d + O(x^3). \end{aligned} \quad (239)$$

Il termine di curvatura descrive così il commiato della metrica dello spazio-tempo da quella dello spazio-tempo piatto. Il tensore di curvatura R è una grossa bestia; esso ha $4^4 = 256$ componenti in ogni punto dello spazio-tempo; tuttavia, la sue proprietà di

Ref. 192

* Questa seconda definizione è chiamata anche la definizione attraverso la *deviazione geodetica*. È naturalmente evidente che non coincide con la prima. Per una prova esplicita, vedere la letteratura. Esiste anche un terzo modo per descrivere il tensore R , uno più matematico, vale a dire il modo originale introdotto da Riemann. Se uno carro trasporta un vettore \mathbf{w} intorno a un parallelogramma formato da due vettori \mathbf{u} e \mathbf{v} , ciascuno di lunghezza ε , il vettore \mathbf{w} è cambiato a $\mathbf{w} + \delta\mathbf{w}$. Si ha poi

$$\delta\mathbf{w} = -\varepsilon^2 R \mathbf{u} \mathbf{v} \mathbf{w} + \text{temini di ordine superiore} \quad . \quad (238)$$

Vol. I, pag. 245

Di più può essere appreso circa la deviazione geodetica studiando il comportamento del famoso carro che punta a sud che abbiamo incontrato prima. Questo dispositivo, usato in Cina prima che la bussola fosse scoperta, funziona solo se il mondo è piatto. Infatti, su una superficie curva, dopo aver seguito un grande percorso chiuso, mostrerà una direzione diversa rispetto all'inizio del viaggio. Potete spiegare perché?

Sfida 294 s

simmetria lo riducono a 20 numeri indipendenti.* Il numero effettivo di importanza nei problemi fisici è ancora più piccolo, vale a dire solo 10. Questi sono i componenti del tensore di Ricci, che possono essere definiti con l'aiuto del tensore di Riemann per contrazione, cioè, impostando

$$R_{bc} = R^a_{bac} . \quad (242)$$

Sfida 296 f

I suoi componenti, come quelli del tensore di Riemann, sono le lunghezze del quadrato inverso. I valori del tensore R_{bc} , o quelli di R^a_{bcd} , sono indipendenti dal segno convenzionale utilizzato nella metrica Minkowski, al contrario di R_{abcd} .

Sfida 297 na

Potete confermare la relazione $R_{abcd}R^{abcd} = 48m^2/r^6$ per la soluzione di Schwarzschild?

Ref. 193

Per molto tempo, la gente ha speculato sul perché i satelliti artificiali Pioneer 10 e 11, che sono ormai a più di 70 unità astronomiche di distanza dal Sole, sono soggetti ad una decelerazione costante di $8 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$ (verso il Sole) in quanto hanno superato l'orbita di Saturno. Questo effetto è chiamato *anomalia di Pioneer*. Per un po', l'origine non fu chiara e fu un soggetto di intensa attività di ricerca. Ma numerose indagini hanno dimostrato che la ragione *non* è una deviazione dalla dipendenza del quadrato inverso della gravitazione, come si è proposto a volte. In altre parole, l'effetto è elettromagnetico.

Ref. 194

Ci furono molti suggerimenti che indicavano una asimmetria delle emissioni di radiazione di calore dei satelliti. I generatori di bordo producono 2.5 kW di calore che viene irradiato via dal satellite. Una asimmetria fronte-retro di solo 80 W è sufficiente a spiegare l'anomalia misurata. Recenti ricerche hanno dimostrato che tale asimmetria effettivamente esiste, in modo che il problema adesso è risolto.

* *

Pagina ??

La massima potenza o forza che appaiono agli orizzonti è la base della relatività generale. Esistono sistemi fisici oltre allo spazio-tempo che possono essere descritti anche in questo modo?

Per la relatività speciale, abbiamo scoperto che tutti i suoi effetti principali – come ad esempio una velocità limite, la contrazione di Lorentz o l'equivalenza energia-massa sono trovati anche per dislocazioni nei solidi. Esistono sistemi analoghi alla relatività generale? Finora, i tentativi di trovare tali sistemi sono riusciti solo parzialmente.

Diverse equazioni ed idee della relatività generale si applicano alle deformazioni dei solidi, dal momento che la relatività generale descrive la deformazione dello spazio-

Sfida 295 na

* La definizione di caduta libera mostra che il tensore di Riemann è simmetrico in certi indici e antisimmetrico in altri:

$$R_{abcd} = R_{cdab} , \quad R_{abcd} = -R_{bacd} = -R_{abdc} . \quad (240)$$

Queste relazioni implicano anche che molti componenti si annullano. Di importanza è anche la relazione

$$R_{abcd} + R_{adbc} + R_{acdb} = 0 . \quad (241)$$

Si noti che l'ordine degli indici non è standardizzato in letteratura. L'elenco degli invarianti che possono essere costruiti da R è lungo. Ricordiamo che $\frac{1}{2}\epsilon^{abcd}R_{cd}^{ef}R_{abef}$, vale a dire il prodotto *R R del tensore di Riemann con il suo duale, è l'invariante che caratterizza l'effetto Thirring-Lense.

Ref. 112 tempo materasso. Kröner ha studiato questa analogia in grande dettaglio.

Altri sistemi fisici con ‘orizzonti’, e quindi con osservabili analoghi alla curvatura, si trovano in alcuni liquidi – dove i vortici giocano il ruolo dei buchi neri – e in certi fluidi quantici per la propagazione della luce. Esplorare questi sistemi è diventato un apposito tema di ricerca.

Una completa analogia della relatività generale in un sistema macroscopico è stata scoperta solo pochi anni fa. Questa analogia sarà presentata nella parte finale della nostra avventura.

* *

Può il principio di massima forza essere utilizzato per eliminare le teorie concorrenti della gravitazione? I concorrenti più frequentemente discussi alla relatività generale sono le teorie scalar–tensoriali della gravità, come ad esempio quella proposta da Brans e Dicke e le sue generalizzazioni.

Se una particolare teoria scalar–tensoriale obbedisce all’equazione generale di orizzonte (111) allora essa deve anche implicare una massima forza. L’equazione generale di orizzonte deve essere obbedita sia per orizzonti *statici* che *dinamici*. Se così fosse il caso, la specifica teoria scalar–tensoriale sarebbe equivalente alla relatività generale, perché essa permetterebbe, utilizzando l’argomento di Jacobson, di dedurre le equazioni di campo usuali. Questo caso può apparire se il campo scalare si comporta come la materia, vale a dire, se ha massa–energia come la materia e curva lo spazio–tempo come la materia. D’altra parte, se nella particolare teoria scalar–tensoriale l’equazione generale di orizzonte non è obbedita per *tutti gli orizzonti in moto* – quale è il caso generale, poiché le teorie scalar–tensoriali hanno più costanti di definizione che la relatività generale – allora la massima forza non compare e la teoria non è equivalente alla relatività generale. Questo collegamento mostra anche che una prova sperimentale dell’equazione di orizzonte solamente per orizzonti *statici* non è sufficiente per confermare la relatività generale; tale test esclude solo alcune, ma non tutte, le teorie scalar–tensoriali.

* *

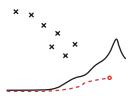
Un modo per verificare la relatività generale sarebbe quello di trasmettere tre sonde spaziali attraverso il sistema solare, e misurare la loro posizione relativa nel tempo, con alta precisione. Questo è fatto meglio utilizzando laser stabilizzati in frequenza che inviano luce da un satellite agli altri due. Potete riassumere i principali rischi tecnici coinvolti in un progetto del genere? Riuscite a trovare il modo di ridurli?

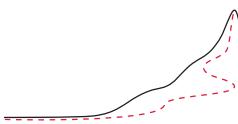
Sfida 298 s

UNA SINTESI DELLE EQUAZIONI DI CAMPO

Le equazioni di campo della relatività generale affermano che (1) la curvatura locale dello spazio è data dalla densità di energia locale divisa per la massima forza, e (2) che gli oggetti si muovono lungo le geodetiche definite da questa curvatura locale.

Questa descrizione è confermata da tutti gli esperimenti effettuati finora.





CAPITOLO 6

PERCHÉ POSSIAMO VEDERE LE STELLE? – IL MOTO NELL'UNIVERSO

“Zwei Dinge erfüllen das Gemüt mit immer neuer und zunehmender Bewunderung und Ehrfurcht, je öfter und anhaltender sich das Nachdenken damit beschäftigt: der bestirnte Himmel über mir und das moralische Gesetz in mir.”^{**}

Immanuel Kant

Ref. 197

Nelle notti serene, sono visibili ad occhio nudo tra le due e le cinquemila stelle. Diverse centinaia di esse hanno nomi. Perché? Perché in tutte le parti del mondo, le stelle e le costellazioni che formano sono attaccati ai miti. I miti sono storie raccontate per rendere il'incomprensibile più comprensibile. Ma il semplice fatto che siamo in grado di *vedere* le stelle è la base per una storia molto più fantastica di tutti i miti. Tocca quasi tutti gli aspetti della fisica moderna e si basa sulla intera storia dell'universo.

Un'immagine a falsi colori delle sorgenti di raggi X osservate nel cielo notturno, per energie tra 1 e 30 MeV (cortesia NASA).

QUALI STELLE VEDIAMO?

Ref. 199

“Democrito dice [circa la Via Lattea] che si tratta di una regione di luce proveniente da numerose stelle piccole e vicine, il cui raggruppamento produce la luminosità dell'insieme.”

Aetius, *Opinions*.

Le stelle che vediamo in una notte chiara sono soprattutto le più brillanti delle nostre vicine più prossime nella circostante regione della Via Lattea. Si trovano a distanze tra quattro e poche migliaia di anni luce da noi. In parole povere, nel nostro ambiente c'è una stella circa ogni 400 anni luce cubici. Il nostro Sole è solo una delle centinaia di miliardi di stelle della Via Lattea.

Di notte, quasi tutte le stelle visibili ad occhio nudo sono della nostra galassia. L'unico oggetto extragalattico *costantemente* visibile ad occhio nudo nell'emisfero settentrionale è la cosiddetta nebulosa di Andromeda, mostrata ampliata in [figura 76](#). Si tratta di

Ref. 196

** ‘Due cose riempiono la mente con sempre nuova e crescente ammirazione e stupore, il pensiero le considera più spesso e con insistenza: il cielo stellato sopra di me e la legge morale dentro di me’. Immanuel Kant (1724–1804) fu il più importante filosofo dell'*Illuminismo*, il movimento che portò alla scienza moderna ed allo standard occidentale di benessere e di vita mettendo da parte le false idee diffuse dai governi basati sulla religione.



© 2009 Axel Mellinger

FIGURA 72 Una fotografia moderna del cielo notturno visibile, che mostra qualche migliaio di stelle e la Via Lattea. L'immagine è una composizione digitale di molte fotografie di cieli notturni senza nuvole prese per tutta la Terra. La Via Lattea è posizionata orizzontalmente (© Axel Mellinger, da Ref. 198).

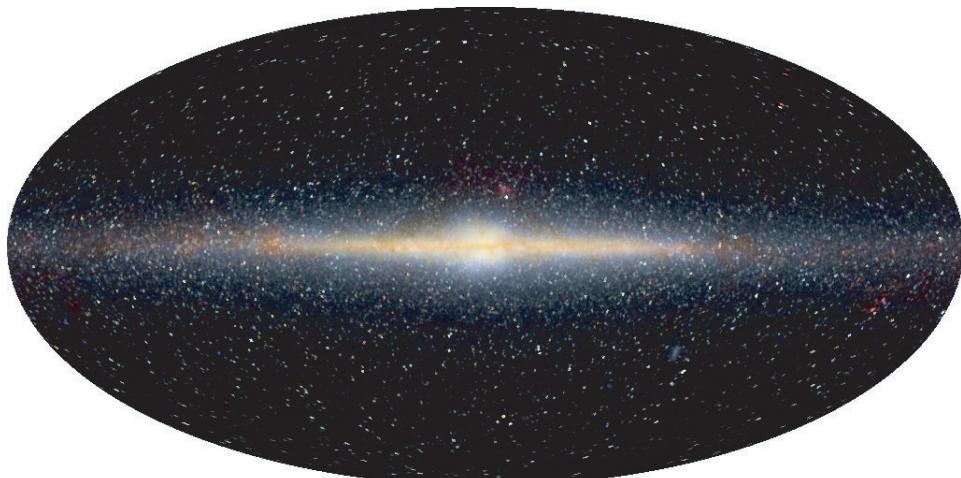


FIGURA 73 Una immagine a falsi colori di come il cielo notturno, e la nostra galassia, in particolare, sembrano vicino all'infrarosso (per gentile concessione NASA).

un'intera galassia come la nostra, come Immanuel Kant aveva già congetturato nel 1755. Diversi oggetti extragalattici sono visibili ad occhio nudo nel sud del mondo: la nebulosa Tarantola, così come le grandi e piccole nubi di Magellano. Le nubi di Magellano sono galassie prossime alla nostra. Altri, oggetti extragalattici *temporaneamente* visibili sono le rare *supernove*, stelle che esplodono, che possono essere viste se appaiono in galassie vicine, o ancora più rare *supernove*, che spesso possono essere viste anche in galassie lontane.

In realtà, le stelle visibili sono speciali anche per altri aspetti. Per esempio, i telescopi mostrano che circa la metà di loro sono in realtà doppie: sono costituite da due stelle che

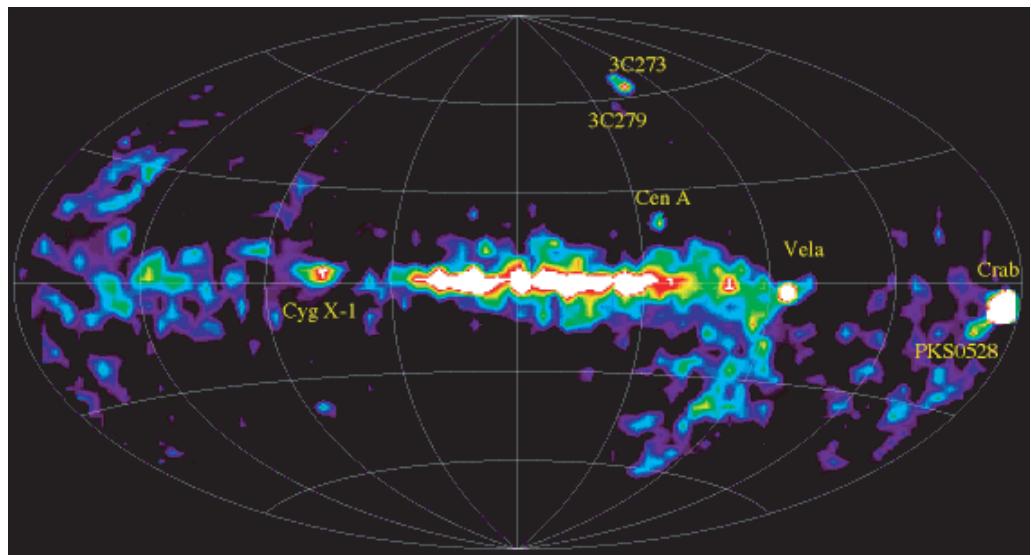


FIGURA 74 scala = 1

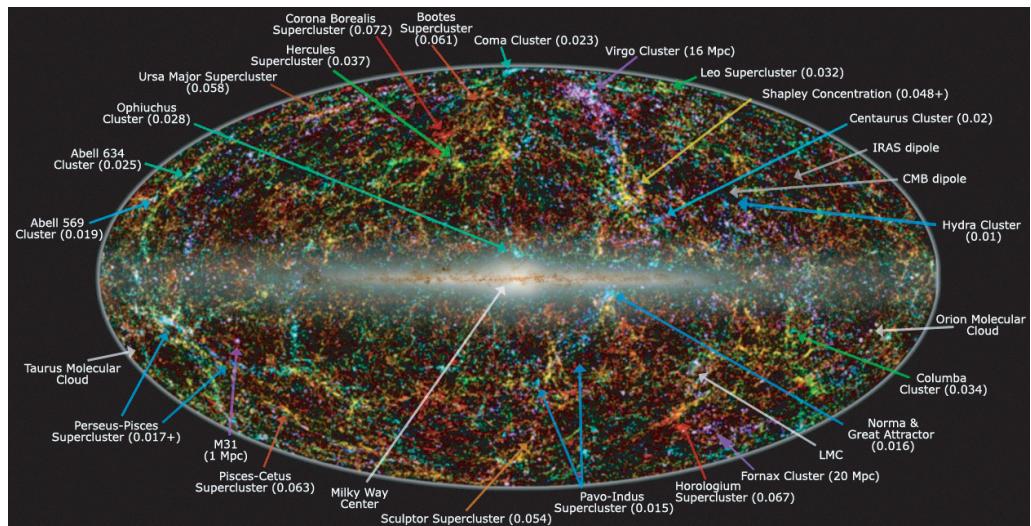


FIGURA 75 Un'immagine a falsi colori, composta da dati a raggi infrarossi, che mostra la struttura a grande scala dell'universo che ci circonda; il colore di ogni galassia rappresenta la sua distanza ed i numeri tra parentesi specificano lo spostamento verso il rosso; un'immagine a raggi infrarossi della Via Lattea è sovrapposta (per gentile concessione Thomas Jarret/IPAC/Caltech).

girano intorno a vicenda, come nel caso di Sirio. Misurare le orbite che seguono attorno all'altra permette di determinare le loro masse. Potete spiegare come?

Sfida 299 na
Vol. III, pag. 169

Molti oggetti extragalattici sono visibili con i telescopi. Oggi, questa è una delle principali ragioni per costruirli, e di costruirli tecnicamente quanto più grandi possibile.

L'universo è differente dalla nostra Via Lattea? Sì, lo è. Ci sono diversi argomenti per dimostrare questo. Prima di tutto, la nostra galassia – la parola *galassia* è solo il termine greco originale per ‘Via Lattea’ – è *appiattita*, a causa della sua rotazione. Se la

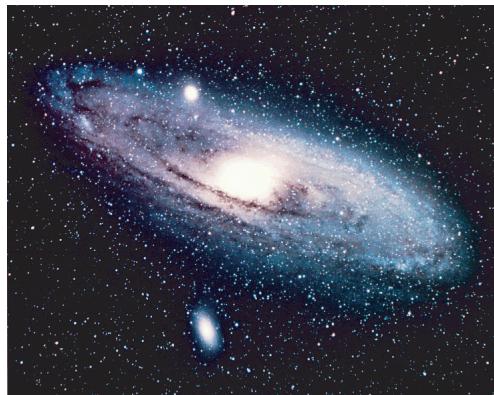


FIGURA 76 La nebulosa di Andromeda M31, una delle nostre galassie vicine (e il 31.mo membro dell'oggetto Messier) (NASA).

galassia ruota, ci devono essere altre masse che determinano lo sfondo rispetto al quale questa rotazione avviene. In realtà, vi è un numero enorme di altre galassie – circa 10^{11} – nell'universo, una scoperta che risale solo al ventesimo secolo. Alcuni esempi sono illustrati in [figura 76](#), [figura 77](#) e [figura 78](#). L'ultima figura mostra come di solito ‘muoiono’ le galassie: dalla collisione con altre galassie.

Perché la nostra comprensione del luogo della nostra galassia nell'universo avviene così in ritardo? Beh, la gente ha avuto la stessa difficoltà che avevano cercando di determinare la forma della Terra. Hanno dovuto capire che la galassia è non solo una striscia lattiginosa vista nelle notti serene, ma un sistema fisico reale, fatto di circa 10^{11} stelle gravitanti attorno a ciascun'altra.* Come la Terra, si è trovato che la Via Lattea ha una *forma* tridimensionale: come mostrato dalla fotografia a infrarossi [figura 73](#), la nostra galassia è una struttura piatta e circolare, con un rigonfiamento sferico al centro. Il diametro è di 100 000 anni luce. Essa ruota circa una volta ogni 200 a 250 milioni di anni. (Riuscite a immaginare come si misura questo?) La rotazione è abbastanza lenta: da quando si è formato il Sole, ha fatto solo circa da 20 a 25 giri completi intorno al centro.

E' anche possibile misurare la *massa* della nostra galassia. Il trucco è quello di utilizzare una pulsar binaria alla sua periferia. Se si osserva per molti anni, si può dedurre la sua accelerazione attorno al centro della galassia, poiché la pulsar reagisce con uno spostamento in frequenza che può essere misurato sulla Terra. Sono necessari molti decenni di osservazioni e molti effetti spuri devono essere eliminati. Tuttavia, tali misure sono in corso. Stime attuali mettono la massa della nostra galassia a 10^{42} kg o $5 \cdot 10^{11}$ masse solari.

Sfida 300 na

Ref. 200

Ref. 201

COME SI FA A GUARDARE LE STELLE?

Le migliori immagini del cielo notturno sono prodotte dai telescopi più sensibili. Sulla Terra, i telescopi più sensibili sono quelli più grandi, come quelli mostrati in [figura 81](#), situati a Paranal in Cile. La storia e le capacità di questi telescopi sono affascinanti. Per molte lunghezze d'onda assorbite dall'atmosfera, i telescopi più sensibili sono satel-

* La Via Lattea, o *galassia* in greco, è stato detto che ha avuto origine quando Zeus, il principale dio greco, cercò di lasciare alimentare suo figlio Ercole al seno di Hera, al fine di renderlo immortale; il giovane Ercole, in un segno che mostra la sua forza futura, succhiò con tanta forza che il latte schizzò per tutto il cielo.



FIGURA 77 La galassia ellittica NGC 205 (il 205° membro del Nuovo Catalogo Galattico) (NASA).



FIGURA 78 Le le galassie in collisione M51 e M51B, 65 000 di fronte, 31 Mal via (??????), mostrano come 'muore' una galassia (NASA).

liti limite, come quelli mostrati in figura 82 Per ogni dominio di lunghezza d'onda, tali moderni sistemi producono affascinanti immagini del cielo notturno. figura 72 a figura 75 danno alcuni esempi. Un bel sito web dedicato a mostrare come il cielo notturno guarda a diverse lunghezze d'onda è www.chromoscope.net. Il sito permette di



FIGURA 79 L'universo è pieno di galassie – questa foto mostra l'ammasso Perseo (NASA).



FIGURA 80 L'universo contiene molte nubi; un esempio è questa nube molecolare Ophiuco (© ESO).

scorrere da una lunghezza d'onda ad un'altra semplicemente spostando un cursore; vale la pena guardarla ed esplorare la bellezza dell'universo.

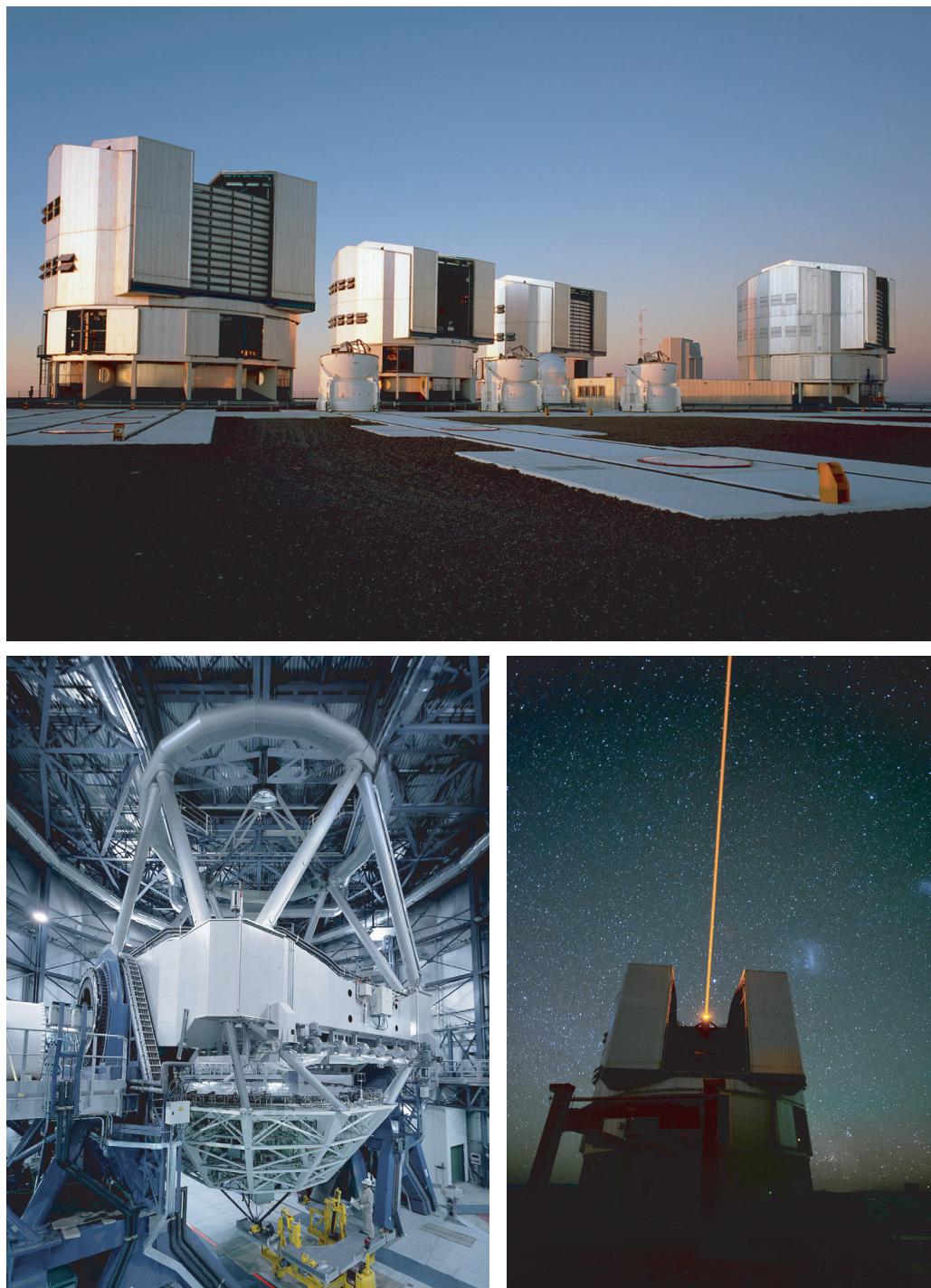


FIGURA 81 Uno dei quattro Grandi Telescopi (VLT) dell'Osservatorio Europeo Meridionale (ESO) a Paranal in Cile, i più potenti telescopi del mondo, ciascuno con un diametro di 8 m (© ESO).



FIGURA 82 Alto: il satellite XMM-Newton e la sua alta precisione, specchi a cipolla che ha prodotto una mappa a raggi X del cielo notturno. In basso: il satellite Planck e le sue antenne a microonde placcate in oro che hanno prodotto una mappa ad alta risoluzione della radiazione cosmica di fondo (© ESA).

COSA VEDIAMO DI NOTTE?

Pagina 204

L'astrofisica porta ad una strana conclusione sulla materia, molto diversa da come siamo abituati a pensare in fisica classica: *la materia osservata in cielo si trova in nubi*. Le *nubi* sono sistemi in cui la densità della materia diminuisce con la distanza dal centro, con nessun bordo tagliente e senza dimensione definita. L'oggetto indicato in [figura 80](#) è una nube molecolare. Ma questo non è l'unico caso. La maggior parte degli oggetti astrofisici, tra pianeti e stelle, sono le nubi.

Anche la Terra è una nube, se prendiamo la sua atmosfera, la sua magnetosfera e l'anello di polvere attorno come parte di essa. Il Sole è una nube. Si tratta di una palla di gas per cominciare, ma è ancora più una nube se prendiamo in considerazione le sue protuberanze, la sua eliosfera, il vento solare che si genera e la sua magnetosfera. Il sistema solare è una nube se consideriamo le sue nubi cometa, la sua cintura di asteroidi e la sua nube di gas interstellare locale. La galassia è una nube se ricordiamo la sua distribuzione di materia e la nube di radiazioni cosmiche di cui è circondata. Infatti, anche le persone possono essere viste come nubi, poiché ogni persona è circondata da gas, piccole particelle di polvere dalla pelle, vapore, ecc

Ref. 202

Nell'universo, quasi tutte le nubi sono nubi di plasma. Un *plasma* è un gas ionizzato, come il fuoco, i fulmini, l'interno dei tubi al neon, o il Sole. Almeno il 99.9 % di tutta la *materia nell'universo è sotto forma di nubi di plasma*. Esiste solo una piccola percentuale in forma solida o in forma liquida, come tostapane, stuzzicadenti o loro utenti.

Sfida 301 r

Tutti le nubi dell'universo condividono una serie di proprietà comuni. In primo luogo, tutte le nubi viste nell'universo – quando non toccate da collisioni o altre interazioni dagli oggetti vicini – sono *rotanti*. La maggior parte delle nubi sono quindi *appiattite*: esse sono in forma di dischi. In secondo luogo, in molte nubi in rotazione, la materia è in caduta verso il centro: la maggior parte delle nubi sono *dischi di accrescimento*. Infine, i dischi di accrescimento indisturbati di solito emettono qualcosa lungo l'asse di rotazione: sono in possesso di *getti*. Questa struttura di base della nube è stata osservata per le giovani stelle, per le pulsar, per le galassie, quasar e per molti altri sistemi. [figura 83](#) fornisce alcuni esempi. Infine, nel 2010, i getti sono stati trovati nella nostra galassia, la Via Lattea. (Il sole ha getti? Finora, non ne è stato rilevato nessuno.)

Ref. 203

In sintesi, la sera vediamo per lo più nubi in rotazione, appiattite di plasma che emettono getti lungo i loro assi. Ma il cielo notturno ha molti altri fenomeni. Una grande parte dell'astronomia e dell'astrofisica raccoglie informazioni su di loro. Una panoramica sulle osservazioni è data in [tavola 5](#).

TAVOLA 5 Alcune osservazioni circa l'universo.

ASPETTO	PROPRIETÀ PRINCIPALI	VALORE
Fenomeno		
Formazione galassia	osservata da Hubble	diverse volte
	evento di innesco	sconosciuto
Collisioni galattiche	quant. di moto	10^{45} a 10^{47} kg m/s
Formazione stella	collasso di nube	forma stelle tra 0.04 e 130 masse solari

TAVOLA 5 (Continua) Alcune osservazioni circa l'universo.

ASPESSO	PROPRIETÀ PRINCIPALI	VALORE
	frequenza	tra 0 e 1000 masse solari per anno per galassia; attorno 1 massa solare per anno nella Via Lattea
	da stelle che si uniscono	fino a 250 masse solari
Nove	nuove stelle luminose, $L < 10^{31}$ W	
	emettenti bolle	$R \approx t \cdot c/100$
Supernove	nuove stelle brillanti, tasso	$L < 10^{36}$ W 1 a 5 per galassia per 1000 a
Hipernove	esplosioni ottiche	$L > 10^{37}$ W
Esplosioni raggi Gamma	luminosità	L fino a 10^{45} W, circa 1% dell'intera luminosità dell'intero universo visibile
	energia	$c. 10^{46}$ J
	durata	$c. 0.015$ to 1000 s
	numero osservato	$c. 2$ per giorno
Sorgenti radio	emissioni radio	10^{33} a 10^{38} W
Sorgenti raggi X	emissione raggi X	10^{23} a 10^{34} W
Raggi cosmici	energia	da 1 eV a 10^{22} eV
lenti gravitazionali	curvatura luce	angoli più a 10^{-4} "
Comete	ricorrenza, evaporazione	tip. periodo 50 a, tip. visibilità vita 2 ka, tip. vita 100 ka
Meteoriti	età	fino a $4.57 \cdot 10^9$ a
Componenti		
Spazio intergalattico	densità di massa	$c. 10^{-26}$ kg/m ³
Quasar	spost. verso rosso	fino a $z = 6$
	luminosità	$L = 10^{40}$ W, circa la stessa per ogni galassia
Superammassi di galassie	numero di galassie	$c. 10^8$ entro il nostro orizzonte
Il nostro superammasso locale	numero di galassie	circa 4000
Gruppo di galassie	dimensione	100 Zm
	numero di galassie	tra una dozzina e 1000
Il nostro gruppo locale	numero di galassie	30
Galassie	dimensione	0.5 a 2 Zm
	numero	$c. 10^{11}$ entro l'orizzonte
	contenente	10 a 400 ammassi globulari
	contenente	tipicamente 10^{11} stelle ciascuno
	contenente	tipicamente una supermassiva e diversi buchi neri di massa intermedia

TAVOLA 5 (Continua) Alcune osservazioni circa l'universo.

ASPESSO	PROPRIETÀ PRINCIPALI	VALORE
La Via lattea, la nostra galassia	diametro	1.0(0.1) Zm
	massa	10^{42} kg o $5 \cdot 10^{11}$ masse solari Ref. 200
	velocità	600 km/s verso Hydra-Centaurus
	contenente	circa 30 000 pulsar Ref. 204
	contenente	100 ammassi globulari ciascuno con 1 milione di stelle
Ammassi globulari (p.e. M15) contenenti	età	migliaia di stelle, un buco nero di massa intermedia
		fino a 12 Ga (i più vecchi oggetti conosciuti)
Nebulose, nubi	composizione	polvere, ossigeno, idrogeno
La nostra nube stellare locale	dimensione	20 anni luce
	composizione	idrogeno atomico a 7500 K
Sistemi di stelle	tipi	stelle doppie orbitanti, oltre 70 stelle orbitate da nane marroni, diversi sistemi planetari
Il nostro sistema solare	dimensione	2 anni luce (nube Oort)
	velocità	368 km/s dall'Acquario verso il Leone
Stelle	massa	fino a 130 masse solari (eccetto quando le stelle si uniscono) Ref. 205
giganti e supergiganti sequenza principale di stelle	grande dimensione	fino a 1 Tm
nane marrone	bassa massa	sotto 0.072 masse solari
	bassa temperatura	sotto 2800 K Ref. 206
nane L	bassa temperatura	1200 a 2800 K
nane T	bassa temperatura	900 a 1100 K
nane bianche	piccolo raggio	$r \approx 5000$ km
	alta temperatura	freddo da 100 000 a 5000 K
stelle di neutroni	densità di massa nucleare	$\rho \approx 10^{17}$ kg/m ³
	spiccola dimensione	$r \approx 10$ km
emettitori di esplosioni di raggi X	emissione raggi X	
pulsar	emissioni radio periodiche	
	masas	fino a circa 25 masse solari
magnetar	alti campi magnetici	fino a 10^{11} T e più alti Ref. 207
		alcune sono ripetitori gamma, altre sono pulsar anomale a raggi X

TAVOLA 5 (Continua) Alcune osservazioni circa l'universo.

ASPESSO	PROPRIETÀ PRINCIPALI	VALORE
Buchi neri	massa raggio d'orizzonte	sopra 25 masse solari Ref. 208 $r = 2GM/c^2$, intervallo di massa osservata da 3 masse solari a 10^{11} masse solari
Proprietà generali		
Orizzonte cosmico	distanza	$c \cdot 10^{26} \text{ m} = 100 \text{ Ym}$
Costante	espansione di Hubble	$71(4) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ or $2.3(2) \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$
'Età' dell'universo		$13.8(1) \text{ Ga}$
Vuoto	densità d'energia	0.5 nJ/m^3 o $\Omega_\Lambda = 0.73$ per $k = 0$ nessuna evidenza di dipendenza dal tempo
Forma a larga scala	curvatura spazio topologia	$k \approx \Omega_K = 0$ Pagina 224 semplice a tutte le scale misurate
Dimensioni	numero	3 per spazio, 1 per tempo, per tutte le energie e scale misurate
Materia	densità	$2 \text{ a } 11 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ o 1 a 6 atomi di idrogeno per metro cubo $\Omega_M = 0.25$
Barioni	densità	$\Omega_b = 0.04$, un sesto del precedente (incluso in Ω_M)
Materia oscura	densità	$\Omega_{DM} = 0.21$ (inclusa in Ω_M), sconosciuta
Energia oscura	densità	$\Omega_{DM} = 0.75$, sconosciuta
Fotoni	numero densità	$4 \text{ a } 5 \cdot 10^8 / \text{m}^3 = 1.7 \text{ a } 2.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg/m}^3$
Neutrini	densità di energia	$\Omega_R = 4.6 \cdot 10^{-5}$
Temperatura media	fotoni	Ω_ν sconosciuta 2.725(2) K
Perturbazioni	neutrini fotoni anisotropi ampiezza densità indice spettrale rapporto tensore-a-scalare	non misutati, il valore previsto è 2 K $\Delta T/T = 1 \cdot 10^{-5}$ $A = 0.8(1)$ $n = 0.97(3)$ $r < 0.53$ con 95 % confidenza
Profondità ottica di ionizzazione		$\tau = 0.15(7)$
Disaccoppiamento		$z = 1100$

Ma mentre stiamo parlando di ciò che vediamo in cielo, dobbiamo chiarire un quesione generale.

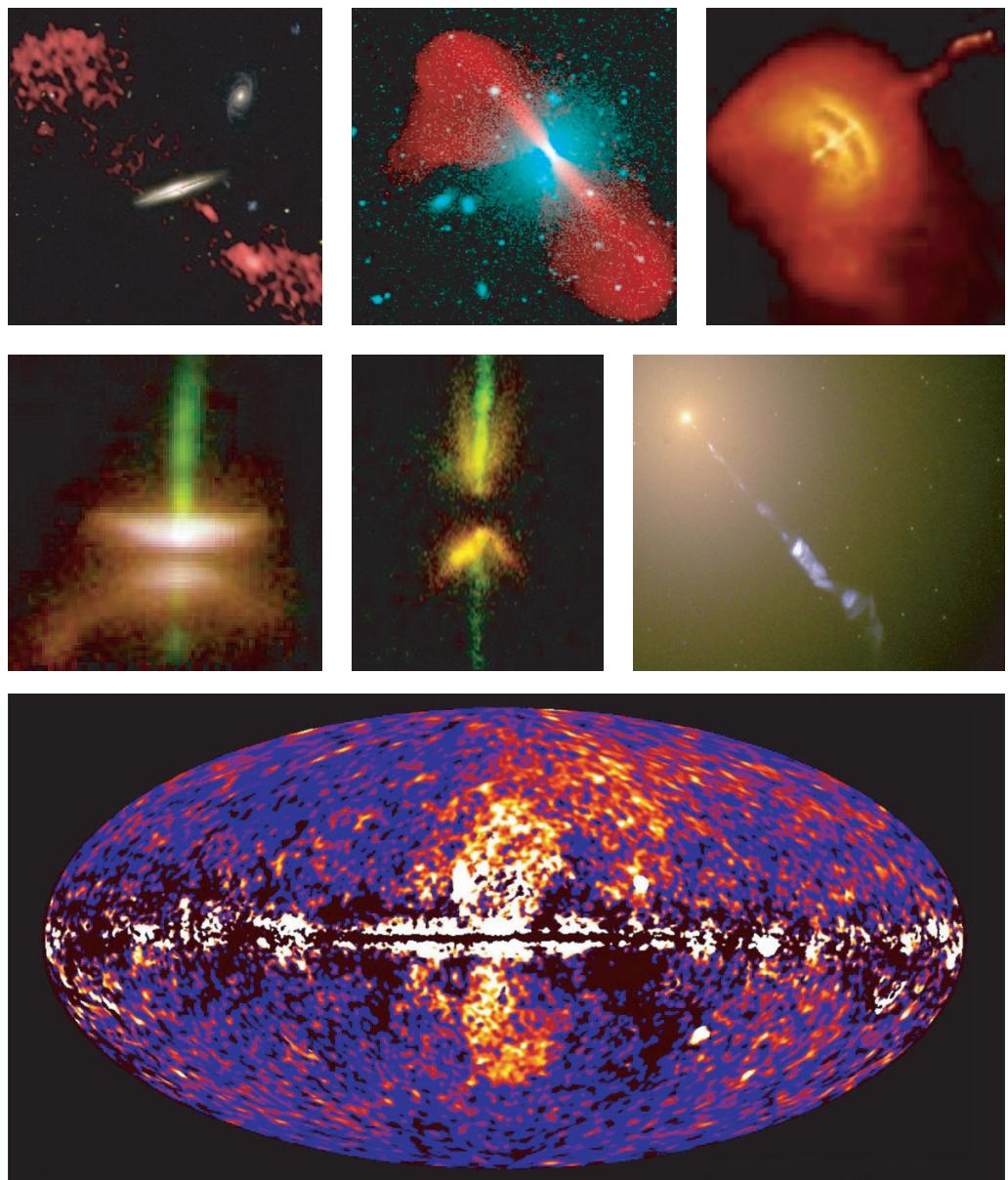


FIGURA 83 Le nubi rotanti che emettono getti lungo il loro asse; fila superiore: una immagine composta (visibile e infrarosso) della galassia 0313-192, la galassia 3C296, e la pulsar Vela; riga centrale: la stella in formazione HH30, la stella in formazione DG Tauri B, e un buco nero corvino della galassia M87; riga inferiore: la scoperta di getti nella nostra galassia (tutto NASA).

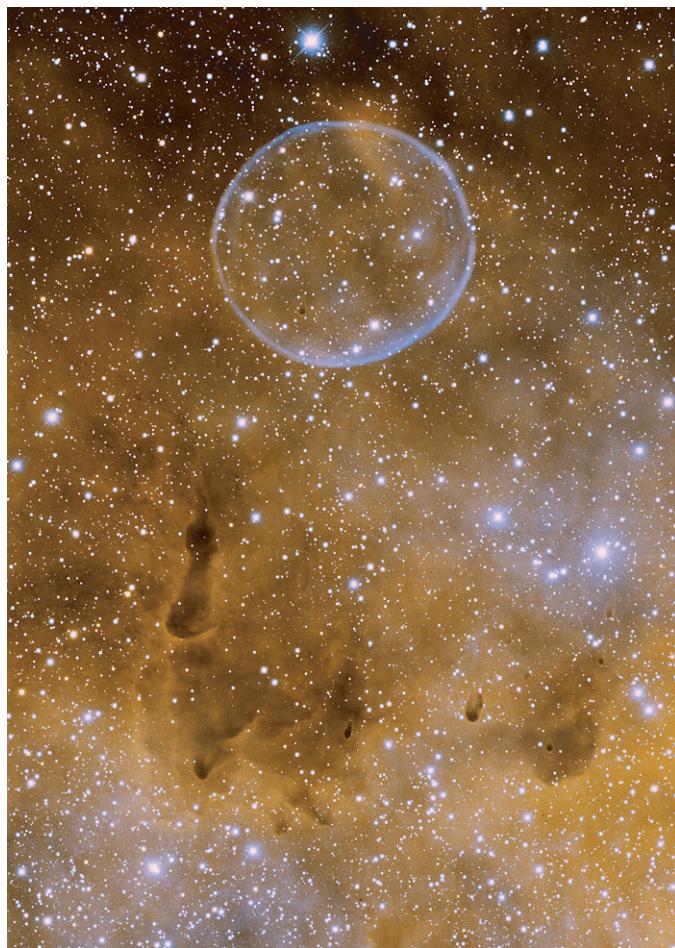


FIGURA 84 La bellezza dell'astronomia: la Bolla Cygnus, scoperta nel 2008, una nebulosa espulsa da una stella centrale (immagine a falsi colori per gentile concessione di T.A. Rector, H. Schweiker).

CHE COS'È L'UNIVERSO?

“Sono stupefatto da persone che vogliono ‘conoscere’ l'universo quando è già abbastanza difficile trovare il modo per aggirare Chinatown.”

Woody Allen

Il termine ‘universo’ implica girare. L’universo è quello che gira intorno a noi di notte. Per un fisico, sono possibili almeno tre definizioni per il termine ‘universo’:

- L’*universo (osservabile o visibile)* è la totalità di tutte le masse osservabili ed energia. Questo include ogni cosa dentro l’orizzonte cosmologico. Poiché l’orizzonte si allontana da noi, la quantità di massa osservabile e l’energia stanno costantemente aumentando. Il contenuto del termine ‘universo osservabile’ non è quindi fisso nel tempo. (Qual è l’origine di questo aumento? Torneremo su questo tema nella tappa finale della nostra avventura.)
- L’*universo (credibile)* è la totalità di tutta la massa ed energia, *comprese* quelle che

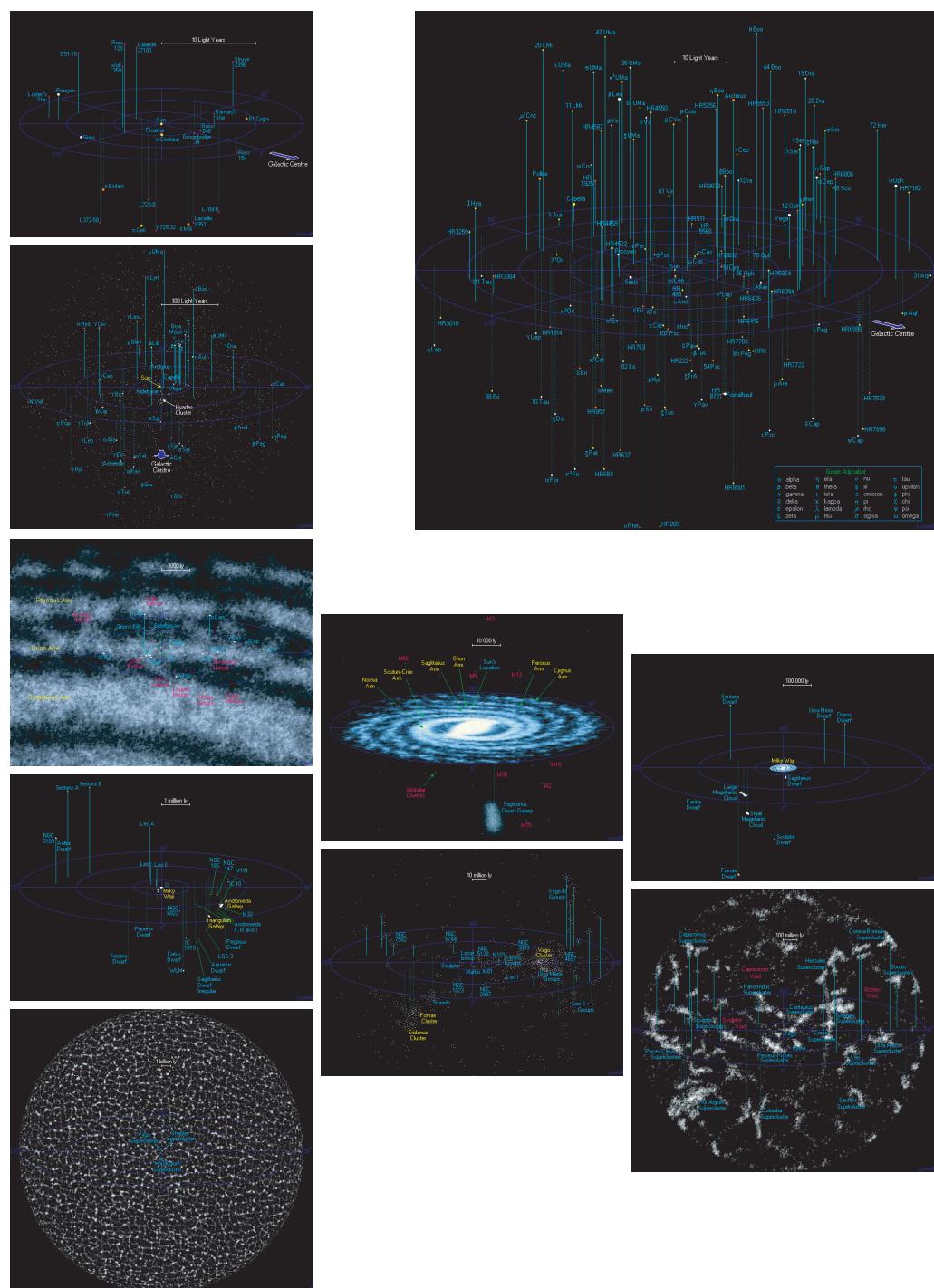


FIGURA 85 Un atlante del nostro ambiente cosmico: illustrazioni a scale fino a 12,5, 50, 250, 5 000, 50 000, 500 000, 5 milioni, 100 milioni, 1 000 milioni e 14 000 milioni di anni luce (© Richard Powell, www.atlasoftheuniverse.com).

Sfida 302 f

non sono osservabili. Numerosi libri di relatività generale affermano che esiste sicuramente la materia o energia oltre i confini dell'osservazione. Spiegheremo l'origine di questa convinzione di seguito. (Siete d'accordo con essa?)

- L'(*intero*) universo è la somma di materia ed energia *nonché* lo stesso spazio-tempo.

Sfida 303 s

Queste definizioni sono spesso meschiate nelle discussioni fisiche e filosofiche. *Non c'è* un consenso generalmente accettato sui termini, così bisogna stare attenti. In questo testo, quando usiamo il termine 'universo', implichiamo solo l'*ultima* definizione. Scopriremo ripetutamente che senza una chiara distinzione tra le definizioni la salita completa alla Montagna del moto diventa impossibile. (Ad esempio: la quantità di materia ed energia nell'*intero* universo è uguale all'universo osservabile?)

Sfida 304 s

Si noti che la 'dimensione' dell'universo visibile, o meglio, la distanza al suo orizzonte, è una quantità che *può* essere immaginata. Il valore di 10^{26} m, o diecimila milioni di anni luce, non è al di là dell'immaginazione. Se prendessimo tutto il ferro dal nucleo della Terra e ne facessimo un filo che raggiungesse il confine dell'universo osservabile, quanto sarebbe spesso? La risposta potrebbe sorprendervi. Inoltre, il contenuto dell'universo è chiaramente finito. Ci sono circa altrettante *galassie* visibili nell'universo quanti sono i granelli in un metro cubo di sabbia. Per espandere il confronto, si può dedurre quanto spazio si avrebbe bisogno per contenere tutta la farina che si otterrebbe se ogni piccolo granello, con una dimensione tipica di 150 μm , rappresentasse una stella?

Sfida 305 s

IL COLORE E IL MOTO DELLE STELLE

“'Η τοι μὲν πρώτιστα Ξάος γένετ' ... *
Esiodo, *Teogonia*. ”

Sfida 306 s

Ovviamente, l'universo è pieno di moto. Per conoscere un poco l'universo, è utile misurare la velocità e la posizione di tutti gli oggetti in esso come possibile. Nel XX secolo, un gran numero di tali osservazioni sono state ottenute da stelle e galassie. (Potete immaginare come sono determinate la distanza e la velocità?) Questa ricchezza di dati può essere riassunta in due punti.

Ref. 209

Prima di tutto, su larga scala, cioè, la media su circa cinquecento milioni di anni luce, la densità di materia nell'universo è *omogenea* e *isotropa*. Ovviamente, a scale più piccole esistono disomogeneità, come ad esempio le galassie o le torte al formaggio. La nostra galassia, per esempio non è né isotropa né omogenea. Ma a grandi scale le differenze media finisce. Questa omogeneità su larga scala della distribuzione di materia è spesso chiamato *principio cosmologico*.

Ref. 210

Il secondo punto sull'universo è ancora più importante. Nel 1920, indipendentemente, Carl Wirtz, Knut Lundmark e Gustaf Stromberg mostrarono che, nel complesso, tutte le galassie *si allontanano dalla Terra*, e tanto più quanto più erano lontane. Vi sono alcune eccezioni per le galassie vicine, come la nebulosa di Andromeda stessa; ma in generale, la velocità di volo v di un oggetto aumenta con la distanza d . Nel 1929, l'astronomo americano Edwin Hubble** pubblicò la prima misurazione del rapporto tra velocità e dis-

* 'In verità, al principio vi fu il caos ...' La Teogonia, attribuita al probabilmente mitico Esiodo, fu perfezionata attorno al 700 BCE. Essa può essere letta in Inglese e Greco sul sito www.perseus.tufts.edu. La famosa citazione qui è dal versetto 117.

** Edwin Powell Hubble (1889–1953), importante astronomo americano. Dopo essere stato un atleta e preso

tanza. Nonostante il suo uso di scale di lunghezza non corrette trovò una relazione

$$v = H d , \quad (243)$$

dove la costante di proporzionalità H è oggi chiamata la *costante Hubble*. Un grafico moderno della relazione è dato in [figura 86](#). La costante di Hubble è conosciuta oggi per avere un valore intorno a $71 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$. (Il valore proprio di Hubble era così lontano da questo valore che non viene più citato.) Per esempio, una stella ad una distanza di 2 Mpc^* si allontana dalla Terra con una velocità di circa 142 km/s , e proporzionalmente di più per le stelle più lontane.

Sfida 307 s Infatti, la scoperta di Wirtz, Lundmark e Stromberg implica che *ogni* galassia si allontana da *tutte* le altre. (Perché?) In altre parole, la materia nell'universo è in *espansione*. La scala di questa espansione e le enormi dimensioni in gioco sono sorprendenti. Il moto di tutti i mille milioni di gruppi di galassie nel cielo è descritto dalla singola equazione (243)! Alcune deviazioni sono osservate per galassie vicine, come detto sopra, e per galassie lontane, come vedremo.

Il principio cosmologico e l'espansione presi insieme implicano che l'universo non può essere esistito prima del tempo in cui era di dimensioni nulle; l'universo ha così *un'età finita*. Insieme con le equazioni di evoluzione, come spiegato in dettaglio più avanti, la costante di Hubble indica un valore di età di circa 13 800 milioni di anni. L'espansione significa anche che l'universo ha un *orizzonte*, cioè, un'distanza massima finita per le sorgenti i cui segnali possono arrivare sulla Terra. I segnali provenienti da fonti oltre l'orizzonte non possono arrivare.

Sfida 308 na Il moto delle galassie dice qualcosa di importante: nel passato, il cielo notturno, e quindi l'universo, è stato molto *più piccolo*; la materia è stata molto più *densa* di quanto non sia ora. Si scopre che la materia è stata anche molto *più calda*. George Gamow** prevede nel 1948 che poiché gli oggetti caldi irradiano luce, il cielo non può essere completamente nero di notte, ma deve essere riempito di radiazione emessa da corpi neri quando erano 'in calore'. Tale radiazione, detta *radiazione di fondo*, deve essersi raffreddata a causa dell'espansione dell'universo. (Potete confermarlo?) Nonostante varie previsioni simili da parte di altri autori, tra cui Yakov Zel'dovich, in uno dei più famosi casi di mancata comunicazione scientifica, la radiazione fu trovata solo molto più tardi, da due ricercatori completamente all'oscuro di tutto questo lavoro. Un famoso documento nel 1964 di Doroshkevich and Novikov aveva anche affermato che l'antenna usata dagli (inconsapevoli) scopritori successivi era il miglior dispositivo per la ricerca della radiazione! In ogni caso, solo nel 1965 Arno Penzias e Robert Wilson scoprirono la radiazione. Fu una delle più belle scoperte scientifiche, per cui entrambi successivamente ricevettero il premio Nobel per la fisica. La radiazione risulta essere descritta dalla radiazione di corpo nero per un corpo con una temperatura di $2.728(1) \text{ K}$, come illustrato in [figura 87](#). In

Ref. 213

una laurea in legge, ritornò alla sua passione di infanzia delle stelle; egli finalmente provò la congettura di Immanuel Kant del 1755 che la nebulosa di Andromeda era una galassia come la nostra. Egli quindi dimostrò che la Via Lattea è solo una piccola parte dell'universo.

* Un *megaparsec* o *Mpc* è una distanza di 30.8 Zm .

** George Gamow (b. 1904 Odessa, d. 1968 St. Boulder), fisico. Egli spiegò il decadimento alfa come un effetto tunnel e prevede il sottofondo di microonde. Scrisse il primo testo di fisica popolare di successo, come *I, 2, 3, l'infinito* e la serie *Mr. Thompkins*, che furono poi imitati da molti altri scrittori.

Pagina 300

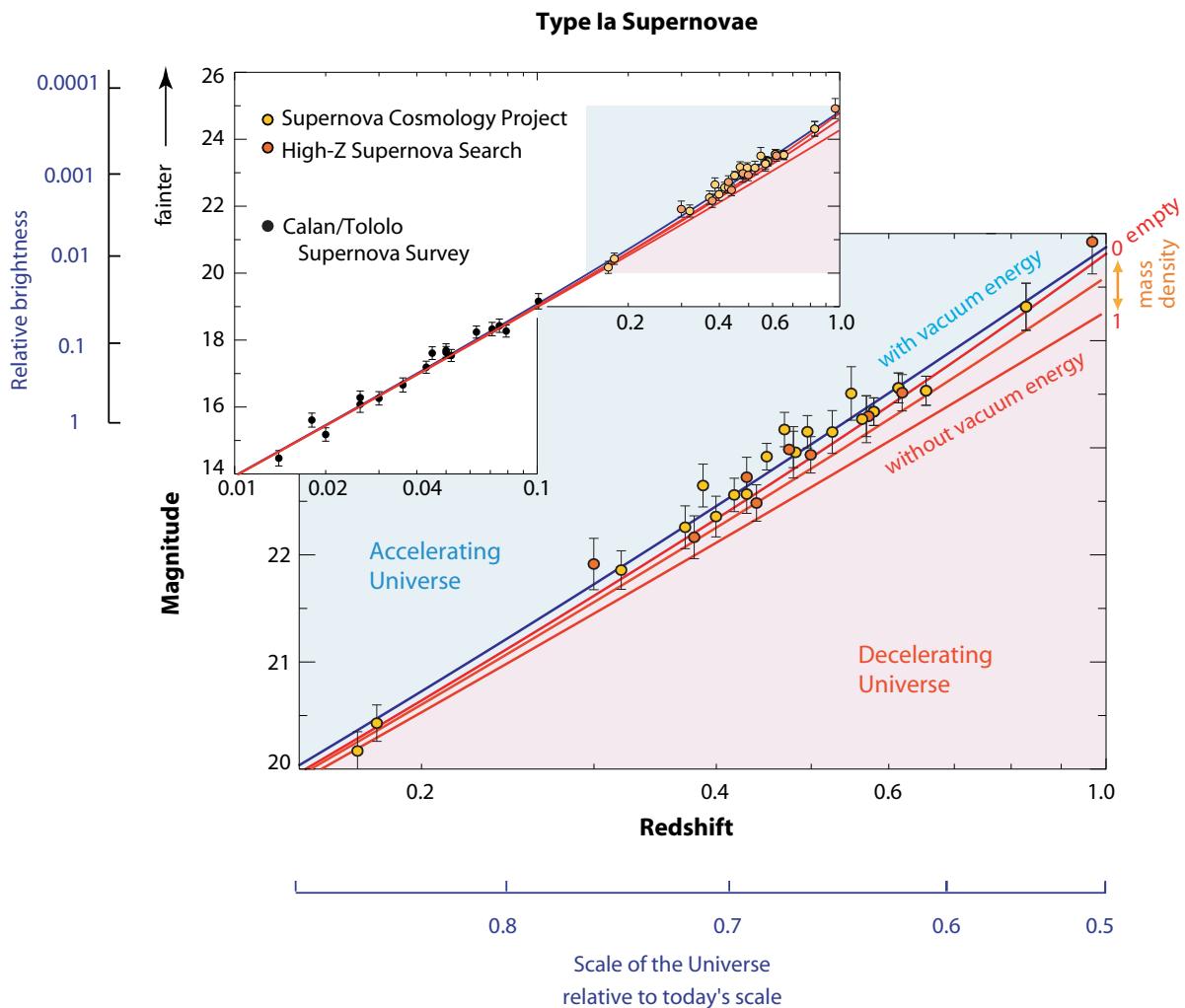


FIGURA 86 Il rapporto tra la distanza della stella e velocità della stella (per gentile concessione Saul Perlmutter e il Progetto Supernova Cosmology).

realtà, la spettro segue la dipendenza dal corpo nero con una precisione migliore di 1 parte in 10^4 .

In sintesi, l'universo è iniziato con un caldo *big bang*. Ma a parte l'espansione e il raffreddamento, gli ultimi quattordici miliardi di anni hanno anche prodotto pochi altri eventi memorabili.

LE STELLE BRILLANO OGNI NOTTE?

“Le stelle non brillano splendidamente? Io sono l'unica persona al mondo che sa perché lo fanno.

Friedrich (Fritz) Houtermans (1903–1966)

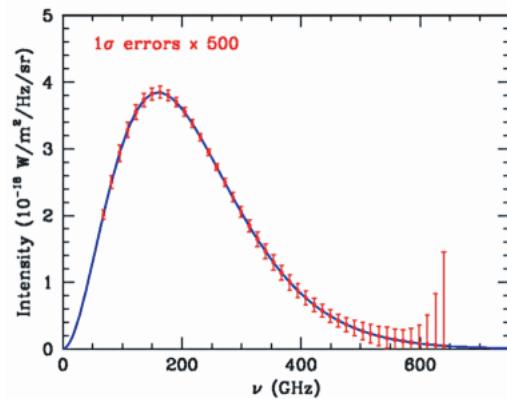


FIGURA 87 Lo spettro misurato della radiazione cosmica di sottofondo, con le barre di errore moltiplicato per 500, rispetto allo spettro di Planck calcolato per 2.728 K (NASA).

Le stelle sembrano essere lì per sempre. In effetti, ogni tanto una nuova stella appare nel cielo: una *nova*. Il nome è latino e significa 'nuovo'. Soprattutto novae luminose sono chiamate *supernovae*. le novae e simili fenomeni ci ricordano che le stelle di solito vivono molto più a lungo degli esseri umani, ma che come le persone, le stelle nascono, brillano e muoiono.

Si scopre che si possono tracciare tutte le stelle sul cosiddetto *diagramma di Hertzsprung–Russell*. Questo diagramma, basilare per ogni libro sull'astronomia, è mostrato in [figura 88](#). E' un bellissimo esempio del metodo standard utilizzato dagli astrofisici: raccogliendo statistiche su molti esempi di un tipo di oggetto, si può dedurre il ciclo di vita dell'oggetto, anche se la sua durata è molto più lunga di quella di un essere umano. Per esempio, è possibile, con un uso intelligente del diagramma, stimare l'età di ammassi stellari, come l'ammasso M15 di [figura 89](#), e, pertanto, un'età minima dell'universo. Il risultato è di circa tredicimila milioni di anni.

La durata limitata delle stelle porta a restrizioni alla loro visibilità, soprattutto per alti spostamenti verso il rosso. In effetti, i telescopi moderni possono guardare in luoghi (e tempi) così lontani nel passato che non contengono più stelle. A quelle distanze si osservano solo *quasar*; queste fonti di luce non sono stelle, ma sistemi molto più massicci e luminosi. La loro struttura è ancora preciso oggetto di studio degli astrofisici.

Dal momento che le stelle brillano, esse furono anche *formate* in qualche modo. Nel corso di milioni di anni, vaste nubi di polvere nello spazio possono scontrarsi, a causa dell'influenza della gravità, e formare una densa struttura calda e rotante: una nuova stella. Gli affascinanti dettagli della loro nascita dalle nubi di polvere sono una parte centrale dell'astrofisica, ma non la esploriamo qui. Le stelle si differenziano nella vita e durata. Soprattutto, la loro vita dipende dalla loro massa alla nascita. Stelle della massa del Sole vivono da 10 a 20 Ga e muoiono come giganti rosse. Stelle con una massa che è 20 volte quella del Sole vivono solo qualche milione di anni e muoiono come supernovae. Le stelle più massicce sembrano avere circa 130 masse solari. Le eccezioni sono quelle stelle che si formano attraverso la fusione di diverse stelle; esse possono essere più massicce di 250 masse solari.

Eppure non abbiamo la risposta completa alla nostra domanda. Perché le stelle brillano? Chiaramente, brillano perché sono calde. Sono calde a causa di reazioni nucleari

Ref. 214

Ref. 215

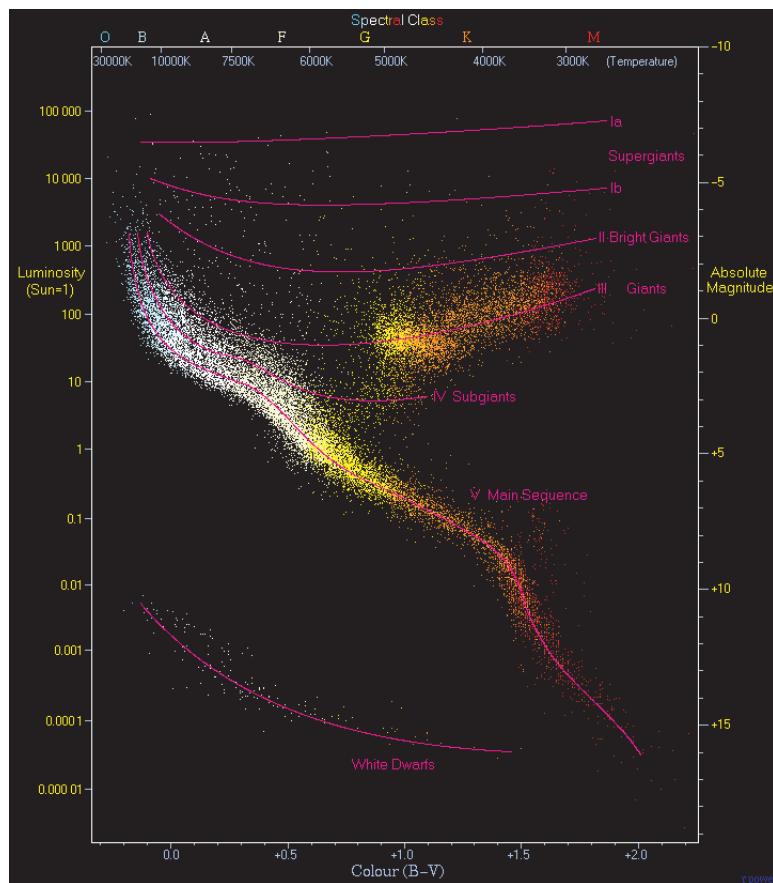


FIGURA 88 Il diagramma di Hertzsprung–Russell (© Richard Powell).

Vol. V, pag. 218 nel loro interno. Discuteremo questi processi in più dettaglio in quel'ultimo volume.

UNA BREVE STORIA DELL'UNIVERSO

Ref. 216

“Anima scintilla stellaris essentiae.*

Eraclito di Efeso (c. 540 to c. 480 BCE)

Ref. 217

Non solo le stelle nascono, brillano e muoiono. Anche le galassie lo fanno. Che dire dell'universo? Le più importanti avventure che la materia e le radiazioni intorno a noi hanno vissuto sono riassunte nella [tavola 6](#). I passi non ancora discussi saranno studiati nel resto della nostra avventura. La tabella della storia è impressionante. Questa tabella della storia ha anche applicazioni che nessun fisico teorico avrebbe immaginato. La sequenza di eventi è così bella e impressionante che oggi è utilizzata in alcune psicoterapie per far notare alla gente la storia dietro la loro esistenza, e per ricordare loro il proprio valore. Divertitevi.

* 'L'anima è una scintilla della sostanza delle stelle.'



FIGURA 89 L'ammasso globulare Messier 15 (M15), con un'età di tredici mila milioni di anni (© ESA, NASA).

TAVOLA 6 Una breve storia dell'universo.

IL TEMPO PRIMA DI ORA ^a	IL TEMPO DOPO IL BIG BANG ^b	EVENTO	TEMPER- ATURA
$c. 13.8 \cdot 10^9$ a	$\approx t_{Pl}^b$	Tempo, spazio, materia e condizioni iniziali sono indeterminate	10^{32} K $\approx T_{Pl}$
$13 \cdot 10^9$ a	$c. 1000 t_{Pl}$ $\approx 10^{-42}$ s	Distinzione dello spazio-tempo da materia e radiazione, le condizioni iniziali sono indeterminate	10^{30} K
	10^{-35} s to 10^{-32} s	Inflazione & L'epoca GUT inizia; le interazioni forti $5 \cdot 10^{26}$ K ed elettrodeboli divergono	$5 \cdot 10^{26}$ K
	10^{-12} s	gli antiquark si annientano; l'interazione elettromagnetica e debole si separano	10^{15} K

TAVOLA 6 (Continua) Una breve storia dell'universo.

IL TEMPO PRIMA DI ORA ^a	IL TEMPO DOPO IL BIG BANG ^b	EVENTO	TEMPER- ATURA
	$2 \cdot 10^{-6}$ s	I quarks vengono confinati in adroni; l'universo è un 10^{13} K plasma I positroni si annientano	
	0.3 s	L'universo diventa trasparente per i neutrini	10^{10} K
	pochi secondi	Nucleosintesi: D, 4 He, 3 He e 7 Li <i>nuclei</i> ; la radiazione 10^9 K domina ancora	
	2500 a	la dominazione della materia inizia; le perturbazioni 75 000 K di densità si ingrandiscono	
$z = 1100$	380 000 a	Ricombinazione: durante queste ultime fasi del Big Bang, si formano gli <i>atomi</i> di H, He e Li, e l'universo diventa 'trasparente' per la luce, poiché la materia e la radiazione si disaccoppiano, cioè, poiché acquistano differenti temperature; il 'cielo notturno' comincia a diventare più scuro e ancora più scuro	3000 K
		Il cielo è quasi nero tranne che per la radiazione di corpo nero	$T_\gamma = T_o(1 + z)$
$z = 10$ to 30		Formazione delle galassie	
$z = 9.6$		I più vecchi oggetti visti finora	
$z = 5$		Si formano gli ammassi di galassie	
$z = 3$	10^6 a	La prima generazione di stelle (popolazione II) viene formata, cominciando la fusione dell'idrogeno; la fusione dell'elio produce carbonio, silicio e ossigeno	
	$2 \cdot 10^9$ a	Le prime stelle esplodono come supernove ^c ; viene prodotto il ferro	
$z = 1$	$3 \cdot 10^9$ a	La seconda generazione di stelle appare (popolazione I), e le successive esplosioni di supernova dell'invecchiamento delle stelle formano gli oligoelementi (Fe, Se, etc.) di cui siamo fatti e li soffiamo nella galassia	
	$4.7 \cdot 10^9$ a	Le primitive nubi, fatte da resti di tale esplosione, collassano; si forma il Sole	
	$4.5 \cdot 10^9$ a	La formazione della Terra e altri pianeti : Azoico starts^d	
	$4.5 \cdot 10^9$ a	Terra e altri pianeti formazione: inizia l'Azoicum ^d	
	$4.5 \cdot 10^9$ a	La Luna si forma dal materiale espulso durante la collisione di un grande asteroide con la Terra ancora liquida	
	$4.3 \cdot 10^9$ a	Si formano i crateri sui pianeti	

TAVOLA 6 (Continua) Una breve storia dell'universo.

IL TEMPO PRIMA DI ORA ^a	IL TEMPO DOPO IL BIG BANG ^b	EVENTO	TEMPER- ATURA
$4.0 \cdot 10^9$ a		Archean eon (Archeozoico) inizia: i bombardamenti dallo spazio si fermano; la crosta della Terra si solidifica; si formano minerali più antichi; l'acqua condensa	
$3.5 \cdot 10^9$ a		La vita unicellulare (microscopica appare); si formano le stromatoliti	
$2.5 \cdot 10^9$ a		era Proterozoica si formano i minerali più antichi (l'età della prima vita') inizia: l'atmosfera diventa ricca di ossigeno grazie all'attività dei microrganismi	
		Ref. 218	
$1.3 \cdot 10^9$ a		La vita macroscopica, pluricellulare appare, i funghi conquistano la terra	
$800 \cdot 10^6$ a		La Terra è completamente coperta di ghiaccio per la prima volta (motivo ancora sconosciuto) Ref. 219	
600 a		La Terra è completamente ricoperta di ghiaccio per l'ultima volta	
$540 \cdot 10^6$ a		Era Paleozoica (Palaeozoico, 'era della vecchia vita') inizia, dopo che finisce una gigantesca era glaciale: appaiono gli animali, i fossili più antichi (con 540(5) inizio dei periodi Cambriano, 495(5) Ordoviciano, 440(5) Siluriano, 417(5) Devoniano, 354(5) Carbonifero e 292(5) Permiano)	
$450 \cdot 10^6$ a		Le Piante terrestri appaiono	
$370 \cdot 10^6$ a		Appaiono gli alberi di legno	
$250(5) \cdot 10^6$ a		Mesozoico inizia l'era (Mesozoico, 'era della media vita', prima chiamata Secondario): la maggior parte degli insetti e altre forme di vita vengono sterminati; appaiono i mammiferi (con 250(5) inizio dei periodi Triassico, 205(4) Giurassico e 142(3) Cretaceo)	
$150 \cdot 10^6$ a		Il continente Pangea si divide in Laurasia e Gondwana	
		Si forma l'ammasso di stelle delle Pleiadi	
$150 \cdot 10^6$ a		Appaiono gli uccelli	
$142(3) \cdot 10^6$ a		Inizia l'età d'oro del dinosauro (Cretaceo)	
$100 \cdot 10^6$ a		Inizia la formazione di Alpi, Ande e Montagne Rocciose	

TAVOLA 6 (Continua) Una breve storia dell'universo.

IL TEMPO PRIMA DI ORA ^a	IL TEMPO DOPO IL BIG BANG ^b	EVENTO	TEMPER- ATURA
$65.5 \cdot 10^6$ a		Inizia l'era del Cenozoico (Caenozoicum, 'età della nuova vita') : dopo che un asteroide colpisce la Terra nello Yucatan, i dinosauri si estinguono, ed appaiono erba e primati, (con 65.5 inizio del Terziario, che consiste del periodo Paleogene con Paleocene, 55.0 Eocene ed epoca 33.7 Oligocene , e del periodo Neogene , con 23.8 Miocene e 5.32 Pliocene epoca; quindi 1.81 periodo Quaternary con Pleistocene (o Diluvio) e 0.01 Olocene (o epoca Alluvionale))	
$50 \cdot 10^6$ a		Appaiono i grandi mammiferi	
$7(1) \cdot 10^6$ a		Appaiono gli ominidi	
$3 \cdot 10^6$ a		Esplode supernova, con susseguenti conseguenze: con i seguenti effetti: radiazione cosmica più intensa, più alto tasso di formazione di nubi, la Terra si raffredda drasticamente, alta pressione evolutiva sugli ominidi e, come risultato, appare l'Uomo	
		Ref. 220	
500 000 a		Formazione di stelle più giovani nella galassia	
500 000 a		Appare l'Homo sapiens	
100 000 a		Inizio dell'ultima era glaciale	
90 000 a		Appare l'Homo sapiens sapiens	
11 800 a		Fine dell'ultima era glaciale, inizio dell'Olocene	
6 000 a		Primi testi scritti	
2 500 a		Inizia la Fisica	
500 a		inizia l'uso di caffè, matite e la fisica moderna	
200 a		Inizia l'uso dell'elettricità	
100 a		Einstein pubblica	
10 a 120 a		Voi eravate esseri unicellulari	
Presente	$c. 14 \cdot 10^9$ a	Voi state leggendo questo	$T_\gamma = 2.73$ K, $T_v \approx 1.6$ K, $T_b \approx 0$ K
Futuro		Vi godete la vita; per i dettagli e motivi, vedere i seguenti volumi.	

a. Il tempo coordinato usato qui è quello dato dal sistema coordinato definito dalla microonda della radiazione di fondo, come spiegato su [pagina 226](#). Un anno è abbreviato 'a' (latino 'annus'). Gli errori nelle ultime cifre sono dati tra parentesi.

b. Questa quantità non è esattamente definita poiché il big bang non è un evento spazio-temporale.

c. La storia degli atomi sulla Terra dimostra che siamo fatti dai resti di una supernova. Siamo veramente fatti di *polvere di stelle*.

d. A parte il termine Azoico, tutti gli altri nomi e le date della scala del tempo geologico sono quelli del Commissione Internazionale sulla Stratigrafia; le date sono misurate con l'aiuto della datazione radioattiva

Vol. V, pag. 189 dating.

Nonostante la sua lunghezza e il suo interesse, la tabella della storia ha le sue limitazioni. Ad esempio, che è successo altrove in questi ultimi mille milioni di anni? C'è ancora una storia da scrivere, di cui non è conosciuto quasi nulla. Per ovvie ragioni, le indagini sono state piuttosto incentrate sulla Terra.

La ricerca in astrofisica è diretta a capire e scoprire tutti i fenomeni osservati nei cieli. Nella nostra avventura dovremo saltare la maggior parte di questo affascinante argomento, perché vogliamo mettere a fuoco il moto. È interessante notare che la relatività generale ci permette di spiegare molte delle osservazioni generali sul moto nell'universo.

LA STORIA DELLO SPAZIO-TEMPO

“ Un numero di conigli scappa via da un punto centrale in varie direzioni, tutti con la stessa velocità. Durante la corsa, un coniglio gira la testa, e fa una osservazione sorprendente.

Quale?? ”

Sfida 309 s

Pagina 213

I dati che mostrano che l'universo è tutto cosparso di stelle porta ad una semplice conclusione: l'universo non può essere statico. La gravità cambia sempre le distanze tra i corpi; le uniche eccezioni sono le orbite circolari. La gravità cambia anche la distanza *media* tra i corpi: la gravità cerca sempre di collassare le nubi. La più grande nube di tutte, quella formata da tutta la materia dell'universo, deve quindi essere in cambiamento: o è al collasso, o è ancora in espansione.

Ref. 221

Il primo a osare di trarre questa conclusione fu Aleksander Friedmann.* Nel 1922 dedusse le possibili evoluzioni dell'universo nel caso di distribuzione di massa omogenea ed isotropa. Il suo calcolo è un classico esempio di semplice ma potente ragionamento. Per un universo omogeneo e isotropo per ogni punto, l'elemento di linea dello spazio-tempo è dato da

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (244)$$

Sfida 310 na

La quantità $a(t)$ è detta *fattore di scala*. La materia è descritta da una densità ρ_M e una pressione p_M . Inserendolo tutto questo nelle equazioni di campo, otteniamo due equazioni che qualsiasi studente di scuola può cogliere; esse sono

$$\left(\frac{a}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho_M + \frac{\Lambda}{3} \quad (245)$$

Page 236, page 237

* Aleksander Aleksandrowitsch Friedmann (1888–1925), il fisico che previde l'espansione dell'universo. Dopo la sua precoce morte per tifo, il suo lavoro rimase pressoché sconosciuto fino a che Georges A. Lemaître (b. 1894 Charleroi, d. 1966 Leuven), sacerdote e cosmologo, lo riprese e lo ampliò nel 1927, concentrando su soluzioni con una singolarità iniziale. Lemaître fu uno dei propagatori della (erronea!) idea che il big bang fu un 'evento' di 'creazione' e convinse di essa tutta la sua organizzazione religiosa. Le soluzioni di Friedmann–Lemaître sono spesso erroneamente chiamate con il nome di altri due fisici, che le ristudiarono molto più tardi, nel 1935 e 1936, vale a dire H.P. Robertson e A.G. Walker.

e

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_M + 3p_M) a + \frac{\Lambda}{3} a . \quad (246)$$

Assieme, esse implicano

$$\rho_M = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_M + p_M) . \quad (247)$$

Sfida 311 f Attualmente t_0 , la pressione della materia è trascurabile. (Nel seguito, l'indice 0 si riferisce al tempo presente.) In questo caso, l'espressione $\rho_M a^3$ è costante nel tempo.

Pagina 120 Le equazioni (245) e (246) dipendono solo da due costanti della natura: la costante gravitazionale G , legata alla massima forza o potenza in natura, e la costante cosmologica Λ , che descrivono la densità di energia del vuoto, o, se si preferisce, la più piccola forza in natura.

Sfida 312 na Prima di discutere le equazioni, alcuni punti di vocabolario. Si è soliti mettere in relazione tutte le densità della massa alla cosiddetta *densità di massa critica* ρ_c data da

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx (8 \pm 2) \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \quad (248)$$

corrispondente a circa 8, più o meno 2, atomi di idrogeno per metro cubo. Sulla Terra, questo valore si chiamerebbe un *vuoto* estremamente buono. Tali sono le differenze tra la vita quotidiana e l'universo nel suo insieme. In ogni caso, la densità critica caratterizza una distribuzione di massa che porta ad un'evoluzione dell'universo proprio tra infinita espansione e collasso. In realtà, questa densità è quella critica, che porta ad una cosiddetta evoluzione *marginale*, solo nel caso di *annullamento* della costante cosmologica. Nonostante questa limitazione, il termine 'densità di massa critica' viene ora utilizzato in tutti gli altri casi. Possiamo quindi parlare di una densità di massa adimensionale Ω_M definita come

$$\Omega_M = \rho_0 / \rho_c . \quad (249)$$

La costante cosmologica può anche essere collegata a questa densità critica impostando

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G \rho_c} = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} . \quad (250)$$

Un terzo parametro adimensionale Ω_K descrive la curvatura dello spazio. Esso è definito in termini di raggio odierno dell'universo R_0 e la curvatura costante $k = \{1, -1, 0\}$ come

$$\Omega_K = \frac{-k}{R_0^2 H_0^2} \quad (251)$$

e il suo segno è opposto a quello della curvatura k ; Ω_K si annulla per annullamento della curvatura. Si noti che un universo positivamente curvato, quando omogeneo e isotropo,

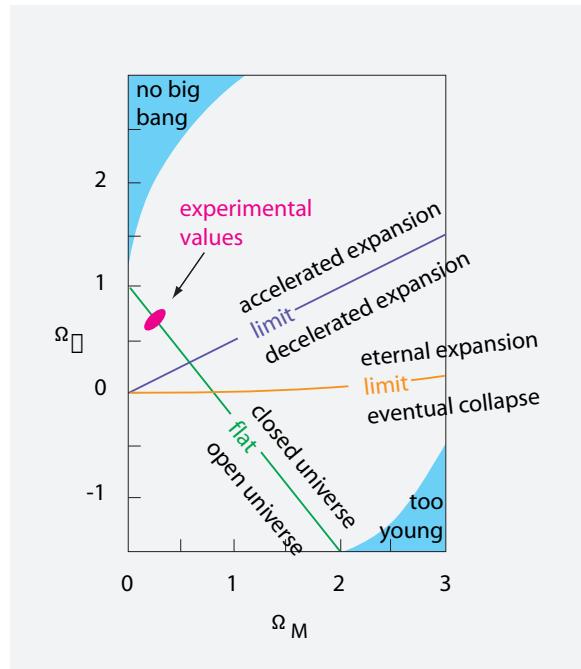


FIGURA 90 Gli intervalli per i parametri Ω e le loro conseguenze.

è necessariamente chiuso e di volume finito. Un universo piano o negativamente curvo con la stessa distribuzione di materia può essere aperto, vale a dire, di volume infinito, ma non deve essere così. Potrebbe essere semplicemente o molteplicemente connesso. In questi casi la topologia non è completamente fissata dalla curvatura.

Il parametro di Hubble attuale è definito da $H_0 = a_0/a_0$. Dall'equazione (245) allora ottieniamo la relazione centrale

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 . \quad (252)$$

In passato, quando i dati erano carenti, i fisici erano divisi in due campi: i *claustrofobici* che credevano che $\Omega_K > 0$ e gli *agorafobici* che credevano che $\Omega_K < 0$. Maggiori informazioni sui valori misurati di questi parametri verranno forniti tra breve. Il diagramma di figura 90 mostra le gamme più interessanti dei parametri unitamente ai corrispondenti comportamenti dell'universo. Moderne misure sono in linea con un universo piatto, quindi con $\Omega_K = 0$.

Per il parametro di Hubble, le misurazioni più moderne danno un valore di

$$H_0 = 71 \pm 4 \text{ km/sMpc} = 2.3 \pm 2 \cdot 10^{-18} / \text{s} \quad (253)$$

che corrisponde a un'età dell'universo di 13.8 ± 1 mila milioni di anni. In altre parole, l'età si deduce dalla storia dello spazio-tempo che concorda con l'età, data sopra, dedotta dalla storia delle stelle.

Per avere un'idea di come l'universo si evolve, si è soliti usare il cosiddetto *parametro*

di decelerazione q_0 . Esso è definito come

$$q_0 = -\frac{a_0}{a_0 H_0^2} = \frac{1}{2} \Omega_M - \Omega_\Lambda . \quad (254)$$

Il parametro q_0 è positivo se l'espansione sta rallentando, e negativo se l'espansione sta accelerando. Queste possibilità sono indicate anche nel diagramma di [figura 90](#).

Un modo ancora più chiaro di immaginare l'espansione dell'universo per pressione che si annulla è riscrivere l'equazione (245) usando $\tau = t H_0$ e $x(\tau) = a(t)/a(t_0)$, ottenendo

$$\left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 + U(x) = \Omega_K$$

dove $U(x) = -\Omega_\Lambda x - \Omega_\Lambda x^2 .$ (255)

Questo appare come l'equazione di evoluzione per il moto di una particella di massa 1, con energia totale Ω_K in un potenziale $U(x)$. Le evoluzioni risultanti sono dedotte facilmente.

Per Ω_Λ che si annulla, l'universo si espande per sempre, o ricollassa, a seconda del valore della densità di massa-energia.

Per Ω_Λ non nullo (positivo), il potenziale ha esattamente un massimo; se la particella ha energia sufficiente per superare il massimo, essa accelererà continuamente. Questa sembra essere la situazione dell'universo ad oggi.

Per un determinato intervallo di tempo, il risultato è mostrato in [figura 91](#). Vi sono due punti da notare: in primo luogo l'insieme delle possibili curve è descritto da *due* parametri, non uno. Inoltre, le linee non possono essere disegnate giù per dimensione zero. Ci sono due ragioni principali: non abbiamo ancora capito il comportamento della materia ad altissima energia, e non capiamo il comportamento dello spazio-tempo ad altissima energia. Torniamo a questa importante questione in seguito.

La principale conclusione da trarre dal lavoro di Friedmann è che un universo omogeneo isotropo è *non statico*: esso sia si espande o si contrae. In entrambi i casi, esso ha un'*età finita*. Questa profonda idea ha preso molti anni per diffondersi intorno alla comunità della cosmologia; anche Einstein impiegò molto tempo per abituarsi ad esso.

Si noti che a causa della sua espansione isotropa, l'universo ha un sistema di riferimento preferito: il riferimento definito dalla materia media. Il tempo misurato in quel sistema è il tempo indicato in [tavola 6](#) ed è quello che assumiamo quando si parla di *età* dell'universo.

Una panoramica delle possibilità per l'evoluzione a lungo tempo è data in [figura 92](#). L'evoluzione può avere vari risultati. All'inizio del XX secolo, le persone decisero tra loro da preferenze personali. Albert Einstein preferì prima la soluzione $k = 1$ e $\Lambda = a^{-2} = 4\pi G \rho_M$. Essa è la soluzione instabile trovata quando $x(\tau)$ rimane nella parte superiore del potenziale $U(x)$.

Nel 1917, il fisico Olandese Willem de Sitter aveva trovato, con grande costernazione personale di Einstein, che è anche possibile un universo vuoto con $\rho_M = p_M = 0$ e $k = 1$. Questo tipo di universo si espande per grandi tempi. L'universo di De Sitter mostra

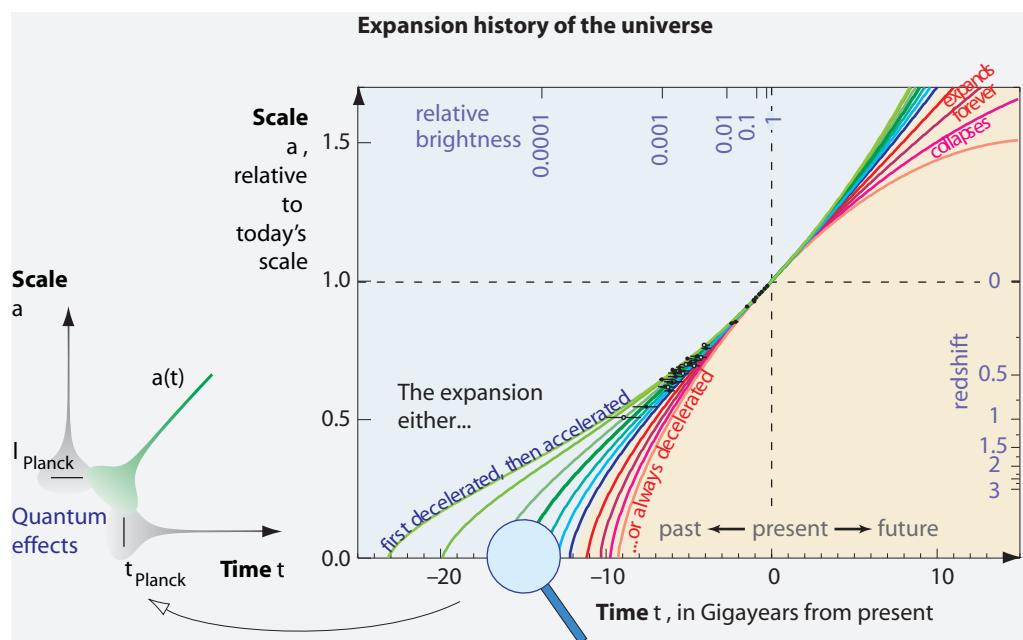


FIGURA 91 L'evoluzione di scala dell'universo a per diversi valori della sua densità di massa, così come i dati misurati (il grafico a destra è per gentile concessione di Saul Perlmutter e progetto Cosmologico Supernova).

che in casi particolari, la materia non è necessaria per l'esistenza dello spazio-tempo.

Lemaître aveva trovato universi in espansione per massa positiva, e i suoi risultati furono anche contestati da Einstein in un primo momento. Quando più tardi la prima misurazione confermò i calcoli, l'idea di un universo massiccio ed in espansione divenne popolare. Essa diventò il modello standard nei libri di testo. Tuttavia, in una sorta di cecità collettiva che durò da circa il 1950 al 1990, quasi tutti credevano che $\Lambda = 0$.* Solo verso la fine del ventesimo secolo i progressi sperimentali consentirono di fare dichiarazioni basate su prove, piuttosto che convinzioni o preferenze personali, come troveremo a breve. Ma prima di tutto risolveremo un vecchio problema.

PERCHÉ IL CIELO È BUIO DI NOTTE?

“In der Nacht hat ein Mensch nur ein Nachthemd an, und darunter kommt gleich der Charakter.”**

Rober Musil

Prima di tutto, il cielo non è nero di notte – è blu scuro. Visto dalla superficie della Terra, ha lo stesso colore blu come durante il giorno, come qualsiasi fotografia a lunga esposizione, come la [figura 93](#), mostra. Il colore blu del cielo notturno, come il colore del

Sfida 315 na * In questo caso, per $\Omega_M \geq 1$, l'età dell'universo segue $t_0 \leq 2/(3H_0)$, dove i limiti corrispondono. Per una densità di massa che si annulla si ha $t_0 = 1/H_0$.

** ‘Di notte, una persona è vestita solo con una camicia da notte, e direttamente sotto di essa c'è il carattere’. Robert Musil (b. 1880 Klagenfurt, d. 1942 Geneva), scrittore.

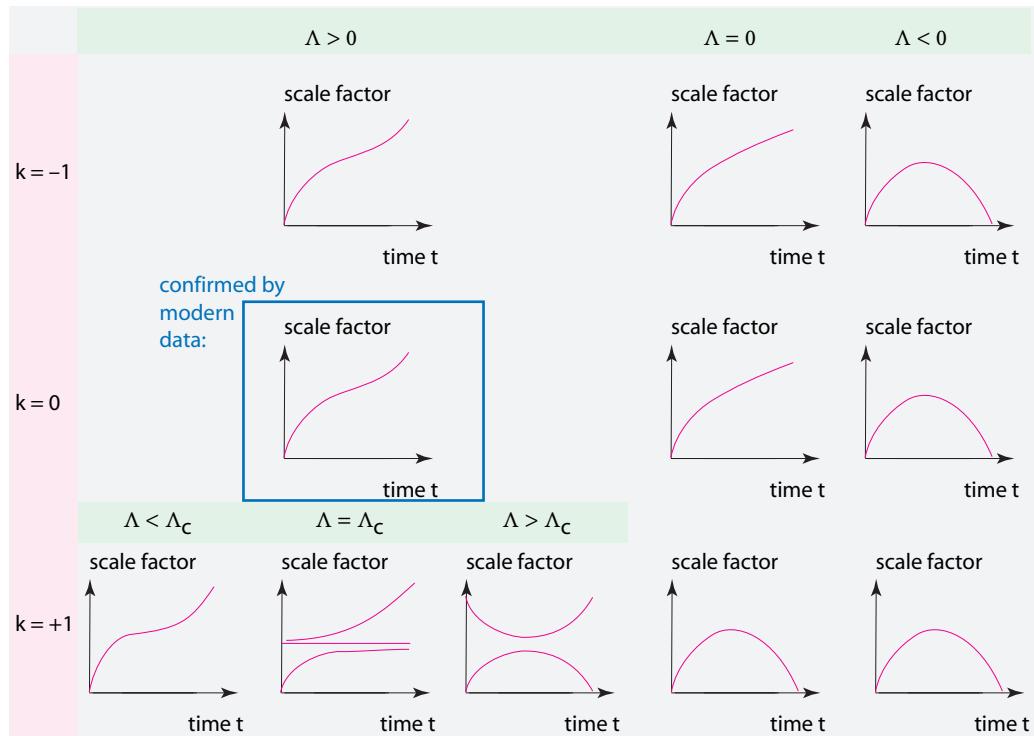


FIGURA 92 L'evoluzione a lungo termine del fattore di scala dell'universo a per vari parametri.

cielo durante il giorno, è dovuto alla luce delle stelle che viene dispersa dall'atmosfera. Se vogliamo conoscere il vero colore del cielo, abbiamo bisogno di andare *sopra* l'atmosfera. Lì, per l'occhio, il cielo è nero come la pece. Ma misure precise mostrano anche che il cielo vuoto non è completamente nero di notte; è riempito con radiazioni di circa 200 GHz; più precisamente, è pieno di radiazione corrispondente all'emissione termica di un corpo a 2.73 K. Questa *radiazione cosmica di sottofondo* è la radiazione termica lasciata dal big bang.

Ref. 222 Allora l'universo è più freddo delle stelle. Ma perché è così? Se l'universo fosse omogeneo su larga scala e anche infinitamente grande, si avrebbero un numero infinito di stelle. Guardando in qualsiasi direzione, vedremmo la superficie di una stella. Il cielo notturno sarebbe brillante come la superficie del Sole! Potete convincere vostra nonna su questo?

Sfida 316 s In una foresta profonda, vediamo un albero in ogni direzione, come mostrato in [figura 94](#). Allo stesso modo, in un universo 'profondo', vedremmo una stella in ogni direzione. Ora, la stella media ha una temperatura superficiale di circa 6000 K. Se vivessimo in un universo profondo e antico, vivremmo effivamente in un forno ad una temperatura di circa 6000 K! Tale clima renderebbe difficile godersi un gelato.

Allora, perché il cielo è *nero* di notte, nonostante sia pieno di radiazioni da stelle a 6000 K, vale a dire, con luce *bianca*? Questo paradosso fu più chiaramente formulato nel 1823 dall'astronomo Wilhelm Olbers.* Poiché egli discusse ampiamente la questione, è

* Heinrich Wilhelm Matthäus Olbers (b. 1758 Arbergen, d. 1840 Bremen) fu un astronomo importante. Egli



FIGURA 93 Tutti i colori, come il blu del cielo, sono presenti anche di notte, come mostra questo lungo tempo di esposizione. In alto a sinistra, l'oggetto luminoso è Marte; la metà inferiore mostra un raro arcobaleno di nebbia colorata creato dal chiaro di luna (© Wally Pacholka).

anche chiamato *paradosso di Olbers*.

Oggi sappiamo che due effetti principali spiegano il buio di notte. Primo, dal momento che l'universo è finito come età, le stelle lontane brillano per meno tempo. Le vediamo in una fase più giovane o addirittura durante la loro formazione, quando erano più scure. Di conseguenza, la quota di luminosità delle stelle lontane è più piccola che di quella delle stelle vicine, in modo che la temperatura media del cielo è ridotta.* Oggi sappiamo che, anche se tutta la materia dell'universo fosse convertita in radiazione, l'universo non sarebbe ancora brillante come appena calcolato. In altre parole, la potenza e la durata delle stelle sono troppo basse per produrre la luminosità del forno appena accennato. In secondo luogo, si può sostenere che la radiazione delle stelle distanti è spostata verso il rosso e che il volume che la radiazione deve riempire aumenta continuamente, in modo che la temperatura effettiva media del cielo è ridotta.

Ref. 223

I calcoli sono necessari per decidere quale ragione per l'oscurità di notte sia la più importante. Questo problema è stato studiato in dettaglio da Paul Wesson; egli spiega

Vol. I, pag. 153

scoprì due planetoidi, Pallade e Vesta, e cinque comete; sviluppò il metodo di calcolo delle orbite paraboliche per le comete, che è in uso ancora oggi. Olbers supportò attivamente il matematico e astronomo Friedrich Wilhelm Bessel nella scelta della sua carriera. Il paradosso prende il nome da Olbers, anche se altri avevano fatto punti simili prima, come ad esempio l'astronomo svizzero Jean Philippe Loys de Cheseaux nel 1744 e Johannes Kepler in 1610.

* Potete spiegare che il cielo non è nero solo perché è verniciato nero o di cioccolato nero? O più in generale, che il cielo non è fatto e non contiene alcuna sostanza buia e fredda, come Olbers stesso suggerì, e come John Herschel confutò nel 1848?

Sfida 317 na



FIGURA 94 Alto: in una profonda, o addirittura infinita foresta, sono visibili solo alberi, e nulla dietro di loro. In basso: di notte, possiamo vedere le stelle, ma anche ciò che è dietro, cioè il cielo nero. L'universo è quindi di dimensione finita (© Aleks G/NASA/ESA).

che il primo effetto, il buio dovuto ad una durata massima finita delle stelle, è più grande del secondo, oscurità dovuta allo spostamento verso il rosso, di un fattore di circa tre. Tuttavia, entrambi gli effetti sono dovuti all'età finita dell'universo. Possiamo dunque affermare che il cielo è buio di notte perché l'universo ha un'età finita.

Ref. 222
Sfida 318 f

Notiamo che l'oscurità del cielo si pone solo perché la velocità della luce è finita. Potete confermare questo?

L'oscurità del cielo ci dice anche che l'universo ha una *grande* (ma finita) età. In ef-

fatti, la radiazione di sottofondo di 2.7 K è così fredda, nonostante sia stata emessa a 3000 K, perché è spostata verso il rosso, grazie all'effetto Doppler. Sulla base di ipotesi ragionevoli, la temperatura T di questa radiazione cambia con il fattore di scala $a(t)$ dell'universo come

$$T \sim \frac{1}{a(t)}. \quad (256)$$

In un universo giovane, quindi non saremmo in grado di vedere le stelle, anche se esse esistessero.

Dalla luminosità del cielo di notte, misurata in circa $3 \cdot 10^{-13}$ volte quella di una stella media come il Sole, si può dedurre qualcosa di interessante: la densità di stelle nell'universo deve essere molto più piccola che nella nostra galassia. La densità di stelle nella galassia può essere dedotta contando le stelle che vediamo di notte. Ma la densità media di stelle nella galassia porterebbe a valori molto più elevati per la luminosità della notte se essa fosse costante per tutto l'universo. Possiamo quindi dedurre che la galassia è molto *più piccola* rispetto all'universo semplicemente misurando la luminosità del cielo notturno e contando le stelle nel cielo! Si può fare il calcolo esplicito?

Ref. 223

Sfida 319 f

In sintesi, il cielo è nero, o meglio, molto buio di notte perché lo spazio-tempo e la materia sono di *finita, ma vecchia età*. Come questione secondaria, ecco un quiz: c'è un paradosso di Olbers anche per la gravitazione?

Sfida 320 na

LE VARIAZIONI DI COLORE DEL CIELO NOTTURNO

Non solo il cielo di notte non è nero; il buio del cielo di notte dipende anche dalla direzione in cui si sta guardando.

Dal momento che la Terra si muove se confrontata con le stelle medie, il colore scuro del cielo mostra uno spostamento Doppler. Ma anche quando questo moto viene compensato restano alcune variazioni di colore. Le variazioni sono minuscole, ma possono essere misurate con speciali satelliti. I risultati più precisi sono quelli presi nel 2013 dal satellite europeo Planck; che sono mostrati in [figura 95](#). Queste variazioni di temperatura sono nell'intervallo microkelvin; esse mostrano che l'universo ebbe già alcune disomogeneità quando la luce rilevata venne emessa. [figura 95](#) dà così l'impressione di un universo quando era 'giovane' a malapena di 380 000 anni.

I dati di [figura 95](#) sono ancora in fase di studio in grande dettaglio. Essi permettono ai ricercatori di dedurre l'età precisa dell'universo – 13.8 Ga – la sua composizione, e molti altri aspetti. Questi studi sono ancora in corso.

L'UNIVERSO È APERTO, CHIUSO O MARGINALE?

“ – La vastità dell'universo non vi fa sentire piccoli?
– Io mi sento piccolo senza alcun aiuto dall'universo

. Anonimo

A volte la storia dell'universo si riassume in due parole: *bang! ...crunch* . Ma l'universo davvero ricollasserà, o si espanderà per sempre? O è in una situazione marginale intermedia? I parametri che decidono il suo destino sono la densità di massa e la costante

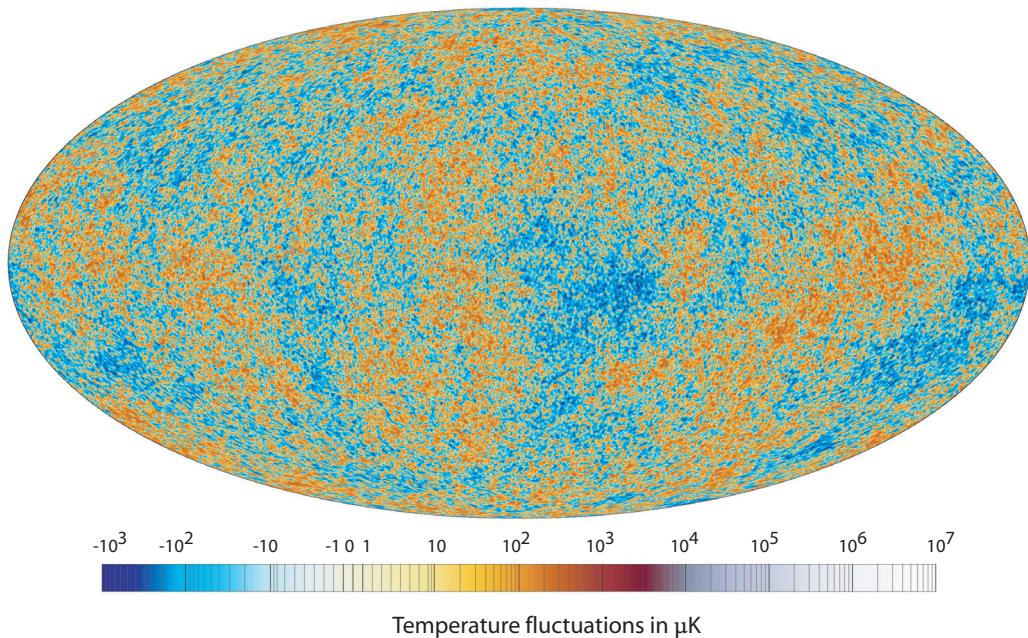


FIGURA 95 Una immagine in falsi colori delle *fluttuazioni* della radiazione cosmica di sottofondo, dopo che sono stati sottratti lo spostamento Doppler dal nostro moto locale ed i segnali provenienti dalla Via Lattea (© Planck/ESA).

cosmologica.

Le principali novità degli ultimi dieci anni di astrofisica del ventesimo secolo sono i risultati sperimentali che consentono di determinare tutti questi parametri. Vengono utilizzati parecchi metodi. Il primo metodo è ovvio: determinare la velocità e la distanza di stelle lontane. Per grandi distanze, questo è difficile, poiché le stelle sono così deboli. Ma ora è diventato possibile cercare le supernove, stelle luminose che esplodono, e determinare la loro distanza dalla loro luminosità. Questo viene attualmente fatto con l'aiuto di ricerche computerizzate del cielo, utilizzando i telescopi più grandi.

Ref. 226

Un secondo metodo è la misurazione della anisotropia della radiazione cosmica di sottofondo. Dallo spettro di potenza osservato in funzione dell'angolo, può essere dedotta la curvatura dello spazio-tempo.

Pagina 241

Un terzo metodo è la determinazione della densità di massa utilizzando l'effetto lente gravitazionale per la luce delle quasar distanti curvata intorno a galassie o ammassi di galassie.

Un quarto metodo è la determinazione della densità di massa utilizzando gli ammassi di galassie. Tutte queste misure dovrebbero migliorare notevolmente negli anni a venire.

Ref. 227

Attualmente, questi quattro impianti di misurazione completamente indipendenti forniscono i valori

$$\Omega_M \approx 0.3 \quad , \quad \Omega_\Lambda \approx 0.7 \quad , \quad \Omega_K \approx 0.0 \quad (257)$$

Pagina 243

dove gli errori sono dell'ordine di 0,1 o meno. I valori implicano che *l'universo è spazialmente piatto, la sua espansione sta accelerando e non ci sarà alcun big crunch*. Tuttavia, nessuna dichiarazione definitiva sulla topologia è possibile. Torneremo su questo ultimo problema a breve.

In particolare, i dati mostrano che la densità della materia, compresa tutta la materia oscura, è soltanto circa un terzo del valore critico.* Oltre due terzi sono date dal termine cosmologico. Per la costante cosmologica Λ attuali misurazioni portano a

$$\Lambda = \Omega_\Lambda \frac{3H_0^2}{c^2} \approx 10^{-52} \text{ /m}^2. \quad (258)$$

Questo valore ha importanti implicazioni per la teoria quantistica, in quanto corrisponde ad una densità di energia del vuoto

$$\rho_\Lambda c^2 = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \approx 0.5 \text{ nJ/m}^3 \approx \frac{10^{-46} (\text{GeV})^4}{(\hbar c)^3}. \quad (259)$$

Pagina ??

Ma il termine cosmologico implica anche una pressione negativa di vuoto $p_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2$. Inserendo questo risultato nella relazione per il potenziale della gravitazione universale dedotto dalla relatività

$$\Delta\varphi = 4\pi G(\rho + 3p/c^2) \quad (260)$$

Ref. 228 otteniamo

$$\Delta\varphi = 4\pi G(\rho_M - 2\rho_\Lambda). \quad (261)$$

Sfida 321 na

Così l'accelerazione gravitazionale intorno ad una massa m è

$$a = \frac{GM}{r^2} - \frac{\Lambda}{3}c^2r = \frac{GM}{r^2} - \Omega_\Lambda H_0^2 r, \quad (262)$$

Sfida 322 na

il che dimostra che una *energia positiva* del vuoto infatti porta ad un effetto gravitazionale *repulsivo*. Inserendo il valore indicato (258) per la costante cosmologica Λ troviamo che l'effetto repulsivo è trascurabile anche per la distanza tra la Terra e il Sole. Infatti, l'ordine di grandezza dell'effetto repulsivo è così tanto più piccolo di quello di attrazione che non si può sperare in una diretta conferma sperimentale di questa deviazione dalla gravità universale. Probabilmente le determinazioni astrofisiche resteranno le uniche possibili. In particolare, una costante gravitazionale positiva si manifesta attraverso una componente positiva nel tasso di espansione.

Ma la situazione è sconcertante. L'origine della costante cosmologica *non* è spiegata dalla relatività generale. Questo mistero sarà risolto solo con l'aiuto della teoria dei

* La differenza tra la densità di materia totale e la densità di materia barionica misurabile separatamente, solo circa un sesto del valore precedente, non è ancora spiegato. Potrebbe anche essere che l'universo contenga sostanze di un tipo finora sconosciuto. Possiamo dire che l'universo non è WYSIWYG; c'è materia è *invisibile*, o *oscura*. Questo problema, il *problema della materia oscura*, è una delle più importanti questioni irrisolte della cosmologia.

quant. Infatti, la costante cosmologica è il primo aspetto locale e quantistico della natura rilevato dai mezzi astrofisici.

PERCHÉ L'UNIVERSO È TRASPARENTE?

L'universo potrebbe essere pieno d'acqua, che è trasparente, come sostiene da alcuni libri popolari, al fine di spiegare la pioggia? No. Anche se l'universo fosse riempito di aria, la massa totale non avrebbe mai permesso all'universo di raggiungere l'attuale dimensione; sarebbe ricollassato molto prima e noi non esisteremmo.

Sfida 323 na

Vol. V, pag. 265

L'universo è quindi trasparente, perché per la maggior parte è vuoto. Ma *perché* è così vuoto? Innanzitutto, ai tempi in cui la dimensione dell'universo era piccola, tutta l'antimateria si annientò con la corrispondente quantità di materia. Solo una piccola frazione di materia, che in origine era un po' più abbondante dell'antimateria, fu lasciata sopra. Questa frazione 10^{-9} è la materia che vediamo ora. Di conseguenza, ci sono altrettanti 10^9 fotoni nell'universo come elettroni o quark.

Inoltre, 380 000 anni dopo l'annientamento dell'antimateria, tutti i nuclei ed elettroni disponibili si ricombinarono, formando atomi, e loro aggregati, come stelle e persone. Nessuna carica libera che interagisse con i fotoni era più in agguato intorno, in modo che da quel periodo in poi la luce poteva viaggiare attraverso lo spazio come oggi, essendo influenzata solo quando colpisce una stella o una particella di polvere o qualche altro atomo. L'osservazione di questa radiazione cosmica di sottofondo mostra che la luce può viaggiare per oltre 13 000 milioni di anni senza problemi o disturbi. In effetti, se ricordiamo che la densità media dell'universo è 10^{-26} kg/m³ e che la maggior parte della materia è concentrata per gravità in galassie, possiamo immaginare che nel mezzo sta un ottimo vuoto. Di conseguenza, la luce può viaggiare lungo grandi distanze senza notevoli ostacoli.

Vol. V, pag. 127

Ma *perché* il vuoto è trasparente? Questa è una domanda più profonda. Il vuoto è trasparente, perché non contiene cariche elettriche ed alcun orizzonte: le cariche e gli orizzonti sono indispensabili per assorbire la luce. Infatti, la teoria quantistica indica che il vuoto non contiene le cosiddette cariche *virtuali*. Tuttavia, queste cariche virtuali non hanno effetti sulla trasparenza del vuoto.

IL BIG BANG E LE SUE CONSEGUENZE

“ Μελέτη θανάτου. Imparate a morire.
Platone, *Fedone*, 81a. ”

Pagina 215

Vol. III, pag. 352

Ref. 230

Soprattutto, il modello del Big Bang caldo, che viene dedotto dal colore di stelle e galassie, afferma che circa quattordicimila milioni di anni fa l'intero universo era estremamente piccolo. Questo fatto ha dato al big bang il suo nome. Il termine è stato creato (con una sfumatura sarcastica) nel 1950 da Fred Hoyle, che tra l'altro non ha mai creduto che esso si applica alla natura. Tuttavia, il termine prese piede. Poiché la piccolezza passata dell'universo non può essere verificata direttamente, abbiamo bisogno di cercare altre conseguenze verificabili. Le principali conseguenze sono le seguenti:

- Tutta la materia si muove da tutti gli altri elementi. Questo punto fu osservato prima che venisse proposto il modello.

- L'età massima per ogni sistema nell'universo è finita. Recentemente, è stato trovato che l'età massima è 13.8(1) Ga, intorno a quattordicimila milioni di anni.
- C'è una radiazione di sottofondo termica. La temperatura osservata di circa 2.7 K fu trovato indipendentemente dal modello del big bang; essa concorda con le deduzioni dal valore massimo dell'età.
- La massa dell'universo è costituita da circa 75 % di idrogeno e 23 23 % di elio. Questi valori concordano con le aspettative.
- Per una costante cosmologica non nulla Λ , l'espansione dell'universo accelera. L'accelerazione è stata osservata, anche se il suo valore non può essere previsto.
- Per una costante cosmologica non nulla, la gravitazione universale è leggermente ridotta. Questo punto è ancora da confermare.
- Vi sono neutrini di sottofondo con una temperatura di circa 2 K; la previsione esatta è di $T_\nu/T_\gamma \approx (4/11)^{1/3}$ e che questi neutrini apparvero circa 0.3 s dopo il big bang. Questo punto è ancora da confermare.

Va sottolineato che tali conseguenze *confermano* il modello del big bang caldo, ma che storicamente, solo il valore della temperatura di sottofondo fu *prevista* dal modello. Gli ultimi due punti, sulla temperatura dei neutrini e sulla deviazione dalla gravitazione universale, sono previsioni vere anche, ma non sono state ancora confermate. La tecnologia probabilmente non ci permetterà di controllare queste due previsioni per il prossimo futuro. D'altra parte, non vi sono prove contro di esse.

Competenti descrizioni dell'universo che evitano una prima fase calda non hanno Ref. 230 avuto troppo successo nella corrispondenza con le osservazioni. Potrebbe sempre essere, tuttavia, che questo possa cambiare in futuro.

Inoltre, gli argomenti matematici affermano che con distribuzioni di materia tali come Ref. 231 quelle osservate nell'universo, insieme con alcune generali piuttosto deboli ipotesi, non vi è alcun modo per evitare un periodo nel passato *finito* in cui l'universo era estremamente piccolo e caldo. Quindi vale la pena dare uno sguardo più da vicino alla situazione.

IL BIG BANG FU UN BIG BANG?

Prima di tutto, il big bang fu una sorta di esplosione? Questa descrizione implica che alcuni materiali trasformano l'energia interna in moto delle sue parti. Tuttavia, non vi fu tale processo nella storia antica dell'Universo. In effetti, una descrizione migliore è che lo spazio-tempo è in espansione, piuttosto che l'allontanamento della materia. Il meccanismo e l'origine dell'espansione è *sconosciuto* a questo punto della nostra avventura. Data l'importanza dell'espansione spaziale, l'intero fenomeno *non può* essere chiamato un'esplosione. E ovviamente non c'era né c'è alcun mezzo che trasportasse il suono nello spazio interstellare, così che non si può parlare di un 'bang' in qualsiasi senso del termine.

Il big bang fu grande? Circa quattordici miliardi di anni fa, l'universo visibile era piuttosto piccolo; molto più piccolo di un atomo. In sintesi, il grande scoppio non fu né grande né un botto; ma il resto è corretto.

IL BIG BANG FU UN EVENTO?

“ Quid faciebat deus, antequam faceret caelum et terram? ...Non faciebat aliquid. *

Agostino di Ippona, *Confessioni*, XI, 12.

La teoria del Big Bang è una descrizione di ciò che accadde nell'*intero* spazio-tempo. Nonostante quello che spesso viene scritto in articoli di giornale superficiali, ad ogni momento dell'espansione lo spazio è stato di dimensioni non nulle: lo spazio non fu *mai* un singolo punto. Le persone che pretendono che lo fosse stanno facendo dichiarazioni apparentemente plausibili, ma false. La teoria del big bang è una descrizione dell'*espansione* dello spazio-tempo, non della sua origine. Seguendo il moto della materia indietro nel tempo – anche trascurando la questione degli errori di misura – la relatività generale può dedurre l'esistenza di una singolarità iniziale solo se si presume l'esistenza di materia puntiforme. Tuttavia, questa ipotesi è sbagliata. Inoltre, l'effetto delle non linearità in relatività generale in situazioni di alta densità di energia non è nemmeno ancora completamente chiarito. Soprattutto, il big bang è avvenuto attraverso l'*intero* universo. (Questo è il motivo per cui i ricercatori ponderano l'‘inflazione’ per spiegare i vari aspetti dell'universo.) In breve, *il big bang non fu un evento*.

Ancora più importante, la teoria quantistica mostra che il big bang *non* fu una vera singolarità, poiché nessun osservabile fisico, né densità né temperatura, raggiunge mai un valore infinitamente grande (o infinitamente piccolo). Tali valori non possono esistere in natura. ** In ogni caso, vi è un accordo generale che gli argomenti basati sulla relatività generale *pura* da soli non possono fare affermazioni corrette circa il big bang. Tuttavia, la maggior parte delle dichiarazioni negli articoli di giornale sono di questo tipo.

IL BIG BANG FU UN INIZIO?

Chiedendo che cosa c'era prima del big bang è come chiedere qual è il nord del Polo Nord. Così come nulla è a nord del Polo Nord, quindi niente è stato prima del big bang. Questa analogia potrebbe essere male interpretata ad implicare che il big bang ha preso la suo origine in un unico punto nel tempo, che naturalmente è errato, come appena spiegato. Ma l'analogia è meglio di quello che sembra: infatti, non vi è *nessun* preciso Polo Nord, in quanto la teoria quantistica mostra che vi è una indeterminatezza fondamentale per la sua posizione. Vi è anche una corrispondente indeterminatezza per il big bang.

In realtà, non ci vogliono più di tre linee per mostrare con la teoria quantistica che il tempo e lo spazio *non* sono definiti né in prossimità o al big bang. Noi daremo questo semplice argomento nel primo capitolo della parte finale della nostra avventura. Il big bang, pertanto non può essere chiamato un ‘inizio’ dell'universo. Non c'è mai stato un momento in cui il fattore di scala $a(t)$ dell'universo fu zero.

L'errore concettuale di affermare che il tempo e lo spazio esistono da un ‘inizio’ poi è frequente. In realtà, la teoria quantistica mostra che vicino il big bang, gli eventi non

* ‘Che cosa stava facendo Dio prima di fare il cielo e la terra? ...Non ha fatto niente.’ Agostino di Ippona (b. 354 Tagaste, d. 430 Hippo Regius) fu un teologo reazionario e influente.

** Molti fisici sono ancora cauti nel rendere tali dichiarazioni forti su questo punto. La parte finale della nostra avventura deduce le argomentazioni precise che portano alla conclusione.

possono *nè* essere ordinati *nè* essere definiti. Senza mezzi termini, non vi è *nessun* inizio; non c'è mai stato un primo evento o singolarità.

Ref. 232 Ovviamente il concetto di tempo non è definito 'fuori' o 'prima' dell'esistenza dell'universo; questo fatto era già chiaro ai pensatori più di mille anni fa. Si è poi tentati di concludere che il tempo deve essere *iniziato*. Ma, come abbiamo visto, ciò è un errore logico così: prima di tutto, non c'è nessun evento di partenza, e in secondo luogo, il tempo non scorre, come chiarito già all'inizio della nostra passeggiata.

Vol. I, pag. 49 Vol. I, pag. 237 Un errore simile si cela dietro l'idea che l'universo ha avuto certe 'condizioni iniziali.' Le condizioni iniziali *per definizione* hanno senso solo per gli oggetti o campi, cioè, per entità che possono essere osservate dall'esterno, cioè, per le entità che hanno un ambiente. L'universo non è conforme a questo requisito; esso quindi non può avere condizioni iniziali. Tuttavia, molte persone ancora insistono a pensare a questo problema; in maniera interessante, Stephen Hawking vendette milioni di copie di un libro che spiega che una descrizione dell'universo senza condizioni iniziali è la più attraente, senza menzionare in alcun punto che non vi è altra possibilità comunque.*

Ref. 233 In sintesi, il big bang non è un inizio, né ne implica uno. Noi scopriremo il modo corretto di pensare ad esso nella parte finale della nostra scalata.

IL BIG BANG IMPLICA LA CREAZIONE?

“ [La teoria della relatività generale produce]
universale dubbio circa Dio e la sua creazione.
Un cacciatore di streghe

Vol. III, pag. 345 la creazione, cioè, la comparsa di qualcosa dal nulla, ha bisogno di un concetto già esistente di spazio e tempo per avere un senso. Il concetto di 'comparsa' altrimenti non ha senso. Ma qualunque sia la descrizione del big bang, sia essa classica, come in questo capitolo o meccanico-quantistica, come in quelli successivi, questa condizione non è mai soddisfatta. Anche nell'attuale, descrizione classica del big bang, che ha dato origine al suo nome, *non* vi è comparsa di materia, né energia, né di qualsiasi altra cosa. E questa situazione non cambia in alcuna successiva, migliore descrizione, poiché il tempo o lo spazio non sono mai definiti *prima* della comparsa della materia.

In realtà, tutte le proprietà di una creazione mancano: non c'è 'momento' di creazione, senza comparsa dal nulla, nessuna scelta possibile di condizioni 'iniziali' fuori da un insieme di possibilità, e, come vedremo in più in dettaglio nell'ultima parte di questa avventura, nemmeno anche qualsiasi scelta di particolari 'leggi' fisiche da alcun insieme di possibilità.

Sfida 324 na

In sintesi, il big bang non implica né accoglie un processo di creazione. Il big bang *non* fu un evento, *non* un inizio e *non* un caso di creazione. E' impossibile continuare l'ascesa alla montagna del moto se non accettiamo ciascuna di queste tre conclusioni. Negarle è continuare nel campo di credenze e pregiudizi, quindi effettivamente rinunciare all'ascesa della montagna.

* Questa dichiarazione provocherà ancora forti reazioni tra i fisici; essa sarà discussa in maggiore dettaglio nella sezione sulla teoria dei quanti.

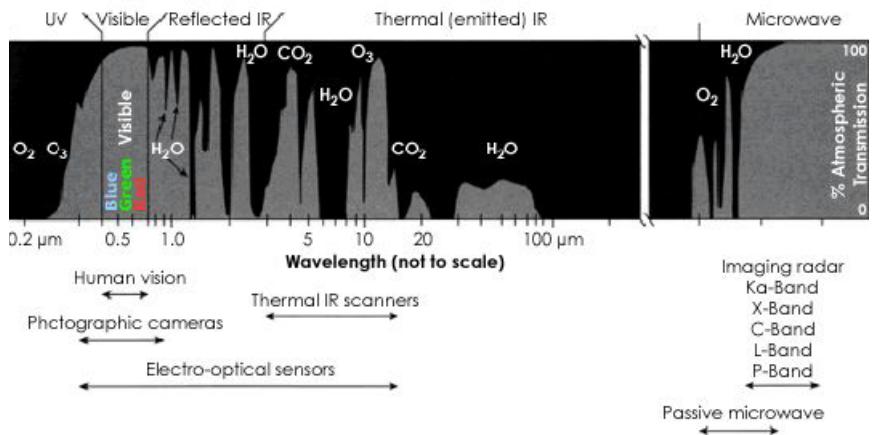


FIGURA 96 Trasmissione dell'atmosfera (NASA).

PERCHÉ POSSIAMO VEDERE IL SOLE?

Prima di tutto, il Sole è visibile perché l'aria è trasparente. Non è ovvio che l'aria sia trasparente; infatti è trasparente solo alla luce *visibile* e ad alcune altre frequenze selezionate. Infrarossi e radiazione ultravioletta sono per la maggior parte assorbite. Le ragioni risiedono nel comportamento delle molecole che compongono l'aria, cioè principalmente azoto, ossigeno e pochi altri gas trasparenti. Diverse lune e pianeti nel sistema solare hanno atmosfere opache: siamo davvero fortunati ad essere in grado di vedere le stelle del tutto.

In realtà, anche l'aria non è completamente trasparente; le molecole d'aria *disperdon* la luce un po'. Ecco perché il cielo e le montagne lontane appaiono blu ed i tramonti rossi. Tuttavia, i nostri occhi non sono in grado di percepire questo, e le stelle sono invisibili durante il giorno. Per molte lunghezze d'onda lontane dallo spettro visibile l'atmosfera è ancora più opaca, come mostra figura 96. (Essa è anche opaca per tutte le lunghezze d'onda più corte di 200 nm, fino ai raggi gamma. Sulla gamma di lunghezza d'onda lunga, essa rimane trasparente alla lunghezza d'onda da circa 10 a 20 m, a seconda dell'attività solare, quando interviene la scomparsa della ionosfera.)

In secondo luogo, possiamo vedere il Sole perché il Sole, come tutti i corpi caldi, *emette* luce. Descriviamo i dettagli dell'*incandescenza*, come è chiamato questo effetto, più tardi.

In terzo luogo, possiamo vedere il Sole perché noi e il nostro ambiente e l'ambiente del Sole sono *più freddi* rispetto al Sole. In realtà, i corpi incandescenti possono essere distinti dal loro sfondo solo se lo sfondo è più freddo. Questa è una conseguenza delle proprietà di emissione di luce incandescente, di solito chiamata *radiazione del corpo nero*. La radiazione è indipendente dalla materia, così che per un ambiente con la stessa temperatura del corpo, nulla può essere visto affatto. Ogni forno, come quello riportata in figura 97 fornisce una prova.

Infine, possiamo vedere il Sole, perché non è un buco nero. Se lo fosse, non emetterebbe (quasi) alcuna luce.

Ovviamente, ciascuna di queste condizioni si applica alle stelle pure. Ad esempio, pos-

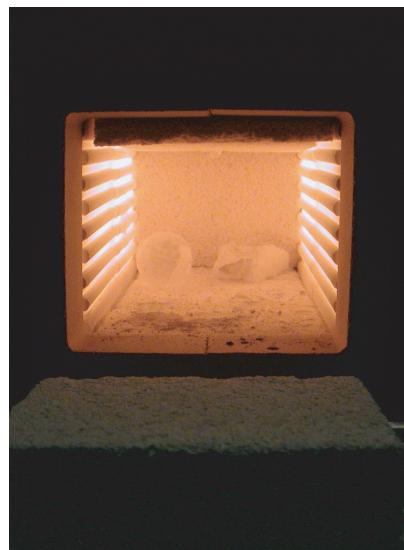


FIGURA 97 Un forno caldo rosso indica che ad alta temperatura, gli oggetti e il loro ambiente non possono essere distinti ciascuno dall'altro (© Wikimedia).

siamo vedere solo loro, perché il cielo notturno è nero. Ma allora, come spiegare il cielo multicolore?

PERCHÉ I COLORI DELLE STELLE DIFFERISCONO?

Le stelle sono visibili perché emettono luce visibile. Abbiamo incontrato diversi effetti importanti che determinano i colori: le diverse temperature tra le stelle, lo spostamento Doppler dovuto ad una velocità relativa rispetto all'osservatore, e lo spostamento verso il rosso gravitazionale.

Non tutte le stelle sono buone approssimazioni di corpi neri, in modo che la legge della radiazione del corpo nero non sempre descrive con precisione il loro colore. Tuttavia, la maggior parte delle stelle sono approssimazioni ragionevoli di corpi neri. La temperatura di una stella dipende principalmente dalla sua dimensione, la massa, la composizione e la sua età, come gli astrofisici sono felici di spiegare. Orione è un buon esempio di una costellazione colorata: ogni stella ha un colore differente. Fotografie a lunga esposizione lo mostrano splendidamente.

Il colore di base determinato dalla temperatura viene modificato da due effetti. Il primo, lo *spostamento verso il rosso di Doppler* z , dipende dalla velocità v tra la sorgente e l'osservatore come

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_o} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1. \quad (263)$$

Tali cambiamenti hanno un ruolo significativo solo per distanti, e quindi deboli, stelle visibili attraverso il telescopio. Ad occhio nudo, gli spostamenti Doppler non possono essere visti. Ma gli spostamenti Doppler possono far brillare le stelle lontane nell'infrarosso invece che nel dominio del visibile. Infatti, i più alti spostamenti Doppler osservati per oggetti luminosi sono più grandi di 5,0, corrispondenti ad una velocità recessionale di più del 94 % della velocità della luce. Nell'universo, lo spostamento verso il rosso è cor-

Vol. III, pag. 155

Ref. 234

Vol. I, pag. 88

Sfida 325 na

Sfida 326 na

TAVOLA 7 Il colore delle stelle.

CLASSE TEMPERATURA	ESEMPIO	LOCAZIONE	COLORE
O 30 kK	Mintaka	δ Orione	blue-violetto
O 31(10) kK	Alnitak	ζ Orione	blue-violetto
B 22(6) kK	Bellatrix	γ Orione	blue
B 26 kK	Saiph	κ Orione	blu-bianco
B 12 kK	Rigel	β Orione	blu-bianco
B 25 kK	Alnilam	ε Orione	blu-bianco
B 17(5) kK	Regulus	α Leonis	blu-bianco
A 9.9 kK	Sirius	α Canis Majoris	blu-bianco
A 8.6 kK	Megrez	δ Ursae Majoris	bianco
A 7.6(2) kK	Altair	α Aquilae	giallo-bianco
F 7.4(7) kK	Canopus	α Carinae	giallo-bianco
F 6.6 kK	Procyon	α Canis Minoris	giallo-bianco
G 5.8 kK	Sun	ecliptic	giallo
K 3.5(4) kK	Aldebaran	α Tauri	arancione
M 2.8(5) kK	Betelgeuse	α Orione	rosso
D <80 kK	-	-	qualsiasi

Nota. Le nane bianche, o stelle di classe D, sono i resti di stelle implose, con una dimensione di solo poche decine di chilometri. Non tutte sono di colore bianco; possono essere gialle o rosse. Esse comprendono il 5 % di tutte le stelle. Nessuna è visibile ad occhio nudo. Le incertezze di temperatura nell'ultima cifra sono indicate tra parentesi.

La dimensione di tutte le altre stelle è una variabile indipendente e viene talvolta aggiunta come numeri romani alla fine del tipo spettrale. (Sirio è una stella A1V, Arcturus una stella K2III.) Le giganti e supergiganti esistono in tutte le classi da O a M.

Per ospitare le nane brune, sono state proposte due nuove classi di stelle, L e T, .

relato al fattore di scala $R(t)$ da

$$z = \frac{R(t_0)}{R(t_{\text{emission}})} - 1. \quad (264)$$

Luce ad un spostamento verso il rosso di 5.0 fu quindi emessa quando l'universo aveva un sesto della sua età attuale.

L'altro effetto di cambiamento di colore, lo *spostamento verso il rosso gravitazionale* z_g , dipende dalla densità della materia della sorgente e il raggio dell'emissione luminosa R ; esso è dato da

$$z_g = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_0} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2R}}} - 1. \quad (265)$$

Sfida 327 f Di solito è un po' più piccolo dello spostamento Doppler. Mi confermate questo?

Nessun altro processo di spostamento verso il rosso è noto; Inoltre, tali processi sarebbero in contraddizione con tutte le proprietà note della natura. Ma il problema del colore porta alla prossima domanda.

Pagina 250

CI SONO STELLE SCURE?

Potrebbe essere che alcune stelle non si vedono perché sono scure. Questa potrebbe essere una spiegazione per la grande quantità di materia oscura vista nelle recenti misurazioni della radiazione di fondo. La questione è attualmente di grande interesse e oggetto di accesi dibattiti. È noto che gli oggetti più massicci di Giove ma meno massicci del Sole possono esistere in stati che emettono quasi qualsiasi luce. Ogni stella con una massa sotto 7.2 % della massa del Sole non può avviare la fusione ed è chiamata una *nana bruna*. Non è chiaro al momento quanti di questi oggetti esistano. Molti dei cosiddetti 'pianeti' extrasolari sono probabilmente nane brune. Il problema non è ancora regolato.

Pagina 252

Un'altra possibilità per le stelle scure sono i buchi neri. Questi sono discussi in dettaglio qui di seguito.

LE STELLE SONO TUTTE DIVERSE? – LE LENTI GRAVITAZIONALI

“ Per aspera ad astra.*

Ref. 235

Siamo sicuri che di notte, due stelle sono realmente diverse? La risposta è no. Recentemente, è stato dimostrato che due 'stelle' erano in realtà due immagini dello stesso oggetto. Questo è stato determinato confrontando il tremolio delle due immagini. Si è constatato che il tremolio di una immagine era esattamente uguale all'altra, semplicemente spostato di 423 giorni. Questo risultato è stato trovato da un astrofisico estone Jaan Pelt e il suo gruppo di ricerca durante l'osservazione di due immagini di quasar nel sistema Q0957+561.

Ref. 236

Le due immagini sono il risultato della *lente gravitazionale*, un effetto illustrato in figura 98. Infatti, una grande galassia può essere vista tra le due immagini rilevate da Pelt, e molto più vicine alla Terra che la stella. Questo effetto era già stato considerato da Einstein; però non credeva che fosse osservabile. Il vero padre della lente gravitazionale è Fritz Zwicky, che previde nel 1937 che l'effetto sarebbe abbastanza comune e facile da osservare, se fossero state considerate galassie allineate invece di stelle allineate, come del resto si è rivelato essere il caso.

Sfida 328 na

È interessante notare che, quando il tempo di ritardo è noto, gli astronomi sono in grado di determinare la dimensione dell'universo da questa osservazione. Potete immaginare come?

Se i due oggetti massicci osservati sono allineati esattamente uno dietro l'altro, quello più distante è visto come *anello* intorno a quello più vicino. Tali anelli infatti sono stati osservati, e l'immagine della galassia intorno ad una galassia centrale in primo piano B1938+666, mostrato in figura 99, è uno degli esempi più belli. Nel 2005 furono anche scoperti diversi casi di lenti gravitazionali da stelle. Più interessante, sono stati anche

* 'La via che porta alle cose alte è piena di ostacoli.' Un famoso motto Latino. Spesso incorrettamente dato come 'per ardua ad astra'.

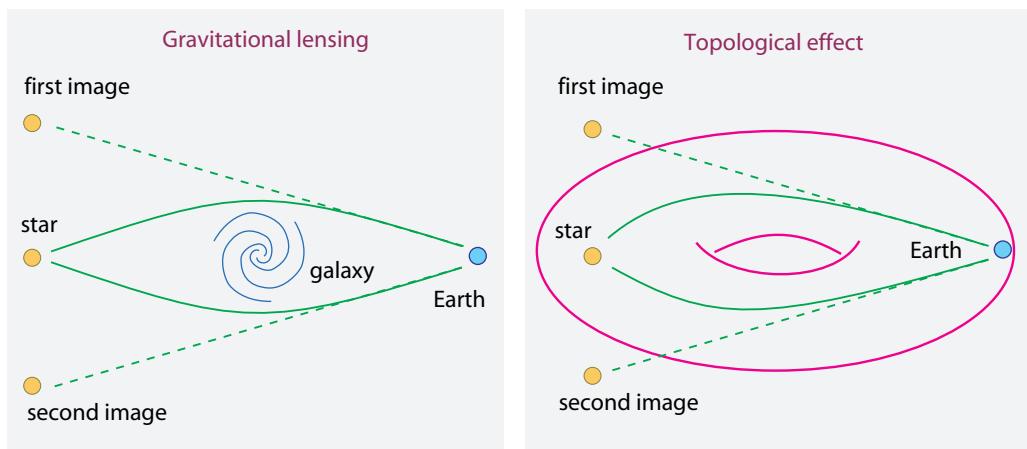


FIGURA 98 Due modi in cui una singola stella può portare ad immagini diverse.

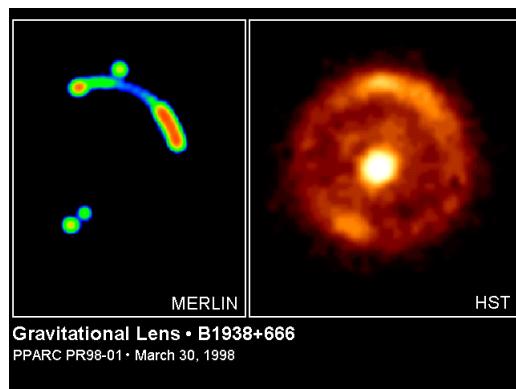


FIGURA 99 L'anello di Zwicky-Einstein B1938+666, visto nello spettro radio (a sinistra) e nel dominio ottico (a destra) (NASA).

osservati tre eventi in cui una delle due stelle ha un pianeta di massa paragonabile alla Terra. I prossimi anni porteranno sicuramente a molte osservazioni aggiuntive, aiutati dal programma di osservazione del cielo nel sud del mondo che controlla la luminosità di circa 100 milioni di stelle ogni notte.

In generale, le immagini di stelle vicine sono veramente uniche, ma per le stelle lontane il problema è difficile. Per le singole stelle, il problema non è così importante, visto nel complesso. Come fatto rassicurante, solo circa 80 immagini multiple di stelle sono stati identificati finora. Ma quando intere galassie sono viste come immagini diverse contemporaneamente (e diverse decine sono conosciute finora) si potrebbe iniziare a diventare nervosi. Nel caso delle galassie CL0024+1654, mostrate in figura 100, si vedono sette immagini azzurre sottili, allungate, della stessa lontana galassia attorno al giallo, più vicine, galassie ellittiche.

Ma immagini multiple possono essere create non solo dalle lenti gravitazionali; la *forma* dell'universo potrebbe anche giocare alcuni trucchi.

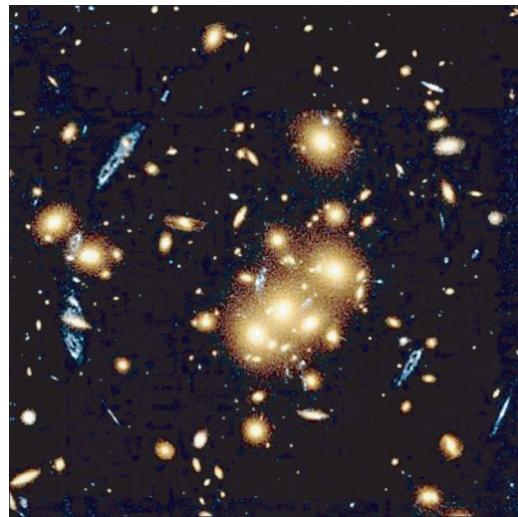


FIGURA 100 Immagini multiple blu di una galassia formata dagli ammassi gialli CL0024+1654 (NASA).

QUAL È LA FORMA DELL'UNIVERSO?

Un'analogia popolare per l'espansione dell'universo è il confronto di un palloncino di gomma che aumenta di diametro soffiando aria in esso. La superficie del pallone si presume corrisponda al volume dell'universo. I punti sul pallone corrispondono alle galassie; la loro distanza aumenta continuamente. La superficie del pallone è finita e non ha confini. Per analogia, questo suggerisce che il volume dell'universo ha un volume finito, ma nessun confine. Questa analogia presuppone che l'universo abbia la stessa topologia, la stessa 'forma' come quella di una sfera con una dimensione aggiuntiva.

Ref. 237 Ma qual è la prova sperimentale per questa analogia? Non molta. Nulla di preciso si sa circa la forma dell'universo. È estremamente difficile da determinare, semplicemente a causa della sua vastità. Gli esperimenti dimostrano che nella regione dell'universo vicina, diciamo entro pochi milioni di anni luce, la topologia è connessa semplicemente. Ma per le grandi distanze, quasi nulla è certo. Forse la ricerca nei lampi di raggi gamma ci dirà qualcosa sulla topologia, poiché queste esplosioni spesso provengono dalla notte dei tempi.* Forse anche lo studio delle fluttuazioni della radiazione cosmica di fondo possono dirci qualcosa. Tutta questa ricerca è ancora nella sua infanzia.

Dal momento che si sa ancora poco, ci si può chiedere la gamma di possibili risposte. Come appena accennato, nel modello standard della cosmologia, ci sono tre opzioni. Per $k = 0$, compatibile con gli esperimenti, la più semplice topologia dello spazio è lo spazio Euclideo tridimensionale \mathbb{R}^3 . Per $k = 1$, lo spazio-tempo è generalmente assunto essere un prodotto del tempo lineare, con la topologia \mathbb{R} della linea reale, ed una sfera S^3 per lo spazio. Questa è la forma più semplice possibile, corrispondente ad un *universo connesso semplicemente*. Per $k = -1$, l'opzione più semplice per lo spazio è una molteplicità iperbolica H^3 .

Inoltre, figura 90 ha mostrato che a seconda del valore della costante cosmologica, lo spazio potrebbe essere finito e limitato, o infinito e illimitato. Nella maggior parte dei

Pagina 225

* La storia è raccontata dal punto di vista matematico da BOB OSSERMAN, *Poetry of the Universe*, 1996.

calcoli di Friedmann–Lemaître, la connessione semplice è di solito assunta tacitamente, anche se essa non è affatto necessaria.

Potrebbe anche essere che lo spazio-tempo è *moltiplicamente* connesso, come una versione di più alta dimensione di un toro, come illustrato sul lato destro di [figura 98](#). Un toro ha ancora $k = 0$ in tutti punti, ma una topologia globale non banale. Per $k \neq 0$, lo spazio-tempo potrebbe anche avere topologie più complesse. * Se la topologia non è banale, potrebbe anche essere che il numero effettivo di galassie è molto più piccolo del numero osservato. Questa situazione corrisponderebbe ad un caleidoscopio, dove un paio di perle producono un gran numero di immagini.

Infatti, la gamma di possibilità non è limitata ai casi semplicemente e moltiplicamente connessi suggeriti dalla fisica classica. Se vengono inclusi gli effetti quantistici, appaiono opzioni aggiuntive e molto più complesse; saranno discusse nell'ultima parte della nostra avventura.

COSA C'È DIETRO L'ORIZZONTE?

“L'universo è un grande posto; forse il più grande.

Kilgore Trout, *Venere sulla Conchiglia*.

L'orizzonte del cielo notturno è un'entità difficile. Infatti, tutti i modelli cosmologici mostrano che si muove rapidamente via da noi. Una dettagliata indagine mostra che per un universo dominato dalla materia l'orizzonte si allontana da noi con una velocità

Ref. 239
Sfida 329 na

Pagina 231

Sfida 330 s

Sfida 331 s

Ref. 238

$$v_{\text{horizon}} = 3c . \quad (266)$$

Un bel risultato, non è vero? Ovviamente, poiché l'orizzonte non trasporta qualsiasi segnale, non si tratta di una contraddizione della relatività. Ora, misure di Ω_K mostrano che lo spazio è essenzialmente piatto. Così possiamo domandarci: cosa c'è dietro l'orizzonte?

Se l'universo è *aperto* o *marginale*, la materia che vediamo di notte è previsto dalla relatività generale applicata ingenuamente di essere una – letteralmente – infinitamente piccola parte di tutta la materia esistente. Infatti, applicando le equazioni di campo di un universo aperto o marginale implica che ci sia una quantità infinita di materia dietro l'orizzonte. Una tale dichiarazione è verificabile?

In un universo *chiuso*, è ancora prevista l'esistenza di materia dietro l'orizzonte; tuttavia, in questo caso è solo una quantità finita. Questa affermazione è verificabile?

In breve, il modello standard della cosmologia afferma che c'è un sacco di materia dietro l'orizzonte. Come la maggior parte dei cosmologi, scopiamo il problema sotto il tappeto e lo riprendriamo solo più tardi nel nostro cammino. Una descrizione precisa del tema è fornita dalla ipotesi della inflazione.

* La metrica di Friedmann–Lemaître è valida anche per qualsiasi quoziente delle topologie semplici appena menzionate da un gruppo di isometrie, che portano a spazi diedri e spazi lenticolari nel caso $k = 1$, ai tori nel caso $k = 0$, e *ogni* molteplicità iperbolica nel caso $k = -1$.

PERCHÉ CI SONO STELLE DAPPERTUTTO? – L'INFLAZIONE

Quali erano le condizioni iniziali della materia? La materia è stata distribuita in una densità costante per lo spazio in espansione con grande velocità. Come potrebbe succedere questo? Il ricercatore che ha esplorato più a fondo questa domanda è Alan Guth. Finora, abbiamo basato i nostri studi del cielo notturno, la cosmologia, su due principi osservazionali: l'isotropia e l'omogeneità dell'universo. Inoltre, l'universo è (quasi) piatto. La congettura dell'*inflazione* è un tentativo di capire l'origine di queste osservazioni.

La planarità all'istante attuale di tempo è strana: lo stato piatto è una soluzione instabile delle equazioni di Friedmann. Dal momento che l'universo è ancora piatto dopo quattordici miliardi di anni, esso deve essere stato ancora più piatto vicino al big bang.

Ref. 240

Guth ha sostenuto che la piattezza precisa, l'omogeneità e la isotropia dell'universo potrebbero seguire se nel primo secondo della sua storia, l'universo avesse attraversato una breve fase di crescita esponenziale di dimensioni, che ha chiamato *inflazione*. Questo aumento di dimensioni esponenziale, di un fattore di circa 10^{26} , omogeneizzerebbe l'universo. Questa evoluzione estremamente breve sarebbe guidata da un campo ancora sconosciuto, il *campo inflatone*. L'inflazione sembra anche descrivere correttamente la crescita della disomogeneità nella radiazione cosmica di sottofondo.

Tuttavia, fino ad ora, l'inflazione pone tante domande quante ne risolve. Venti anni dopo la sua proposta iniziale, Guth stesso è scettico che si tratti di un passo concettuale in avanti. L'ultima parola sulla questione non è stata ancora detta.

PERCHÉ CI SONO COSÌ POCHE STELLE? – IL CONTENUTO DI ENERGIA E DI ENTROPIA DELL'UNIVERSO

“ Die Energie der Welt ist constant. Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.* ”
Rudolph Clausius

La densità della materia-energia dell'universo è vicino a quella critica. L'inflazione, descritta nel paragrafo precedente, è la spiegazione favorita per questa connessione. Ciò implica che il numero effettivo di stelle è dato dal comportamento della materia a temperature estremamente elevate, e dalla densità di energia rimasta a temperature più basse. Il collegamento preciso è ancora il tema di intensa ricerca. Ma questo problema pone anche una domanda circa la citazione di cui sopra. Il creatore del termine 'entropia', Rudolph Clausius, aveva ragione quando ha fatto questa famosa dichiarazione? Diamo un'occhiata a ciò che la relatività generale ha da dire su tutto questo.

In relatività generale, può infatti essere definita un'energia *totale*, al contrario dell'energia *localizzata*, che non può. L'energia totale di tutta la materia e la radiazione è effettivamente una costante del moto. Essa è data dalla somma delle parti barioniche, luminose ed i neutrini:

$$E = E_b + E_\gamma + E_\nu \approx \frac{c^2 M_0}{T_0} + \dots \approx \frac{c^2}{G} + \dots . \quad (267)$$

Questo valore è costante solo se integrato su tutto l'universo, non quando è proprio preso

* L'energia dell'universo è costante. La sua entropia tende verso un massimo.*

all'interno dell'orizzonte.*

Molte persone aggiungono anche un termine energia gravitazionale. Se si cerca di farlo, si è obbligati a definirlo in modo tale che sia esattamente il negativo del precedente termine. Questo valore per l'energia gravitazionale conduce alla popolare speculazione che l'energia *totale* dell'universo potrebbe essere pari a zero. In altre parole, il numero di stelle potrebbe essere limitato anche da questa relazione.

Tuttavia, la discussione dell'*entropia* mette un forte punto interrogativo dietro tutte queste apparentemente ovvie dichiarazioni. Molte persone hanno cercato di dare valori Ref. 241 per l'entropia dell'universo. Alcuni hanno controllato se la relazione

$$S = \frac{kc^3 A}{G\hbar 4} = \frac{kG}{\hbar c} 4\pi M^2, \quad (268)$$

Sfida 332 na che è corretta per i buchi neri, vale anche per l'universo. Ciò presuppone che tutta la materia e tutta la radiazione dell'universo possano essere descritte da alcune temperature medie. Essi sostengono che l'entropia dell'universo è sorprendentemente bassa, in modo che ci deve essere qualche principio ordinatore dietro di essa. Altri speculano anche da dove provenga l'entropia dell'universo, e se l'orizzonte è la sorgente per essa.

Ma cerchiamo di stare attenti. Clausius assume, senza il minimo dubbio, che l'universo è un *sistema chiuso*, e, quindi, deduce la dichiarazione sopra citata. Cerchiamo di controllare questa ipotesi. L'entropia descrive l'energia massima che può essere estratta da un oggetto caldo. Dopo la scoperta della struttura particolare della materia, è diventato chiaro che l'entropia è data anche dal numero di microstati che possono costituire uno specifico macrostato. Ma nessuna definizione ha un senso se applicata all'universo nel complesso. Non vi è alcun modo per estrarre energia da esso, e non c'è modo di dire come molti microstati dell'universo sarebbero simili al macrostato.

Vol. I, pag. 27 La ragione fondamentale è l'impossibilità di applicare il concetto di *stato* per l'universo. In primo luogo abbiamo definito lo stato come tutte quelle proprietà di un sistema che permettono di distinguerlo da altri sistemi con le stesse proprietà intrinseche, o che differiscono da un osservatore ad un altro. Si potrebbe voler controllare da sé che per l'universo, tali proprietà dello stato non esistono affatto.

Sfida 333 s

Si può parlare di stato dello spazio-tempo e si può parlare di stato di materia ed energia. Ma non si può parlare di stato dell'universo, perché il concetto non ha senso. Se non c'è stato dell'universo, non c'è entropia per esso. E neppure c'è un valore di energia. Questo è infatti l'unica conclusione corretta che possiamo disegnare sulla questione.

PERCHÉ LA MATERIA È AGGREGATA?

Siamo in grado di vedere le stelle perché l'universo è costituito principalmente da spazio vuoto, in altre parole, perché le stelle sono piccole e distanti. Ma perché questo è il caso? L'espansione cosmica è stata dedotta e calcolata utilizzando un distribuzione di massa omogenea. Allora perché la materia si ammassa?

Si scopre che le distribuzioni di massa omogenee sono *instabili*. Se per qualsiasi motivo la densità varia, le regioni di maggiore densità attireranno più materia delle regioni a bassa densità. La gravitazione quindi causerà l'aumento della densità delle regioni

* Eccetto il caso in cui la pressione può essere trascurata.

Sfida 334 na

più dense e le regioni a bassa densità saranno svuotate. Potete confermare l'instabilità, semplicemente assumendo uno spazio riempito di polvere e $a = GM/r^2$? In sintesi, anche una piccola fluttuazione quantistica della densità di massa porterà, dopo un certo tempo, al raggruppamento della massa.

Ref. 242

Ma come si formano le prime disomogeneità? Questo è uno dei grandi problemi della fisica moderna e astrofisica, e non c'è ancora una risposta accettata. Parecchi esperimenti moderni stanno misurando le variazioni dello spettro della radiazione cosmica di sottofondo con la posizione angolare e con la polarizzazione; questi risultati, che saranno disponibili nei prossimi anni, potrebbero fornire qualche informazione sul modo di risolvere la questione.

PERCHÉ LE STELLE SONO COSÌ PICCOLE RISPETTO ALL'UNIVERSO?

Pagina 273

Dato che la densità della materia è circa quella critica, la dimensione delle stelle, che contengono la maggior parte della materia, è un risultato dell'interazione delle particelle elementari che le compongono. Qui di seguito mostriremo che la relatività generale (da sola) non può spiegare tutte le dimensioni che appaiono in natura. La discussione di questo problema è un tema di teoria quantistica.

STELLE E GALASSIE SI MUOVONO SEPARATAMENTE O L'UNIVERSO È IN ESPANSIONE?

Sfida 335 na

Possiamo distinguere tra spazio in espansione e galassie che si muovono separatamente? Sì, possiamo. Riuscite a trovare un argomento o ideare un esperimento per fare così?

Ref. 243

L'espansione dell'universo non si applica allo spazio sulla Terra. L'espansione è calcolata per una distribuzione di massa omogenea e isotropa. La materia non è né omogenea né isotropa all'interno della galassia; l'approssimazione del principio cosmologico non è valido quaggiù. E' anche stato verificato sperimentalmente, studiando spettri atomici in vari luoghi nel sistema solare, che *non c'è* alcuna espansione di Hubble che si svolge intorno a noi.

C'È PIÙ DI UN UNIVERSO?

Sfida 336 f

L'esistenza di 'diversi' universi potrebbe essere un'opzione quando studiamo la questione se si vedano tutte le stelle. Ma si può accettare che neanche la definizione di 'universo' data sopra, sia essa 'tutta la materia-energia' o 'tutta la materia-energia e tutto lo spazio-tempo', ci permette di rispondere positivamente alla domanda.

Vol. IV, pag. 170

Non c'è modo di definire un plurale per universo: o l'universo è tutto, e quindi è unico, o non è tutto, e quindi non è l'universo. Scopriremo che la teoria quantistica non cambia questa conclusione, nonostante i ricorrenti rapporti del contrario.

Chi parla di molti universi dice cose senza senso.

PERCHÉ LE STELLE SONO FISSE? – BRACCIA, STELLE E IL PRINCIPIO DI MACH

“ Si les astres étaient immobiles, le temps et l'espace n'existeraient plus.*

Maurice Maeterlink.

Le due braccia possedute dagli esseri umani hanno svolto un ruolo importante nelle discussioni sul moto, e in particolare nello sviluppo della relatività. Guardando le stelle di notte, possiamo fare una semplice osservazione, se manteniamo le nostre braccia rilassate. Stando in piedi, le braccia penzolano. Poi giriamo rapidamente. Le nostre braccia si sollevano. Infatti lo fanno ogni volta che vediamo le stelle che girano. Alcune persone hanno trascorso gran parte della loro vita a studiare questo fenomeno. Perché?

Ref. 244

Stelle e braccia dimostrano che il moto è relativo, non assoluto.** Questa osservazione conduce a due possibili formulazioni di quello che Einstein chiamò *principio di Mach*.

— *I sistemi inerziali sono determinati dal resto della materia nell'universo.*

Questa idea è infatti realizzata in relatività generale. Nessuna questione a questo proposito.

— *L'inerzia è dovuta alla interazione con il resto dell'universo.*

Ref. 245

Questa formulazione è più controversa. Molti la interpretano nel senso che la *massa* di un oggetto dipende dalla distribuzione della massa nel resto dell'universo. Ciò significherebbe che si ha la necessità di verificare se la massa è anisotropa quando un grande corpo si trova nelle vicinanze. Naturalmente, la questione è stata studiata sperimentalmente; bisogna semplicemente misurare se una particella ha gli stessi valori di massa quando accelera in direzioni diverse. Non sorprende che, con un alto grado di precisione, tale anisotropia sia stata trovata. Molti dunque concludono che il principio di Mach è sbagliato. Altri concludono con qualche dolore nel loro stomaco che l'intero argomento

Ref. 246

non è ancora risolto.

Sfida 337 f

Ma in realtà, è facile vedere che Mach *non può* significare per niente una variazione di massa: si dovrebbe allora anche concludere che la massa è dipendente dalla distanza, anche in fisica Galileiana. Ma questo è noto essere falso; nessuno sano di mente ha mai avuto dubbi in proposito.

L'intero dibattito è dovuto ad un frantendimento di ciò che si intende per 'inerzia': essa si può interpretare come *massa* inerziale o come *moto* inerziale (come le braccia che si muovono sotto le stelle). Non vi è alcuna prova che Mach credette sia nella massa anisotropa o nella massa dipendente dalla distanza; l'intera discussione è un esempio di persone che prendono l'orgoglio del non fare un errore che è erroneamente imputato ad un'altra persona, apparentemente più stupida.***

* 'Se le stelle fossero immobili, il tempo e lo spazio non esisterebbero più.' Maurice Maeterlink (1862–1949) è un famoso drammaturgo belga.

** Il ragionamento originale di Newton e molti altri ha utilizzato un secchio e la superficie dell'acqua in esso; ma gli argomenti sono gli stessi.

*** Un famoso esempio è spesso imparato a scuola. Si suggerisce regolarmente che Colombo fu deriso perché pensava che la Terra fosse sferica. Ma non è stato deriso per niente per questo motivo; c'erano solo disaccordi nella *dimensione* della Terra, e infatti si scoprì che i suoi critici avevano ragione, e che si

Ovviamente, gli effetti inerziali non dipendono dalla distribuzione della massa nel resto dell'universo. Il principio di Mach è corretto. Mach fece alcuni errori nella sua vita (egli è tristemente noto per l'opposizione all'idea degli atomi fino alla morte, contro le prove sperimentali), ma il suo principio *non* è uno di essi. Purtroppo è da aspettarsi che il mito della scorrettezza del principio di Mach persisterà, come quella della derisione di Colombo.

Ref. 246

Pagina 199

In realtà, il principio di Mach è prezioso. A titolo di esempio, prendiamo la nostra galassia. Gli esperimenti dimostrano che è appiattita e in rotazione. Il Sole gira attorno al suo centro in circa 250 milioni di anni. In effetti, se il Sole non girasse attorno al centro della galassia, noi cadremmo in circa 20 milioni di anni. Come detto sopra, dalla forma della nostra galassia possiamo trarre la conclusione potente che ci deve essere un sacco di altra materia, ad esempio, un sacco di altre stelle e galassie nell'universo.

IN QUIETE NELL'UNIVERSO

Non vi è nessun sistema preferito nella relatività speciale, nessuno spazio assoluto. Lo stesso vale per l'universo attuale? No; c'è una sistema preferito. In effetti, nella cosmologia del big bang, la galassia media è in quiete. Anche se si parla di big bang, ogni galassia media può giustamente sostere di essere in quiete. Ognuna è in caduta libera. Una ancora migliore realizzazione di questo sistema di riferimento privilegiato è fornito dalla radiazione di fondo.

In altre parole, il cielo notturno è nero perché ci muoviamo con quasi nessuna velocità attraverso la radiazione di fondo. Se la Terra avesse una grande velocità relativa alla radiazione di fondo, il cielo sarebbe luminoso anche di notte, grazie all'effetto Doppler per la radiazione di fondo. In altre parole, il cielo notturno è scuro in tutte le direzioni a causa del nostro moto lento contro la radiazione di fondo.

Questo moto 'lento' ha una velocità di 368 km/s. (Questo è il valore del moto del Sole; ci sono variazioni dovute all'aggiunta del moto della Terra). Il valore di velocità è grande in confronto alla vita di tutti i giorni, ma piccolo rispetto alla velocità della luce. Studi più approfonditi non cambiano questa conclusione. Anche il moto della Via Lattea e quella del gruppo locale contro la radiazione cosmica di fondo è dell'ordine di 600 km/s; che è ancora molto inferiore alla velocità della luce. I motivi per cui la galassia e il sistema solare si muovono con queste velocità 'bassa' attraverso l'universo è già stato studiato nel nostro cammino. Potete dare una sintesi?

Sfida 338 f

Ref. 247

Tra l'altro, è corretto il termine 'universo'? L'universo ruota, come implica il nome? Se per universo si intende l'intera esperienza, la domanda non ha senso, perché la rotazione è definita solo per i corpi, cioè, per parti dell'universo. Tuttavia, se per universo intendiamo solo dire 'tutta la materia', la risposta può essere determinata dagli esperimenti. Si scopre che la rotazione è estremamente piccola, se c'è: misurazioni della radiazione cosmica di fondo mostrano che nella sua vita l'universo, non può essere ruotato di più di un centesimo di milionesimo di un giro! In breve, con una dose di umorismo possiamo dire che 'universo' è un termine improprio.

era sbagliato nella sua stima troppo piccola del raggio.

LA LUCE ATTIRA LA LUCE?

Un'altra ragione per cui siamo in grado di vedere le stelle è che la loro luce ci raggiunge. Ma perché i raggi luminosi che viaggiano non vengono disturbati da ciascuna altra gravitazione? Sappiamo che la luce è energia e che qualsiasi altra energia attrae altra energia attraverso la gravitazione. In particolare, la luce è energia elettromagnetica, e gli esperimenti hanno dimostrato che tutta l'energia elettromagnetica è soggetta alla gravitazione. Due fasci di luce che avanzano con un piccolo angolo tra loro potrebbero convergere, a causa della reciproca attrazione gravitazionale? Ciò potrebbe avere effetti misurabili e possibilmente interessanti sulla luce osservata dalle stelle lontane.

Ref. 248

Sfida 339 na

Il modo più semplice per esplorare il problema è quello di studiare la seguente domanda: fasci di luce paralleli restano paralleli? È interessante notare che un calcolo preciso mostra che la mutua gravitazione *non* altera il percorso di due fasci di luce paralleli, anche se altera il percorso di fasci di luce antiparalleli, vale a dire, raggi paralleli che viaggiano in direzioni opposte. La ragione è che per raggi paralleli che si muovono alla velocità della luce, la componente gravitomagnetica *annulla* esattamente la componente gravitoelettrica.

Dal momento che la luce non attira la luce nel suo percorso, la luce non è disturbata dalla propria gravità durante i milioni di anni che ci vogliono per raggiungerci da stelle lontane. La luce non attira o disturba la luce che si muove accanto. Finora, anche tutti gli effetti noti della meccanica quantistica confermano questa conclusione.

LA LUCE PUÒ DECADERE?

Nella sezione dedicata alla teoria quantistica incontreremo esperimenti che dimostrano che la luce è fatta di particelle. E' plausibile che questi fotoni potrebbero *decadere* in qualche altra particella, ancora sconosciuta, o in fotoni a bassa frequenza. Se ciò in realtà accadesse, noi non saremmo in grado di vedere le stelle lontane.

Sfida 340 f

Ref. 249

Ma qualsiasi decadimento significherebbe anche che la luce avrebbe cambiato la sua direzione (perché?) e quindi produce immagini sfocate per gli oggetti remoti. Però, non si osserva nessuna sfocatura. Inoltre, il fisico Sovietico Matvey Bronstein dimostrò nel 1930 che qualsiasi processo di decadimento della luce avrebbe un tasso maggiore per le frequenze più piccole. Quando le persone controllarono lo spostamento delle onde radio, in particolare le famosa linea di 21 cm, e la compararono con lo spostamento della luce dalla stessa sorgente, non fu trovata nessuna differenza per ognuna delle galassie testate.

Ref. 250

La gente controllò anche che la costante di struttura fine di Sommerfeld, che determina il colore degli oggetti, non cambia nel corso del tempo. Nonostante una erronea rivendicazione in anni recenti, nessun cambiamento potrebbe essere rilevato in migliaia di milioni di anni.

Sfida 341 na

Pagina 241

Naturalmente, invece di decadere, la luce potrebbe anche essere *colpita* da qualche entità fino ad ora sconosciuta. Ma questa possibilità è esclusa dagli stessi argomenti. Queste indagini mostrano anche che non vi è alcun supplementare meccanismo di spostamento verso il rosso in natura a parte lo spostamento verso il rosso di Doppler e gravitazionale.

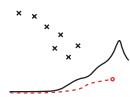
La visibilità delle stelle di notte ha infatti fatto luce su numerose proprietà della natura. Proseguiamo ora la nostra salita della montagna con un problema più generale, più vi-

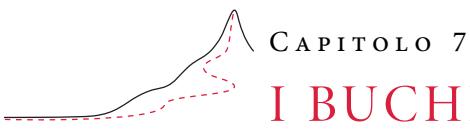
cino alla nostra ricerca per i fondamenti del moto.

SINTESI SULLA COSMOLOGIA

Chiedersi che cosa vediamo esattamente di notte porta a diverse maestose intuizioni. In primo luogo, l'universo è enorme – ma di dimensioni finite. In secondo luogo, l'universo è estremamente vecchio – ma di un'età finita. In terzo luogo, l'universo si sta espandendo.

Se avete mai avuto la possibilità di guardare attraverso un telescopio, fatelo! E' meraviglioso.





CAPITOLO 7

I BUCHI NERI – CADERE PER SEMPRE

“Qui iacet in terra non habet unde cadat. **
Alanus de Insulis

PERCHÉ ESPLORARE I BUCHI NERI?

I fenomeni gravitazionali più estremi in natura sono i buchi neri. Essi realizzano il limite del rapporto lunghezza-massa in natura. In altre parole, essi producono il più alto valore possibile di forza in natura sulla loro superficie, il cosiddetto *orizzonte*. I buchi neri producono anche i più alti valori di curvatura spazio-temporale per un dato valore di massa. In altri termini, i buchi neri sono i più estremi sistemi relativistici generali che si trovano in natura. Grazie alle loro estreme proprietà, lo studio dei buchi neri è anche un importante trampolino di lancio verso l'unificazione e la descrizione finale del moto.

Buco nero è una abbreviazione per ‘oggetto completamente collassato gravitazionalmente’.

Ref. 136 Previsto più di due secoli fa, non fu chiaro per un lungo periodo di tempo se o no esistessero. Intorno all’anno 2000, i dati sperimentali disponibili hanno portato oggi la maggior parte degli esperti a concludere che c’è un buco nero al centro di quasi tutte le galassie, compresa la nostra (vedi [figura 101](#)). I buchi neri sono anche sospettati al centro delle quasar, dei *nuclei galattici attivi* e dei *lampi di raggi gamma*. In breve, sembra che l’evoluzione delle galassie sia fortemente legata all’evoluzione dei buchi neri. Inoltre, circa una dozzina di buchi neri più piccoli sono stati individuati altrove nella nostra galassia. Per queste ragioni, i buchi neri, i più impressionanti, i più potenti e i più relativistici sistemi in natura, sono un affascinante argomento di studio.

Ref. 251

Ref. 252

CONCENTRAZIONE DI MASSA E ORIZZONTI

La *velocità di fuga* è la velocità necessaria per lanciare un proiettile in un tale modo che non ricada verso il basso. La velocità di fuga dipende dalla massa e la dimensione del pianeta da cui il lancio avviene: più è denso il pianeta, più alta è la velocità di fuga. Cosa succede quando un pianeta o una stella hanno una velocità di fuga che è più grande della velocità della luce c ? Tali oggetti sono stati immaginati dal geologo britannico John Michell nel 1784, e indipendentemente dal matematico francese Pierre Laplace nel 1795, molto prima che la relatività generale fosse stata sviluppata. Michell e Laplace capirono una cosa fondamentale: anche se un oggetto con una tale elevata velocità di fuga fosse

** ‘per chi sta a terra non c’è pericolo di cadere.’ Il nome originale dell’autore è Alain de Lille (c. 1128–1203).

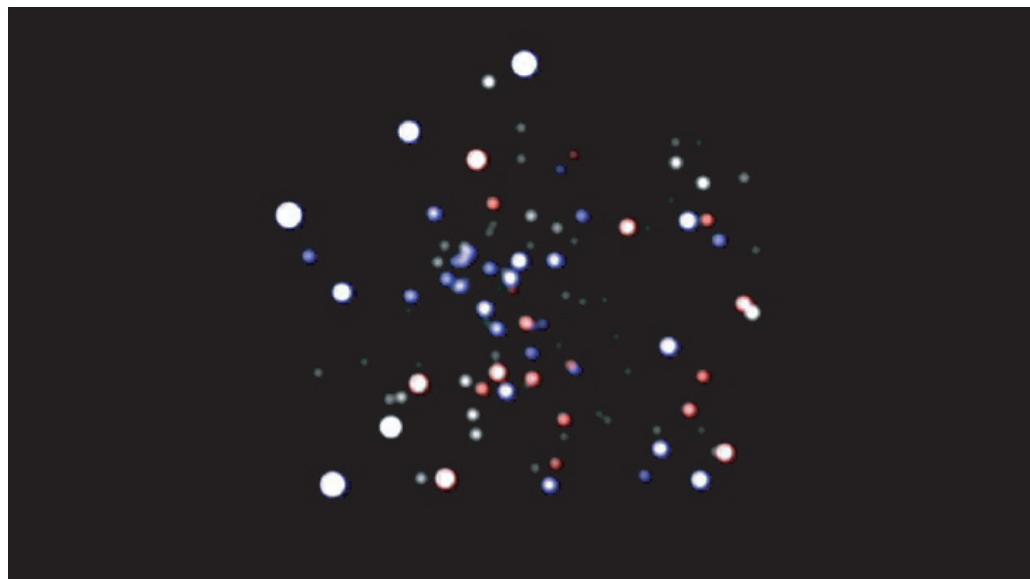


FIGURA 101 Un film a lasso di tempo, preso per un periodo di 16 anni, delle orbite delle stelle vicino al centro della nostra Galassia. L'invisibile oggetto centrale è così massiccio e piccolo che è quasi sicuramente un buco nero (QuickTime film © ESO).

Ref. 136
Sfida 342 f

una stella calda, ad un osservatore distante apparirebbe completamente nero, come illustrato in [figura 102](#). L'oggetto non permetterebbe ad alcuna luce di lasciarlo; inoltre, bloccherebbe tutta la luce proveniente da dietro. Nel 1967, John Wheeler^{*} rese popolare in fisica il termine ormai standard di *buco nero* dovuto a Anne Ewing.

Ci vogliono solo poche righe per dimostrare che la luce non può sfuggire da un corpo di massa m quando il raggio è più piccolo di un valore critico dato da

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (269)$$

chiamato *raggio di Schwarzschild*. La formula è valida sia in gravità universale che nella relatività generale, a condizione che nella relatività generale prendiamo il raggio nel senso della circonferenza diviso per 2π . Tale corpo realizza il valore limite per il rapporto lunghezza–massa in natura. Per questa ed altre ragioni che saranno date a breve, chiameremo R_S anche la *dimensione* del buco nero di massa M . (Ma si noti che è solo la metà del diametro.) In linea di principio, è possibile immaginare un oggetto con un rapporto lunghezza–massa più piccolo; però, scopriremo che non c'è modo di osservare un oggetto più piccolo del raggio Schwarzschild, perché un oggetto che si muove più velocemente della velocità della luce non può essere osservato. Tuttavia, possiamo osservare i buchi neri – il caso limite – proprio come noi possiamo osservare entità che si muovono alla velocità della luce.

^{*} John Archibald Wheeler (1911–2008), fisico statunitense-americano, importante esperto di relatività generale ed autore di diversi ottimi libri di testo, tra i quali il bellissimo JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, Scientific American Library & Freeman, 1990, in cui spiega la relatività generale con passione e in modo dettagliato, ma senza alcuna matematica.

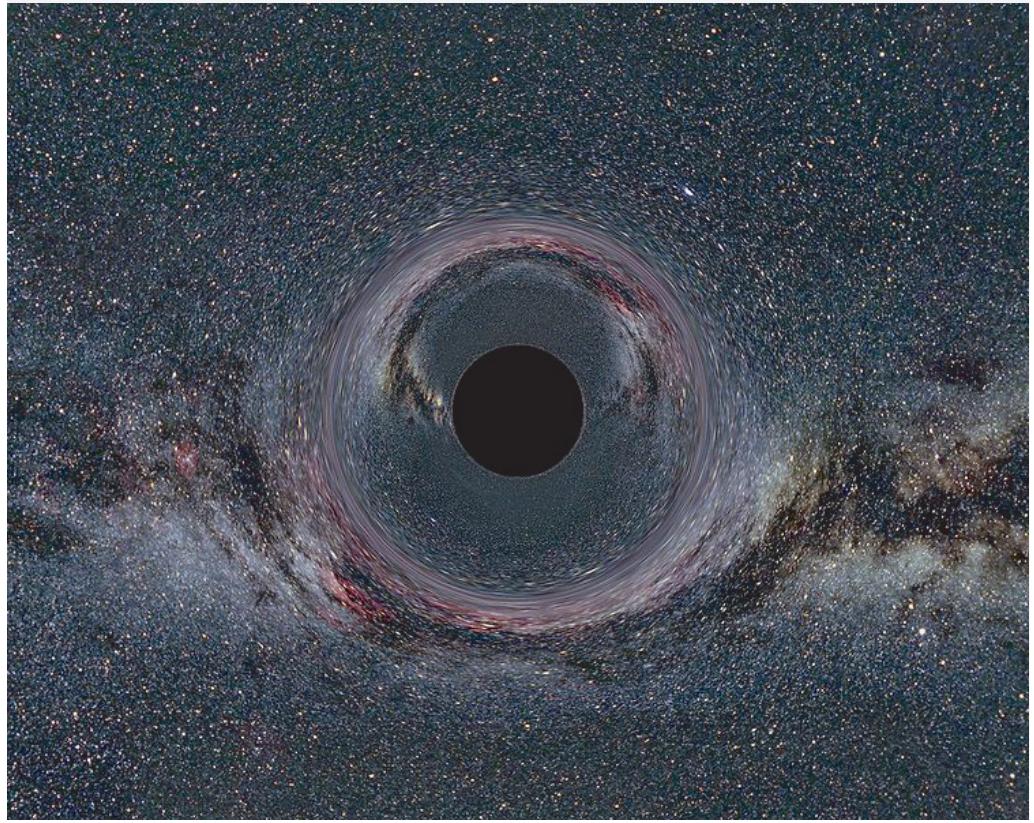


FIGURA 102 un’immagine semplificata simulata di come un buco nero di dieci masse solari, con raggio di Schwarzschild di 30 km, visto da una distanza costante di 600 km, distorcerà un’immagine della Via Lattea in sottofondo. Si noti l’anello di Zwicky–Einstein formato a circa il doppio del raggio del buco nero ed il sottile cerchio luminoso (immagine © Ute Kraus a www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de).

Quando una massa di prova viene fatta avvicinare al raggio critico R_S , accadono due cose. Innanzitutto, l’accelerazione propria locale di masse puntiformi (immaginarie) aumenta senza limiti. Per gli oggetti realistici di dimensioni finite, il buco nero realizza la più alta forza possibile in natura. Qualcosa che cade in un buco nero non può essere tirato di nuovo fuori. Un buco nero inghiotte in tal modo tutta la materia che cade in esso. Si comporta come un’aspirapolvere cosmica.

Alla superficie di un buco nero, il fattore di spostamento verso il rosso per un osservatore distante aumenta anche senza limiti. Il rapporto tra le due grandezze viene chiamata la *gravità di superficie* di un buco nero. Essa è data da

$$g_{\text{surf}} = \frac{GM}{R_S^2} = \frac{c^4}{4GM} = \frac{c^2}{2R_S} . \quad (270)$$

Un buco nero quindi non permette ad alcuna luce di lasciarlo.

Una superficie che realizza la forza limite e uno spostamento infinito verso il rosso rende impossibile inviare la luce, la materia, l’energia o segnali di alcun tipo verso il

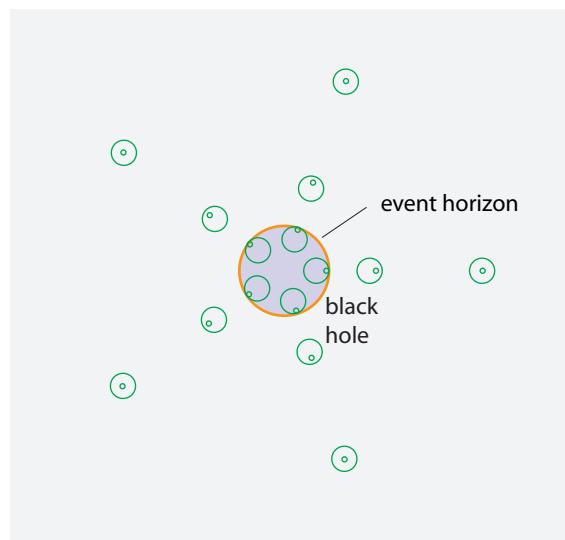


FIGURA 103 I coni di luce nel piano equatoriale intorno a un buco nero non rotante, visto dal sopra il piano.

mondo esterno. Un buco nero è quindi circondato da un orizzonte. Sappiamo che un orizzonte è una superficie limite. In realtà, un orizzonte è un limite in due modi. Innanzitutto, un orizzonte è un limite alla comunicazione: nulla può comunicare attraverso di esso. In secondo luogo, un orizzonte è una superficie di massima forza e potenza. Queste proprietà sono sufficienti per rispondere a tutte le domande relative agli effetti degli orizzonti. Per esempio: cosa succede quando un raggio di luce viene inviato verso l'alto dall'orizzonte? E da poco sopra l'orizzonte? La [figura 103](#) fornisce alcuni suggerimenti.

[Sfida 344 s](#) I buchi neri, considerati come oggetti astronomici, sono quindi differenti dai pianeti. Durante la formazione dei pianeti, la materia si addensa insieme; appena non può essere compressa ulteriormente, viene raggiunto un equilibrio, che determina il raggio del pianeta. Questo è lo stesso meccanismo di quando una pietra viene lanciata verso la Terra: essa ferma la caduta quando *colpisce* il suolo. Un ‘terreno’ si forma ogni volta che la materia colpisce altra materia. Nel caso di un buco nero, non vi è alcun terreno; tutto *continua* a cadere. È per questo che, in Russo, i buchi neri vengono chiamati *collapsars*.

Ref. 254 Questa continua caduta di un buco nero avviene quando la concentrazione di materia è così alta che supera tutti quelle interazioni che rendono la materia *impenetrabile* nella vita quotidiana. Nel 1939, Robert Oppenheimer* e Hartland Snyder mostraron teoricamente che un buco nero si forma ogni volta che una stella di massa sufficiente smette di bruciare. Quando una stella di massa sufficiente smette di bruciare, le interazioni che formano il ‘pavimento’ scompaiono, e tutto continua a cadere senza fine.

Un buco nero è la materia in caduta libera permanente. Tuttavia, il suo raggio per un osservatore esterno rimane costante! Ma non è tutto. Inoltre, a causa di questa caduta

* Robert Oppenheimer (1904–1967), importante fisico americano. Egli può essere chiamato il padre della fisica teorica negli USA. Lavorò sulla teoria quantistica e sulla fisica atomica. Diresse poi il team che sviluppò la bomba nucleare durante la Seconda Guerra Mondiale. Fu anche la più importante (innocente) vittima di una delle più grandi caccie alle streghe mai organizzata nel suo paese d’origine. Vedi anche il sito www.nap.edu/readingroom/books/biomems/joppenheimer.html.

libera permanente, i buchi neri sono l'unico stato della materia in equilibrio termodinamico! In un certo senso, i pavimenti e tutti gli altri stati quotidiani della materia sono metastabili: queste forme non sono stabili come i buchi neri.

GLI ORIZZONTI DEL BUCO NERO COME SUPERFICI LIMITE

La proprietà che caratterizza un buco nero è quindi il suo *orizzonte*. La prima volta che incontrammo gli orizzonti fu nella relatività speciale, nella sezione sugli osservatori accelerati. Gli orizzonti dovuti alla gravitazione sono simili in tutte le loro proprietà; la sezione sulla massima forza e potenza ha dato una prima impressione. L'unica differenza che trovammo è dovuta all'abbandono della gravitazione nella relatività speciale. Di conseguenza, gli orizzonti in natura non possono essere planari, contrariamente a quanto suggerito dalle osservazioni di osservatori puntiformi immaginari che si presume esistano nella relatività speciale.

Sia il principio di massima forza e le equazioni di campo implicano che lo spazio-tempo intorno a una massa in rotazione simmetrica (quindi non rotante) ed elettricamente neutra è descritta da

$$di^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - r^2 d\varphi^2/c^2. \quad (271)$$

Questa è la cosiddetta *metrica di Schwarzschild*. Come accennato in precedenza, r è la circonferenza diviso 2π ; t è il tempo misurato all'infinito.

Supponiamo ora che la massa sia fortemente localizzata. Troviamo allora che nessun osservatore *fuori* potrà mai ricevere alcun segnale emesso da un valore del raggio di $r = 2GM/c^2$ o più piccolo. A quella distanza abbiamo un orizzonte, e la situazione descrive un buco nero. Infatti, poiché il tempo proprio i di un osservatore di raggio r è correlato al tempo t di un osservatore all'infinito attraverso

$$di = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} dt, \quad (272)$$

troviamo che un osservatore all'orizzonte dovrebbe scomparire al momento giusto. In altre parole, all'orizzonte lo spostamento verso il rosso è infinito. (Più precisamente, la superficie di infinito spostamento verso il rosso e l'orizzonte coincidono solo per buchi neri non rotanti. Per buchi neri rotanti, le due superfici sono distinte.) Tutto ciò che succede all'orizzonte va avanti con lentezza infinita, come osservato da un osservatore distante. In altre parole, per un osservatore distante che osserva ciò che è in corso all'orizzonte stesso, non appare mai niente.

Nello stesso modo in cui gli osservatori non possono raggiungere la velocità della luce, gli osservatori non possono raggiungere un orizzonte. Per un secondo osservatore, può solo accadere che il primo si muova quasi veloce come la luce; allo stesso modo, per un secondo osservatore, può solo accadere che il primo abbia quasi raggiunto l'orizzonte. Inoltre, un viaggiatore non può sentire quanto egli sia vicino alla velocità della luce per un altro, e sperimenta la velocità della luce come irraggiungibile; allo stesso modo, un viaggiatore (in un grande buco nero), non può sentire quanto egli sia vicino ad un orizzo-

Pagina 85

Pagina 133

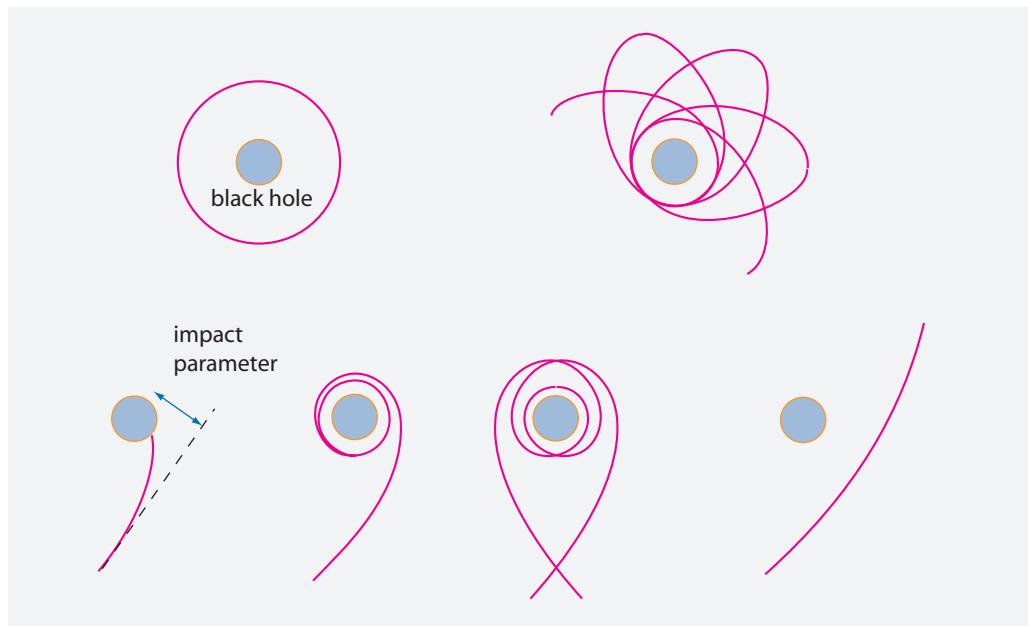


FIGURA 104 I moti di oggetti *massicci* attorno ad un buco nero non rotante – per diversi parametri di impatto e velocità iniziali

nte e sperimenta l’orizzonte irraggiungibile.

Non possiamo dire che cosa succede dentro l’orizzonte.* Possiamo prendere questa visualizzazione all’estremo e sostenere che la metrica di un buco nero è un tipo di metrica del vuoto. In questa prospettiva, la massa è una quantità che è ‘costruita’ dal vuoto.

In relatività generale, gli orizzonti di qualsiasi tipo sono previsti di essere *neri*. Dal momento che la luce non può sfuggire loro, gli orizzonti classici sono superfici completamente al buio. In realtà, gli orizzonti sono le entità più buie immaginabili: nulla in natura è più scuro. Tuttavia, scopriremo sotto che gli orizzonti fisici non sono completamente neri.

Pagina 263

LE ORBITE INTORNO AI BUCHI NERI

Poiché i buchi curvano fortemente lo spazio-tempo, un corpo in moto nei pressi di un buco nero si comporta in modi più complicati di quanto previsto dalla gravitazione universale. In gravitazione universale, i percorsi sono ellissi, parabole, o iperboli; tutte queste sono curve piane. Si scopre che i percorsi si trovano in un piano solo in prossimità

* naturalmente, i matematici non si preoccupano di argomenti fisici. Pertanto, Martin Kruskal e George Szekeres hanno definito coordinate per l’interno del buco nero. Tuttavia, questi e simili sistemi di coordinate sono curiosità accademiche non realistiche, in quanto contraddicono la teoria quantistica. I sistemi di coordinate per l’interno dell’orizzonte di un buco nero hanno lo stesso status di coordinate come i sistemi dietro l’orizzonte cosmologico: essi sono sistemi di credenze che non sono verificabili sperimentalmente.

dei buchi neri *non rotanti*.*

Sfida 346 na

Attorno a buchi neri non rotanti, chiamati anche *buchi neri di Schwarzschild*, i percorsi circolari sono impossibili per raggi inferiori a $3R_S/2$ (potete mostrare perché?) e sono instabili alle perturbazioni da lì fino a un raggio di $3R_S$. Solo a raggi più grandi ci sono orbite circolari stabili. Intorno ai buchi neri, non ci sono percorsi ellittici; il corrispondente percorso rosetta è mostrato in [figura 104](#). Tale percorso mostra il famoso spostamento del periastro in tutta la sua gloria.

Sfida 347 f

Si noti che il potenziale intorno a un buco nero non è sensibilmente diverso da $1/r$ per distanze superiori a circa una quindicina di raggi di Schwarzschild. Per un buco nero della massa del Sole, che sarebbe di 42 km dal suo centro; quindi, non saremmo in grado di rilevare alcuna differenza dal percorso della Terra attorno al Sole

Abbiamo accennato diverse volte nella nostra avventura che la gravitazione si caratterizza per i suoi effetti di marea. I buchi neri mostrano proprietà estreme in questo senso. Se una nube di polvere cade in un buco nero, la dimensione della nube aumenta mentre cade, finché la nube avvolge tutto l'orizzonte. Infatti, il risultato è valido per qualsiasi corpo esteso. Questa proprietà dei buchi neri sarà di importanza più tardi, quando si discuterà la dimensione delle particelle elementari.

Sfida 348 na

Per i corpi che cadono provenienti dall'infinito, la situazione nei pressi di buchi neri è ancora più interessante. Naturalmente non ci sono percorsi iperbolici, solo traiettorie simili a iperboli per i corpi che passano abbastanza lontano. Ma per piccoli, ma non troppo piccoli parametri di impatto, un corpo farà un certo numero di giri intorno al buco nero, prima di ripartire. Il numero di giri aumenta oltre ogni limite con la diminuzione del parametro di impatto, fino a raggiungere un valore al quale il corpo viene catturato in un'orbita con un raggio di $2R$, come mostrato in [figura 104](#). In altre parole, questa orbita *cattura* in entrata i corpi se si avvicinano al di sotto di un certo angolo critico. Per confronto, ricordate che in gravitazione universale, la cattura non è mai possibile. A parametri di impatto ancora più piccoli, il buco nero inghiotte la massa in entrata. In entrambi i casi, cattura e deflessione, un corpo può fare vari giri attorno al buco nero, mentre nella gravitazione universale è impossibile fare più di *mezzo* giro intorno ad un corpo.

Le orbite più assurde di aspetto, però, sono quelle corrispondenti al caso parabolico di gravitazione universale. (Queste sono di interesse puramente accademico, poiché si verificano con probabilità pari a zero). In sintesi, la relatività cambia i moti dovuti alla gravità in maniera drastica.

Intorno ai buchi neri in *rotazione*, le orbite di masse puntiformi sono ancora più complesse di quelle mostrate nella [figura 104](#); per il moto confinato, per esempio, le ellissi non stanno in un piano – grazie all'effetto Thirring-Lense – che porta ad orbite estremamente complicate nelle tre dimensioni che riempiono lo spazio intorno al buco nero.

* Per tali percorsi, la regola di Keplero che collega la distanza media e il tempo dell'orbita

$$\frac{GMT^3}{(2\pi)^2} = r^3 \quad (273)$$

Sfida 345 na

è ancora valida, a patto che vengano utilizzati il tempo proprio ed il raggio misurato da un osservatore distante.

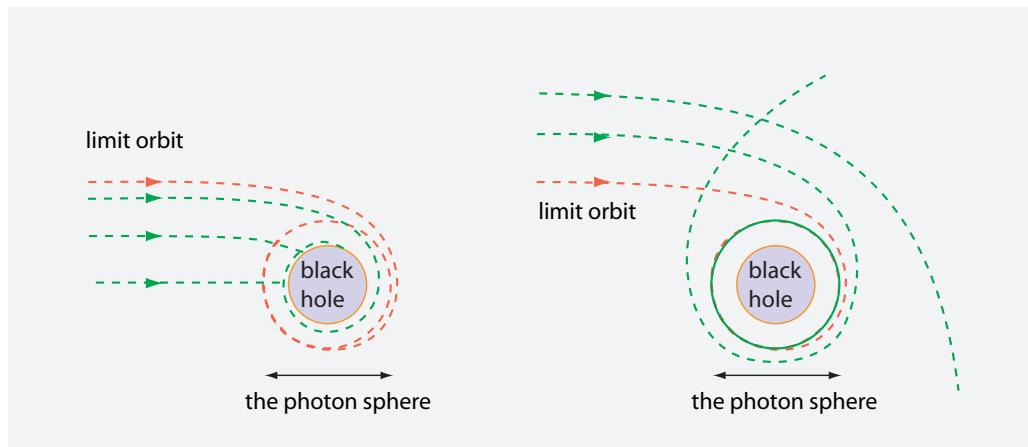


FIGURA 105 Moti di luce che passa vicino ad un buco nero non rotante.

Per la *luce* che passa un buco nero, i percorsi sono altrettanto interessanti, come mostrato in [figura 105](#). Non ci sono differenze qualitative con il caso di particelle rapide. Per un buco nero non rotante, il percorso ovviamente si trova in un unico piano. Naturalmente, se la luce passa sufficientemente vicino, può essere fortemente piegata, così come catturata. Anche in questo caso, la luce può anche fare uno o più giri intorno al buco nero prima di lasciarlo o essere catturata. Il limite tra i due casi è il percorso in cui la luce si muove in un cerchio intorno a un buco nero, a $3R/2$. Se ci trovassimo in quell'orbita, vedremmo il retro della nostra testa guardando avanti! Tuttavia, questa orbita è instabile. La superficie contenente tutte le orbite all'interno di quella circolare è chiamata *sfera di fotoni*. La sfera di fotoni divide quindi i percorsi che portano alla cattura da quelli che conducono all'infinito. Si noti che non vi è alcuna orbita *stabile* per la luce intorno ad un buco nero. Ci sono percorsi rosetta per la luce intorno a un buco nero?

Per la luce intorno a un buco nero *rotante*, i percorsi sono molto più complessi. Già nel piano equatoriale ci sono due possibili percorsi di luce circolari: uno più piccolo nella direzione di rotazione, e uno più grande nella direzione opposta.

Per buchi neri *caricati*, le orbite per la caduta di particelle caricate sono ancora più complesse. Le linee del campo elettrico devono essere prese in considerazione. Appaiono diversi affascinanti effetti che non hanno corrispondenza nell'usuale elettromagnetismo, quali effetti simili a versioni elettriche dell'Effetto Meissner. Il comportamento di tali orbite è ancora un'area attiva di ricerca nella relatività generale.

I BUCHI NERI NON HANNO CAPELLI

Come è caratterizzato un buco nero? Si scopre che tutte le proprietà dei buchi neri seguono da alcuni quantitativi di base che li caratterizzano, vale a dire la loro massa m , il loro momento angolare J , e la loro carica elettrica Q .* Tutte le altre proprietà – come di-

* L'esistenza delle tre caratteristiche fondamentali ricorda le particelle. Scopriremo di più sulla relazione tra buchi neri e particelle nella parte finale della nostra avventura.

Sfida 349 na

Sfida 350 na

Sfida 351 na

mensione, forma, colore, campo magnetico – sono determinate unicamente da queste* È come se, per usare l'analogia colorata di Wheeler, si potesse dedurre ogni caratteristica di una donna dalla sua dimensione, la sua vita e la sua altezza. I fisici dicono anche che i buchi neri non hanno ‘capelli’, il che significa che i (classici) buchi neri non hanno altri gradi di libertà. Questa espressione è stata introdotta anche da Wheeler.* Questo fatto è stato dimostrato da Israel, Carter, Robinson e Mazur; essi hanno mostrato che, per una data massa, momento angolare e carica, c’è solo *un* possibile buco nero. (Tuttavia, la unicità del teorema non è più valida se il buco nero porta numeri quantici nucleari, come le cariche deboli o forti).
 Ref. 257
 Ref. 258

In altre parole, un buco nero è indipendente da come si è formato, e dai materiali utilizzati per la sua composizione. I buchi neri hanno tutti la stessa composizione, o meglio, non hanno affatto composizione.

La massa m di un buco nero non è limitata dalla relatività generale. Essa può essere piccola come quella di una particella microscopica e grande come molti milioni di masse solari. Ma per il loro momento angolare J e carica elettrica Q , la situazione è diversa. Un buco nero rotante ha un momento angolare massimo possibile ed un’eventuale carica elettrica (e magnetica) massima .** Il limite di momento angolare appare perché il suo perimetro non può muoversi più velocemente della luce. La carica elettrica è limitata pure. I due limiti non sono indipendenti: sono legati da

$$\left(\frac{J}{cM}\right)^2 + \frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4} \leq \left(\frac{GM}{c^2}\right)^2. \quad (274)$$

Sfida 352 na

Sfida 353 na

Ciò deriva dal limite dei rapporti tra lunghezza–massa alla base della relatività generale. I buchi neri rotanti che realizzano il limite (274) sono chiamati buchi neri *estremali*. Il limite (274) implica che il raggio di orizzonte di un buco nero generale è dato da

$$r_h = \frac{GM}{c^2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{M^4 G^2} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 G M^2}} \right) \quad (275)$$

Ad esempio, per un buco nero con la massa e la metà del momento angolare del Sole, cioè $2 \cdot 10^{30}$ kg e $0.45 \cdot 10^{42}$ kg m²/s, il limite di carica è di circa $1.4 \cdot 10^{20}$ C.

Come si fa a distinguere i buchi neri rotanti da quelli non rotanti? Prima di tutto dalla *forma*. I buchi neri non rotanti devono essere sferici (qualsiasi non sfericità è irradiata via come onde gravitazionali) e i buchi neri rotanti hanno una forma leggermente appi-

Ref. 255 * Principalmente per ragioni di marketing, i buchi neri non rotanti ed elettricamente neutri sono spesso chiamati buchi neri di *Schwarzschild*; quelli privi di carica e rotanti sono spesso chiamati buchi neri di *Kerr*, dopo Roy Kerr, che scoprì le corrispondenti soluzioni delle equazioni di campo di Einstein nel 1963.

Ref. 256 I buchi neri elettricamente carichi ma non rotanti sono spesso chiamati *buchi neri di Reissner–Nordström*, dopo il fisico tedesco Hans Reissner e il fisico finlandese Gunnar Nordström. Il caso generale, caricati e in rotazione, viene a volte chiamato dopo Kerr e Newman.

Ref. 136 ** Wheeler sostiene di essersi ispirato alla difficoltà di distinguere tra uomini calvi; tuttavia, non è un segreto che Feynman, Ruffini e altri avevano una chiara immagine anatomica in mente quando hanno dichiarato che i ‘buchi neri’, contrariamente al loro ambiente, non hanno capelli.’

Vol. III, pag. 57 *** Di più sulla carica magnetica ipotizzata più in avanti. Nei buchi neri, essa entra come un ulteriore tipo di carica in tutte le espressioni in cui compare la carica elettrica.

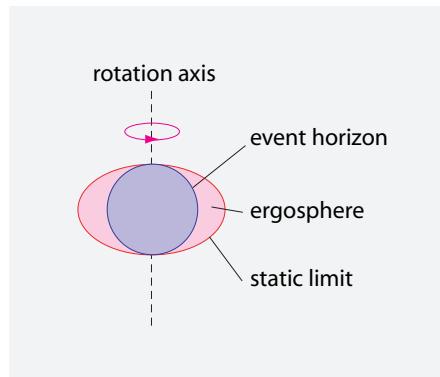


FIGURA 106 L'ergosfera di un buco nero rotante.

attita, determinata unicamente dal loro momento angolare. A causa della loro rotazione, la superficie di infinita gravità o infinito spostamento verso il rosso, denominato il *limite statico*, è diverso dal loro orizzonte (esterno), come illustrato in figura 106. La regione nel mezzo si chiama *ergosfera*; questo è un termine improprio in quanto *non* è una sfera. (E' così chiamata perché, come vedremo tra breve, essa può essere utilizzata per estrarre energia dal buco nero.) Il moto dei corpi all'interno dell'ergosfera può essere molto complesso. Basti ricordare che i buchi neri rotanti trascinano qualsiasi corpo in caduta in un'orbita intorno a loro; Questo è in contrasto con i buchi neri non rotanti, che inghiottono i corpi in caduta. In altre parole, i buchi neri rotanti non sono realmente 'buchi' affatto, ma piuttosto vortici.

La distinzione tra buchi neri rotanti e non rotanti appare anche nella superficie dell'area di orizzonte. La superficie (orizzonte) A di un buco nero non rotante e non carico è ovviamente correlato alla sua massa m da

$$A = \frac{16\pi G^2}{c^4} M^2. \quad (276)$$

Il rapporto tra area superficiale e massa per un buco nero rotante e carico è più complesso: esso è dato da

$$A = \frac{8\pi G^2}{c^4} M^2 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{M^4 G^2} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 G M^2}} \right) \quad (277)$$

dove J è il momento angolare e Q la carica. Infatti, la relazione

$$A = \frac{8\pi G}{c^2} M r_h \quad (278)$$

è valida per *tutti* i buchi neri. Ovviamente, nel caso di un buco nero caricato elettricamente, la rotazione produce anche un campo magnetico attorno ad esso. Ciò è in contrasto con i buchi neri non-rotanti, che non possono avere un campo magnetico.

I BUCHI NERI COME FONTI DI ENERGIA

Si può estrarre energia da un buco nero? Roger Penrose ha scoperto che questo è possibile per i buchi neri *rotanti*. Un razzo che orbita un buco nero rotante nella sua ergosfera potrebbe accendere i suoi motori e quindi verrebbe lanciato nello spazio a velocità enorme, molto maggiore di quella che i motori potrebbero produrre da soli. Infatti, lo stesso effetto viene utilizzato dai razzi sulla Terra, ed è la ragione per cui tutti i satelliti orbitano intorno alla Terra nella stessa direzione; sarebbe necessario molto più carburante per farli girare nella direzione opposta.*

L'energia acquisita dalla razzo sarebbe persa dal buco nero, che quindi rallenterebbe e perderebbe un po' di massa; d'altra parte, vi è un incremento di massa dovuto ai gas di scarico che cadono nel buco nero. Questo aumento è sempre più grande, o nella migliore delle ipotesi uguale alla perdita dovuta al rallentamento della rotazione. Il meglio che si può fare è quello di accendere i motori esattamente all'orizzonte; allora la superficie orizzonte del buco nero rimane costante, e solo la sua rotazione rallenta.**

Di conseguenza, per un buco nero neutro *rotante* con il suo massimo possibile momento angolare, il $1 - 1/\sqrt{2} = 29.3\%$ della sua energia totale può essere estratta attraverso il processo di Penrose. Per buchi neri rotanti più lentamente, la percentuale è ovviamente più piccola.

Per buchi neri *carichi*, tali processi di estrazione di energia irreversibile sono pure possibili. Riuscite a pensare a un modo? Usando l'espressione (274), troviamo che fino al 50 % della massa di un buco nero non rotante può essere dovuta alla sua carica. Infatti, nella parte quantistica della nostra avventura incontreremo il processo di estrazione di energia che la natura sembra usare abbastanza spesso.

Il processo di Penrose permette di determinare come il momento angolare e la carica aumentano la massa di un buco nero. Il risultato è la famosa relazione massa–energia

$$M^2 = \frac{E^2}{c^4} = \left(m_{\text{irr}} + \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 G m_{\text{irr}}} \right)^2 + \frac{J^2}{4m_{\text{irr}}^2} \frac{c^2}{G^2} = \left(m_{\text{irr}} + \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 \rho_{\text{irr}}} \right)^2 + \frac{J^2}{\rho_{\text{irr}}^2} \frac{1}{c^2} \quad (279)$$

che mostra come l'energia elettrostatica e l'energia rotazionale inviano la massa di un buco nero. Nell'espressione, m_{irr} è la *massa irriducibile* definita come

$$m_{\text{irr}}^2 = \frac{A(M, Q = 0, J = 0)}{16\pi} \frac{c^4}{G^2} = \left(\rho_{\text{irr}} \frac{c^2}{2G} \right)^2 \quad (280)$$

e ρ_{irr} è il *raggio irriducibile*.

Indagini dettagliate dimostrano che non vi è alcun processo che *diminuisca* l'area d'orizzonte, e quindi la massa irriducibile o il raggio, del buco nero. La gente ha controllato questo in tutti i modi possibili e immaginabili. Per esempio, quando due buchi neri

Sfida 355 na

* E sarebbe molto più pericoloso, dal momento che ogni piccolo oggetto colpirebbe tale satellitare controflusso a circa 15.8 km/s, trasformando così l'oggetto in un pericoloso proiettile. In realtà, qualsiasi potenza che volesse distruggere i satelliti del nemico dovrebbe semplicemente caricare un satellite con dadi o bulloni, inviarlo nello spazio nel modo sbagliato, e distribuire i bulloni in una nube. Renderebbe impossibile l'utilizzo di satelliti per molti decenni a venire.

** È anche possibile estrarre energia dal buco nero in rotazione attraverso la radiazione gravitazionale.

Sfida 356 na

Sfida 357 na

Sfida 358 na

Vol. V, pag. 158

Ref. 261

TAVOLA 8 Tipi di buchi neri.

TIPO BUCO NERO	MASSA	CARICA	MOMENTO ANGOLARE	EVIDENZA Sperimentale
Buchi neri supermassicci	10^5 a $10^{11} m_\odot$	sconosciuta	sconosciuta	orbite di stelle vicine, emissione di luce da aggiunta
Buchi neri intermedi	50 a $10^5 m_\odot$	sconosciuta	sconosciuta	emissione raggi X accrescimento materia
Buchi neri stellari	1 a $50 m_\odot$	sconosciuta	sconosciuta	emissione raggi X da stella doppia
Buchi neri primordiali	sotto $1 m_\odot$	sconosciuta	sconosciuta	non rilevata finora; ricerche in corso
Micro buchi neri	sotto 1 g	n.a.	n.a.	nessuna; appaiono solo nella fantascienza e nella mente di folli

Ref. 262

Sfida 359 na

si fondono, la superficie totale aumenta. Si chiamano *reversibili* i processi che mantengono l'area e l'energia del buco nero costanti, e irreversibili tutti gli altri. Infatti, l'area dei buchi neri si comporta come la *entropia* di un sistema chiuso: essa non diminuisce mai. Che l'area in realtà sia un'entropia fu affermato per la prima volta nel 1970 da Jacob Bekenstein. Egli dedusse che solo quando un'entropia è attribuita ad un buco nero, è possibile capire dove è raccolta l'entropia di tutto il materiale caduto dentro di esso.

L'entropia del buco nero è funzione solo della massa, il momento angolare e la carica del buco nero. Potreste voler confermare la deduzione di Bekenstein che l'entropia S è proporzionale all'area di orizzonte. Più tardi si scoprì, usando la teoria dei quanti, che

$$S = \frac{A}{4} \frac{kc^3}{\hbar G} = \frac{A k}{4 l_{\text{Pl}}^2} . \quad (281)$$

Vol. V, pag. 159

Questa famosa relazione non può essere dedotta senza teoria quantistica, poiché il valore assoluto dell'entropia, come per qualsiasi altro osservabile, non è mai fissato dalla fisica classica da sola. Discuteremo questa espressione più avanti nella nostra avventura.

Vol. V, pag. 153

Vol. V, pag. 153

Sfida 360 na

Se i buchi neri hanno una entropia, essi devono avere anche una temperatura. Se hanno una temperatura, devono brillare. I buchi neri non possono quindi essere neri! Questo è stato dimostrato da Stephen Hawking nel 1974 con calcoli estremamente complicati. Tuttavia, potrebbe essere stata dedotta nel 1930, con un semplice esperimento Gedanken che presenteremo in seguito. Si potrebbe desiderare di pensare al problema, chiedendo e indagando quali conseguenze strane apparirebbero se i buchi neri non avessero entropia. La radiazione del buco nero è un ulteriore, anche se piccolo meccanismo (quantistico) per l'estrazione di energia, ed è applicabile anche ai buchi neri non rotanti, e senza carica. Le connessioni interessanti tra i buchi neri, la termodinamica, e la teoria quantistica saranno presentati nelle prossime parti della nostra salita alla montagna. Potete immaginare altri meccanismi che fanno brillare i buchi neri?

FORMAZIONE E RICERCA DEI BUCHI NERI

Come potrebbero formarsi i buchi neri? Attualmente, sono stati distinti almeno tre possibili meccanismi; la domanda è ancora un argomento caldo di ricerca. Prima di tutto, i buchi neri avrebbero potuto formarsi durante le prime fasi dell'universo. Questi *buchi neri primordiali* potrebbero crescere attraverso *aggiunta*, cioè, attraverso l'ingestione di materia e radiazione vicina, o scomparire attraverso uno dei meccanismi da studiare in seguito.

Ref. 263

Vol. V, pag. 156

Ref. 251

Dei buchi neri *osservati*, i cosiddetti buchi neri *supermassicci* si trovano al centro di ogni galassia studiata finora. Hanno masse tipiche nella gamma da 10^6 a 10^9 masse solari e contengono circa lo 0,5 % della massa di una galassia. Per esempio, il buco nero al centro della Via Lattea ha circa 2,6 milioni di masse solari, mentre il buco nero centrale della galassia M87 ha 6400 milioni di masse solari. I buchi neri supermassicci sembrano esistere al centro di quasi tutte le galassie, e sembrano essere correlati alla formazione delle galassie stesse. I buchi neri supermassicci si suppone che si siano formati attraverso il collasso di grandi nubi di polvere, e sono cresciuti con conseguente aggiunta di materia. Le ultime idee implicano che questi buchi neri aggiungono un sacco di materia nella loro prima fase; la materia che cade dentro emette un sacco di radiazioni, il che spiegherebbe la luminosità delle quasar. Più tardi, il tasso di aggiunta rallenta, e si formano le meno spettacolari galassie Seyfert. Può anche essere che il buco nero supermassiccio al centro della galassia inneschi la formazione delle stelle. Ancora più tardi, questi buchi neri supermassicci diventano quasi dormienti, o quiescenti, come quello al centro della Via Lattea.

Ref. 264

Ref. 251

Pagina 169

D'altra parte, i buchi neri possono formarsi quando vecchie stelle massicce *collassano*. Si stima che quando le stelle con almeno tre masse solari bruciano il loro combustibile, parte della materia rimanente collassa in un buco nero. Tali buchi neri *stellari* hanno una massa tra uno e cento masse solari; possono anche continuare a crescere attraverso successive aggiunte. Questa situazione ha fornito il primo candidato di sempre per un buco nero, il Cygnus X-1, che fu scoperto nel 1971. Oltre una dozzina di buchi neri stellari compresi tra 4 e 20 masse solari sono noti per essere sparsi nella nostra galassia; tutti sono stati scoperti dopo il 1971.

Misure recenti suggeriscono anche l'esistenza di buchi neri *intermedi*, con masse tipiche intorno a mille masse solari; i meccanismi e le condizioni per la loro formazione sono ancora sconosciute. I primi candidati furono trovati nel 2000. Gli astronomi stanno anche studiando come si comporta un gran numero di buchi neri negli ammassi stellari, e come si scontrano spesso. In determinate circostanze, i due buchi neri si fondono. Qualunque sia l'esito, le collisioni di buchi neri emettono forti onde gravitazionali. In realtà, questo segnale viene cercato per i rivelatori di onde gravitazionali che sono in funzione in tutto il mondo.

Ref. 265

La ricerca dei buchi neri è uno sport popolare tra gli astrofisici. Concettualmente, il modo più semplice per cercarli è quello di cercare forti campi gravitazionali. Ma solo le stelle doppie permettono di misurare direttamente i campi gravitazionali, e il più forte mai misurato è di 30 % del valore massimo teorico. Un altro modo ovvio è quello di cercare forti lenti gravitazionali, e cercare di ottenere un rapporto massa-a-dimensione che punti ad un buco nero; tuttavia, ancora non è stato trovato alcun buco nero in questo modo. Ancora un altro metodo è quello di esaminare le dinamiche di stelle vicine al

centro delle galassie. Misurando il loro moto, si può dedurre la massa del corpo che orbitano. Il metodo più favorito per la ricerca di buchi neri è cercare emissione di raggi X estremamente intensi da fonti puntuali, utilizzando satelliti spaziali o rivelatori base a palloncino. Se la distanza dall'oggetto è nota, si può dedurre la sua luminosità assoluta; se è superiore a un certo limite, deve esserci un buco nero, poiché la materia normale non può produrre un ammontare illimitato di luce. Questo metodo è stato perfezionato con l'obiettivo di osservare direttamente la scomparsa di energia in un orizzonte. Questa scomparsa può in effetti essere stata osservata di recente.

Ref. 266

Infine, vi è il sospetto che piccoli buchi neri possano essere trovati negli aloni di galassie, e costituiscano una parte sostanziale della cosiddetta materia oscura.

In sintesi, l'elenco delle scoperte sui buchi neri è destinato ad aumentare drammaticamente nei prossimi anni.

SINGOLARITÀ

Ref. 267

Risolvendo le equazioni della relatività generale per varie condizioni iniziali, si trova che una nube di polvere collassa di solito in una *singolarità*, cioè, ad un punto di densità infinita. La stessa conclusione appare quando si segue l'evoluzione dell'universo indietro nel tempo. In realtà, Roger Penrose e Stephen Hawking hanno dimostrato diversi teoremi matematici sulla necessità delle singolarità per molte distribuzioni classiche di materia. Questi teoremi assumono solo la continuità dello spazio-tempo e alcune condizioni piuttosto deboli sulla materia in esso. I teoremi affermano che nei sistemi di espansione tali come l'universo stesso, o sistemi in collasso come i buchi neri in formazione, da qualche parte nel passato o nel futuro, rispettivamente, dovrebbero esistere eventi con infinita densità della materia. Questo risultato è di solito riassunto dicendo che vi è una prova matematica che l'universo sia iniziato in una singolarità.

Infatti, la derivazione delle singolarità iniziali fa una nascosta, ma forte assunzione sulla materia: che le particelle di polvere non hanno dimensione propria, vale a dire, che sono puntiformi. In altre parole, si assume che le particelle di polvere sono singolarità. Solo con questa ipotesi si può dedurre l'esistenza di singolarità iniziali o finali. Tuttavia, si è visto che il principio di massima forza può essere riformulato come principio di dimensione minima per la materia. L'argomentazione che ci deve essere stata una singolarità iniziale dell'universo è quindi viziata! La situazione sperimentale è chiara: c'è una prova schiacciatrice di uno stato precoce dell'universo che era estremamente caldo e denso; ma non vi è *nessuna* prova per temperatura o densità *infinite*.

I ricercatori inclinati matematicamente distinguono due tipi di singolarità: quelle con un orizzonte – chiamato anche singolarità *vestite* – e quelle senza un orizzonte, le cosiddette singolarità *nude*. Le singolarità nude sono particolarmente strane: per esempio, uno spazzolino potrebbe cadere in una singolarità nuda e scomparire senza lasciare alcuna traccia. Poiché le equazioni di campo sono tempo-invarianti, quindi ci si poteva aspettare che di tanto in tanto, le singolarità nude emettessero spazzolini da denti. (Potete spiegare perché le singolarità vestite sono meno pericolose?)

Sfida 361 na

Per evitare la comparsa spontanea di spazzolini da denti, nel corso degli anni numerose persone hanno cercato di scoprire alcuni principi teorici che vietino l'esistenza di singolarità nude. Si scopre che ci sono due tali principi. Il primo è il principio della massima forza o della massima potenza che incontrammo sopra. La massima forza implica che in

natura non appare nessun valore infinito di forza; in altre parole, non vi sono singolarità nude in natura. Questa affermazione è spesso chiamata *censura cosmica*. Ovviamente, se la relatività generale non fosse la descrizione corretta della natura, le singolarità nude *potrebbero* ancora apparire. La censura cosmica è dunque ancora discussa negli articoli di ricerca. La ricerca sperimentale per le singolarità nude non ha portato alcun successo; infatti, non c'è nemmeno un'osservazione candidata alle – meno astruse – singolarità *vestite*. Ma il caso teorico per le singolarità 'vestite' è pure debole. Poiché non vi è alcun modo per interagire con nulla dietro un orizzonte, è futile discutere di ciò che vi accade. Non c'è modo di dimostrare che dietro un orizzonte esiste una singolarità. Le singolarità vestite sono atti di fede, non di fisica.

In realtà, c'è un altro principio che previene le singolarità, vale a dire la *teoria quantistica*. Ogni volta che incontriamo una previsione di un valore infinito, abbiamo esteso la nostra descrizione della natura a un dominio per la quale non è stata concepita. Per parlare di singolarità, si deve assumere l'applicabilità della relatività generale pura a distanze molto piccole ed energie molto alte. Come sarà chiaro nell'ultima parte della nostra avventura, la natura non lo consente: la combinazione di relatività generale e teoria quantistica dimostra che non ha senso parlare di 'singolarità', né di ciò che 'accade dentro' l'orizzonte di un buco nero. Il motivo è che non esistono intervalli arbitrariamente piccoli di tempo e spazio in natura.

CURIOSITÀ E DIVERTENTI SFIDE SUI BUCHI NERI

“ Tiens, les trous noirs. C'est troublant.* ”
Anonimo

I buchi neri hanno molte proprietà contro-intuitive. Daremo prima un'occhiata agli effetti classici, lasciando gli effetti quantistici per più tardi.

Vol. V, pag. 162

Sfida 362 na

Sfida 363 na

Sfida 364 na

Seguendo la gravitazione universale, la luce potrebbe salire verso l'alto dalla superficie di un buco nero e poi ricadere giù. In relatività generale, un buco nero non permette alla luce di salire affatto; può solo cadere. Mi confermate questo?

* *

Cosa succede a una persona che cade in un buco nero? Un osservatore esterno dà una risposta chiara: la persona che cade non vi arriva *mai* poiché ha bisogno di un tempo infinito per raggiungere l'orizzonte. Potete confermare questo risultato? La persona che cade, tuttavia, raggiunge l'orizzonte in una quantità *finita* del proprio tempo. Riuscite a calcolarlo?

Tale risultato è sorprendente, in quanto significa che per un osservatore esterno in un universo con età *finita*, i buchi neri non possono essersi formata ancora! Nella migliore delle ipotesi, possiamo osservare solo i sistemi che sono occupati a formare i buchi neri. In un certo senso, potrebbe essere giusto dire che i buchi neri non esistono. I buchi neri potrebbero essere esistiti fin dall'inizio nel tessuto dello spazio-tempo. D'altra parte, troveremo in seguito perché questo è impossibile. In breve, è importante tenere

* Qui, i buchi neri. Ciò è inquietante.

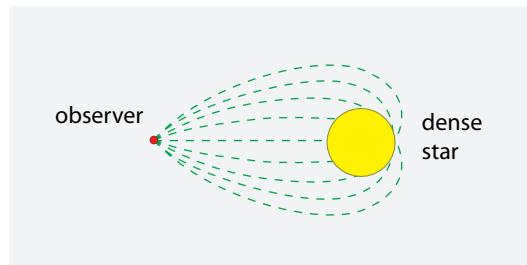


FIGURA 107 Moto di alcuni raggi di luce da un corpo denso ad un osservatore.

presente che l'idea di buco nero è un concetto limite ma che di solito, i concetti limite (come i bagni o la temperatura) sono utili descrizioni della natura. Indipendentemente da quest'ultimo problema, possiamo confermare che in natura, il rapporto lunghezza-massa soddisfa sempre

$$\frac{L}{M} \geq \frac{4G}{c^2}. \quad (282)$$

Non è stato mai osservata alcuna eccezione.

* *

E' interessante notare che la *dimensione* di una persona che cade in un buco nero è sentita in modi molto diversi dalla persona che cade e da una persona che sta fuori. Se il buco nero è grande, l'osservatore in caduta non sente quasi nulla, poichè gli effetti di marea sono piccoli. L'osservatore esterno fa un'osservazione sorprendente: egli vede la persona che cade *diffondersi* per tutto l'orizzonte del buco nero. *In-caduta, i corpi estesi coprono l'intero orizzonte*. Potete spiegare questo fatto, per esempio utilizzando il limite sul rapporto lunghezza-massa?

Questo strano risultato sarà di importanza in seguito nella nostra esplorazione, e porta ad importanti risultati circa le dimensioni delle particelle puntiformi.

* *

Un osservatore vicino ad un buco nero (non rotante), o di fatto in prossimità di oggetti più piccoli di $7/4$ volte il suo raggio gravitazionale, può anche vedere il lato *posteriore* completo dell'oggetto, come mostrato in [figura 107](#). Potete immaginare a ciò che assomiglia l'immagine? Si noti che in aggiunta ai percorsi indicati in [figura 107](#), la luce può girare anche più volte intorno al buco nero prima di raggiungere l'osservatore! Pertanto, un tale osservatore vede un numero infinito di immagini del buco nero. La formula per la dimensione angolare dell'immagine più interna fu data sopra.

Infatti, l'effetto della gravità significa che è possibile osservare più della metà della superficie di *ogni* oggetto sferico. Nella vita quotidiana, tuttavia, l'effetto è piccolo: per esempio, la curvatura della luce ci permette di vedere circa il 50.0002 % della superficie del Sole.

* *

Un punto di massa all'interno del percorso circolare più piccolo della luce intorno a un buco nero, a $3R/2$, non può stare in un cerchio, perché in quella regione, accade qualcosa

Sfida 365 na

Sfida 366 na

[Pagina 145](#)

di strano. Un corpo che circonda un altro nella vita di ogni giorno sente sempre una tendenza ad essere spinto verso l'esterno; questo effetto centrifugo è dovuto all'inerzia del corpo. Ma a valori inferiori a $3R/2$, un corpo di circolazione è spinto *verso l'interno* per la sua inerzia. Ci sono diversi modi per spiegare questo effetto paradossale. Il più semplice è notare che nei pressi di un buco nero, il peso aumenta più velocemente della forza centrifuga, come è possibile che verifichiate voi stessi. Solo un razzo con motori accesi e che spingono verso il cielo può orbitare un buco nero a $3R/2$.

Ref. 269

Sfida 367 na

* *

A proposito, come può la gravità, o un campo elettrico, uscire da un buco nero, se nessun segnale e nessuna energia può lasciarlo?

Sfida 368 s

* *

Esistono i *buchi bianchi*, cioè, buchi neri tempo- invertiti, in cui tutto scorre fuori, invece che in, qualche regione delimitata?

Sfida 369 na

* *

Dimostrare che una costante cosmologica Λ porta alla seguente metrica per un buco nero:

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{\Lambda}{3}r^2\right)dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r} - \frac{\Lambda c^2}{3}r^2} - \frac{r^2}{c^2}d\varphi^2. \quad (283)$$

Si noti che questo parametro non si trasforma nella metrica di Minkowski per grandi valori di r . Tuttavia, nel caso in cui Λ è piccola, la metrica è quasi piatta per valori di r che soddisfano $1/\sqrt{\Lambda} \gg r \gg 2GM/c^2$.

Come risultato, la legge dell'inverso del quadrato è anche modificata:

$$a = -\frac{GM}{r^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}r. \quad (284)$$

Con i valori noti della costante cosmologica, il secondo termine è trascurabile all'interno del sistema solare.

* *

Sfida 371 na

In teoria quantistica, il *rapporto giromagnetico* è un'importante quantità per ogni sistema carico rotante. Qual è il rapporto giromagnetico per i buchi neri rotanti?

* *

Un grande buco nero è, come suggerisce il nome, nero. Ancora, esso può essere visto. Se dovessimo viaggiare verso di esso in una navicella spaziale, noteremmo che il buco nero è circondato da un cerchio luminoso, come un sottile alone, come mostrato in [figura 102](#). L'anello alla distanza radiale della sfera di fotoni è dovuto a quei fotoni che provengono da altri oggetti luminosi, poi girano il buco, e alla fine, dopo uno o più giri, finiscono nel nostro occhio. Potete confermare questo risultato?

Sfida 372 s

* *

Sfida 373 na

I buchi neri che si muovono hanno la contrazione di Lorentz? I buchi neri brillano un po'. E' vero che le immagini che formano sono complesse, poiché la luce può girare intorno un paio di volte prima di raggiungere l'osservatore. Inoltre, l'osservatore deve essere lontano, cosicché gli effetti di curvatura sono piccoli. Tutti questi effetti possono essere presi in considerazione; tuttavia, la questione rimane sottile. La ragione è che il concetto di contrazione di Lorentz non ha senso nella relatività generale, poiché il confronto con la situazione non contratta è difficile da definire con precisione.

* *

Sfida 374 s

I buchi neri sono fatti di spazio o di materia? Entrambe le risposte sono corrette! Potete confermarlo?

* *

Sfida 375 f

La potenza è variazione di energia nel tempo. La relatività generale limita i valori della potenza a $P \leq c^5/4G$. In altre parole, nessun motore in natura è in grado di fornire più di $0.92 \cdot 10^{52}$ W or $1.2 \cdot 10^{49}$ cavalli. Potete confermare che i buchi neri sostengono questa limitazione?

* *

Ref. 270

I buchi neri producono problemi nel dominio microscopico, con la teoria quantistica, come è stato sottolineato da Jürgen Ehlers. La teoria quantistica è costruita sulle particelle puntiformi, e le particelle puntiformi si muovono su linee del mondo *tipo-tempo*. Ma seguendo la relatività generale, le particelle punto hanno una singolarità all'interno del loro orizzonte di buco nero; e le singolarità si muovono sempre in linee del mondo *tipo-spazio*. I buchi neri microscopici, a differenza dei buchi neri macroscopici, quindi contraddicono la teoria quantistica.

RIEPILOGO SUI BUCHI NERI

Un buco nero è la materia in caduta libera permanente. Equivalentemente, un buco nero è un tipo di spazio fortemente curvo. Dal momento che i buchi neri sono definiti attraverso il loro orizzonte, essi possono essere visti sia come casi limite di sistemi di materia o come casi limite di spazio vuoto curvato.

I buchi neri realizzano la massima forza. Per un dato valore di massa, i buchi neri realizzano anche la massima densità, la massima oscurità e la massima entropia. I buchi neri deviano, catturano ed emettono materia e luce in modi peculiari.

UN QUIZ – L'UNIVERSO È UN BUCO NERO?

Potrebbe essere che viviamo all'interno di un buco nero? Sia l'universo che i buchi neri hanno orizzonti. È interessante notare che la distanza dell'orizzonte r_0 dell'universo è di circa

$$r_0 \approx 3ct_0 \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad (285)$$

e il suo contenuto di materia è di circa

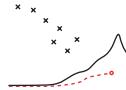
$$m_0 \approx \frac{4\pi}{3} \rho_0 r_0^3 \quad \text{dove} \quad \frac{2Gm_0}{c^2} = 72\pi G \rho_0 c t_0^3 = 6 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad (286)$$

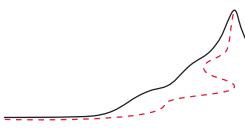
per una densità di $3 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$. Così abbiamo

$$r_0 \approx \frac{2Gm_0}{c^2}, \quad (287)$$

che è simile alla relazione del buco nero $r_s = 2Gm/c^2$. È una coincidenza? No, non lo è: tutti i sistemi con elevata curvatura più o meno obbediscono a questa relazione. Ma stiamo comunque cadendo in un grande buco nero? Si può rispondere a questa domanda da soli.

Sfida 376 s





CAPITOLO 8

LO SPAZIO DIFFERISCE DAL TEMPO?

“Tempori parce.”*

Seneca

Il tempo è il nostro padrone, dice una dichiarazione sentita spesso. Nessuno dice ciò dello spazio. Il tempo e lo spazio sono ovviamente diversi nella vita di tutti i giorni. Ma che cosa li fa differenti tra loro nella relatività generale? Abbiamo affatto bisogno di loro? Queste domande valgono una esplorazione.

La relatività generale afferma che viviamo in uno spazio-tempo (pseudo-Riemanniano) di curvatura variabile. La curvatura è osservabile ed è collegata alla distribuzione e al moto di materia ed energia. La relazione precisa è descritta dalle equazioni di campo. Tuttavia, vi è un problema fondamentale.

Le equazioni della relatività generale sono invarianti sotto numerose trasformazioni che *mescolano* le coordinate x_0, x_1, x_2 e x_3 . Per esempio, la trasformazione del punto di vista

$$\begin{aligned}x'_0 &= x_0 + x_1 \\x'_1 &= -x_0 + x_1 \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3\end{aligned}\tag{288}$$

è consentita in relatività generale, e lascia le equazioni di campo invarianti. Si potrebbe voler cercare altri esempi di trasformazioni che seguono dall'invarianza per diffeomorfismo.

Le trasformazioni del punto di vista che mescolano spazio e tempo implicano una conseguenza che è chiaramente in netto contrasto con la vita di tutti i giorni: l'invarianza per diffeomorfismo rende *impossibile* distinguere lo spazio dal tempo all'interno della relatività generale. Più esplicitamente, le coordinate x_0 non possono essere identificate semplicemente con il tempo fisico t , come abbiamo implicitamente fatto fino ad ora. Questa identificazione è possibile solo nella relatività *speciale*. Nella relatività speciale l'invarianza sotto le trasformazioni dello spazio e tempo di Lorentz (o Poincaré) individua l'energia, quantità di moto e momento angolare come osservabili fondamentali. In relatività generale, *non* vi è un (non banale) gruppo di isometria metrica; di con-

Sfida 377 f

** ‘Cura il tempo.’ Lucio Anneo Seneca (c. 4 BCE–65), *Epistolae* 14, 94, 28.

seguenza, *non* ci sono osservabili fisiche di base individuate dalla loro caratteristica di essere conservate. Ma le quantità invarianti sono necessarie per la comunicazione! In realtà, siamo in grado di *parlare* gli uni agli altri solo perché viviamo in uno spazio-tempo approssimativamente *piatto*: se gli angoli di un triangolo arrivassero ad oltre π (due angoli retti), non ci sarebbe *alcuna* quantità invariante e noi non saremmo in grado di comunicare.

Come siamo riusciti a spazzare via il problema sotto il tappeto fino ad ora? Lo abbiamo fatto in diversi modi. Il modo più semplice è quello di richiedere sempre che in qualche parte della situazione in esame lo spazio-tempo fosse stato il nostro consueto spazio-tempo piano di Minkowski, dove x_0 può essere identificato con t . Siamo in grado di adempiere a questo requisito sia all'infinito, come abbiamo fatto circa le masse sferiche, o nelle approssimazioni allo zero, come abbiamo fatto per la radiazione gravitazionale e per tutti gli altri calcoli di perturbazione. In questo modo, eliminiamo la miscelazione libera delle coordinate e le quantità invarianti altrimenti mancanti appaiono come previsto. Questo approccio pragmatico è la usuale via d'uscita dal problema. In realtà, è usata in alcuni testi altrimenti eccellenti sulla relatività generale che preclude qualsiasi interrogatorio più profondo del problema.

Ref. 225

Una variazione comune di questo trucco è quello di lasciare ‘sgattaiolare’ la distinzione tra spazio e tempo nei calcoli dall'introduzione della materia e le sue proprietà, ovvero attraverso l'introduzione della radiazione, ovvero attraverso l'introduzione di misurazioni. Le proprietà materiali della materia, per esempio le loro equazioni di stato termodinamiche, distinguono sempre tra spazio e tempo. La radiazione fa lo stesso, per la sua propagazione. Ovviamente questo vale anche per quelle combinazioni speciali di materia e radiazione chiamate orologi e metri a barra. Sia la materia e la radiazione distinguono tra spazio e tempo semplicemente con la loro presenza.

In realtà, se guardiamo da vicino, il metodo di introdurre materia per distinguere spazio e tempo è lo stesso come il metodo dell'introduzione dello spazio-tempo di Minkowski in qualche limite: tutte le proprietà della materia sono definite usando le descrizioni dello spazio-tempo piatto.*

Un'altra variante dell'approccio pragmatico è l'uso del tempo coordinato cosmologico. Un universo isotropo ed omogeneo ha ancora un tempo coordinato preferito, vale a dire l'unico tempo coordinato che è utilizzato in tutte le tabelle sul passato e il futuro dell'universo. Questo metodo è infatti una combinazione dei due precedenti.

Ma qui siamo ad una questione speciale. Vogliamo *capire* il moto in principio, non solo calcolarlo nella pratica. Vogliamo una risposta *fondamentale*, non una pragmatica. E per questo abbiamo bisogno di sapere come sono collegati le posizioni x_i e il tempo t , e come possiamo definire le quantità invarianti. La domanda ci prepara anche per il compito di coniugare la gravità con la teoria quantistica, che è l'obiettivo della parte finale della nostra avventura.

Una soluzione fondamentale al problema richiede una descrizione degli orologi insieme con il sistema in considerazione, e una deduzione di come la lettura t di un orologio riguardi il comportamento del sistema nello spazio-tempo. Ma sappiamo che una

* Notiamo qualcosa di stupefacente qui: l'inclusione di alcune condizioni a piccole distanze (la descrizione della materia) ha lo stesso effetto dell'inclusione di alcune condizioni all'infinito (lo spazio asintotico di Minkowski). E' solo una coincidenza? Torneremo a questo tema nell'ultima parte della nostra avventura.

descrizione di un sistema richiede misurazioni: per esempio, per determinare le condizioni iniziali. E le condizioni iniziali richiedono spazio e tempo. Entriamo così in un circolo vizioso: è proprio ciò che volevamo evitare in primo luogo.

Sorge un sospetto. C'è in realtà una differenza fondamentale tra spazio e tempo? Facciamo un tour sui vari modi per indagare questa domanda.

SPAZIO E TEMPO POSSONO ESSERE MISURATI?

Al fine di distinguere tra spazio e tempo nella relatività generale, dobbiamo essere in grado di misurarli. Ma già nella sezione sulla gravitazione universale abbiamo menzionato l'impossibilità della misurazione di lunghezze, tempi e masse con soli effetti gravitazionali. Questa situazione cambia nella relatività generale? Lunghezze e tempi sono collegati dalla velocità della luce, e in aggiunta lunghezze e masse sono collegate dalla costante gravitazionale. Nonostante questo ulteriore collegamento, ci vuole solo un attimo per convincersi che il problema persiste.

In realtà, abbiamo bisogno della *elettrodinamica* per risolverlo. Abbiamo bisogno della carica elementare e per formare le scale di lunghezza. La più semplice è

$$l_{\text{emscale}} = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \frac{\sqrt{G}}{c^2} \approx 1.4 \cdot 10^{-36} \text{ m} . \quad (289)$$

Vol. I, pag. 439 Qui, ϵ_0 è la permittività dello spazio libero. In alternativa, possiamo sostenere che la *fisica quantistica* fornisce una scala di lunghezza, dato che possiamo usare il quanto di azione \hbar per definire la scala di lunghezza

$$l_{\text{qtscale}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.6 \cdot 10^{-35} \text{ m} , \quad (290)$$

che è chiamata la *lunghezza di Planck* o *unità di lunghezza naturale di Planck*. Tuttavia, questo non cambia l'argomento, perché abbiamo bisogno dell'elettrodinamica per misurare il valore di \hbar . L'equivalenza dei due argomenti è dimostrata riscrivendo la carica elementare e come una combinazione di costanti fondamentali della natura:

$$e = \sqrt{4\pi\epsilon_0 c \hbar \alpha} . \quad (291)$$

Qui, $\alpha \approx 1/137.06$ è la costante di struttura fine che caratterizza la forza dell'elettromagnetismo. In termini di α , l'espressione (289) diventa

$$l_{\text{scale}} = \sqrt{\frac{\alpha \hbar G}{c^3}} = \sqrt{\alpha} l_{\text{Pl}} . \quad (292)$$

Riassumendo, ogni misura di lunghezza si basa sulla costante di accoppiamento elettromagnetico α e sulla lunghezza di Planck. Naturalmente, lo stesso vale per ogni misurazione di tempo e massa. Non vi è quindi alcun modo per definire o misurare le

lunghezze, i tempi e le masse solo con la gravitazione o la relatività generale.*

Dato questo risultato deludente, possiamo chiederci se nella relatività generale spazio e tempo siano veramente affatto necessari.

LO SPAZIO E IL TEMPO SONO NECESSARI?

Ref. 273 Robert Geroch risponde a questa domanda in un bell'articolo di cinque pagine. Egli spiega come formulare la teoria generale della relatività senza l'uso dello spazio e del tempo, prendendo come punto di partenza solo osservabili fisici.

Inizia con l'insieme di tutti gli osservabili. Tra questi ce n'è uno, denominato v , che si distingue. È l'unico osservabile che permette di dire che per ogni due osservabili a_1, a_2 ve ne è un terzo a_3 , per cui

$$(a_3 - v) = (a_1 - v) + (a_2 - v) . \quad (293)$$

Tale osservabile è chiamato il *vuoto*. Geroch mostra come utilizzare una tale osservabile per costruire osservabili derivati. Poi costruisce la cosiddetta algebra di Einstein, che comprende l'intera relatività generale.

Di solito in relatività generale, descriviamo il moto in tre fasi: si deduce lo spazio-tempo da osservabili materiali, si calcola l'evoluzione dello spazio-tempo, e quindi deduciamo il moto della materia che segue dall'evoluzione dello spazio-tempo. La descrizione di Geroch mostra che il passo intermedio, e quindi l'uso dello spazio e del tempo, non è necessario.

Indirettamente, il principio della massima forza fa la stessa affermazione. La relatività generale può essere derivata dalla esistenza di valori limite per la forza o l'energia. Spazio e tempo sono solo strumenti necessari per tradurre questo principio in conseguenze per gli osservatori reali.

In breve, è possibile formulare la relatività generale *senza* l'uso di spazio e tempo. Dal momento che entrambi sono inutili, sembra improbabile che ci possa essere una differenza fondamentale tra loro. Tuttavia, una differenza è ben nota.

ESISTONO LE CURVE CHIUSE TIPO-TEMPO?

E' possibile che il tempo coordinato si comporti, almeno in alcune regioni, come un toro? Quando camminiamo, possiamo tornare al punto di partenza. E' possibile, tornare indietro nel tempo da dove abbiamo iniziato? La questione è stata studiata nei minimi particolari. Lo standard di riferimento è il testo di Hawking e Ellis; essi elencano le proprietà richieste dello spazio-tempo, spiegando che sono mutuamente compatibili tra di loro o esclusivi. Essi trovano, per esempio, che spazi-tempo che sono lisci, globalmente iperbolici, orientati e tempo orientati non contengono tali curve. Si assume solitamente che l'universo osservato abbia queste proprietà, in modo che l'osservazione di curve tipo-tempo chiuse sia improbabile. Infatti, non è mai stato suggerito nessun candidato. Più tardi, troveremo che le ricerche per tali curve a scala microscopica hanno fallito nel tro-

Ref. 272 * In passato, John Wheeler usò affermare che il suo *orologio geometrodinamico*, un dispositivo che misura il tempo facendo rimbalzare la luce avanti e indietro tra due specchi paralleli, era un contro-eSEMPIO; che non è corretto, però. Potete confermare questo?

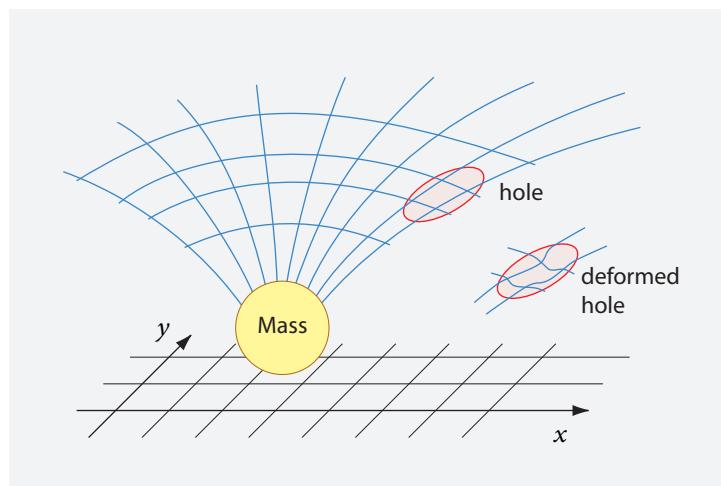


FIGURA 108 Un 'buco' nello spazio in una vista schematica.

Vol. V, pag. 165 vare alcun esempio in natura.

L'impossibilità di curve chiuse sembra indicare una differenza tra spazio e tempo. In realtà, questa differenza è solo apparente. Tutte queste ricerche sono basate sul comportamento della materia. Così questi argomenti assumono una specifica distinzione tra spazio e tempo fin dall'inizio. In breve, questa linea di indagine non può aiutarci a decidere se spazio e tempo differiscono. Vediamo la questione in un altro modo.

LA RELATIVITÀ GENERALE È LOCALE? – L'ARGOMENTO DEL FORO

Quando Albert Einstein sviluppò la relatività generale, ebbe un bel po' di problemi con l'invarianza per diffeomorfismo. Il più sorprendente è il suo famoso *argomento del foro*, meglio chiamato *paradosso del foro*. Prendete la situazione mostrata in [figura 108](#), in cui una massa deforma lo spazio-tempo intorno ad essa. Einstein immaginò una piccola regione del vuoto, il *foro*, che è mostrato come una piccola ellisse. Cosa succede se in qualche modo cambiamo la curvatura all'interno del foro, lasciando la situazione all'esterno immutata, come mostrato nel riquadro della foto?

Ref. 274

Da un lato, la nuova situazione è ovviamente fisicamente diversa dall'originale, poiché la curvatura all'interno del foro è differente. Questa differenza implica quindi che la curvatura fuori da una regione non determina la curvatura all'interno. Ciò è estremamente insoddisfacente. Peggio ancora, se generalizziamo questa operazione per il dominio del tempo, ci sembra di ottenere il più grande incubo possibile nella fisica: il determinismo è perduto.

D'altra parte, la relatività generale è invariante per diffeomorfismo. La deformazione mostrata in figura è un diffeomorfismo; quindi la nuova situazione deve essere fisicamente equivalente alla situazione di partenza.

Quale argomento è corretto? Einstein favorì prima il primo punto di vista, e quindi abbandonò l'idea dell'invarianza per diffeomorfismo per circa un anno. Solo più tardi capì che la seconda valutazione è corretta, e che il primo argomento fa un errore fondamentale: esso assume una indipendente esistenza di assi coordinati x e y , come mostrato in figura. Ma durante la deformazione del foro, le coordinate x e y , automaticamente si

modificano e, in modo che *non* ci sia differenza fisica tra le due situazioni.

La morale della storia è che *non vi è alcuna differenza tra lo spazio-tempo e il campo gravitazionale*. Lo spazio-tempo è una qualità del campo, come pone Einstein, e non un'entità con un'esistenza separata, come suggerito dal grafico. Le coordinate non hanno alcun significato fisico; solo gli (intervalli) di distanze nello spazio e nel tempo ne hanno una. In particolare, l'invarianza per diffeomorfismo dimostra che *non c'è flusso di tempo*. Il tempo, come lo spazio, è solo una entità relazionale: il tempo e lo spazio sono relativi; essi non sono assoluti.

La relatività di spazio e tempo ha conseguenze pratiche. Ad esempio, si scopre che molti problemi in relatività generale sono equivalenti alla situazione di Schwarzschild, anche se appaiono completamente diversi a prima vista. Come risultato, i ricercatori hanno 'scoperto' la soluzione di Schwarzschild (ovviamente con sistemi di coordinate differenti) più di venti volte, spesso pensando di aver trovato una nuova soluzione sconosciuta. Ora parleremo di un risultato sorprendente della invarianza per diffeomorfismo

LA TERRA È CAVA?

“Ogni paio di scarpe dimostra che viviamo all'interno di una sfera. Le loro suole sono usurate alle estremità, e quasi per niente in mezzo.”

Anonimo

L'ipotesi della Terra cava, vale a dire, la congettura che viviamo *all'interno* di una sfera, era popolare nei circoli esoterici attorno all'anno 1900, e rimane ancora così tra taluni eccentrici oggi, soprattutto in Gran Bretagna, Germania e Stati Uniti. Essi sostengono, come illustrato in [figura 109](#), che il solido Terra *racchiude* il cielo, insieme con la Luna, il Sole e le stelle. La maggior parte di noi sono ingannati dall'educazione in un'altra descrizione, perché siamo portati a credere che la luce viaggia in linea retta. Sbarazziamoci di questa storta credenza, dicono, e la Terra cava appare in tutto il suo splendore.

È interessante notare che il ragionamento è parzialmente corretto. Non c'è *nessun modo* per confutare questa sorta di descrizione dell'universo. Infatti, come il grande fisico austriaco Roman Sexl usò spiegare, l'invarianza per diffeomorfismo della relatività generale proclama anche l'equivalenza tra i due punti di vista. Il divertimento inizia quando uno dei due campi vuole dire all'altro che *solo* la propria descrizione può essere corretta. Si potrebbe verificare che tale argomento è sbagliato; è divertente scivolare nei panni di una tale eccentrica e difendere l'ipotesi della Terra cava contro i tuoi amici. È facile spiegare l'apparire del giorno e della notte, dell'orizzonte, e delle immagini satellitari della Terra. È facile spiegare quello che è successo durante il volo verso la Luna. Potete guidare molti cattivi fisici pazzi in questo modo. La descrizione usuale e la descrizione della Terra cava sono esattamente equivalenti. Potete confermare che anche la teoria dei quanti, con la sua introduzione di scale di lunghezza nella natura, non modifica questa situazione?

Tali indagini mostrano che l'invarianza per diffeomorfismo non è una simmetria facile da ingoiare. Ma è meglio abituarsi da ora, poiché il resto della nostra avventura but-

[Vol. I, pag. 61](#)

[Ref. 275](#)

[Sfida 381 f](#)

[Sfida 382 s](#)



FIGURA 109 Un modello della teoria della Terra cava (© Helmut Diehl).

terà fuori ancora altre sorprese. Infatti, nella parte finale della nostra passeggiata scopriremo che c'è una simmetria ancora più grande della natura che è simile allo scambio del punto di vista della Terra cava al punto di vista standard. Questa simmetria, dualità spazio-tempo, è valida non solo per le distanze misurate dal centro della Terra, ma per distanze misurate da qualsiasi punto in natura.

UNA SINTESI: SPAZIO, TEMPO E MASSA SONO INDIPENDENTI?

Possiamo concludere da questa breve discussione che non c'è alcuna fondamentale distinzione tra spazio e tempo nella relatività generale. Le uniche possibili distinzioni sono quelle pragmatiche che fanno uso di materia, radiazione, o spazio-tempo all'infinito.

Vol. I, pag. 438

All'inizio della nostra salita della montagna abbiamo scoperto che abbiamo bisogno della materia per definire lo spazio e il tempo. Ora abbiamo scoperto che abbiamo anche bisogno della materia per distinguere *tra* spazio e tempo. Analogamente, nell'inizio della nostra ascesa abbiamo scoperto che lo spazio e il tempo sono richiesti per definire la materia; ora abbiamo trovato che ci serve anche lo spazio-tempo *piatto* per definirla. La relatività generale non ha portato alcun miglioramento rispetto ai risultati della fisica Galileiana, in tali questioni fondamentali.

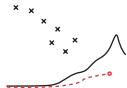
Vol. I, pag. 190

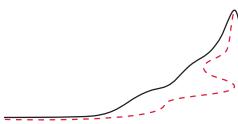
Nel resto della nostra avventura, la fisica quantistica confermerà che la materia è necessaria per distinguere tra spazio e tempo. Nessuna distinzione tra spazio e tempo è possibile *senza* la materia in linea di principio. Nell'ultima parte della nostra avventura, scopriremo che la massa e lo spazio-tempo sono su un piano di parità in natura. Poiché ciascuna si definisce con l'altra si deduce che le particelle e il vuoto sono fatti dello stessa sostanza. Andrà a finire che le distinzioni tra lo spazio e tempo sono possibili solo alle basse energie di tutti i giorni; tali distinzioni non esistono in linea di principio.

Vol. IV, pag. 171

In sintesi, la relatività generale non fornisce una via d'uscita del ragionamento cir-

colare che abbiamo scoperto in fisica Galileiana. In effetti, la relatività generale rende la questione ancora meno chiara di prima. Materia e radiazione restano essenziali per definire e distinguere lo spazio e il tempo, e spazio e tempo rimangono essenziali per definire materia e radiazione. Continuare la nostra salita alla montagna è l'unica via d'uscita.





CAPITOLO 9

LA RELATIVITÀ GENERALE IN POCHE PAROLE – UNA SINTESI PER IL PROFANO

“Sapientia felicitas.”*

Antichità

La relatività generale è la corretta descrizione finale del *moto macroscopico*. La relatività generale descrive, prima di tutto, ogni moto macroscopico dovuto alla gravità, e, in particolare, descrive come le osservazioni del moto di due osservatori *qualsiasi* sono correlate tra di loro. Inoltre, la relatività generale descrive l'universo nel suo insieme. In particolare, la relatività generale descrive i moti più estremi; il più veloce, il più violento ed i più lontani.

La descrizione del moto macroscopico con la relatività generale è *definitiva* e *corretta*. I calcoli e le previsioni della relatività generale corrispondono a tutte le osservazioni in cui sia possibile la corrispondenza. (Questo non è ancora possibile per la materia oscura; la questione non è ancora risolta.)

La relatività generale si basa su due principi dedotti dalle osservazioni:

- Tutti gli osservatori concordano sul fatto che esiste una velocità 'perfetta' in natura, vale a dire una velocità *massima* comune dell'energia rispetto alla (circostante) materia. Il valore invariante della velocità $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ è realizzato dalla radiazione senza massa, come ad esempio i segnali luminosi o radio.
- Tutti gli osservatori concordano sul fatto che c'è una forza 'perfetta' in natura, una forza *massima* comune che può essere realizzata rispetto alla materia(circostante). Il valore invariante della forza $F = \frac{c^4}{4G} = 3.0258(4) \cdot 10^{43} \text{ N}$ è realizzato sull'orizzonte degli eventi.

Queste due osservazioni contengono l'intera teoria della relatività. In particolare, da queste due osservazioni si deduce:

- Lo spazio-tempo si compone di eventi in *3+1 dimensioni continue*, con una curvatura variabile. La curvatura può essere dedotta dalla misura della distanza tra eventi, ad esempio dagli effetti di marea. Tempi , lunghezze curvature misurati variano da osservatore ad osservatore in un modo prevedibile. Insomma, viviamo in uno *spazio-tempo pseudo-Riemanniano*.
- Lo spazio-tempo e lo spazio sono *curvati vicino a massa ed energia*. La curvatura in un punto è determinata dalla densità di energia- quantità di moto in quel punto, e descritta dalle equazioni di campo. Quando materia ed energia si muovono, la

** 'Sapienza è felicità.' Questo vecchio detto una volta era il motto della Oxford University.

curvatura dello spazio si muove con loro. Un ritardo incorporato in questo moto rende impossibile il trasporto di energia più veloce della luce. La costante di proporzionalità tra energia e curvatura è così piccola che la curvatura non viene osservata nella vita quotidiana; si osserva solo la sua manifestazione indiretta, vale a dire la gravitazione universale.

- Tutto il moto macroscopico – quella della materia, della radiazione e del vuoto – è descritto dalle equazioni di campo della relatività generale.
- Lo spazio è *elastico*: esso preferisce essere piatto. Essendo elastico, esso può oscillare in modo indipendente della materia; si parla poi di radiazione gravitazionale o di onde gravitazionali.
- La materia in caduta libera si muove lungo *geodetiche*, vale a dire, lungo percorsi di massima lunghezza nello spazio-tempo curvo. Nello spazio questo significa che la luce si piega quando passa vicino a grandi masse di due volte la quantità prevista dalla gravitazione universale.
- Per descrivere la gravitazione ci *necessità* lo spazio-tempo curvo, vale a dire, la relatività generale, *al più tardi* ogni volta che le distanze sono dell'ordine del raggio di Schwarzschild $r_s = 2Gm/c^2$. Quando le distanze sono molto più grandi di questo valore, la descrizione relativistica con la gravità e il gravitomagnetismo (effetto di trascinamento) è sufficiente. Quando distanze sono ancora più grandi e le velocità molto più lente di quella della luce, la descrizione dalla gravitazione universale, vale a dire $a = Gm/r^2$, insieme con lo spazio-tempo di Minkowski, farà una buona approssimazione.
- Spazio e tempo non sono distinti a livello globale, ma solo a livello locale. La *materia* è necessaria per fare la distinzione.

Inoltre, tutta la materia e l'energia che si osserva nel cielo ci porta alle seguenti conclusioni:

Pagina 186

- L'universo ha una dimensione finita, data approssimativamente per $r_{\max} \approx 1/\sqrt{\Lambda} \approx 10^{26}$ m. La costante cosmologica Λ ha anche l'effetto di una densità di energia. Si parla di *energia oscura*.
- L'universo ha un'un'età finita; questo è il motivo per il buio del cielo di notte. Un orizzonte limita gli intervalli misurabili spazio-temporali a circa quattordici miliardi di anni.
- Su scala cosmologica, tutto si muove lontano da tutto il resto: l'universo è in *espansione*. I dettagli della sottostante espansione dello spazio, così come all'orizzonte del cielo di notte, sono descritti dalle equazioni di campo della relatività generale.

In sintesi, i principi di massima forza e della massima velocità – e la teoria della relatività generale che segue da loro – descrivono tutti i moti dovuti alla gravità e ogni moto macroscopico che si osserva nell'universo.

LA PRECISIONE DELLA DESCRIZIONE

Valgono la pena gli sforzi della relatività generale? La discussione della sua accuratezza è divisa più convenientemente in due gruppi di esperimenti. Il primo gruppo è composto da misure di come *si muove la materia*. Gli oggetti seguono davvero geodetiche? Come

sintetizzato nella [tavola 9](#), tutti gli esperimenti concordano con la teoria entro gli errori di misurazione, vale a dire, almeno entro 1 parte su 10^{12} . In breve, il modo in cui cade la materia è davvero ben descritto dalla relatività generale.

[Ref. 276, Ref. 277](#)

[Sfida 383 na](#)

[Ref. 276](#)

[Pagina 168](#)

La seconda serie di misure riguarda la dinamica dello stesso spazio-tempo. Lo *spazio-tempo si muove* seguendo le equazioni di campo della relatività generale? In altre parole, lo spazio-tempo è veramente piegato dalla materia nel modo che predice la teoria? Molti esperimenti sono stati effettuati, vicino e lontano dalla Terra, in entrambi i campi deboli e forti. Tutti concordano con le previsioni all'interno degli errori di misura. Tuttavia, le migliori misure finora hanno solo circa 3 cifre significative. Si noti che anche se sono stati condotti numerosi esperimenti, ci sono solo pochi *tipi* di test, come mostra la [tavola 9](#). La scoperta di un nuovo tipo di esperimento quasi garantisce fama e ricchezza. La più ricercata, naturalmente, è la rilevazione diretta delle onde gravitazionali.

Un altro commento su [tavola 9](#) è sull'ordine. Dopo molti decenni in cui tutti gli effetti misurati sono stati solo di ordine v^2/c^2 , diversi cosiddetti *forti effetti di campo* nelle pulsar ci hanno permesso di raggiungere l'ordine v^4/c^4 . Presto alcuni effetti di questo ordine dovrebbe essere rilevati anche all'interno del sistema solare, usando esperimenti satellitari ad alta precisione. L'attuale corona di tutte le misurazioni, il ritardo di emissione delle onde gravitazionali, è il solo v^5/c^5 effetto misurato finora.

[Ref. 277, Ref. 280](#)

La difficoltà di ottenere un'alta precisione per le misure di curvatura dello spazio-tempo è il motivo per cui la massa è misurata con le bilance, sempre (indirettamente) utilizzando il prototipo del chilogrammo a Parigi, invece di definire qualche curvatura standard e fissare il valore di G . Infatti, nessun utile esperimento sulla curvatura terrestre è mai stato effettuato. Un passo avanti in questo dominio farebbe notizia. I metodi di curvatura terrestre attualmente disponibile non permetterebbero di definire un chilogrammo di oro o di arance con una precisione di un singolo chilogrammo!

Un modo diverso per verificare la relatività generale è la ricerca di descrizioni alternative della gravitazione. Un buon numero di teorie alternative della gravità sono state formulate e studiate, ma finora, solo la relatività generale è in accordo con tutti gli esperimenti.

[Ref. 276](#)

In sintesi, come ama spiegare Thibault Damour, la relatività generale è almeno il 99.999 999 999 9 % corretta in relazione al moto della materia e dell'energia, e almeno il 99.9 % corretta in relazione al modo in cui la materia curva e muove lo spazio-tempo. Nessuna eccezione, nessuna antigravità e alcun dato non chiaro sperimentale sono noti. Tutto il moto sulla Terra e nei cieli è descritto dalla relatività generale. Il successo di Albert Einstein non ha difetti.

Notiamo che la relatività generale non è stata testata per il moto microscopico. In questo contesto, il *moto microscopico* è qualsiasi moto per cui l'azione è circa il quanto di azione, vale a dire 10^{-34} Js. Questo problema è centrale per l'ultima parte della nostra avventura.

LA RICERCA IN RELATIVITÀ GENERALE E LA COSMOLOGIA

[Ref. 281](#)

La ricerca in relatività generale è ancora intensa, anche se in calo; sta calando più forte in Svizzera e in Germania, i paesi in cui Albert Einstein sviluppò la teoria. La ricerca in cosmologia e astrofisica, tuttavia, è ad un punto alto in questo momento. Ecco una breve panoramica.

TAVOLA 9 Tipi di test della relatività generale.

EFFETTO MISURATO	CON- FERMA	TIPO	RIFER- IMENTO
Principio di equivalenza	10^{-12}	moto della materia	Ref. 149, Ref. 276, Ref. 278
$1/r^2$ dipendenza (dimensionalità dello spazio-tempo)	10^{-10}	moto della materia	Ref. 279
indipendenza del tempo da G	$10^{-19} /s$	moto della materia	Ref. 276
spostamento verso il rosso (luce e microonde sul Sole, Terra, Sirio)	10^{-4}	curvatura spazio-tempo	Ref. 128, Ref. 126, Ref. 276
Spostamento del perielio (quattro pianeti, Icaro, pulsar)	10^{-3}	curvatura spazio-tempo	Ref. 276
Deflessione luce (luce, le onde radio attorno al Sole, stelle, galassie)	10^{-3}	curvatura spazio-tempo	Ref. 276
Ritardo (segnali radio vicino al Sole, vicino pulsar)	10^{-3}	curvatura spazio-tempo	Ref. 276, Ref. 167
Gravitomagnetismo (Terra, pulsar)	10^{-1}	curvatura spazio-tempo	Ref. 159, Ref. 160
Effetto geodesico (Luna, pulsar)	10^{-1}	curvatura spazio-tempo	Ref. 156, Ref. 276
ritardo emissione onde gravitazionali (pulsar)	10^{-3}	curvatura spazio-tempo	Ref. 276

* *

I più interessanti studi sperimentali della relatività generale sono i test che usano le doppie pulsar, la ricerca delle onde gravitazionali, e le misure di precisione con utilizzo di satelliti. Tra gli altri uno speciale satellite catturerà tutte le possibili pulsar della galassia. Tutti questi esperimenti ampliano le prove sperimentali in domini che non sono stati accessibili prima.

* *

La ricerca di collisioni cosmiche e dei problemi a molti corpi, in particolare quelli che coinvolgono le stelle di neutroni ed i buchi neri, aiutano gli astrofisici a migliorare la loro comprensione del ricco comportamento che osservano nei loro telescopi.

* *

Lo studio del caos nelle equazioni di campo è di interesse fondamentale nello studio dell'inizio dell'universo, e può essere correlato al problema della formazione delle galassie, uno dei più grandi problemi aperti della fisica.

* *

La raccolta di dati sulla formazione delle galassie è l'obiettivo principale di diversi sistemi

satellitari e telescopi appositamente costruiti. Un obiettivo è la ricerca di anisotropie del Ref. 283 sottofondo di microonde cosmiche localizzate dovute alle protogalassie.

* *

La determinazione dei parametri cosmologici, come densità della materia, la curvatura Ref. 227 e densità del vuoto, è uno sforzo centrale della moderna astrofisica. L'esplorazione della densità del vuoto – chiamata anche *costante cosmologica* o *energia oscura* – e la precisazione della natura della *materia oscura* occupano una grande frazione degli astrofisici.

* *

Astronomi ed astrofisici scoprono regolarmente nuovi fenomeni nei cieli. I vari tipi di Ref. 284 lampi gamma, esplosioni di raggi X e scoppi ottici non sono ancora del tutto chiariti. gli scoppi di raggi Gamma, per esempio, possono essere brillanti come 10^{17} stelle simili al Sole combinate; tuttavia, durano solo pochi secondi. maggiori dettagli su questo tema di ricerca sono riportati in seguito.

Vol. V, pag. 158

* *

E' in costruzione una banca dati informatica di tutte le soluzioni delle equazioni di campo. Tra le altre cose, i ricercatori stanno verificando se davvero sono tutte diverse Ref. 285 tra loro.

* *

Ref. 286 Le soluzioni delle equazioni di campo con topologia non banale, come buchi di verme e soluzioni tipo particelle, costituiscono altrettanti affascinanti campi di ricerca. Tuttavia, Vol. V, pag. 165 tali soluzioni sono rese impossibili dagli effetti quantistici.

Ref. 287 Altre formulazioni della relatività generale, che descrivono lo spazio-tempo con quantità diverse dalla metrica, vengono sviluppate continuamente, nella speranza di chiarire la relazione tra la gravità e il mondo quantistico. Le cosiddette variabili di Ashtekar sono tali moderne descrizioni.

* *

Ref. 288, Ref. 289 Lo studio dell'universo primordiale e la sua relazione di proprietà di particelle elementari, con congetture come l'*inflazione*, un breve periodo di accelerata espansione durante i primi secondi dopo il big bang, è ancora un importante argomento di indagine.

* *

L'unificazione della fisica quantistica, la fisica delle particelle e la relatività generale è un campo di ricerca importante e occuperà i ricercatori per molti anni a venire. L'obiettivo è quello di trovare una descrizione completa del moto. Questo è l'argomento della parte finale di questa avventura.

* *

Infine, l'insegnamento della relatività generale, che per molti decenni è stato nascosto dietro indici Greci, forme differenziali e altri approcci antidiattici, trarranno grande beneficio da futuri miglioramenti che si concentrano più sulla fisica e meno sul formalismo.

Ref. 290

LA RELATIVITÀ GENERALE POTREBBE ESSERE DIVERSA?

“E’ una buona cosa che abbiamo la gravità, oppure quando gli uccelli sono morti starebbero ancora lassu. I cacciatori sarebbero tutti confusi.

Steven Wright

”

La costante della gravitazione fornisce un limite per la densità e l'accelerazione degli oggetti, come pure per la potenza dei motori. Abbiamo basato tutte le nostre deduzioni sulla sua invarianza. E' possibile che la costante di gravitazione G cambi da a posto a posto o cambi con il tempo? La questione è delicata. A prima vista, la risposta è un sonoro: 'Sì, certo! Basta vedere cosa succede quando il valore di G viene cambiato nelle formule'.

Pagina 90

Tuttavia, questa risposta è sbagliata, come era sbagliata per la velocità della luce *c*.

Sfida 384 f

Pagina 282

Poiché la costante di gravitazione entra nella nostra definizione di gravità e accelerazione, e quindi, anche se non lo notiamo, nella costruzione di tutte le regole, tutti gli standard di misurazione e tutti gli impianti di misura, non vi è *alcun* modo per rilevare se il suo valore effettivamente varia. Nessun esperimento immaginabile potrebbe rilevare una variazione. Ogni misurazione della forza è, che ci piaccia o no, il confronto con la forza limite. Non c'è modo, in linea di principio, di controllare l'invarianza di uno standard. Ciò è tanto più sorprendente in quanto misure di questo tipo sono regolarmente segnalate, come in [tavola 9](#). Ma il risultato di tale esperimento è facile da prevedere: non sarà mai trovata nessuna modifica.

Il numero di dimensioni spaziali potrebbe essere diverso da 3? La questione è abbastanza complicata. Ad esempio, tre è il più piccolo numero di dimensioni per le quali un tensore di Ricci che si annulla è compatibile con curvatura non nulla. D'altro canto, più di tre dimensioni darebbero deviazioni dalla 'legge' del quadrato inverso della gravitazione. Non vi sono dati che indicano in questa direzione.

Le equazioni della relatività generale potrebbero essere diverse? Durante il secolo passato, i teorici hanno esplorato molte equazioni alternative. Tuttavia, quasi nessuna delle alternative proposte finora sembra adattarsi ai dati sperimentali. Solo due candidati sono menzionati regolarmente.

Ref. 292

Ref. 291

In primo luogo, l'inclusione della *torsione* nelle equazioni di campo è un tentativo di includere la rotazione delle particelle in relatività generale. L'inclusione della torsione nella relatività generale non richiede nuove costanti fondamentali; infatti, l'assenza di torsione è ipotizzata nell'equazione Raychaudhuri. L'utilizzo dell'equazione estesa di Raychaudhuri, che comprende la torsione, potrebbe consentire di dedurre l'intera teoria di Einstein–Cartan dal principio di massima forza. Tuttavia, tutti gli argomenti finora suggeriscono che la torsione è un'inutile complicazione.

In secondo luogo, un risultato sperimentale rimane inspiegabile. La velocità di rotazione della materia visibile lontano dal centro delle galassie potrebbe essere dovuta all'esistenza di materia oscura o a qualche deviazione dalla dipendenza dal quadrato inverso della gravitazione universale. La seconda opzione implicherebbe una modifica

Ref. 293 delle equazioni di campo per distanze astronomicamente grandi. L'opzione della materia oscura presuppone che abbiamo delle difficoltà ad osservare qualcosa, le opzioni dinamiche modificate presuppongono che abbiamo perso qualcosa nelle equazioni. Allo stato attuale, la maggior parte dei ricercatori assume l'esistenza della materia oscura. Ma dal momento che la natura della materia oscura non è compresa, il problema non è completamente risolto.

“ Era, naturalmente, una menzogna cosa avete letto circa la mie convinzioni religiose, una menzogna che viene sistematicamente ripetuta. Io non credo in un Dio personale e non l'ho mai negato, ma l'ho espresso chiaramente. Se qualcosa è in me che può essere chiamato religioso, allora è la illimitata ammirazione per la struttura del mondo per quanto la nostra scienza possa rivelarlo. ”

Albert Einstein , 24 March 1954.

I LIMITI DELLA RELATIVITÀ GENERALE

Nonostante il suo successo e il suo fascino, la descrizione del moto presentata finora non è soddisfacente; forse avete già qualche istinto su certi problemi irrisolti.

Prima di tutto, anche se la velocità della luce è il punto di partenza della intera teoria, ancora non sappiamo ciò che è la luce effettivamente. Capire cosa sia la luce sarà il nostro prossimo argomento.

In secondo luogo, abbiamo visto che tutto ciò che ha massa cade lungo geodetiche. Ma una montagna non cade. In qualche modo la materia sotto gli impedisce di cadere. Come? E da dove proviene comunque la massa? Che cosa è la materia? La relatività generale non fornisce alcuna risposta; infatti, non descrive *affatto* la materia . Einstein diceva che il lato sinistro delle equazioni di campo, che descrivono la curvatura dello spazio-tempo, era granito, mentre il lato destro, che descrive la materia, era sabbia. Infatti, a questo punto ancora non si sa cosa *siano* la materia e la massa . (E sappiamo ancora meno quello che sia la materia oscura.) Come già osservato, per cambiare la sabbia in roccia abbiamo prima bisogno della fisica quantistica e poi, in un ulteriore passo, la sua unificazione con la relatività. Questo è il programma per il resto della nostra avventura.

Abbiamo anche visto che la materia è necessaria per distinguere chiaramente tra spazio e tempo, e in particolare, per comprendere il funzionamento di orologi, metri a barra e bilance. Ma una domanda rimane: perché ci sono unità di massa, lunghezza e tempo in natura? Capire perché sono possibili le misure sarà un altro dei temi della fisica quantistica.

Conosciamo anche troppo poco il vuoto. Abbiamo bisogno di capire la grandezza della costante cosmologica, la sua dipendenza dal tempo e dal numero di dimensioni dello spazio-tempo. Solo allora potremo rispondere alla semplice domanda: perché il cielo è così lontano? La relatività generale non aiuta qui. Scopriremo che la piccolezza osservata della costante cosmologica contraddice la più semplice versione della teoria quantistica; questo è uno dei motivi per cui abbiamo ancora abbastanza altezza da scalare prima di raggiungere la cima della Montagna del Moto.

Infine, abbiamo spazzato un'altra importante questione sotto il tappeto. La relatività

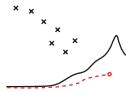
generale proibisce l'esistenza di oggetti punto, e quindi di particelle puntiformi. Ma l'idea di particelle puntiformi è uno dei motivi per cui abbiamo introdotto i punti spaziali al primo posto. Qual è il destino finale del concetto di punto dello spazio? Anche questa questione rimane aperta, in questa fase.

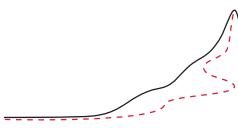
Vol. V, pag. 71

Pagina 8

In breve, per descrivere bene il moto, abbiamo bisogno di una descrizione più precisa della luce, della materia e del vuoto. In altre parole, abbiamo bisogno di sapere di più su tutto! Altrimenti, non possiamo sperare di rispondere a domande su montagne, orologi e stelle. In particolare, abbiamo bisogno di sapere di più su luce, materia e vuoto alle *piccole* scale. Abbiamo bisogno di capire gli aspetti *microscopici* del mondo.

Alle scale piccole, la curvatura dello spazio è trascurabile. Dobbiamo quindi fare un passo indietro, alle situazioni *senza* gravità, ed esplorare i dettagli microscopici di luce, materia e vuoto. Questo dominio è chiamato *fisica quantistica*. La [figura 1](#) nella prefazione dà un'impressione di ciò che ci attende. E nonostante la semplificazione allo spazio-tempo piatto, l'avventura rimane bella e intensa.





APPENDIX A

UNITÀ, MISURE E COSTANTI

Le misure sono confronti con standard. Gli standard sono basati sulle *unità*. Molti differenti sistemi di unità di misura sono stati utilizzati nel mondo. La maggioranza di tali standard conferiscono potere alle organizzazioni che li hanno in carica.

Tale potere può essere utilizzato impropriamente; questo è il caso di oggi, per esempio nell'industria dei computer, ed è stato così nel lontano passato. La soluzione è la stessa in entrambi i casi: organizzare uno standard indipendente e globale. Per le unità di misura, questo è accaduto nel XVIII secolo: al fine di evitare abusi da parte di istituzioni autoritarie, per eliminare i problemi con standard differenti, variabili ed irriproducibili, e – questo non è uno scherzo – per semplificare la riscossione delle imposte e per renderla più giusta, un gruppo di scienziati, politici e gli economisti hanno concordato un insieme di unità. Si chiama *Système International d'Unités (SI)*, abbreviato *SI* ed è definito da un trattato internazionale, la 'Convention du Mètre'. Le unità sono gestite da un'organizzazione internazionale, la 'Conférence Générale des Poids et Mesures', e le sue organizzazioni figlie, la 'Commission Internationale des Poids et Mesures' e la 'Bureau International des Poids et Mesures' (BIPM). Tutte provenivano da tempi anteriori la rivoluzione francese.

Ref. 148

LE UNITÀ DEL SI

Tutte le unità del SI sono costruite da sette *unità base*, le cui definizioni ufficiali, tradotte dal francese in inglese, sono riportate di seguito, insieme alle date della loro formulazione:

- 'Il *secondo* è la durata di 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133'. (1967)*
- 'Il *metro* è la lunghezza del cammino percorso dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo di $1/299792458$ di un secondo'. (1983)*
- 'Il *kilogrammo* è l'unità di massa; è uguale alla massa del prototipo internazionale del chilogrammo'. (1901)*
- 'L' *ampere* è quella corrente costante che, se mantenuta in due conduttori paralleli rettilinei di lunghezza infinita, di trascurabile sezione circolare, e posti ad 1 metro distanti nel vuoto, produrrebbe fra questi conduttori una forza uguale a $2 \cdot 10^{-7}$ newton per metro di lunghezza'. (1948)*
- 'Il *kelvin*, unità di temperatura termodinamica, è la frazione $1/273,16$ della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua'. (1967)*

■ ‘La *mole* è la quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0,012 chilogrammi di carbonio 12.’ (1971)*

■ ‘La *candela* è l’intensità luminosa, in una determinata direzione di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza $540 \cdot 10^{12}$ hertz ed ha una intensità energetica in tale direzione di (1/683) watt per steradiane’. (1979)*

Notiamo che entrambi le unità di tempo e lunghezza sono definite come certe proprietà di un esempio standard di moto, vale a dire la luce. In altre parole, anche la Conférence Générale des Poids et Mesures fa il punto che l’osservazione del moto è un *prerequisito* per la definizione e costruzione del tempo e dello spazio. *Il moto è il fondamento di ogni osservazione e di tutte le misurazioni.* A proposito, l’uso della luce nelle definizioni è stata proposta già nel 1827 by Jacques Babinet.**

Da queste unità di base, tutte le altre unità sono definite per moltiplicazione e divisione. Così, tutte le unità del SI hanno le seguenti proprietà:

■ Le unità del SI formano un sistema con *precisione allo stato dell’arte*: tutte le unità vengono definite con una precisione che è superiore alla precisione comunemente usata nelle misurazioni. Inoltre, la precisione delle definizioni è regolarmente in via di miglioramento. Quella attuale relativa all’incertezza della definizione del secondo è di circa 10^{-14} , per il metro di circa 10^{-10} , per il chilogrammo circa 10^{-9} , per l’ampere 10^{-7} , per la mole di meno di 10^{-6} , per il kelvin 10^{-6} e per la candela 10^{-3} .

■ Le unità del SI formano un sistema *assoluto*: tutte le unità sono definite in modo tale che possano essere riprodotte in ogni laboratorio opportunamente attrezzato, indipendentemente, e con elevata precisione. Questo evita il più possibile qualsiasi uso improprio da parte dell’organizzazione di normazione. (Il chilogrammo, ancora definito con l’aiuto di un manufatto, è l’ultima eccezione a questo requisito; una vasta ricerca è in corso per eliminare questo manufatto dalla definizione – una gara internazionale che impiegherà un paio di anni. Ci sono due approcci: conteggio di particelle, o fissando \hbar . Il primo può essere raggiunto nei cristalli, ad esempio, i cristalli fatti di silicio puro, l’ultimo utilizza qualsiasi formula in cui appare \hbar , come la formula per la lunghezza d’onda di de Broglie o quella dell’*effetto Josephson*.)

■ Le unità del SI formano un sistema *pratico*: le basi sono quantità di grandezza di tutti i giorni. Frequentemente le unità usate hanno nomi standard e abbreviazioni. La lista completa comprende sette unità di base già date, le unità supplementari, le unità derivate e le unità ammesse.

Le *unità supplementari del SI* sono due: l’unità per l’angolo (piano), definito come il rapporto tra la lunghezza dell’arco ed il raggio, è il *radiane* (rad). Per l’angolo solido, definito come il rapporto tra la zona sottesa al quadrato del raggio, l’unità è lo *steradiane* (sr).

Vol. I, pag. 101

Ref. 149

* I rispettivi simboli sono s, m, kg, A, K, mol e cd. Il prototipo internazionale del chilogrammo è un cilindro di platino-iridio tenuto a BIPM in Sèvres, in Francia. Per maggiori dettagli sui livelli di cesio, consultare un libro sulla fisica atomica. La scala Celsius di temperatura θ è definita come: $\theta/^\circ\text{C} = T/\text{K} - 273,15$; notare la piccola differenza con il numero indicato nella definizione del kelvin. Il SI afferma anche: ‘Quando si usa la mole, le entità elementari devono essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, altre particelle, o gruppi specificati di tali particelle. Nella definizione di mole, è inteso che gli atomi di carbonio 12 sono non legati, a riposo e nel loro stato fondamentale. Nella definizione della candela, la frequenza della luce corrisponde a 555,5 nm, cioè, colore verde, attorno alla lunghezza d’onda a cui l’occhio è più sensibile.

** Jacques Babinet (1794–1874), fisico Francese che pubblicò importanti lavori in ottica.

Le *unità derivate* con nomi particolari, nella loro ortografia Inglese ufficiale, cioè, senza maiuscole ed accenti, sono:

Nome	Abbreviazione	Nome	Abbreviazione
hertz	$Hz = 1/s$	newton	$N = kg\ m/s^2$
pascal	$Pa = N/m^2 = kg/m\ s^2$	joule	$J = Nm = kg\ m^2/s^2$
watt	$W = kg\ m^2/s^3$	coulomb	$C = As$
volt	$V = kg\ m^2/As^3$	farad	$F = As/V = A^2s^4/kg\ m^2$
ohm	$\Omega = V/A = kg\ m^2/A^2s^3$	siemens	$S = 1/\Omega$
weber	$Wb = Vs = kg\ m^2/As^2$	tesla	$T = Wb/m^2 = kg/As^2 = kg/Cs$
henry	$H = Vs/A = kg\ m^2/A^2s^2$	degree Celsius	$^{\circ}C$ (see definition of kelvin)
lumen	$lm = cd\ sr$	lux	$lx = lm/m^2 = cd\ sr/m^2$
becquerel	$Bq = 1/s$	gray	$Gy = J/kg = m^2/s^2$
sievert	$Sv = J/kg = m^2/s^2$	katal	$kat = mol/s$

Notiamo che in tutte le definizioni di unità, il kilogrammo appare alla potenza di 1, 0 e -1. Potete cercare di formulare la ragione?

Le unità non-SI ammesse sono *minuto*, *ora*, *giorno* (per il tempo), *grado* $1^{\circ} = \pi/180$ rad, *minuto* $1' = \pi/10\ 800$ rad, *secondo* $1'' = \pi/648\ 000$ rad (per gli angoli), *litro*, *e tonnellata*. Tutte le altre unità sono da evitare.

Tutte le unità del SI sono rese più pratiche dall'introduzione di nomi standard e abbreviazioni per le potenze di dieci, i cosiddetti *prefissi*:*

POWER NAME	POWER NAME	POWER NAME	POWER NAME
10^1 deca da	10^{-1} deci d	10^{18} Exa E	10^{-18} atto a
10^2 hecto h	10^{-2} centi c	10^{21} Zetta Z	10^{-21} zepto z
10^3 kilo k	10^{-3} milli m	10^{24} Yotta Y	10^{-24} yocto y
10^6 Mega M	10^{-6} micro μ	unofficial:	Ref. 150
10^9 Giga G	10^{-9} nano n	10^{27} Xenta X	10^{-27} xenno x
10^{12} Tera T	10^{-12} pico p	10^{30} Wekta W	10^{-30} weko w
10^{15} Peta P	10^{-15} femto f	10^{33} Vendekta V	10^{-33} vendeko v
		10^{36} Udekta U	10^{-36} udeko u

* Alcuni di questi nomi sono di fantasia (yocto dal suono simile al latino *octo* 'otto', zepto dal suono simile al latino *septem*, yotta e zetta per assomigliare a loro, exa e peta che suonano come le parole greche ξάκις e πεντάκις per 'sei volte' e 'cinque volte', quelli non ufficiali di suono simile alle parole greche per nove, dieci, undici e dodici); alcuni vengono dal Danese/Norvegese (atto da *atten* 'diciotto', femto da *femten* 'quindici'); alcuni vengono dal Latino (da *mille* 'mille', da *centum* 'cento', da *decem* 'dieci', da *nanus* 'nano'); alcuni vengono dall'Italiano (da *piccolo* 'piccolo'); alcuni sono Greci (micro viene da μικρός 'piccolo', deca/deka da δέκα 'dieci', hecto da ἑκατόν 'cento', kilo da χίλιοι 'mille', mega da μέγας 'grande', giga da γίγας 'gigante', tera da τέρας 'mostro').

Traduci: sono stato intrappolato in un tale ingorgo che avevo bisogno di un microsecolo per un picoparsec e che il consumo di carburante della mia macchina era di due decimi di millimetro quadrato.

- Le unità del SI formano un sistema *completo*: coprono in modo sistematico il set completo di osservabili della fisica. Inoltre, fissano le unità di misura per tutte le altre scienze pure.
- Le unità del SI formano un sistema *universale*: possono essere utilizzate nelle attività, nell'industria, nel commercio, a casa, nell'istruzione e nella ricerca. Potrebbero essere utilizzate anche dalle civiltà extraterrestri, se esistessero.
- Le unità del SI formano un sistema *autoconsistente*: il prodotto o il quoziente di due unità del SI è anche una unità SI. Ciò significa che in linea di principio, la stessa sigla, ad esempio 'SI', potrebbe essere utilizzata per ogni unità.

Le unità del SI non sono l'unico possibile set che potrebbe soddisfare tutti questi requisiti, ma sono l'unico sistema esistente che lo fa.* Nel prossimo futuro, il BIPM prevede di ridefinire le unità del SI utilizzando il diagramma cubico della fisica illustrato nella **figura 1**. Questo progetto sarà realizzato fissando, oltre ai valori di c e K_{cd} , anche i valori di \hbar , e , k e N_A . La definizione del secondo sarà mantenuto, per evitare la bassa precisione di tutte le misure conosciute di G . I dettagli di questo futuro, nuovo SI sono presentati su www.bipm.org/en/measurement-units/new-si/ e www.bipm.org/utils/common/pdf/si_brochure_draft_ch123.pdf.

IL SIGNIFICATO DI MISURA

Sfida 388 f

Ogni misura è un confronto con uno standard. Pertanto, qualsiasi misura richiede la *materia* per realizzare lo standard (anche per uno standard di velocità), e la *radiazione* per conseguire il confronto. Il concetto di misura presuppone pertanto che la materia e la radiazione esistano e siano chiaramente separati l'una dall'altra.

Ogni misura è un confronto. Misurare implica quindi che spazio e tempo esistano, e che differiscano l'uno dall'altro.

Ogni misurazione produce un risultato di misurazione. Pertanto, ogni misurazione implica la *memorizzazione* del risultato. Il processo di misurazione così implica che la situazione prima e dopo la misura possa essere distinta. In altri termini, ogni misurazione è un processo *irreversibile*.

Ogni misura è un processo. Così ogni misurazione richiede una certa quantità di tempo e una certa quantità di spazio.

Tutte queste proprietà delle misure sono semplici ma importanti. Attenzione a chi le nega.

* Oltre unità internazionali, ci sono anche unità *provinciali*. La maggior parte unità provinciali ancora in uso sono di origine Romana. Il miglio viene da *milia passum*, che è usato per essere mille (doppie) passi di circa 1480 mm ciascuna; oggi il miglio nautico, una volta definito minuto d'arco sulla superficie Terrestre, è definito esattamente come 1852 m. Il pollice viene da *uncia/ Onzia* (un dodicesimo – ora di un piede). La sterlina (da *pondere* ‘pesare’) è usato come una traduzione di *libra*– equilibrio – che è l'origine della sua abbreviazione lb. Anche l'abitudine di conteggiare in dozzine invece di decine è di origine Romana. Queste e tutte le altre simili sono unità divertenti – come il sistema in cui tutte le unità iniziano con ‘f, e che usa quattordicina/quindicina come unità di velocità – sono ora ufficialmente definiti come multipli di unità del SI.

CURIOSITÀ E DIVERTENTI SFIDE SULLE UNITÀ

Il secondo non corrisponde più a 1/86 400a del giorno, sebbene fu fatto nel 1900; la Terra ora impiega circa 86 400.002 s per una rotazione, in modo che l'*International Earth Rotation Service* deve introdurre regolarmente un salto di secondo per garantire che il Sole sia al punto più alto nel cielo alle 12 in punto.* Il tempo così definito è chiamato *Tempo Coordinato Universale*. La velocità di rotazione della Terra cambia irregolarmente di giorno in giorno a causa del clima; la velocità media di rotazione cambia anche dall'inverno all'estate a causa dei cambiamenti delle calotte polari; e in aggiunta tale media diminuisce nel tempo, a causa dell'attrito prodotto dalle maree. Il tasso di inserimento di salto del secondo è quindi maggiore di una volta ogni 500 giorni, e non costante nel tempo.

* *

Non usare le unità del SI può essere costoso. Nel 1999, l'organizzazione dello spazio NASA perse un satellite su Marte perché alcuni programmati di software avevano usato unità provinciali invece delle unità SI nella parte del codice. Come conseguenza dell'uso dei piedi invece di metri, il Mars Climate Orbiter si schiantò contro il pianeta, invece di orbitarlo; la perdita è stata di circa 100 milioni di euro.**

* *

Le quantità più precisamente misurate in natura sono le frequenze di alcuni pulsar milisecondo,*** le frequenze di determinate transizioni atomiche strette, e la costante di Rydberg dell'idrogeno *atomico*, che possono essere tutti misurati con la massima precisione come è definito il secondo. La transizione del cesio che definisce il secondo ha una limitata larghezza di linea che limita la precisione ottenibile: il limite è di 14 cifre.

* *

Le meno precisamente misurate delle costanti fondamentali della fisica sono la costante gravitazionale G e la costante di accoppiamento forte α_s . Ancora meno precisamente conosciute sono l'età dell'universo e la sua densità (vedi [tavola 14](#)).

* *

Le variazioni di quantità sono spesso molto più facili da misurare rispetto ai loro valori. Ad esempio, nei rivelatori di onde gravitazionali, la sensibilità realizzata nel 1992 fu di $\Delta l/l = 3 \cdot 10^{-19}$ per lunghezze dell'ordine di 1 m. In altre parole, per un blocco di circa un metro cubo di metallo è possibile misurare variazioni di lunghezza circa 3000 volte più piccole di un raggio di protone. Questi impianti vengono ora sostituiti dagli interferometri ad anello. Gli interferometri ad anello che misurano differenze di frequenza di 10^{-21} sono già stati costruiti; e sono ancora in corso di miglioramento.

Pagina 300

Ref. 297

Ref. 298

* Il loro sito web all'indirizzo hpiers.obspm.fr dà più informazioni sui dettagli di questi inserimenti, come fa maia.usno.navy.mil, uno dei pochi siti militari utili. Vedi anche www.bipm.fr, il sito del BIPM.

** Questa storia ravvivò una vecchia ma falsa leggenda metropolitana che afferma che solo tre paesi al mondo non utilizzano le unità SI: Liberia, Stati Uniti e Myanmar.

*** Una panoramica di questo affascinante lavoro è dato da J. H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, *Philosophical Transactions of the Royal Society, London A* 341, pp. 117–134, 1992.

* *

La tabella dei prefissi SI copre 72 ordini di grandezza. Quanti prefissi supplementari saranno necessari? Anche un elenco esteso comprenderà solo una piccola parte della gamma infinita di possibilità. La Conférence Générale des Poids et Mesures dovrà andare avanti per sempre, nella definizione di un infinito numero di prefissi SI? Perché?

* *

Il filosofo Francese Voltaire, dopo aver incontrato Newton, pubblicizzò l'ormai famosa storia che il collegamento tra la caduta degli oggetti e il moto della Luna fu scoperto da Newton quando vide un mela cadere da un albero. Più di un secolo dopo, poco prima della Rivoluzione francese, un comitato di scienziati decise di prendere come unità di forza precisamente la forza esercitata per gravità su una *mela standard*, e chiamarla dopo lo scienziato Inglese. Dopo ampio studio, si è constatato che la massa della mela standard era 101.9716 g; il suo peso è stato chiamato 1 newton. Da allora, i visitatori del museo di Sèvres vicino a Parigi sono stati in grado di ammirare il metro campione, il chilogrammotandard, e la mela standard.*

PRECISIONE ED ACCURATEZZA DELLE MISURE

Le misure sono alla base della fisica. Ogni misurazione ha un *errore*. Gli errori sono dovuti a mancanza di precisione o mancanza di accuratezza. La *precisione* significa come viene riprodotto bene un risultato quando la misura viene ripetuta; L'*accuratezza* è il grado con cui una misura corrisponde al valore reale.

La mancanza di precisione è dovuta a cause accidentali o *errori casuali*; essi sono meglio misurati dalla *deviazione standard*, di solito abbreviata σ ; è definita attraverso

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (294)$$

dove \bar{x} è la media delle misure x_i . (Potete immaginare perché è utilizzato $n - 1$ nella formula invece di n ?)

Per la maggior parte degli esperimenti, la distribuzione dei valori di misurazione tende verso una distribuzione normale, chiamata anche *distribuzione Gaussiana*, quando viene aumentato il numero di misurazioni. La distribuzione, indicata in [figura 110](#), è descritta dall'espressione

$$N(x) \approx e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}. \quad (295)$$

Il quadrato σ^2 della deviazione standard è pure chiamato la *varianza*. Per una distribuzione Gaussiana di valori di misure, $2,35\sigma$ è la larghezza a metà altezza.

La mancanza di accuratezza è dovuta agli *errori sistematici*; Di solito questi possono essere solo stimati. Tale stima viene spesso aggiunta agli errori casuali per produrre un

* Per essere chiari, questo è uno scherzo; non esiste la mela standard. *Non* uno scherzo tuttavia, che i proprietari di diversi meli in Gran Bretagna e negli Stati Uniti affermano la discendenza, per innesto, dall'albero originale sotto cui Newton ebbe la sua intuizione. Sono anche stati eseguiti test del DNA per decidere se tutte queste derivano dallo stesso albero. Il risultato è stato, ovviamente, che l'albero all'MIT, a differenza di quelli britannici, è un falso.

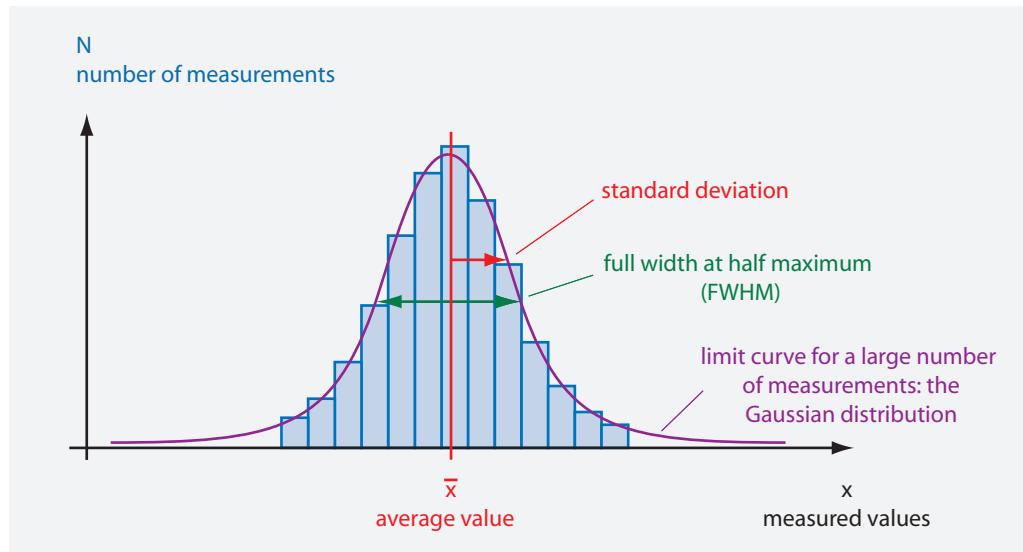


FIGURA 110 Un esperimento di precisione e la sua distribuzione di misura. La precisione è alta se la larghezza della distribuzione è ristretta; l'accuratezza è alta se il centro della distribuzione concorda con il valore reale.

Ref. 162 *errore sperimentale totale*, a volte chiamato anche *incertezza totale*. L'errore *relativo* o *incertezza* è il rapporto tra l'errore e il valore misurato.

Ad esempio, una misura professionale darà un risultato come $0,312(6)$ m. Il numero tra parentesi è la deviazione standard σ , in unità delle ultime cifre. Come sopra, è assunta una distribuzione Gaussiana per i risultati della misurazione. Pertanto, un valore di $0,312(6)$ m implica che il valore reale atteso giace

- entro 1σ con 68,3 % probabilità, quindi in questo esempio entro $0,312 \pm 0,006$ m;
- entro 2σ con 95,4 % probabilità, quindi in questo esempio entro $0,312 \pm 0,012$ m;
- entro 3σ con 99,73 % probabilità, quindi in questo esempio entro $0,312 \pm 0,018$ m;
- entro 4σ con 99,9937 % probabilità, quindi in questo esempio entro $0,312 \pm 0,024$ m;
- entro 5σ con 99,999 943 % probabilità, quindi in questo esempio entro $0,312 \pm 0,030$ m;
- entro 6σ con 99,999 999 80 % probabilità, quindi entro $0,312 \pm 0,036$ m;
- entro 7σ con 99,999 999 999 74 % probabilità, quindi entro $0,312 \pm 0,041$ m.

Sfida 393 s (Gli ultimi numeri hanno senso?)

Si noti che le deviazioni standard hanno una cifra; è necessario essere un esperto mondiale per usare due, e uno sciocco a usarne di più. Se non si specifica la deviazione standard, è assunta una (1). Di conseguenza, tra i professionisti, 1 km e 1000 m *non* sono la stessa lunghezza!

Cosa succede agli errori quando due valori misurati A e B sono aggiunti o sottratti? Se tutte le misure sono indipendenti – o non correlate – la deviazione standard della somma e quella della differenza è data da $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$. Per entrambi il prodotto o il rapporto di due valori misurati e non correlati C e D , il risultato è $\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$, dove i termini ρ sono le deviazioni standard relative.

Sfida 394 s Ammettiamo che misurate che un oggetto si muove di 1,0 m in 3,0 s: qual è il valore di velocità misurato?

LIMITI ALLA PRECISIONE

Sfida 395 f Cosa sono i limiti di accuratezza e precisione? Non c'è modo, anche in linea di principio, di misurare una lunghezza x con una *precisione* superiore a circa 61 cifre, perché in natura, il rapporto tra la più grande e la più piccola lunghezza misurabile è $\Delta x/x > l_{\text{Pl}}/d_{\text{horizon}} = 10^{-61}$. (Questo rapporto è valido anche per la forza o per il volume?) Nella parte finale della nostra avventura, gli studi di orologi e metri a barre rafforzano questo limite teorico.

Ma non è difficile dedurre limiti pratici più rigorosi. Nessuna macchina immaginabile può misurare grandezze con una precisione superiore della misura del diametro della Terra entro la lunghezza più piccola mai misurata, circa 10^{-19} m; che ha una precisione di circa 26 cifre. Utilizzando un limite più realistico delle dimensioni di una macchina di 1000 m implica un limite di 22 cifre. Se, come previsto in precedenza, le misure di tempo raggiungono davvero una precisione di 17 cifre, allora ci si sta avvicinando al limite pratico, perché a parte le dimensioni, vi è un'ulteriore limitazione pratica: il costo. Infatti, un'ulteriore cifra nella precisione della misura spesso significa una cifra aggiuntiva del costo delle attrezzature.

COSTANTI FISICHE

In fisica, le osservazioni generali sono dedotte da quelle più fondamentali. Di conseguenza, molte misure possono essere dedotte da quelle più fondamentali. Le misure fondamentali sono quelle delle costanti fisiche.

Ref. 301 Le seguenti tabelle indicano i valori migliori del mondo delle più importanti costanti e le proprietà delle particelle fisiche – in unità SI e in alcune altre unità comuni – come pubblicato in riferimenti standard. I valori sono le medie mondiali delle migliori misurazioni effettuate fino ad oggi. Come al solito, gli errori sperimentali, tra cui entrambi gli errori sistematici e casuali stimati, sono espressi dando la deviazione standard nelle ultime cifre. Infatti, dietro ciascuno dei numeri nelle seguenti tabelle c'è una lunga storia che vale la pena raccontare, ma per la quale non c'è abbastanza spazio qui.

Ref. 302 **Ref. 301** In linea di principio, tutte le proprietà quantitative della materia possono essere calcolate con la teoria quantistica ed i valori di alcune costanti fisiche. Ad esempio, il colore, la densità e le proprietà elastiche possono essere previste con le equazioni del modello standard delle particelle fisiche ed i valori delle seguenti costanti fondamentali.

Vol. V, pag. 271

TAVOLA 11 Costanti fisiche di base.

QUANTITÀ	SIMBOLO	VALORE IN UNITÀ SI	UNCERT. ^a
Costanti che definiscono le unità di misura SI			
Velocità della luce nel vuoto ^c	c	299 792 458 m/s	0
Permeabilità vuoto ^c	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m = 1,256 637 061 435 ... $\mu\text{H}/\text{m}$	0
permittività vuoto ^c	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8,854 187 817 620 ... pF/m	0

TAVOLA 11 (Continued) Basic physical constants.

Q U A N T I T À	S I M B O L O	V A L O R E I N U N I T À S I	U N C E R T. ^a
Costante di Plank originale	h	$6,626\,069\,57(52) \cdot 10^{-34}$ Js	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Costante di Plank ridotta, quanto d'azione	\hbar	$1,054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34}$ Js	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Carica del positrone	e	$0,160\,217\,656\,5(35)$ aC	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Costante di Boltzmann	k	$1,380\,6488(13) \cdot 10^{-23}$ J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Costante gravitazionale	G	$6,673\,84(80) \cdot 10^{-11}$ Nm ² /kg ²	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Costante di accoppiamento gravitazionale $\kappa = 8\pi G/c^4$		$2,076\,50(25) \cdot 10^{-43}$ s ² /kg m	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Costanti fondamentali (di origine sconosciuta)			
Numero di dimensioni dello spazio-tempo		$3 + 1$	0^b
Costante di struttura fine ^d o costante di accoppiamento e.m.	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = g_{\text{em}}(m_e^2 c^2)$	$1/137,035\,999\,074(44)$	$3,2 \cdot 10^{-10}$
costante di accoppiamento di Fermi ^d or costante di accoppiamento debole	$G_F/(\hbar c)^3$ or $\alpha_w(M_Z) = g_w^2/4\pi$	$1,166\,364(5) \cdot 10^{-5}$ GeV ⁻²	$4,3 \cdot 10^{-6}$
Angolo di miscelazione debole	$\sin^2\theta_W(\overline{MS})$	$1/30,1(3)$	$1 \cdot 10^{-2}$
	$\sin^2\theta_W$ (on shell)	$0,231\,24(24)$	$1,0 \cdot 10^{-3}$
	$= 1 - (m_W/m_Z)^2$	$0,2224(19)$	$8,7 \cdot 10^{-3}$
costante di accoppiamento forte ^d	$\alpha_s(M_Z) = g_s^2/4\pi$	$0,118(3)$	$25 \cdot 10^{-3}$
CKM matrice miscelazione dei quark	$ V $	$\begin{pmatrix} 0,97428(15) & 0,2253(7) \\ 0,2252(7) & 0,97345(16) \\ 0,00862(26) & 0,0403(11) \end{pmatrix}$	$0,00347(16)$ $0,0410(11)$ $0,999152(45)$
Invariante di Jarlskog	J	$2,96(20) \cdot 10^{-5}$	
PMNS matrice misc. neutrino	P	$\begin{pmatrix} 0,82 & 0,55 \\ -0,36 + 0,020i & 0,70 + 0,013i \\ 0,44 + 0,026i & -0,45 + 0,017i \end{pmatrix}$	$-0,15 + 0,038i$ $0,61$ $0,77$
Massa di particelle elementari (di origine sconosciuta)			
Massa elettrone	m_e	$9,109\,382\,91(40) \cdot 10^{-31}$ kg	$4,4 \cdot 10^{-8}$
		$5,485\,799\,0946(22) \cdot 10^{-4}$ u	$4,0 \cdot 10^{-10}$
		$0,510\,998\,928(11)$ MeV	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Massa muone	m_μ	$1,883\,531\,475(96) \cdot 10^{-28}$ kg	$5,1 \cdot 10^{-8}$
		$0,113\,428\,9267(29)$ u	$2,5 \cdot 10^{-8}$
		$105,658\,3715(35)$ MeV	$3,4 \cdot 10^{-8}$
Massa Tau	m_τ	$1,776\,82(16)$ GeV/c ²	
Massa neutrino el.	m_{ν_e}	< 2 eV/c ²	
Massa neutrino muone	m_{ν_μ}	< 2 eV/c ²	
Massa neutrino Tau	m_{ν_τ}	< 2 eV/c ²	
Massa quark top	u	$1,8$ to $3,0$ MeV/c ²	
Massa quark Down	d	$4,5$ to $5,5$ MeV/c ²	
Massa quark strano	s	$95(5)$ MeV/c ²	

TAVOLA 11 (Continued) Basic physical constants.

QUANTITÀ	SIMBOLO	VALORE IN UNITÀ SI UNCERT. ^a
Massa quark charm	c	1,275(25) GeV/c^2
Massa quark bottom	b	4,18(17) GeV/c^2
Massa quark top	t	173,5(1.4) GeV/c^2
Massa fotone	γ	$< 2 \cdot 10^{-54}$ kg
W boson!mass	W^\pm	80,385(15) GeV/c^2
Z boson!mass	Z^0	91,1876(21) GeV/c^2
massa Higgs	H	126(1) GeV/c^2
massa gluone	$g_{1\dots 8}$	c. 0 MeV/c^2
Masse di particelle composte		
Massa protone	m_p	$1,672\,621\,777(74) \cdot 10^{-27}$ kg $4,4 \cdot 10^{-8}$
		1,007 276 466 812(90) u $8,9 \cdot 10^{-11}$
		938,272 046(21) MeV $2,2 \cdot 10^{-8}$
Massa neutrone	m_n	$1,674\,927\,351(74) \cdot 10^{-27}$ kg $4,4 \cdot 10^{-8}$
		1,008 664 916 00(43) u $4,2 \cdot 10^{-10}$
		939,565 379(21) MeV $2,2 \cdot 10^{-8}$
unità di massa atomica	$m_u = m_{^{12}\text{C}}/12 = 1\,u$	$1,660\,538\,921(73)$ yg $4,4 \cdot 10^{-8}$

a. Incertezza: deviazione standard degli errori delle misure.

b. Misurati soltanto da 10^{-19} m a 10^{26} m.

c. Definizione di costante.

d. Tutte le costanti di accoppiamento dipendono dal trasferimento 4-momento, come spiegato nella sezione sulla rinormalizzazione. *costante di struttura fine* è il nome tradizionale per l'accoppiamento elettromagnetico costante g_{em} nel caso di un trasferimento 4-momento di $Q^2 = m_e^2 c^2$, che è il più piccolo possibile. Per momenti superiori ha valori più grandi, ad esempio, $g_{\text{em}}(Q^2 = M_W^2 c^2) \approx 1/128$. Al contrario, la costante di accoppiamento forte ha valori più bassi per trasferimenti di momenti più alti, cioè, $\alpha_s(34 \text{ GeV}) = 0.14(2)$.

perché tutte queste costanti hanno il valore che hanno? Per qualsiasi costante di base *con una dimensione*, come il quanto d'azione \hbar , il valore numerico ha un significato solo storico. E' $1,054 \cdot 10^{-34}$ Js a causa della definizione del joule e del secondo nel SI. La domanda perché il valore di una costante dimensionale non è più grande o più piccola pertanto richiede sempre di comprendere l'origine di alcuni numeri adimensionali dando il rapporto tra la costante e la corrispondente *unità naturale* che viene definita con c , G , \hbar e α . Maggiori informazioni sui valori delle unità naturali sono date sopra. Comprendere le dimensioni di atomi, persone, alberi e stelle, la durata dei processi molecolari e atomici, o la massa dei nuclei e delle montagne, implica la comprensione dei rapporti tra questi valori e la corrispondente unità naturale. La chiave per comprendere la natura è quindi la comprensione di tutti i rapporti, e quindi di tutti le costanti adimensionali. La ricerca della comprensione di tutti i rapporti, tra cui la costante di struttura fine α stessa, è completata solo nel volume finale della nostra avventura.

Le costanti di base producono le seguenti osservazioni utili ed altamente precise.

TAVOLA 12 Costanti fisiche derivate.

QUANTITÀ	SIMBOLO	VALORE IN UNITÀ SI	INCERT.
Impedenza del vuoto	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$	376,730 313 461 77... Ω	0
Numero di Avogadro	N_A	6,022 141 29(27) $\cdot 10^{23}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Numero di Loschmidt at 273, 15 K and 101 325 Pa	N_L	2,686 7805(24) $\cdot 10^{23}$	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Costante di Faraday	$F = N_A e$	96 485,3365(21) C/mol	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Costante universale dei gas	$R = N_A k$	8,314 4621(75) J/mol K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Volume molare del gas ideale at 273, 15 K and 101 325 Pa	$V = RT/p$	22,413 968(20) l/mol	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Costante di Rydberg ^a	$R_\infty = m_e c \alpha^2 / 2h$	10 973 731.568 539(55) m ⁻¹	$5 \cdot 10^{-12}$
Conduttanza quantistica	$G_0 = 2e^2/h$	77,480 917 346(25) μS	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Flusso magnetico quantistico	$\varphi_0 = h/2e$	2,067 833 758(46) pWb	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Rapporto di frequenza Josephson	$2e/h$	483,597 870(11) THz/V	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Costante di Von Klitzing	$h/e^2 = \mu_0 c / 2\alpha$	25 812.807 4434(84) Ω	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Magnetone di Bohr	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9,274 009 68(20) yJ/T	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Raggio dell'elettrone classico	$r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2$	2,817 940 3267(27) fm	$9,7 \cdot 10^{-10}$
Lunghezza d'onda Compton dell'elettrone	$\lambda_C = h/m_e c$	2,426 310 2389(16) pm	$6,5 \cdot 10^{-10}$
Raggio di Bohr ^a	$\lambda_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0,386 159 268 00(25) pm	$6,5 \cdot 10^{-10}$
Quanto di circolazione	$a_\infty = r_e/\alpha^2$	52,917 721 092(17) pm	$3,2 \cdot 10^{-10}$
carica specifica del positrone	$h/2m_e$	3,636 947 5520(24) $\cdot 10^{-4}$ m ² /s	$6,5 \cdot 10^{-10}$
Frequenza di ciclotrone of the electron	e/m_e	1,758 820 088(39) $\cdot 10^{11}$ C/kg	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnetico dell'elettrone	μ_e	-9,284 764 30(21) $\cdot 10^{-24}$ J/T	$2,2 \cdot 10^{-8}$
	μ_e/μ_B	-1,001 159 652 180 76(27)	$2,6 \cdot 10^{-13}$
	μ_e/μ_N	-1,838 281 970 90(75) $\cdot 10^3$	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Fattore g dell'elettrone	g_e	-2,002 319 304 361 53(53)	$2,6 \cdot 10^{-13}$
Rapporto di massa muone–elettrone	m_μ/m_e	206,768 2843(52)	$2,5 \cdot 10^{-8}$
Momento magnetico del muone	μ_μ	-4,490 448 07(15) $\cdot 10^{-26}$ J/T	$3,4 \cdot 10^{-10}$
fattore-g muone	g_μ	-2,002 331 8418(13)	$6,3 \cdot 10^{-10}$
Rapporto di massa protone–elettrone	m_p/m_e	1 836,152 672 45(75)	$4,1 \cdot 10^{-10}$
Carica specifica protone	e/m_p	9,578 833 58(21) $\cdot 10^7$ C/kg	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Lunghezza d'onda Compton protone magnetone nucleare	$\lambda_{C,p} = h/m_p c$	1,321 409 856 23(94) fm	$7,1 \cdot 10^{-10}$
Momento magnetico protone	$\mu_p = e\hbar/2m_p$	5,050 783 53(11) $\cdot 10^{-27}$ J/T	$2,2 \cdot 10^{-8}$
	μ_p/μ_B	1,410 606 743(33) $\cdot 10^{-26}$ J/T	$2,4 \cdot 10^{-8}$
	μ_p/μ_N	1,521 032 210(12) $\cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-9}$
Rapporto giromagnetico protone	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	2,792 847 356(23)	$8,2 \cdot 10^{-8}$
Fattore g protone	g_p	2,675 222 005(63) $\cdot 10^8$ Hz/T	$2,4 \cdot 10^{-8}$
Rapporto di massa neutrone–elettrone	m_n/m_e	5,585 694 713(46)	$8,2 \cdot 10^{-10}$
		1 838,683 6605(11)	$5,8 \cdot 10^{-10}$

TAVOLA 12 (Continued) Costanti fisiche derivate.

Q U A N T I T À	S I M B O L O	V A L O R E I N U N I T À S I	I N C E R T.
Rapporto di massa neutrone–protone	m_n/m_p	1,001 378 419 17(45)	$4,5 \cdot 10^{-10}$
Lunghezza d'onda Compton neutrone	$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	1,319 590 9068(11) fm	$8,2 \cdot 10^{-10}$
Momento magnetico neutrone	μ_n	$-0,966 236 47(23) \cdot 10^{-26}$ J/T	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_B	$-1,041 875 63(25) \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_N	$-1,913 042 72(45)$	$2,4 \cdot 10^{-7}$
Costante di Stefan–Boltzmann	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2$	56,703 73(21) nW/m ² K ⁴	$3,6 \cdot 10^{-6}$
Costante dello spostamento di Wien	$b = \lambda_{\max} T$	2,897 7721(26) mmK 58,789 254(53) GHz/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$ $9,1 \cdot 10^{-7}$
Electron volt	eV	$1,602 176 565(35) \cdot 10^{-19}$ J	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Costante di conversione bit-entropia	$k \ln 2$	10^{23} bit = 0,956 994 5(9) J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
contenuto d'energia TNT		3,7 to 4,0 MJ/kg	$4 \cdot 10^{-2}$

a. Per la massa infinita dei nuclei.

Nella seguente tabella vengono date alcune proprietà utili del nostro ambiente locale.

TAVOLA 13 Costanti astronomiche.

Q U A N T I T À	S I M B O L O	V A L O R E
Anno tropicale 1900 ^a	<i>a</i>	31 556 925,9747 s
Anno tropicale 1994	<i>a</i>	31 556 925,2 s
Giorno siderale medio	<i>d</i>	$23^h 56' 4,090 53''$
Distanza media Terra–Sole ^b		149 597 870,691(30) km
unità astronomiche ^b	AU	149 597 870 691 m
Anno luce, basato sull'anno Giuliano ^b	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsec	pc	30,856 775 806 Pm = 3,261 634 al
Massa della Terra	M_\oplus	$5,973(1) \cdot 10^{24}$ kg
Costante gravitazionale geocentrica	GM	$3,986 004 418(8) \cdot 10^{14}$ m ³ /s ²
Lunghezza gravitazionale della Terra	$l_\oplus = 2GM/c^2$	8,870 056 078(16) mm
Raggio equatoriale della Terra ^c	$R_{\oplus_{\text{eq}}}$	6378,1366(1) km
Raggio polare della Terra ^c	$R_{\oplus_{\text{p}}}$	6356,752(1) km
Equator–pole distance ^c		10 001,966 km (average)
Schiacciamento della Terra ^c	e_\oplus	1/298,25642(1)
Densità media Terra	ρ_\oplus	5,5 Mg/m ³
Earth's age	T_\oplus	4,50(4) Ga = 142(2) Ps
Gravità normale Terra	g	9,806 65 m/s ²
pressione atmosferica standard della Terra	p_0	101 325 Pa
Raggio della Luna	$R_{\mathbb{C}_v}$	1738 km in direzione della Terra
Raggio della Luna	$R_{\mathbb{C}_h}$	1737,4 km nelle altre due direzioni
Massa della Luna	$M_{\mathbb{C}}$	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg

TAVOLA 13 (Continued) Costanti astronomiche.

Q U A N T I T À	S I M B O L O	V A L O R E
Distanza media della Luna ^d	$d_{\mathbb{Q}}$	384 401 km
Distanza della Luna al perigeo ^d		tipicamente 363 Mm, minimo storico 359 861 km
Distanza della Luna all' apogeo ^d		tipicamente 404 Mm, massimo storico 406 720 km
Dimensione angolare della Luna ^e		medio $0,5181^{\circ} = 31,08'$, minimo $0,49^{\circ}$, massimo $0,55^{\circ}$
Densità media della Luna	$\rho_{\mathbb{Q}}$	$3,3 \text{ Mg/m}^3$
Gravità sulla superficie della Luna	$g_{\mathbb{Q}}$	$1,62 \text{ m/s}^2$
pressione atmosferica della Luna	$p_{\mathbb{Q}}$	dalla 10^{-10} Pa (notte) al 10^{-7} Pa (giorno)
Massa di Giove	$M_{\mathbb{Q}}$	$1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$
raggio equatoriale di Giove	$R_{\mathbb{Q}}$	71,398 Mm
raggio polare di Giove	$R_{\mathbb{Q}}$	67,1(1) Mm
distanza media di Giove dal Sole	$D_{\mathbb{Q}}$	778 412 020 km
gravità sulla superficie di Giove	$g_{\mathbb{Q}}$	$24,9 \text{ m/s}^2$
pressione atmosferica di Giove	$p_{\mathbb{Q}}$	da 20 kPa a 200 kPa
Massa del Sole	M_{\odot}	$1,988\,43(3) \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Lunghezza gravitazionale del Sole	$2GM_{\odot}/c^2$	2,953 250 08(5) km
Costante gravitazionale eliocentrica	GM_{\odot}	$132,712\,440\,018(8) \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Luminosità del Sole	L_{\odot}	384,6 YW
raggio equatoriale del Sole	R_{\odot}	695,98(7) Mm
dimensione angolare del Sole		0,53° media; Minimo al quattro di Luglio (afelio) 1888 "", massimo al quattro di Gennaio (perielio) 1952 "
Densità media del Sole	ρ_{\odot}	$1,4 \text{ Mg/m}^3$
Distanza media del Sole	AU	149 597 870,691(30) km
Età del Sole	T_{\odot}	4.6 Ga
Velocità del Sole	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
attorno al centro della galassia		
Velocità del Sole	$v_{\odot b}$	370,6(5) km/s
rispetto alla radiazione di fondo		
Gravità sulla superficie del Sole	g_{\odot}	274 m/s^2
La più bassa pressione fotosferica del Sole	p_{\odot}	15 kPa
Distanza del centro della Via Lattea		$8,0(5) \text{ kpc} = 26,1(1,6) \text{ kal}$
Età della Via Lattea		13,6 Ga
Dimensione della Via Lattea		$c. 10^{21} \text{ m}$ or 100 kal
Massa della Via Lattea		$10^{12} \text{ solar masses}$, $c. 2 \cdot 10^{42} \text{ kg}$
La massima distanza di ammassi di galassie conosciute SXDF-XCLJ		$9.6 \cdot 10^9 \text{ al}$
	0218-0510	

Sfida 396 s
Ref. 303

a. Definizione di costante, da equinozio di primavera ad equinozio di primavera.; una volta esso era utilizzato per definire il secondo. (Ricorda: π secondi è circa un nanosecolo.) Il valore per il 1990 è di circa meno 0,7 s, corrispondente ad un rallentamento di circa 0,2 ms/a. (Attenzione: perché?) C'è anche una formula empirica per la variazione della lunghezza dell'anno nel tempo.

b. La precisione veramente sorprendente nella distanza media Terra–Sole di solo 30 m risulta da medie temporali di segnali inviati dal modulo orbitante Viking e dal modulo di atterraggio di Marte prese per un periodo di oltre venti anni. Notare che l'Unione Astronomica Internazionale distingue la distanza media Terra–Sole dalla *unità astronomica* stessa; quest'ultima è definita come una lunghezza fissa e precisa. Anche l'*anno luce* è un'unità definita come numero esatto dalla UAI. Per ulteriori informazioni, vedere www.iau.org/public/measuring.

c. La forma della Terra è descritta più precisamente con il Sistema Geodetico Mondiale. L'ultima edizione risale dal 1984. Per una vasta presentazione del suo background e delle sue informazioni, vedere il www.wgs84.com website. L'Unione Geodetica Internazionale ha affinato i dati nel 2000. I raggi e l'appiattimento dati qui sono quelli per il 'sistema della marea media'. Essi differiscono da quelli del 'sistema a marea zero' e altri sistemi di circa 0,7 m. I dettagli costituiscono una scienza in sé.

d. Misurata da centro a centro. Per trovare la posizione esatta della Luna a una certa data, vedere la pagina web www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Per i pianeti, vedere la pagina www.fourmilab.ch/solar/solar.html e le altre pagine dello stesso sito.

e. Gli angoli sono definiti come segue: 1 grado = $1^\circ = \pi/180$ rad, 1 (primo) minuto = $1' = 1^\circ/60$, 1 (minuto) secondo = $1'' = 1'/60$. Le antiche unità 'minuto terzo' e 'minuto quarto', ciascuno 1/60th del precedente, non sono più in uso. ('Minuto' significa originariamente 'molto piccolo', come nell'Inglese moderno.)

Sfida 397 s

Alcune proprietà della natura in generale sono elencate nella seguente tabella. (Se volete una sfida, potete determinare se una proprietà dell'universo stesso è elencata?)

TAVOLA 14 Costanti cosmologiche.

Q U A N T I T À	S I M B O L O	V A L O R E
Costanti cosmologiche	Λ	$c. 1 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$
Età dell'universo ^a	t_0	$4,333(53) \cdot 10^{17} \text{ s} = 13,8(0,1) \cdot 10^9 \text{ a}$
		(determinata per lo spazio-tempo, in espansione, utilizzando la relatività generale)
Età dell'universo ^a	t_0	over $3,5(4) \cdot 10^{17} \text{ s} = 11,5(1,5) \cdot 10^9 \text{ a}$
		(determinata per le galassie, attraverso galassie e stelle, utilizzando la teoria quantistica)
Parametro di Hubble ^a	H_0	$2,3(2) \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} = 0,73(4) \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$ $= h_0 \cdot 100 \text{ km/s Mpc} = h_0 \cdot 1,0227 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$
Parametro di Hubble ridotto ^a	h_0	0.71(4)
parametro di decelerazione ^a	$q_0 = -(a/a)_0/H_0^2$	-0,66(10)
Distanza dell'orizzonte dell'Universo ^a	$d_0 = 3ct_0$	$40,0(6) \cdot 10^{26} \text{ m} = 13,0(2) \text{ Gpc}$
Topologia dell'Universo		approssimata a 10^{26} m
Numero di dimensioni dello spazio		3, per distanze sino a 10^{26} m
Densità critica of the universe	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$h_0^2 \cdot 1.87882(24) \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3$ $= 0,95(12) \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3$
Parametro di densità (totale) ^a	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1,02(2)
Parametro di densità del barione ^a	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0,044(4)

TAVOLA 14 (Continued) Cosmological constants.

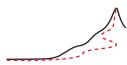
Q U A N T I T À	S I M B O L O	V A L O R E
Parametro di densità della materia oscura fredda ^a	$\Omega_{\text{CDM}0} = \rho_{\text{CDM}0}/\rho_c$	0,23(4)
Parametro di densità del neutrino ^a	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0,001 to 0,05
Parametro di densità dell'energia oscura ^a	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	0,73(4)
Parametro di stato dell'energia oscura	$w = p_X/\rho_X$	-1, 0(2)
Massa del barione	m_b	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Numero densità del barione		$0,25(1) / \text{m}^3$
Densità della materia luminosa		$3,8(2) \cdot 10^{-28} \text{ kg/m}^3$
Stelle nell'universo	n_s	$10^{22 \pm 1}$
Barioni nell'universo	n_b	$10^{81 \pm 1}$
Temperatura della radiazione di fondo ^b	T_0	2,725(1) K
Fotoni nell'universo	n_γ	10^{89}
Densità di energia del fotone	$\rho_\gamma = \pi^2 k^4 / 15 T_0^4$	$4,6 \cdot 10^{-31} \text{ kg/m}^3$
Numero densità del fotone		$410,89 / \text{cm}^3$ or $400 / \text{cm}^3 (T_0/2,7 \text{ K})^3$
Aampiezza perturbazione di densità	\sqrt{S}	$5,6(1,5) \cdot 10^{-6}$
Aampiezza onda di gravità	\sqrt{T}	$< 0,71 \sqrt{S}$
Fluttuazioni di massa 8 Mpc	σ_8	0,84(4)
Indice scalare	n	0,93(3)
Esecuzione indice scalare	$dn/d\ln k$	-0,03(2)
Lunghezza di Planck	$l_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1,62 \cdot 10^{-35} \text{ m}$
Tempo di Planck	$t_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5,39 \cdot 10^{-44} \text{ s}$
Massa di Planck	$m_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G}$	$21,8 \mu\text{g}$
Istanti nella storia ^a	t_0/t_{Pl}	$8,7(2,8) \cdot 10^{60}$
Punti spazio-tempo dentro l'orizzonte ^a	$N_0 = (R_0/l_{\text{Pl}})^3 \cdot (t_0/t_{\text{Pl}})$	$10^{244 \pm 1}$
Massa dentro l'orizzonte	M	$10^{54 \pm 1} \text{ kg}$

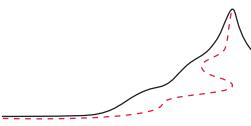
a. L'indice 0 valori odierni.

b. La radiazione originata quando l'universo aveva 380 000 anni ed una temperatura di circa 3000 K; le fluttuazioni ΔT_0 che hanno portato alla formazione delle galassie sono oggi circa $16 \pm 4 \mu\text{K} = 6(2) \cdot 10^{-6} T_0$.

USEFUL NUMBERS

π	3, 14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 ₅
e	2, 71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995 ₉
γ	0, 57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243 10421 59335 93992 ₃
$\ln 2$	0, 69314 71805 59945 30941 72321 21458 17656 80755 00134 36025 ₅
$\ln 10$	2, 30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420 76011 01488 62877 ₂
$\sqrt{10}$	3, 16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853 37195 55139 32521 ₆





SUGGERIMENTI DELLE SFIDE E SOLUZIONI

Vol. III, pag. 187

Sfida ??, page ??: Non esitate a essere esigenti e rigorosi. La prossima edizione del testo potrà beneficiarne.

Sfida 1, page 15: Un cono o un iperoloide circolare guarda anche dritto da ‘tutte’ le direzioni, a condizione che il posizionamento dell’occhio sia scelto opportunamente. Pertanto, per controllare la planarità, abbiamo bisogno non solo di girare l’oggetto, ma anche di spostarlo. Il metodo migliore per controllare la planarità è quello di utilizzare l’interferenza tra un fascio di luce coerente in arrivo e in partenza *con un diametro che ricopre l’intero oggetto. Se le frange di interferenza in un tale *interferogramma* sono diritte, la superficie è piana.

Sfida 2, page 16: Una frazione finita di infinito è ancora infinita. L’infinito non può essere utilizzato come unità.

Sfida 3, page 16: L’ora in cui la Luna Io entra l’ombra nella seconda misura si verifica con circa 1000 s di ritardo rispetto alle previsioni della prima misurazione. Dato che la Terra è di circa $3 \cdot 10^{11}$ m ulteriormente lontana da Giove e Io, si ottiene il valore usuale per la velocità della luce.

Impr**Sfida 4, page 18:** Per compensare l’aberrazione, il telescopio deve essere inclinato *lungo* la direzione del moto della Terra; per compensare la parallasse, *perpendicolarmente* al moto.

Sfida 5, page 18: I diagrammi sopra in [figura 3](#) suggeriscono di utilizzare la *tangente* nell’equazione (1); i diagrammi inferiori di utilizzare il *seno*; tuttavia, entrambe le espressioni sono errate, poiché non impediscono apparizioni di velocità superiori a c . La formula esatta, con la radice quadrata, risulta da un calcolo relativistico.

Sfida 6, page 18: Il disegno lo mostra. Osservatore, Luna e Sole formano un triangolo. Quando la Luna è mezza piena, l’angolo alla Luna è un angolo retto. Pertanto il rapporto di distanza può essere determinato, anche se non facilmente, poiché l’angolo all’osservatore è pure molto vicino ad un angolo retto.

Pagina 156

Sfida 7, page 18: Ci sono Occhi di Gatto sulla Luna depositati lì durante le missioni Apollo e Lunokhod. Essi sono utilizzati per riflettere impulsi luminosi laser 35 ps inviati lì attraverso i telescopi. I tempi del viaggio di andata dà quindi la distanza della Luna. Naturalmente, la distanza assoluta non è conosciuta con elevata precisione, ma le variazioni lo sono. Lo spessore dell’atmosfera è la più grande fonte di errore. Vedere i siti web www.csr.utexas.edu/mlrs e ilrs.gsfc.nasa.gov.

Sfida 8, page 18: Fizeau utilizzò uno specchio a 8.6 km di distanza. Come mostra l’immagine, egli dovette solo contare i denti della sua ruota dentata e misurare la sua velocità di rotazione quando la luce va in una direzione attraverso un dente e ritorna al prossimo.

Sfida 9, page 18: Il tempo di otturazione deve essere inferiore a $T = l/c$, in altre parole, più breve di 30 ps; si trattava di un otturatore a *gas*, non uno solido. Esso era innescato da impulsi

* In generale, due fasci di luce – o altre due onde – sono chiamati *coerenti* se hanno differenza di fase e frequenza costanti. La coerenza permette ed è necessaria per l’interferenza.

di luce rossa (mostrati nella fotografia) temporizzato dall'impulso da fotografare; per certi materiali, come il gas utilizzato, la luce forte può portare a imbianchimento, in modo che diventino trasparenti. Per più dettagli circa l'otturatore e la sua tecnica di innesco pulito, vedere il documento degli autori. Per otturatori ancora più veloci, si veda anche la discussione del volume VI, pagina ??.

Sfida 10, page 19: Basta prendere una fotografia di un fulmine mentre si sposta la fotocamera orizzontalmente. Vedrete che un fulmine è composto da diverse scariche; tutto dimostra che il fulmine è molto più lento della luce.

Se un fulmine si spostasse veloce quasi come la luce stessa, l'effetto Doppler cambierebbe il colore a seconda dell'angolo in cui lo si guarda, rispetto alla sua direzione di moto. Un fulmine vicino cambierebbe colore da cima a fondo.

Sfida 11, page 21: I più veloci lampi erano particelle subatomiche, come i muoni, che decadono emettendo un fotone, quindi un piccolo lampo di luce. Tuttavia, anche alcune stelle emettono veloci getti di materia, che si muovono con velocità paragonabili a quella della luce.

Ref. 334

Sfida 12, page 21: La velocità dei neutrini è la stessa di quella della luce a 9 cifre decimali, poiché si osserva che i neutrini e la luce arrivano insieme, entro 12 secondi l'uno dall'altro, dopo un viaggio di 170 000 anni luce dall'esplosione di una supernova.

Sfida ??, page ??: Anche la direzione dell'impulso di luce che arriva è difficile da misurare prima che arrivi. Ma forse si potrebbe giocare sulla superficie di un buco nero? O sotto l'acqua? Godevi l'esplorazione.

Sfida 14, page 25: Questa è meglio discussa mostrando che le altre possibilità non hanno senso.

Sfida 15, page 26: La coordinata spaziale dell'evento in cui la luce è riflessa è $c(k^2 - 1)T/2$; la coordinata temporale è $(k^2 + 1)T/2$. Il loro rapporto deve essere v . Risolvendo per k dà il risultato.

Sfida 17, page 27: Il moto di onde radio, raggi infrarossi, ultravioletti e raggi gamma è anche inarrestabile. Un altro sospetto passato, il neutrino, è stato trovato di avere una massa e di essere quindi in linea di principio arrestabile. Il moto della gravità è anche inarrestabile.

Sfida 19, page 29: $\lambda_R/\lambda_S = \gamma$.

Sfida 20, page 29: Per passare dal rosso acceso (650 nm) al verde (550 nm), è necessario che $v = 0.166c$.

Sfida 21, page 29: La gente misura lo spostamento delle righe spettrali, come lo spostamento della cosiddetta linea di idrogeno di Lyman - α , che è emessa (o assorbita) quando un elettrone libero viene catturato (o espulso) da un protone. È una delle famose linee di Fraunhofer.

Vol. IV, pag. 186

Sfida 22, page 29: Le velocità sono date da

$$v/c = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \quad (296)$$

che implica $v(z = -0.1) = 31 \text{ Mm/s} = 0.1c$ verso l'osservatore e $v(z = 5) = 284 \text{ Mm/s} = 0.95c$ via dall'osservatore.

Un spostamento verso il rosso di 6 implica una velocità di $0.96c$; tali velocità appaiono perché, come vedremo nella sezione della relatività generale, gli oggetti lontani retrocedono da noi. Ed alti spostamento verso il rosso sono osservati solo per gli oggetti che sono estremamente lontani dalla Terra, e più sono veloci più sono lontani. Per un spostamento verso il rosso di 6 c'è una distanza di parecchie migliaia di milioni di anni luce.

Sfida 23, page 29: Nessun effetto Doppler è visto per un osservatore distante in quiete rispetto alla massa grande. In altri casi c'è ovviamente un effetto Doppler, ma non è dovuto alla deflessione.

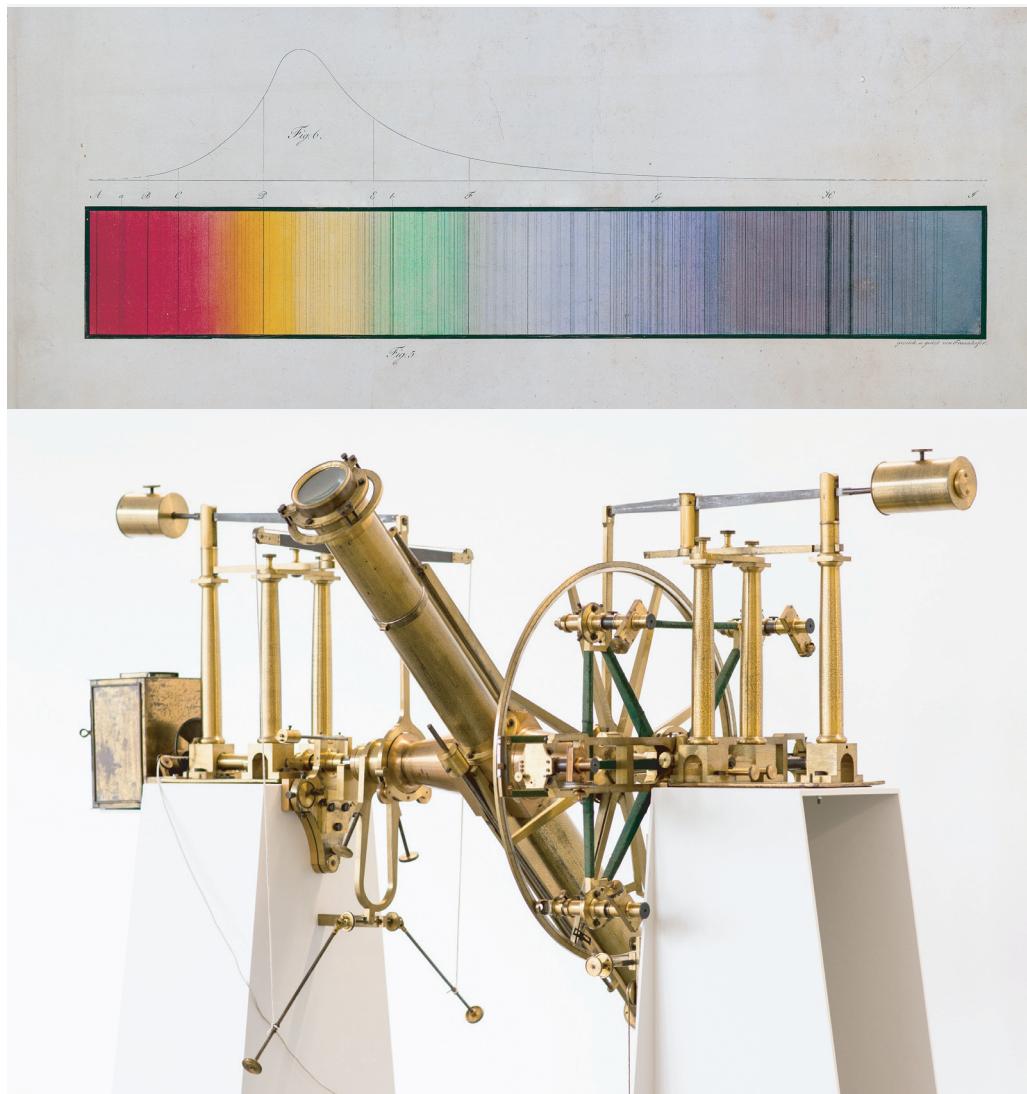


FIGURA 111 Le originali linee pubblicate da Fraunhofer (© Fraunhofer Gesellschaft).

Sfida 24, page 30: La velocità del suono non è invariante dalla velocità degli osservatori. Di conseguenza, l'effetto Doppler per il suono conferma anche – all'interno delle differenze di misura – che il tempo è lo stesso per osservatori in moto ciascuno contro l'altro.

Sfida 27, page 31: All'interno dei tubi televisivi a colori (esse usavano tensioni più alte, in genere 30 kV, rispetto a quelle in bianco e nero), gli elettroni sono descritti da $v/c \approx \sqrt{2 \cdot 30/511}$ o $v \approx 0.3c$.

Sfida 28, page 32: Se potete immaginarlo, pubblicatelo. I lettori saranno felici di sentire la storia.

Sfida 30, page 32: Il collegamento tra invarianza dell'osservatore e la proprietà limite è generalmente valida in natura. Tuttavia, un argomento completo ed ermetico non è ancora a portata di mano. Se ne avete uno, pubblicatelo!

Sfida 33, page 34: Se la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori, nessun osservatore

può fingere di essere più in quiete di un altro (sempre che lo spazio-tempo sia piatto), perché non vi è alcuna osservazione dall'elettrodinamica, meccanica o altra parte della fisica che permette una tale dichiarazione.

Sfida 37, page 37: Il valore umano è raggiunto negli acceleratori di particelle; il valore in natura si trova nei raggi cosmici delle più alte energie.

Sfida 36, page 37: Ridisegnando [figura 8](#) su [pagina 25](#) l'altro osservatore fa il punto.

Sfida 38, page 38: La serie di eventi si comporta come una varietà, perché si comporta come uno spazio a quattro dimensioni: esso ha infiniti punti intorno a qualsiasi punto di partenza, e le distanze si comportano come quelle abituali, i limiti si comportano come quelli abituali. Esso differisce di una dimensione aggiunta, e dal segno nella definizione della distanza; quindi, propriamente parlando, si tratta di una varietà Riemanniana.

Sfida 39, page 39: L'infinità è evidente, così come l'apertura. Così l'equivalenza di topologia può essere dimostrata immaginando che la molteplicità è in gomma e avvolta attorno ad una sfera.

Sfida 40, page 40: Il cono di luce rimane invariato; così pure il nesso causale.

Sfida 41, page 41: In questo caso, la divisione dello spazio-tempo attorno ad un osservatore inerziale nel futuro, passato e altrove non sarebbe più valida, e il futuro potrebbe influenzare il passato (come visto da un altro osservatore).

Sfida ??, page ??: Per capire il paradosso dei gemelli, il modo migliore è quello di disegnare un diagramma spazio-temporale che mostra come ogni gemello invia un segnale di tempo a intervalli regolari, come visto nel proprio orologio, a suo fratello. Alcuni esempi sono riportati in [figura 112](#). Questi segnali di tempo dimostrano quanto egli sia invecchiato. Vedrete direttamente che, durante il viaggio, un gemello manda un minor numero di segnali all'altro.

Sfida 45, page 44: Il rapporto previsto dal ragionamento ingenuo è $(1/2)^{(6.4/2.2)} = 0.13$.

Sfida 46, page 44: Il fattore dilatazione dei tempi per $v = 0.9952c$ è 10.2, dando un vero e proprio tempo di 0.62 μ s; quindi il rapporto previsto dalla relatività speciale è $(1/2)^{(0.62/2.2)} = 0.82$.

Sfida 47, page 45: Inviate un segnale luminoso dal primo orologio al secondo orologio e indietro. Prendetevi il tempo di mezzo tra la partenza e l'arrivo, e poi confrontatelo con il tempo alla riflessione. Ripetete questo un paio di volte. Vedere anche [figura 8](#).

Sfida 50, page 45: Non con gli attuali metodi sperimentali.

Sfida 51, page 45: Suggerimento: pensate a diverse direzioni di vista.

Sfida 53, page 46: Suggerimento: fare attenzione alla definizione di 'rigidita'.

Sfida 55, page 47: Mentre il glider che parte passa la lacuna, la luce non può rimanere a qualsiasi velocità, se il glider è più breve della lacuna. Questo è strano a prima vista, perché il glider non accende la lampada anche ad alte velocità, anche se nel sistema del glider c'è un contatto ad entrambe le estremità. La ragione è che in questo caso non c'è abbastanza tempo per inviare il segnale alla batteria che il contatto è stabilito, in modo che la corrente non può iniziare a fluire.

Supponete che il flusso di corrente con velocità u , che è dell'ordine di c . Allora, come mostrò Dirk Van de Moortel, la lampada si spegne se la lunghezza del glider l e la lunghezza della lacuna d obbediscono a $l/d < \gamma(u + v)/u$. Vedere anche il riferimento citato.

Per un glider che si avvicina alla lacuna e la lampada, la situazione è differente: un glider più corto della lacuna può mantenere la lampada per tutto il tempo, come sottolineato da S.R. Madhu Rao.

Perché i dibattiti spesso si riscaldano? Alcune persone fingono (falsamente) che il problema non è fisico; altri diranno che sono necessarie le equazioni di Maxwell. Altri ancora diranno che il problema è assurdo, perché per lunghezze più grandi del glider, la risposta on/off dipende dal valore preciso della velocità. Tuttavia, questo è effettivamente il caso in questa situazione.

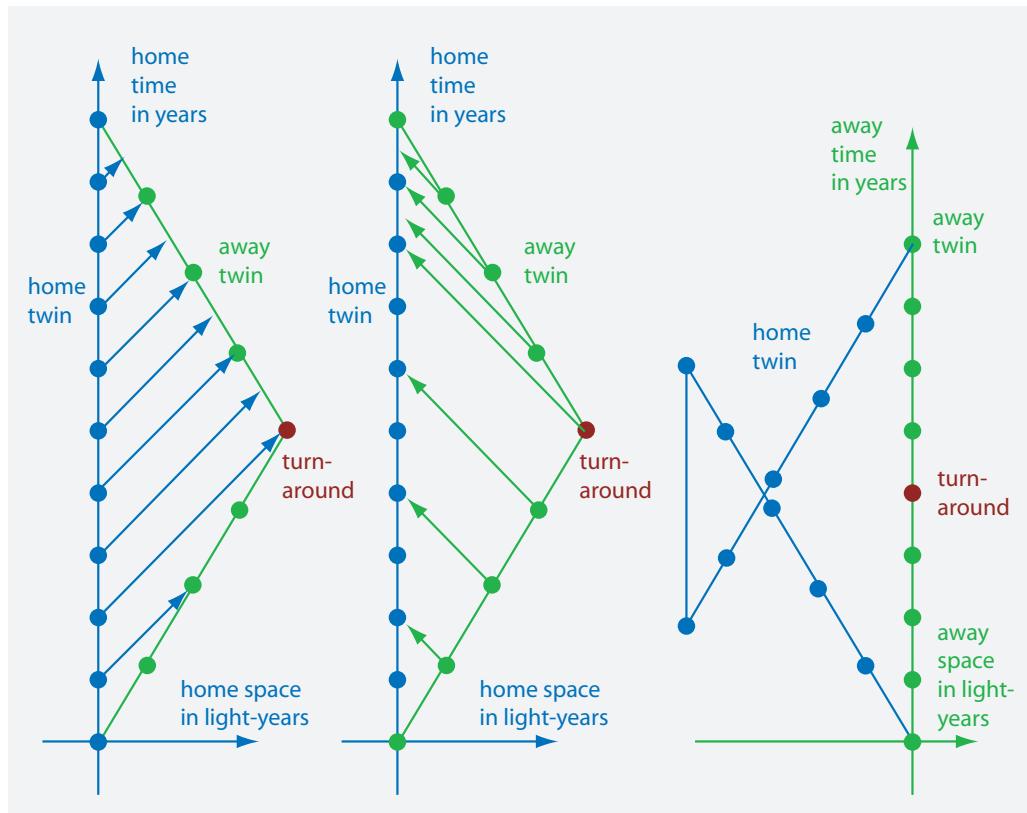


FIGURA 112 Il paradosso dei gemelli: (a sinistra e al centro) la temporizzazione per entrambi i gemelli con i segnali inviati tra i due gemelli nel sistema inerziale del gemello a casa, e (a destra) la descrizione del gemello lontano, in un sistema che, tuttavia, non è inerziale.

Sfida 56, page 47: Sì, la corda si spezza; in auto accelerate, la distanza cambia, come mostrato più avanti nel testo.

Sfida 57, page 47: Il sommergibile affonderà. Il sommergibile veloce sarà anche più pesante, poiché la sua energia cinetica si aggiunge al suo peso. L'effetto di contrazione lo renderebbe più leggero, come dice il capitano, ma per una quantità inferiore. Il peso totale – contando verso l'alto come positivo – è dato da $F = -mg(\gamma - 1/\gamma)$.

Sfida 58, page 47: Un sottomarino relativistico si fonderebbe immediatamente per attrito con l'acqua. In caso contrario, volerebbe dal pianeta, perché si muove più velocemente della velocità di fuga. E produrrebbe diversi altri disastri.

Sfida 59, page 48: Una collana di perle relativistica diventa più corta, ma come al solito, la riduzione può essere solo misurata, non fotografata. A velocità relativistiche, le dimensioni misurate delle perle sono ellisoidi appiattiti. Le sfere non si trasformano in sfere. La collana osservata è composta da ellisoidi sovrapposti.

Sfida ??, page ??: No: pensateci!

Sfida 61, page 51: Sì, l'invecchiamento in una valle è rallentato rispetto alle cime delle montagne. Tuttavia, la corretta sensazione del tempo non viene modificata. La ragione per l'aspetto dei capelli grigi non è nota; se il cronometraggio è genetico, il tempo proprio in cui esso avviene è lo stesso in entrambe le posizioni.

Sfida 62, page 51: Non c'è modo di mettere un osservatore nei punti specificati. La velocità propria può essere definita solo per gli osservatori, cioè, per entità che possono portare un orologio. Questo non è il caso per le immagini.

Sfida 63, page 52: Basta usare la geometria semplice per mostrare questo.

Sfida 64, page 53: Ancora più interessante, l'orizzonte può facilmente muoversi più velocemente della luce, se si sposta la testa in modo appropriato, come può la fine dell'arcobaleno.

Sfida 134, page 88: La luce è necessaria per determinare la distanza *e* per sincronizzare gli orologi; pertanto non vi è alcun modo per misurare la velocità della luce da un punto all'altro da soli. Il moto inverso deve essere incluso. Tuttavia, possono ancora essere fatte alcune dichiarazioni sulla velocità unidirezionale della luce (vedere math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/experiments.html). Tutti gli esperimenti sulla velocità unidirezionale della luce fatti finora sono coerenti con un valore isotropico che è uguale alla velocità bidirezionale. Tuttavia, nessun esperimento è in grado di escludere un gruppo di teorie in cui la velocità unidirezionale della luce è anisotropa e quindi diversa dalla velocità bidirezionale. Tutte le teorie di questo gruppo hanno la proprietà che la velocità *di andata e ritorno* della luce è isotropa in ogni sistema inerziale, ma la velocità *unidirezionale* è isotropa solo in un sistema 'etero' preferito. In tutte queste teorie, in tutti i sistemi inerziali, gli effetti del trasporto lento dell'orologio compensano esattamente gli effetti della velocità unidirezionale anisotropa della luce. Tutte queste teorie sono sperimentalmente indistinguibili dalla relatività speciale. In pratica, pertanto, la velocità unidirezionale della luce è stata misurata ed è costante. Ma rimane una piccola opzione.

Le sottigliezze della velocità unidirezionale e bidirezionale della luce sono state un punto di discussione per lungo tempo. È stato spesso sostenuto che un fattore diverso di due, che porterebbe ad una distinzione tra la velocità unidirezionale della luce e la velocità bidirezionale della luce, non si può escludere dall'esperimento, purché la velocità bidirezionale della luce rimanga c per tutti gli osservatori.

Ref. 328 Molti esperimenti sulla velocità unidirezionale della luce sono spiegati e discussi da Zhang.. Egli dice nel suo sommario a pagina 171, che la velocità unidirezionale della luce è veramente indipendente dalla sorgente della luce; tuttavia, nessun esperimento mostra realmente che è uguale alla velocità bidirezionale. Inoltre, quasi tutti i cosiddetti esperimenti 'unidirezionali' sono infatti ancora esperimenti 'bidirezionali' nascosti (vedi la sua pagina 150).

Ref. 383 Nel 2004, Hans Ohanian mostrò che la questione può essere risolta discutendo come una velocità non standard unidirezionale della luce interesserebbe la dinamica. Egli mostrò che una velocità non standard unidirezionale della luce introdurrebbe pseudoaccelerazioni e pseudoforze (simili alla forza di Coriolis); poiché queste pseudoaccelerazioni e pseudoforze non vengono rispettate, la velocità unidirezionale della luce è uguale alla velocità bidirezionale della luce.

In breve, la questione della velocità unidirezionale della luce non deve preoccuparci.

Sfida ??, page ??: L'espressione non funziona per un fotone che colpisce uno specchio, per esempio.

Sfida 67, page 57: La relatività rende stagni gli argomenti della sfida. [176](#) .

Sfida 72, page 59: La collisione inferiore in [figura 32](#) mostra direttamente il risultato, dalla conservazione dell'energia. Per la collisione superiore il risultato segue anche, se si parte dalla conservazione della quantità moto $\gamma mv = \Gamma MV$ e dalla conservazione dell'energia (*gamma* + 1) $m = \Gamma M$.

Sfida 81, page 64: Basta girare il lato sinistro di [figura ??](#) un po' in senso antiorario.

Sfida ??, page ??: Nelle collisioni tra cariche relativistiche, parte dell'energia viene irradiata come luce, in modo che le particelle effettivamente perdono energia.

Sfida 82, page 66: Probabilmente no, poiché tutte le relazioni tra grandezze fisiche sono conosciute ora. Tuttavia, si potrebbe verificare di persona; non si può mai sapere. Vale la pena ricordare

che la massima forza in natura fu scoperta (in questo testo) dopo essere rimasta nascosta per oltre 80 anni.

Sfida 83, page 69: Annotare i quattro vettori U' e U e poi estraete v' in funzione di v e la velocità relativa coordinata v . Quindi rinominare le variabili.

Sfida 84, page 69: Nessun esempio di moto di un corpo massiccio lo ha! Solo il moto delle onde di luce hanno 4-velocità di fase nulla e 4-velocità di gruppo nulla, come spiegato sul pagina ??.

Sfida 88, page 71: Per le particelle ultrarelativistiche, come per particelle senza massa, si ha $E = pc$.

Sfida 89, page 71: Suggerimento: valutare P_1 e P_2 nel sistema in quiete di una particella.

Sfida 90, page 72: Utilizzare la definizione $F = d\mathbf{p}/dt$ e la relazione $KU = 0 = F\mathbf{v} - dE/dt$ valida per forze che conservano la massa a riposo.

Sfida ??, page ??: La storia è raccontata su [pagina 93](#).

Sfida ??, page ??: Questo problema è chiamato il *paradosso di Ehrenfest*. Ci sono numerose pubblicazioni su di esso. Godetevi l'esplorazione!

Sfida 94, page 73: Sì, si può vedere un tale oggetto: l'effetto faro e l'effetto Doppler non portano all'invisibilità. Tuttavia, parte dell'oggetto, cioè la regione rotante lontano dall'osservatore, può diventare molto scura.

Sfida ??, page ??: Se la particella rotante ha un momento magnetico, si può inviarlo attraverso un campo magnetico disomogeneo e osservare se il momento magnetico cambia direzione.

Sfida ??, page ??: No.

Sfida ??, page ??: Per una discussione del momento angolare relativistico e un grazioso effetto, vedere K. Y. BLOKH & F. NORI, *Relativistic Hall Effect*, Physical Review Letters 108, p. 120403, 2012, preprint at arxiv.org/abs/1112.5618.

Sfida ??, page ??: La relazione per la frequenza segue dalla definizione della fase.

Sfida ??, page ??: Planck invitò Einstein a Berlino e controllò le sue risposte con lui ...

Sfida 119, page 83: L'energia contenuta nel carburante deve essere comparabile alla massa a riposo della moto, moltiplicato per c^2 . Poiché il combustibile contiene molto di più massa che energia, che dà un grosso problema.

Sfida 121, page 84: L'accelerazione costante e la gravità sono simili nei loro effetti, come discusso nella sezione sulla relatività generale.

Sfida 127, page 86: Sì, è vero.

Sfida 128, page 86: È piatta, come un piano.

Sfida ??, page ??: Nonostante l'accelerazione verso il centro della giostra, non appare alcun orizzonte.

Sfida 130, page 86: Sì; tuttavia, l'effetto è minimo e dipende dalla posizione del Sole. Infatti, ciò che è bianco ad un'altezza non è bianco in un'altra.

Sfida ??, page ??: Localmente, la luce si muove sempre con velocità c .

Sfida 133, page 87: Lontano dalla Terra, g diminuisce; essa effettivamente si azzerare sopra la maggior parte della distanza.

Sfida 135, page 89: Come mostrato nel riferimento citato, il limite risulta dalla condizione $ly^3a \leq c^2$.

Sfida ??, page ??: Sì.

Sfida ??, page ??: Sì. Prendete $\Delta f \Delta t \geq 1$ e sostituite $\Delta l = c/\Delta f$ e $\Delta a = c/\Delta t$.

Sfida 138, page 91: Anche se ci sono molte pubblicazioni che pretendono di studiare la questione, ci sono anche abbastanza fisici che ne notano l'impossibilità. La misurazione di una variazione della velocità della luce non è molto lontano dal modo in cui si misura la velocità della luce: non è possibile. Tuttavia, i dibattiti sul tema sono accesi; il problema prenderà molto per acquietarsi.

Sfida 139, page 93: La legge dell'inverso del quadrato della gravità non è conforme con il principio di massima velocità; non è chiaro come essa cambia quando si cambia ad un osservatore in moto.

Sfida 140, page 97: Se avete sentito parlare di una affermazione del superamento della forza o potenza limite, fatemelo sapere.

Sfida ??, page ??: Prendete una superficie in moto con la velocità della luce, o una superficie definita con una precisione minore della lunghezza di Planck.

Sfida 142, page 103: Anche le ombre non rimangono parallele su superfici curve. Dimenticare questo porta ad errori strani: molti argomenti che presumibilmente 'mostrano' che gli uomini non sono mai stati sulla Luna trascurano questo fatto quando discutono le fotografie scattate lì.

Sfida 143, page 105: Se ne trovate uno, pubblicatelo e poi inviatemelo.

Sfida 145, page 110: Questo è difficile. La semplice applicazione della regola di trasformazione relativistica per 4-vettori può portare a valori di forza superiori al limite. Ma in ciascuno di questi casi, è apparso un orizzonte che impedisce l'osservazione di questo valore più elevato.

Sfida 146, page 110: Se è così, pubblicatelo; quindi inviatemelo.

Sfida 147, page 113: Ad esempio, è possibile immaginare una superficie che ha una tale forma intricata che passerà tutti gli atomi dell'universo quasi alla velocità della luce. Tale superficie non è fisica, poiché è impossibile immaginare osservatori su tutti i punti che si muovono tutti allo stesso tempo.

Sfida 149, page 113: Nuove sorgenti non possono apparire dal nulla. Ogni 'nuova' sorgente di potenza risulta dalla trasformazione di altra radiazione trovata nell'universo già prima della comparsa.

Sfida 150, page 114: Molti non credono ancora nei limiti; in modo che qualsiasi contro-esempio proposto o qualsiasi paradosso ulteriore merita una pubblicazione.

Sfida 153, page 119: Se è così, pubblicatela; quindi inviatemela.

Sfida 157, page 121: Se è così, pubblicatela; quindi inviatemela.

Sfida 159, page 124: Essi vengono accelerati verso l'alto.

Sfida 160, page 125: Nella vita quotidiana, (a) la superficie della Terra può essere considerato come piatta, (b) gli effetti di curvatura verticale sono trascurabili, e (c) gli effetti di lunghezza laterali sono trascurabili.

Sfida 164, page 125: Per un potente bus, l'accelerazione è 2 m/s^2 ; in 100 m di accelerazione, questo porta un cambiamento di frequenza relativa di $2.2 \cdot 10^{-15}$.

Sfida 165, page 126: Sì, l'assorbimento della luce e le emissioni sono sempre conversioni senza perdite di energia in massa.

Sfida 168, page 127: per un fascio di luce, in entrambi i casi la situazione è descritta da un ambiente in cui le masse 'cadono' contro la direzione del moto. Se la Terra e le pareti del treno non fossero visibili – per esempio se fossero nascoste dalla nebbia – non ci sarebbe alcun modo per determinare sperimentalmente quale situazione è quale. O ancora, se un osservatore fosse racchiuso in una scatola, egli non potrebbe distinguere tra accelerazione costante o gravità costante. (Importante: questa impossibilità si applica solo se l'osservatore è di dimensione trascurabile!)

Sfida 172, page 128: La lunghezza è tempo volte la velocità della luce. Se il tempo cambia con l'altezza, così fanno le lunghezze.

Sfida 174, page 129: Entrambe cadono verso il centro della Terra. Le particelle orbitanti sono anche in caduta libera; la loro distanza relativa cambia altrettanto, come spiegato nel testo.

Sfida 177, page 131: Tale grafico avrebbe bisogno di quattro o addirittura cinque dimensioni.

Sfida 178, page 132: In questo caso possono anche essere utilizzati gli esperimenti sul cambiamento del tempo con l'altezza.

Sfida 179, page 133: L'energia dovuta alla rotazione può essere trascurata rispetto a tutte le altre energie nel problema.

Sfida 189, page 139: Nucleoni diversi, nuclei diversi, atomi diversi e molecole diverse hanno diverse percentuali di energie di legame rispetto alla massa totale.

Sfida 191, page 140: In caduta libera, la bottiglia e l'acqua rimangono in quiete a vicenda.

Sfida 192, page 140: Lasciate che il dispositivo cada. La gomma elastica allora è abbastanza forte da tirare la palla nella tazza. Vedere M. T. WESTRA, *Einstiens verjaardagscadeau*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 69, p. 109, April 2003. Il dispositivo originale aveva anche una molla collegata in serie alla gomma.

Sfida 193, page 141: A parte le sedie ed i tavoli già menzionati, importanti dispositivi anti-gravità sono bretelle, cinture e iin [bags, plastic]sacchetti di plastica .

Sfida 195, page 141: La stessa quantità.

Sfida 196, page 141: Sì, nella gravità il gemello più alto invecchia di più. La differenza di età cambia con l'altezza, e raggiunge lo zero per altezza infinita.

Sfida 197, page 141: Il limite del flusso di massa è di $c^3/4G$.

Sfida 198, page 142: No, il nastro trasportatore può essere costruito nel treno.

Sfida 199, page 142: Essi usano una bilancia a molla, e misurano il tempo di oscillazione. Da esso deducono la loro massa. La burocrazia della NASA la chiama un BMMD, un dispositivo di misurazione della massa di un corpo. Una fotografia si trova nel primo volume.

Sfida 200, page 142: La mela colpisce il muro dopo circa mezz'ora.

Sfida 203, page 143: Approcci con percorsi di luce curvi, o con diverse velocità di luce non descrivono correttamente gli orizzonti.

Sfida 204, page 143: Con \hbar come il più piccolo momento angolare si ottiene circa 100 Tm.

Sfida 205, page 143: No. La diffrazione dei raggi non lo permette. Anche la teoria quantistica rende questo impossibile; gli stati legati di particelle senza massa, come i fotoni, non sono stabili.

Sfida 207, page 144: Il raggio orbitale è di 4,2 raggi Terrestri; che fa $c \cdot 38 \mu\text{s}$ ogni giorno.

Sfida 208, page 145: Per essere onesti, gli esperimenti non sono coerenti. Essi assumono che qualche altra proprietà della natura sia costante – come la dimensione atomica – la quale infatti dipende anche da G . Di più su questo tema su [pagina 284](#).

Sfida 209, page 145: Naturalmente potrebbero esistere altre dimensioni spaziali che possono essere rilevate con il solo ausilio di apparati di misura. Ad esempio, le dimensioni nascoste potrebbero apparire ad energie non accessibili nella vita quotidiana.

Sfida 210, page 145: Su questo piccolo effetto, vedere il testo di Ohanian, [Ref. 107](#), a pagina 147.

Sfida 233, page 160: Poiché non c'è massa negativa, i campi gravitoelettrici non possono essere neutralizzati. Al contrario, i campi elettrici possono essere neutralizzati intorno ad un conduttore metallico con una gabbia di Faraday.

Sfida 236, page 162: Per trovare la risposta, pensare all'analogia elettromagnetica aiuta.

Sfida ??, page ??: Si ha bisogno di misurare i tempi degli impulsi che attraversano la Terra a diversi rivelatori di onde gravitazionali sulla Terra.

Sfida 219, page 150: Lo fecero durante un'eclissi solare.

Sfida 248, page 170: No. Per le stesse ragioni per cui un tale campo elettrostatico non è possibile.

Sfida 251, page 173: No, una linea può non avere curvatura intrinseca. Un toro è davvero intrinsecamente curvo; non può essere sezionato per produrre un foglio di carta.

Sfida 256, page 175: No, essi non possono essere fatti da un foglio di carta. La curvatura è diversa da zero ovunque.

Sfida 273, page 183: La traccia del tensore di Einstein è il negativo dello scalare di Ricci; essa è quindi il negativo della traccia del tensore Ricci.

Sfida 277, page 185: Il concetto di energia non ha senso per l'universo, poiché il concetto è definito solo per sistemi fisici, e quindi non per l'universo stesso. Vedi anche [pagina 245](#).

Sfida 284, page 192: Infatti, in relatività generale l'energia gravitazionale non può essere *localizzata* nello spazio, a differenza di quanto ci si aspetta e richiede da un'interazione.

Sfida 294, page 195: Gli errori nella carrozza che punta a sud sono dovuti alla *fase geometrica*, un effetto che appare in ogni caso di *trasporto parallelo* in tre dimensioni. Esso è lo stesso effetto del pendolo di Foucault che gira. Il trasporto parallelo è talvolta chiamato anche *trasporto di Fermi-Walker*. La fase geometrica è spiegata in dettaglio nel volume sull'ottica.

[Vol. III, pag. 145](#)

Sfida 298, page 197: L'Agenzia Spaziale Europea sta esplorando il problema. Unitevi a loro!

Sfida 301, page 207: C'è una buona probabilità che esista qualche forma debole di getti del Sole; ma un rilevamento non sarà facile. (La questione se la Via Lattea ha getti faceva parte di questo testo dal 2006; essi sono stati scoperti nel 2010)

Sfida 303, page 214: Se credete che le due quantità differiscano, si è prigionieri di una credenza, cioè la convinzione che le vostre idee della fisica classica e relatività generale consentano di estrapolare queste idee in settori dove non sono validi, ad esempio dietro un orizzonte. Ad ogni orizzonte, gli effetti quantistici sono così forti da *invalidare* tali estrapolazioni classiche.

Sfida 304, page 214: Pochi millimetri.

Sfida 305, page 214: Se assumiamo un diametro di $150 \mu\text{m}$ e una densità di 1000 kg/m^3 per le particelle di farina, allora ci sono circa 566 milioni di particelle in un kg di farina. Una galassia tipica contiene 10^{11} stelle; che corrispondono a 177 kg di farina.

Sfida 306, page 214: La velocità è misurata con l'effetto Doppler, solitamente osservando la linea Lyman-alfa. La distanza è molto più difficile da spiegare. La misurazione delle distanze è una scienza a sé, a seconda che si misurino distanze di stelle nella galassia, in altre galassie, o quasar. Qualsiasi libro di astronomia o astrofisica vi dirà di più.

Sfida 307, page 215: Vedere la sfida su [pagina 223](#).

Sfida 309, page 223: Il coniglio osserva che tutti gli altri conigli sembrano allontanarsi da lui.

Sfida 316, page 228: State in una foresta in inverno, e cercate di vedere l'orizzonte. Se la foresta è molto profonda, colpite tronchi d'albero in tutte le direzioni. Se la foresta è finita in profondità, si ha la possibilità di vedere l'orizzonte.

Sfida 330, page 244: No. Questo è un esempio di come una descrizione apparentemente esatta della natura può portare ad una dichiarazione non scientifica, una credenza, senza alcun rapporto con la realtà.

Sfida 331, page 244: Anche in questo caso no. L'affermazione è una pura credenza.

Sfida 333, page 246: L'universo non permette l'osservazione dall'esterno. Esso quindi non ha proprietà di stato.

Sfida 344, page 255: All’orizzonte, la luce non può salire verso l’alto.

Sfida 368, page 268: Questo avviene nello stesso modo in cui il campo elettrico statico viene fuori da una carica. In entrambi i casi, i campi trasversali non escono, ma i campi longitudinali lo fanno. La teoria quantistica fornisce la ragione più profonda. Le particelle di radiazione reali, che sono responsabili dei campi trasversali liberi, non possono lasciare un buco nero a causa della velocità di fuga. Tuttavia, le particelle virtuali possono, poiché la loro velocità non è vincolata alla velocità della luce. Tutti i campi statici longitudinali sono prodotti da particelle virtuali. In aggiunta, vi è una seconda ragione. Il campo classico può uscire da un buco nero perché per un osservatore esterno tutto ciò che costituisce il buco nero è in continua caduta, e nessun costituente ha effettivamente attraversato l’orizzonte. Le sorgenti di campo pertanto non sono ancora fuori portata.

Sfida 372, page 268: La descrizione dice tutto. Una impressione visiva può essere trovata nella camera sui buchi neri nel ‘Deutsches Museum’ di Monaco di Baviera.

Sfida 374, page 269: Da un lato, i buchi neri possono formarsi attraverso il collasso della materia. D’altra parte, i buchi neri possono essere visti come un orizzonte curvo.

Sfida 376, page 270: Finora, sembra che tutte le conseguenze sperimentali dell’analogia concordano con le osservazioni; sembra quindi che si possa affermare che il cielo notturno è un orizzonte di un buco nero. Tuttavia, la questione non è risolta, e ad alcuni fisici di spicco non piace l’analogia. Il problema è anche legato alla questione se la natura mostra una simmetria tra scale di lunghezza estremamente grandi ed estremamente piccole. Questo argomento è ampliato nell’ultimo volume del testo attuale.

Sfida 380, page 274: Qualsiasi dispositivo che utilizza specchi richiede l’elettrodinamica; senza l’elettrodinamica, gli specchi sono impossibili.

Sfida 382, page 276: La teoria della Terra cava è corretta se le abituali distanze sono costantemente cambiate secondo $r_{\text{he}} = R_{\text{Earth}}^2/r$. Questo implica un quanto di azione che diminuisce verso il centro della cavità della sfera. Allora non c’è modo per preferire una descrizione all’altra, tranne che ragioni di semplicità.

Sfida 386, page 289: La massa è una misura della quantità di energia. Il ‘quadrato della massa’ non ha senso.

Sfida 389, page 292: Probabilmente la quantità con la più grande variazione è la massa, dove un prefisso per 1 eV/c² sarebbe utile, come lo sarebbe uno per la massa totale nell’universo, che è di circa 10⁹⁰ volte più grande.

Sfida 390, page 292: La formula con $n - 1$ è una misura migliore. Perché?

Sfida 393, page 293: No! Essi sono troppo precisi per avere un senso. Sono dati soltanto come un’illustrazione per il comportamento della distribuzione Gaussiana. Le distribuzioni di misura reali non sono Gaussiane alla precisione implicita in questi numeri.

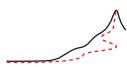
Sfida 394, page 294: Circa 0.3 m/s. Non è 0.33 m/s, non è 0.333 m/s e non è qualiasi stringa più lunga delle tre!

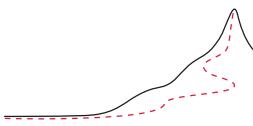
Sfida 396, page 300: Il rallentamento va *quadraticamente* con il tempo, perché ogni nuovo rallentamento si aggiunge a quello vecchio!

Sfida 397, page 300: No, sono elencate solo proprietà di parti dell’universo. L’universo stesso non ha proprietà, come mostrato nell’ultima parte della nostra avventura.

Sfida 398, page 342: Questo potrebbe essere risolto con un trucco simile a quelli utilizzati nella irrazionalità di ciascuno dei due termini della somma, ma nessuno ne ha trovato uno.

Sfida 399, page 342: Ci sono ancora molte scoperte da fare nella matematica moderna, soprattutto in topologia, teoria dei numeri e geometria algebrica. La matematica ha un buon futuro.





BIBLIOGRAFIA

“ Un uomo gira più di mezza libreria per fare un libro.

Samuel Johnson*

- 1 ARISTOTLE, *On sense and the sensible*, section 1, part 1, 350 BCE. Citato in JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 157, 1991. Citato in pagina 15.
- 2 Il testo originale latino della lettera di Cartesio, del 22 agosto 1634, può essere letto online su gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k20740j/f419.image. Non citato.
- 3 ANONYME, *Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences*, Journal des Scavans pp. 233–236, 1676. An English summary is found in O. C. RÖMER, *Una dimostrazione in materia il moto della luce*, Philosophical Transactions of the Royal Society 136, pp. 893–894, 1677. È possibile leggere i due documenti a dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html. Citato in pagina 16.
- 4 F. TUINSTRA, *Römer and the finite speed of light*, Physics Today 57, pp. 16–17, December 2004. Citato in pagina 16.
- 5 La storia della misura della velocità della luce può essere trovata nel capitolo 19 del testo di FRANCIS A. JENKINS & HARVEY E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1957. Citato in pagina 16.
- 6 Sul modo per effettuare tali misurazioni, vedere SYDNEY G. BREWER, *Do-it-yourself Astronomy*, Edinburgh University Press, 1988. Keplero stesso non ha mai misurato le distanze dei pianeti dal Sole, ma solo i *rapporti* di distanze planetarie. La parallasse del Sole da due punti della Terra è al massimo 8.79''; essa fu misurata prima nel XVIII secolo. Non citato.
- 7 ARISTARCO DI SAMO, *On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, c. 280 BCE, in MICHAEL J. CROWE, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990. Citato in pagina 18.
- 8 J. FRERCKS, *Creativity and technology in experimentation: Fizeau's terrestrial determination of the speed of light*, Centaurus 42, pp. 249–287, 2000. Vedi anche il bellissimo sito web sulle ricostruzioni di esperimenti scientifici storici a www.uni-oldenburg.de/histodid/forschung/nachbauten. Citato in pagina 18.
- 9 Il modo di fare foto di impulsi di luce con una normale macchina fotografica, senza elettronica, è descritto da M. A. DUGUAY & A. T. MATTICK, *Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes*, Applied Optics 10, pp. 2162–2170, 1971. L'immagine su pagina 19 è presa da esso. Citato in pagina 18.

* Samuel Johnson (1709–1784), famoso poeta e intellettuale inglese.

- 10** È possibile imparare le basi della relatività speciale, con l'aiuto del web; l'introduzione semplice e chiara è parte del corso di fisica Karlsruhe, scaricabile all'indirizzo www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de. È inoltre possibile utilizzare la pagina web physics.syr.edu/research/relativity/RELATIVITY.html come punto di partenza; la pagina cita molte risorse sulla relatività in lingua inglese disponibili sul web. Links in altre lingue possono essere trovati con i motori di ricerca. Citato in pagina 20.
- 11** Le osservazioni dei lampi di raggi gamma mostrano che la velocità della luce non dipende dalla velocità del lampo entro una parte su 10^{20} , come dimostra il ben noto documento di B. E. SCHAEFER, *Severe limits on variations of the speed of light with frequency*, Physical Review Letters 82, pp. 4964–4966, 1999, preprint at arxiv.org/abs/astro-ph/9810479. Citato in pagina 316 and 318.
- 12** Tra l'altro, l'indipendenza della velocità della luce dalla sua frequenza è stata testata con la radiazione emessa dalla famosa pulsar Crab, con la luce emessa da elettroni nel Centro dell'acceleratore lineare di Stanford e, più impressionante, con un brillante lampo di raggi gamma osservato nel 2009. In questo lampo di raggi gamma, dopo aver viaggiato per dieci miliardi di anni, i fotoni di frequenze che differivano di un fattore $3 \cdot 10^{10}$ – raggi gamma e luce visibile – arrivavano ancora in meno di un secondo l'uno dall'altro. Vedere A.A. ABDO & al., (Fermi GBM/LAT collaborations) *Testing Einstein's special relativity with Fermi's short hard gamma-ray burst GRB090510*, preprint at arxiv.org/abs/0908.1832. Non citato.
- 13** See, e.g., C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, revised edition, Cambridge University Press, 1993. Vedere anche Ref. 321. Citato in pagina 21 and 24.
- 14** Le discussioni che usano stelle binarie sono W. DE SITTER, *A proof of the constancy of the speed of light*, Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen 15, pp. 1297–1298, 1913, W. DE SITTER, *On the constancy of the speed of light*, Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen 16, pp. 395–396, 1913, W. DE SITTER, *Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit*, Physikalische Zeitschrift 14, p. 429, 1913, W. DE SITTER, *Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann*, Physikalische Zeitschrift 14, p. 1267, 1913, For a more recent version, see K. BRECHER, *Is the speed of light independent of the velocity of the source?*, Physics Letters 39, pp. 1051–1054, Errata 1236, 1977. Non citato.
- 15** I forti limiti di osservazioni dei lampi di raggi gamma sono stati esplorati in Ref. 11. Misurare la velocità della luce delle stelle in rapido moto è un'altra possibile prova; vedere il riferimento precedente. Alcuni di questi esperimenti non sono completamente a tenuta stagna; una speculazione sull'elettrodinamica, dovuta a Ritz, afferma che la velocità della luce è c solo quando misurata rispetto alla sorgente; la luce dalle stelle, tuttavia, passa attraverso l'atmosfera, e la sua velocità potrebbe quindi essere ridotta a c . Il famoso esperimento con la luce emessa da pioni rapidi al CERN non è soggetto a questa critica. Esso è descritto in T. ALVÄGER, J. M. BAILEY, F. J. M. FARLEY, J. KJELLMAN & I. WALLIN, *Test of the second postulate of relativity in the GeV region*, Physics Letters 12, pp. 260–262, 1964. Vedere anche T. ALVÄGER & al., *Velocity of high-energy gamma rays*, Arkiv för Fysik 31, pp. 145–157, 1965. Un altro esperimento preciso a velocità estreme è descritto da G. R. KALBFLEISCH, N. BAGGETT, E. C. FOWLER & J. ALSPECTOR, *Experimental comparison of neutrino, anti-neutrino, and muon velocities*, Physical Review Letters 43, pp. 1361–1364, 1979. Citato in pagina 21.
- 16** Una panoramica dei risultati sperimentali è data in YUAN ZHONG ZHANG, *Special Re-*

- lativity and its Experimental Foundations*, World Scientific, 1998. Citato in pagina 27, 33, 44, 59, 88, 308, 320, and 347.
- 17 L'inizio della moderna teoria della relatività è il famoso documento di ALBERT EINSTEIN, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17, pp. 891–921, 1905. Vale ancora la pena di leggerlo, e ogni fisico avrebbe dovuto farlo. Lo stesso si può dire del famoso documento, scritto probabilmente dopo aver sentito dell'idea di Olinto De Pretto, trovata in ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, Annalen der Physik 18, pp. 639–641, 1905. Vedere anche the review ALBERT EINSTEIN, *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 4, pp. 411–462, 1907. Questi documenti sono ora disponibili in molte lingue. Una più tardiva, rassegna inedita è disponibile in facsimile e con una traduzione in inglese come ALBERT EINSTEIN, Hanoch Gutfreund, ed., *Einstein's 1912 Manuscript on the Theory of Relativity*, George Braziller, 2004. Tutti i documenti e le lettere di Einstein sono ora disponibili, nella loro lingua originale e in inglese, a einsteinpapers.press.princeton.edu. Citato in pagina 21, 23, and 66.
- 18 JEAN VAN BLADEL, *Relativity and Engineering*, Springer, 1984. Citato in pagina 22.
- 19 ALBERT EINSTEIN, *Mein Weltbild*, edited by CARL SELIG, Ullstein Verlag, 1998. Citato in pagina 22.
- 20 C'è anche un libro sul tema: HANS C. OHANIAN, *Einstein's Mistakes: The Human Failings of Genius*, Norton, 2009. Non citato.
- 21 ALBRECHT FÖLSING, *Albert Einstein – eine Biographie*, Suhrkamp, p. 237, 1993. Citato in pagina 23 and 34.
- 22 bella introduzione di Einstein, quasi senza formule, è ALBERT EINSTEIN, *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917 and 1997. Per un testo con tutto la matematica richiesta, vedere ALBERT EINSTEIN, *The Meaning of Relativity*, Methuen, 1921 e 1956. L'edizione postuma contiene anche le ultime parole stampate da Einstein sulla teoria, in appendice. Vedi anche il testo Tedesco ALBERT EINSTEIN, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Springer, 1921 expanded 1954, and republished 2002, che contiene anche la matematica rilevante. Non citato.
- 23 JULIAN SCHWINGER, *Einstein's Legacy*, Scientific American, 1986. EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. Vedere anche NICK M. J. WOODHOUSE, *Special Relativity*, Springer, 2003. Citato in pagina 23 and 74.
- 24 WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001. Questo è un bellissimo libro di uno dei padroni del campo. Citato in pagina 23 and 79.
- 25 R. J. KENNEDY & E. M. THORNDIKE, *Experimental establishment of the relativity of time*, Physical Review 42, pp. 400–418, 1932. See also H. E. IVES & G. R. STILWELL, *An experimental study of the rate of a moving atomic clock*, Journal of the Optical Society of America 28, pp. 215–226, 1938, and 31, pp. 369–374, 1941. Per una moderna, versione ad alta precisione, vedere C. BRAXMEIER, H. MÜLLER, O. PRADL, J. MLYNEK, A. PETERS & S. SCHILLER, *New tests of relativity using a cryogenic optical resonator*, Physical Review Letters 88, p. 010401, 2002. L'ultimo risultato è in P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators*, Physical Review A 71, p. 050101, 2005, preprint at arxiv.org/abs/gr-qc/0504109, e la successiva arxiv.org/abs/physics/0510169. Vedere anche P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Reply to "Comment on 'Test of constancy of speed of light with*

- rotating cryogenic optical resonators' ", Physical Review A 72, p. 066102, 2005, prestampa a arxiv.org/abs/physics/0602115. Citato in pagina 24 and 316.*
- 26** La lentezza della velocità della luce all'interno del Sole è dovuta alla frequente dispersione dei fotoni di materia solare. La stima più seria è di R. MITALAS & K. R. SILLS, *On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal 401, pp. 759–760, 1992, Essi danno un tempo di fuga del fotone di 0.17 Ma, un percorso medio medio libero del fotone di 0.9 mm, una velocità media di 0.97 cm/s e una velocità al centro che è dieci volte più piccola. Citato in pagina 25.
- 27** L. VESTERGAARD HAU, S. E. HARRIS, Z. DUTTON & C. H. BEHROOZI, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature 397, pp. 594–598, 1999. Vedere anche C. LIU, Z. DUTTON, C. H. BEHROOZI & L. VESTERGAARD HAU, *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature 409, pp. 490–493, 2001, and the comment E. A. CORNELL, *Stopping light in its track*, 409, pp. 461–462, 2001. Tuttavia, nonostante l'affermazione, gli impulsi di luce non sono stati fermati. Citato in pagina 25.
- 28** Il metodo di spiegare la relatività speciale tracciando alcune linee sulla carta è dovuto a HERMANN BONDI, *Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein*, Dover, New York, 1980. Vedere anche DIERCK-EKKEHARD LIEBSCHER, *Relativitätstheorie mit Zirkel und Lineal*, Akademie-Verlag Berlin, 1991. Citato in pagina 25.
- 29** S. REINHARDT & al., *Test of relativistic time dilation with fast optical clocks at different velocities*, Nature Physics 3, pp. 861–864, 2007. Non citato.
- 30** ROD S. LAKES, *Experimental limits on the photon mass and cosmic vector potential*, Physical Review Letters 80, pp. 1826–1829, 1998. A maximum photon mass of 10^{-47} kg was also deduced from gamma-ray bursts in the paper Ref. 11. Citato in pagina 27.
- 31** F. TUINSTRA, *De lotgevallen van het dopplereffect*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 75, p. 296, August 2009. Non citato.
- 32** R. W. McGOWAN & D. M. GILTNER, *New measurement of the relativistic Doppler shift in neon*, Physical Review Letters 70, pp. 251–254, 1993. Citato in pagina 29.
- 33** R. LAMBOURNE, *The Doppler effect in astronomy*, Physics Education 32, pp. 34–40, 1997, Non citato.
- 34** D. KIEFER & al., *Relativistic electron mirrors from nanoscale foils for coherent frequency upshift to the extreme ultraviolet*, Nature Communications 4, p. 1763, 2013. L'esplorazione di sistemi di cariche relativistiche promettono risultati interessanti e applicazioni nel prossimo decennio. Non citato.
- 35** L'attuale record per la sincronizzazione dell'orologio sembra essere 1 ps per due orologi distanti 3 km l'uno dall'altro. Vedere A. VALENCIA, G. SCARCELLI & Y. SHIH, *Distant clock synchronization using entangled photon pairs*, Applied Physics Letters 85, pp. 2655–2657, 2004, or arxiv.org/abs/quant-ph/0407204. Citato in pagina 30.
- 36** J. FRENKEL & T. KONTOROWA, *Über die Theorie der plastischen Verformung*, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion 13, p. 1, 1938. F. C. FRANK, *On the equations of motion of crystal dislocations*, Proceedings of the Physical Society A 62, pp. 131–134, 1949. J. ESHELBY, *Uniformly moving dislocations*, Proceedings of the Physical Society A 62, pp. 307–314, 1949. Vedere anche G. LEIBFRIED & H. DIETZE, Zeitschrift für Physik 126, p. 790, 1949. A general introduction can be found in A. SEEGER & P. SCHILLER, *Kinks in dislocation lines and their effects in internal friction in crystals*, Physical Acoustics 3A, W. P. MASON, ed., Academic Press, 1966. Vedere anche the textbooks by FRANK R. N. NABARRO, *Theory of Crystal Dislocations*, Oxford University Press, 1967,

- or J. P. HIRTH & J. LOTHE, *Theory of Dislocations*, McGraw Hill, 1968. Citato in pagina 30.
- 37 Questo bellissimo grafico è preso da Z. G. T. GUIRAGOSSIAN, G. B. ROTHBART, M. R. YEARIAN, R. GEARHART & J. J. MURRAY, *Relative velocity measurements of electrons and gamma rays at 15 GeV*, Physical Review Letters 34, pp. 335–338, 1975. Citato in pagina 31.
- 38 Un tentativo provocatorio per spiegare la mancanza delle donne in fisica, in generale, è realizzato in MARGARET WERTHEIM, *Pythagoras' Trousers – God, Physics and the Gender Wars*, Fourth Estate, 1997. Non citato.
- 39 Per saperne di più sui più noti crackpots, e le loro idee, inviare una mail a majordomo@zickzak.net con il corpo di una riga ‘subscribe psychoceramics’. Citato in pagina 31.
- 40 La precisione della meccanica Galileiana fu discussa da Simon Newcomb già nel 1882. Per i dettagli, vedere STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, Wiley, 1972. Non citato.
- 41 La velocità dei neutrini è la stessa di quella della luce a 9 cifre decimali. Ciò è spiegato da LEO STODOLSKY, *The speed of light and the speed of neutrinos*, Physics Letters B 201, p. 353, 1988. An observation of a small mass for the neutrino has been published by the Japanese Super-Kamiokande collaboration, in Y. FUKUDA & al., *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Physical Review Letters 81, pp. 1562–1567, 1998. The newer results published by the Canadian Sudbury Neutrino Observatory, as Q.R. AHMAD & al., *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, Physical Review Letters 89, p. 011301, 2002, also confirm that neutrinos have a mass in the 1 eV region. Citato in pagina 32 and 304.
- 42 B. ROTHENSTEIN & G. ECKSTEIN, *Lorentz transformations directly from the speed of light*, American Journal of Physics 63, p. 1150, 1995. Vedere anche the comment by E. KAPUŚCIK, *Comment on “Lorentz transformations directly from the speed of light” by B. Rothenstein and G. Eckstein*, American Journal of Physics 65, p. 1210, 1997. Citato in pagina 33.
- 43 Vedi ad esempio le conferenze di Lorentz al Caltech del 1922, pubblicate come H. A. LORENTZ, *Problems of Modern Physics*, edited by H. Bateman, Ginn and Company, page 99, 1927. Citato in pagina 33.
- 44 MAX BORN, *Die Relativitätstheorie Einsteins*, Springer, 2003, a new, commented edition of the original text of 1920. Non citato.
- 45 A. A. MICHELSON & E. W. MORLEY, *On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether*, American Journal of Science (3rd series) 34, pp. 333–345, 1887. Michelson published many other papers on the topic after this one. Citato in pagina 34.
- 46 L'ultimo risultato è CH. EISELE, A. YU. NEVSKY & S. SCHILLER, *Laboratory test of the isotropy of light propagation at the 10^{-17} level*, Physics Review Letters 103, p. 090401, 2009. Vedere anche the older experiment at S. SCHILLER, P. ANTONINI & M. OKHAPKIN, *A precision test of the isotropy of the speed of light using rotating cryogenic cavities*, arxiv.org/abs/physics/0510169. Vedere anche la pagina dell'istituto www.exphy.uni-duesseldorf.de/ResearchInst/WelcomeFP.html. Citato in pagina 34.
- 47 H. A. LORENTZ, *De relative beweging van de aarde en dem aether*, Amst. Versl. 1, p. 74, 1892, and also H. A. LORENTZ, *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*, Amst. Proc. 6, p. 809, 1904, or Amst. Versl. 12, p. 986, 1904. Citato in pagina 37.
- 48 Una confutazione generale di tali proposte è discussa da S. R. MAINWARING & G. E. STEDMAN, *Accelerated clock principles*, Physical Review A 47, pp. 3611–3619, 1993.

- Experiments on *muons* at CERN in 1968 showed that accelerations of up to 10^{20} m/s² have no effect, as explained by D. H. PERKINS, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, or by J. BAILEY & al., *Il Nuovo Cimento* 9A, p. 369, 1972. Citato in pagina 38.
- 49 W. RINDLER, *General relativity before special relativity: an unconventional overview of relativity theory*, American Journal of Physics 62, pp. 887–893, 1994. Citato in pagina 38.
- 50 STEVEN K. BLAU, *Would a topology change allow Ms. Bright to travel backward in time?*, American Journal of Physics 66, pp. 179–185, 1998. Citato in pagina 41.
- 51 Sulla corretta 'formulazione della relatività', si veda ad esempio D. HESTENES, *Proper particle mechanics*, Journal of Mathematical Physics 15, pp. 1768–1777, 1974. Vedere anche his numerous other papers, his book DAVID HESTENES, *Spacetime Algebra*, Gordon and Breach, 1966, and his webpage modelingnts.la.asu.edu. A related approach is W. E. BAYLIS, *Relativity in introductory physics*, prestampa a arxiv.org/abs/physics/0406158. Citato in pagina 42.
- 52 Il semplice esperimento per prendere un orologio preciso su un aereo, volare in tutto il mondo e poi confrontarlo con un altro identico lasciato in un luogo fu prima eseguito da J. C. HAFELE & R. E. KEATING, *Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains*, Science 177, pp. 166–167, and *Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains*, pp. 168–170, 14 July 1972. Vedere anche Ref. 328. Citato in pagina 42 and 128.
- 53 Un'introduzione leggibile al cambiamento del tempo con gli osservatori, e alla relatività generale, è ROMAN U. SEXL & HERBERT KURT SCHMIDT, *Raum-Zeit-Relativität*, 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1991. Citato in pagina 42.
- 54 Il più famoso è il risultato dei muoni in movimento che rimangono più giovani, come mostrato ad esempio da D. H. FRISCH & J. B. SMITH, *Measurement of the relativistic time dilation using μ -mesons*, American Journal of Physics 31, pp. 342–355, 1963. For a full pedagogical treatment of the twin paradox, see E. SHELDON, *Relativistic twins or sextuplets?*, European Journal of Physics 24, pp. 91–99, 2003. Citato in pagina 43.
- 55 PAUL J. NAHIN, *Time Machines – Time Travel in Physics, Metaphysics and Science Fiction*, Springer Verlag and AIP Press, second edition, 1999. Citato in pagina 43.
- 56 Il primo esperimento del muone fu B. ROSSI & D. B. HALL, *Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum*, Physical Review 59, pp. 223–228, 1941. 'Mesotron' was the old name for muon. Citato in pagina 44.
- 57 J. BAILEY & al., *Final report on the CERN muon storage ring including the anomalous magnetic moment and the electric dipole moment of the muon, and a direct test of relativistic time dilation*, Nuclear Physics B 150, pp. 1–75, 1979. Non citato.
- 58 A. HARVEY & E. SCHUCKING, *Un piccolo enigma dal 1905*, Physics Today, pp. 34–36, March 2005. Citato in pagina 45.
- 59 Cercate per 'carburante' e 'razzo relativistico' su Internet. Non citato.
- 60 W. RINDLER, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 29, pp. 365–366, 1961. For a variation without gravity, see R. SHAW, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 30, p. 72, 1962. Citato in pagina 46.
- 61 H. VAN LINTEL & C. GRUBER, *The rod and hole paradox re-examined*, European Journal of Physics 26, pp. 19–23, 2005. Citato in pagina 46.
- 62 Vedere la chiara discussione di C. IYER & G. M. PRABHU, *Differing observations on the landing of the rod into the slot*, American Journal of Physics 74, pp. 998–1001, 2006, preprint at arxiv.org/abs/0809.1740. Non citato.

- 63** Questa situazione è discussa da G. P. SASTRY, *Is length contraction paradoxical?*, American Journal of Physics 55, 1987, pp. 943–946. This paper also contains an extensive literature list covering variants of length contraction paradoxes. Citato in pagina 47.
- 64** S. P. BOUGHN, *The case of the identically accelerated twins*, American Journal of Physics 57, pp. 791–793, 1989. Citato in pagina 47 and 50.
- 65** J. M. SUPPLEE, *Relativistic buoyancy*, American Journal of Physics 57 1, pp. 75–77, January 1989. Vedere anche G. E. A. MATSAS, *Relativistic Arquimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the ‘submarine paradox’*, Physical Review D 68, p. 027701, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0305106. Citato in pagina 47.
- 66** La distinzione fu pubblicata da J. TERRELL, *Invisibility of Lorentz contraction*, Physical Review 116, pp. 1041–1045, 1959, and R. PENROSE, *The apparent shape of a relativistically moving sphere*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 55, pp. 137–139, 1959. Citato in pagina 48.
- 67** G. R. RYBICKI, *Speed limit on walking*, American Journal of Physics 59, pp. 368–369, 1991. Citato in pagina 51.
- 68** I primi esempi di tali osservazioni astronomiche furono forniti da A.R. WHITNEY & al., *Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry*, Science 173, pp. 225–230, 1971, and by M.H. COHEN & al., *The small-scale structure of radio galaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimetres*, Astrophysical Journal 170, pp. 207–217, 1971. See also T. J. PEARSON, S. C. UNWIN, M. H. COHEN, R. P. LINFIELD, A. C. S. READHEAD, G. A. SEIELSTAD, R. S. SIMON & R. C. WALKER, *Superluminal expansion of quasar 3C 273*, Nature 290, pp. 365–368, 1981. An overview is given in J. A. ZENSUS & T. J. PEARSON, editors, *Superluminal radio sources*, Cambridge University Press, 1987. Another measurement, using very long baseline interferometry with radio waves on jets emitted from a binary star (thus not a quasar), was shown on the cover of Nature: I. F. MIRABEL & L. F. RODRÍGUEZ, *Una sorgente superluminale nella galassia*, Nature 371, pp. 46–48, 1994. Un altro esempio recente è stato segnalato in Science News 152, p. 357, 6 December 1997.
- Spiegazioni pedagogiche sono date da D. C. GABUZDA, *The use of quasars in teaching introductory special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 214–215, 1987, and by Ref. 113 on pages 89–92. Citato in pagina 53.
- 69** Una rassegna po’ vecchio stile sui tachioni che citano il raddoppio del problema, alle pagine 52 e 53, è E. RECAMI, *Classical tachyons and possible applications*, Rivista del Nuovo Cimento 9, pp. 1–178, 1986. Si discute anche una serie di paradossi. Tra l’altro, una semplice animazione che pretende di mostrare un tachione volante può essere trovato in Wikipedia. Non citato.
- 70** O. M. BILANIUK & E. C. SUDARSHAN, *Particles beyond the light barrier*, Physics Today 22, pp. 43–51, 1969, and O. M. P. BILANIUK, V. K. DESHPANDE & E. C. G. SUDARSHAN, ‘*Meta*’ relativity, American Journal of Physics 30, pp. 718–723, 1962. Vedere anche the book E. RECAMI, editor, *Tachyons, Monopoles and Related Topics*, North-Holland, 1978. Citato in pagina 54.
- 71** J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR, A. A. RAWLINSON & G. J. STEPHENSON, *The Thomas rotation*, American Journal of Physics 69, pp. 837–847, 2001. Citato in pagina 55.
- 72** Planck scrisse questo in una lettera nel 1908. Non citato.
- 73** Si veda ad esempio S. S. COSTA & G. E. A. MATSAS, *Temperature and relativity*, preprint available at arxiv.org/abs/gr-qc/9505045. Citato in pagina 56.
- 74** Uno degli ultimi di questi esperimenti discutibili è T. P. KRISHER, L. MALEKI,

- G. F. LUTES, L. E. PRIMAS, R. T. LOGAN, J. D. ANDERSON & C. M. WILL, *Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards*, Physical Review D 42, pp. 731–734, 1990. Citato in pagina 88 and 308.
- 75 H. C. OHANIAN, *The role of dynamics in the synchronization problem*, American Journal of Physics 72, pp. 141–148, 2004. Citato in pagina 88 and 308.
- 76 R. C. TOLMAN & G. N. LEWIS, *The principle of relativity and non-Newtonian mechanics*, Philosophical Magazine 18, pp. 510–523, 1909, and R. C. TOLMAN, *Non-Newtonian mechanics: the mass of a moving body*, Philosophical Magazine 23, pp. 375–380, 1912. Citato in pagina 56.
- 77 S. RAINVILLE, J. K. THOMPSON, E. G. MYERS, J. M. BROWN, M. S. DEWEY, E. G. KESSLER, R. D. DESLATTES, H. G. BÖRNER, M. JENTSCHEL, P. MUTTI & D. E. PRITCHARD, *World year of physics: a direct test of $E = mc^2$* , Nature 438, pp. 1096–1097, 2005. Citato in pagina 61.
- 78 Questa informazione è dovuta ad una comunicazione privata da Frank DiFilippo; parte della storia è data in F. DiFILIPPO, V. NATARAJAN, K. R. BOYCE & D. E. PRITCHARD, *Accurate atomic masses for fundamental metrology*, Physical Review Letters 73, pp. 1481–1484, 1994. These measurements were performed with Penning traps; a review of the possibilities they offer is given by R. C. THOMPSON, *Precision measurement aspects of ion traps*, Measurement Science and Technology 1, pp. 93–105, 1990. The most important experimenters in the field of single particle levitation were awarded the Nobel Prize in 1989. One of the Nobel Prize lectures can be found in W. PAUL, *Electromagnetic traps for neutral and charged particles*, Reviews of Modern Physics 62, pp. 531–540, 1990. Citato in pagina 62.
- 79 J. L. SYNGE, *Relativity: The Special Theory*, North-Holland, 1956, pp. 208–213. More about antiparticles in special relativity can be found in J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR & A. A. RAWLINSON, *Classical antiparticles*, American Journal of Physics 65, pp. 835–841, 1997. Vedere anche Ref. 379. Citato in pagina 63.
- 80 A. PAPAPETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der relativistischen Mechanik*, Praktika Acad. Athenes 14, p. 540, 1939, and A. PAPAPETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der Diracschen Theorie*, Praktika Acad. Athenes 15, p. 404, 1940. Vedere anche M. H. L. PRYCE, *The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion with the quantum theory of elementary particles*, Proceedings of the Royal Society in London, A 195, pp. 62–81, 1948. Citato in pagina 64.
- 81 I riferimenti precedenti $E = c^2m$ di Einstein sono: S. TOLVER PRESTON, *Physics of the Ether*, E. & F.N. Spon, 1875, J. H. POINCARÉ, *La théorie de Lorentz et le principe de réaction*, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles 5, pp. 252–278, 1900, O. DE PRETTO, *Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo*, Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti tomo LXIII, parte 2, pp. 439–500, Febbraio 1904, F. HASENÖHRL, *Berichte der Wiener Akademie* 113, p. 1039, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern*, *Annalen der Physik* 15, pp. 344–370, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern – Berichtigung*, *Annalen der Physik* 16, pp. 589–592, 1905. Hasenöhrl died in 1915, De Pretto in 1921. All these papers were published before the famous paper by ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, *Annalen der Physik* 18, pp. 639–641, 1905. Citato in pagina 66.
- 82 UMBERTO BARTOCCI, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ultreja, 1998. Non citato.
- 83 Per una visione chiara delle varie convenzioni di segno in relatività generale, si veda la

- copertina del testo di Misner, Thorne and Wheeler, Ref. 373. Noi usiamo i segni convenzionali gravitazionali del testo di Ohanian e Ruffini, Ref. 107. Non citato.
- 84** Un gioiello tra i testi di relatività speciale è il libretto di ULRICH E. SCHRÖDER, *Spezielle Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, 1981. Citato in pagina 69 and 72.
- 85** G. STEPHENSON & C. W. KILMISTER, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, London, 1965. Vedere anche W. N. MATTHEWS, *Relativistic velocity and acceleration transformations from thought experiments*, American Journal of Physics 73, pp. 45–51, 2005, e il successivo J. M. LÉVY, *A simple derivation of the Lorentz transformation and of the accompanying velocity and acceleration changes*, American Journal of Physics 75, pp. 615–618, 2007. Citato in pagina 80.
- 86** Un articolo leggibile che mostra una fotocopia di una lettera di Einstein facendo questo punto è LEV B. OKUN, *The concept of mass*, Physics Today, pp. 31–36, June 1989. The topic is not without controversy, as the letters by readers following that article show; they are found in Physics Today, pp. 13–14 and pp. 115–117, May 1990. L’argomento è ancora fonte di dibattiti. Citato in pagina 71.
- 87** CHRISTIAN MØLLER, *The Theory of Relativity*, Clarendon Press, 1952, 1972. Questo libro di testo standard è stato tradotto in diverse lingue. Citato in pagina 72.
- 88** Il famoso *teorema della non-interazione* afferma che non c’è modo di trovare una Lagrangiana che dipenda solo da particelle variabili, sia Lorentz-invariante e contenga le interazioni delle particelle. È stato dimostrato da D. G. CURRIE, T. F. JORDAN & E. C. G. SUDARSHAN, *Relativistic invariance and Hamiltonian theories of interacting particles*, Review of Modern Physics 35, pp. 350–375, 1963. Non citato.
- 89** P. EHRENFEST, *Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie*, Physikalische Zeitschrift 10, pp. 918–928, 1909. Ehrenfest (incorrectly) suggested that this meant that relativity cannot be correct. A good modern summary of the issue can be found in M. L. RUGGIERO, *The relative space: space measurements on a rotating platform*, arxiv.org/abs/gr-qc/0309020. Citato in pagina 73.
- 90** R. J. Low, *When moving clocks run fast*, European Journal of Physics 16, pp. 228–229, 1995. Citato in pagina 78.
- 91** E. A. DESLOGE & R. J. PHILPOTT, *Uniformly accelerated reference frames in special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 252–261, 1987. Citato in pagina 81.
- 92** L’impossibilità della definizione di sistemi di coordinate rigidi per osservatori non uniformemente accelerati è discussa da CHARLES MISNER, KIP THORNE & JOHN A. WHEELER, *Gravitation*, Freeman, p. 168, 1973. Citato in pagina 81 and 323.
- 93** R. H. GOOD, *Uniformly accelerated reference frame and twin paradox*, American Journal of Physics 50, pp. 232–238, 1982. Citato in pagina 82, 83, and 86.
- 94** J. D. HAMILTON, *The uniformly accelerated reference frame*, American Journal of Physics 46, pp. 83–89, 1978. Citato in pagina 83.
- 95** La migliore e più economica collezione di formule matematiche resta l’unico di K. ROTTMANN, *Mathematische Formelsammlung*, BI Hochschultaschenbücher, 1960. Citato in pagina 83.
- 96** C. G. ADLER & R. W. BREHME, *Relativistic solutions to a falling body in a uniform gravitation field*, American Journal of Physics 59, pp. 209–213, 1991. Citato in pagina 83.
- 97** Si vedano ad esempio le ottime dispense di D. J. RAYMOND, *A radically modern approach to freshman physics*, on the www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html website. Citato in pagina 83, 322, and 348.

- 98** EDWARD A. DESLOGE, *The gravitational red-shift in a uniform field*, American Journal of Physics 58, pp. 856–858, 1990. Citato in pagina 86.
- 99** L. MISHRA, *The relativistic acceleration addition theorem*, Classical and Quantum Gravity 11, pp. L97–L102, 1994. Citato in pagina 84.
- 100** EDWIN F. TAYLOR & A. P. FRENCH, *Limitation on proper length in special relativity*, American Journal of Physics 51, pp. 889–893, 1983. Citato in pagina 89.
- 101** Chiare dichiarazioni contro una velocità variabile della luce sono realizzate da Michael Duff in molte delle sue pubblicazioni, come ad esempio M. J. DUFF, *Comment on time-variation of fundamental constants*, arxiv.org/abs/hep-th/0208093. The opposite point of view, though incorrect, has been proposed by Moffat and by Magueijo. Non citato.
- 102** La citazione è di una lettera di Gibbs all’Accademia Americana delle Arti e delle Scienze, in cui ringrazia l’Accademia per il loro premio. La lettera fu letta in una sessione dell’Accademia, e quindi a far parte del procedimento: J. W. GIBBS, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 16, p. 420, 1881. Citato in pagina 93.
- 103** Sembra che la prima dichiarazione pubblicata del principio fu nell’edizione 2000 di questo testo, nel capitolo sulla gravitazione e relatività. Il presente autore scoprì il principio della massima forza nel 1998 durante la ricerca di un modo per derivare i risultati dell’ultima parte di questa avventura che sarebbe così semplice che avrebbe convinto anche uno studente di scuola secondaria. Il riferimento è CHRISTOPH SCHILLER, *Motion Mountain – The Adventure of Physics*, found at www.motionmountain.net. L’idea di una massima forza fu proposta anche da Gary Gibbons nel 2002 (vedi riferimento sotto). Oggi Gary Gibbons è più cauto di me sul fatto che la massima forza può essere vista come un principio fisico (nonostante il titolo del suo articolo). L’approccio di una massima forza fu discusso in varie discussioni di gruppi usenet nei primi anni del XXI secolo. Queste discussioni mostrarono che l’idea di una massima forza (e una massima potenza) erano note per alcune persone, ma che prima di Gibbons e me solo pochi l’avevano messo per iscritto. Anche questa scoperta fisica venne fatta quindi troppo tardi. In breve, soltanto l’idea di elevare la massima forza o potenza ad un *principio* sembra essere originale; essa fu pubblicata prima nel riferimento seguendo questo e poi in C. SCHILLER, *General relativity and cosmology derived from principle of maximum power or force*, International Journal of Theoretical Physics 44, pp. 1629–1647, 2005, prestampa a arxiv.org/abs/physics/0607090. Non citato.
- 104** G. W. GIBBONS, *The maximum tension principle in general relativity*, Foundations of Physics 32, pp. 1891–1901, 2002, or arxiv.org/abs/hep-th/0210109. Gary Gibbons explains that the maximum force follows from general relativity; he does not make a statement about the converse. Vedere anche R. BEIG, G. W. GIBBONS & R. M. SCHOEN, *Gravitating opposites attract*, Classical and Quantum Gravity 26, p. 225013, 2009, prestampa a arxiv.org/abs/09071103, and L. KOSTRO & B. LANGE, *Is c^4/G the greatest possible force in nature?*, Physics Essays 12, pp. 182–189, 1999. Vedere anche C. MASSA, *Does the gravitational constant increase?*, Astrophysics and Space Science 232, pp. 143–148, 1995. Citato in pagina 104 and 136.
- 105** Vedere il documento fondamentale di A. DiSESSA, *Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, 48, p. 365, 1980, and A. DiSESSA, *Erratum: “Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics” [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)]*, 48, p. 784, 1980. Anche l’eccellente testo di fisica di FRIEDRICH HERRMANN, *The Karlsruhe Physics Course*, makes this point extensively; it is free to download in English, Spanish, Russian, Italian and Chinese at www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html. Non citato.
- 106** C. SCHILLER, *Maximum force and minimum distance: physics in limit statements*,

- prestampa a arxiv.org/abs/physics/0309118; it is also part of the sixth volume of this text, which is freely downloadable at www.motionmountain.net. Citato in pagina 96, 98, and 109.
- 107 H. C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994. Another textbook that talks about the power limit is IAN R. KENYON, *General Relativity*, Oxford University Press, 1990. The maximum power is also discussed in L. KOSTRO, *The quantity c^5/G interpreted as the greatest possible power in nature*, Physics Essays 13, pp. 143–154, 2000. Citato in pagina 98, 108, 112, 117, 311, 323, and 333.
- 108 Una panoramica della letteratura del modello analogico della relatività generale può essere trovata sul sito web di Matt Visser www.physics.wustl.edu/~visser/Analog/bibliography.html. Citato in pagina 98.
- 109 Si veda ad esempio WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001, p. 70 ff, or RAY D’INVERNO, *Introducing Einstein’s Relativity*, Clarendon Press, 1992, p. 36 ff. Non citato.
- 110 Si veda ad esempio A. ASHTEKAR, S. FAIRHUST & B. KRISHNAN, *Isolated horizons: Hamiltonian evolution and the first law*, arxiv.org/abs/gr-qc/0005083. Citato in pagina 100.
- 111 T. JACOBSON, *Thermodynamics of spacetime: the Einstein equation of state*, Physical Review Letters 75, pp. 1260–1263, 1995 or arxiv.org/abs/gr-qc/9504004. Citato in pagina 101.
- 112 Si veda ad esempio EKKEHART KRÖNER, *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*, Springer, 1958, volume 5 of the series ‘Ergebnisse der angewandten Mathematik’. Kröner shows the similarity between the equations, methods and results of solid-state continuum physics and those of general relativity, including the Ricci formalism. Citato in pagina 104 and 197.
- 113 Vedere l’eccellente libro EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. Citato in pagina 105 and 321.
- 114 Questo contro-esempio fu suggerito da Steve Carlip. Citato in pagina 108.
- 115 E. R. CAIANIELLO, Lettere al Nuovo Cimento 41, p. 370, 1984. Citato in pagina 110.
- 116 Una notevole eccezione è il gruppo di insegnanti di fisica in Karlsruhe, che ha sempre insegnato la forza in modo corretto. Vedere F. HERRMANN, *Mengenartige Größen im Physikunterricht*, Physikalische Blätter 54, pp. 830–832, September 1998. Vedere anche the lecture notes on general introductory physics on the website www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten. Citato in pagina 115.
- 117 R. PENROSE, *Naked singularities*, Annals of the New York Academy of Sciences 224, pp. 125–134, 1973. Citato in pagina 116.
- 118 G. HUISKEN & T. ILMANEN, *The Riemannian Penrose inequality*, International Mathematics Research Notices 59, pp. 1045–1058, 1997. S. A. HAYWARD, *Inequalities relating area, energy, surface gravity and charge of black holes*, Physical Review Letters 81, pp. 4557–4559, 1998. Citato in pagina 116.
- 119 C. WILL, *The Confrontation between General Relativity and Experiment*, Living Reviews in Relativity 17, 2014, available freely at www.livingreviews.org/lrr-2014-4. Un più vecchio e più ampio riferimento è CLIFFORD M. WILL, *Was Einstein Right? – Putting General Relativity to the Test*, Oxford University Press, 1993. Vedere anche his paper arxiv.org/abs/gr-qc/9811036. Citato in pagina 117 and 329.
- 120 I risultati delle misurazioni dal satellite WMAP sono riassunti sul sito map.gsfc.nasa.gov/m_mm.html; the papers are available at lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map_bibliography.cfm. Citato in pagina 119.

121 La più semplice fonte storica è ALBERT EINSTEIN, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* II pp. 844–846, 1915. It is the first explanation of the general theory of relativity, in only three pages. The theory is then explained in detail in the famous article ALBERT EINSTEIN, *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*, *Annalen der Physik* 49, pp. 769–822, 1916. I riferimenti storici si trovano in Tedesco e in Inglese in JOHN STACHEL, ed., *The Collected Papers of Albert Einstein*, Volumes 1–9, Princeton University Press, 1987–2004.

Ecco una selezione di libri di testo in lingua inglese per lo studio più profondo, in ordine crescente di profondità e difficoltà:

- Un libro divertente, senza formule, ma comunque preciso e dettagliato, è il tascabile di IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990.
- Quasi nessuna formula, ma carichi di intuizioni, si trovano nell'entusiastico testo di JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990.
- Una presentazione eccellente è EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman, 2000.
- Bellezza, semplicità e brevità sono le caratteristiche di MALCOLM LUDVIGSEN, *General Relativity, a Geometric Approach*, Cambridge University Press, 1999.
- La buona spiegazione è la forza di BERNARD SCHUTZ, *Gravity From the Ground Up*, Cambridge University Press, 2003.
- Una buona panoramica di esperienze e teoria è data in JAMES FOSTER & J. D. NIGHTINGALE, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998.
- Un testo grazioso è SAM LILLEY, *Discovering Relativity for Yourself*, Cambridge University Press, 1981.
- Un testo moderno è di RAY D'INVERNO, *Introducing Einstein's Relativity*, Clarendon Press, 1992. It includes an extended description of black holes and gravitational radiation, and regularly refers to present research.
- Un testo bello, informativo e altamente raccomandato è H. C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994.
- Un libro moderno e ben scritto, con l'accento sulla teoria, da uno dei grandi maestri del campo è WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001.
- A classic is STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, Wiley, 1972.
- La passione della relatività generale può essere vissuta anche in JOHN KLAUDER, ed., *Magic without Magic: John Archibald Wheeler – A Collection of Essays in Honour of His Sixtieth Birthday*, W.H. Freeman & Co., 1972.
- Un testo esteso è KIP S. THORNE, *Black Holes and Time Warps – Einstein's Outrageous Legacy*, W.W. Norton, 1994.
- Il testo più matematico – e più difficile – è ROBERT M. WALD, *General Relativity*, University of Chicago Press, 1984.
- Molte informazioni sulla relatività generale sono disponibili su Internet. Come un buon punto di partenza per materiale dagli Stati Uniti-d'Americana, vedere il sito web math.ucr.edu/home/baez/physics/.

C'è ancora bisogno di un grande e moderno libro di testo sulla relatività generale, con materiale a colori, che combina gli aspetti sperimentali e teorici. Per i testi in altre lingue, vedere il riferimento successivo. Citato in pagina 123, 150, 152, 189, and 191.

122 Un bel testo di insegnamento Tedesco è il classico G. FALK & W. RUPPEL, *Mechanik*,

- Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, third edition, 1983.
- Un opuscolo pratico ed elegante è ULRICH E. SCHRÖDER, *Gravitation – Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2001.
- Un riferimento moderno è TORSTEN FLIESSBACH, *Allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1998.
- Eccellente è HUBERT GOENNER, *Einführung in die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1996.
- In Italiano, si trova il bellissimo, informativo, ma costoso H. C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitazione e spazio-tempo*, Zanichelli, 1997. It is highly recommended. A modern update of that book would be without equals. Citato in pagina 123, 150, 152, 167, 168, 191, and 331.
- 123 P. MOHAZZABI & J. H. SHEA, *High altitude free fall*, American Journal of Physics 64, pp. 1242–1246, 1996. As a note, due to a technical failure Kittinger had his hand in (near) vacuum during his ascent, without incurring any permanent damage. On the consequences of human exposure to vacuum, see the www.sff.net/people/geoffrey.landis/vacuum.html sito web. Citato in pagina 124.
- 124 Questa storia è raccontata da W. G. UNRUH, *Time, gravity, and quantum mechanics*, preprint available at arxiv.org/abs/gr-qc/9312027. Citato in pagina 124.
- 125 H. BONDI, *Gravitation*, European Journal of Physics 14, pp. 1–6, 1993. Citato in pagina 126.
- 126 J. W. BRAULT, Princeton University Ph.D. thesis, 1962. See also J. L. SNIDER, Physical Review Letters 28, pp. 853–856, 1972, and for the star Sirius see J.L. GREENSTEIN & al., Astrophysical Journal 169, p. 563, 1971. Citato in pagina 127 and 282.
- 127 Si veda il testo dettagliato di JEFFREY CRELINSTEN, *Einstein's Jury – The Race to Test Relativity*, Princeton University Press, 2006, which covers all researchers involved in the years from 1905 to 1930. Citato in pagina 127.
- 128 Il famoso documento è R. V. POUND & G. A. REBKA, *Il peso apparente dei fotoni*, Physical Review Letters 4, pp. 337–341, 1960. A higher-precision version was published by R. V. POUND & J. L. SNIDER, Physical Review Letters 13, p. 539, 1964, and R. V. POUND & J. L. SNIDER, Physical Review B 140, p. 788, 1965. Citato in pagina 127 and 282.
- 129 R.F.C. VESSOT & al., *Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser*, Physical Review Letters 45, pp. 2081–2084, 1980. The experiment was performed in 1976; there are more than a dozen co-authors involved in this work, which involved shooting a maser into space with a scout missile to a height of c. 10 000 km. Citato in pagina 128.
- 130 L. BRIATORE & S. LESCHIUTTA, *Evidence for Earth gravitational shift by direct atomic-time-scale comparison*, Il Nuovo Cimento 37B, pp. 219–231, 1977. Citato in pagina 128.
- 131 Maggiori informazioni sull'argomento possono essere trovate in E. P. CLANCY, *The Tides*, Doubleday, New York, 1969. Citato in pagina 129.
- 132 Le spedizioni erano andate in due piccole isole, vale a dire Sobral, nord del Brasile, e in Principe, nel golfo di Guinea. I risultati della spedizione sono apparsi in *The Times* prima che essi apparirono in una rivista scientifica. Oggi questo sarebbe chiamato poco professionale. I risultati furono pubblicati come F. W. DYSON, A. S. EDDINGTON & C. DAVIDSON, Philosophical Transactions of the Royal Society (London) 220A, p. 291, 1920, and Memoirs of the Royal Astronomical Society 62, p. 291, 1920. Citato in pagina 131.
- 133 D. KENNEFICK, *Testing relativity from the 1919 eclipse – a question of bias*, Physics Today pp. 37–42, March 2009. Questo ottimo articolo discute gli errori di misura in modo molto dettagliato. La leggenda metropolitana che gli scorrimenti della stella fossero così piccoli

sugli aspetti negativi che essi implicavano errori di misura di grandi dimensioni è sbagliata – potrebbe essere dovuti ad una mancanza di rispetto da parte di alcuni fisici per le capacità degli astronomi. Infatti nel 1979 rianalisi della misure confermano che tali piccoli cambiamenti, più piccoli del diametro dell'immagine della stella, sono attendibilmente misurabili. Infatti, le rianalisi del 1979 dei dati hanno prodotto una barra di errore più piccola delle analisi del 1919. Citato in pagina 131.

- 134** Una buona fonte per le immagini dello spazio-tempo è il testo di G. F. R. ELLIS & R. WILLIAMS, *Flat and Curved Space-times*, Clarendon Press, Oxford, 1988. Citato in pagina 131.
- 135** J. DROSTE, *Het veld van een enkel centrum in Einstein's theorie der zwaartekracht, en de beweging van een stoffelijk punt*, Verslag gew. Vergad. Wiss. Amsterdam 25, pp. 163–180, 1916. Citato in pagina 133.
- 136** Il nome *buco nero* fu introdotto nel 1967, ad una conferenza sulle pulsar, come descritto nella sua autobiografia da ASIX [Wheeler, John] John A. Wheeler / bt Geons, buchi neri, e Quantum Schiuma: A Life in Fisica / WW Norton, anno 1998 / ppsim 296-297 /: ‘Nel mio discorso, ho sostenuto che dovremmo considerare la possibilità che al centro di una pulsar vi è un oggetto gravitazionalmente completamente collassato. Ho osservato che non si poteva continuare a dire “oggetto completamente collassato gravitazionalmente” sopra e oltre. Si aveva bisogno di una frase più breve e descrittiva. “Che ne dici di un buco nero?” chiese qualcuno tra il pubblico. Ero stato alla ricerca proprio per il termine giusto per mesi, rimuginandoci sopra a letto, nella vasca da bagno, con la mia macchina, ogni volta che ho avuto momenti tranquilli. Improvvisamente, il nome sembrò perfettamente giusto. Quando diedi un'altra più formale ... lezione ... qualche settimana più tardi, il 29 Dec del 1967, usai il termine, e poi lo inclusi nella versione scritta della conferenza pubblicata nella primavera del 1968 ... ho deciso di essere casuale sul termine “buco nero”, mettendolo nella conferenza e nella versione scritta come se fosse un vecchio amico di famiglia. Poteva prendere piede? In effetti lo ha fatto. Ormai ogni scolaro ha sentito il termine’.
- L’uso diffuso del termine è iniziato con l’articolo di R. RUFFINI & J. A. WHEELER, *Introducing the black hole*, Physics Today 24, pp. 30–41, January 1971.
- Nella sua autobiografia, Wheeler scrive anche che l’espressione ‘buco nero senza capelli’ fu criticata come ‘oscena’ da Feynman. Questo è un commento bizzarro, dato che Feynman usava scrivere i suoi documenti nei topless bar. Citato in pagina 134, 252, 253, and 260.
- 137** L. B. KREUZER, *Experimental measurement of the equivalence of active and passive gravitational mass*, Physical Review 169, pp. 1007–1012, 1968. With a clever experiment, he showed that the gravitational masses of fluorine and of bromine are equal. Citato in pagina 134.
- 138** Una buono e accessibile libro sul tema è DAVID BLAIR & GEOFF McNAMARA, *Ripples on a cosmic sea*, Allen & Unwin, 1997. Citato in pagina 134.
- 139** Che i corpi cadono lungo geodetiche, indipendentemente dalla loro massa, il cosiddetto principio di equivalenza debole, è stato controllato da molti esperimenti, fino al livello 10^{-13} . Gli esperimenti più precisi usano le cosiddette bilance di torsione. Si veda, ad esempio, il sito del gruppo Eöt-Wash a www.npl.washington.edu/eotwash/experiments/experiments.html. Citato in pagina 138.
- 140** Finora, gli esperimenti confermano che l’energia nucleare elettrostatica e (forte) cade come la materia entro una parte su 10^8 , e l’energia (nucleare) debole entro pochi per cento. Questo è riassunto in Ref. 144. Citato in pagina 139.
- 141** J. SOLDNER, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, p. 161. Citato in pagina 139.

- 142** Si veda ad esempio K. D. OLUM, *Superluminal travel requires negative energies*, Physical Review Letters 81, pp. 3567–3570, 1998, or M. ALCUBIERRE, *The warp drive: hyper-fast travel within general relativity*, Classical and Quantum Gravity 11, pp. L73–L77, 1994. Vedere anche CHRIS VAN DEN BROECK, *A warp drive with more reasonable total energy requirements*, Classical and Quantum Gravity 16, pp. 3973–3979, 1999. Citato in pagina 142.
- 143** Vedere l' *Almanacco Astronomico* , e il suo *Supplemento Esplicativo*, H.M. Printing Office, London and U.S. Government Printing Office, Washington, 1992. Per le informazioni relative alle diverse coordinate di tempo utilizzate nel mondo, come la coordinata di tempo baricentrico, il tempo al baricentro del sistema solare, si veda anche la pagina web tycho.usno.navy.mil/systime.html. Essa contiene anche una buona bibliografia. Citato in pagina 143.
- 144** Una panoramica è data in C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, chapter 14.3, Cambridge University Press, revised edition, 1993. (Pur essendo uno standard di riferimento, la sua visione del ruolo delle maree e del ruolo dell'energia gravitazionale all'interno del principio di equivalenza è stato criticata da altri ricercatori.) Si veda anche Ref. 119. Citato in pagina 144, 150, and 328.
- 145** I calcoli omettono diversi effetti più piccoli, come la rotazione della Terra e lo spostamento verso il rosso. Per l'effetto principale, vedere EDWIN F. TAYLOR, 'The boundaries of nature: special and general relativity and quantum mechanics, a second course in physics' – *Edwin F. Taylor's acceptance speech for the 1998 Oersted Medal presented by the American Association of Physics Teachers*, 6 January 1998, American Journal of Physics 66, pp. 369–376, 1998. Citato in pagina 144.
- 146** A. G. LINDH, *Did Popper solve Hume's problem?*, Nature 366, pp. 105–106, 11 November 1993, Citato in pagina 145.
- 147** Vedi il documento P. KAARET, S. PIRAINO, P. F. BLOSER, E. C. FORD, J. E. GRINDLAY, A. SANTANGELO, A. P. SMALE & W. ZHANG, *Strong Field Gravity and X-Ray Observations of 4U1820-30*, Astrophysical Journal 520, pp. L37–L40, 1999, or at arxiv.org/abs/astro-ph/9905236. The beautiful graphics at the research.physics.uiuc.edu/CTA/movies/spm sito web illustrate this star system. Citato in pagina 145.
- 148** R. J. NEMIROFF, *Visual distortions near a black hole and a neutron star*, American Journal of Physics 61, pp. 619–632, 1993. Citato in pagina 145.
- 149** L'uguaglianza fu prima testata con precisione da R. VON EÖTVÖS, Annalen der Physik & Chemie 59, p. 354, 1896, and by R. VON EÖTVÖS, V. PEKÁR, E. FEKETE, *Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, Annalen der Physik 4, Leipzig 68, pp. 11–66, 1922. Eötvös found agreement to 5 parts in 10^9 . More experiments were performed by P. G. ROLL, R. KROTKOW & R. H. DICKE, *The equivalence of inertial and passive gravitational mass*, Annals of Physics (NY) 26, pp. 442–517, 1964, uno degli articoli di ricerca più interessanti e divertenti in fisica sperimentale, e di V. B. BRAGINSKY & V. I. PANOV, Soviet Physics – JETP 34, pp. 463–466, 1971. Modern results, with errors less than one part in 10^{12} , are by Y. SU & al., *New tests of the universality of free fall*, Physical Review D50, pp. 3614–3636, 1994. Diversi esperimenti futuri sono stati proposti per testare l'uguaglianza nello spazio per meno di una parte su 10^{16} . Citato in pagina 145, 146, and 282.
- 150** NIGEL CALDER, *Einstein's Universe*, Viking, 1979. Weizmann and Einstein once crossed the Atlantic on the same ship. Citato in pagina 148.
- 151** L. LERNER, *A simple calculation of the deflection of light in a Schwarzschild gravitational field*, American Journal of Physics 65, pp. 1194–1196, 1997. Citato in pagina 149.
- 152** A. EINSTEIN, *Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes*, Annalen der Physik 35, p. 898, 1911. Citato in pagina 150.

- 153** I. I. SHAPIRO, & al., *Fourth test of general relativity*, Physical Review Letters 13, pp. 789–792, 1964. Citato in pagina 151.
- 154** I. I. SHAPIRO, & al., *Fourth test of general relativity: preliminary results*, Physical Review Letters 20, pp. 1265–1269, 1968. Citato in pagina 151.
- 155** J. H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Proceedings of the Royal Society, London A 341, pp. 117–134, 1992. Citato in pagina 151 and 154.
- 156** B. BERTOTTI, I. CIUFOLINI & P. L. BENDER, *New test of general relativity: measurement of De Sitter geodetic precession rate for lunar perigee*, Physical Review Letters 58, pp. 1062–1065, 1987. Later it was confirmed by I.I. SHAPIRO & al., *Measurement of the De Sitter precession of the moon: a relativistic three body effect*, Physical Review Letters 61, pp. 2643–2646, 1988. Citato in pagina 155 and 282.
- 157** L'effetto Thirring fu previsto in H. THIRRING, *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie*, Physikalische Zeitschrift 19, pp. 33–39, 1918, and in H. THIRRING, *Berichtigung zu meiner Arbeit: "Über die Wirkung rotierender Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie"*, Physikalische Zeitschrift 22, p. 29, 1921. L'effetto Thirring–Lense fu previsto in J. LENSE & H. THIRRING, *Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie*, Physikalische Zeitschrift 19, pp. 156–163, 1918. Citato in pagina 155.
- 158** W. DE SITTER, *On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences*, Monthly Notes of the Royal Astronomical Society 77, pp. 155–184, p. 418E, 1916. For a discussion of De Sitter precession and Thirring–Lense precession, see also B. R. HOLSTEIN, *Gyroscope precession in general relativity*, American Journal of Physics 69, pp. 1248–1256, 2001. Citato in pagina 155.
- 159** Il lavoro si basa sui satelliti LAGEOS e LAGEOS II ed è raccontato in I. CIUFOLINI, *The 1995–99 measurements of the Thirring–Lense effect using laser-ranged satellites*, Classical and Quantum Gravity 17, pp. 2369–2380, 2000. Vedere anche I. CIUFOLINI & E. C. PAVLIS, *A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense–Thirring effect*, Nature 431, pp. 958–960, 2004. See, however, the next reference. Citato in pagina 158 and 282.
- 160** Si veda l'interessante discussione, dettagliata e inquietante di L. IORIO, *On some critical issues of the LAGEOS-based tests of the Lense–Thirring effect*, Journal of Modern Physics 2, pp. 210–218, 2011, preprint available at arxiv.org/abs/1104.4464. Citato in pagina 158 and 282.
- 161** Sull'esperimento satellitare Gravity Probe B, vedere la pagina web einstein.stanford.edu/highlights/status1.html ed i documenti ivi citati. Citato in pagina 158.
- 162** La rilevazione dell'effetto Thirring–Lense nelle pulsar binarie è presentato in R. D. BLANDFORD, *Lense–Thirring precession of radio pulsars*, Journal of Astrophysics and Astronomy 16, pp. 191–206, 1995. Citato in pagina 158.
- 163** G. HOLZMÜLLER, Zeitschrift für Mathematik und Physik 15, p. 69, 1870, F. TISSERAND, Comptes Rendus 75, p. 760, 1872, and Comptes Rendus 110, p. 313, 1890. Citato in pagina 158.
- 164** B. MASHHOON, *Gravitoelectromagnetism: a brief review*, arxiv.org/abs/gr-qc/0311030, and B. MASHHOON, *Gravitoelectromagnetism*, arxiv.org/abs/gr-qc/0011014. Vedere anche its extensive reference list on gravitomagnetism. Citato in pagina 158 and 159.
- 165** A. TARTAGLIA & M. L. RUGGIERO, *Gravito-electromagnetism versus electromagnetism*, European Journal of Physics 25, pp. 203–210, 2004. Citato in pagina 158.
- 166** D. BEDFORD & P. KRUMM, *On relativistic gravitation*, American Journal of Physics 53, pp. 889–890, 1985, and P. KRUMM & D. BEDFORD, *The gravitational Poynting vector and*

- energy transfer*, American Journal of Physics 55, pp. 362–363, 1987. Citato in pagina 159 and 167.
- 167 M. KRAMER & al., *Tests of general relativity from timing the double pulsar*, prestampa a arxiv.org/abs/astro-ph/0609417. Citato in pagina 161 and 282.
- 168 Questo è raccontato in JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990. Citato in pagina 162.
- 169 Vedere, per esempio, K. T. McDONALD, *Answer to question #49. Why c for gravitational waves?*, American Journal of Physics 65, pp. 591–592, 1997, and section III of V. B. BRAGINSKY, C. M. CAVES & K. S. THORNE, *Laboratory experiments to test relativistic gravity*, Physical Review D 15, pp. 2047–2068, 1992. Citato in pagina 163.
- 170 Una proposta per misurare la velocità della gravità è di S. M. KOPEIKIN, *Testing the relativistic effect of the propagation of gravity by Very Long Baseline Interferometry*, Astrophysical Journal 556, pp. L1–L5, 2001, and the experimental data is E. B. FORMALONT & S. M. KOPEIKIN, *The measurement of the light deflection from Jupiter: experimental results*, Astrophysical Journal 598, pp. 704–711, 2003. Vedere anche S. M. KOPEIKIN, *The post-Newtonian treatment of the VLBI experiment on September 8, 2002*, Physics Letters A 312, pp. 147–157, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0212121. Several arguments against the claim were published, such as C. M. WILL, *Propagation speed of gravity and the relativistic time delay*, arxiv.org/abs/astro-ph/0301145, and S. SAMUEL, *On the speed of gravity and the v/c corrections to the Shapiro time delay*, arxiv.org/abs/astro-ph/0304006. La discussione è proseguita, come mostrato in S. M. KOPEIKIN & E. B. FORMALONT, *Aberration and the fundamental speed of gravity in the Jovian deflection experiment*, Foundations of Physics 36, pp. 1244–1285, 2006, prestampa a arxiv.org/abs/astro-ph/0311063. Entrambe le parti sostengono di avere ragione: l'esperimento pretende di dedurre la velocità della gravità dalla mancanza di una componente tangenziale della deflessione della luce dalla gravità di Giove, e il lato critico afferma che la velocità della gravità non entra in questa misura. Se confrontiamo la situazione con sistemi analoghi in fluidi trasparenti o solidi, che mostrano anche nessuna componente di deviazione tangenziale, possiamo concludere che né la misura né la proposta ci permettono di dedurre informazioni sulla velocità di gravità. Una simile conclusione, ma sulla base di altri argomenti, si trova su physics.wustl.edu/cmw/SpeedofGravity.html. Citato in pagina 165 and 170.
- 171 Per un'introduzione alle onde gravitazionali, vedere B. F. SCHUTZ, *Gravitational waves on the back of an envelope*, American Journal of Physics 52, pp. 412–419, 1984. Citato in pagina 165.
- 172 La formula del quadrupolo è spiegata chiaramente nel testo da Goenner. Vedere Ref. 122. Citato in pagina 167.
- 173 La bella sintesi di DANIEL KLEPPNER, *The gem of general relativity*, Physics Today 46, pp. 9–11, April 1993, apparve un anno e mezzo prima dei lavori citati, Joseph Taylor e Russel Hulse, ricevettero il premio Nobel per la scoperta delle pulsar millisecondo. Un articolo di rassegna più dettagliato è J. H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Philosophical Transactions of the Royal Society, London A 341, pp. 117–134, 1992. The original paper is J. H. TAYLOR & J. M. WEISBERG, *Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+16*, Astrophysical Journal 345, pp. 434–450, 1989. Vedere anche J. M. WEISBERG, J. H. TAYLOR & L. A. FOWLER, *Pulsar PSR 1913+16 sendet Gravitationswellen*, Spektrum der Wissenschaft, pp. 53–61, December 1981. Citato in pagina 168.
- 174 D. R. LORIMER, *Binary and millisecond pulsars*, in www.livingreviews.org/lrr-2005-7, and J. M. WEISBERG & J. H. TAYLOR, *The relativistic binary pulsar B1913+16: thirty years of observations and analysis*, pp. 25–31, in F. A. RASIO & I. H. STAIRS, editors, *Binary Radio*

- Pulsars*, Proceedings of a meeting held at the Aspen Center for Physics, USA, 12 January - 16 January 2004, volume 328 of ASP Conference Series, Astronomical Society of the Pacific, 2005. Citato in pagina 168.
- 175 W. B. BONNOR & M. S. PIPER, *The gravitational wave rocket*, Classical and Quantum Gravity 14, pp. 2895–2904, 1997, or arxiv.org/abs/gr-qc/9702005. Citato in pagina 170.
- 176 WOLFGANG RINDLER, *Essential Relativity*, Springer, revised second edition, 1977. Citato in pagina 173.
- 177 Questo è raccontato (senza la soluzione dell'enigma) su p. 67, in WOLFGANG PAULI, *Relativitätstheorie*, Springer Verlag, Berlin, 2000, the edited reprint of a famous text originally published in 1921. The reference is H. VERMEIL, *Notiz über das mittlere Krümmungsmaß einer n-fach ausgedehnten Riemannschen Mannigfaltigkeit*, Göttinger Nachrichten, mathematische-physikalische Klasse p. 334, 1917. Citato in pagina 174.
- 178 M. SANTANDER, L. M. NIETO & N. A. CORDERO, *A curvature based derivation of the Schwarzschild metric*, American Journal of Physics 65, pp. 1200–1209, 1997. Citato in pagina 178 and 181.
- 179 MICHAEL H. SOFFEL, *Relativity in Astronomy, Celestial Mechanics and Geodesy*, Springer Verlag, 1989. Citato in pagina 179.
- 180 RICHARD P. FEYNMAN, FERNANDO B. MORINIGO, WILLIAM G. WAGNER & BRIAN HATFIELD, *Feynman Lectures on Gravitation*, Westview Press, 1995. Citato in pagina 180.
- 181 J. C. BAEZ & E. F. BUNN, *The meaning of Einstein's equation*, American Journal of Physics 73, pp. 644–652, 2005. Citato in pagina 182.
- 182 Y. WANG & M. TEGMARK, *New dark energy constraints from supernovae, microwave background and galaxy clustering*, Physical Review Letters 92, p. 241302, 2004, or arxiv.org/abs/astro-ph/0403292. Citato in pagina 186.
- 183 Argomenti per il vuoto della covarianza generale sono dati da JOHN D. NORTON, *General covariance and the foundations of general relativity*, Reports on Progress in Physics 56, pp. 791–858, 1993. The opposite point, including the discussion of 'absolute elements', is made in the book by J. L. ANDERSON, *Principles of Relativity Physics*, chapter 4, Academic Press, 1967. Citato in pagina 186.
- 184 Per una buona introduzione alla fisica matematica, vedere il famoso testo di tre donne in due volumi di YVONNE CHOQUET-BRUHAT, CECILE DEWITT-MORETTE & MARGARET DILLARD-BLEICK, *Analysis, Manifolds, and Physics*, North-Holland, 1996 and 2001. The first edition of this classic appeared in 1977. Citato in pagina 188.
- 185 C. G. TORRE & I. M. ANDERSON, *Symmetries of the Einstein equations*, Physical Review Letters 70, pp. 3525–3529, 1993, or arxiv.org/abs/gr-qc/9302033. Citato in pagina 190.
- 186 H. NICOLAI, *Gravitational billiards, dualities and hidden symmetries*, arxiv.org/abs/gr-qc/0506031. Citato in pagina 190.
- 187 Il documento originale è R. ARNOWITT, S. DESER & C. MISNER, *Coordinate invariance and energy expressions in general relativity*, Physical Review 122, pp. 997–1006, 1961. Citato in pagina 190.
- 188 Si veda ad esempio H. L. BRAY, *Black holes, geometric flows, and the Penrose inequality in general relativity*, Notices of the AMS 49, pp. 1372–1381, 2002. Citato in pagina 190.
- 189 Si veda ad esempio R.A. KNOP & al., *New constraints on Ω_M , Ω_Λ , and w from an independent set of eleven high-redshift supernovae observed with HST*, Astrophysical Journal 598, pp. 102–137, 2003. Citato in pagina 191.

- 190** Si veda ad esempio il documento di K. DALTON, *Gravity, geometry and equivalence*, preprint to be found at arxiv.org/abs/gr-qc/9601004, e L. LANDAU & E. LIFSHITZ, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon, 4th edition, 1975, p. 241. Citato in pagina 192.
- 191** Una recente panoramica sulle prove sperimentaliste dell'universalità della caduta libera è quella di R. J. HUGHES, *The equivalence principle*, *Contemporary Physics* 4, pp. 177–191, 1993. Citato in pagina 193.
- 192** L'equivalenza delle varie definizioni del tensore di Riemann è spiegata nella maggior parte dei testi sulla relatività generale; vedi Ref. 107. Citato in pagina 195.
- 193** K. TANGEN, *Can the Pioneer anomaly have a gravitational origin?*, arxiv.org/abs/gr-qc/0602089. Citato in pagina 196.
- 194** H. DITTUS & C. LÄMMERZAH, *Die Pioneer-Anomalie*, *Physik Journal* 5, pp. 25–31, January 2006. Citato in pagina 196.
- 195** Analogie con il buco nero appaiono in acustica, fluidi e molti altri campi. Si tratta di un tema di ricerca in corso. Si veda, ad esempio, M. NOVELLO, S. PEREZ BERGLIAFFA, J. SALIM, V. DE LORENCI & R. KLIPPERT, *Analog black holes in flowing dielectrics*, prestampa a arxiv.org/abs/gr-qc/0201061, T. G. PHILBIN, C. KUKLEWICZ, S. ROBERTSON, S. HILL, F. KONIG & U. LEONHARDT, *Fiber-optical analog of the event horizon*, *Science* 319, pp. 1367–1379, 2008, O. LAHAV, A. ITAH, A. BLUMKIN, C. GORDON & J. STEINHAUER, *A sonic black hole in a density-inverted Bose–Einstein condensate*, arxiv.org/abs/0906.1337. Citato in pagina 197.
- 196** Questa famosa citazione è la prima frase del capitolo finale, il ‘Beschluß’, di IMMANUEL KANT, *Kritik der praktischen Vernunft*, 1797. Citato in pagina 199.
- 197** A proposito di miti intorno alle stelle e le costellazioni, vedere il testo di G. FASCHING, *Sternbilder und ihre Mythen*, Springer Verlag, 1993. On the internet there are also the beautiful www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations/ and www.astro.uiuc.edu/~kaler/sow/sow.html sito webs. Citato in pagina 199.
- 198** A. MELLINGER, *A color all-sky panorama of the Milky Way*, prestampa a arxiv.org/abs/0908.4360. Citato in pagina 200.
- 199** AETIUS, Opinions, III, I, 6. See JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Esais, Gallimard, 1991, p. 445. Citato in pagina 199.
- 200** P. JETZER, *Gravitational microlensing*, *Naturwissenschaften* 86, pp. 201–211, 1999. Measurements using orbital speeds around the Galaxy gives agree with this value. Citato in pagina 202 and 209.
- 201** DIRK LORENZEN, *Geheimnivolles Universum – Europas Astronomen entschleiern das Weltall*, Kosmos, 2002. Vedere anche the beautiful sito web of the European Southern Observatory at www.eso.org. Citato in pagina 202.
- 202** Una bella introduzione all'astronomia moderna era PAOLO MAFFEI, *I mostri del cielo*, Mondadori Editore, 1976. Citato in pagina 207.
- 203** Si veda ad esempio A. N. Cox, ed., *Allen's Astrophysical Quantities*, AIP Press and Springer Verlag, 2000. Una panoramica di osservazioni ottiche è data dal Sloan Digital Sky Survey a skyserver.sdss.org. Maggiori informazioni sull'universo possono essere trovati nel testo bellissimo di W. J. KAUFMANN & R. A. FREDMAN, *Universe*, fifth edition, W.H. Freeman & Co., 1999. Le scoperte più recenti sono meglio seguite sui siti web sci.esa.int e hubble.nasa.gov. Citato in pagina 207.
- 204** D. R. LORIMER, A. J. FAULKNER, A. G. LYNE, R. N. MANCHESTER, M. KRAMER, M. A. McLAUGHLIN, G. HOBBS, A. POSSENTI, I. H. STAIRS, F. CAMILO,

- M. BURGAY, N. D'AMICO, A. CORONGIU & F. CRAWFORD, *The Parkes multibeam pulsar survey: VI. Discovery and timing of 142 pulsars and a Galactic population analysis*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society prestampa a arxiv.org/abs/astro-ph/0607640. Citato in pagina 209.
- 205 D. FIGER, *An upper limit to the masses of stars*, Nature 434, pp. 192–194, 2005. Citato in pagina 209.
- 206 G. BASRI, *The discovery of brown dwarfs*, Scientific American 282, pp. 77–83, April 2001. Citato in pagina 209.
- 207 Vedi il documento ben scritto da P. M. WOODS & C. THOMPSON, *Soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars: magnetar candidates*, prestampa a arxiv.org/abs/astro-ph/0406133. Citato in pagina 209.
- 208 B. M. GAENSLER, N. M. MCCLURE-GRIFFITHS, M. S. OEHY, M. HAVERKORN, J. M. DICKEY & A. J. GREEN, *A stellar wind bubble coincident with the anomalous X-ray pulsar 1E 1048.1-5937: are magnetars formed from massive progenitors?*, The Astrophysical Journal (Letters) 620, pp. L95–L98, 2005, or arxiv.org/abs/astro-ph/0501563. Citato in pagina 210.
- 209 L'opposizione al principio cosmologico è rara, poiché i dati sperimentali in genere lo supportano. Deviazioni locali sono discusse da vari cosmologi; la questione è ancora aperta. Si veda, ad esempio, D. WILTSHERE, *Gravitational energy and cosmic acceleration*, prestampa a arxiv.org/abs/0712.3982, and D. WILTSHERE, *Dark energy without dark energy*, prestampa a arxiv.org/abs/0712.3984. Citato in pagina 214.
- 210 C. WIRTZ, Scientia 38, p. 303, 1925, and K. LUNDMARK, *The motions and the distances of the spiral nebulae*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 85, pp. 865–894, 1925. Vedere anche G. STROMBERG, *Analysis of radial velocities of globular clusters and non-galactic nebulae*, Astrophysical Journal 61, pp. 353–362, 1925. Citato in pagina 214.
- 211 G. GAMOW, *The origin of the elements and the separation of galaxies*, Physical Review 74, p. 505, 1948. Non citato.
- 212 A. G. DOROSHKEVICH, & I. D. NOVIKOV, Dokl. Akad. Nauk. SSSR 154, p. 809, 1964. Esso apparve tradotto in inglese alcuni mesi più tardi. La storia della previsione fu detto da Penzias nella sua conferenza Nobel. Non citato.
- 213 ARNO A. PENZIAS & ROBERT W. WILSON, *A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mcs*, Astrophysical Journal 142, pp. 419–421, 1965. Citato in pagina 215.
- 214 Si veda ad esempio, D. PRIALNIK, *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*, Cambridge University Press, 2000. Citato in pagina 217.
- 215 Le masse stelle sono esplorate in D. FIGIER, *An upper limit to the masses of stars*, Nature 434, pp. 192–194, 2005. Citato in pagina 217.
- 216 MACROBIUS, *Somnium Scipionis*, XIV, 19. See JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles pré-socratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 61. Citato in pagina 218.
- 217 Sulla storia remota dell'universo, vedere gli ottimi testi di G. BÖRNER, *The Early Universe – Facts & Fiction*, Springer Verlag, 3rd edition, 1993, or BARRY PARKER, *Creation – The Story of the Origin and the Evolution of the Universe*, Plenum Press, 1988. For an excellent popular text, see M. LONGAIR, *Our Evolving Universe*, Cambridge University Press, 1996. Citato in pagina 218.
- 218 Il primo ossigeno sembra essere apparso nell'atmosfera, prodotto da microrganismi, 2,32 mila milioni di anni fa. Vedere A. BECKER & al., *Dating the rise of atmospheric oxygen*, Nature 427, pp. 117–120, 2003. Citato in pagina 221.

- 219** GABRIELE WALKER, *Snowball Earth – The Story of the Great Global Catastrophe That Spawned Life as We Know It*, Crown Publishing, 2003. Citato in pagina 221.
- 220** K. KNIE, *Spuren einer Sternexplosion*, Physik in unserer Zeit 36, p. 8, 2005. The first step of this connection is found in K. KNIE, G. KORSCHINEK, T. FAESTERMANN, E. A. DORFI, G. RUGEL & A. WALLNER, *⁶⁰Fe anomaly in a deep-sea manganese crust and implications for a nearby supernova source*, Physics Review Letters 93, p. 171103, 2004, the second step in N. D. MARSH & H. SVENSMARK, *Low cloud properties influenced by cosmic rays*, Physics Review Letters 85, pp. 5004–5007, 2000, and the third step in P. B. DE MENOCAL, *Plio-Pleistocene African climate*, Science 270, pp. 53–59, 1995. Citato in pagina 222.
- 221** A. FRIEDMAN, *Über die Krümmung des Raumes*, Zeitschrift für Physik 10, pp. 377–386, 1922, and A. FRIEDMANN, *Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes*, Zeitschrift für Physik 21, pp. 326–332, 1924. (Nella traslitterazione Latina, l'autore acquisì un secondo 'n' nel suo secondo documento.) Citato in pagina 223.
- 222** H. KNUTSEN, *Darkness at night*, European Journal of Physics 18, pp. 295–302, 1997. Citato in pagina 228 and 230.
- 223** See for example P.D. PEŠIĆ, *Brightness at night*, American Journal of Physics 66, pp. 1013–1015, 1998. Citato in pagina 229 and 231.
- 224** PAUL WESSON, *Olbers' paradox and the spectral intensity of extra-galactic background light*, Astrophysical Journal 367, p. 399, 1991. Citato in pagina 229.
- 225** STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley, 1972. Un eccellente libro scritto con un forte tocco personale e sottolineando soprattutto la relazione con i dati sperimentali. Non sviluppa una forte sensibilità per la curvatura dello spazio-tempo, e non affronta i problemi di base di spazio e tempo nella relatività generale. Eccellente per imparare come calcolare realmente le cose, ma meno per le finalità della nostra salita di montagna. Citato in pagina 231 and 272.
- 226** Le ricerche di supernove vengono eseguite da molti gruppi di ricerca presso i più grandi telescopi ottici e raggi X. Un famoso esempio è il progetto Supernova Cosmology descritto in supernova.lbl.gov. Citato in pagina 232.
- 227** Gli esperimenti sono discussi in dettaglio nell'eccellente revisione di D. GIULINI & N. STRAUMANN, *Das Rätsel der kosmischen Vakuumenergiedichte und die beschleunigte Expansion des Universums*, Physikalische Blätter 556, pp. 41–48, 2000. Vedere anche N. STRAUMANN, *The mystery of the cosmic vacuum energy density and the accelerated expansion of the universe*, European Journal of Physics 20, pp. 419–427, 1999. Citato in pagina 232 and 283.
- 228** A. HARVEY & E. SCHUCKING, *Einstein's mistake and the cosmological constant*, American Journal of Physics 68, pp. 723–727, 2000. Citato in pagina 233.
- 229** L'autore della bibbia spiega la *pioggia* in questo modo, come si deduce dalla sua prima pagina, Genesis 1: 6-7. Citato in pagina 234.
- 230** Fino alla sua morte, Fred Hoyle difese la sua credenza che l'universo non è descritto dal big bang, ma da un flusso costante; vedere G. BURBIDGE, F. HOYLE & J. V. NARLIKAR, *A different approach to cosmology*, Physics Today 52, pp. 38–44, 1999. The team has also written a book with the same title, published in 2000. L'ultimo libro sul tema è J. V. NARLIKAR & G. BURBIDGE, *Facts and speculations in Cosmology*, Cambridge University Press, 2008, vale la pena leggerlo, perché è uno dei rari libri che stimolano il pensiero. Citato in pagina 234 and 235.

- 231** STEPHEN W. HAWKING & G. F. R. ELLIS, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge, 1973. Tra l'altro, questo testo di riferimento discute le singolarità dello spazio-tempo, e la loro necessità nella storia dell'universo. Citato in pagina 235, 274, and 339.
- 232** AUGOSTINO, *Confessioni*, 398, scrive nel Libro XI: 'La mia risposta a chi chiede 'Che cosa faceva Dio prima di fare il Cielo e la Terra?' non è 'Egli stava preparando l'inferno per le persone che curiosavano nei misteri'. Questa risposta frivola è stata fatta prima, diciamo così, al fine di eludere il punto della questione. Ma una cosa è prendere in giro l'interlocutore ed un altro trovare la risposta. Quindi mi asterrò dal dare questa risposta. [...] Prima che Dio facesse Cielo e Terra, egli non fece nulla affatto. [...] Ma se prima di Cielo e Terra non c'era il tempo, perché viene chiesto che cosa tu [Dio] facesti allora? Poiché non c'era "allora" quando non c'era tempo'. (Book XI, chapter 12 and 13). Citato in pagina 237.
- 233** STEPHEN HAWKING, *A Brief History of Time – From the Big Bang to Black Holes*, 1988. La lettura di questo bestseller è quasi un must per qualsiasi fisico, in quanto è un argomento frequente alle cene. Citato in pagina 237.
- 234** Dettagli sulle stelle sono spiegati in molti testi sulla struttura ed evoluzione stellare. Si veda ad esempio RUDOLF KIPPENHAHN & ALFRED WEIGERT, *Stellar Structure and Evolution*, Springer, 1990. Citato in pagina 239.
- 235** J. PELET, R. KAYSER, S. REFSDAL & T. SCHRAMM, *The light curve and the time delay of QSO 0957+561*, *Astronomy and Astrophysics* 305, p. 97, 1996. Citato in pagina 241.
- 236** F. ZWICKY, *Nebulae as gravitational lenses*, *Physical Review Letters* 51, p. 290, and F. ZWICKY, *On the probability to detect nebulae which act as gravitational lenses*, p. 679, 1937. The negative view by Einstein is found in A. EINSTEIN, *Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field*, *Science* 84, pp. 506–507, 1936. Una rassegna sulla lente gravitazionale può anche essere trovata on-line, nel lavoro di J. WAMBSGANSS, *Gravitational lensing in astronomy*, *Living Reviews in Relativity* 1-12, pp. 1–80, 1998, to be found on the www.livingreviews.org/Articles/Volumel/1998-12wamb sito web.
- C'è anche il libro di P. SCHNEIDER, J. EHRLERS & E. E. FALCO, *Gravitational Lenses*, Springer Verlag, Berlin, 1992. Citato in pagina 241.
- 237** M. LACHIÈZE-REY & J. -P. LUMINET, *Cosmic topology*, *Physics Reports* 254, pp. 135–214, 1995. Vedere anche B. F. ROUKEMA, *The topology of the universe*, arxiv.org/abs/astro-ph/0010185 preprint. Citato in pagina 243.
- 238** Grazie a Steve Carlip per aver chiarito questo punto. Citato in pagina 244.
- 239** G. F. R. ELLIS & T. ROTHMAN, *Lost horizons*, *American Journal of Physics* 61, pp. 883–893, 1993. Citato in pagina 244.
- 240** A. GUTH, *Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts – Die Theorie des inflationären Universums*, Droemer Knaur, 1999. Citato in pagina 245.
- 241** I valori di entropia per l'universo sono stati discussi da ILYA PRIGOGINE, *Is Future Given?*, World Scientific, 2003. This was his last book. Per un approccio diverso, vedere G. A. MENA MARUGÁN & S. CARNEIRO, *Holography and the large number hypothesis*, arxiv.org/abs/gr-qc/0111034. Questo documento ripete anche la dichiarazione sentita spesso che l'universo ha un entropia che è molto più piccola del massimo teorico. Il massimo è spesso stimata nel range di 10^{100} k a 10^{120} k. Altri autori danno 10^{84} k. Nel 1974, Roger Penrose fece anche dichiarazioni circa l'entropia del universo. Tuttavia, è più corretto affermare che l'entropia dell'universo non è una quantità utile, perché l'universo non è un sistema fisico. Citato in pagina 246.

- 242** C. L. BENNET, M. S. TURNER & M. WHITE, *The cosmic rosetta stone*, Physics Today 50, pp. 32–38, November 1997. The cosmic background radiation differs from black hole radiation by less than 0.005 %. Citato in pagina 247.
- 243** The lack of expansion in the solar system is explained in detail in E. F. BUNN & D. W. HOGG, *The kinematic origin of the cosmological redshift*, American Journal of Physics 77, pp. 688–694, 2009. Citato in pagina 247.
- 244** Una bell’articolo che spiega come si possono fare esperimenti per scoprire come il corpo umano percepisce la rotazione anche quando ha gli occhi bendati e le orecchie tappate è descritto da M. -L. MITTELSTAEDT & H. MITTELSTAEDT, *The effect of centrifugal force on the perception of rotation about a vertical axis*, Naturwissenschaften 84, pp. 366–369, 1997. Citato in pagina 248.
- 245** Nessuna dipendenza della *massa inerziale* sulla distribuzione di massa circostante è mai stata trovata negli esperimenti. Si veda, ad esempio, R. H. DICKE, *Experimental tests of Mach’s principle*, 7, pp. 359–360, 1961. Citato in pagina 248.
- 246** Lo stato attuale è dato negli atti della conferenza di JULIAN BARBOUR & HERBERT PFISTER, eds., *Mach’s Principle: From Newton’s Bucket to Quantum Gravity*, Birkhäuser, 1995. Varie formulazioni del principio di Mach – infatti, 21 quelli diversi – sono confrontati a pagina 530.
- In uno sviluppo correlato, nel 1953, Dennis Sciama pubblicò un articolo in cui sostiene che l’inerzia di una particella è dovuta alla attrazione gravitazionale degli altri elementi dell’universo. Il documento è ampiamente citato, ma non fornisce alcuna nuova dichiarazione sulla questione. Vedere D. W. SCIAMA, *On the origin of inertia*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 113, pp. 34–42, 1953. Citato in pagina 248 and 249.
- 247** Informazioni sulla rotazione dell’universo sono dati in A. KOGUT, G. HINSHAW & A. J. BANDAY, *Limits to global rotation and shear from the COBE DMR four-year sky maps*, Physical Review D 55, pp. 1901–1905, 1997. Earlier information is found in J. D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D. H. SONODA, *Universal rotation: how large can it be?*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 213, pp. 917–943, 1985. Vedere anche J. D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D. H. SONODA, *Structure of the cosmic microwave background*, Nature 309, pp. 397–402, 1983, or E. F. BUNN, P. G. FERREIRA & J. SILK, *How anisotropic is the universe?*, Physical Review Letters 77, pp. 2883–2886, 1996. Citato in pagina 249.
- 248** La questione è stata discussa in seno alla gravità linearizzata da RICHARD TOLMAN, in his textbook *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*, Clarendon Press, 1934, on pp. 272–290. The exact problem has been solved by A. PERES, *Null electromagnetic fields in general relativity theory*, Physical Review 118, pp. 1105–1110, 1960, and by W. B. BONNOR, *The gravitational field of light*, Commun. Math. Phys. 13, pp. 163–174, 1969. Vedere anche N. V. MITSKIEVIC & K. K. KUMARADTYA, *The gravitational field of a spinning pencil of light*, Journal of Mathematical Physics 30, pp. 1095–1099, 1989, and P. C. AICHELBURG & R. U. SEXL, *On the gravitational field of a spinning particle*, General Relativity and Gravitation 2, pp. 303–312, 1971. Citato in pagina 250.
- 249** Vedi il delizioso popolare resoconto di IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. The consequences of light decay were studied by M. BRONSTEIN, *Die Ausdehnung des Weltalls*, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion 3, pp. 73–82, 1933. Citato in pagina 250 and 257.
- 250** C. L. CARILLI, K. M. MENTEN, J. T. STOCKE, E. PERLMAN, R. VERMEULEN, F. BRIGGS, A. G. DE BRUYN, J. CONWAY & C. P. MOORE, *Astronomical constraints*

- on the cosmic evolution of the fine structure constant and possible quantum dimensions*, Physical Review Letters 85, pp. 5511–5514, 25 December 2000. Citato in pagina 250.
- 251** Le osservazioni dei buchi neri al centro delle galassie e altrove sono riassunti da R. BLANDFORD & N. GEHRELS, *Revisiting the black hole*, Physics Today 52, pp. 40–46, June 1999. Citato in pagina 252 and 264.
- 252** Un libro eccellente e divertente sui buchi neri, senza alcuna formula, ma comunque preciso e dettagliato, è il tascabile di IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. Vedere anche EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman 2000.
Per una introduzione storica, vedi il documento di R. RUFFINI, *The physics of gravitationally collapsed objects*, pp. 59–118, in *Neutron Stars, Black Holes and Binary X-Ray Sources*, Proceedings of the Annual Meeting, San Francisco, Calif., February 28, 1974, Reidel Publishing, 1975. Citato in pagina 252.
- 253** J. MICHELL, *On the means of discovering the distance, magnitude, etc of the fixed stars*, Philosophical Transactions of the Royal Society London 74, p. 35, 1784, reprinted in S. DETWEILER, *Black Holes – Selected Reprints*, American Association of Physics Teachers, 1982. Citato in pagina 252.
- 254** Il bel documento è R. OPPENHEIMER & H. SNYDER, *On continued gravitational contraction*, Physical Review 56, pp. 455–459, 1939. Citato in pagina 255.
- 255** R. P. KERR, *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*, Physical Review Letters 11, pp. 237–238, 1963. Citato in pagina 260.
- 256** E. T. NEWMAN, E. COUCH, R. CHINNAPARED, A. EXTON, A. PRAKASH & R. TORRENCE, *Metric of a rotating, charged mass*, Journal of Mathematical Physics 6, pp. 918–919, 1965. Citato in pagina 260.
- 257** Per una sintesi, vedere P. O. MAZUR, *Black hole uniqueness theorems*, pp. 130–157, in M. A. H. MACCALLUM, editor, *General Relativity and Gravitation*, Cambridge University Press, 1987, or the update at arxiv.org/abs/hep-th/0101012. Vedere anche D. C. ROBINSON, *Four decades of black hole uniqueness theorems*, available at www.mth.kcl.ac.uk/staff/dc_robinson/blackholes.pdf Citato in pagina 260.
- 258** H. P. KÜNZLE & A. K. M. MASOOD-UL-ALAM, *Spherically symmetric static SU(2) Einstein-Yang-Mills fields*, Journal of Mathematical Physics 31, pp. 928–935, 1990. Citato in pagina 260.
- 259** Un esempio di ricerca che mostra la tendenza della radiazione gravitazionale a produrre forme sferiche in cui i buchi neri si scontrano è L. REZZOLLA, R. P. MACEDO & J. L. JARAMILLO, *Understanding the “anti kick” in the merger of binary black holes*, Physical Review Letters 104, p. 221101, 2010. Citato in pagina 260 and 282.
- 260** R. PENROSE & R. M. FLOYD, *Extraction of rotational energy from a black hole*, Nature 229, pp. 177–179, 1971. Citato in pagina 262.
- 261** La relazione massa–energia per un buco nero rotante è dovuta a D. CHRISTODOULOU, *Reversible and irreversible transformations in black hole physics*, Physical Review Letters 25, pp. 1596–1597, 1970. For a general, charged and rotating black hole it is due to D. CHRISTODOULOU & R. RUFFINI, *Reversible transformations of a charged black hole*, Physical Review D 4, pp. 3552–3555, 1971. Citato in pagina 262.
- 262** J. D. BEKENSTEIN, *Black holes and entropy*, Physical Review D7, pp. 2333–2346, 1973. Citato in pagina 263.
- 263** Sul tema dei buchi neri nell'universo primordiale, ci sono solo articoli di ricerca speculativa, come si trova, per esempio, su arxiv.org. La questione non è ancora risolta. Citato in

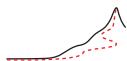
- pagina 264.
- 264** Per informazioni sui buchi neri in formazione via collasso di stelle, vedere l'articolo di Wikipedia su en.wikipedia.org/wikie/Stellar_black_hole. Citato in pagina 264.
- 265** FREDERICK LAMB, APS meeting 1998 press conference: *Binary star 4U1820-30, 20 000 light years from Earth*, Physics News Update, April 27, 1998. Citato in pagina 264.
- 266** La prima evidenza diretta per la materia che cade in un buco nero fu pubblicata agli inizi del 2001 dagli astronomi della NASA guidati da Joseph Dolan. Citato in pagina 265.
- 267** Per una sintesi leggibile dei teoremi delle singolarità di Penrose - Hawking, J. NATÀRIO, *Relativity and singularities - a short introduction for mathematicians*, prestampa a arxiv.org/abs/math.DG/0603190. Details can be found in Ref. 231. Citato in pagina 265.
- 268** Per una panoramica della censura cosmica, vedere T. P. SINGH, *Gravitational collapse, black holes and naked singularities*, arxiv.org/abs/gr-qc/9805066, or R. M. WALD, *Gravitational collapse and cosmic censorship*, arxiv.org/abs/gr-qc/9710068. The original idea is due to R. PENROSE, *Gravitational collapse: the role of general relativity*, Rivista del Nuovo Cimento 1, pp. 252-276, 1969. Citato in pagina 266.
- 269** Il paradosso è discusso in M. A. ABRAMOWICZ, *Black holes and the centrifugal force paradox*, Scientific American 266, pp. 74-81, March 1993, and in the comment by D. N. PAGE, *Relative alternatives*, Scientific American 266, p. 5, August 1993. Vedere anche M. A. ABRAMOWICZ & E. SZUSZKIEWICZ, *The wall of death*, American Journal of Physics 61, pp. 982-991, 1993, and M. A. ABRAMOWICZ & J. P. LASOTA, *On traveling round without feeling it and uncurving curves*, American Journal of Physics 54, pp. 936-939, 1986. Citato in pagina 268.
- 270** J. EHLERS, *Introduction – Survey of Problems*, pp. 1-10, in J. EHLERS, editor, *Sistemi gravitazionali isolati in relatività generale*, Rendiconti della scuola internazionale di fisica "Enrico Fermi", LXVII° corso, Società Italiana di Fisica/North Holland, 1979. Citato in pagina 269.
- 271** G. J. STONEY, *On the physical units of nature*, Philosophical Magazine 11, pp. 381-391, 1881. Citato in pagina 273.
- 272** L'orologio geometrodinamico è discusso in D. E. BRAHM & R. P. GRUBER, *Limitations of the geometrodynamical clock*, General Relativity and Gravitation 24, pp. 297-303, 1992. The clock itself was introduced by R. F. MARZKE, in his Ph.D. thesis *The theory of measurement in general relativity*, 1959, with John Wheeler as thesis adviser. Citato in pagina 274.
- 273** R. GEROCH, *Einstein algebras*, Commun. Math. Phys. 26, pp. 271-275, 1972. Citato in pagina 274.
- 274** A. MACDONALD, *Einstein's hole argument*, American Journal of Physics 69, pp. 223-225, 2001. Citato in pagina 275.
- 275** ROMAN U. SEXL, *Die Hohlwelttheorie*, Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht 368, pp. 453-460, 1983. ROMAN U. SEXL, *Universal conventionalism and space-time*, General Relativity and Gravitation 1, pp. 159-180, 1970. Vedere anche ROMAN U. SEXL, *Die Hohlwelttheorie*, in ARTHUR SCHARMANN & HERBERT SCHRAMM, editors, *Physik, Theorie, Experiment, Geschichte, Didaktik – Festschrift für Wilfried Kuhn zum 60. Geburtstag am 6. Mai 1983*, Aulis Verlag Deubner, 1984, pp. 241-258. Citato in pagina 276.
- 276** T. DAMOUR, *Experimental tests of relativistic gravity*, arxiv.org/abs/gr-qc/9904057. It is the latest in a series of his papers on the topic; the first was T. DAMOUR, *Was Einstein 100 % right?*, arxiv.org/abs/gr-qc/9412064. Citato in pagina 280, 281, and 282.
- 277** H. DITTUS, F. EVERITT, C. LÄMMERZAH & G. SCHÄFER, *Die Gravitation im Test*, Physikalische Blätter 55, pp. 39-46, 1999. Citato in pagina 281.

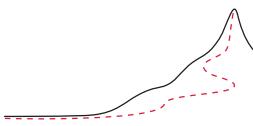
- 278** Vedere S. BÄSSLER & al., *Improved test of the equivalence principle for gravitational self-energy*, Physical Review Letters 83, pp. 3585–3588, 1999. Vedere anche C. M. WILL, *Gravitational radiation and the validity of general relativity*, Physics Today 52, p. 38, October 1999. Citato in pagina 282.
- 279** La dipendenza dal quadrato inverso è stata controllata fino a 60 µm, come riportato da E. ADELBERGER, B. HECKEL & C. D. HOYLE, *Testing the gravitational inverse-square law*, Physics World 18, pp. 41–45, 2005. Citato in pagina 282.
- 280** Per le teorie in competizione con la relatività generale, si veda ad esempio l'ampia e ottima recensione di C. M. WILL, *The confrontation between general relativity and experiment*, Living Reviews of Relativity 2001-2014, electronic version at www.livingreviews.org/lrr-2001-4, update at www.livingreviews.org/lrr-2006-3 and prestampa a arxiv.org/abs/1403.7377. Ad esempio, l'assenza dell'effetto Nordtvedt, un'ipotetica oscillazione di 28 giorni nella distanza Terra–Luna, che fu cercata da esperimenti laser senza alcun risultato, eliminò diverse teorie concorrenti. Questo effetto, previsto da Kenneth Nordtvedt, apparirebbe solo se l'energia gravitazionale nel sistema Terra–Luna cadesse in modo diverso che la Terra e la Luna stessi. Per un riepilogo delle misure, vedi J. MÜLLER, M. SCHNEIDER, M. SOFFEL & H. RUDER, *Testing Einstein's theory of gravity by analyzing lunar laser ranging data*, Astrophysical Journal Letters 382, pp. L101–L103, 1991. Citato in pagina 281.
- 281** Quasi tutto di importanza nella relatività generale è pubblicato sulla rivista di ricerca basata su internet *Living Reviews in Relativity*, che si trova presso il sito web www.livingreviews.org. L'altra importante rivista nel campo è *Classical and Quantum Gravity*. In astrofisica, la pubblicazione centrale, è *Astronomy & Astrophysics*. Citato in pagina 281.
- 282** Lo studio del caos nelle equazioni di campo di Einstein è solo all'inizio. Vedi, ad esempio, L. BOMBELLI, F. LOMBARDO & M. CASTAGNINO, *Chaos in Robertson-Walker cosmology*, arxiv.org/abs/gr-qc/9707051. Citato in pagina 282.
- 283** Il satellite dell'ESA chiamato 'Planck' ha misurato la polarizzazione della radiazione cosmica di fondo. Ciò fornirà maggiori dettagli sulla formazione delle galassie. Citato in pagina 283.
- 284** Una buona introduzione al tema dei lampi di raggi gamma è S. KLOSE, J. GREINER & D. HARTMANN, *Kosmische Gammastrahlenausbrüche – Beobachtungen und Modelle*, Teil I und II, Sterne und Weltraum March and April 2001. Citato in pagina 283.
- 285** Il database delle soluzioni di campo è costruito attorno al lavoro di A. Karlhede, che permette di distinguere tra le soluzioni con una limitata quantità di calcolo matematico. Citato in pagina 283.
- 286** Belle immagini simulate dei wormhole sono disponibili, ad esempio, sul meraviglioso sito web www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de. Tuttavia, gli effetti quantistici proibiscono loro esistenza, in modo che nessuna immagine è inclusa qui. Un approccio di base è quello di T. DIEMER & M. HADLEY, *Charge and the topology of spacetime*, Classical and Quantum Gravity 16, pp. 3567–3577, 1999, or arxiv.org/abs/gr-qc/9905069 and M. HADLEY, *Spin half in classical general relativity*, Classical and Quantum Gravity 17, pp. 4187–4194, 2000, or arxiv.org/abs/gr-qc/0004029. Citato in pagina 283.
- 287** Un'importante formulazione della relatività è A. ASHTEKAR, *New variables for classical and quantum gravity*, Physical Review Letters 57, pp. 2244–2247, 1986. Citato in pagina 283.
- 288** Per una rassegna su inflazione e universo primordiale, vedere D. BAUMANN, *TASI lectures on inflation*, prestampa a arxiv.org/abs/0907.5424. Citato in pagina 283.

- 289** Un testo ben scritto sui collegamenti tra il big bang e la fisica delle particelle è di I. L. ROZENTAL, *Big Bang – Big Bounce, How Particles and Fields Drive Cosmic Evolution*, Springer, 1988. For another connection, see M. NAGANO & A. A. WATSON, *Observations and implications of the ultrahigh energy cosmic rays*, *Reviews of Modern Physics* 72, pp. 689–732, 2000. Citato in pagina 283.
- 290** L'insegnamento beneficerà in particolare di nuove formulazioni, dalla concentrazione sui principi e le loro conseguenze, come è successo nella relatività speciale, da semplici descrizioni a livello di campi deboli, e per la futura ricerca nella teoria della relatività generale. I libri di testo nuovi citati sono tutti passi in queste direzioni. Citato in pagina 284.
- 291** G. E. PRINCE & M. JERIE, *Generalising Raychaudhuri's equation*, in *Differential Geometry and Its Applications*, Proc. Conf., Opava (Czech Republic), August 27-31, 2001, Silesian University, Opava, 2001, pp. 235–242. Citato in pagina 284.
- 292** La torsione è presentata in R. T. HAMMOND, *New fields in general relativity*, *Contemporary Physics* 36, pp. 103–114, 1995. Citato in pagina 284.
- 293** Un approccio ben noto è quello di Bekenstein; egli propone una modifica della relatività generale che modifica la gravità universale $1/r^2$ a distanze galattiche. Ciò viene fatto al fine di spiegare le centinaia di misure di curve di rotazione galattiche che sembrano richiedere una tale modifica. (Questo approccio si chiama *dinamica Newtoniana modificata* o MOND.) Un'introduzione è data da JACOB D. BEKENSTEIN, *The modified Newtonian dynamics – MOND – and its implications for new physics*, *Contemporary Physics* 47, pp. 387–403, 2006, prestampa a arxiv.org/abs/astro-ph/0701848v2. Citato in pagina 285.
- 294** *Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France. Tutti i nuovi sviluppi riguardanti le unità SI sono stati pubblicati sulla rivista *Metrologia*, edita dallo stesso organismo. Mostrando la lentezza di una istituzione vecchia, il BIPM lanciò un sito web solo nel 1998; è adesso raggiungibile a www.bipm.fr. Vedere anche il sito web www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html; questo include le biografie di persone che hanno dato il loro nome a varie unità. Il sito del suo equivalente britannico, www.npl.co.uk/npl/reference, è molto meglio; fornisce molti dettagli così come la versione in lingua inglese delle definizioni delle unità SI. Non citato.
- 295** La bibbia nel campo della misurazione del tempo è l'opera in due volumi da J. VANIER & C. AUDOIN, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. A popular account is TONY JONES, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000.
- Tel sito opdaf1.obspm.fr/www/lexique.html dà un glossario dei termini utilizzati nel campo. Per misure *lunghezza* di precisione, gli strumenti di scelta sono laser speciali, quali i laser mode-locked e pettini di frequenza. C'è una vasta letteratura su questi argomenti. Altrettanto grande è la letteratura sulle misurazioni di precisione della *corrente elettrica*; c'è una corsa per il modo migliore per fare questo: conteggio di cariche o misurazione di forze magnetiche. Il problema è ancora aperto. Sulle misure di *massa* e di massa atomica, vedi pagina 62. Sulle misurazioni di alta precisione della *temperatura*, vedere Volume I, su pagina 549. Non citato.
- 296** I prefissi non ufficiali furono dapprima proposti nel 1990 da Jeff K. Aronson della University of Oxford, e potrebbero entrare in uso generale nel futuro. Non citato.
- 297** Vedi la recensione di L. JU, D. G. BLAIR & C. ZHAO, *The detection of gravitational waves*, *Reports on Progress in Physics* 63, pp. 1317–1427, 2000. Citato in pagina 291.
- 298** Vedi il documento chiaro ed esteso di G. E. STEDMAN, *Ring laser tests of fundamental*

- physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics **60**, pp. 615–688, 1997. Citato in pagina 291.
- 299** J. SHORT, *Newton's apples fall from grace*, New Scientist **2098**, p. 5, 6 September 1997. More details can be found in R. G. KEEsing, *The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics **39**, pp. 377–391, 1998. Citato in pagina 292.
- 300** I vari concetti sono anche il tema di uno standard internazionale separato, ISO 5725, con il titolo di *Accuratezza e precisione dei metodi di misura e risultati*. Una buona introduzione è JOHN R. TAYLOR, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. Non citato.
- 301** P. J. MOHR & B. N. TAYLOR, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998*, Reviews of Modern Physics **59**, p. 351, 2000. Questo è l'insieme delle costanti derivanti da un aggiustamento internazionale e raccomandato per l'uso internazionale dalla Committee on Data for Science and Technology (CODATA), un organo in seno al International Council of Scientific Unions, che riunisce l'International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), l'International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) e altre organizzazioni. Il sito web dello IUPAC è www.iupac.org. Citato in pagina 294.
- 302** Alcune delle storie si possono trovare nel testo di N. W. WISE, *The Values of Precision, The field of high-precision measurements, from which the results on these pages stem, is a world on its own. A beautiful introduction to it* is J. D. FAIRBANKS, B. S. DEAVER, C. W. EVERITT & P. F. MICHAELSON, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. Citato in pagina 294.
- 303** Per dettagli si veda la nota di riferimento astronomico, P. KENNETH SEIDELMANN, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Citato in pagina 300.
- 304** Vedere il corrispondente riferimento nel primo volume.
- Si noti che poco si sa circa le proprietà di base di alcuni numeri; per ad esempio, non è ancora noto se $\pi + e$ è un numero razionale o no! (Si ritiene che non lo sia.) Vuoi diventare un matematico? Citato in pagina 301.

Sfida 398 r
Sfida 399 s





BIBLIOGRAFIA

“A man will turn over half a library to make one book.

Samuel Johnson*

- 305** ARISTOTLE, *On sense and the sensible*, sezione 1, parte 1, 350 BCE. Citato in JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 157, 1991. Citato in pagina 15.
- 306** ANONIMO, *Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences*, Journal des Scavans pp. 233–236, 1676. Un riassunto in inglese si trova in O. C. RØMER, *A demonstration concerning the motion of light*, Philosophical Transactions of the Royal Society 136, pp. 893–894, 1677. I due lavori sono accessibili su dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html. Citato in pagina 16.
- 307** F. TUINSTRA, *Römer and the finite speed of light*, Physics Today 57, pp. 16–17, December 2004. Citato in pagina 16.
- 308** La storia della misura della velocità della luce può essere trovata nel capitolo 19 del testo di FRANCIS A. JENKINS & HARVEY E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1957. Citato in pagina 16.
- 309** Sul modo per effettuare queste misure, vedi SYDNEY G. BREWER, *Do-it-yourself Astronomy*, Edinburgh University Press, 1988. Kepler non ha mai misurato personalmente le distanze dei pianeti dal Sole, ma solo i rapporti tra le distanze planetarie. La parallasse del Sole da due punti della Terra è al massimo 8.79"; essa è stata misurata per la prima volta nel diciottesimo secolo. Non citato.
- 310** ARISTARCO DI SAMO, *On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, c. 280 BCE, in MICHAEL J. CROWE, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990. Citato in pagina 18.
- 311** J. FRERCKS, *Creativity and technology in experimentation: Fizeau's terrestrial determination of the speed of light*, Centaurus 42, pp. 249–287, 2000. Vedi anche il bel sito web sulle ricostruzioni degli esperimenti scientifici storici a www.uni-oldenburg.de/histodid/forschung/nachbauten. Citato in pagina 18.
- 312** Il metodo usato per fotografare un raggio di luce con una macchina fotografica comune, senza alcun aiuto elettronico, è descritto da M. A. DUGUAY & A. T. MATTICK, *Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes*, Applied Optics 10, pp. 2162–2170, 1971. La fotografia a pagina 19 è ripresa da questo lavoro. Citato in pagina 18.

* ‘Un uomo è capace di rivoltare la metà di una biblioteca per scrivere un libro.’ Samuel Johnson (1709–1784), famoso poeta e intellettuale inglese.

- 313** Si possono imparare le basi della relatività speciale con l'aiuto del web, senza alcun libro, all'indirizzo physics.syr.edu/research/relativity/RELATIVITY.html come punto d'inizio. Questa pagina cita la maggior parte delle fonti sulla relatività in lingua inglese riscontrabili sul web. I link in altre lingue possono essere trovate coi motori di ricerca. Citato in pagina 20.
- 314** Le osservazioni di corpi celesti che emettono raggi gamma mostrano che la velocità della luce non dipendono dalla velocità del lampo più di una parte su 10^{20} , come dimostrato da K. BRECHER, *Bulletin of the American Physical Society* 45, 2000. Egli presume che entrambi i lati del corpo celeste emettono luce. La grande differenza di velocità e la brevità del pulso portano a questo risultato. Vedi anche il precedente lavoro K. BRECHER, *Is the speed of light independent of the source?*, *Physics Letters* 39, pp. 1051–1054, Errata 1236, 1977. Misurare la velocità della luce mediante il rapido movimento delle stelle è un altro metodo. Alcuni di questi esperimenti non sono, comunque, completamente inattaccabili. Vi è una teoria elettrodinamica competitiva, dovuta a Ritz, che sostiene che la velocità della luce è c solo quando essa viene misurata rispetto alla fonte; la luce delle stelle, comunque, passa attraverso l'atmosfera e la sua velocità può essere pertanto ridotta a c .
Il famoso esperimento con la luce emessa da pioni veloci effettuato al CERN non è soggetto a questa critica. Esso è descritto in T. ALVÈGER, J. M. BAILEY, F. J. M. FARLEY, J. KJELLMAN & I. WALLIN, *Test of the second postulate of relativity in the GeV region*, *Physics Letters* 12, pp. 260–262, 1964. See also T. ALVÈGER & al., *Velocity of high-energy gamma rays*, *Arkiv för Fysik* 31, pp. 145–157, 1965.
- Un altro esperimento molto preciso a velocità estremamente elevate è descritto da G. R. KALBFLEISCH, N. BAGGETT, E.C. FOWLER & J. ALSPECTOR, *Experimental comparison of neutrino, anti-neutrino, and muon velocities*, *Physical Review Letters* 43, pp. 1361–1364, 1979. Citato in pagina 21.
- 315** Vedi C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Revised edition, Cambridge University Press, 1993. Citato in pagina 21 and 24.
- 316** B. E. SCHAEFER, *Severe limits on variations of the speed of light with frequency*, *Physical Review Letters* 82, pp. 4964–4966, 21 June 1999. Citato in pagina 21.
- 317** L'inizio della moderna teoria della relatività è il famoso scritto di ALBERT EINSTEIN, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, *Annalen der Physik* 17, pp. 891–921, 1905. Vale ancora la pena di leggerlo, ed ogni fisico dovrebbe averlo fatto. Lo stesso si può dire del famoso lavoro, probabilmente scritto dopo aver sentito dell'idea di Olinto De Pretto, che si trova in ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, *Annalen der Physik* 18, pp. 639–641, 1905. Vedi anche la recensione ALBERT EINSTEIN, *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* 4, pp. 411–462, 1907. Questi lavori sono oggi consultabili in diverse lingue. Una recensione successiva, non pubblicata, è disponibile in facsimile con traduzione in inglese in ALBERT EINSTEIN, Hanoch Gutfreund, ed., *Einstein's 1912 Manuscript on the Theory of Relativity*, George Braziller, 2004. Citato in pagina 21, 23, and 66.
- 318** ALBERT EINSTEIN, *Mein Weltbild*, edited by CARL SELIG, Ullstein Verlag, 1998. Citato in pagina 22.
- 319** JEAN VAN BLADEL, *Relativity and Engineering*, Springer, 1984. Citato in pagina 22.
- 320** ALBRECHT FÖLSING, *Albert Einstein – eine Biographie*, Suhrkamp p. 237, 1993. Citato in pagina 23 and 34.
- 321** R. J. KENNEDY & E. M. THORNDIKE, *Experimental establishment of the relativity of time*, *Physical Review* 42, pp. 400–418, 1932. See also H. E. IVES & G. R. STILWELL, *An*

- experimental study of the rate of a moving atomic clock*, Journal of the Optical Society of America **28**, pp. 215–226, 1938, and **31**, pp. 369–374, 1941. Per una versione più moderna di alta precisione vedi C. BRAXMEIER, H. MÜLLER, O. PRADL, J. MLYNEK, A. PETERS & S. SCHILLER, *New tests of relativity using a cryogenic optical resonator*, Physical Review Letters **88**, p. 010401, 2002. I risultati più recenti si trovano in P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators*, Physical Review A **71**, p. 050101, 2005, or arxiv.org/abs/gr-qc/0504109. Vedi anche P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Reply to ‘Comment on ‘Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators’’*, Physical Review A **72**, p. 066102, 2005. Citato in pagina 24 and 316.
- 322** EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. See also NICK M. J. WOODHOUSE, *Special Relativity*, Springer, 2003. Citato in pagina 23 and 74.
- 323** WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001. Un bel libro da uno dei maestri della materia. Citato in pagina 23 and 79.
- 324** Il rallentamento della velocità della luce all'interno delle stelle è dovuto al frequente scattering dei fotoni causato dalla materia della stella. La stima più comune per il tempo di fuga dal Sole è tra 40 000 e 1 milione di anni, ma si trovano anche stime tra 17 000 e 50 milioni di anni. Citato in pagina 25.
- 325** L. VESTERGAARD HAU, S. E. HARRIS, Z. DUTTON & C. H. BEHROOZI, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature **397**, pp. 594–598, 1999. See also Ref. 30. Citato in pagina 25.
- 326** Il metodo per spiegare la relatività speciale tracciando alcune righe su un foglio è dovuto a HERMANN BONDI, *Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein*, Dover, New York, 1980. Vedi anche DIERCK-EKKEHARD LIEBSCHER, *Relativitätstheorie mit Zirkel und Lineal*, Akademie-Verlag Berlin, 1991. Citato in pagina 25.
- 327** ROD S. LAKES, *Experimental limits on the photon mass and cosmic vector potential*, Physical Review Letters **80**, pp. 1826–1829, 1998. La velocità della luce è indipendente dalla frequenza di un fattore inferiore a $6 \cdot 10^{-21}$, come dimostrato da studi sui raggi gamma da B. E. SCHAEFER, *Severe limits on variations of the speed of light with frequency*, Physical Review Letters **82**, pp. 4964–4966, 1999. Citato in pagina 27.
- 328** Una panoramica sui risultati sperimentali è data in YUAN ZHONG ZHANG, *Special Relativity and its Experimental Foundations*, World Scientific, 1998. Citato in pagina 27, 33, 44, 59, 88, 308, 320, and 347.
- 329** R. W. McGOWAN & D. M. GILTNER, *New measurement of the relativistic Doppler shift in neon*, Physical Review Letters **70**, pp. 251–254, 1993. Citato in pagina 29.
- 330** Il record attuale di sincronizzazione di orologi sembra essere 1 ps per due orologi distanti tra loro 3 km. Vedi A. VALENCIA, G. SCARCELLI & Y. SHIH, *Distant clock synchronization using entangled photon pairs*, Applied Physics Letters **85**, pp. 2655–2657, 2004, or arxiv.org/abs/quant-ph/0407204. Citato in pagina 30.
- 331** J. FRENKEL & T. KONTOROWA, *Über die Theorie der plastischen Verformung*, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion **13**, p. 1, 1938. F. C. FRANK, *On the equations of motion of crystal dislocations*, Proceedings of the Physical Society A **62**, pp. 131–134, 1949. J. ESHELBY, *Uniformly moving dislocations*, Proceedings of the Physical Society A **62**, pp. 307–314, 1949. See also G. LEIBFRIED & H. DIETZE, *Zeitschrift für Physik* **126**, p. 790, 1949. Un'introduzione generale può essere trovata in A. SEEGER & P. SCHILLER, *Kinks in dislocation lines and their effects in internal friction in crystals*,

- Physical Acoustics 3A, W. P. MASON, ed., Academic Press, 1966. Vedi anche i testi di FRANK R. N. NABARRO, *Theory of Crystal Dislocations*, Oxford University Press, 1967, or J. P. HIRTH & J. LOTHE, *Theory of Dislocations*, McGraw Hill, 1968. Citato in pagina 30.
- 332 Questo bel grafico è ripreso da Z. G. T. GUIRAGOSSIAN, G. B. ROTHBART, M. R. YEARIAN, R. GEARHART & J. J. MURRAY, *Relative velocity measurements of electrons and gamma rays at 15 GeV*, Physical Review Letters 34, pp. 335–338, 1975. Citato in pagina 31.
- 333 Per trovare altri dati riguardo ai cosiddetti crackpots, e le loro idee, manda un email a majordomo@zikzak.net scrivendo nel testo ‘subscribe psychoceramics’. Citato in pagina 31.
- 334 La velocità dei neutrini è la stessa di quella della luce fino alla nona cifra decimale. Questo è spiegato da LEO STODOLSKY, *The speed of light and the speed of neutrinos*, Physics Letters B 201, p. 353, 1988. Il riscontro di una piccola massa del neutrino è stata pubblicata dalla collaborazione giapponese Super-Kamiokande, in Y. FUKUDA & al., *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Physical Review Letters 81, pp. 1562–1567, 1998. I risultati più recenti pubblicati dal Canadian Sudbury Neutrino Observatory, come Q.R. AHMAD & al., *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, Physical Review Letters 89, p. 011301, 2002, confermano che i neutrini hanno una massa dell’ordine di 1 eV. Citato in pagina 32 and 304.
- 335 B. ROTHENSTEIN & G. ECKSTEIN, *Lorentz transformations directly from the speed of light*, American Journal of Physics 63, p. 1150, 1995. Vedi anche il commento di E. KAPUŚCIK, *Comment on “Lorentz transformations directly from the speed of light” by B. Rothenstein and G. Eckstein*, American Journal of Physics 65, p. 1210, 1997. Citato in pagina 33.
- 336 Vedi le letture del 1922 di Lorentz al Caltech, pubblicate come H. A. LORENTZ, *Problems of Modern Physics*, edito da H. Bateman, Ginn and Company, page 99, 1927. Citato in pagina 33.
- 337 A. A. MICHELSON & E. W. MORLEY, *On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether*, American Journal of Science (3rd series) 34, pp. 333–345, 1887. Michelson pubblicò molti altri studi su questo argomento. Citato in pagina 34.
- 338 S. SCHILLER, P. ANTONINI & M. OKHAPKIN, *A precision test of the isotropy of the speed of light using rotating cryogenic cavities*, arxiv.org/abs/physics/0510169. Citato in pagina 34.
- 339 H. A. LORENTZ, *De relative beweging van de aarde en dem aether*, Amst. Versl. 1, p. 74, 1892, and also H. A. LORENTZ, *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*, Amst. Proc. 6, p. 809, 1904, or Amst. Versl. 12, p. 986, 1904. Citato in pagina 37.
- 340 Una smentita generale di tali proposte è discussa da S. R. MAINWARING & G. E. STEDMAN, *Accelerated clock principles*, Physical Review A 47, pp. 3611–3619, 1993. Esperimenti sui muoni presso il CERN in 1968 dimostrano che accelerazioni fino a 10^{20} m/s² non hanno alcun effetto, come spiegato da D. H. PERKINS, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, or by J. BAILEY & al., Il Nuovo Cimento 9A, p. 369, 1972. Citato in pagina 38.
- 341 W. RINDLER, *General relativity before special relativity: an unconventional overview of relativity theory*, American Journal of Physics 62, pp. 887–893, 1994. Citato in pagina 38.
- 342 STEVEN K. BLAU, *Would a topology change allow Ms. Bright to travel backward in time?*, American Journal of Physics 66, pp. 179–185, 1998. Citato in pagina 41.

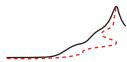
- 343** Sulla formulazione ‘propria’ della relatività, vedi per esempio D. HESTENES, *Proper particle mechanics*, Journal of Mathematical Physics 15, pp. 1768–1777, 1974. Citato in pagina 42.
- 344** Il semplice esperimento di mettere un orologio molto preciso su un aereo, farlo volare intorno al mondo e poi confrontarlo con uno identico lasciato a terra fu effettuato per la prima volta da J. C. HAFELE & R. E. KEATING, *Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains*, Science 177, pp. 166–167, e *Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains*, pp. 168–170, 14 July 1972. Vedi anche Ref. 328. Citato in pagina 42 and 128.
- 345** Una gradevole introduzione alla variazione del tempo in rapporto agli osservatori, e alla teoria della relatività, è ROMAN U. SEXL & HERBERT KURT SCHMIDT, *Raum-Zeit-Relativität*, 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1991. Citato in pagina 42.
- 346** Il più famoso è il risultato che i muoni in moto rimangono più giovani, come dimostrato per esempio da D. H. FRISCH & J. B. SMITH, *Measurements of the relativistic time dilatation using μ -mesons*, American Journal of Physics 31, pp. 342–355, 1963. Per una completa e pedagogica spiegazione del paradosso dei gemelli, vedi E. SHELDON, *Relativistic twins or sextuplets?*, European Journal of Physics 24, pp. 91–99, 2003. Citato in pagina 43.
- 347** PAUL J. NAHIN, *Time Machines – Time Travel in Physics, Metaphysics and Science Fiction*, Springer Verlag and AIP Press, second edition, 1999. Citato in pagina 43.
- 348** Il primo esperimento con muoni fu B. ROSSI & D. B. HALL, *Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum*, Physical Review 59, pp. 223–228, 1941. ‘Mesotron’ era il vecchio nome del muone. Citato in pagina 44.
- 349** A. HARVEY & E. SCHUCKING, *A small puzzle from 1905*, Physics Today, pp. 34–36, March 2005. Citato in pagina 45.
- 350** W. RINDLER, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 29, pp. 365–366, 1961. Per una variante senza gravitazione, vedi R. SHAW, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 30, p. 72, 1962. Citato in pagina 46.
- 351** VAN LINTEL & C. GRUBER, *The rod and hole paradox re-examined*, European Journal of Physics 26, pp. 19–23, 2005. Citato in pagina 46.
- 352** Questa situazione è discussa da G. P. SASTRY, *Is length contraction paradoxical?*, American Journal of Physics 55, 1987, pp. 943–946. Questo lavoro comprende anche un’estesa lista di studi sulle varianti dei paradossi sulla contrazione delle lunghezze. Citato in pagina 47.
- 353** S. P. BOUGHN, *The case of the identically accelerated twins*, American Journal of Physics 57, pp. 791–793, 1989. Citato in pagina 47 and 50.
- 354** J. M. SUPPLEE, *Relativistic buoyancy*, American Journal of Physics 57 1, pp. 75–77, January 1989. Vedi anche G. E. A. MATSAS, *Relativistic Arquimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the ‘submarine paradox’*, Physical Review D 68, p. 027701, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0305106. Citato in pagina 47.
- 355** La distinzione fu pubblicata per la prima volta da J. TERRELL, *Invisibility of Lorentz contraction*, Physical Review 116, pp. 1041–1045, 1959, and R. PENROSE, *The apparent shape of a relativistically moving sphere*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 55, pp. 137–139, 1959. Citato in pagina 48.
- 356** G. R. RYBICKI, *Speed limit on walking*, American Journal of Physics 59, pp. 368–369, 1991. Citato in pagina 51.
- 357** I primi esempi di queste osservazioni astronomiche furono forniti da A.R. WHITNEY & al., *Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry*,

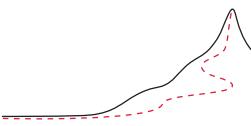
- Science 173, pp. 225–230, 1971, e da M.H. COHEN & al., *The small-scale structure of radio galaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimetres*, Astrophysical Journal 170, pp. 207–217, 1971. See also T.J. PEARSON, S.C. UNWIN, M.H. COHEN, R.P. LINFIELD, A.C.S. READHEAD, G.A. SEIELSTAD, R.S. SIMON & R.C. WALKER, *Superluminal expansion of quasar 3C 273*, Nature 290, pp. 365–368, 1981. Una panoramica è data in J.A. ZENSUS & T.J. PEARSON, editors, *Superluminal radio sources*, Cambridge University Press, 1987. Un'altra misura, usando l'interferometria a base molto ampia con onde radio, era mostrata nella copertina di Nature: I.F. MIRABEL & L.F. RODRIGUEZ, *A superluminal source in the galaxy*, Nature 371, pp. 46–48, 1994. Un esempio più recente è riportato in Science News 152, p. 357, 6 December 1997.
- Spiegazioni pedagogiche sono riportate in D.C. GABUZDA, *The use of quasars in teaching introductory special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 214–215, 1987, and by EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992, pages 89–92. Questo eccellente libro è già stato menzionato nel testo. Citato in pagina 53.
- 358 O. M. BILANIUK & E.C. SUDARSHAN, *Particles beyond the light barrier*, Physics Today 22, pp. 43–51, 1969, and O. M. P. BILANIUK, V.K. DESHPANDE & E.C.G. SUDARSHAN, ‘*Meta*’ relativity, American Journal of Physics 30, pp. 718–723, 1962. Vedi anche E. RECAMI, editor, *Tachyons, Monopoles and Related Topics*, North-Holland, Amsterdam, 1978. Citato in pagina 54.
- 359 J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR, A. A. RAWLINSON & G. J. STEPHENSON, *The Thomas rotation*, American Journal of Physics 69, pp. 837–847, 2001. Citato in pagina 55.
- 360 Vedi per esempio S. S. COSTA & G. E. A. MATSAS, *Temperature and relativity*, preprint available at arxiv.org/abs/gr-qc/9505045. Citato in pagina 56.
- 361 R. C. TOLMAN & G. N. LEWIS, *The principle of relativity and non-Newtonian mechanics*, Philosophical Magazine 18, pp. 510–523, 1909, e R. C. TOLMAN, *Non-Newtonian mechanics: the mass of a moving body*, Philosophical Magazine 23, pp. 375–380, 1912. Citato in pagina 56.
- 362 S. RAINVILLE, J. K. THOMPSON, E.G. MYERS, J. M. BROWN, M. S. DEWEY, E.G. KESSLER, R. D. DESLATTES, H.G. BÖRNER, M. JENTSCHEL, P. MUTTI & D. E. PRITCHARD, *World year of physics: a direct test of $E = mc^2$* , Nature 438, pp. 1096–1097, 2005. Citato in pagina 61.
- 363 Questa informazione è tratta da una comunicazione privata di Frank DiFilippo; parte della storia è riportata in F. DIFILIPPO, V. NATARAJAN, K. R. BOYCE & D. E. PRITCHARD, *Accurate atomic masses for fundamental metrology*, Physical Review Letters 73, pp. 1481–1484, 1994. Queste misure sono state effettuate con le trappole di Penning; una recensione delle possibilità che offrono è data da R. C. THOMPSON, *Precision measurement aspects of ion traps*, Measurement Science and Technology 1, pp. 93–105, 1990. Gli esperimenti più importanti nel campo della levitazione di singole particelle sono stati premiati con il Premio Nobel nel 1989. Uno dei discorsi del Premio Nobel può essere letto in W. PAUL, *Electromagnetic traps for neutral and charged particles*, Reviews of Modern Physics 62, pp. 531–540, 1990. Citato in pagina 62.
- 364 J. L. SYNGE, *Relativity: The Special Theory*, North-Holland, 1956, pp. 208–213. Altri studi sulle antiparticelle nella relatività speciale possono essere trovati in J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR & A. A. RAWLINSON, *Classical antiparticles*, American Journal of Physics 65, pp. 835–841, 1997. Vedi anche Ref. 379. Citato in pagina 63.
- 365 A. PAPAPETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der relativistischen Mechanik*, Praktika Acad. Athenes 14, p. 540, 1939, and A. PAPAPETROU, *Drehimpuls- und Schwer-*

punktsatz in der Diracschen Theorie, Praktika Acad. Athenes 15, p. 404, 1940. Vedi anche M. H. L. PRYCE, *The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion with the quantum theory of elementary particles*, Proceedings of the Royal Society in London, A 195, pp. 62–81, 1948. Citato in pagina 64.

- 366** I riferimenti precedenti alla formula di Einstein $E = mc^2$ sono: TOLVER PRESTON, *Physics of the Ether*, E. & F.N. Spon, 1875, J. H. POINCARÉ, *La théorie de Lorentz et le principe de réaction*, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles 5, pp. 252–278, 1900, O. DE PRETTO, *Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo*, Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti tomo LXIII, parte 2, pp. 439–500, Febbraio 1904, F. HASENÖHRL, Berichte der Wiener Akademie 113, p. 1039, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern*, Annalen der Physik 15, pp. 344–370, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern – Berichtigung*, Annalen der Physik 16, pp. 589–592, 1905. Hasenöhrl morì nel 1915, De Pretto nel 1921. Tutte queste pubblicazioni sono state pubblicate prima del famoso lavoro di ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, Annalen der Physik 18, pp. 639–641, 1905. Citato in pagina 66.
- 367** Un gioello tra i testi sulla relatività speciale è il libretto di ULRICH E. SCHRÖDER, *Spezielle Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Thun, 1981. Citato in pagina 69 and 72.
- 368** Un bell'articolo che include una fotocopia di una lettera di Einstein che discute questo punto è LEV B. OKUN, *The concept of mass*, Physics Today, pp. 31–36, June 1989. L'argomento non è privo di controversia, come dimostrano le lettere dei lettori provocate dall'articolo; esse si trovano in Physics Today, pp. 13–14 and pp. 115–117, May 1990. L'argomento è fonte di dibattiti ancora oggi. Citato in pagina 71.
- 369** CHRISTIAN MØLLER, *The Theory of Relativity*, Clarendon Press, 1952, 1972. Questo testo classico è stato tradotto in numerose lingue. Citato in pagina 72.
- 370** P. EHRENFEST, *Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie*, Physikalische Zeitschrift 10, pp. 918–928, 1909. Ehrenfest suggerisce (sbagliando) che ciò significa che la relatività non può essere corretta. Una recente sintesi del problema può essere trovata in M. L. RUGGIERO, *The relative space: space measurements on a rotating platform*, arxiv.org/abs/gr-qc/0309020. Citato in pagina 73.
- 371** R. J. LOW, *When moving clocks run fast*, European Journal of Physics 16, pp. 228–229, 1995. Citato in pagina 78.
- 372** G. STEPHENSON & C. W. KILMISTER, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, London, 1965. Vedi anche W. N. MATTHEWS, *Relativistic velocity and acceleration transformations from thought experiments*, American Journal of Physics 73, pp. 45–51, 2005. Citato in pagina 80.
- 373** L'impossibilità di definire sistemi di coordinate rigide per osservatori in accelerazione non uniforme è discussa da CHARLES MISNER, KIP THORNE & JOHN A. WHEELER, *Gravitation*, Freeman, p. 168, 1973. Citato in pagina 81 and 323.
- 374** E. A. DESLOGE & R. J. PHILPOTT, *Uniformly accelerated reference frames in special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 252–261, 1987. Citato in pagina 81.
- 375** R. H. GOOD, *Uniformly accelerated reference frame and twin paradox*, American Journal of Physics 50, pp. 232–238, 1982. Citato in pagina 82, 83, and 86.
- 376** DWAYNE HAMILTON, *The uniformly accelerated reference frame*, American Journal of Physics 46, pp. 83–89, 1978. Citato in pagina 83.

- 377** La migliore e più economica raccolta di formule matematiche rimane quella di K. ROTTMANN, *Mathematische Formelsammlung*, BI Hochschultaschenbücher, 1960. Citato in pagina 83.
- 378** C. G. ADLER & R. W. BREHME, *Relativistic solutions to a falling body in a uniform gravitation field*, American Journal of Physics 59, pp. 209–213, 1991. Citato in pagina 83.
- 379** Vedi per esempio le eccellenti note di D. J. RAYMOND, *A radically modern approach to freshman physics*, sul sito www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html. Citato in pagina 83, 322, and 348.
- 380** L. MISHRA, *The relativistic acceleration addition theorem*, Classical and Quantum Gravity 11, pp. L97–L102, 1994. Citato in pagina 84.
- 381** EDWARD A. DESLOGE, *The gravitational red-shift in a uniform field*, American Journal of Physics 58, pp. 856–858, 1990. Citato in pagina 86.
- 382** Uno degli ultimi di questi discutibili esperimenti è T. P. KRISHER, L. MALEKI, G. F. LUTES, L. E. PRIMAS, R. T. LOGAN, J. D. ANDERSON & C. M. WILL, *Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards*, Physical Review D 42, pp. 731–734, 1990. Citato in pagina 88 and 308.
- 383** H. C. OHANIAN, *The role of dynamics in the synchronization problem*, American Journal of Physics 72, pp. 141–148, 2004. Citato in pagina 88 and 308.
- 384** EDWIN F. TAYLOR & A. P. FRENCH, *Limitation on proper length in special relativity*, American Journal of Physics 51, pp. 889–893, 1983. Citato in pagina 89.





CREDITI

Molte persone che hanno mantenuto vivo il loro dono della curiosità hanno contribuito a che questo progetto diventasse realtà. Soprattutto, Saverio Pascazio è stato – presente o meno – un costante riferimento per questo progetto. Fernand Mayné, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van der Mark, Kim Jalink, my parents Peter and Isabella Schiller, Mike van Wijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara and Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger e, più di tutti, mia moglie Britta hanno tutti fornito preziosi consigli e incoraggiamenti.

Molte persone hanno aiutato con il progetto e la raccolta di materiale. In particolare, ringrazio Steve Carlip, Corrado Massa, Tom Helmond, Gary Gibbons, Heinrich Neumaier and Peter Brown per le interessanti discussioni sulla massima forza. Molto utile è stato l'aiuto di Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, i numerosi miglioramenti di Bert Sierra, i suggerimenti dettagliati di Claudio Farinati, i molti miglioramenti di Eric Sheldon, i suggerimenti dettagliati di Andrew Young, l'aiuto continuo e la consulenza di Jonatan Kelu, le correzioni di Elmar Bartel, e in particolare l'ampio, appassionato e coscienzioso aiuto di Adrian Kubala.

Importante materiale sono stati forniti da Bert Peeters, Anna Wierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter maggior, Allan Hayes, Norbert Dragon, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wim de Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas Fabian Moser, Dejan Corovic, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascazio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson, Roggie Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Danecek, Ingo Thies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proença, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio González, Antonio Martos, André Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltán Gácsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Köppe, Martin Rivas, Herman Beeksma, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, François Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Królikowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, S.R. Madhu Rao, David Parks, Jürgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Damoon Saghian, Frank Sweeter, Markus Zecherle, Zach Joseph Espiritu, Marian Denes, più un numero di persone che non hanno voluto essere nominati.

I tool software sono state affinati con ampio aiuto su caratteri e composizione da Michael Zedler e Achim Blumensath e con il sostegno ripetuto e prezioso di Donald Arseneau; un aiuto è stato dato anche da Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Böhncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vin-

cent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccone, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, Joseph Wright, Enrico Gregorio, Rolf Niepraschk, Alexander Grahn,

La composizione e il design del libro è dovuto alla consulenza professionale di Ulrich Dirr. La tipografia è stata molto migliorata con l'aiuto di Johannes Küster e il suo font Minion Matematico. Il progetto del libro e il suo sito web devono molto anche ai suggerimenti e alsostegno di mia moglie Britta.

Ringrazio anche i legislatori e dei contribuenti in Germania, che, al contrario della la maggior parte degli altri paesi del mondo, consentono ai residenti di utilizzare le locali biblioteche universitarie.

Dal 2007 al 2011, l'edizione elettronica e la distribuzione del testo del Monte del Moto è stato generosamente sostenuto dalla Klaus Tschira Foundation.

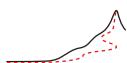
CREDITI PER I FILM

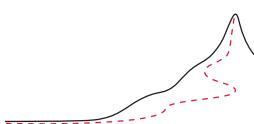
La bella animazione di un dado che vola a velocità relativistica, su pagina ??, è copyright e cortesia di Ute Kraus. Può essere trovata sul suo splendido sito www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de, che prevede molti altri film di moti relativistici e le relative pubblicazioni. La bella animazione di un osservatore che accelera in un deserto, su pagina ??, è copyright Anthony Searle e Australian National University, e cortesia di Craig Savage. E' dal meraviglioso sito a www.anu.edu.au/Physics/Savage/TEE. Anche l'altrettanto bella animazione di un osservatore che accelera tra le case, su pagina ??, è copyright Anthony Searle e Australian National University, e cortesia di Craig Savage. E' dall'altrettanto meraviglioso sito web a www.anu.edu.au/Physics/Searle. La spettacolare animazione su pagina 253 è cortesia e copyright del European Southern Observatory ESO e trovata sul suo sito web www.eso.org/public/news/eso0846/.

CREDITI PER LE IMMAGINI

La fotografia del lato est del picco Langtang Lirung nell'Himalaya Nepalese, riportato sulla copertina, è cortesia e copyright di Kevin Hite and found on his blog thegettingthere.com. La fotografia del cielo notturno su pagina 14 è copyright e cortesia di Anthony Ayiomamitis; si trova sul suo meraviglioso sito www.perseus.gr. La fotografia della ricostruzione dell'esperimento di Fizeau su pagina 19 è copyright di AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg, e per gentile concessione di Jan Frercks, Peter von Heering e Daniel Osewold. La fotografia dell'impulso luminoso in pagina 19 è cortesia e copyright di Tom Mattick. Su pagina ?? le fotografie degli impianti elettrici sono per gentile concessione Miele e EasyGlide. Su pagina ??, le immagini del litio sono una cortesia e copyright del TSR relativity team al Max Planck Gesellschaft. Su pagina ?? le immagini Doppler sono copyright e cortesia di Maurice Gavin e NASA. Su pagina ??, le immagini del sistema sonar Doppler sono copyright e cortesia di Wikimedia, Hörmann AG and Medison. Su pagina 28, il grafico dell'onda è copyright Pbroks13 e cortesia Wikimedia. Su pagina ??, l'immagine dello storico esperimento di Michelson è cortesia e copyright del Astrophysikalisches Institut Potsdam, ae le immagini del moderno esperimento di alta precisione sono copyright e cortesia di Stephan Schiller. Le viste relativistiche su pagina 50 e 50 sono cortesia e copyright di Daniel Weiskopf. Le immagini relativistiche del viaggio attraverso la Stonehenge semplificato su pagina 49 sono copyright di Nicolai Mokros e cortesia of Norbert Dragon. Su pagina 59, la fotografia dell'esperimento HARP è cortesia e copyright del CERN. Su pagina 60, le fotografie sulla camera a bolle sono cortesia e copytight del CERN. La fotografia stalattite su pagina 93 è cortesia e copyright Richard Cindric e disponibile sul sito web www.kcgrotto.org; la fotografia di Saturno è cortesia NASA. Su pagina 138, la fotografia del vulcano è copyright e per gentile concessione di Marco Fulle e disponibile sul meraviglioso sito www.stromboli.net. Su pagina 169, le fotografie di VIRGO sono cortesia e copyright di INFN. Su pa-

gina 156, le fotografie sui riflettori lunari sono diritto d'autore e cortesia NASA e Wikimedia; la fotografia dell'Osservatorio di Nizza è cortesia e copyright di Observatoire de la Côte d'Azur. Le figure di galassie alle pagine 202, 200, 203, 203, 201, 211, 204, 232, 242 e 243 sono per gentile concessione di NASA. La foto del cielo notturno su pagina 200 è copyright e cortesia di Axel Mellinger; maggiori dettagli sulla storia di questa immagine incredibile si trova sul suo sito web all'indirizzo home.arcor.de/axel.mellinger. La figura dell'universo su pagina 201 è cortesia di Thomas Jarret, IPAC e Caltech, e si trova sul sito web spider.ipac.caltech.edu/staff/jarret/lss/index.html. La fotografia della nube molecolare su pagina 204 è cortesia e copyright del European Southern Observatory ESO; essa era anche descritto sul antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030202.html sito web. Su pagina 205, le fotografie del Very Large Telescopes sono copyright e cortesia di ESO. Su pagina 206, le fotografie del satellite XMM-Newton e del satellite Planck sono copyright e cortesia di ESA e trovati sull'affascinante sito web www.esa.int. Il diagramma di Hubble su pagina 216 è cortesia di Saul Perlmutter ed il Supernova Cosmology Project. Le mappe dell'universo su pagina 213 ed il diagramma Hertzsprung–Russell su pagina 218 sono cortesia e copyright di Richard Powell, e tratte dai suoi siti web www.anzwers.org/free/universe e www.atlasoftheuniverse.com. Su pagina 219, la fotografia di M15 è copyright e per gentile concessione di ESA e NASA. La fotografia su pagina 229 è cortesia e copyright di Wally Pacholka e disponibile sul meraviglioso sito web www.twanlight.org che raccoglie le immagini del mondo di notte. A pagina pagina 230, l'immagine dell'albero è copyright di Aleks G e cortesia di Wikimedia, mentre l'immagine di Hubble del cielo profondo è per gentile concessione di NASA e ESA e trovato a apod.nasa.gov/apod/ap140605.html. Su pagina 232, la mappa dei dati di Planck è cortesia e copyright di Planck/ESA. La vista simulata di un buco nero su pagina 254 è copyright e cortesia di Ute Kraus e può essere trovato sul suo splendido sito web www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de. Su pagina 277, l'immagine della teoria della terra cava è per gentile concessione di Helmut Diel ed è stata disegnato da Isolde Diel. Su pagina 305, il disegno delle linee di Fraunhofer è copyright e cortesia della Fraunhofer Gesellschaft. La fotografia sul retro della copertina, di un basilisco che corre sull'acqua, è cortesia e copyright da parte del gruppo Belga TERRA vzw e trovato sul loro sito web www.terravzw.org. Tutti i disegni sono copyright di Christoph Schiller. Se si sospetta che il diritto d'autore non è dato o ottenuto correttamente, non è stato fatto di proposito; si prega di contattarmi in questo caso.





NAME INDEX

A
—
ADLER

A

Abdo, A.A. 316
Abramowicz, M.A. 339
Adelberger, E. 340
Adenauer, Konrad 115
Adler, C.G. 323, 350
Aetius 199, 333
Agostino di Ippona 236
Ahmad, Q.R. 319, 346
Aichelburg, P.C. 337
Alanus de Insulis 252
Alcubierre, M. 329
Aleks G 230, 353
Allen, Woody 212
Alspector, J. 316, 344
Alväger, T. 316
Alvèger, T. 344
Anderson, I.M. 190, 332
Anderson, J.D. 322, 350
Anderson, J.L. 332
Antonini, P. 317, 319, 345, 346
Aristarco di Samo 18, 315, 343
Aristotle 315, 343
Arnowitt, Richard 190, 332
Aronson, Jeff K. 341, 351
Arseneau, Donald 351
Ashtekar, A. 325, 340
Astrophysikalisches Institut
 Potsdam 352
Ata Masafumi 351
Audoin, C. 341
Augel, Barbara 351
Augel, Edgar 351
Augostino 336
Australian National
 University 352
Ayiomamitis, Anthony 352

B

Babinet, Jacques
 life 288
Bachem, Albert 127
Baez, John 332, 351
Baggett, N. 316, 344
Bagnoli, Franco 351
Bailey, J. 320, 346
Bailey, J.M. 316, 344
Banday, A.J. 337
Barberi Gnecco, Bruno 351
Barbour, Julian 337
Barrow, J.D. 337
Bartel, Elmar 351
Bartocci, Umberto 66, 322
Basri, G. 334
Bateman, H. 319, 346
Baumann, D. 340
Bautista, Ferdinand 351
Baylis, W.E. 320
Beatty, William 351
Becker, A. 334
Bedford, D. 330
Beeksma, Herman 351
Behroozi, C.H. 318, 345
Beig, R. 324
Bekenstein, Jacob 263, 338, 341
Belfort, François 351
Bender, P.L. 330
Bennet, C.L. 336
Bergliaffa, S. Perez 333
Bertotti, B. 330
Bessel, Friedrich Wilhelm 229
Besso, Michele 66
Beyer, Lothar 351
Biggar, Mark 351
Bilaniuk, O.M. 321, 348

Bilaniuk, O.M.P. 348
Birkhoff 188
Bladel, Jean van 317
Blair, David 328, 341
Blandford, R. 338
Blandford, R.D. 330
Blau, Stephen 41
Blau, Steven 320
Bliokh, K.Y. 309
Bloser, P.F. 329
Blumensath, Achim 351
Blumkin, A. 333
Bohr, Niels 22
Bombelli, Luca 340, 351
Bondi, Hermann 318, 327, 345
Bonnor, W.B. 170, 332, 337
Boone, Roggie 351
Born, Max 319
Boughn, S.P. 321, 347
Boyce, K.R. 322, 348
Bradley 17
Bradley, James 16
Braginsky, V.B. 329, 331
Brahm, D.E. 339
Brandes, John 351
Brault, J.W. 327
Braxmeier, C. 317, 345
Bray, H.L. 332
Brebner, Douglas 351
Brecher, K. 316, 344
Brehme, R.W. 323, 350
Brewer, Sydney G. 315
Briatore, L. 128, 327
Briggs, F. 337
Broek, Chris Van Den 329
Bronstein, Matvey 250, 337
Brown, J.M. 322, 348

B

BROWN

Brown, Peter 351
 Bruce, Tom 351
 Bruyn, A.G. de 337
 Buchmann, Alfons 351
 Budney, Ryan 351
 Bunn, E.F. 332, 337
 Burbidge, G. 335
 Burgay, M. 334
 Bäßler, S. 340
 Böhncke, Klaus 351
 Börner, G. 334
 Börner, H.G. 322, 348

C

Caianiello, E.R. 325
 Calder, Nigel 329
 Caltech 201, 353
 Camilo, F. 333
 Carilli, C.L. 337
 Carlip, Steve 325, 336, 351
 Carneiro, S. 336
 Carr, Jim 351
 Carter, Brandon 260
 Cassini, Giovanni 16
 Castagnino, M. 340
 Caves, C.M. 331
 CERN 59, 60, 352
 Cheseaux, Jean Philippe Loës de 229
 Chinnapared, R. 338
 Choquet-Bruhat, Yvonne 332
 Christodoulou, D. 338
 Cindric, Richard 93, 352
 Ciufolini, Ignazio 157, 330
 Clancy, E.P. 327
 Clausius, Rudolph 245, 246
 Clerk Maxwell, James 38
 Cohen, M.H. 321, 348
 Colazingari, Elena 351
 Colombo 248, 249
 Conti, Andrea 351
 Conway, J. 337
 Copernicus, Nicolaus 18
 Cordero, N.A. 332
 Cornell, E.A. 318
 Corongiu, A. 334
 Corovic, Dejan 351
 Costa, S.S. 321, 348
 Costella, J.P. 321, 322, 348

Couch, E. 338
 Cox, A.N. 333
 Crawford, F. 334
 Crelinsten, Jeffrey 327
 Crespi, Roberto 351
 Crowe, Michael J. 315
 Currie, D.G. 323

D

D'Amico, N. 334
 Dahlman, John 351
 Dalton, K. 333
 Damour, Thibault 281, 339
 Danecek, Petr 351
 Darley, Vincent 352
 Darre, Daniel 351
 Davidson, C. 327
 De Pretto, Olinto 66
 Deaver, B.S. 342
 Denes, Marian 351
 Deser, Stanley 190, 332
 Deshpande, V.K. 321, 348
 Deslattes, R.D. 322, 348
 Desloge, E.A. 323, 349
 Desloge, Edward A. 324
 Detweiler, S. 338
 Dewey, M.S. 322, 348
 DeWitt-Morette, Cecile 332
 Dicke, R.H. 329, 337
 Dickey, J.M. 334
 Diehl, Helmut 277
 Diel, Helmut 353
 Diel, Isolde 353
 Diemer, T. 340
 Dietze, H. 318, 345
 Diez, Ulrich 352
 DiFilippo, F. 348
 DiFilippo, Frank 322, 348, 351
 Dillard-Bleick, Margaret 332
 Dirr, Ulrich 352
 DiSessa, A. 324
 Dittus, H. 333, 339
 Dobra, Ciprian 351
 Dolan, Joseph 339
 Doppler, Christian 27
 Dorfi, E.A. 335
 Doroshkevich, A.G. 215, 334
 Dragon, Norbert 48, 49, 351,
 352

Droste, J. 328
 Droste, Johannes 133
 Duff, M.J. 324
 Duguay 18
 Duguay, M.A. 315, 343
 Dumont, Jean-Paul 315, 333,
 334, 343
 Dutton, Z. 318, 345
 Dyson, F.W. 327
 Dyson, Freeman 351

E

EasyGlide 352
 Eckstein, G. 319, 346
 Eddington, A.S. 327
 Ehlers, J. 336, 339
 Ehlers, Jürgen 269
 Ehrenfest, P. 323, 349
 Einstein, Albert 22–24, 39, 55,
 62, 66, 123, 127, 130, 140,
 148, 185, 188, 222, 275, 281,
 285, 317, 322, 326, 329, 336,
 344, 349
 life 22
 Einstein, Eduard 130
 Eisele, Ch. 319
 Ellis, George 274, 328, 336
 Els, Danie 351
 Elswijk, Herman B. 351
 Emelin, Sergei 351
 Empedocle 15
 Eötvös, Roland von 145, 329
 Eraclito di Efeso 218
 Ercole 202
 ESA 206, 219, 230, 353
 Eshelby, J. 318, 345
 Esiodo 214
 ESO 204, 205, 352, 353
 Espiritu, Zach Joseph 351
 Euler, Leonhard 174
 European Southern Observatory 352, 353
 Everitt, C.W. 342
 Everitt, F. 339
 Ewing, Anne 253
 Exton, A. 338

F

Faestermann, T. 335

F

FAIRBANKS

- Fairbanks, J.D. 342
 Fairhurst, S. 325
 Falco, E.E. 336
 Falk, G. 326
 Farinati, Claudio 351
 Farley, F.J.M. 316, 344
 Fasching, G. 333
 Faulkner, A.J. 333
 Fekete, E. 329
 Fereira, P.G. 337
 Fermani, Antonio 351
 Feynman, Richard P. 332
 Figer, D. 334
 Figier, D. 334
 Finkenzeller, Klaus 351
 Fischer, Ulrike 351
 Fitzgerald, George F. 38
 Fizeau, Hippolyte 18
 Fließbach, Torsten 327
 Floyd, R.M. 338
 Ford, E.C. 329
 Formalont, E.B. 331
 Foster, James 326
 Fowler, E.C. 316, 344
 Fowler, L.A. 331
 Frank, F.C. 318, 345
 Fraunhofer Gesellschaft 305, 353
 Friedman, R.A. 333
 French, A.P. 324, 350
 Frenkel, J. 318, 345
 Frercks, J. 343
 Frercks, Jan 18, 315, 352
 Friedmann, Aleksander 335
vita 223
 Frisch, D.H. 320, 347
 Fukuda, Y. 319, 346
 Fulle, Marco 138, 352
 Furrie, Pat 351
 Fölsing, Albrecht 317, 344
- G**
 Gabuzda, D.C. 321, 348
 Gaensler, B.M. 334
 Galilei, Galileo 16
 Gamow, George 334
life 215
 Gauß, Carl-Friedrich
life 176

- Gavin, Maurice 352
 Gearhart, R. 319, 346
 Gehrels, N. 338
 Georgi, Renate 351
 Geroch, Robert 274, 339
 Gibbons, Gary 110, 136, 324, 351
 Gibbs, J. Willard 93, 324
 Gide, André 181
 Giltner, D.M. 318, 345
 Giulini, D. 335
 Glassey, Olivier 351
 Goenner, Hubert 167, 327
 González, Antonio 351
 Good, R.H. 323, 349
 Gordon, C. 333
 Gould, Andrew 151
 Grahn, Alexander 352
 Green, A.J. 334
 Greenstein, J.L. 327
 Gregorio, Enrico 352
 Greiner, Jochen 340, 351
 Grindlay, J.E. 329
 Gruber, C. 347
 Gruber, Christian 46, 320
 Gruber, R.P. 339
 Guiagossian, Z.G.T. 319, 346
 Gutfreund, Hanoch 317, 344
 Guth, Alan 245, 336
 Gácsi, Zoltán 351
 Gökläü, E. 317, 345
- H**
 Haber, John 351
 Hadley, M. 340
 Hafele, J.C. 128, 320, 347
 Haley, Stephen 351
 Hall, D.B. 320, 347
 Halley, Edmund 16
 Hamilton, J.D. 323
 Hammond, R.T. 341
 Hanns Ruder 48
 Hardcastle, Martin 351
 Harris, S.E. 318, 345
 Hartmann, D. 340
 Harvey, A. 320, 335, 347
 Hasenöhrl, F. 349
 Hasenöhrl, Friedrich 66, 322
 Hatfield, Brian 332

- Hausherr, Tilman 351
 Haverkorn, M. 334
 Hawking, Stephen 117, 237, 263, 265, 274, 336
 Hawking, Stephen W. 335
 Hayes, Allan 351
 Hayward, S.A. 325
 Heckel, B. 340
 Heering, Peter von 352
 Helmond, Tom 351
 Henderson, Paula 351
 Hentig, Hartmut von 7
 Herrmann, F. 325
 Herrmann, Friedrich 324
 Herschel, John 229
 Hertz, Heinrich 95
 Hertzlinger, Joseph 352
 Hestenes, D. 347
 Hestenes, David 320
 Heumann, John 351
 Hilbert, David 182, 189
 Hill, S. 333
 Hillman, Chris 351
 Hinshaw, G. 337
 Hipparchos 18
 Hirth, J.P. 319, 346
 Hite, Kevin 352
 Hobbs, G. 333
 Hoffman, Richard 351
 Hogg, D.W. 337
 Holstein, B.R. 330
 Holzmüller, G. 158, 330
 Houtermans, Friedrich 216
 Hoyle, C.D. 340
 Hoyle, Fred 234, 335
 Hubble, Edwin
life 214
 Huber, Daniel 351
 Hughes, R.J. 333
 Huisken, G. 325
 Hulse, Russel 331
 Huygens, Christiaan 16
 Hörmann AG 352
- I**
 Ilmanen, T. 325
 INFN 169, 352
 Inverno, Ray d' 325, 326
 Iorio, L. 330

- IPAC 201, 353
 Israel, Werner 260
 Itah, A. 333
 Ivanov, Igor 351
 Ives, H.E. 317, 344
 Iyer, C. 320
- J**
 Jacobson, T. 325
 Jalink, Kim 351
 Jamil, M. 351
 Janek, Jürgen 351
 Jaramillo, J.L. 338
 Jarret, Thomas 201, 353
 Jenkins, Francis A. 315
 Jentschel, M. 322, 348
 Jerie, M. 341
 Jetzer, P. 333
 Johansson, Mikael 351
 Johnson, Samuel
 life 315, 343
 Jones, Quentin David 351
 Jones, Tony 341
 Jong, Marc de 351
 Jordan, T.F. 323
 Ju, L. 341
 Juszkiewicz, R. 337
- K**
 Köppe, Thomas 351
 Kaaret, P. 329
 Kalbfleisch, G.R. 316, 344
 Kalckar, Jørgen 162
 Kant, Immanuel 200
 Kant, Immanuel 215, 333
 life 199
 Kapuścik, E. 319, 346
 Karlhede, A. 340
 Kaufmann, W.J. 333
 Kayser, R. 336
 Keating, R.E. 347
 Keating, Richard E. 128, 320
 Keesing, R.G. 342
 Kelu, Jonatan 351
 Kennedy, R.J. 317, 344
 Kennefick, D. 327
 Kenyon, Ian R. 325
 Kepler, Johannes 229
 Kerr, Roy 260, 338
- Kessler, E.G. 322, 348
 Kiefer, D. 318
 Kilmister, C.W. 323, 349
 Kippenhahn, Rudolf 336
 Kiss, Joseph 351
 Kittinger 327
 Kittinger, Joseph 124, 128
 Kjellman, J. 316, 344
 Klauder, John 326
 Klaus Tschira Foundation 352
 Kleppner, Daniel 331
 Klippert, R. 333
 Klose, S. 340
 Knie, K. 335
 Knop, R.A. 332
 Knutsen, H. 335
 Kogut, A. 337
 Konig, F. 333
 Kontorowa, T. 318, 345
 Koolen, Anna 351
 Kopeikin, Sergei 331
 Korschinek, G. 335
 Kostro, L. 324, 325
 Kramer, M. 331, 333
 Kraus, Ute 254, 352, 353
 Kreuzer, L.B. 134, 328
 Krijn, Marcel 351
 Krisher, T.P. 321, 350
 Krishnan, B. 325
 Krotkow, R. 329
 Krumm, P. 330
 Królikowski, Jarosław 351
 Kröner, Ekkehart 197, 325
 Kubala, Adrian 351
 Kuklewicz, C. 333
 Kumaradtya, K.K. 337
 Kuzin, Pavel 351
 Künzle, H.P. 338
 Küster, Johannes 352
- L**
 Lachièze-Rey, M. 336
 Lahav, O. 333
 Lakes, Rod S. 318
 Lamb, Frederick 145, 339
 Lambert, Johann
 life 177
 Lambourne, R. 318
 Landau, L. 333
- Lange, B. 324
 Langevin, Paul 66
 Laplace, Pierre 252
 Lasota, J.P. 339
 Laue, Max von 74
 Leibfried, G. 318, 345
 Lemaître, Georges A.
 life 223
 Lense, Josef 155, 330
 Leonhardt, U. 333
 Lerner, L. 329
 Leschiutta, S. 128, 327
 Levi-Civita, Tullio 182
 Lewis, G.N. 322, 348
 Liebscher, Dierck-Ekkehard
 318, 345
 Lifshitz, E. 333
 Lille, Alain de 252
 Lilley, Sam 326
 Linde, Johan 352
 Lindh, A.G. 329
 Linfield, R.P. 321, 348
 Lintel, Harald van 46, 320, 351
 Liu, C. 318
 Logan, R.T. 322, 350
 Lombardi, Luciano 351
 Lombardo, F. 340
 Longair, M. 334
 Lorenci, V. De 333
 Lorentz, H.A. 346
 Lorentz, Hendrik Antoon 33,
 37, 319
 Lorenzen, Dirk 333
 Lorimer, D.R. 331, 333
 Lothe, J. 319, 346
 Low, R.J. 323, 349
 Ludvigsen, Malcolm 326
 Luke, Lucky 30
 Luminet, J.-P. 336
 Lundmark, Knut 214, 334
 Lutes, G.F. 322, 350
 Lyne, A.G. 333
 Lämmerzahl, C. 333, 339
 Lévy, J.M. 323
- M**
 MacCallum, M.A.H. 338
 Macdonald, A. 339
 Macedo, R.P. 338

M

MACH

- Mach, Ernst 248
 Macrobius 334
 Madhu, Rao S.M. 306
 Maeterlink, Maurice
 life 248
 Maffei, Paolo 333
 maggior, Peter 351
 Mahoney, Alan 351
 Mainwaring, S.R. 319, 346
 Maleki, L. 321, 350
 Manchester, R.N. 333
 Mark, Martin van der 351
 Marsh, N.D. 335
 Martos, Antonio 351
 Marzke, R.F. 339
 Mashhoon, B. 330
 Mason, W.P. 318, 346
 Masood-ul-Alam, A.K.M. 338
 Massa, Corrado 324, 351
 Matsas, G.E.A. 321, 347, 348
 Matthews, W.N. 323, 349
 Mattick 18
 Mattick, A.T. 343
 Mattick, Tom 19, 315, 352
 Max Planck Gesellschaft 352
 Mayné, Fernand 351
 Mazur, P.O. 260, 338
 McClure-Griffiths, N.M. 334
 McDonald, K.T. 331
 McGowan, R.W. 318, 345
 McKellar, B.H.J. 321, 322, 348
 McLaughlin, M.A. 333
 McNamara, Geoff 328
 McQuarry, George 351
 Medison 352
 Mellinger, Axel 200, 333, 353
 Mena Marugán, G.A. 336
 Menocal, P.B. de 335
 Menten, K.M. 337
 Merrit, John 351
 Michaelson, P.F. 342
 Michell, John 252, 338
 Michelson, A.A. 346
 Michelson, Albert Abraham
 97, 319
 Michelson, Albert Abraham
 34
 Miele 352
 Minkowski, Hermann 38, 39
 Mirabel, I.F. 321, 348
 Mishra 84
 Mishra, L. 324, 350
 Misner, Charles 190, 323, 332,
 349
 Mitalas, R. 318
 Mitskievic, N.V. 337
 Mittelstaedt, H. 337
 Mittelstaedt, M.-L. 337
 Mlynek, J. 317, 345
 Mohazzabi, P. 327
 Mohr, P.J. 342
 Mokros, Nicolai 48, 49, 352
 Moore, C.P. 337
 Moore, Henry 174
 Moortel, Dirk Van de 306, 351
 Morinigo, Fernando B. 332
 Morley, E.W. 346
 Morley, Edward 319
 Morley, Edward William 34
 Moser, Lukas Fabian 351
 Murdock, Ron 351
 Murillo, Nadia 351
 Murray, J.J. 319, 346
 Musil, Rober 227
 Mutti, P. 322, 348
 Muynck, Wim de 351
 Myers, E.G. 322, 348
 Møller, Christian 323, 349
 Müller, H. 317, 345
 Müller, J. 340
- N**
 Nabarro, Frank R.N. 318
 Nagano, M. 341
 Nahin, Paul J. 320
 Namouni, Fathi 351
 Narlikar, J.V. 335
 NASA 156, 219, 230, 352, 353
 Natarajan, V. 322, 348
 Natàrio, J. 339
 Nemiroff, R.J. 329
 Neumaier, Heinrich 351
 Nevsky, A.Yu. 319
 Newcomb, Simon 319
 Newman, E.T. 338
 Newton 292
 Nicolai, H. 332
 Niepraschk, Rolf 352
- Nieto, L.M. 332
 Nietzsche, Friedrich 105
 Nieuwpoort, Frans van 351
 Nightingale, J.D. 326
 Nordström, Gunnar 260
 Nordtvedt, Kenneth 340
 Nori, F. 309
 Norton, John D. 332
 Novello, M. 333
 Novikov, Igor 215, 326, 334,
 337, 338
- O**
 Oberdiek, Heiko 351
 Oberquell, Brian 351
 Observatoire de la Côte
 d'Azur 156, 353
 Oey, M.S. 334
 Offner, Carl 351
 Ohanian, H.C. 350
 Ohanian, Hans 88, 308, 322,
 325-327
 Ohanian, Hans C. 317
 Okhapkin, M. 317, 319, 345,
 346
 Okun, Lev B. 323
 Olbers, Wilhelm
 life 228
 Olum, K.D. 329
 Oostrum, Piet van 351
 Oppenheimer, Robert 338
 life 255
 Orazio, nel completo Quintus
 Horatius Flaccus 123
 Osewold, Daniel 352
 Osserman, Bob 243
 Ovidio, in full Publius
 Ovidius Naro 21
- P**
 Pacholka, Wally 229, 353
 Page, Don 339, 351
 Pahaut, Serge 351
 Panov, V.I. 329
 Papapetrou, A. 322, 348
 Parker, Barry 334
 Parks, David 351
 Pascazio, Saverio 351
 Pasi, Enrico 351

P**PAUL**

Paul, W. 322, 348
 Pauli, Wolfgang 55, 332
 Pavlis, E.C. 330
 Pbroks13 352
 Pearson, T.J. 321, 348
 Peeters, Bert 351
 Pekár, V. 329
 Pelt, Jaan 241, 336
 Penrose, R. 347
 Penrose, Roger 117, 262, 265, 321, 325, 336, 338, 339
 Penzias, Arno 215, 334
 Peres, A. 337
 Perini, Romano 351
 Perkins, D.H. 320, 346
 Perlman, E. 337
 Perlmutter, Saul 216, 227, 353
 Perot, Alfred 127
 Pešić, P.D. 335
 Peters, A. 317, 345
 Pfister, Herbert 337
 Philbin, T.G. 333
 Philpott, R.J. 323, 349
 Piper, M.S. 170, 332
 Piraino, S. 329
 Planck, Max 55, 71, 75, 96
 Planck/ESA 232, 353
 Platone 234
 Poincaré, Henri 36
 Poincaré, Henri 23, 37, 66, 123, 143, 322
 Poincaré, J.H. 349
 Possenti, A. 333
 Pound, R.V. 127, 327
 Powell, Richard 213, 218, 353
 Prabhu, G.M. 320
 Pradl, O. 317, 345
 Prakash, A. 338
 Preston, S. Tolver 322
 Preston, Tolver 66
 Pretto, O. De 322
 Pretto, Olinto De 22, 317, 344
 Prialnik, D. 334
 Prigogine, Ilya 336
 Primas, L.E. 322, 350
 Prince, G.E. 341
 Pritchard, Carol 351
 Pritchard, D.E. 322, 348
 Pritchard, David 62

Proença, Nuno 351
 Pryce, M.H.L. 322, 349
 Purves, William 351
 Pythagoras of Samos 319

R

Rahtz, Sebastian 351
 Rainville, S. 322, 348
 Rankl, Wolfgang 351
 Rasio, F.A. 331
 Rawlinson, A.A. 321, 322, 348
 Raymond, D.J. 323, 350
 Readhead, A.C.S. 321, 348
 Rebka, G.A. 127, 327
 Recami, E. 321, 348
 Rector, T.A. 212
 Redondi, Pietro 351
 Refsdal, S. 336
 Reinhardt, S. 318
 Reissner, Hans 260
 Renselle, Doug 351
 Reppisch, Michael 351
 Rezzolla, L. 338
 Ricci-Cubastro, Gregorio life 182
 Riemann, Bernhard life 194
 Rindler, W. 346, 347
 Rindler, Wolfgang 317, 320, 325, 326, 332, 345
 Ritz 316, 344
 Rivas, Martin 351
 Robertson, H.P. 223
 Robertson, S. 333
 Robertson, Will 352
 Robinson, D.C. 260, 338
 Rodriguez, L.F. 348
 Rodríguez, L.F. 321
 Roll, P.G. 329
 Rømer, O.C. 343
 Rømer, Ole C. 16
 Rømer, Ole C. 315
 Rossi, B. 320, 347
 Rothbart, G.B. 319, 346
 Rothenstein, B. 319, 346
 Rothman, T. 336
 Rottmann, K. 323, 350
 Roukema, B.F. 336
 Rozental, I.L. 341

Ruben, Gary 351
 Ruder, Hanns 340
 Ruffini, Remo 260, 325–328, 338
 Rugel, G. 335
 Ruggiero, M.L. 323, 330, 349
 Ruppel, W. 326
 Russell, Bertrand 75
 Rybicki, G.R. 321, 347

S

S.R. Madhu Rao 351
 Saghian, Damoon 351
 Salim, J. 333
 Samuel, S. 331
 Santander, M. 332
 Santangelo, A. 329
 Sastry, G.P. 321, 347
 Savage, Craig 352
 Scarcelli, G. 318, 345
 Schaefer, B.E. 316, 344, 345
 Scharmann, Arthur 339
 Schiller, Britta 351, 352
 Schiller, Christoph 324, 353
 Schiller, Isabella 351
 Schiller, P. 345
 Schiller, Peter 318, 351
 Schiller, S. 345, 346
 Schiller, Stephan 34, 35, 317, 319, 351, 352
 Schmidt, Herbert Kurt 320
 Schneider, M. 340
 Schneider, P. 336
 Schoen, R.M. 324
 Schramm, Herbert 339
 Schramm, T. 336
 Schröder, Ulrich E. 323, 327
 Schucking, E. 320, 335, 347
 Schutz, Bernard 326, 331
 Schwarzschild, Karl 127, 181 life 133
 Schweiker, H. 212
 Schwinger, Julian 317
 Schäfer, G. 339
 Sciamma, Dennis 337
 Scott, Jonathan 351
 Searle, Anthony 48, 352
 Seeger, A. 318, 345
 Seidelmann, P. Kenneth 342

S

SEIELSTAD

Seielstad, G.A. 321, 348
 Selig, Carl 317, 344
 Seneca, Lucius Annaeus 120, 271
 Sexl, Roman 276, 320, 337, 339
 Shapiro, I.I. 330
 Shapiro, Irwin 151, 330
 Shaw, R. 320, 347
 Shea, J.H. 327
 Sheldon, E. 347
 Sheldon, Eric 320, 351
 Shih, Y. 318, 345
 Short, J. 342
 Siart, Uwe 352
 Sierra, Bert 351
 Silk, J. 337
 Sills, K.R. 318
 Simon, Julia 351
 Simon, R.S. 321, 348
 Singh, T.P. 339
 Singleton, Douglas 351
 Sitter, W. de 330
 Sitter, Willem de 226, 316
 Sitter, Willem de
 life 154
 Slabber, André 351
 Smale, A.P. 329
 Smith, J.B. 320, 347
 Snider, J.L. 327
 Snyder, Hartland 255, 338
 Soffel, Michael H. 332, 340
 Soldner, Johann 139, 149, 150,
 328
 Solomatin, Vitaliy 351
 Sonoda, D.H. 337
 Stachel, John 326
 Stairs, I.H. 331, 333
 Stark, Johannes 29
 Stedman, G.E. 319, 341, 346
 Steinhauer, J. 333
 Stephenson, G. 323, 349
 Stephenson, G.J. 321, 348
 Stilwell, G.R. 317, 344
 Stocke, J.T. 337
 Stodolsky, Leo 319, 346
 Stoney, G.J. 339
 Story, Don 351
 Straumann, N. 335
 Stromberg, Gustaf 214, 334

Su, Y. 329
 Sudarshan, E.C. 348
 Sudarshan, E.C.G. 348
 Sudarshan, George 321, 323
 Supplee, J.M. 321, 347
 Surdin, Vladimir 351
 Svasso, Leonhard 127
 Svensmark, H. 335
 Sweetser, Frank 351
 Synge, J.L. 322, 348
 Szuszkiewicz, E. 339

T
 Tangen, K. 333
 Tarko, Vlad 351
 Tartaglia, A. 330
 Taylor, B.N. 342
 Taylor, Edwin F. 317, 324–326,
 329, 338
 Taylor, John R. 342
 Taylor, Joseph 168, 291, 330,
 331
 Tegelaar, Paul 351
 Tegmark, M. 332
 Terrell, J. 321, 347
 Thaler, Jon 351
 Thies, Ingo 351
 Thirring, Hans 155, 330
 Thomas, Llewellyn 55
 Thompson, C. 334
 Thompson, J.K. 322, 348
 Thompson, R.C. 322, 348
 Thorndike, E.M. 317, 344
 Thorne, Kip 323, 326, 331, 349
 Tisserand, F. 330
 Tisserand, Félix 158
 Tolman, R.C. 348
 Tolman, Richard 322, 337
 Torre, C.G. 190, 332
 Torrence, R. 338
 Townsend, Paul 351
 Trevorrow, Andrew 351
 Trout, Kilgore 244
 Tschira, Klaus 352
 TSR relativity team 352
 Tuinstra, F. 315, 318, 343
 Tuppen, Lawrence 351
 Turner, M.S. 337

U
 Uguzzoni, Arnaldo 351
 Ulfbeck, Ole 162
 Unruh, William 124, 327
 Unwin, S.C. 321, 348
 Upright, Craig 351

V
 Valencia, A. 318, 345
 Vanier, J. 341
 Vannoni, Paul 351
 Vergilius, Publius 146
 Vermeil, H. 174, 332
 Vermeulen, R. 337
 Vessot, R.F.C. 128, 327
 Vestergaard Hau, L. 318
 Voigt, Woldemar
 life 38
 Volin, Leo 351
 Voltaire 292
 Voss, Herbert 351

W
 Wagner, William G. 332
 Wald, Robert M. 326, 339
 Walker, A.G. 223
 Walker, Gabriele 335
 Walker, R.C. 321, 348
 Wallin, I. 316, 344
 Wallner, A. 335
 Wambsganss, J. 336
 Wang, Y. 332
 Warkentin, John 352
 Watson, A.A. 341
 Weigert, Alfred 336
 Weinberg, Steven 319, 326, 335
 Weisberg, J.M. 331
 Weiskopf, Daniel 48, 50, 352
 Weiss, Martha 351
 Weizmann, Chaim 148
 Wertheim, Margaret 319
 Wesson, Paul 229, 335
 Westra, M.T. 311
 Wheeler, John 253, 260, 274,
 317, 323, 325, 326, 328, 331,
 338, 339
 life 253
 White, Harvey E. 315
 White, M. 337

Whitney, A.R. 321, 347
Wierda, Gerben 351
Wierzbicka, Anna 351
Wijk, Mike van 351
Wikimedia 156, 239, 352, 353
Will, C. 344
Will, C.M. 316, 322, 325, 329,
331, 340, 350
Williams, R. 328
Wilson, Robert 215, 334
Wiltshire, D. 334
Wirtz, Carl 214, 334

Wise, N.W. 342
Woodhouse, Nick M.J. 317
Woods, P.M. 334
Wright, Joseph 352
Wright, Steven 284

Y

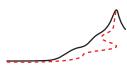
Yearian, M.R. 319, 346
Young, Andrew 351

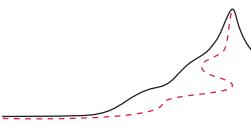
Z

Zaccone, Rick 352

Zalm, Peer 351
Zecherle, Markus 351
Zedler, Michael 351
Zeeman, Pieter 34
Zel'dovich, Yakov 215
Zensus, J.A. 321, 348
Zeus 202
Zhang Yuan Zhong 316
Zhang, W. 145, 329
Zhao, C. 341
Zwicky, Fritz 241, 336

W

WHITNEY



SUBJECT INDEX



Symbols

- 3-vettori 67
- 4-accelerazione 69
- 4-coordinate 38, 67, 68
- 4-jerk 70
- 4-momento 70
- 4-momento angolare 74
- 4-velocità 68
- 4-vettore 67, 69
- 4-vettore d'onda 74
- 4-vettore
dell'energia-momento 71

- coordinata di tempo
baricentrico 329
- costante Hubble 215
- principio di equivalenza
debole 328

A

- a (year) 222
- aberrazione 17, 48
- acausal 41
- acceleration 320
- accelerazione 346
- accelerazione propria 69, 80
- accelerazione relativistica 69, 79
- accelerazione uniforme 81
- accelerazione, composizione 84
- accoppiamento spin-orbita 155
- accoppiamento spin-spin 155
- accuracy
limits to 294

- accuratezza 292
- ADM mass 190
- adroni 220
- aether and general relativity 104, 132
- Agenzia Spaziale Europea 312
- aggiunta 264
- agorafobici 225
- Agostino di Ippona 236
- air
cannot fill universe 234
- alberi di legno 221
- albero 64, 86, 127, 292
- Aldebaran 240
- algebra di Einstein 274
- Alluvionale 222
- Alnilam 240
- Alnitak 240
- Altair 240
- altoparlante 22
- ammassi globulari 209
- ampere
definition 287
- Andromeda nebula
photograph 202
- annientamento 234
- anno luce 300
- anomalia di Pioneer 196
- antigravity device, patent for 140
- antimateria 64, 193, 234
- aphelion 299
- apogeo 299
- Apollo 155, 303
- Appare l'Homo sapiens 222
- apple, standard 292
- apples 146

- archean 221
 - Archeozoico 221
 - arcobaleno 308
 - argomento del foro 275
 - aria 238
 - arms, human 248
 - artefact for measurement
units 288
 - atmosphere
illustration of
transmittance 238
 - atmospheric pressure 298
 - atom formation 220
 - atomic mass unit 296
 - atomico 291
 - atto 289
 - autobus 125
 - autobus, miglior posto in 51
 - azoicum 220
- ## B
- B1938+666 241
 - background radiation
cosmic, illustration of
fluctuations 232
 - cosmic, spectrum 217
 - baryon number density 301
 - bassa velocità 66
 - becquerel 289
 - beginning of the universe 215
 - beginning of time 215
 - Bellatrix 240
 - Betelgeuse 240
 - big bang 216, 228, 234
Non grande né un botto 235
 - consequences 234

B

BIG

- big bang was not a singularity 117
 bilance di torsione 328
 biliardo 58
 BIPM 287, 288, 290
 bird appearance 221
 black hole 252
 horizon 252
 illustration of 254
 illustration of ergosphere 261
 illustration of light orbits 259
 illustration of local light cones 255
 illustration of matter orbits 257
 type table 263
 black hole collisions 264
 black hole halo 268
 black hole radiation 337
 black hole, analogous to universe? 269
 black hole, entropy of 263
 black hole, extremal 260
 black hole, Kerr 260
 black hole, primordial 264
 black hole, rotating 260
 black hole, Schwarzschild 260
 black hole, stellar 264
 black holes 326
 black holes do not exist 266
 black holes, intermediate 263
 black holes, micro 263
 black holes, primordial 263
 black holes, stellar 263
 black holes, supermassive 263
 black paint 229
 black vortex 261
 blue shift 28
 body, rigid 89
 bomba 61
 boost 38, 98
 boost di Lorentz 77
 boosts and the force limit 108
 boosts, concatenazione di 55
 bottom quark
 mass 296
 bradioni 64
 Brans–Dicke ‘theory’ 197
 bretelle 311
 brick tower, infinitely high 107
 bubble chamber
 figures about 60
 buchi neri 134
 buchi neri di Reissner–Nordström 260
 buchi neri di Schwarzschild 258
 bucket experiment, Newton’s 248
 buco nero 170, 238, 253, 255, 328
 buio 53
 buio, velocità del 51
 Bureau International des Poids et Mesures 287
 burst, gamma-ray 316
- C**
 cadono 145
 caduta libera permanente 255
 Caenozoicum 222
 caleidoscopio 244
 Cambriano 221
 campo gravitazionale 159
 campo gravitomagnetico 160
 campo inflatone 245
 candela
 definition 288
 Canopus 240
 capire 272
 cappelli grigi 51
 capture of light 259
 capture, gravitational 258
 Carbonifero 221
 carro che punta a sud 195
 Cat’s-eye, lunar 156
 causa ed effetto 40
 causalità e velocità massima 41
 cavatappi 166
 cenozoic 222
 censorship, cosmic 116
 censura cosmica 116, 266, 339
 centi 289
 centro di massa 64
 Čerenkov radiation 170
 CERN 316, 320, 346
 change
 quantum of, precise value 295
 charge
 positron or electron, value of 295
 charm quark
 mass 296
 chiamata orizzonte degli eventi 85
 cinematica relativistica 35
 cioccolato 229
 CL0024+1654 242
 classical electron radius 297
 claustrofobici 225
 cloud
 in the night sky, photograph 204
 clouds in the universe 207
 CODATA 342
 coherence
 definition 303
 collana di perle 48
 collapsars 255
 collassano 264
 collisione 63
 comets 208
 Commission Internationale des Poids et Mesures 287
 Commissione Internazionale sulla Stratigrafia 222
 concetto limite 267
 condizione dell’energia
 debole 142
 condizioni iniziali 219, 237
 conductance quantum 297
 Conférence Générale des Poids et Mesures 287, 292
 Conférence Générale des Poids et Mesures 288
 connessione causale 40
 connessione metrica 193
 cono di luce del passato 40
 constants
 table of astronomical 298
 table of basic physical 294
 table of cosmological 300
 table of derived physical 297

contenitore 39
 contrazione 182, 196
 contrazione della lunghezza 47
 contrazione relativistica 37
 Convention du Mètre 287
 convenzione di tipo spaziale 68
 convenzione di tipo temporale 68
 coppia 161
 coraggio 24
 corpi solidi non esistono 89
 correzione relativistica 37
 coseno iperbolico 83
 cosmic background radiation 337
 illustration of fluctuations 232
 spectrum 217
 cosmological constant 300
 cosmonaut 124, 139, 142
 cosmonauta 35, 142
 costante k di Boltzman 55
 costante cosmologica 183, 186, 191, 233, 235, 283
 Costante dello spostamento di Wien 298
 costante di accoppiamento di Fermi 295
 Costante di Boltzmann 295
 Costante di Faraday 297
 Costante di Rydberg 297
 Costante di Stefan–Boltzmann 298
 costanti adimensionali 296
 costellazione colorata 239
 costellazioni 199
 coulomb 289
 coupling, principle of minimal 186
 covariance, principle of general 186
 covarianza generale 189
 crackpots 31, 319, 346
 creation 237
 Cretaceo 221
 curvatura 131, 134
 e rigidità 175

curvatura Gaussiana 175
 curvatura media 182
 curvature
 average 176
 extrinsic 172
 Gaussian 173, 175
 illustration of extremal directions 174
 illustration of signs 173, 176
 illustration with tidal effects 178
 in three dimensions 175
 intrinsic 172–179
 measured by Gauss 177
 measured on Earth 177
 tensor 176
 curvature, near mass 181
 curvature, sectional 179
 cyclotron frequency 297
 Cygnus bubble
 photograph 212
 Cygnus X-1 264

D

dark energy 210
 dark matter 210
 darkness of night sky 231
 day
 sidereal 298
 time unit 289
 deca 289
 decadimento alfa 215
 decay of photons 250
 deci 289
 degree
 angle unit 289
 degree Celsius 289
 density, proper 184
 detection of gravitational waves 168
 deviation
 standard, illustration 293
 deviazione geodetica 195
 deviazione standard 292
 Devoniano 221
 diagramma di Hertzsprung–Russell 217
 dieta 61
 difetto di massa chimica 61

diffrazione 192
 dilatazione temporale 44
 dilatazioni 76
 Diluvio 222
 Dimensione della Via Lattea 299
 dimensione, quarta 39
 dinamica Newtoniana
 modificata 341
 dinosauro 221
 dipendenza da $1/r^2$ 282
 dischi di accrescimento 207
 disco di musica in vinile 51
 dislocazioni 30
 Distanza media della Luna 299
 distanza propria 68
 distanze righello 80
 distribution
 Gaussian 292
 normal 292
 distribuzione Gaussiana 292
 DNA 292
 donne 31
 down quark
 mass 295
 diritto rigidità e curvatura 175
 duality
 space-time 277

E

Earth
 age 298
 average density 298
 equatorial radius 298
 flattening 298
 gravitational length 298
 mass 298
 normal gravity 298
 radius 298
 Earth formation 220
 Earth's rotation 291
 Earth, hollow 276
 illustration 277
 Earth, ring around 207
 eccentrici 276
 eccentricità 153
 eccentrics 276

- effetti di marea 129, 178, 195, 258
 effetto centrifugo 268
 effetto di Thirring 155
 effetto di trascinamento 157, 161
 effetto Doppler 27, 48, 86
 effetto Doppler gravitazionale 127
 effetto geodesico 155
 effetto giovinezza 44
 effetto Josephson 288
 effetto Mössbauer 127
 effetto Nordtvedt 117
 effetto search-light 48
 effetto Stark 29
 effetto Thirring–Lense 155, 258
 elasticity 134
 electricity, start of 222
 electrodynamics 273
 electron
 g-factor 297
 magnetic moment 297
 mass 295
 electron volt
 value 298
 elettrone 15
 elettrone, raggio 90
 elio 15, 220, 235
 ellipse 153
 energia 60
 energia cinetica relativistica 61, 71
 energia dell'universo 245
 energia gravitazionale 185, 191
 energia libera 61
 energia limitata verso il basso 71
 energia oscura 61, 280, 283
 energia potenziale 71
 energia potenziale nella relatività 71
 energia potenziale, relativistica 71
 energia, non ancora scoperta 61
 energy density, negative 189
 energy–momentum tensor 184
 engines, maximum power of 96
 entropia 246
 entropy of black hole 263
 Eocene 222
 equilibrio termodinamico 256
 equivalence principle 187, 282
 equivalenza massa–energia 61
 era glaciale 222
 erba 37
 ergosfera 261, 262
 error
 in measurements 292
 relative 293
 systematic 292
 total 292
 errori casuali 292
 etere 346
 ether, also called luminiferous ether 319
 età 226
 Età del Sole 299
 età dell'universo 66
 Età della Via Lattea 299
 eventi 38
 evolution, marginal 224
 Exa 289
 extrasolar planets 241
- F**
 fall, permanent 256
 fantascienza 61
 farad 289
 fase di un onda 74
 fattore di dilatazione
 temporale 26
 fattore di scala 76, 223, 231
 fattore stretch 37
 femto 289
 fine-structure constant 295, 296
 finestra 51
 fisica quantistica 273, 286
 flatness, asymptotic 190
 flusso di tempo 276
 font Minion Matematico 352
 forbice 51
 force
 definition 95
 minimum in nature 120–121
 force limit 95
 force, maximum 92
 illustration of equivalence with general relativity 99
 table of logic 94
 force, perfect 279
 forma 46
 formula composta della velocità 33
 forti effetti di campo 281
 forza 191
 forza orizzonte 99
 forza, il massimo
 nascosto 114
 frame dragging 157
 Franz Aichinger 351
 Fraunhofer lines
 illustration 305
 free fall, permanent 256
 fretta 75
 fungi 221
 fusione dell'idrogeno 220
- G**
 galassia 201, 249
 galaxies and black holes 252
 galaxy
 collision photograph 203
 distant, photograph 204
 photograph 203
 galaxy formation 220
 galaxy image
 multiple, photograph 243
 Gamma Draconis 17
 gamma-ray burst 316
 gamma-ray bursts 208
 gas constant, universal 297
 Gedanken experiment 105
 general relativity
 table of logic 94
 table of tests 282
 general relativity in ten points 279
 general relativity, accuracy of 280
 general relativity, first half 134

- general relativity, second half 140
 general relativity, statements of 136
 genio 22
 genius 136
 geocaching 144
 geodesic effect 282
 illustration of 154
 geodesic, timelike 137
 geodetica 95
 geodetica, timelike 137
 geometric phase 312
 getti 207
 Giga 289
 Giurassico 221
 gluon 296
 gods 185, 246
 Gondwana 221
 GPS, global positioning system 144
 grass, appearance of 222
 gravitation
 photographs of effects 93
 gravitation as braking mechanism 97
 gravitational and inertial mass identity 187
 gravitational constant as limit value 118
 geocentric 298
 heliocentric 299
 gravitational constant G 295
 is constant 117
 gravitational coupling constant 295
 gravitational lensing 264
 gravitational radiation 326
 gravitational wave
 detector details 169
 illustration of binary pulsar evidence 168
 illustration of effects 165
 illustration of necessity 162
 gravitational waves, detection of 168
 gravitational waves, speed of 164, 170
 gravitazione universale 160
 gravitodinamica 163
 gravitomagnetism 282
 illustration of 160
 gravity 115
 Gravity Probe B 158
 gravity wave emission delay 282
 gravity waves, spin of 164
 gravità 125
 Gravità sulla superficie del Sole 299
 Gravità sulla superficie della Luna 299
 gravità sulla superficie di Giove 299
 gray 289
 grigi, capelli 51
 gruppo conforme 77
- H**
 hand in vacuum 327
 hecto 289
 henry 289
 hertz 289
 Hertzsprung–Russell diagram
 illustration 218
 hole argument
 illustration of 275
 hollow Earth
 illustration 277
 Hollywood, film di 76
 Homo sapiens sapiens 222
 horizon
 of a black hole 252
 horizon and acceleration 106
 horizons as limit systems 279
 horsepower, maximum value of 96
 Hubble diagram
 graph of 216
 hyperbola 153
 hyperboloid
 circular 175, 303
 hypernova 208
- I**
 i buchi neri 93
 Icaro 154, 282
 Illuminismo 199
 impatto 63
 in tutte le direzioni 249
 incandescenza 238
 indipendenza del tempo da G 282
 inerziale 35
 infinite number of SI prefixes 292
 inflation 219
 after the big bang 245
 inflazione 244, 245, 283
 interaction, is gravity an 191
 interferogramma 303
 interferometri 291
 interferometri ad anello 291
 interferometro 34
 intermediate black holes 264
 International Earth Rotation Service 291
 intervallo 68
 intervallo spazio-temporale 38
 invariants of curvature tensor 196
 invarianza conforme 77
 invarianza della velocità della luce 77
 invarianza per diffeomorfismo 189, 271, 275
 invecchiamento massimo 76
 inversione 76
 Io 16
 iperboli 257
 ipersuperficie 78
 ipotesi della Terra cava 276
 IUPAC 342
 IUPAP 342
- J**
 Jarlskog invariant 295
 jerk relativistico 70
 jet
 photographs of 211
 jewel textbook 323
 joule 289
 Jupiter 192

K

KELVIN

- K**
- kelvin
definition 287
- kilo 289
- kilogram
definition 287
- kilogram, prototype 281
- Klitzing, von – constant 297
- L**
- L'approccio della forza bruta 106
- L'epoca GUT 219
- l'invarianza per diffeomorfismo 276
- La più bassa pressione fotosferica del Sole 299
- LAGEOS 330
- LAGEOS satellites 158
- lagrangiana 140
- lampi di raggi gamma 243, 252, 316, 340
- Large Electron Positron ring 30
- larghezza a metà altezza 292
- laser distance measurement of Moon 315
- laser, misura della distanza della Luna 343
- latte 18, 202
- Laurasia 221
- le perturbazioni di densità 220
- legge di pigrizia cosmica 75
- length contraction 321
puzzle with glider 47
puzzle with rope 47
- lente gravitazionale 241
- LEP 30
- life appearance 221
- light bending
illustration of gravitational 149
- light deflection 282
- light path
from dense body, illustration 267
- light pulses, circling each other 143
- light speed
finite 230
- light year 298
- light, faster than 142
- light, moving 192
- lightlike geodesics 193
- lightning, colour of 304
- limit size of physical system 116
- limite statico 261
- limits
to precision 294
- linea di universo 39, 41
- linee di Fraunhofer 127, 304
- Linux 18
- liquido 184
- litro 289
- livelli delle sfide 9
- luce 27
- luce, accelerazione 27
- luce, can massa 27
- luce, non frenabile 27
- luce, pesare la 62
- luce, polarizzazione longitudinale 27
- lumen 289
- Luminosità del Sole 299
- Luna 282
- Luna, misura della distanza con laser 343
- lunar retroreflector 156
- Lunghezza d'onda Compton 297
- lunghezza d'onda di de Broglie 288
- lunghezza di Planck 273
- lunghezza propria 45
- Lunokhod 155, 303
- lux 289
- Lyman - α 304
- M**
- M15 cluster
photograph 219
- M31 199
- M51 203
- Mach's principle 187
- machina del tempo 43
- Maggiolino 174
- magnetar 209
- magnetic flux quantum 297
- magneton, nuclear 297
- Magnetone di Bohr 297
- mammals, appearance of 221
- mammiferi 222
- mano 64
- marcia olimpica 51
- maree 171
- Marte 154, 291
- maser 128
- mass change, maximum 97
- mass density
critical 224
- mass ratio
muon-electron 297
neutron-electron 297
neutron-proton 298
proton-electron 297
- mass, equality of inertial and gravitational 145
- mass, gravitational 132
- mass, inertial 132
- mass, spherical 181
- mass, total, in general
relativity 190
- massa a riposo 71
- Massa del Sole 299
- Massa della Via Lattea 299
- Massa di Giove 299
- massa Higgs 296
- massa imaginaria 63
- massa irriducibile 262
- massa relativistica 71
- massa, centro di 64
- massa, difetto 62
- massima forza
Nascosto 114
Tardi scoperta 114
- materasso 131, 162, 163, 165, 166
- materia oscura 61, 241, 265, 279, 283, 284
- material systems 90
- matter domination 220
- matter, metastable 256
- mattress 165, 167
illustration of space model 132

M

MEASUREMENT

measurement
 comparison 290
 definition 287, 290
 irreversibility 290
 meaning 290
 process 290
 measurement error
 definition 292
 measuring space and time 273
 Mega 289
 megaparsec 215
 Megrez 240
 meli 292
 memoria 41
 mesozoic 221
 Messier object listing 199
 meteorites 208
 metre
 definition 287
 metri a barra 272
 metrica 68, 75
 metrica di Schwarzschild 133,
 256
 micro 289
 microwave background
 temperature 301
 miglio 290
 milli 289
 minimum force
 in nature 120–121
 Mintaka 240
 minute
 definition 300
 minuto 289
 Miocene 222
 misure della velocità 77
 mixing matrix
 CKM quark 295
 PMNS neutrino 295
 molar volume 297
 mole
 definition 288
 molecola 143
 momento 70
 momento angolare come
 tensore 74
 momento relativistico 58
 MOND 341
 montagna 64

Moon
 angular size 299
 density 299
 distance 299
 mass 298
 radius 298
 Moon formation 220
 Moon, laser distance
 measurement 315
 motion
 is fundamental 288
 motion and measurement
 units 288
 moto 124
 moto iperbolico 82
 moto microscopico 281
 moto non esiste 39
 moto non frenabile 27
 moto non perturbato 15
 moto più veloce della luce 51
 moto superluminal in
 collisioni 64
 moto superluminale per
 osservatori accelerati 87
 moto, superluminale 51
 motocicletta 89
 motori di ricerca 316
 mountain attempt
 to exceed maximum force
 111
 multiverse
 is gibberish 247
 is nonsense 247
 muon
 g-factor 297
 muon magnetic moment 297
 muon mass 295
 muoni 320, 346, 347
 muons 320

N

naked singularities 265
 nana bruna 241
 nane bianche 209
 nane brune 240
 nane marrone 209
 nano 289
 NASA 291
 nastro trasportatore 126

nave 17
 nebulosa di 199
 nebulosa di Andromeda 214
 nebulosa Tarantola 200
 negativa 173
 Neogene 222
 neutrini 32, 75, 220
 neutrino 304, 319, 346
 masses 295
 PMNS mixing matrix 295
 neutron
 Compton wavelength 298
 magnetic moment 298
 neutron mass 296
 New Galactic Catalogue 203
 newton 289
 NGC 205 203
 night sky
 colours of 229
 galaxy distance illustration
 201
 infrared 200
 photograph 200
 X-ray 199
 night sky, darkness of 231
 non 272
 Nordtvedt effect 340
 nova 208, 217
 nube 258
 nubi di Magellano 200
 nuclear magneton 297
 nuclei 220
 nuclei galattici attivi 252
 nucleosynthesis 220
 null geodesics 193
 nulla 173
 Numero di Avogadro 297
 Numero di Loschmidt 297
 numero imaginario 63
 nutshell
 general relativity in a 279

O

odometro 68
 oggetti reali 64
 oggetti virtuali 64
 ohm 289
 Olbers 229
 Oligocene 222

O

OLOCENE

- Oocene 222
 ombra 15
 ombra, velocità 30
 ombra, velocità dell' 51
 ombre 53
 ombre e radiazioni 15
 ombre, velocità delle 20
 ombrelli 17
 onda gravitazionale piana 165
 onde di gravità 162
 onde gravitazionali 162
 onde nella relatività 74
 onde sonore 29
 ora 289
 orbit
 illustration of gravitational 152
 orbite 192
 ordine parziale 40
 Ordoviciano 221
 Orione 63, 239
 orizzonte 215, 255, 256, 308
 orizzonte, più veloce della luce 52
 orizzonti 92
 orologi 128, 272
 orologi, sincronizzazione 25, 30
 orologio geometrodinamico 274
 overn, hot
 photograph of colours 239
 Oxford 279
 oxygen, appearance in atmosphere 334
- P**
 π 73
 paint, black 229
 Paleocene 222
 Paleogene 222
 paleozoic 221
 palla
 illustrazione di puzzle di 141
 Pangea 221
 parabola 153, 257
 paraboloid
 hyperbolic 175
- paradosso degli orologi 43
 paradosso dei gemelli 43
 paradosso del foro 275
 paradosso della collana di perle 48
 paradosso della potenza 113
 paradosso di Ehrenfest 73, 309
 paradosso di Olbers 229
 paradox, Olbers' 229
 parametri di impatto 258
 parametro di decelerazione 225
 Parametro di Hubble 300
 parametro di impatto 150
 parsec 215, 298
 particella ultrarelativistica 71
 particelle con massa 27
 particelle elementari, dimensioni 90
 particelle virtuali 313
 pascal 289
 pendolo di Foucault 155
 Penrose–Hawking singularity theorems 265
 percorsi rosetta 259
 periastro 153
 periolio 153
 perigeo 299
 perihelion 299
 perihelion shift 282
 permeability, vacuum 294
 Permiano 221
 permittivity, vacuum 294
 perturbation calculations 272
 pesare la luce 62
 peso 145
 Peta 289
 phase
 geometric 312
 photon
 mass 296
 number density 301
 photon decay 250
 Piante terrestri 221
 pico 289
 pietre 137
 pizza
 slice, best way of holding it 175
- più veloci della luce 142
 Planck area, corrected 121
 Planck constant
 value of 295
 Planck force 96
 planet formation 220
 plasma 207
 Pleiades star cluster 221
 Pleistocene 222
 Pliocene 222
 point
 isotropic 175
 point particles, size of 267
 Polo Nord 130, 236
 polvere 185
 polvere di stelle 222
 pool, game of 58
 porte, sensori per aprire 29
 positiva 173
 positron charge
 value of 295
 positron charge, specific 297
 post-Newtonian formalism
 143
 potenza 72
 power, maximum 92
 power, maximum in nature 269
 power, maximum, conditions 105
 PPN, parametrized
 post-Newtonian formalism 143
 precession 155
 precessione di Thomas 55, 155
 precision 292
 limits to 294
 precisione 31
 prefissi 289, 341
 prefixes
 SI, table 289
 prefixes, SI 289
 presente 40
 pressione atmosferica della Luna 299
 pressione atmosferica di Giove 299
 prima legge della meccanica del buco nero 100

- prima legge della meccanica dell'orizzonte 100
- primates, appearance of 222
- Principe, island of 327
- principio cosmologico 214
- principio di equivalenza 124
- principio di Mach 248
- principio di relatività 36
- principle of general covariance 186
- principle of general relativity 186
- principle of minimal coupling 186
- principle, correspondence 187
- principle, equivalence 186
- problema della materia oscura 233
- Procyon 240
- proterozoic 221
- proton
- Compton wavelength 297
 - g factor 297
 - gyromagnetic ratio 297
 - magnetic moment 297
 - specific charge 297
- proton mass 296
- prototipo del chilogrammo 281
- PSR 1913+16 161, 168
- PSR J0737-3039 161
- pulsar 202, 282
- frame dragging and 158
- pulsar binarie 144, 154
- pulsars 167
- Q**
- Q0957+561 241
- quadrupole radiation 166
- quadrupolo 166
- quanto d'azione 75
- quantum of action
- precise value 295
- quantum of circulation 297
- quark
- mixing matrix 295
- quarks 220
- quarta dimensione 38
- quarta dimensione nella relatività 39
- quasar 53, 217, 252, 264
- Quaternary 222
- quieta 124
- R**
- radar 29
- radiante 288
- radiazione 15, 90
- radiazione cosmica 43
- radiazione cosmica di sottofondo 228, 234
- radiazione del corpo nero 238
- radiazione di fondo 215, 222
- radiazione di sottofondo 235
- radiazione di Vavilov-Čerenkov 24
- radius
- excess 175
- raggi α 15
- raggi β 15
- raggi canale 15
- raggi catodici 15
- raggi cosmici 65
- raggi γ 15
- raggi gamma 21
- raggi infrarossi 15
- raggi ultravioletti 15
- raggi X 15
- raggio 15
- Raggio di Bohr 297
- raggio di Schwarzschild 133, 253
- raggio irriducibile 262
- rapidità 33
- Rapporto di frequenza Josephson 297
- rapporto giromagnetico 268
- reazioni chimiche 61
- recombination 220
- red shift
- illustration of effects 126
- red-shift 29
- red-shift mechanisms 250
- red-shift tests 282
- refraction 192
- refraction, vacuum index of 150
- Regulus 240
- relativity, alternatives to 284
- relativity, limits of 285–286
- relatività generale 123
- relatività generale in un paragrafo 179
- relatività generale, teoria della 23
- relatività speciale, teoria della 23
- relazione d'indeterminazione, relativistica 90
- relazione di dispersione 166
- relazione di Keplero 167
- rest 123
- rettilineità 15
- rettilineo 82
- reversibili 263
- Riemann tensor 194
- riflessione 192
- Rigel 240
- rigidità 46
- riscossione delle imposte 287
- rivelatori di onde gravitazionali 171
- Robertson-Walker
- soluzioni 223
- rocket 262
- rosetta 258
- rotation of the Earth 291
- S**
- saggio, vecchio 75
- Saiph 240
- sasso 64
- satellite 192
- LAGEOS, photograph of 157
 - photograph 206
- satellite experiments 282
- satellite Voyager 18
- satelliti galileiani 16
- Saturno 93
- scalare di Ricci 180, 182, 183
- Schwarzschild solution 181
- secante iperbolica 85
- second
- definition 287, 300
- secondo 289

sedia come macchina del tempo 43
 semiasse maggiore 154
 seno iperbolico 83
 sezioni coniche 153
 sfera di fotoni 259
 sfide, livelli di 9
 sfondo 39
 shadows not parallel 310
 shape of universe 243
 shear modulus
 definition 104
 shear stress, theoretical 104
 SI
 new 290
 prefixes 292
 table of 289
 units 287, 294
 SI units
 definition 287
 prefixes 289
 supplementary 288
 siemens 289
 sievert 289
 Siluriano 221
 simboli di Christoffel del secondo tipo 193
 simmetria d'inversione 77
 simmetria di scala 190
 sincronizzazione degli orologi 30
 sincronizzazione di orologi 25
 singolarità 116, 336
 singularities, dressed 265
 singularities, naked 265
 Sirius 240, 327
 sistema di riferimento 81
 Sistema Geodetico Mondiale 300
 sistema inerziale di riferimento 35
 sistema rigido di coordinate 81
 sistemi accelerati 81
 size limit 116
 sky
 darkness at night 227–231
 sky, darkness of night 231
 sky, night

infrared 200
 photograph 200
 Sloan Digital Sky Survey 333
 snooker 58
 snowboard 46
 snowboarder, relativistico 46
 Sobral, island of 327
 solido, limite di accelerazione 89
 sottomarino relativistico 47
 space
 bending of, and body shape 132
 space and time, differences between 271
 space of life 271
 spaziale 68
 spazio, assoluto 34, 36
 spazio-tempo 38, 140
 spazio-tempo di Minkowski 39
 spazzolino 265
 speed of gravitational waves 170
 speed of light
 finite 230
 speed of light, one-way 308
 speed of sound, values 89
 speed, perfect 279
 spin and classical wave properties 166
 spin di un'onda 164
 spin of gravity waves 164
 spostamento del periastro 153
 spostamento verso il rosso 29, 250
 spostamento verso il rosso di Doppler 239
 spostamento verso il rosso gravitazionale 127, 240
 squark 351
 stalagmiti 18
 stalattite 93
 Standard Apple 292
 standard apple 292
 standard deviation
 illustration 293
 star
 colour, table of 240

distance-speed diagram 216
 star classes 239, 240
 star image
 multiple, illustration 242
 start of physics 222
 state of universe 246
 stellar black hole 264
 stelle 220
 steradiante 288
 stone 136
 illustration of curvature of flying 138
 stones 255
 stopping time, minimum 107
 strange quark
 mass 295
 strong coupling constant 295
 studio, metodo migliore 8
 Sun 199, 220, 240
 Sun's motion around galaxy 202
 superluminal speed 244
 supermassive black holes 264
 supernova 208
 supernovae 217
 surface gravity of black hole 254
 surface, physical 113
 Système International d'Unités (SI) 287

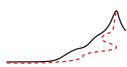
T
 tachione 53, 63
 tachione, massa 64
 tachioni 64, 90
 tangente iperbolica 85
 tau mass 295
 teaching of general relativity 284
 telescope
 largest 202
 on satellites 203
 photograph 205
 telescopi 201
 teletrasporto 57
 televisore 31
 temperatura, relativistica 56
 tempo 41

- Tempo Coordinato
Universale 143
- tempo dell'orologio da polso 39, 133
- tempo dinamico baricentrico 143
- tempo dinamico terrestre 143
- tempo proprio 39, 68
- tempo, assoluto 34, 36
- temporale 68
- tensione 133
- tensor of curvature 176
- Tensore di curvatura di Riemann 194
- tensore di curvatura di Riemann-Christoffel 194
- tensore di Einstein 183
- tensore di Ricci 102, 182
- tensore energia-quantità di moto 101
- tensori 182
- tentativo della corda 106
- teorema della composizione delle accelerazioni 84
- teorema della non-interazione 323
- teoremi delle singolarità di Penrose - Hawking 339
- teoria di Einstein-Cartan 284
- Tera 289
- termodinamica secondo principio della 41
- Terra, contrazione della lunghezza 45
- Terziario 222
- tesla 289
- testi scritti 222
- tests of general relativity, table 282
- theorem, no-interaction 323
- Thirring effect illustration 157
- Thirring-Lense 155
- tides 327 and curvature, illustration 178
- illustration of effects 129
- time delay 282
- illustration of binary pulsar measurement 168
- illustration of gravitational 152
- Time magazine 131
- timelike curves, closed 274
- tipo luce 41
- tipo spazio 41
- tipo tempo 41
- TNT energy content 298
- tonne, o ton 289
- top quark mass 296
- topology of the universe 243
- torsion 191
- torsione 284
- traccia di tensore 179
- train illustration of accelerating 125
- transformation, conformal 48
- transformazioni conformi 76
- translazione 76
- trappola di Penning 62
- trascinamento 151
- trasformazioni conformi speciali 76
- trasformazioni di Lorentz dello spazio e del tempo 37
- trasporto di Fermi-Walker 312
- trasporto parallelo 312
- trees winter forest, photograph 230
- treni 125
- treno 125
- Triassico 221
- tropical year 298
- tunnel 53
- twin paradox illustration 307
- U**
- udeko 289
- Udeka 289
- ultrarelativistica, particella 71
- uncertainty relative 293
- total 293
- Unione Astronomica Internazionale 300
- Unione Geodetica Internazionale 300
- unit astronomical 298
- unità 287
- unità astronomica 300
- unità base 287
- unità naturale 296
- units non-SI 290
- provincial 290, 291
- units, SI definition 287
- unità di lunghezza naturale di Planck 273
- universal gravity, deviation from 233
- universal time coordinate 291
- universe 249 air-filled 234
- energy of 245
- finite age 215
- transparency of 234
- water-filled 234
- universe – a black hole? 269
- universe's atlas illustration 213
- universe's evolution illustration of measurements 227
- illustrations of options 228
- universe's parameters illustration 225
- universe's shape 243
- universe's topology 243
- universe, believed 212
- universe, full 214
- universe, observable 212
- universe, state of 246
- universo 249
- universo, basse velocità 66
- UNIX 18
- up quark mass 295
- UTC 143

V

VACUUM

- V**
- vacuum curvature 183
 - vacuum dragging 160
 - vacuum permeability 294
 - vacuum permittivity 294
 - vacuum wave resistance 297
 - vacuum, hand in 327
 - variabili di Ashtekar 283
 - varianza 292
 - varietà 38
 - varietà di Riemannian 194
 - Vavilov-Čerenkov radiation 170
 - velocity of light, one-way 308
 - velocity, perfect 279
 - velocity, proper 308
 - velocity, relative - undefined 180
 - velocità del buio 51, 53
 - velocità della luce di andata e ritorno 88
 - velocità della luce di sola andata 88
 - velocità della luce variabile, teorie con 91
 - velocità delle onde gravitazionali 165
 - velocità delle stalle, misura della 29
 - velocità di fuga 252
 - velocità di ombre 53
 - velocità perfetta 16
 - velocità propria 42
 - velocità relativa 72
 - velocità relativistica 68
 - velocità superiore a quella della luce 72
 - velocità, propria 42
 - vendeko 289
 - Vendekta 289
 - Venere 154
 - vettore di Poynting 167
 - vettore nullo 69, 74
 - vettori nulli 68
 - Via Lattea 199
 - viaggiare nel passato 41
 - viaggio nel tempo 43
 - vigore, al massimo, condizioni 105
 - Volkswagen 174
 - volt 289
 - vortex, black 261
 - vuoto 77, 274
- W**
- W boson
 - mass 296
 - water
 - cannot fill universe 234
 - watt 289
- wave, gravitational spectrum table 163**
- wavelength
- de Broglie 288
- weak mixing angle 295
- weber 289
- weko 289
- Wekta 289
- white dwarfs 240
- WMAP 119
- women 260
- X**
- xenno 289
 - Xenta 289
- Y**
- yocto 289
 - Yotta 289
 - youth, gaining 138
 - Yucatan impact 222
- Z**
- Z boson
 - mass 296
 - zepto 289
 - Zetta 289
 - Zwicky ring
 - photograph of 242



MOTION MOUNTAIN

L'Avventura della Fisica

Perché esistono il moto e il cambiamento?
Come si forma un'arcobaleno?
Qual'è il viaggio più fantastico possibile?
Il vuoto è veramente vuoto?
Come si possono levitare gli oggetti?
A che distanza tra due punti diventa impossibile
trovare posto per un terzo in mezzo a loro?
Cosa significa 'quantistico'?
Quali problemi in fisica sono ancora aperti?



Rispondendo a queste ed altre domande,
il testo dà un'introduzione alla fisica
moderna che diverte, sbalordisce,
sorprende e sfida – in ogni pagina.

Prendendo lo spunto dalla vita di tutti i giorni,
l'avventura introduce i più recenti risultati in
meccanica, termodinamica, elettrodinamica, relatività,
teoria dei quanti, gravità quantistica e unificazione.
È scritto per giovani studenti e per
ogni persona che si interessa alla fisica.

Christoph Schiller, dottore in fisica dell'Université
Libre de Bruxelles, ha più di 25 anni di esperienza
nella presentazione di temi di fisica.



disponibile gratuitamente su www.motionmountain.eu